

**CONTROL BASADO EN ENERGÍA DE UN CONVERTIDOR DC-
DC AISLADO PARA SU APLICACIÓN EN VEHÍCULOS
ELÉCTRICOS**

LORAINE ESTHEFANI DÍAZ ARGOTE

**MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA,
ESCUELA DE INGENIERÍAS
UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA
BUCARAMANGA, 22 Abril de 2019**

CONTROL BASADO EN ENERGÍA DE UN CONVERTIDOR DC-DC AISLADO PARA SU APLICACIÓN EN VEHÍCULOS ELÉCTRICOS

LORAINE ESTHEFANI DÍAZ ARGOTE

**Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de
MAGISTER EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA**

Director: Dr. Ing. Omar Pinzón Ardila

**MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA,
ESCUELA DE INGENIERÍAS
UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA
BUCARAMANGA, 22 Abril de 2019**

AGRADECIMIENTOS

A Dios por mostrarme el camino, a mi familia por apoyarme en cada momento y a mis profesores y compañeros por hacer parte esencial de este proceso.

TABLA DE CONTENIDO

1.	INTRODUCCIÓN.....	10
2.	JUSTIFICACIÓN	11
3.	OBJETIVOS.....	12
3.1	OBJETIVO GENERAL	12
3.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	12
4.	VEHÍCULOS ELÉCTRICOS	13
4.1	TIPOS DE VEHÍCULOS ELÉCTRICOS	13
4.1.1	Vehículos eléctricos híbridos (HEV)	14
4.1.1.1	Convertidor DC-DC de bajo voltaje dentro de los HEV.....	16
4.1.2	Vehículos eléctricos.....	17
4.1.2.1	Convertidor DC-DC de baja tensión en los EV	18
4.1.3	Vehículos con celdas de combustible (FCV).....	18
4.1.3.1	Convertidor DC-DC de baja tensión en los FCV	19
4.2	NIVEL DE POTENCIA DE LOS CONVERTIDORES EN LOS VEHÍCULOS ELÉCTRICOS .	19
5.	CONVERTIDOR <i>FLYBACK</i>	20
5.1	MODELO ESTÁTICO DEL CONVERTIDOR.....	21
5.1.1	Razón de conversión	25
5.1.2	Circuito equivalente del modelo estático	26
5.1.3	Formas de onda de señales asociadas al convertidor <i>Flyback</i>	27
5.1.4	Otros parámetros de interés para el convertidor <i>Flyback</i>	28
5.2	MODELO DINÁMICO DEL CONVERTIDOR.....	30
5.2.1	Modelo Conmutado	31
5.2.2	Modelo promediado	31
5.2.3	Error de promediado.....	35
5.2.4	Modelo de pequeña señal	36
5.2.5	Circuito equivalente del modelo de pequeña señal	39
5.3	EJEMPLO PRÁCTICO DE MODELADO	40
5.3.1	Análisis en estado estable	44
5.3.2	Análisis en estado transitorio.....	45
6.	CONTROL BASADO EN ENERGÍA DE CONVERTIDORES ELECTRÓNICOS DE POTENCIA.	48

6.1	CONTROL ESTABILIZANTE.....	49
6.1.1	Control de estabilización - Caso no lineal	50
6.1.2	Control de estabilización - Caso lineal	51
6.1.3	Control de estabilización de un convertidor tipo <i>Flyback</i>	54
6.1.3.1	Parámetros relevantes en lazo cerrado.....	60
6.1.3.2	Análisis de pequeña señal.....	61
6.1.3.3	Análisis de gran señal.....	62
6.2	CONTROL BASADO EN PASIVIDAD	64
6.2.1	Formalismo de Euler Lagrange.....	64
6.2.1.1	Formalismo de Euler Lagrange modificado para el control basado en pasividad 65	
6.2.1.2	Representación de convertidores Electrónicos de potencia en el formalismo de Euler Lagrange	66
6.2.1.3	Condición de Pasividad	66
6.2.2	Dinámica del convertidor electrónico de potencia.....	67
6.2.2.1	Dinámica de la corriente.....	67
6.2.2.2	Dinámica del voltaje	68
6.2.3	Diseño de control basado en pasividad	70
6.2.3.1	Matrices de Amortiguación KiF y KiC.	73
6.2.3.2	Modelo de pequeña señal del convertidor	73
6.2.3.3	Algoritmo para el diseño de control basado en pasividad	74
6.2.4	Control basado en pasividad de un convertidor <i>Flyback</i>	75
7.	ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS	87
7.1	VARIACIÓN DEL PUNTO DE CONSIGNA	88
7.2	VARIACIÓN DE LA CARGA.....	90
8.	CONCLUSIONES.....	92
9.	RECOMENDACIONES Y TRABAJOS FUTUROS.....	93
10.	BIBLIOGRAFÍA.....	94

LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Rangos de potencia y voltajes, típicos para la batería de alta tensión en HEV.....	15
Tabla 2 Potencia usada por vehículos eléctricos en aplicaciones prácticas	19
Tabla 3 Circuitos equivalentes de los equilibrios de voltaje-segundo, equilibrio de carga y la ecuación del puerto de entrada, para el modelo estático.....	26
Tabla 4 Formas de onda en los componentes del convertidor <i>Flyback</i>	28
Tabla 5 Ecuación diferencial para el Inductor.....	36
Tabla 6 Ecuación diferencial para el condensador.	37
Tabla 7 Ecuación para el puerto de entrada.	37
Tabla 8 Circuitos equivalentes de los equilibrios de voltaje-segundo, equilibrio de carga y la ecuación del puerto de entrada para el modelo de pequeña señal.	39
Tabla 9 Parámetros del convertidor a diseñar.....	41
Tabla 10 Algoritmo para diseño de control de estabilización, caso lineal.	54
Tabla 11 Algoritmo para el diseño de control basado en pasividad.....	74
Tabla 12 Caso de estudio convertidor <i>Flyback</i> con control estabilizante y control basado en pasividad	87
Tabla 13 Parámetros de desempeño para prueba de variación del punto de consigna	89
Tabla 14 Parámetros de desempeño par aprueba de variación de carga	91

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Clasificación de los vehículos eléctricos híbridos según la configuración del tren de potencia.....	16
Figura 2 Configuración de un EV.....	17
Figura 3 Sistema de potencia de un FCV.....	18
Figura 4 Deducción del convertidor <i>Flyback</i> : a) Convertidor <i>Buck-Boost</i> , b) Inductor L dividido en dos inductores paralelos, c) Inductores aislados, d) Convertidor <i>Flyback</i> con transformador <i>Flyback</i> , e) Modelo del convertidor <i>Flyback</i> con transformador ideal e inductancia de magnetización.....	20
Figura 5 a) Corriente en el inductor para el modo de conducción continua b) Corriente en el inductor para el modo de conducción discontinua	21
Figura 6 Circuito <i>Flyback</i> es los dos estados de conmutación	22
Figura 7 a) Equilibrio de voltaje segundo en el inductor, b) Equilibrio de carga en el condensador, c) Corriente en el puerto de entrada.	24
Figura 8. Relación de transformación en función del ciclo útil para diferentes valores de la relación de transformación.....	25
Figura 9 Circuito equivalente DC del convertidor <i>Flyback</i> a) En términos de fuentes dependientes b) En términos de transformadores ideales.	27
Figura 10 Rizado de corriente en el inductor.....	29
Figura 11 Variaciones AC en las señales del convertidor: a) Señal de disparo de la puerta del transistor con pequeñas variaciones en el ciclo de trabajo b) Voltaje de salida típico de un convertidor, incluye la respuesta con rizado y la respuesta promediada.	32
Figura 12 Forma de onda del espectro del voltaje de salida $v(t)$	33
Figura 13 a) Equilibrio de voltaje segundo en el inductor, b) Equilibrio de carga en el condensador, c) Corriente en el puerto de entrada.	34
Figura 14 Modelo promediado vs Modelo conmutado.....	35
Figura 15 Circuito equivalente de pequeña señal del convertidor <i>Flyback</i> a) En términos de fuentes dependientes b) En términos de transformadores ideales.	40
Figura 16 Diagrama de simulación convertidor <i>Flyback</i>	42
Figura 17 a) Voltaje de salida en el convertidor b) Corriente en el inductor.	43
Figura 18 Formas de onda en los componentes de tu convertidor a) Corriente en el inductor b) Contaje en el condensador c) Corriente en la fuente V_g d) Corriente en el diodo D1 e) Corriente en el condensador C f) Voltaje en el primario.....	44
Figura 19 Esquema de simulación del convertidor <i>Flyback</i> y sus modelos conmutado y promediado.....	45
Figura 20 a) Voltaje de salida en el convertidor b) Corriente en el inductor.	46
Figura 21 Transitorio de la corriente en el Inductor. a) $L = 2,13$ mH b) $L = 2,7$ mH.....	47
Figura 22 Error de promediado.....	47
Figura 23 Esquema de simulación del control por estabilización	53

Figura 24 Esquema de simulación de control de estabilización en el convertidor <i>Flyback</i>	58
Figura 25 Lugar de las raíces del convertidor tipo <i>Flyback</i> con control estabilizante. a) Lugar de las raíces en lazo abierto b) Lugar de las raíces para $\lambda = 0.0001$, c) Lugar de las raíces para $\lambda = 0.015$, d) Lugar de las raíces para $\lambda = 0.022$	59
Figura 26 Excursión de los polos del convertidor <i>Flyback</i> con control estabilizante.	60
Figura 27 Convertidor <i>Flyback</i> con control estabilizante para $\lambda = 0.01$. a) Diagrama de Bode b) Respuesta en el tiempo ante variación de $v_{Cd} \pm 1$ V	61
Figura 28 Respuesta de pequeña señal del convertidor <i>Flyback</i> con control estabilizante para diferentes valores de λ a) Corriente de pequeña señal b) Voltaje de pequeña señal	62
Figura 29 Respuesta de gran señal del convertidor <i>Flyback</i> con control estabilizante para diferentes valores de λ a) Corriente de gran señal b) Voltaje de gran señal	63
Figura 30 Comportamiento de la energía en los convertidores electrónicos de Potencia según el formalismo de Euler Lagrange modificado.	66
Figura 31 Convertidor Electrónico de Potencia generalizado	66
Figura 32 Esquema de simulación de control basado en pasividad.	73
Figura 33 Lugar de las raíces para el modelo de pequeña señal del convertidor <i>Flyback</i> en modo <i>Buck</i> con $V_{c^*} = 5$ V, $K_{iF} = 20 \Omega^{-1}$ y $K_{iC} = 1 \rightarrow 10 \Omega$. a) Lugar de las raíces b) Polo real c) Polos complejos conjugados.	82
Figura 34 Lugar de las raíces para el modelo de pequeña señal del convertidor <i>Flyback</i> en modo <i>Buck</i> con $V_{c^*} = 5$ V, $K_{iC} = 9.3 \Omega$ y $K_{iF} = 1 \rightarrow 120 \Omega^{-1}$.	83
Figura 35 Lugar de las raíces para el modelo de pequeña señal del convertidor <i>Flyback</i> en modo <i>Buck</i> con a) $K_{iC} = 25 \Omega$, $K_{iF} = 20 \Omega^{-1}$, $v_{C^*} = 5$ V, $v_g = 5 \rightarrow 24$ V y $R = 5$ b) $K_{iC} = 25 \Omega$, $K_{iF} = 20 \Omega^{-1}$, $v_{C^*} = 5$ V, $v_g = 5$ V y $R = 10 \rightarrow 1000 \Omega$.	84
Figura 36 Esquema de simulación de control basado en pasividad de un convertidor <i>Flyback</i>	85
Figura 37 Respuesta en el tiempo de un convertidor <i>Flyback</i> con control basado en pasividad a) Corriente de salida b) Voltaje de salida.	86
Figura 38 Variación del punto de consigna $\pm 10\%$ del valor nominal.	88
Figura 39 a) Corriente en lazo cerrado b) Voltaje en lazo cerrado c) Señal de control.	89
Figura 40 Variación de resistencia de carga $\pm 10\%$ del valor nominal.	90
Figura 41 a) Corriente en lazo cerrado b) Voltaje en lazo cerrado c) Señal de control.	91

RESUMEN GENERAL DE TRABAJO DE GRADO

TITULO: CONTROL BASADO EN ENERGÍA DE UN CONVERTIDOR DC-DC AISLADO PARA SU APLICACIÓN EN VEHÍCULOS ELÉCTRICOS

AUTOR(ES): LORAINE ESTHEFANI
DÍAZ ARGOTE

PROGRAMA: Maestría en Ingeniería Electrónica

DIRECTOR(A): OMAR PINZON

RESUMEN

En esta tesis se desarrolla el modelo dinámico: conmutado y promediado, el modelo estático y el modelo de señal pequeña de un convertidor de tipo Flyback en el modo de conducción continuo para su aplicación en vehículos eléctricos. Adicionalmente, se diseñan dos estrategias de control basadas en energía para controlarlo: el control de estabilización, fundamentado en las funciones candidatas de Lyapunov y el control basado en la pasividad que utiliza el formalismo de Euler Lagrange aplicado a los convertidores de potencia electrónicos. Como resultado de la investigación se determina, en simulación, que las estrategias de control dependen del punto de operación, además el RMSE y RMS muestran que el control basado en la pasividad tiene un mejor desempeño que el control de estabilización, para el caso estudiado.

PALABRAS CLAVE:

Convertidor, Flyback, Energía, Lyapunov, Euler Lagrange, Estabilización, pasividad

V° B° DIRECTOR DE TRABAJO DE GRADO

GENERAL SUMMARY OF WORK OF GRADE

TITLE: POWER-BASED CONTROL OF AN ISOLATED DC-DC CONVERTER FOR APPLICATION IN ELECTRIC VEHICLES

AUTHOR(S): OMAR PINZAON

FACULTY: Maestría en Ingeniería Electrónica

DIRECTOR: OMAR PINZON

ABSTRACT

In this thesis the dynamic model is developed: switched and averaged, the static model and the small signal model of a Flyback converter in driving mode continue for application in electric vehicles. In addition, two energy-based control strategies are designed to control it: stabilization control, based on the candidate functions of Lyapunov and passivity-based control using Euler Lagrange formalism applied to electric power converters. As a result of the investigation it is determined, in simulation, that the control strategies depend on the point of operation, in addition the RMSE and RMS determine the passivity-based control has a better performance than the stabilization control, for the case studied.

KEYWORDS:

Converter, Flyback, Energy, Lyapunov, Euler Lagrange, Stabilization, Passivity.

V° B° DIRECTOR OF GRADUATE WORK

1. INTRODUCCIÓN

Los convertidores DC-DC son circuitos electrónicos que transforman un voltaje continuo en otro nivel de tensión continua y generalmente se regula en la salida.

Una de las clasificaciones de los convertidores electrónicos de potencia se basa en su capacidad de aislamiento entre la fuente y la carga. Los convertidores con aislamiento galvánico son aquellos en los que cierta parte del circuito no puede transferir portadores de cargas a la otra parte del circuito, y que además las tierras de estas partes están aisladas. Por lo contrario, en los convertidores sin aislamiento galvánico se comparte la tierra para todo el circuito y por tanto se comparten portadores de carga. Un ejemplo de un convertidor con aislamiento galvánico es el convertidor *Flyback*, el cual será objeto de estudio en esta investigación.

De manera adicional, aprovechando el hecho de que los convertidores electrónicos de potencia alcanzan su estado estacionario controlando la velocidad de disipación de energía, se pueden utilizar técnicas de control basada en energía para controlarlos.

2. JUSTIFICACIÓN

Considerando la problemática del calentamiento global actual, la cambiante economía de los combustibles, los limitados recursos energéticos no renovables y la cada vez más exigente reglamentación entorno al control de emisión de contaminantes; incrementa el interés por el uso de vehículos eléctricos con la intención de aprovechar las energías renovables y con esto cuidar el medio ambiente [1].

Al usar Vehículos Eléctricos (EV) como un sistema de transporte se deben considerar ciertas limitaciones. La primera de ellas corresponde al hecho que dentro del sistema de distribución eléctrica del vehículo deben manejarse dos niveles de voltaje, uno en baja tensión (generalmente 12 V) para alimentar los accesorios convencionales del vehículo (luces, control, aire acondicionado, etc.), y otro nivel de alta tensión (alrededor de los 400 V) para alimentar los sistemas de arranque y tracción del vehículo. Dado que existirán dos niveles de tensión se debe garantizar un aislamiento eléctrico entre ellos. La siguiente restricción consiste en que las fuentes de alimentación deben ser bidireccionales para que fluya la energía en ambos sentidos, en primera instancia desde la batería en dirección al tren de potencia para arrancar el vehículo, alimentar celdas de combustible o cargar un banco de condensadores, en segunda instancia, en el estado de movimiento del vehículo se requiere suministrar energía a la batería de baja tensión y alimentar las cargas de baja potencia.

Por otra parte, se debe lograr que los EV sean capaces de igualar o mejorar los vehículos de combustión interna en cuanto a la capacidad de satisfacción de las necesidades de los usuarios, lo que justifica que los niveles requeridos de potencia eléctrica sean cada vez más altos, puesto que se busca cumplir con requerimientos respecto al confort y funcionalidad del vehículo, tales como una suspensión eléctrica, sistema de dirección servoasistida, los frenos antibloqueo ABS (*Antilock Braking*), control de estabilidad del vehículo (VSC), entre otros. Lo ideal sería tener más potencia, pero sin aumentar el tamaño de los dispositivos que la proveen, es decir, se debe alcanzar altas densidades de energía.

Las anteriores limitaciones y requerimientos se pueden resolver realizando una adecuada elección del convertidor de potencia que utilizará el vehículo. Por tanto, el objetivo principal de este trabajo es el estudio del control de un convertidor DC-DC con aislamiento galvánico inicialmente unidireccional.

3. OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GENERAL

Diseñar y controlar un convertidor DC-DC con aislamiento galvánico tipo *Flyback* utilizando un controlador basado en energía para su aplicación en vehículos eléctricos.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Seleccionar y parametrizar el modelo de predicción dinámico que describa el comportamiento del convertidor DC-DC con aislamiento galvánico tipo *Flyback*.
- Diseñar y sintonizar, en ambiente de simulación, un controlador basado en energía para el convertidor DC-DC con aislamiento galvánico tipo *Flyback*.
- Validar el sistema de control de un convertidor DC-DC con aislamiento galvánico tipo *Flyback* en ambientes de simulación.

4. VEHÍCULOS ELÉCTRICOS

La idea de usar Vehículos Eléctricos (EV) que replacen los de combustión interna (ICE), surge con la intención de cuidar el medio ambiente y aprovechar las energías renovables. Los vehículos eléctricos son aquellos que se conectan a la red eléctrica para cargar sus baterías y además se mueven usando algún tipo de motor eléctrico. Según lo anterior un vehículo eléctrico incluiría: bicicletas, motos, cuadriciclos, automóviles, autobuses y vehículos de carga; sin embargo, este trabajo se limitará a estudiar los automóviles de turismo [2] [3].

La llegada de los vehículos eléctricos se puede justificar considerando los siguientes aspectos [2]:

- Usar EV contribuye a mejorar la calidad del aire en las ciudades dado que no generan contaminantes al operar. Se considera que en la producción de la energía eléctrica que requieren los EV para funcionar se pueden generar emisiones de contaminantes, sin embargo, estas no estarían en las ciudades, o incluso podrían eliminarse usando energías limpias. En conclusión, la contaminación que se produce usando EV, teniendo en cuenta incluso la generación de la energía que consumen es menor que la producida por los vehículos actuales.
- Dado que la eficiencia de un ICE es del 25-30% y la de un motor eléctrico es del 80%-90%, se prefieren los vehículos propulsados por motores eléctricos.
- El uso de EV disminuirá la dependencia de los combustibles fósiles lo que se traducirá en la mejora de la balanza de pagos del país.
- Los avances en la electrónica, informática y sobre todo las tecnologías de baterías han promovido el uso de los EV.

4.1 TIPOS DE VEHÍCULOS ELÉCTRICOS

Se pueden tener varios tipos de Vehículos Eléctricos: los Vehículos Eléctricos Híbridos (HEV), Vehículos Eléctricos de Baterías (BEV), y los Vehículos Eléctricos de Celdas de Combustible (FCV).

4.1.1 Vehículos eléctricos híbridos (HEV)

Los HEV almacenan energía en el tanque de combustible y en la batería eléctrica, para alimentar el motor de combustión interna y el motor eléctrico respectivamente; además cuenta con la posibilidad de mover el vehículo usando los motores de forma individual o conjunta.

Los Vehículos Eléctricos Híbridos se clasifican según el tipo de motor eléctrico y la magnitud de la potencia eléctrica que consumen [1]:

- **Vehículos microhíbridos:** Utiliza potencias alrededor de 2.5 KW a 12 V. En ellos se requiere poca potencia porque el motor eléctrico sólo es usado para los instantes del arranque y del frenado. Este tipo de autos pueden ahorrar entre el 5% y el 10% de energía y su precio supera ligeramente el de los convencionales. Ejemplo en el mercado: C3 *Citroen* usado en el sistema de motor llamado *Valeo*.
- **Vehículos híbrido suave:** Utiliza potencias entre 10-20 KW para voltajes entre 100-200 V. En esta configuración el motor eléctrico se acopla al motor de combustión interna. El ahorro de energía esta entre el 20% y el 30%, pero el costo aumenta en la misma medida. Ejemplos: *Honda Civic* y el *Honda Insight*.
- **Vehículos híbrido completo:** Maneja potencias cercanas a 50KW entre 200-300V. Generalmente usan una configuración: motor eléctrico, generador y motor de combustión en serie-paralelo o compleja, además se usan engranajes para optimizar la entrega de potencia y minimizar las emisiones. La propulsión del vehículo puede realizarse sólo con el motor eléctrico, especialmente en estado de encendido y apagado; con el motor de combustión cuando este se encuentra en rendimiento óptimo; o la combinación de ambos motores cuando se desee acelerar repentinamente o se requiera una potencia menor a la que puede entregar el motor de combustión interna. El ahorro de energía se encuentra entre un 30% y un 50%, pero el incremento en el costo es de 30% al 40%. Ejemplo: El *Toyota Prius* (enfocado en el buen rendimiento, eficiencia energética y reducción de emisiones) y el *Toyota Highlander* (enfocado en el rendimiento de la tracción).

En la Tabla 1 se definen rangos de potencia típicos para Vehículos Eléctricos Híbridos.

Tabla 1 Rangos de potencia y voltajes típicos para la batería de alta tensión en HEV
Fuente [4]

Categoría	Potencia de la batería (Capacidad nominal)	Voltaje de la batería	Aplicación
Micro Híbrido	4 KW ... 5KW 10KW	30 V ... 40 V 36 V	– Saturn VUE Hybrid
Híbrido suave	10 KW ... 20 KW Por encima de 20KW – 10KW 0.9 KWh	144 V – 28 V ... 42 V 144 V	– – – Honda Insight (Año 2000)
Híbrido completo	30 KW ... 50 KW 21 KW (6.5 Ah) 4.5 KW	288 V 202 V 288 V	– Toyota Prius (Año 2005) Toyota Highlander Hybrid SUV

Desde otro enfoque, los HEV podrían clasificarse según la configuración del tren de potencia tal como se muestra en la Figura 1 [4]:

- **Topología de HEV en paralelo:** en esta configuración el ICE y el motor eléctrico comparten el par exigido por la transmisión. Puede llegar a operar únicamente el motor eléctrico estando apagado el ICE, gracias a la configuración disponible de engranes.
- **Topología de HEV en Serie:** Se conecta el ICE a un generador eléctrico que entrega energía a otra máquina eléctrica para la propulsión. Con esta configuración el ICE optimiza su operación dado que la velocidad de revolución de ICE es independiente de la velocidad de crucero. El uso de esta topología implica varias etapas de conversión de energía lo que resulta en una disminución de la eficiencia del sistema.
- **Topología de HEV en serie y paralelo:** Combina las ventajas de cada configuración. La desventaja es la alta complejidad.
- **Topología HEV compleja:** Incluye todas las topologías de los trenes de potencia de los HEV, que no pueden ser clasificada en las tres categorías anteriores.

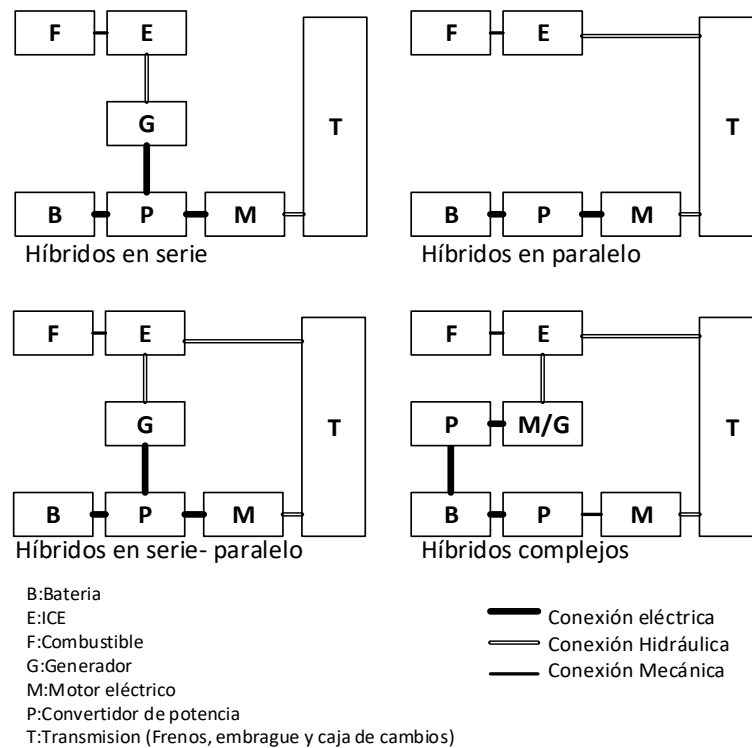


Figura 1 Clasificación de los vehículos eléctricos híbridos según la configuración del tren de potencia.

Fuente [1]

4.1.1.1 Convertidor DC-DC de bajo voltaje dentro de los HEV

Debido a la naturaleza híbrida del HEV el motor de combustión podría salir de operación en algún instante, y por tanto no puede usarse un alternador convencional para alimentar las cargas y la batería de baja potencia, en su lugar se usa un convertidor DC-DC. Este convertidor podría ser unidireccional en dirección del bus de alta tensión al bus de baja tensión, pero razones prácticas apoyan el uso de un convertidor bidireccional dado que este podría servir igualmente para [4]:

- **Puesta en marcha del auto:** Se podría usar un puente convencional entre las baterías de 12V de dos autos para poner en marcha el ICE, cuyo sistema de arranque está conectado al bus DC.
- **Carga de la batería de alto voltaje:** la batería se puede cargar utilizando una fuente de alimentación externa conectada a la batería de 12V.
- **Salir de una zona peligrosa en caso de fallo de la batería alto voltaje:** el convertidor DC-DC bidireccional podría ser usado para conducir (lentamente) el automóvil fuera de una zona de peligro (por ejemplo, cruce de carretera) si falla la batería alto voltaje (HV).

Considerando la bidireccionalidad se asume entonces que el convertidor DC-DC opera en modo *Buck* (Reductor) cuando transfiere potencia desde el bus de HV al de LV; y

opera en modo *Boost* (Elevador) cuando transfiere potencia desde el bus de LV al de HV.

4.1.2 Vehículos eléctricos

En estos vehículos el tren de potencia es accionado únicamente por una máquina eléctrica y una batería de alto voltaje (HV). La arquitectura básica del tren de potencia del EV es similar a la del HEV, sin incluir el ICE y el generador eléctrico. Se requieren dos buses de tensión de DC, uno de HV para la propulsión del vehículo y otro de bajo voltaje (LV) para cargas de baja potencia. En la Figura 2 se puede ver la configuración de un EV.

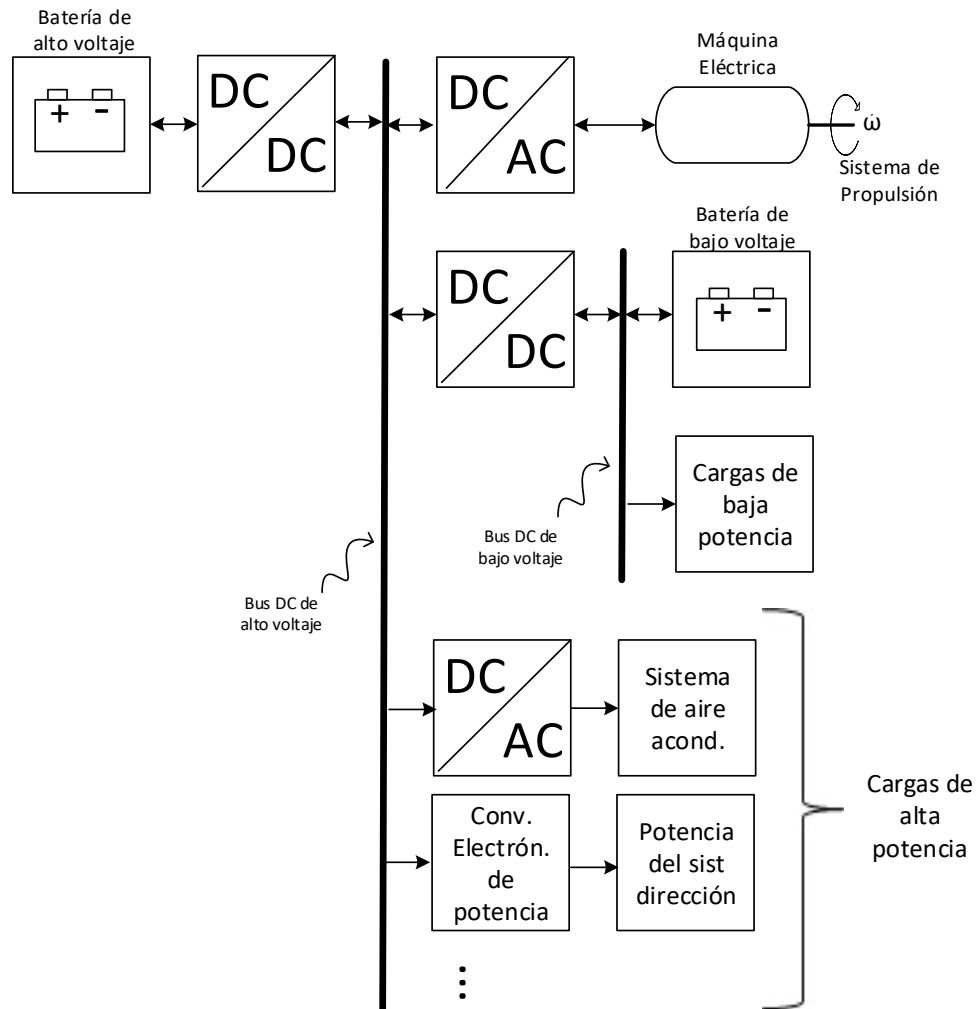


Figura 2 Configuración de un EV. Fuente [4]

4.1.2.1 Convertidor DC-DC de baja tensión en los EV

Considerando la alta similitud entre las arquitecturas de los sistemas eléctricos de EV y HEV, las especificaciones del convertidor DC-DC son las mismas para ambos casos, esto incluye los niveles de potencia y la bidireccionalidad.

4.1.3 Vehículos con celdas de combustible (FCV)

En estos vehículos la potencia para la tracción es suministrada por una celda de combustible. Al igual que los EVs, los FCV permiten cero emisiones de CO_2 (locales) y alcanzan un rango de velocidad de cruce comparable a la de los vehículos con ICE. En la Figura 3 se ve la configuración de un FCV.

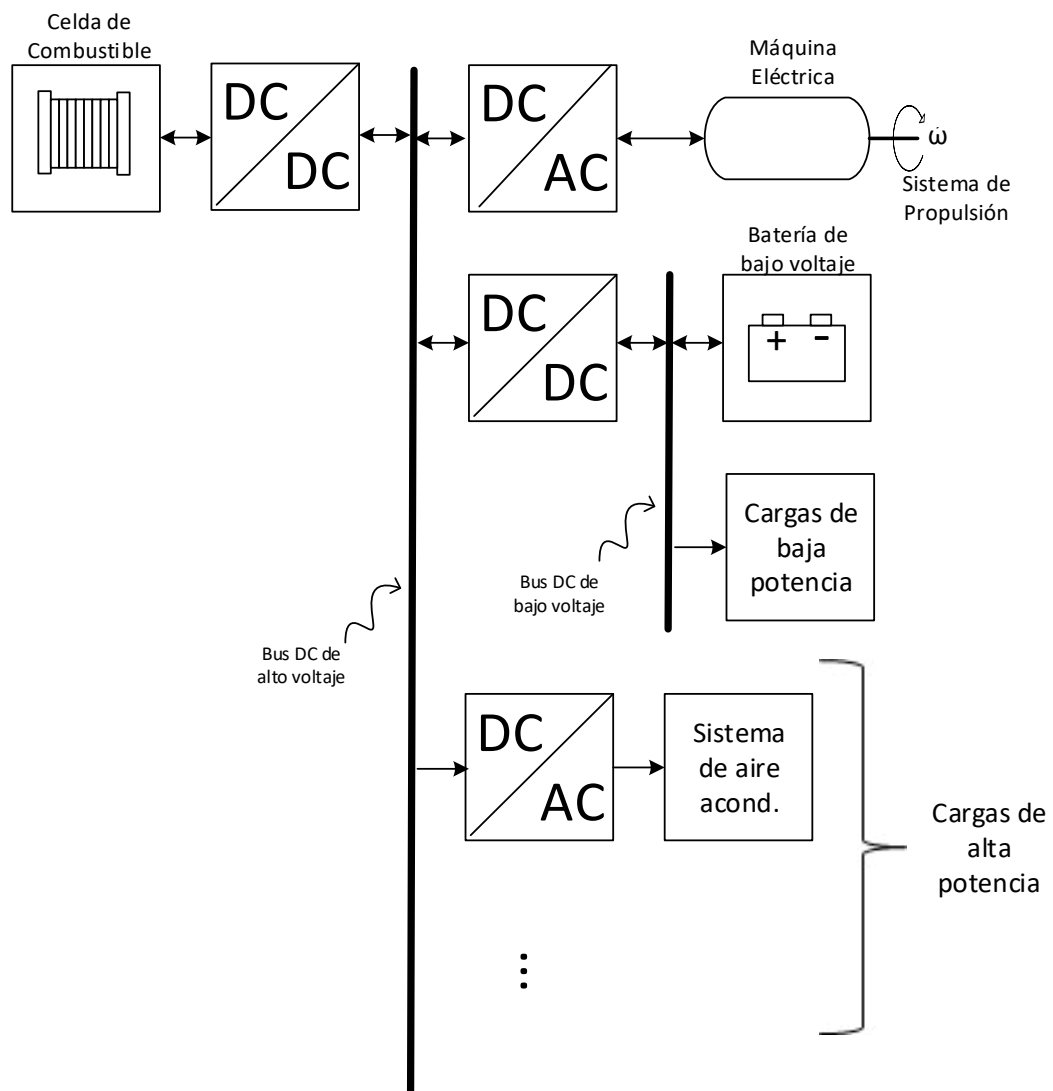


Figura 3 Sistema de potencia de un FCV. Fuente [4]

4.1.3.1 Convertidor DC-DC de baja tensión en los FCV

En los FCV se puede tener dos configuraciones, una en la que sólo se dispone de celdas de combustible y otra en la que además de tener las celdas de combustible, se tiene una batería de HV que ayuda a contrarrestar las dinámicas lentas de las celdas.

4.2 NIVEL DE POTENCIA DE LOS CONVERTIDORES EN LOS VEHÍCULOS ELÉCTRICOS

Los niveles de potencia que requieren los HEV, EV y FCV se resumen en la Tabla 2. Estos niveles de potencia se utilizan para suplir la demanda de cargas de los sistemas y accesorios de equipo.

Tabla 2 Potencia usada por vehículos eléctricos en aplicaciones prácticas
Fuente [4]

Tipo de vehículo eléctrico	Sub Categoría	Modo elevador			Modo Reductor			Otros requerimientos
		Bus de alto voltaje	Bus de bajo voltaje	Potencia	Bus de alto voltaje	Bus de bajo voltaje	Potencia	
Vehículo eléctrico Híbrido (HEV)	Micro Híbrido	200V ... 300V	9V ... 16V	1KW ... 1.6KW	200V ... 300V	9V ... 16V	1KW ... 2.5KW	<ul style="list-style-type: none"> • Requiere aislamiento por razones de seguridad • Bajo costo • Alta eficiencia • Alta densidad de potencia • Bajo peso
	Híbrido Suave			10KW ... 20KW				
	Híbrido Completo			30KW ... 50KW				
Vehículo eléctrico (EV)	-	200V ... 300V	9V ... 16V	30KW ... 50KW	200V ... 300V	9V ... 16V	30KW ... 50KW	
Vehículo con celdas de combustible	-	230V ... 450V	8.5V ... 16V	3 KW por 20 s	230V ... 450V	13.3V ... 14.4V	2 KW continuos	

El convertidor DC-DC que se diseña en este trabajo es un prototipo del comprendido entre el bus de LV y el bus de HV, en este caso, un convertidor unidireccional que gestiona el suministro de potencia al bus de alta. Por otra parte, se debe garantizar que el convertidor sea aislado por razones de seguridad para los usuarios [5] [3].

5. CONVERTIDOR *FLYBACK*

El convertidor *Flyback* deriva del convertidor Buck-Boost e incluye además el aislamiento galvánico entre la fuente y la carga [5]

El convertidor *Flyback* puede deducirse del convertidor *Buck-Boost*, tal como se indica en la Figura 4, en la cual se construyen dos bobinas conectadas en paralelo con una relación de transformación de 1:1, en lugar de la bobina original. El siguiente paso elimina la conexión entre las inductancias, una de las cuales será usada por el transistor Q_1 y la otra el diodo D_1 como elementos de conmutación. El campo magnético en las bobinas es el mismo, por lo que el modelo usado es el de un inductor de dos devanados o un transformador *Flyback* [3]

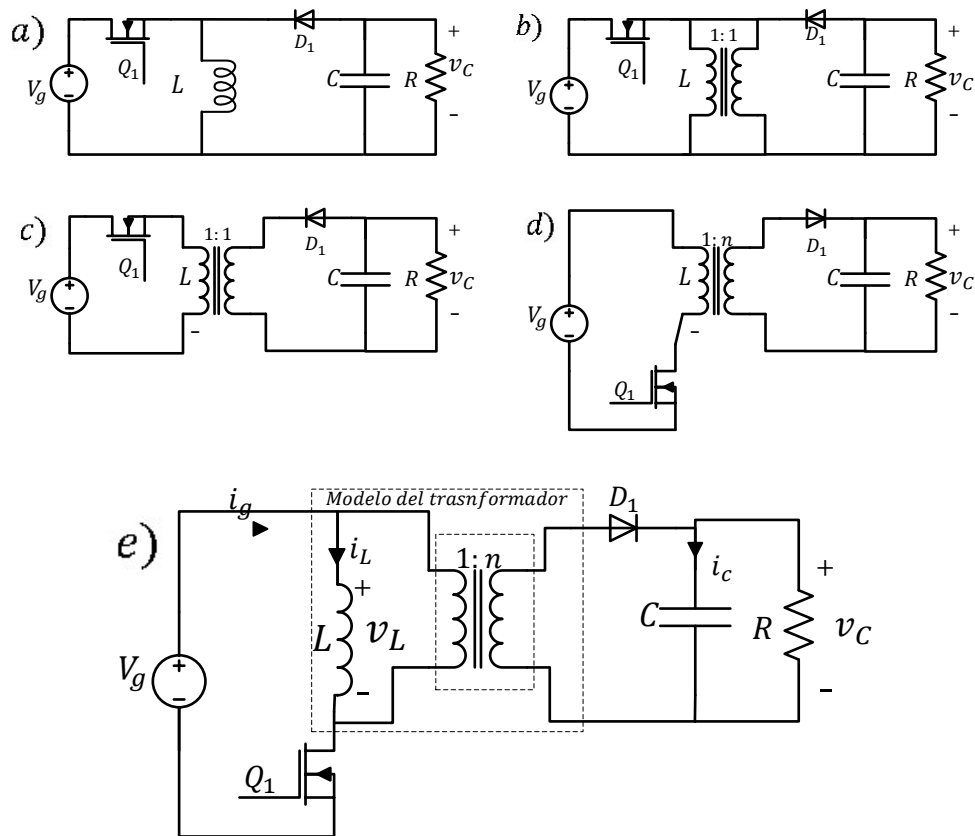


Figura 4 Deducción del convertidor *Flyback*: a) Convertidor *Buck-Boost*, b) Inductor L dividido en dos inductores paralelos, c) Inductores aislados, d) Convertidor *Flyback* con transformador *Flyback*, e) Modelo del convertidor *Flyback* con transformador ideal e inductancia de magnetización.

Fuente [6]

Para el análisis del comportamiento del convertidor resulta práctico modelar el transformador *Flyback* como un transformador ideal en paralelo con la inductancia de magnetización L . Además, el transistor Q_1 se conecta a tierra para facilitar su activación y se invierten las marcas de polaridad en el secundario para que el voltaje de salida sea positivo [7]. Por último, se puede cambiar la relación de transformación como 1:n para mejorar la capacidad del convertidor.

El funcionamiento del convertidor *Flyback* se fundamenta en el almacenamiento y la posterior liberación de energía en la bobina. Cuando Q_1 conduce, la energía de la fuente V_g se almacena en L y cuando D_1 conduce la energía almacenada en L se entrega con un voltaje v y una corriente i escalonada en 1:n.

5.1 MODELO ESTÁTICO DEL CONVERTIDOR

Antes de determinar el modelo estático del convertidor se debe considerar el modo en que este opera. El modo de conducción depende del comportamiento de la corriente en el ciclo de operación, así, se dice que el convertidor opera en modo de conducción continua (CCM) cuando la corriente en la inductancia no cruza por cero, mientras que, en el modelo de conducción discontinua (DCM), la bobina entrega la energía antes de finalizar el periodo de conmutación permaneciendo parte del periodo la corriente en cero. En la Figura 5 se puede observar el comportamiento de ambos modos de conducción. Aunque el análisis matemático es similar para ambos casos, CCM y DCM, las ecuaciones obtenidas resultan ser diferentes. En este caso de estudio se considerará el modo de conducción continua del convertidor *Flyback* [6]

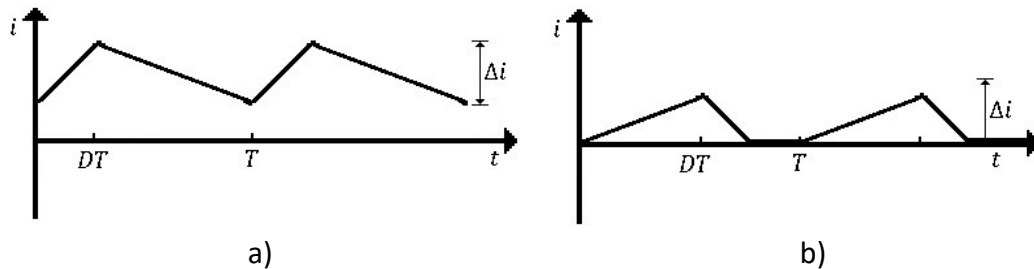


Figura 5 a) Corriente en el inductor para el modo de conducción continua b) Corriente en el inductor para el modo de conducción discontinua

Fuente [6]

En general, para determinar el modelo estático del convertidor, se describen las ecuaciones de Kirchhoff en los dos estados de conmutación permitidos por los interruptores, buscando relacionar las variables de interés en el análisis del convertidor, las cuales resultan ser la corriente en el inductor y el voltaje en el condensador.

La Figura 6 muestra los posibles estados de conmutación del convertidor y la ecuación (1) muestra relaciones de interés obtenidas. [8]

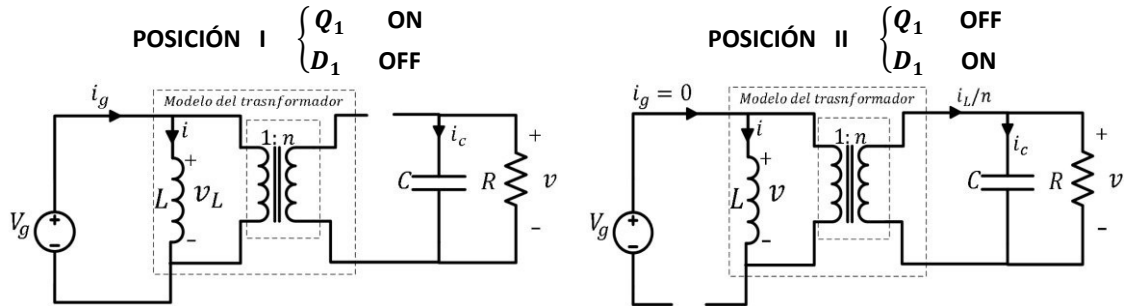


Figura 6 Circuito Flyback en los dos estados de conmutación Fuente [9]

Enunciando las leyes de Kirchhoff y considerando que el interruptor es ideal se tiene que:

Posición I

Malla

$$\begin{aligned} \bullet \quad & -V_g + v_L(t) = 0 \\ & v_L(t) = V_g \end{aligned}$$

Nodo

$$\begin{aligned} \bullet \quad & i_c(t) + i_R(t) = 0 \\ & i_c(t) = -\frac{v(t)}{R} \end{aligned}$$

Nodo

$$\begin{aligned} \bullet \quad & -i_g(t) + i(t) = 0 \\ & i_g(t) = i(t) \end{aligned}$$

Posición II

Malla

$$\begin{aligned} \bullet \quad & -V_g(t) - v_1(t) = 0 \\ & v_L(t) = -v_1(t) \\ & v_L(t) = -\frac{v(t)}{n} \end{aligned} \tag{1}$$

Nodo

$$\begin{aligned} \bullet \quad & i_c(t) - i_2(t) + i_R(t) = 0 \\ & i_c(t) = i_2(t) - i_R(t) \\ & i_c(t) = \frac{i(t)}{n} - \frac{v(t)}{R} \end{aligned}$$

Nodo

$$\bullet \quad i_g(t) = 0$$

Asumiendo que el convertidor está en modo de operación continuo y además que las señales variantes en el tiempo tienen un rizado bastante menor que su valor medio, se podrían aproximar estas señales a sus valores medios; lo anterior se conoce como *aproximación de pequeño rizado* y a partir de eso se tiene que [9]:

$$\begin{aligned} i(t) &\cong I \\ v(t) &\cong V \end{aligned} \tag{2}$$

Remplazando en (1) se llega a:

<p>Posición I</p> $v_L(t) = V_g$ $i_c(t) = -\frac{V}{R}$ $i_g(t) = I$	<p>Posición II</p> $v_L(t) = -\frac{V}{n}$ $i_c(t) = \frac{I}{n} - \frac{V}{R}$ $i_g(t) = 0$
--	---

(3)

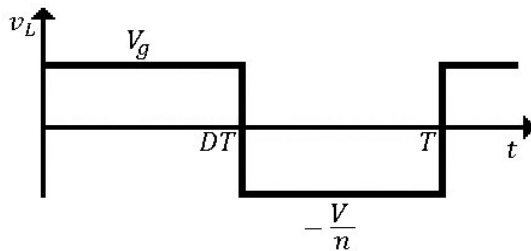
Con las anteriores ecuaciones (3) se pueden construir funciones definidas a trozos del voltaje en el inductor $v_L(t)$, la corriente en el condensador $i_c(t)$ y la corriente entregada por la fuente $i_g(t)$ usando el valor medio del ciclo útil D como parámetro para dividir el periodo de la señal. En la Figura 7 se muestra la gráfica de estas variables [9].

$$v_L(t) = \begin{cases} V_g, & 0 < t < DT \\ -\frac{V}{n}, & DT < t < (1-D)T \end{cases}$$

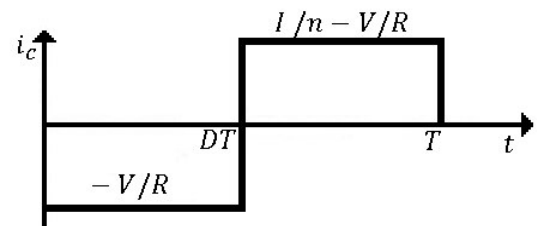
$$i_c(t) = \begin{cases} -\frac{V}{R}, & 0 < t < DT \\ \frac{I}{n} - \frac{V}{R}, & DT < t < (1-D)T \end{cases} \quad (4)$$

$$i_g(t) = \begin{cases} I, & 0 < t < DT \\ 0, & DT < t < (1-D)T \end{cases}$$

a.



b.



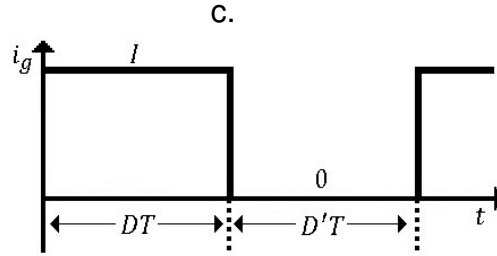


Figura 7 a) Equilibrio de voltaje segundo en el inductor, b) Equilibrio de carga en el condensador, c) Corriente en el puerto de entrada.

Fuente [6]

El siguiente paso es aplicar el equilibrio voltaje-segundos en el inductor según el cual el voltaje promedio de un inductor es cero en el estado estable; y el equilibrio de carga en el condensador según el cual la corriente promedio en el inductor es cero en estado estable; para luego determinar la ecuación que relaciona la fuente de entrada con el circuito, conocida como *ecuación del puerto de entrada* [9].

$$\begin{aligned}
 \langle v_L \rangle = V_L &= \frac{1}{T_s} \int_t^{t+T_s} v_L(t) dt \\
 &= \frac{1}{T_s} \text{Area total} \\
 &= \frac{1}{T_s} \left(V_g D T_s + \left(-\frac{V}{n} \right) (1 - D) T_s \right) \\
 \langle v_L \rangle = 0 &= V_g D - \frac{V}{n} D'
 \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
 \langle i_C \rangle = I_C &= \frac{1}{T_s} \int_t^{t+T_s} i_C(t) dt \\
 &= \frac{1}{T_s} \text{Area total} \\
 &= \frac{1}{T_s} \left(\left(-\frac{V}{R} \right) D T_s + \left(\frac{I}{n} - \frac{V}{R} \right) (1 - D) T_s \right) \\
 &= -\frac{DV}{R} + \frac{D'I}{n} - \frac{D'V}{R}
 \end{aligned}$$

$$\langle i_C \rangle = 0 = -\frac{V}{R} + \frac{D'I}{n} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}
 \langle i_g \rangle = I_g &= \frac{1}{T_s} \int_t^{t+T_s} i_g(t) dt \\
 &= \frac{1}{T_s} \text{Area total} \\
 &= \frac{1}{T_s} \left((I) D T_s + (0) (1 - D) T_s \right) \\
 \langle i_g \rangle &= ID
 \end{aligned} \tag{7}$$

A partir de (5) y (6) se pueden obtener las expresiones que describen el *valor de la corriente en el inductor y el voltaje en el condensador en estado estable*:

$$V = V_g \frac{D}{(1-D)} n$$

$$I = \frac{D}{(1-D)^2 R} n^2 V_g \quad (8)$$

5.1.1 Razón de conversión

La razón de conversión muestra la relación entre la tensión de salida y la tensión de entrada en un convertidor DC-DC. Para el caso del convertidor *Flyback* esta relación entraría dada por:

$$M(D) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{V}{V_g} = \frac{V_g \frac{D}{(1-D)} n}{V_g}$$

$$M(D) = \frac{D}{(1-D)} n \quad (9)$$

Como se evidencia en la ecuación (9) la razón de conversión depende tanto del ciclo útil (D) como de la relación de transformación (n). Así mientras mayor sea la relación de transformación, más rápido se irá a infinito el valor de la razón de conversión, en la medida que el ciclo útil se acerca al 100%. Ver Figura 8. Esto significa que no es conveniente que el convertidor trabaje un ciclo útil demasiado alto, siempre se preferirán valores intermedios de este.

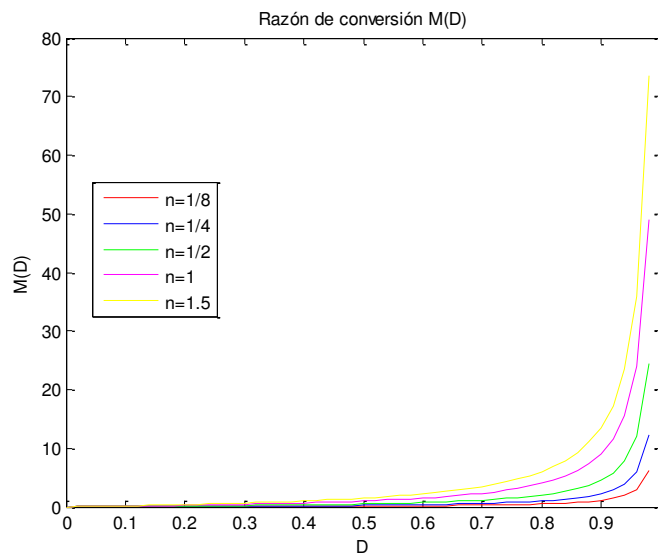


Figura 8. Relación de transformación en función del ciclo útil para diferentes valores de la relación de transformación.

Fuente: [9]

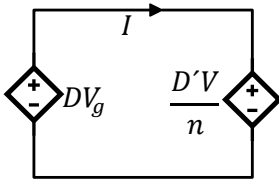
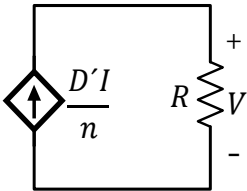
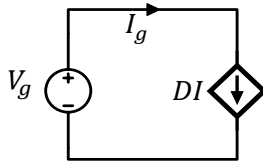
5.1.2 Circuito equivalente del modelo estático

Considerando las ecuaciones que describen los valores en estado estable del convertidor (5) y (6), además de la ecuación del puerto de entrada (7), se puede construir un circuito equivalente que modele las propiedades del convertidor.

En los circuitos se incluyen fuentes dependientes para aquellos términos que están en función de las variables de entrada o salida del convertidor. Por otro lado, el voltaje en el inductor y la corriente en el condensador no son representados debido a que en estado estable su valor medio es cero. Ver Tabla 3.

Tabla 3 Circuitos equivalentes de los equilibrios de voltaje-segundo, equilibrio de carga y la ecuación del puerto de entrada, para el modelo estático.

Fuente: [9]

ECUACIONES	CIRCUITO
Equilibrio $v \cdot s$ $0 = \langle v_L \rangle = V_g D - \frac{V}{n} D'$	
Equilibrio de carga $0 = \langle i_c \rangle = -\frac{V}{R} + \frac{D'I}{n}$	
Ecuación del puerto de entrada $\langle i_g \rangle = ID$	

Integrando los circuitos mediante la construcción de transformadores ideales a partir de las fuentes dependientes se obtiene el circuito mostrado en la Figura 9.

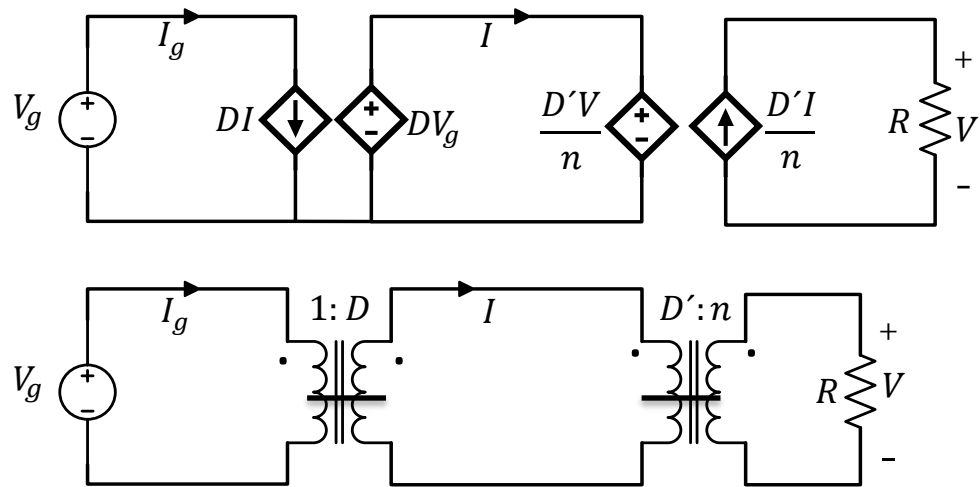


Figura 9 Circuito equivalente DC del convertidor *Flyback* a) En términos de fuentes dependientes b) En términos de transformadores ideales.

Fuente: [9]

La solución del circuito equivalente mediante técnicas de análisis de circuitos lineales convencionales constituye otra forma de encontrar las ecuaciones que describen las variables en estado estable del convertidor.

5.1.3 Formas de onda de señales asociadas al convertidor *Flyback*

Para completar el análisis del convertidor en estado estable, a continuación, se analizarán las formas de onda en varios de sus componentes. Para obtener dichas expresiones se realiza un procedimiento similar al mostrado en las ecuaciones (1) sólo que involucrando las variables de interés. En la Tabla 4 se muestran las pendientes de cada una de las variables de interés en cada periodo de conmutación más su representación gráfica.

Tabla 4 Formas de onda en los componentes del convertidor *Flyback*

Fuente: [6]

VARIABLE	PENDIENTES	GRAFICA
Corriente en el inductor	$i(t) = \begin{cases} \frac{V_g}{L}, & 0 < t < DT \\ -\frac{V}{Ln}, & DT < t < (1-D)T \end{cases}$	
Corriente en fuente	$i_g(t) = \begin{cases} \frac{V_g}{L}, & 0 < t < DT \\ 0, & DT < t < (1-D)T \end{cases}$	
Corriente en el diodo	$i_D(t) = \begin{cases} 0, & 0 < t < DT \\ \frac{1}{n}i, & DT < t < (1-D)T \end{cases}$	
Corriente en el condensador	$i_c(t) = \begin{cases} -\frac{V}{R}, & 0 < t < DT \\ \frac{1}{n}i - \frac{V}{R}, & DT < t < (1-D)T \end{cases}$	
Voltaje en el primario	$v_1(t) = \begin{cases} V_g, & 0 < t < DT \\ -V\frac{1}{n}, & DT < t < (1-D)T \end{cases}$	

Otros parámetros de interés para el convertidor *Flyback*

Además de los valores del voltaje y la corriente en estado estable existen otros parámetros de interés para un convertidor *Flyback*. En esta sección se explicarán cada uno de ellos.

- **Rizado de corriente:** Esta expresión se deduce de la pendiente de la gráfica de la corriente en el inductor, tal como se muestra en la Figura 10 y está dado por la ecuación (10).

$$\Delta i = \frac{V_g DT}{2L} \quad (10)$$

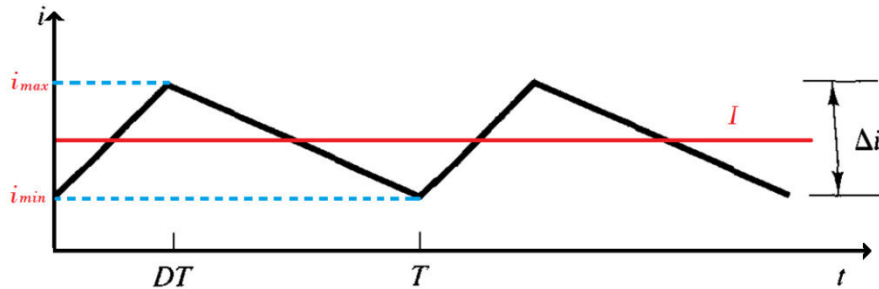


Figura 10 Rizado de corriente en el inductor
Fuente: [6]

- **Valor máximo y mínimo de la corriente** El máximo se determina considerando el valor medio de la corriente más el valor del rizado de esta. De la misma manera el mínimo se obtiene considerando el valor medio de la corriente menos el valor del rizado de esta.

$$i_{max} = \frac{V_g D}{(1-D)^2 R} n^2 + \frac{V_g DT}{2L} \quad (11)$$

$$i_{min} = \frac{V_g D}{(1-D)^2 R} n^2 - \frac{V_g DT}{2L} \quad (12)$$

- **Límite entre modo de conducción continua y discontinua:** Para determinar esta expresión se tiene en cuenta que el límite inferior de la corriente debe ser mayor que cero para que el convertidor se mantenga en CCM. Así, el valor mínimo que debe tener la inductancia de magnetización L para una carga R específica se muestra en (13).

$$L_{min} \geq \frac{(1-D)^2 R}{2f} \left(\frac{1}{n}\right)^2 \quad (13)$$

- **Rizado del voltaje de salida:** Se calcula a partir de la forma de onda de la corriente en el condensador que se muestra en la Tabla 4 y este dado por:

$$\Delta V = \frac{VD}{RCf} \quad (14)$$

5.2 MODELO DINÁMICO DEL CONVERTIDOR

Para determinar el modelo dinámico de gran señal y de pequeña señal del convertidor *Flyback* se procede de forma similar al modelo estático.

Como primer paso se vuelven a tener en cuenta los estados de conmutación del convertidor mostrados en la Figura 6 [4].

Posición I	Posición II
<p>Malla</p> <ul style="list-style-type: none"> • $-v_g(t) + v_L(t) = 0$ $v_L(t) = v_g(t)$ <p>Nodo</p> <ul style="list-style-type: none"> • $i_C(t) + i_R(t) = 0$ $i_C(t) = -\frac{v(t)}{R}$ <p>Nodo</p> <ul style="list-style-type: none"> • $i_g(t) + i(t) = 0$ $i_g(t) = i(t)$	<p>Malla</p> <ul style="list-style-type: none"> • $v_L(t) + v_{primario}(t) = 0$ $v_L(t) = -\frac{v(t)}{n}$ <p>Nodo</p> <ul style="list-style-type: none"> • $-i_{sec}(t) + i_C(t) + i_R(t) = 0$ $i_C(t) = \frac{i(t)}{n} - \frac{v(t)}{R}$ <p>Nodo</p> <ul style="list-style-type: none"> • $i_g(t) = 0$

(15)

Nuevamente se considera que el convertidor está en modo de operación continuo CCM y además que las señales variantes en el tiempo tienen un rizado bastante menor que su valor medio, se pueden aproximar estas a sus valores medios en cada periodo de conmutación; lo anterior se conoce como aproximación de pequeño rizado y a partir de eso se tiene que:

$$\begin{aligned}
 v_g(t) &= \langle v_g(t) \rangle_T \\
 i(t) &= \langle i(t) \rangle_T \\
 v(t) &= \langle v(t) \rangle_T
 \end{aligned}
 \tag{ 16 }$$

Remplazando en (16) en (15) Figura 5 , se obtienen las expresiones en (17):

Posición I	Posición II
$v_L(t) \approx \langle v_g(t) \rangle_T$	$v_L(t) \approx -\frac{\langle v(t) \rangle_T}{n}$
$i_C(t) \approx -\frac{\langle v(t) \rangle_T}{R}$	$i_C(t) \approx \frac{\langle i(t) \rangle_T}{n} - \frac{\langle v(t) \rangle_T}{R}$
$i_g(t) \approx \langle i(t) \rangle_T$	$i_g(t) \approx 0$

(17)

5.2.1 Modelo Conmutado

Un modelo conmutado representa la dinámica del sistema ante una entrada conmutada. La salida de este modelo es también de la misma naturaleza. A continuación, se determinará un modelo conmutado para el convertidor *Flyback*.

En primera instancia se debe tener en cuenta la definición del voltaje en el inductor $v_L(t)$ y la corriente en el condensador $i_C(t)$:

$$\begin{aligned} L \frac{d\langle i(t) \rangle_T}{dt} &= \langle v_L(t) \rangle_T \\ C \frac{d\langle v(t) \rangle_T}{dt} &= \langle i_C(t) \rangle_T \end{aligned} \quad (18)$$

Ahora, si se asume que a la posición I del interruptor Q_1 se le asigna un estado $u = 1$ (cuando está cerrado) y que a la posición II se le asigna un estado $u = 0$ (cuando está abierto), entonces la dinámica del sistema estará descrita por las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} u = 1: & \begin{cases} L \frac{di}{dt} = \langle v_g(t) \rangle_T \\ C \frac{dv}{dt} = -\frac{\langle v(t) \rangle_T}{R} \end{cases} \\ u = 0: & \begin{cases} L \frac{di}{dt} = -\frac{\langle v(t) \rangle_T}{n} \\ C \frac{dv}{dt} = \frac{\langle i(t) \rangle_T}{n} - \frac{\langle v(t) \rangle_T}{R} \end{cases} \end{aligned} \quad (19)$$

Construyendo una única ecuación a partir de (19) se obtiene el *modelo conmutado del convertidor DC-DC tipo Flyback*.

$$\begin{cases} Li = -(1-u) \cdot \frac{\langle v(t) \rangle_T}{n} + u \cdot \langle v_g(t) \rangle_T \\ C\dot{v} = (1-u) \cdot \frac{i_L}{n} - \frac{\langle v(t) \rangle_T}{R} \end{cases} \quad (20)$$

5.2.2 Modelo promediado

Un modelo promediado en lugar de usar una entrada conmutada usa el promedio de esta en un periodo de conmutación como señal de entrada, a consecuencia de esto la señal de

salida del sistema también será un tipo de promedio de las señales de salida en cada periodo de conmutación.

El uso del modelo promediado se ve justificado en el hecho de que en un convertidor bien diseñado que opera en CCM, sólo se deben modelar las variaciones AC de las formas de onda del convertidor. Por ejemplo, suponga que se introduce alguna variación de AC en el ciclo útil del convertidor $d(t)$, tal que:

$$d(t) = D + D_m \cos(\omega_m t)$$

Donde:

- D valor promedio del ciclo util
- D_m amplitud de la pequeña variación tal que $|D_m| \ll D$
- ω_m frecuencia de modulación es mucho menos que la frecuencia de conmutación ($\omega_s = 2\pi f_s$)

La forma de onda que controla la puerta del transistor y el voltaje de salida típico se muestra en Figura 11.

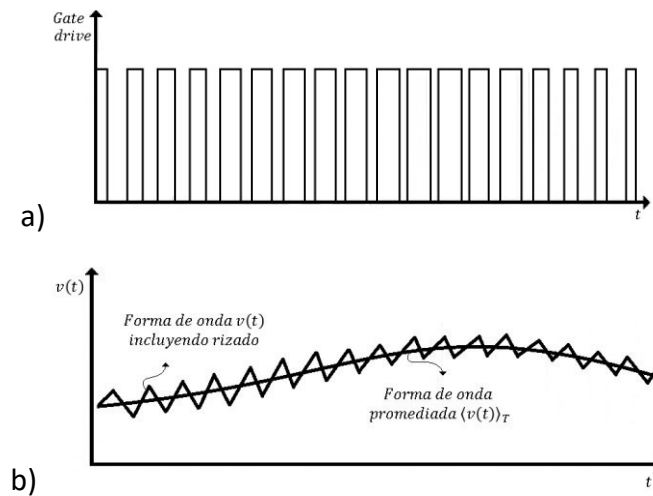


Figura 11 Variaciones AC en las señales del convertidor: a) Señal de disparo de la puerta del transistor con pequeñas variaciones en el ciclo de trabajo b) Voltaje de salida típico de un convertidor, incluye la respuesta con rizado y la respuesta promediada.

Fuente: [10]

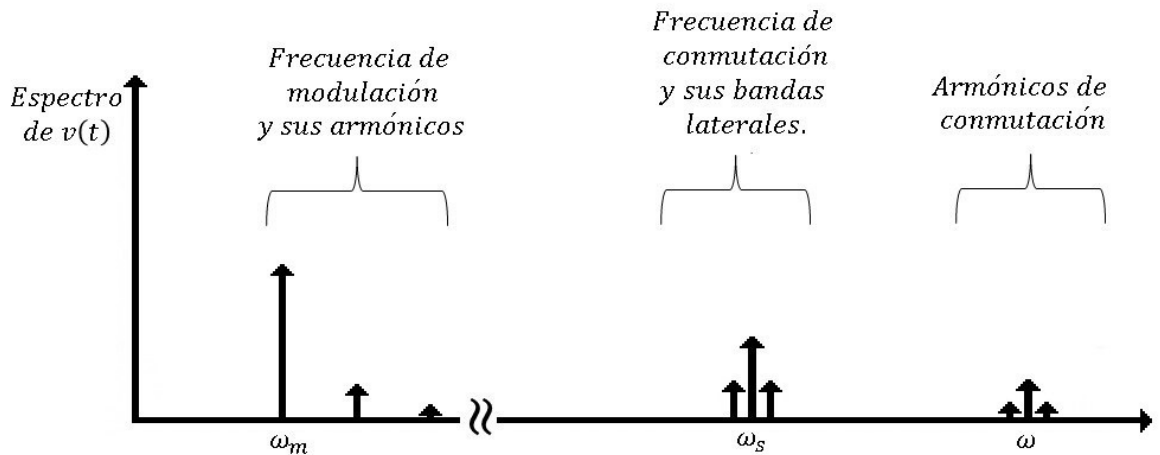


Figura 12 Forma de onda del espectro del voltaje de salida $v(t)$
Fuente: [10]

El espectro de $v(t)$ mostrado en la Figura 12 contiene:

- Componentes en la frecuencia de conmutación ω_s , sus armónicos y bandas laterales: Estos componentes son pequeños en magnitud si el rizado de conmutación es pequeño.
- Componente de baja frecuencia en la frecuencia de modulación ω_m : La magnitud y la fase de este componente dependen no sólo de la variación del ciclo de trabajo, sino también de la respuesta en frecuencia del convertidor.

Si se ignora el rizado de conmutación, entonces permanecerá la componente de baja frecuencia. El objetivo en el modelado de AC es predecir este componente de baja frecuencia. Para ignorar el rizado de conmutación basta con promediar durante un periodo de conmutación las formas de onda de la corriente del inductor y del voltaje del condensador.

Para obtener el modelo promediado del convertidor tipo *Flyback* se parte de las ecuaciones (17) con las cuales se pueden construir las gráficas de las funciones definida a trozo del voltaje en el inductor $v_L(t)$, la corriente en el condensador $i_C(t)$ y la corriente entregada por la fuente $i_g(t)$ usando la función del ciclo útil $d(t)$ como parámetro para dividir el periodo de la señal. En la Figura 13 se muestra la gráfica de estas variables.

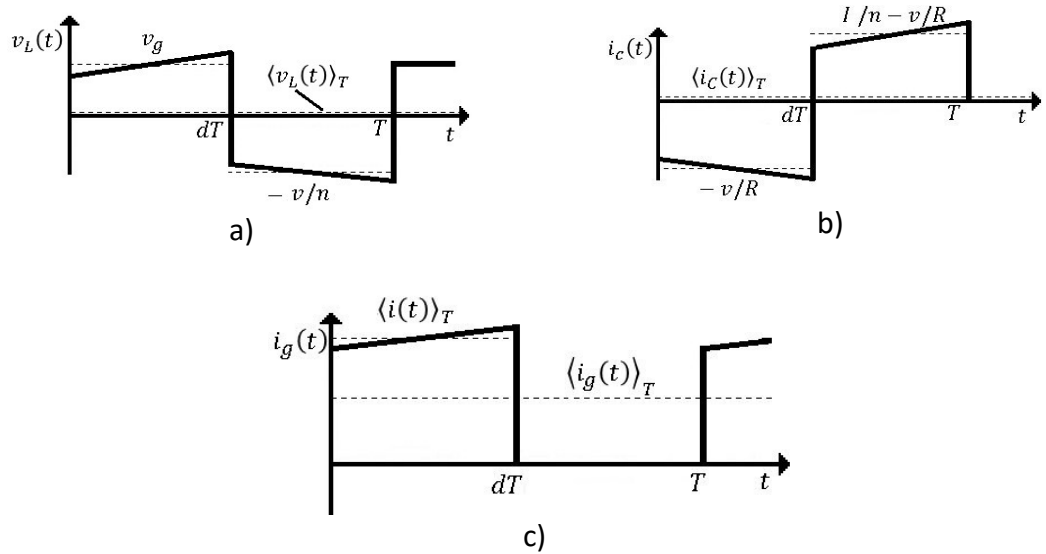


Figura 13 a) Equilibrio de voltaje segundo en el inductor, b) Equilibrio de carga en el condensador, c) Corriente en el puerto de entrada.
Fuente: [9]

De la Figura (13) se tiene que $\langle v_L(t) \rangle_T$ y $\langle i_C(t) \rangle_T$ se usaran para denotar el promedio en un periodo de conmutación del voltaje en el inductor y la corriente en el condensador respectivamente.

Luego de aplicar el equilibrio voltaje-segundos en el inductor y el equilibrio de carga en el condensador se tiene que:

$$\begin{aligned} \langle v_L(t) \rangle_T &= \frac{1}{T} \int_t^{t+T} v_L(t) dt \\ &= \frac{1}{T} \text{Area total} \\ &\approx \frac{1}{T} \left(d(t) \langle v_g(t) \rangle_T + d'(t) \left(-\frac{\langle v(t) \rangle_T}{n} \right) \right) \end{aligned}$$

$$L \frac{d\langle i_L(t) \rangle_T}{dt} = d(t) \langle v_g(t) \rangle_T - d'(t) \frac{\langle v(t) \rangle_T}{n} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \langle i_C(t) \rangle_T &= \frac{1}{T} \int_t^{t+T} i_c(t) dt \\ &= \frac{1}{T} \text{Area total} \\ &= \frac{1}{T} \left(d(t) \left(-\frac{\langle v(t) \rangle_T}{R} \right) + d'(t) \left(\frac{\langle i(t) \rangle_T}{n} - \frac{\langle v(t) \rangle_T}{R} \right) \right) \end{aligned}$$

$$C \frac{d\langle v_C(t) \rangle_T}{dt} \approx -d(t) \frac{\langle v(t) \rangle_T}{R} + (1-d(t)) \frac{\langle i(t) \rangle_T}{n} - (1-d(t)) \frac{\langle v(t) \rangle_T}{R} \quad (22)$$

$$C \frac{d\langle v_C(t) \rangle_T}{dt} \approx d'(t) \frac{\langle i(t) \rangle_T}{n} - \frac{\langle v(t) \rangle_T}{R}$$

$$\langle i_g(t) \rangle_T = d(t) \langle i(t) \rangle_T + d'(t)(0)$$

$$\langle i_g(t) \rangle_T = d(t) \langle i(t) \rangle_T$$

Las ecuaciones (21) y (22) son un conjunto de ecuaciones diferenciales que resultan no lineales siendo $d(t)$ y $v_g(t)$, las entradas y $i_L(t)$ y $v_C(t)$ las variables de entrada

$$L \frac{d\langle i_L(t) \rangle_T}{dt} = d(t) \langle v_g(t) \rangle_T - d'(t) \frac{\langle v(t) \rangle_T}{n}$$

$$C \frac{d\langle v_C(t) \rangle_T}{dt} = d'(t) \frac{\langle i(t) \rangle_T}{n} - \frac{\langle v(t) \rangle_T}{R} \quad (23)$$

Las ecuaciones en (23) son considerada como el *modelo de gran señal del convertidor DC-DC tipo Flyback* o *modelo promedio del convertidor DC-DC tipo Flyback*.

5.2.3 Error de promediado

El error de promediado se define como la diferencia entre dos señales de tiempo, la salida del modelo promediado y la media de la salida del modelo conmutado.

El error de promediado puede ser monitoreado mediante simulación numérica a través del uso la herramienta de software MATLAB®-Simulink®. En la Figura 14 se muestra el esquema de simulación de los dos modelos

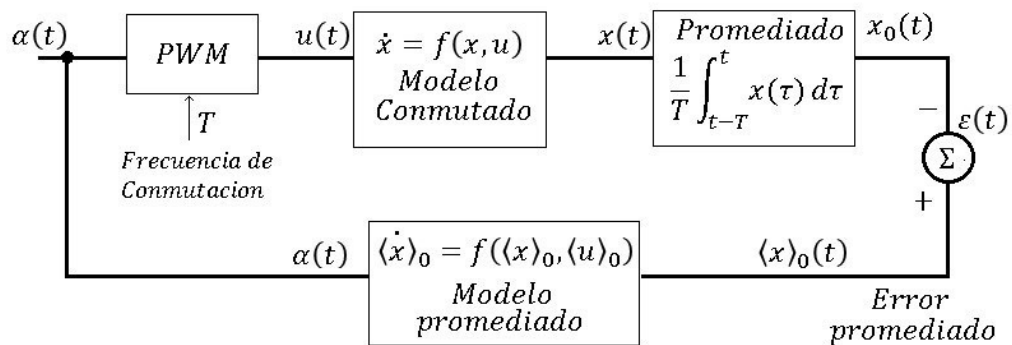


Figura 14 Modelo promediado vs Modelo conmutado. Fuente [10]

5.2.4 Modelo de pequeña señal

Dado que el modelo del convertidor *Flyback* es no lineal, para algunas aplicaciones se requiere un modelo linealizado y perturbado por lo que a continuación se determinará el modelo de pequeña señal [11].

El primer paso es suponer que la tensión de entrada del convertidor $v_g(t)$ y el ciclo útil $d(t)$ se pueden expresar como valores estáticos más variaciones pequeñas de AC. De igual manera, las formas de onda en el convertidor también pueden expresarse en función de las pequeñas variaciones como respuesta a esas entradas. En lo siguiente se denotará $\langle v_g(t) \rangle_T$ al promedio, en un periodo de conmutación, del voltaje de entrada, que será igual a la suma de su valor en estado estable V_g más su pequeña variación $\hat{v}_g(t)$. Considerando la misma notación para las demás variables se tiene que:

Entradas	Variables de interés en el sistema	(24)
$\langle v_g(t) \rangle_T = V_g + \hat{v}_g(t)$ $d(t) = D + \hat{d}(t)$	$\langle i(t) \rangle_T = I + \hat{i}(t)$ $\langle v(t) \rangle_T = V + \hat{v}(t)$ $\langle i_g(t) \rangle_T = I_g + \hat{i}_g(t)$	

Por otra parte, se sabe que

$$d'(t) = D' - \hat{d}(t) \quad (25)$$

Remplazando (24) y (25) en las componentes del modelo conmutado se llega a lo indicado en la Tabla 5, la Tabla 6 y Tabla 7 respectivamente.

Tabla 5 Ecuación diferencial para el Inductor. Fuente: [9]

$L \frac{d\langle i_L(t) \rangle_T}{dt} = d(t)\langle v_g(t) \rangle_T - d'(t) \frac{\langle v(t) \rangle_T}{n}$
$L \frac{d(I + \hat{i}(t))}{dt} = (D + \hat{d}(t))(V_g + \hat{v}_g(t)) - (D' - \hat{d}(t)) \frac{(V + \hat{v}(t))}{n}$
$L \left(\frac{dI}{dt} + \frac{d\hat{i}(t)}{dt} \right) \approx \left(DV_g - D' \frac{V}{n} \right) + \left(D\hat{v}_g(t) - \frac{D'}{n} \hat{v}(t) + \left(V_g + \frac{V}{n} \right) \hat{d}(t) \right) + \left(\hat{d}(t)\hat{v}_g(t) + \hat{d}(t) \frac{\hat{v}(t)}{n} \right) \quad (26)$
$\approx (\text{Termino DC}) + \left(\begin{matrix} \text{Termino de primer orden} \\ \text{(lineal)} \end{matrix} \right) + \left(\begin{matrix} \text{Termino de segundo orden} \\ \text{(no lineal)} \end{matrix} \right)$

Términos DC $0 = DV_g - D' \frac{V}{n}$	Lo mismo que se obtuvo en el equilibrio de Voltaje en el inductor
Término AC de primer orden- Lineal $L \frac{d\hat{i}(t)}{dt} = D\hat{v}_g(t) - \frac{D'}{n}\hat{v}(t) + \left(V_g + \frac{V}{n}\right)\hat{d}(t)$	Ecuación linealizada de pequeña señal que describe las pequeñas variaciones en la corriente del inductor.
Término AC de segundo orden –No lineal $0 = \hat{d}(t)\hat{v}_g(t) + \hat{d}(t)\frac{\hat{v}(t)}{n}$	

Tabla 6 Ecuación diferencial para el condensador. Fuente: [9]

$C \frac{d\langle v_c(t) \rangle_T}{dt} \approx d'(t) \frac{\langle i(t) \rangle_T}{n} - \frac{\langle v(t) \rangle_T}{R}$ $C \frac{d(V + \hat{v}(t))}{dt} \approx (D' - \hat{d}(t)) \frac{(I + \hat{i}(t))}{n} - \frac{(V + \hat{v}(t))}{R}$ $C \left(\frac{dV}{dt} + \frac{d\hat{v}(t)}{dt} \right) = \left(D' \frac{I}{n} - \frac{V}{R} \right) + \left(D' \frac{\hat{i}(t)}{n} - \frac{\hat{v}(t)}{R} - \frac{I}{n} \hat{d}(t) \right) + \left(\hat{d}(t) \frac{\hat{i}(t)}{n} \right) \quad (27)$	
$\approx (\text{Termino DC}) + \left(\begin{matrix} \text{Termino de primer orden} \\ \text{(lineal)} \end{matrix} \right) + \left(\begin{matrix} \text{Termino de segundo orden} \\ \text{(no lineal)} \end{matrix} \right)$	
Términos DC $0 = D' \frac{I}{n} - \frac{V}{R}$	Lo mismo que se obtuvo en el equilibrio de carga en el condensador
Término AC de primer orden- Lineal $C \frac{d\hat{v}(t)}{dt} = D' \frac{\hat{i}(t)}{n} - \frac{\hat{v}(t)}{R} - \frac{I}{n} \hat{d}(t)$	Ecuación linealizada de pequeña señal que describe las pequeñas variaciones en el voltaje del condensador
Término AC de segundo orden –No lineal $0 = \hat{d}(t) \frac{\hat{i}(t)}{n}$	

Tabla 7 Ecuación para el puerto de entrada. Fuente: [9]

$\langle i_g(t) \rangle_T = d(t) \langle i(t) \rangle_T$ $(I_g + \hat{i}_g(t)) = (D + \hat{d}(t)) (I + \hat{i}(t))$ $I_g + \hat{i}_g(t) = (DI) + (D\hat{i}(t) + I\hat{d}(t)) + \hat{d}(t)\hat{i}(t) \quad (28)$	
$(\text{Termino DC}) + \left(\begin{matrix} \text{Termino de primer orden} \\ \text{(lineal)} \end{matrix} \right) \approx (\text{Termino DC}) + \left(\begin{matrix} \text{Termino de primer orden} \\ \text{(lineal)} \end{matrix} \right) + \left(\begin{matrix} \text{Termino de segundo orden} \\ \text{(no lineal)} \end{matrix} \right)$	

Términos DC $I_g = DI$	Lo mismo que se obtuvo en la ecuación del puerto de entrada
Término AC de primer orden- Lineal $\hat{i}_g(t) = D\hat{i}(t) + I\hat{d}(t)$	Ecuación linealizada de pequeña señal que describe las pequeñas variaciones en el voltaje del condensador
Término AC de segundo orden –No lineal $0 = \hat{d}(t)\hat{i}(t)$	

Comparando términos semejantes a ambos lados de las ecuaciones (26), (27) y (28) se pueden obtener lo siguiente:

- **Términos DC:** los valores DC son considerados como constantes por tanto la derivada a la izquierda de la expresión es cero. Las igualdades obtenidas son el modelo estático del sistema que se obtuvo anteriormente en la sección 5.1.2.
- **Términos de CA de primer orden:** Cada uno de estos términos contiene una única señal AC, multiplicada por un coeficiente constante. Estos términos son funciones lineales de las variaciones de CA.
- **Términos AC de segundo orden:** Estos términos contienen los productos de señales AC. Por lo tanto, son no lineales, dado que implican la multiplicación de señales que varían en el tiempo. Si se considera que las amplitudes de las señales son mucho mayores que la amplitud de sus pequeñas variaciones, entonces se puede asumir que los términos AC de segundo orden serán cero.

Agrupando las ecuaciones con sus semejantes se obtiene que:

$$\begin{aligned}
 0 &= DV_g - D' \frac{V}{n} \\
 0 &= D' \frac{I}{n} - \frac{V}{R} \\
 I_g &= DI
 \end{aligned}
 \qquad \text{Ecuaciones} \qquad (29) \\
 \qquad \qquad \qquad \text{estáticas}$$

$$\begin{aligned}
L \frac{d\hat{i}(t)}{dt} &= D\hat{v}_g(t) - \frac{D'}{n}\hat{v}(t) + \left(V_g + \frac{V}{n}\right)\hat{d}(t) \\
C \frac{d\hat{v}(t)}{dt} &= D' \frac{\hat{i}(t)}{n} - \frac{\hat{v}(t)}{R} - \frac{I}{n}\hat{d}(t) \\
\hat{i}_g(t) &= D\hat{i}(t) + I\hat{d}(t)
\end{aligned}
\tag{30}$$

Modelo de pequeña señal

$$\begin{bmatrix} \frac{d\hat{i}(t)}{dt} \\ \frac{d\hat{v}(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{D'}{nL} \\ \frac{D'}{nC} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}(t) \\ \hat{v}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L}\left(V_g + \frac{V}{n}\right) \\ -\frac{I}{nC} \\ \frac{D}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{d}(t) \\ \hat{v}_g(t) \end{bmatrix}
\tag{31}$$

Modelo de pequeña señal en notación matricial

La ecuación (31) es considerada como el *modelo de pequeña señal del convertidor DC-DC tipo Flyback*.

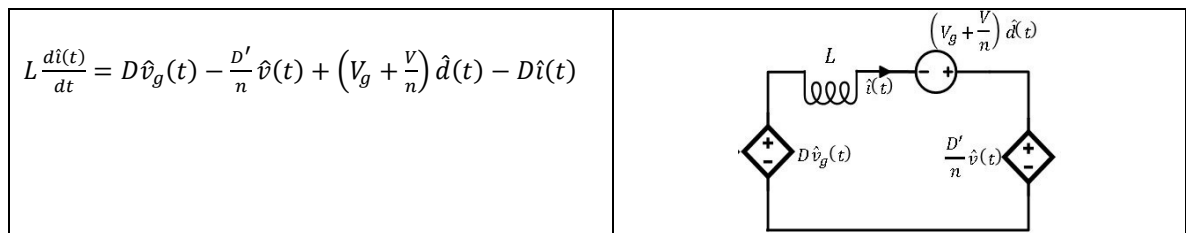
El modelo de pequeña señal al igual que el modelo de gran señal pueden ser usado para diseñar el controlador del convertidor electrónico de potencia, sin embargo, su uso depende de la estrategia de control a usar.

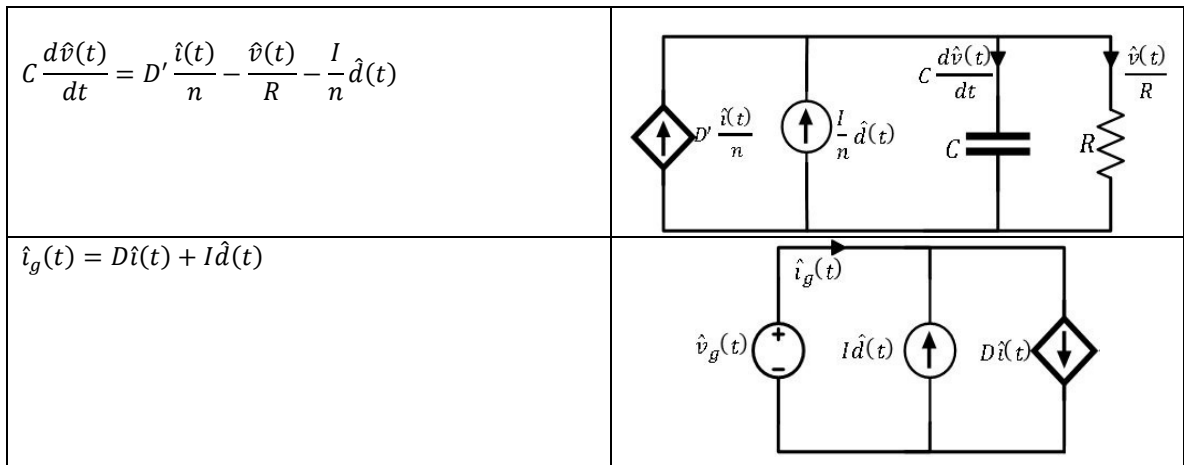
5.2.5 Circuito equivalente del modelo de pequeña señal

De la misma forma que el modelo en estado estable, el modelo equivalente de pequeña señal también puede ser representado por un circuito equivalente que describa su dinámica. En este caso aparecen en el circuito los condensadores e inductores para evidenciar su influencia en el estado transitorio.

Tabla 8 Circuitos equivalentes de los equilibrios de voltaje-segundo, equilibrio de carga y la ecuación del puerto de entrada para el modelo de pequeña señal.

Fuente: [9]





Integrando los circuitos mediante la construcción de transformadores ideales a partir de las fuentes dependientes se obtiene el circuito mostrado en la Figura 15.

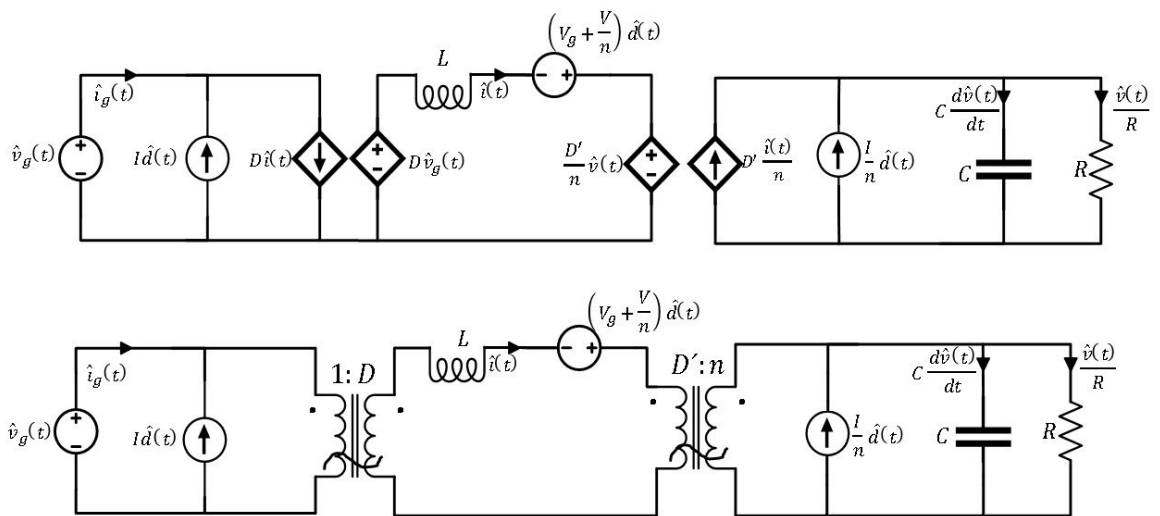


Figura 15 Circuito equivalente de pequeña señal del convertidor *Playback* a) En términos de fuentes dependientes b) En términos de transformadores ideales.

Fuente: [9]

5.3 EJEMPLO PRÁCTICO DE MODELADO

Considere el caso de diseño de un convertidor *Flyback* que cumple con los parámetros indicados en la Tabla 9.

Tabla 9 Parámetros del convertidor a diseñar.

Fuente: [12]

Fuente de voltaje V_g	24 V
Voltaje del bus de DC de baja tensión V	5 V
Potencia P	5 W
Corriente en el bus DC	1 A
Frecuencia de conmutación	40 KHz
Rizado en el voltaje del bus DC de baja tensión ΔV	1% <i>pico a pico</i>
Rizado en la corriente del inductor	$\pm 10\%$
Modo de conducción	<i>Continua</i>

Asumiendo una relación de transformación de $n = 1/3$ se puede calcular el valor del ciclo útil a partir de (8).

$$D = \frac{V}{(V + V_g n)} = 0,38$$

El condensador que garantiza el rizado de voltaje deseado se puede determinar a partir de (14).

$$C = \frac{VD}{Rf\Delta V} = 192,3 \mu F$$

La inductancia que garantiza el rizado de corriente deseado se puede determinar a partir de (10).

$$L = \frac{V_g DT}{2\Delta i} = 2,13 \text{ mH}$$

Para comprobar que el convertidor diseñado opera en modo de conducción continua, la inductancia de magnetización L debe ser mayor que el valor mínimo calculado como se indica en (13).

$$L_{min} \geq 213 \mu H$$

El valor anterior indica que el convertidor operará en modo de conducción continua, dado que la inductancia de magnetización elegida supera el valor mínimo.

Si se asume una carga resistiva el valor de esta será de:

$$R = \frac{V^2}{P} = 5 \Omega$$

Implementado el esquema de simulación mostrado en la Figura 16 se obtiene como resultado la forma de onda del voltaje y la corriente en el convertidor que se muestra en la Figura 17.

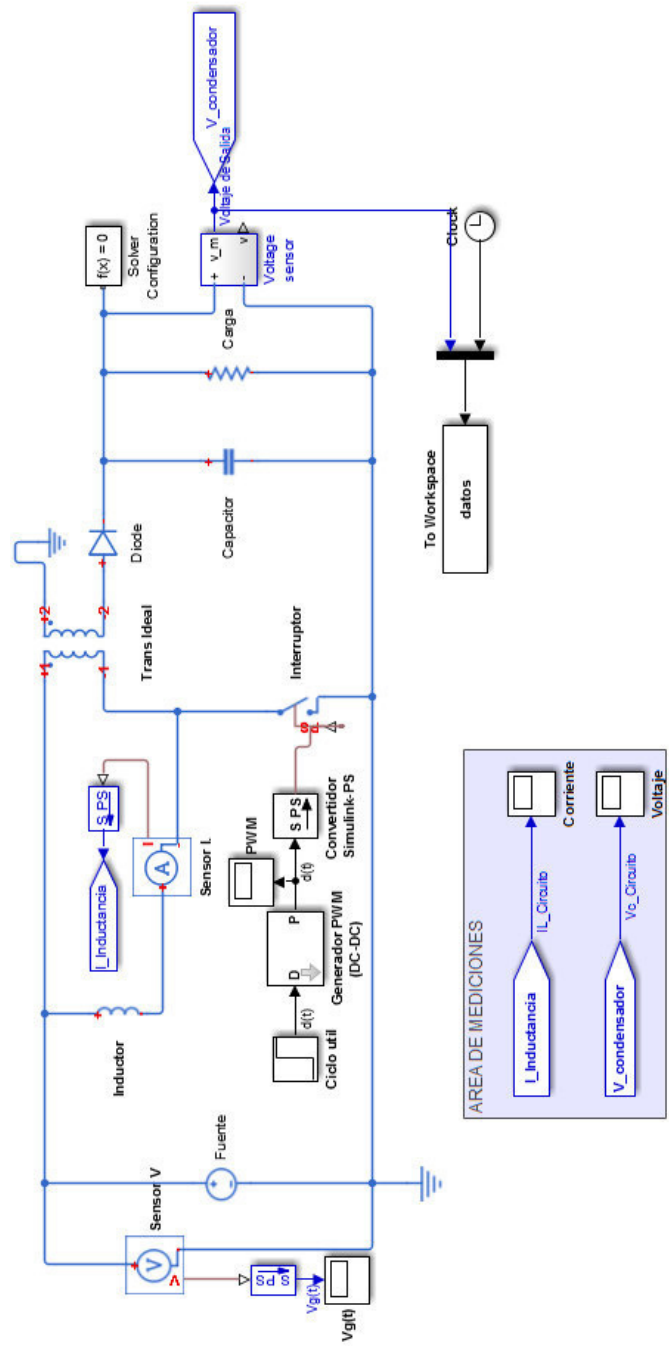
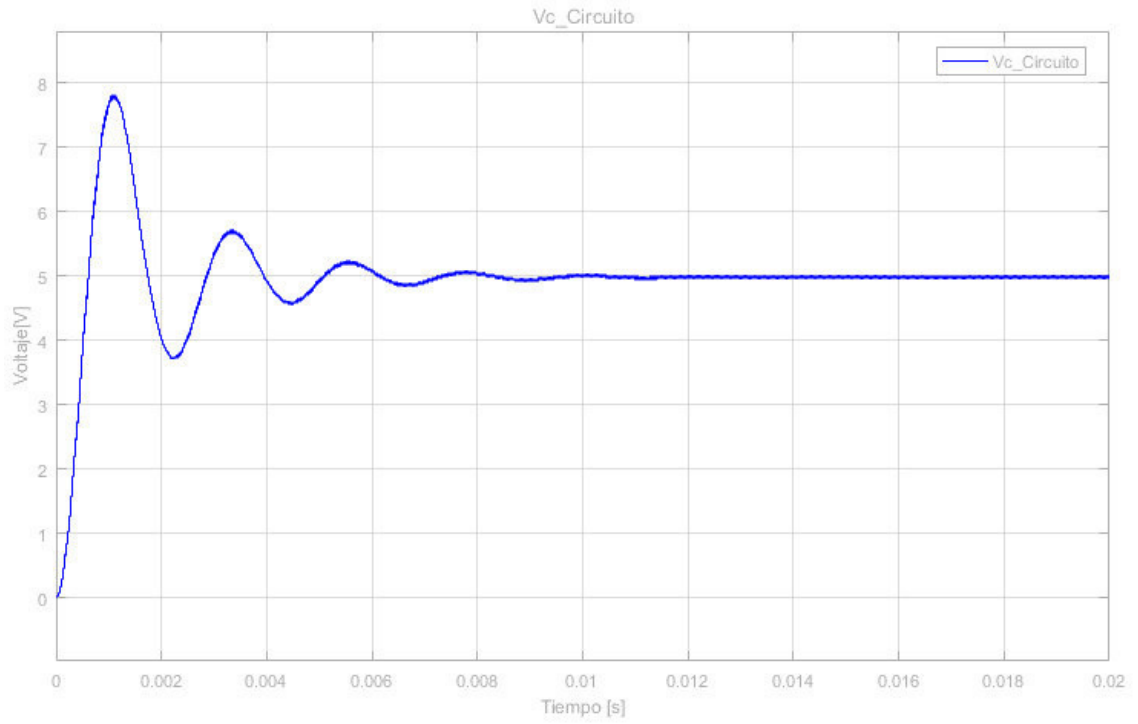
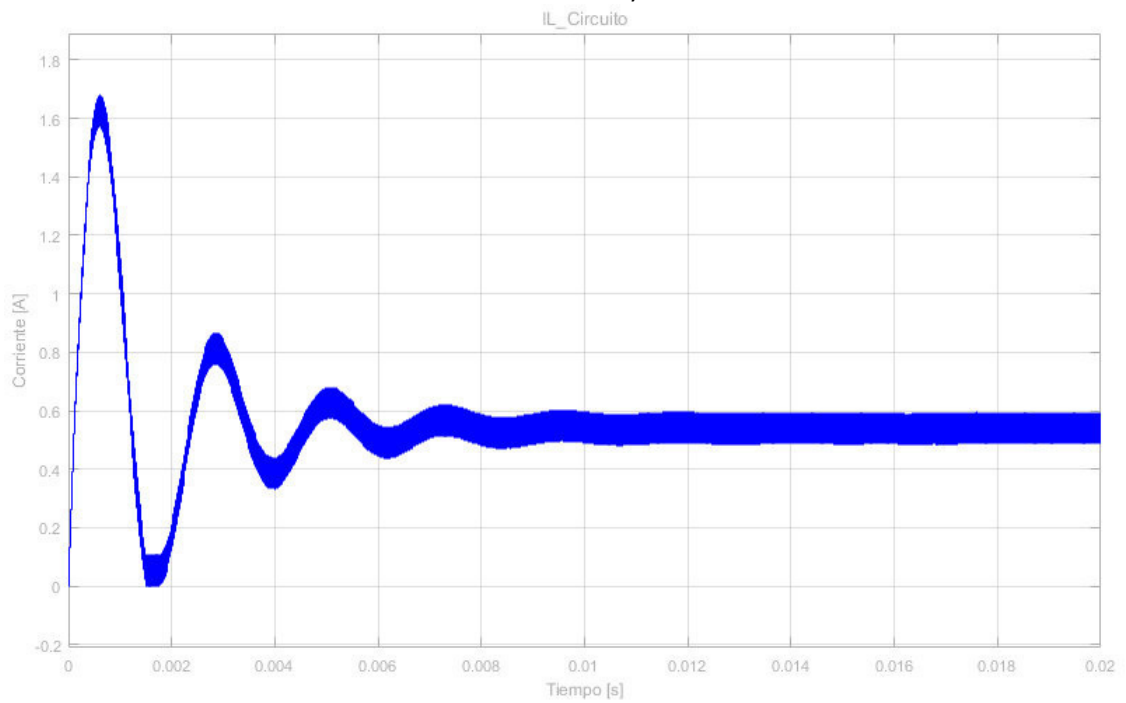


Figura 16 Diagrama de simulación convertidor *Playback*.
Fuente: El autor



a)



b)

Figura 17 a) Voltaje de salida en el convertidor b) Corriente en el inductor.
Fuente: El autor

5.3.1 Análisis en estado estable

Como se describió en la sección 5.1.3, las formas de ondas en los componentes del convertidor en estado estable tienen la forma indicada en la Figura 18

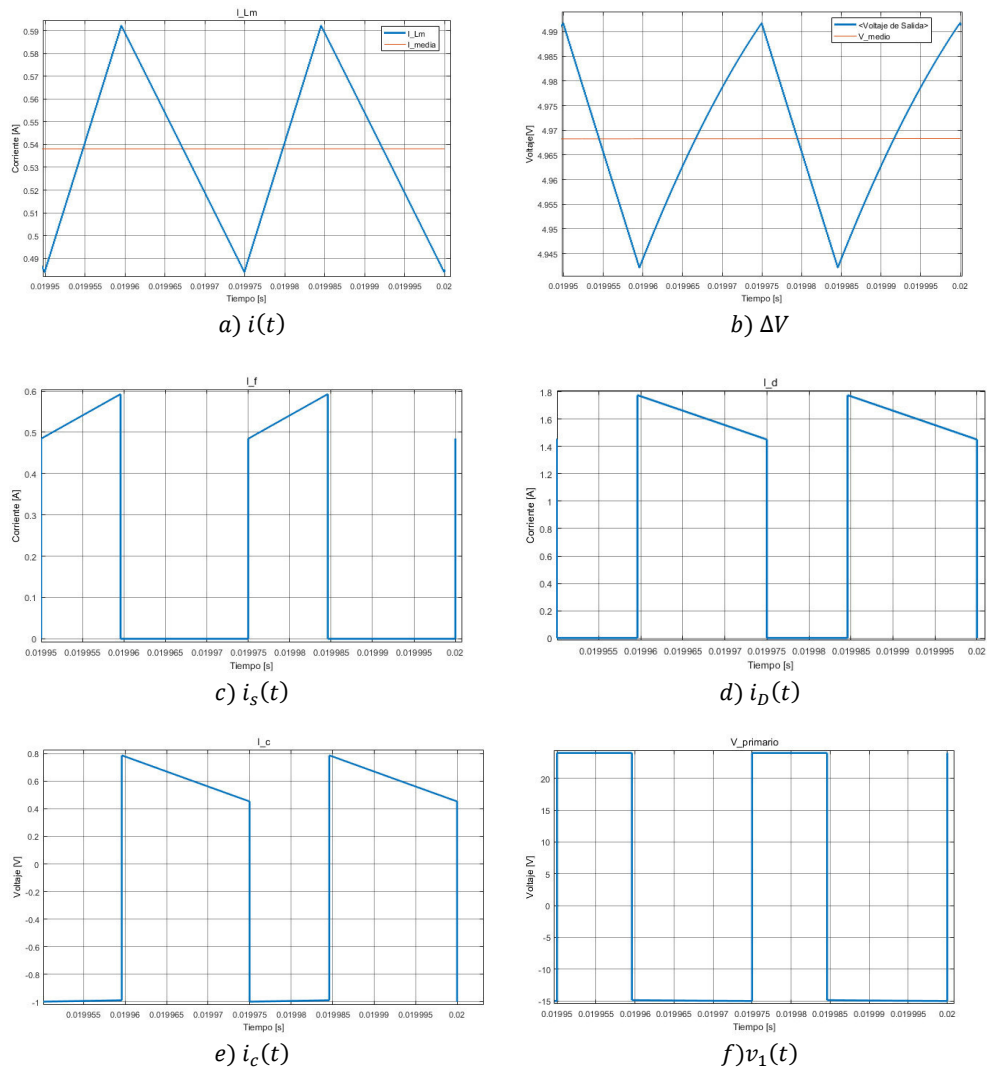


Figura 18 Formas de onda en los componentes del convertidor a) Corriente en el inductor b) Voltaje en el condensador c) Corriente en la fuente Vg d) Corriente en el diodo $D1$ e) Corriente en el condensador C f) Voltaje en el primario.

Fuente: El autor

Los valores teóricos del voltaje y la corriente media en el convertidor son $5V$ y $0.527 A$ respectivamente. Por su parte, los resultados de simulación arrojaron un valor medio de voltaje de $4,9 V$ y de corriente de $0,530 A$. Se asume que estas diferencias obedecen a que

en el modelo del convertidor no se tienen en cuenta las resistencias internas de los interruptores de potencia, los cuales introducen pérdidas en el sistema.

Por su parte, el rizado de corriente y de voltaje obtenidos en simulación fueron de 20,7% y 1% respectivamente, lo que cumple con los parámetros de diseño.

5.3.2 Análisis en estado transitorio

Para realizar el análisis en estado transitorio se tendrán en cuenta el modelo conmutado estudiado en 5.2.1 y el modelo promediado estudiado en 5.2.2. En la Figura 19 se muestra el esquema de simulación implementado y en la Figura 20 las variables de salida obtenidas.

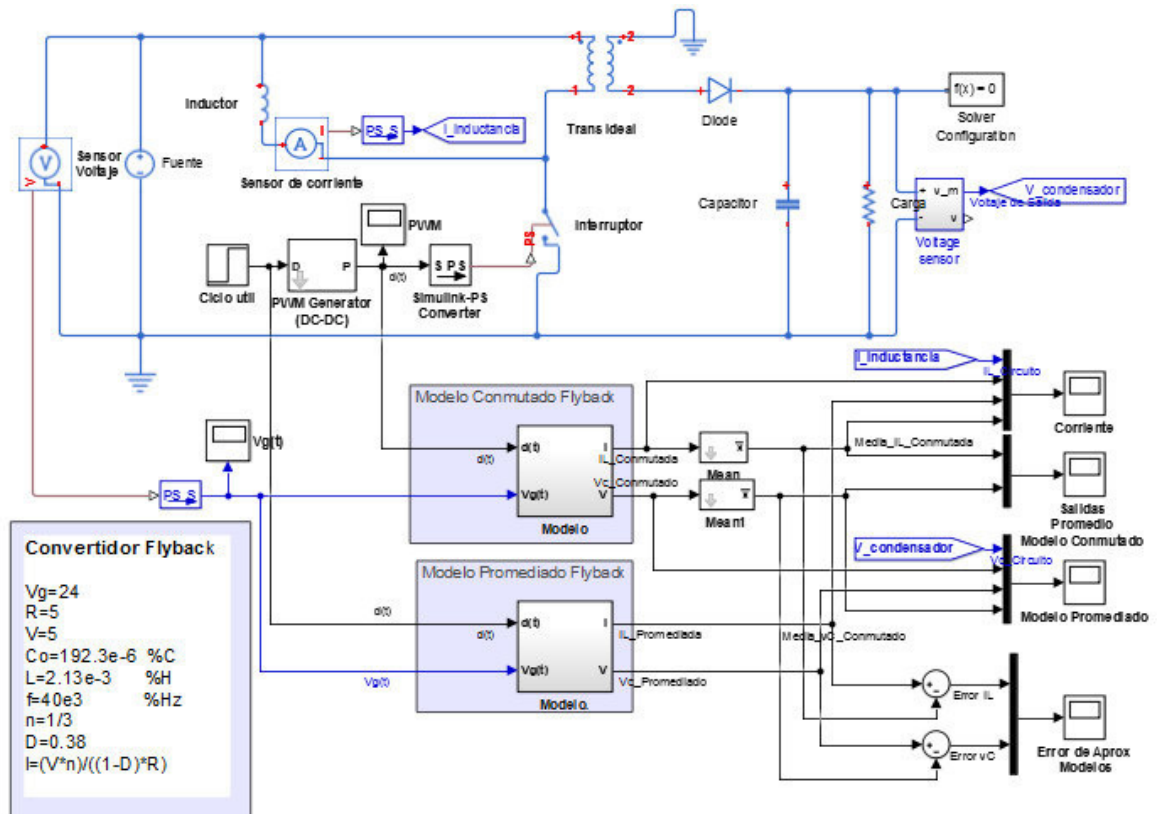
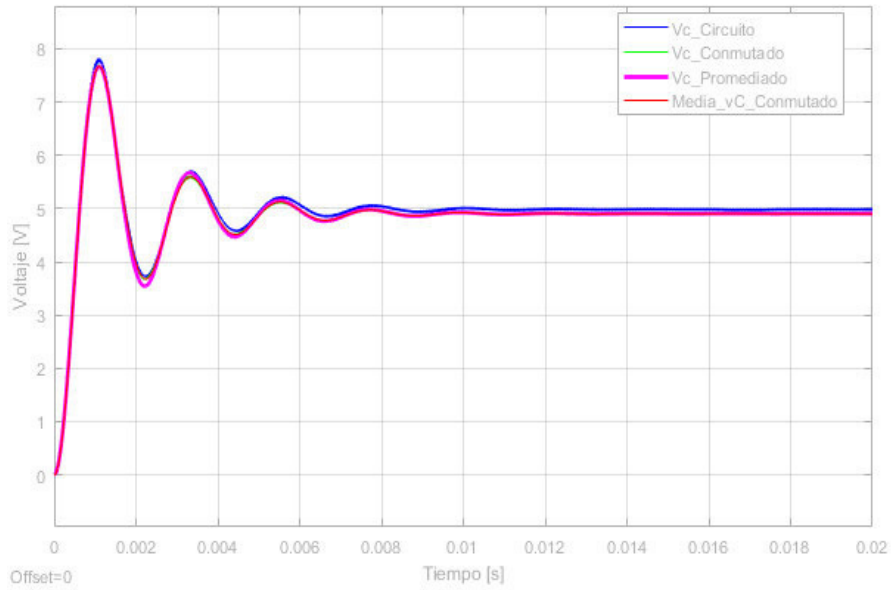
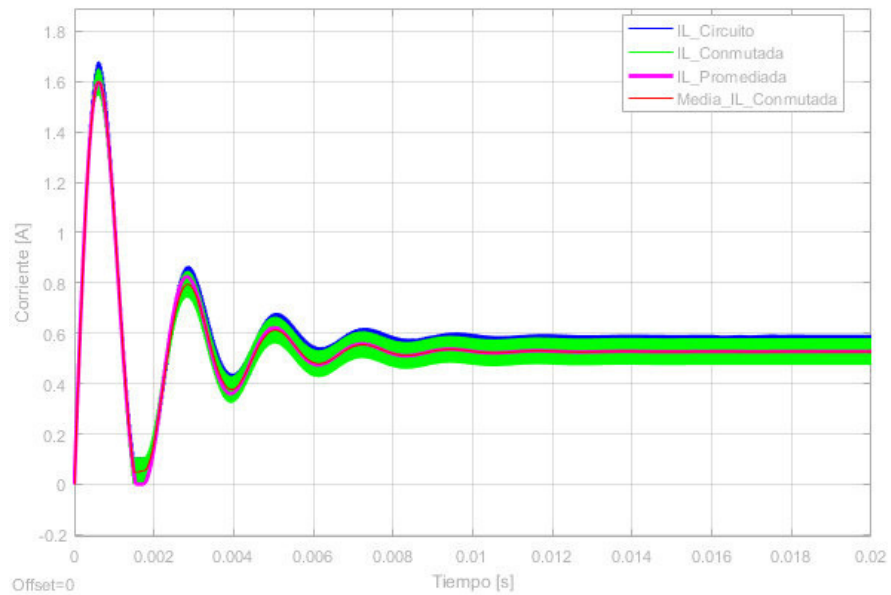


Figura 19 Esquema de simulación del convertidor *playback* y sus modelos conmutado y promediado.
Fuente: El autor



a)



b)

Figura 20 a) Voltaje de salida en el convertidor b) Corriente en el inductor.
Fuente: El autor

Observando detalladamente el transitorio de la señal de corriente mostrado en Figura 20 a), se puede observar que el modelo promediado se aleja de circuito real cuando la corriente en el convertidor funciona en modo discontinuo. Esto muestra claramente que los modelos estudiados son válidos cuando el circuito está operando en modo de conducción continua. Para garantizar que el convertidor opere en modo de conducción continua, incluso en el transitorio, se puede aumentar ligeramente el valor de la inductancia. Por ejemplo, una

inductancia de $2.7mH$ mejora la aproximación entre los modelos y el circuito dado que en ningún instante el circuito opera en modo de conducción discontinua. Este cambio se ilustra en la Figura 21

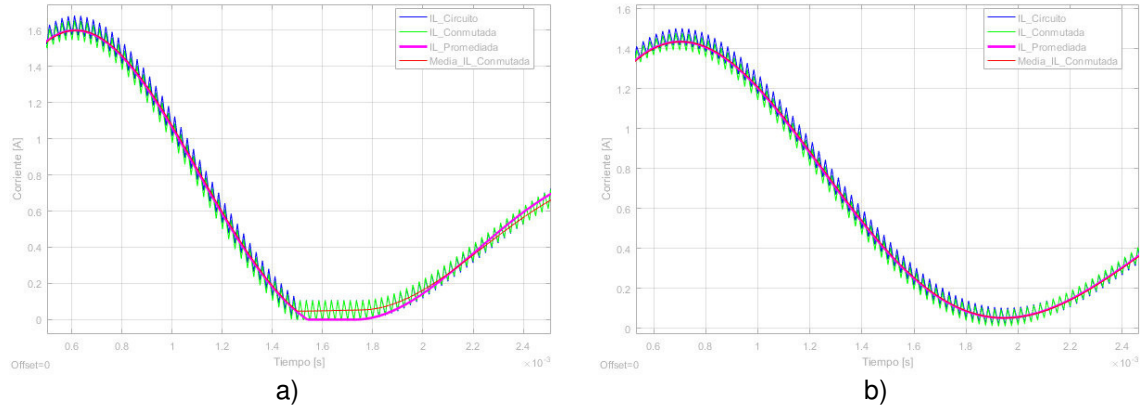


Figura 21 Transitorio de la corriente en el Inductor. a) $L = 2,13 \text{ mH}$ b) $L = 2,7 \text{ mH}$
Fuente: El autor

El error de modelado existente entre el modelo conmutado y modelo promediado del convertidor se muestra en la Figura 22 y es cercano a cero en especial en el estacionario.

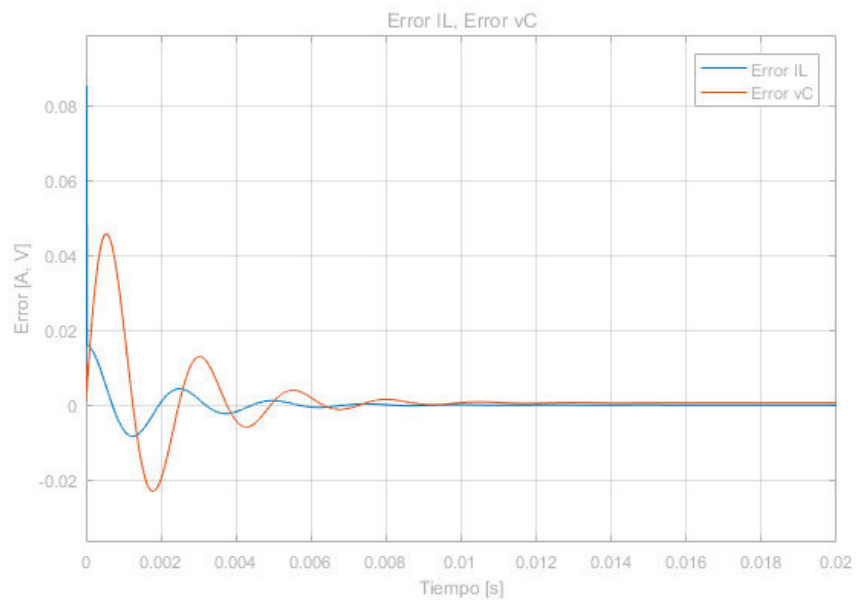


Figura 22 Error de promediado.
Fuente: El autor

Finalmente, considerando la Figura 20 se puede asegurar que el modelo conmutado deja ver de manera muy cercana las características de conmutación del circuito, sin embargo, el bajo error obtenido respecto al modelo promediado hace válido el uso de este último para el diseño de control, lo cual resulta conveniente debido a la simplicidad de sus ecuaciones.

6. CONTROL BASADO EN ENERGÍA DE CONVERTIDORES ELECTRÓNICOS DE POTENCIA

Las estrategias de control basadas en energía son aquellas donde se aprovecha el hecho de que los convertidores electrónicos de potencia alcancen su estado estacionario controlando la velocidad de disipación de energía. Por lo anterior el concepto de la energía en los convertidores se vuelve fundamental para el diseño de control.

Considerando un sistema Σ cuya representación en el espacio de estados está dada por (32)

$$\Sigma: \begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = g(x, u) \end{cases} \quad (32)$$

Donde su vector de estados x pertenece al espacio X , n –dimensional.

El sistema Σ se puede considerar **disipativo** en relación con el flujo de energía $w(t)$ si existe una función continua no negativa $H: X \rightarrow \mathbb{R}$ que satisfaga:

$$H(x(t)) - H(x(0)) \leq \int_0^t w(\tau) d\tau \quad (33)$$

La función H es la función que representa la energía almacenada en un estado en un momento t dado. Por su parte el lado derecho de la ecuación también tiene dimensiones de energía dado que representa la integral del flujo de energía (potencia) en el tiempo.

Si se asumen que el sistema Σ tiene una entrada $w(t)$, se puede decir que el flujo entrada $w(t)$ no se transfiere completamente al sistema, una parte se disipa.

Si el flujo de energía puede ser representado como el producto de las variables $u \in \mathbb{R}^m$ y $y \in \mathbb{R}^m$ se cumplirá que:

$$H(x(t)) - H(x(0)) \leq \int_0^t u^T(\tau)y(\tau) d\tau \quad (34)$$

Se puede decir que el sistema es pasivo si la función de almacenamiento de energía cumple que $H(0) = 0$.

Si se considera que $u^T = 0$ entonces, $H(x)$ disminuye partiendo desde cualquier trayectoria, lo que demuestra que los sistemas pasivos tienen una función de almacenamiento definida positiva, estables en el sentido de *Lyapunov*. [10]

6.1 CONTROL ESTABILIZANTE

Para implementar esta estrategia de control se debe proponer una función candidata de *Lyapunov*. [13] En el caso de los convertidores electrónicos esta función de energía podría estar dada de la forma (35):

$$V(\tilde{x}) = \frac{1}{2} \cdot \tilde{x}^T \cdot Q \cdot \tilde{x} \quad (35)$$

Donde:

- Q Matriz definida positiva simétrica
- x Estado real
- x_d Punto de operación en estado estacionario
- \tilde{x} Pequeña variación, $\tilde{x} = x - x_d$

La función candidata de *Lyapunov* propuesta en (35) tiene la forma de la ecuación que describe la energía del convertidor electrónico de potencia y resulta de la acumulación de energía en cada componente almacenador:

$$V(\tilde{x}) = \frac{1}{2} \left(\sum_{j=1}^{n_L} L_j \tilde{i}_{L_j}^2 + \sum_{k=1}^{n_C} C_k \tilde{v}_{C_k}^2 \right) \quad (36)$$

Donde:

- L_j Inductancias de los n_L inductores
- C_k Capacitancias de los n_C condensadores
- \tilde{i}_{L_j} Variaciones de corriente en los inductores
- \tilde{v}_{C_k} Variación de voltajes en los condensadores

Teniendo en cuenta (35) y (36) el vector de estados podrá considerarse como se muestra en (37):

$$x = [i_{L1} \quad i_{L2} \quad \dots \quad i_{Ln_L} \quad v_{C1} \quad v_{C2} \quad \dots \quad v_{Cn_C}]^T \quad (37)$$

Por lo que la matriz Q estaría dada por:

De lo que se deduce que:

$$\tilde{x}^T Q \cdot f(\tilde{x}) + \tilde{x}^T Q \cdot g(\tilde{x}) \cdot u < 0 \quad (41)$$

Se puede demostrar que si ambos términos de la expresión (41) son negativos, se garantizará que $\frac{dV(\tilde{x})}{dt} < 0$, así:

$$Q \cdot f(\tilde{x}) = -P \cdot \tilde{x}^T \quad (42)$$

Con P como una matriz simétrica y semidefinida positiva elegida adecuadamente para asegurar que el primer término sea negativo.

La señal de control se deduce del segundo término como:

$$u = -\lambda \cdot g(\tilde{x})^T Q \cdot \tilde{x} \quad (43)$$

Donde λ es un escalar positivo elegido apropiadamente para asegurar la negatividad de la función $V(\tilde{x})$ derivada en el tiempo, y permite determinar la velocidad de convergencia.

Normalmente este parámetro deber ser ajustado por simulación numérica considerando que la señal de salida u debe estar restringidas a valores comprendidos entre $[0,1]$. [10]

Considerando el diseño anterior, se puede ver que el control de estabilización no lineal se obtiene como una realimentación no lineal de estados en el sistema de variaciones, por lo que depende del punto de operación.

6.1.2 Control de estabilización - Caso lineal

Para este caso del diseño de control estabilizante se debe considerar el modelo promediado del convertidor linealizado alrededor de un punto de operación:

- x_d punto de operación.
- u_d el valor de entrada correspondiente a x_d

De manera que el modelo lineal o modelo de pequeña señal, será de la forma:

$$\dot{\tilde{x}} = A \cdot \tilde{x} + B \cdot \tilde{u} \quad (44)$$

Donde:

- $\tilde{x} = x - x_d$
- $\tilde{u} = u - u_d$
- A y B matrices que dependen del punto de funcionamiento (x_d, u_d) .

Para el diseño del control lineal, la señal de control u resulta de imponer $\frac{dV(\tilde{x})}{dt} < 0$, con lo que se garantiza que la función de energía de *Lyapunov* siempre disminuirá.

$$\begin{aligned} \frac{dV(\tilde{x})}{dt} &= \frac{1}{2}(\dot{\tilde{x}}^T \cdot Q \cdot \tilde{x} + \tilde{x}^T \cdot Q \cdot \dot{\tilde{x}}) && \text{Considerando que } Q \text{ es simétrica} \\ \frac{dV(\tilde{x})}{dt} &= \frac{1}{2}(A\tilde{x} + B\tilde{u})^T \cdot Q \cdot \tilde{x} + \frac{1}{2} \tilde{x}^T \cdot Q \cdot (A\tilde{x} + B\tilde{u}) && \tilde{u}^T B^T \cdot Q \tilde{x} = (B\tilde{u})^T \cdot Q \tilde{x} \\ \frac{dV(\tilde{x})}{dt} &= \frac{1}{2}\tilde{x}^T A^T Q \tilde{x} + \frac{1}{2}\tilde{u}^T B^T Q \tilde{x} + \frac{1}{2} \tilde{x}^T Q A \tilde{x} + \frac{1}{2} \tilde{x}^T Q B \tilde{u} && \tilde{u}^T B^T \cdot Q \tilde{x} = ((Q\tilde{x})^T \cdot B\tilde{u})^T \\ \frac{dV(\tilde{x})}{dt} &= \frac{1}{2}\tilde{x}^T (A^T Q + Q A) \tilde{x} + \frac{1}{2} (\tilde{u}^T B^T Q \tilde{x} + \tilde{x}^T Q B \tilde{u}) && \tilde{u}^T B^T \cdot Q \tilde{x} = (\tilde{x}^T Q^T \cdot B\tilde{u})^T \\ &&& \tilde{u}^T B^T \cdot Q \tilde{x} = (\tilde{x}^T Q \cdot B\tilde{u})^T \end{aligned}$$

Dado que Q es simétrica:

$$\begin{aligned} \frac{dV(\tilde{x})}{dt} &= \frac{1}{2}\tilde{x}^T (A^T Q + Q A) \tilde{x} + \frac{1}{2} (\tilde{u}^T B^T Q \tilde{x} + \tilde{x}^T Q B \tilde{u}) \\ \frac{dV(\tilde{x})}{dt} &= \frac{1}{2}\tilde{x}^T (A^T Q + Q A) \tilde{x} + \tilde{x}^T Q \cdot B \tilde{u} \end{aligned}$$

De lo que se deduce que:

$$\frac{dV(\tilde{x})}{dt} = \frac{1}{2}\tilde{x}^T (A^T Q + Q A) \tilde{x} + \tilde{x}^T Q \cdot B \tilde{u} < 0 \quad (45)$$

Se puede demostrar que si ambos términos de la expresión (45) son negativos, se garantizará que $\frac{dV(\tilde{x})}{dt} < 0$, así:

$$A^T Q + Q A = -P \quad (46)$$

Con P matriz simétrica y semidefinida positiva elegida adecuadamente para asegurar que el primer término sea negativo.

La señal de control se deduce del segundo término como:

$$\begin{aligned}\tilde{u} &= -\lambda \cdot B^T Q \cdot \tilde{x} \\ \tilde{u} &= K \cdot \tilde{x}\end{aligned}\tag{47}$$

Donde λ es un escalar positivo elegido apropiadamente para asegurar la negatividad de la función $V(\tilde{x})$ derivada en el tiempo, y determina la velocidad de convergencia.

Para elegir λ se analiza la excursión de los polos del sistema en lazo cerrado, es decir, los polos de la matriz $A + B \cdot K$.

El control estabilizador total se obtiene como:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_d + \tilde{\mathbf{u}}\tag{48}$$

Al igual que en el caso no lineal, este parámetro deber ser ajustado por simulación numérica considerado que la señal de salida \mathbf{u} debe estar restringidas a valores comprendidos entre $[0,1]$.

En este caso, nuevamente, el control de estabilización se obtiene como una realimentación no lineal de estados en el sistema de variaciones, por lo que depende del punto de operación. El esquema de conexiones para implementar el control se muestra en la Figura 23.

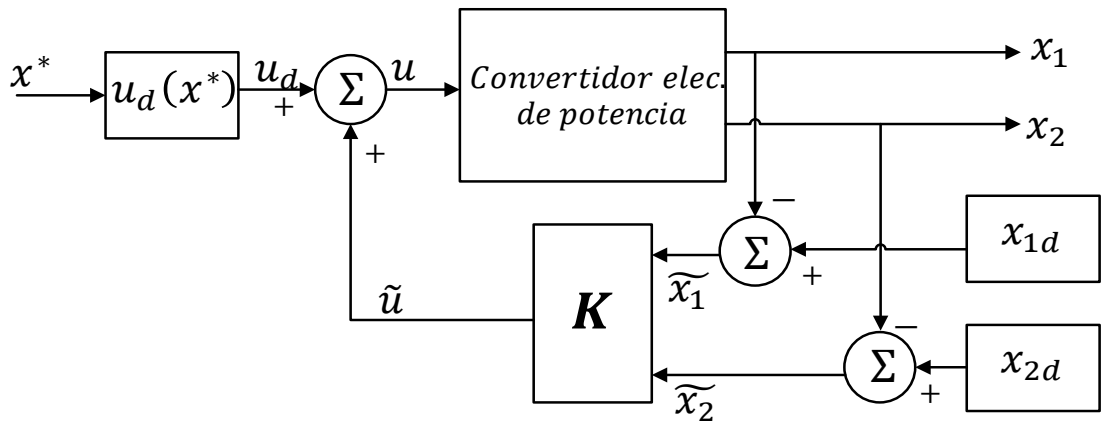


Figura 23 Esquema de simulación del control por estabilización
Fuente: [10]

A continuación, se presentará un algoritmo para el diseño del control de estabilización en el caso lineal.

Tabla 10 Algoritmo para diseño de control de estabilización, caso lineal.

Fuente: [10]

Diseño de estabilización para convertidores lineales	
1	Escribir el modelo conmutado del convertidor y luego obtener su modelo promediado.
2	Linealizar el modelo promediado alrededor del punto de operación elegido x_d , típicamente correspondiente al objetivo de control si este implica una tarea de regulación. El valor de entrada correspondiente se denomina u_d .
3	Organizar el modelo linealizado como modelo de estado, permitiendo identificar las matrices A y B correspondientes
4	<p>Elegir la matriz diagonal semidefinida positiva P y encontrar la matriz definida positiva Q que verifica <i>Lyapunov</i></p> $A^T Q + Q A = -P$ <p>Sin perder generalidad, la matriz Q puede elegirse de forma:</p> $Q = \begin{bmatrix} L_1 & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & L_{n_L} & & & \\ & & & C_1 & & \\ & & 0 & & \ddots & \\ & & & & & C_{n_C} \end{bmatrix}$ <p>Teniendo en su diagonal principal los valores característicos de elementos de acumulación de energía del circuito.</p>
5	Elija un escalar positivo λ que tiene el rol de acelerar la convergencia del error de salida a cero. En este paso esta elección es arbitraria y se sugiere un valor dentro del intervalo. $[0,1]$
6	Calcular la variación de la entrada de control de estabilización según la relación
$\tilde{u} = -\lambda \cdot B^T Q \cdot \tilde{x}$	
7	Realizar un análisis numérico de los polos del sistema de lazo cerrado linealizado, es decir, los valores propios de la matriz $A - \lambda \cdot B^T Q$, para diferentes valores de λ . Continúe con la selección de λ como consecuencia de alguna colocación de polo en lazo cerrado adecuado.
8	Calcule la entrada de control de estabilización total $u = u_d + \tilde{u}$ y simule el sistema de lazo cerrado no lineal numéricamente.
9	Analizar la robustez del control obtenido a las variaciones de parámetros.

6.1.3 Control de estabilización de un convertidor tipo *Flyback*

Considerando el convertidor *Flyback* con parámetros descritos en la Tabla 9, y la sección 5.3, y teniendo en cuenta el algoritmo mostrado en Tabla 10 se puede diseñar el control de estabilización para el convertidor *Flyback*, para el cual se elige como entrada el ciclo útil, según lo cual:

$$u = d$$

$$u_d = D$$

$$\tilde{u} = \tilde{d}$$

Siguiendo los pasos del algoritmo se tiene:

1) Obtener el modelo conmutado y promediado del convertidor:

<p>Modelo conmutado del convertidor</p> $u = 1: \begin{cases} L \frac{di(t)}{dt} = v_g(t) \\ C \frac{dv(t)}{dt} = -\frac{v(t)}{R} \end{cases}$ $u = 0: \begin{cases} L \frac{di(t)}{dt} = -\frac{v(t)}{n} \\ C \frac{dv(t)}{dt} = \frac{i(t)}{n} - \frac{v(t)}{R} \end{cases}$	<p>Modelo promediado del convertidor (No lineal)</p> $L \frac{di(t)}{dt} = -(1-d) \cdot \frac{v(t)}{n} + d \cdot v_g(t) \quad (49)$ $C \frac{dv(t)}{dt} = (1-d) \cdot \frac{i(t)}{n} - \frac{v(t)}{R}$
--	--

2) Linealizar el modelo promediado alrededor de un punto de operación.

Para identificar los valores de las variables en estado estable se igualan las derivadas a cero:

$L \frac{di(t)}{dt} = -(1-d) \cdot \frac{v(t)}{n} + d \cdot v_g(t)$ $0 = -(1-D) \frac{V}{n} + D \cdot V_g$	$C \frac{dv(t)}{dt} = (1-d) \cdot \frac{i_L}{n} - \frac{v(t)}{R}$ $0 = (1-D) \frac{I}{n} - \frac{V}{R}$
--	---

Teniendo en cuenta que $V = x_{2e}$, $I = x_{1e}$, y que la señal de control en el punto de operación seleccionado es D , se tiene que:

$x_{2e} = V = \frac{D}{1-D} n V_g$ $D = \frac{V}{nV_g + V}$	$x_{1e} = I = \frac{V}{(1-D)R} n \quad (50)$ $x_{1e} = \frac{DV_g}{(1-D)^2 R} n^2$ $x_{1e} = \frac{V^2}{V_g DR}$
---	--

Ahora, asumiendo las siguientes notaciones se puede determinar el modelo de pequeña señal.

$\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2]$	Variables de estado
$\mathbf{x}_e = [x_{e1} \quad x_{e2}]$	Variables de estado en equilibrio
$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_e$	Pequeñas variaciones de las variables de estado
$\tilde{d} = d - D$	Pequeña variación de la señal de control

El modelo linealizado se obtiene reemplazando, en el modelo no lineal mostrado en (49), cada variable de estado \mathbf{x} , por su valor en estado estable \mathbf{x}_e mas una pequeña variación $\tilde{\mathbf{x}}$; luego de hacer operaciones de reducción, se obtiene:

$$\begin{aligned}
L \left(\frac{d\tilde{i}(t)}{dt} \right) &\approx \left(DV_g - D' \frac{V}{n} \right) + \left(D\tilde{v}_g(t) - \frac{D'}{n} \tilde{v}(t) + \left(V_g + \frac{V}{n} \right) \tilde{d}(t) \right) + \left(\tilde{d}(t)\tilde{v}_g(t) + \tilde{d}(t)\frac{\tilde{v}(t)}{n} \right) \\
C \left(\frac{d\tilde{v}(t)}{dt} \right) &\approx \left(D' \frac{I}{n} - \frac{V}{R} \right) + \left(D' \frac{\tilde{i}(t)}{n} - \frac{\tilde{v}(t)}{R} - \frac{I}{n} \tilde{d}(t) \right) + \left(\tilde{d}(t) \frac{\tilde{i}(t)}{n} \right)
\end{aligned} \tag{51}$$

El comportamiento en estado estable se determina por los términos DC en ambas expresiones en (51), los términos de segundo orden son ignorados por representar cantidades pequeñas y los términos de primer orden describen la dinámica de la pequeña señal del convertidor. Así el modelo linealizado del convertidor será:

$$\begin{aligned}
L \frac{d\tilde{i}(t)}{dt} &= D\tilde{v}_g(t) - \frac{D'}{n} \tilde{v}(t) + \left(V_g + \frac{V}{n} \right) \tilde{d}(t) \\
C \frac{d\tilde{v}(t)}{dt} &= D' \frac{\tilde{i}(t)}{n} - \frac{\tilde{v}(t)}{R} - \frac{I}{n} \tilde{d}(t)
\end{aligned} \tag{52}$$

Lo anterior en notación matricial será:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\tilde{i}(t)}{dt} \\ \frac{d\tilde{v}(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{D'}{nL} \\ \frac{D'}{nC} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}(t) \\ \tilde{v}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \left(V_g + \frac{V}{n} \right) & \frac{D}{L} \\ -\frac{I}{nC} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{d}(t) \\ \tilde{v}_g(t) \end{bmatrix} \tag{53}$$

Ignorando las pequeñas variaciones de señal de entrada $\tilde{d}(t)$ y recordando los valores en estado estacionario de las variables de estado en (50), se tiene que:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\tilde{i}(t)}{dt} \\ \frac{d\tilde{v}(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{D'}{nL} \\ \frac{D'}{nC} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}(t) \\ \tilde{v}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \left(V_g + \frac{V}{n} \right) \\ -\frac{I}{nC} \end{bmatrix} \tilde{d}(t)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{d\tilde{i}(t)}{dt} \\ \frac{d\tilde{v}(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{D'}{nL} \\ \frac{D'}{nC} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}(t) \\ \tilde{v}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_g}{(1-D)L} \\ -\frac{DV_g}{(1-D)^2RC}n \end{bmatrix} [\tilde{d}(t)] \quad (54)$$

3) Identificar las matrices **A** y **B** en el sistema linealizado.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{D'}{nL} \\ \frac{D'}{nC} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{(1-D)L} \\ -\frac{DV_g}{(1-D)^2RC}n \end{bmatrix} \quad (55)$$

4) Elegir las matrices **P** y **Q**

El método sugiere asumir que la matriz **P**, simétrica y definida positiva, es conocida. Por otra parte, la matriz **Q**, también simétrica y definida positiva, puede elegirse como:

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \quad (56)$$

5) Elegir un escalar positivo λ arbitrario los cuales se variarán en la simulación numérica, comprendido entre 0 y 1.

6) Calcular la pequeña variación de la señal de control.

$$\tilde{d} = -\lambda \cdot B^T Q \cdot \tilde{x}$$

Unidades:

$$\tilde{d} = -\lambda \cdot B^T Q \cdot \tilde{x}$$

$$\tilde{d} = \left[-\frac{\lambda V}{1} A + \frac{\lambda V}{\Omega} V \right]$$

$$\tilde{d} = -\lambda \begin{bmatrix} \frac{V_g}{(1-D)L} \\ -\frac{DV_g}{(1-D)^2RC}n \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 - x_{1e} \\ x_2 - x_{2e} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{d} = \left[-\lambda \frac{V}{A} + \lambda \frac{V}{\Omega} V \right]$$

$$\tilde{d} = [-\lambda VA + \lambda AV]$$

Para que \tilde{d} sea adimensional,
 λ se expresa en $A^{-1}V^{-1}$

$$\tilde{d} = -\lambda \left[\frac{V_g}{(1-D)L} q_1 (x_1 - x_{1e}) - \frac{DV_g n}{(1-D)^2 RC} q_2 (x_2 - x_{2e}) \right]$$

$$\tilde{d} = -\lambda \left[\frac{V_g}{(1-D)L} L (x_1 - x_{1e}) - \frac{DV_g n}{(1-D)^2 RC} C (x_2 - x_{2e}) \right]$$

$$\tilde{d} = -\lambda \left[\frac{V_g}{(1-D)} \tilde{x}_1 - \frac{DV_g n}{(1-D)^2 R} \tilde{x}_2 \right]$$

$$\tilde{d} = \begin{bmatrix} -\frac{\lambda V_g}{(1-D)} & \frac{\lambda DV_g n}{(1-D)^2 R} \end{bmatrix} \tilde{x}$$

$$\tilde{d} = K \tilde{x} \tag{57}$$

A la constante K en (57) se le conoce como *ganancia de realimentación estabilizante*.

En la Figura 24 se muestra el diagrama de bloques para implementar el sistema de control estabilizante.

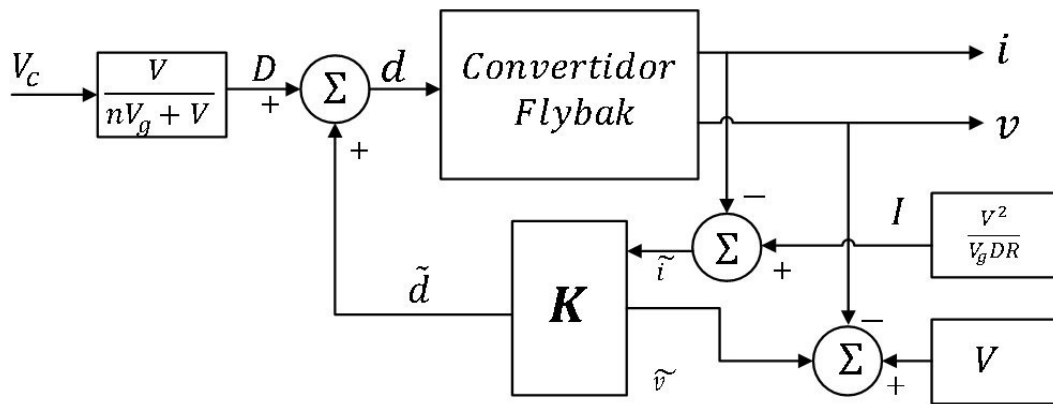


Figura 24 Esquema de simulación de control de estabilización en el convertidor *playback*
Fuente: [10]

- 7) Realizar un análisis de los polos del sistema en lazo cerrado para diferentes valores de λ

Para realizar este análisis numérico se deben recordar los valores de cada uno de los parámetros de simulación, a saber:

- $L = 2.13 \text{ mH}$
- $C = 192.3 \text{ }\mu\text{F}$
- $R = 5 \text{ }\Omega$
- $V_g = 24 \text{ V}$
- $V = 5 \text{ V}$
- $n = 1/3$

Finalmente, se asumirán varios valores de λ para analizar el efecto de variar este en el sistema en lazo cerrado. Los valores elegidos fueron:

$$\lambda = [0.001 \ 0.01 \ 0.015 \ 0.0178 \ 0.02 \ 0.022]$$

De la representación en el espacio de estados de un sistema lineal de la forma $\dot{\tilde{x}} = A \cdot \tilde{x} + B \cdot \tilde{u}$ y $y = C \cdot \tilde{x}$, se tiene que el lugar de las raíces del sistema en lazo cerrado estará dado por $A + K \cdot B$, donde K es la constante de realimentación según lo expuesto por Nise en [14]. Graficando el lugar de las raíces para diferentes valores λ se obtiene lo mostrado de la Figura 25.

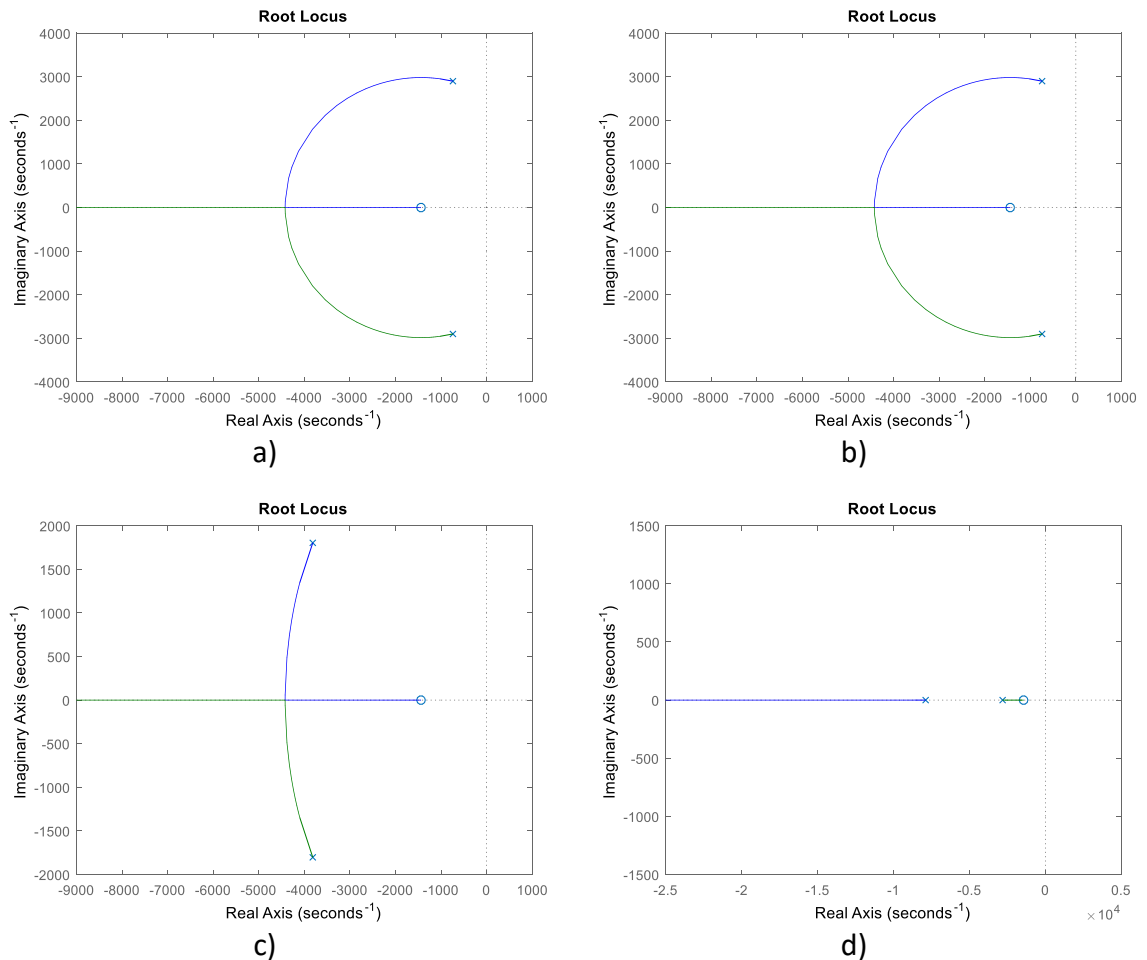


Figura 25 Lugar de las raíces del convertidor tipo *Flyback* con control estabilizante. a) Lugar de las raíces en lazo abierto b) Lugar de las raíces para $\lambda = 0.001$, c) Lugar de las raíces para $\lambda = 0.015$, d) Lugar de las raíces para $\lambda = 0.022$

Fuente: El autor

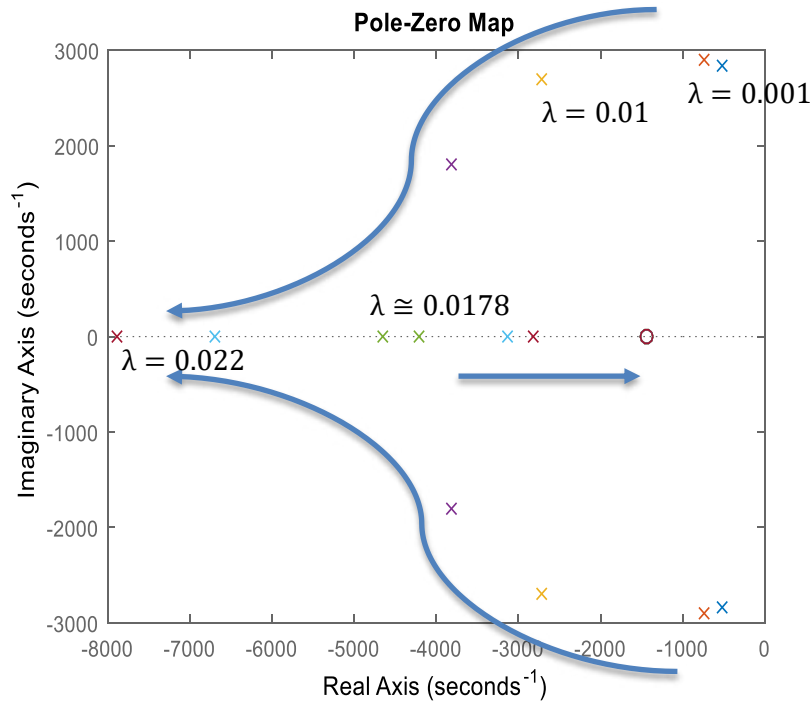


Figura 26 Excursión de los polos del convertidor *Flyback* con control estabilizante.
Fuente: El autor

La Figura 26 permite notar que λ cercanos a 0.0178 determinan el lugar de cambio de la naturaleza de los polos. Al disminuir λ los polos se convierten en complejos conjugados que tienen a alejarse el uno del otro, incluso, para valores muy pequeños, no podría garantizarse la estabilidad en lazo cerrado; mientras tanto, para valores grandes de λ uno de los polos podría ser inestable, y adicionalmente podría saturarse la señal de control.

6.1.3.1 Parámetros relevantes en lazo cerrado

Para determinar la frecuencia natural y el coeficiente de amortiguamiento del sistema en lazo cerrado se procede como sigue [14]:

Considerando el caso de $\lambda = 0.02689$ se tiene que

$$A + BK = \begin{bmatrix} -11816 & -867 \\ 15054 & -1040 \end{bmatrix}$$

Por lo que los valores propios asociados son:

$$\begin{aligned} p_1 &= 2430 \\ p_2 &= 10426 \end{aligned}$$

Obteniendo el polinomio característico para este sistema se tiene:

$$\frac{(s - p_1)(s - p_2)}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} \quad (58)$$

$$s^2 + 12856.5s + 25\,337\,395.9$$

Deduciendo de (58) se obtiene que:

$$\omega_n \cong 4190 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\zeta = 1.28$$

$$T = \frac{4}{\omega_n \zeta} = 1.56 \text{ ms}$$

En la Figura 27 se comprueba la validez de los parámetros calculados

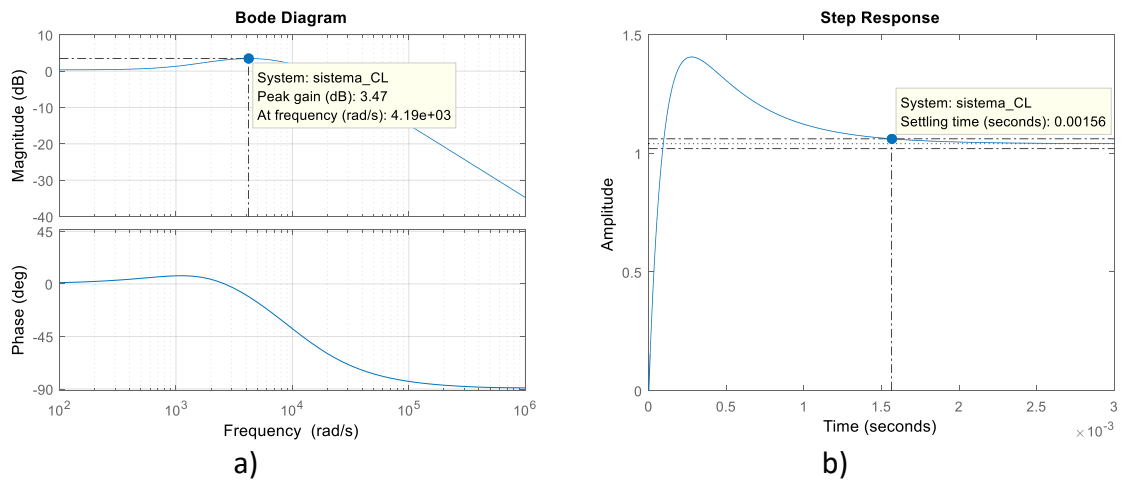
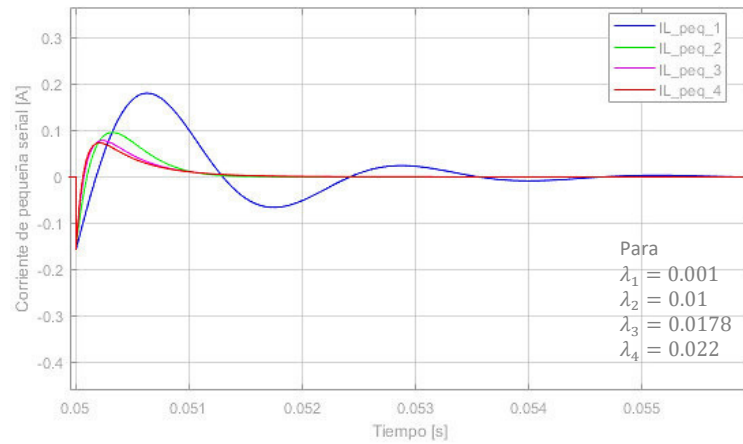


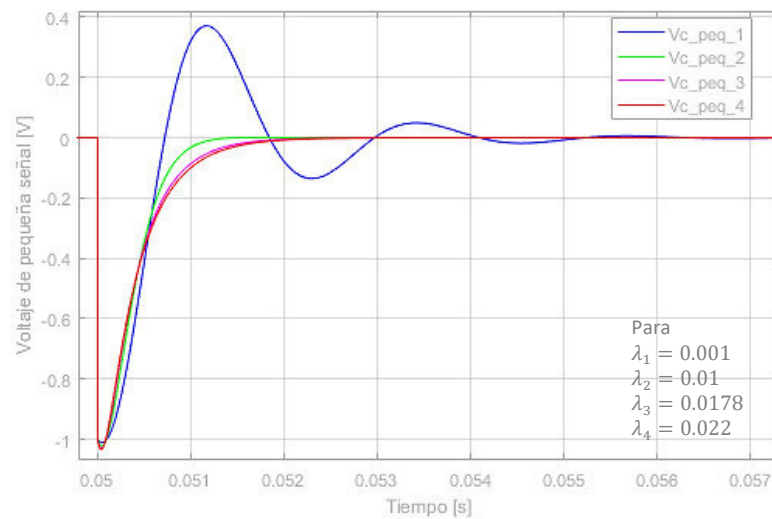
Figura 27 Convertidor *Flyback* con control estabilizante para $\lambda = 0.02689$. a) Diagrama de Bode b) Respuesta en el tiempo ante variación de $v_{Cd} \pm 1 \text{ V}$
Fuente: El autor

6.1.3.2 Análisis de pequeña señal

El análisis de pequeña señal permite ver que la dinámica impuesta presenta el rendimiento deseado. A continuación, se presenta la respuesta del sistema de pequeña señal $\tilde{x}_1 = \tilde{i}$ y $\tilde{x}_2 = \tilde{v}$ ante una variación de $\pm 1 \text{ V}$ alrededor de $v_d = 5 \text{ V}$. En la Figura 28 se puede ver el resultado de la simulación.



a)



b)

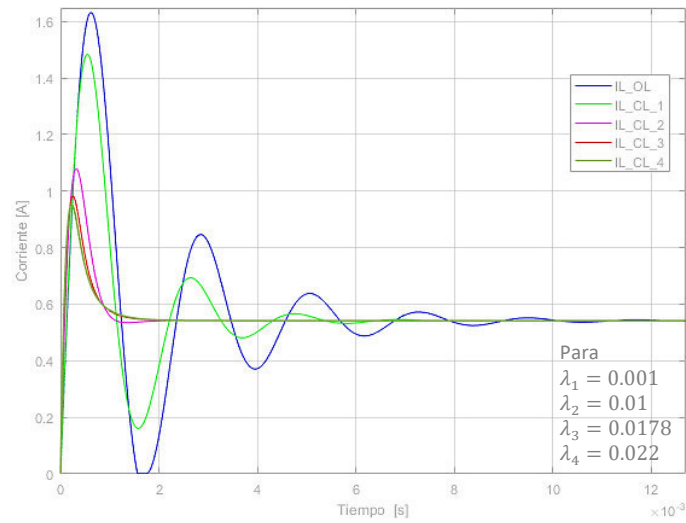
Figura 28 Respuesta de pequeña señal del convertidor *Flyback* con control estabilizante para diferentes valores de λ a) Corriente de pequeña señal b) Voltaje de pequeña señal

Fuente: El autor

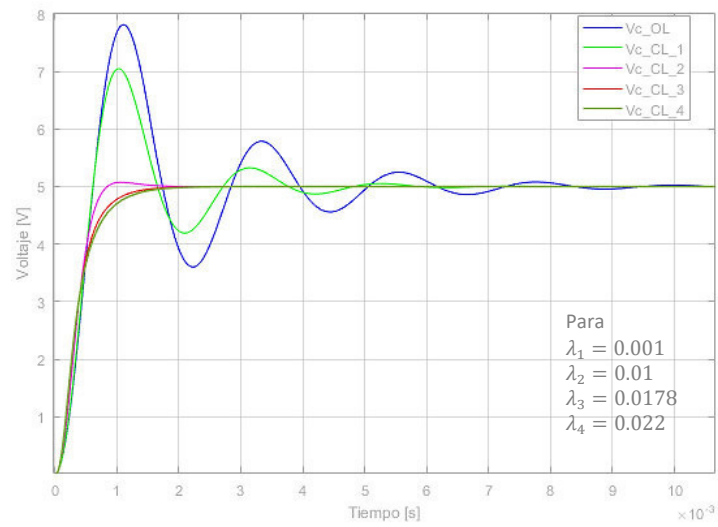
6.1.3.3 Análisis de gran señal

Una vez comprobado que la dinámica de pequeña señal es la esperada, se puede proceder al análisis de gran señal, es decir, se puede proceder a analizar el sistema no lineal. Considerando la ecuación (30) se tiene que:

$$\begin{aligned}
 L \frac{di(t)}{dt} &= -(1-d) \cdot \frac{v(t)}{n} + d \cdot v_g(t) \\
 C \frac{dv(t)}{dt} &= (1-d) \cdot \frac{i(t)}{n} - \frac{v(t)}{R}
 \end{aligned}
 \tag{59}$$



a)



b)

Figura 29 Respuesta de gran señal del convertidor *Flyback* con control estabilizante para diferentes valores de λ a) Corriente de gran señal b) Voltaje de gran señal

Fuente: El autor

De la Figura 29 se puede deducir que al variar λ se puede encontrar el comportamiento deseado en lazo cerrado. Por ejemplo, para el caso de $\lambda = 0.01$ se obtiene sobre picos y tiempos de establecimiento moderados.

6.2 CONTROL BASADO EN PASIVIDAD

El control basado en pasividad es conocido metafóricamente como “*energy shaping*”, dado que el diseño de control busca ajustar los parámetros del controlador basado en la energía del sistema.

El método de control basado en pasividad exige que se defina una función de energía que resulte adecuada. Considerando lo anterior se puede hablar de dos tendencias del control basado en pasividad [15].

- Definir a priori una función de almacenamiento de energía como función candidata de Lyapunov.
- Usar una función de almacenamiento de energía preestablecida y ajustar el sistema a esta forma. Comúnmente se usa el formalismo de Euler-Lagrange.

En este caso de estudio se usará el segundo enfoque, donde se requiere definir el Formalismo de Euler Lagrange

6.2.1 Formalismo de Euler Lagrange

La representación de Euler Lagrange de sistemas mecánicos dinámicos está dada por [16] [17]:

$$M(q) \cdot \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \cdot \dot{q} + g(q) = \tau \quad (60)$$

Donde cada uno de los parámetros representan:

- q Coordenadas generalizadas
- $M(q)$ Inercias generalizadas
- $C(q, \dot{q})$ La matriz de fuerza centrífuga y Coriolis
- $g(q)$ La fuerza gravitacional
- τ El vector de fuerzas generalizadas aplicadas al sistema.

Esta expresión hace énfasis en la pasividad del mapa entrada-salida $\tau \rightarrow \dot{q}$. Además, se supone que la energía potencial en el sistema tiene un mínimo absoluto.

Los convertidores electrónicos de potencia también pueden ser representados según el formalismo de Euler Lagrange, lo cual se vería como [17] [10]:

$$M \cdot \ddot{q} + C(u) \cdot \dot{q} + K(u) \cdot q = G(u), \quad (61)$$

Donde:

- \mathbf{u} vector de entrada.

Sin embargo, los sistemas como el descrito no son apropiados para el enfoque basado en pasividad dado que el tamaño del vector de control es casi siempre menor que el orden del sistema y los términos que contienen la entrada de control no pueden ser separados del lado derecho de la ecuación diferencial. Considerando lo anterior se recurre a una modificación del Formalismo, para poder aplicar el concepto de pasividad.

6.2.1.1 Formalismo de Euler Lagrange modificado para el control basado en pasividad

El control de pasividad modificado usa una representación adecuada del sistema que permite aprovechar su posible pasividad y deduce una expresión de una entrada de control u que estabiliza el sistema a un punto de equilibrio [17] [10].

$$H \cdot \dot{x} + F(u) \cdot x + K(u) \cdot x = G(u, E) \quad (62)$$

Donde:

- x Vector de estado n –dimensional
- u Vector de entrada m –dimensional
- E Vector de acciones exógenas aplicado al sistema (Fuentes de voltaje, corriente)
- $G(u, E)$ modela la forma en que se aplican estas acciones (por ejemplo, la energía de entrada)

Matrices de intercambio de energía:

- H es una matriz definida positiva relacionada con la energía almacenada por diferentes elementos del sistema (por eso se llama función de almacenamiento).
- $F(u)$ toma en cuenta la energía "interna" del sistema.
- $K(u)$ es una matriz semidefinida positiva que proporciona información sobre la tasa de disipación de energía.

Esta representación es general para sistemas que intercambian energía con su entorno, una parte de la cual se almacena y otra parte se disipa tal como se representa en la Figura 30.

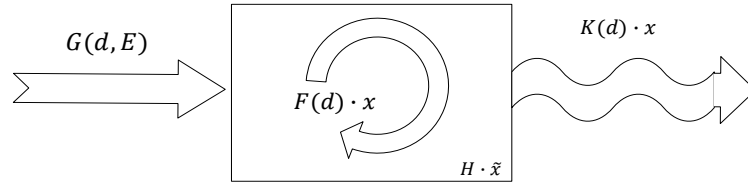


Figura 30 Comportamiento de la energía en los convertidores electrónicos de Potencia según el formalismo de Euler Lagrange modificado.

Fuente: [10]

6.2.1.2 Representación de convertidores Electrónicos de potencia en el formalismo de Euler Lagrange

Considere el caso generalizado de un convertidor electrónico de potencia como el mostrado en la Figura 31 donde se tiene que [10]:

- k*** inductores
- m*** capacitores
- n*** interruptores perfectos
- q*** fuentes de voltaje
- p*** fuentes de corriente

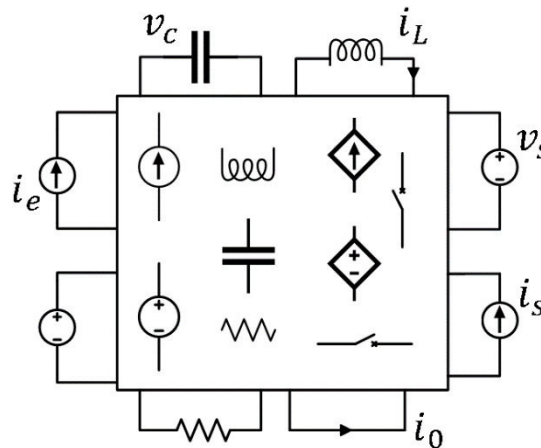


Figura 31 Convertidor Electrónico de Potencia generalizado

Fuente: [10]

6.2.1.3 Condición de Pasividad

Un convertidor electrónico de potencia es pasivo cuando la energía interna del sistema es cero:

$$\mathbf{x}^T \cdot \mathbf{F}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (63)$$

Donde:

- $F(\mathbf{u})$ Energía interna del sistema
- x Vector de estado n –dimensional

Así, cuando se comprueba (63) se puede decir que (62) corresponda a una representación de Euler Lagrange.

En la literatura propone que $F(u)$ sea antisimétrica como se muestra en (64), pero esto no es necesario para circuitos eléctricos dado que las corrientes y los voltajes en un convertidor son ortogonales.

$$F(u) = -F(u)^T \quad (64)$$

6.2.2 Dinámica del convertidor electrónico de potencia

La dinámica de cada corriente y voltaje mostrados en la Figura 31 resulta de la respuesta ante todas las fuentes de tensión y todas las fuentes de corriente ponderadas por las correspondientes combinaciones lineales de los estados de conmutación.

6.2.2.1 Dinámica de la corriente

La dinámica de la corriente inductora i resulta de representar el inductor por su generador equivalente de Thevenin y puede escribirse como:

$$L_i \dot{i}_{L_i} = \underbrace{T_{SEL_i}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{E} + T_{SIL_i}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{I} + T_{IL_i}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{I}_L + T_{VL_i}(\mathbf{u}) \cdot V_C}_{\text{Voltaje de Thevening } i} - R_{Li}(\mathbf{u}) \cdot i_{L_i} \quad (65)$$

Donde:

- $R_{Li}(\mathbf{u})$ la resistencia equivalente de Thevenin para L_i
- Vectores T tienen elementos que son combinaciones lineales de estados de conmutación \mathbf{u} . Por lo tanto, los vectores:
 - $T_{SEL_i}(\mathbf{u})$ influencia de las fuentes de tensión \mathbf{E} en la dinámica los i inductores
 - $T_{SIL_i}(\mathbf{u})$ influencia de las fuentes de corriente \mathbf{I} en la dinámica los i inductores

- $T_{IL_i}(\mathbf{u})$ influencia de todas las corrientes I_L (variables de estado) sobre el inductor L_i .
- $T_{VL_i}(\mathbf{u})$ influencia de todas las tensiones V_C (variables de estado) sobre el inductor L_i .

Se puede observar que el i -ésimo elemento de $T_{IL_i}(\mathbf{u})$ es nulo porque la tensión de Thévenin i no está relacionada con la corriente i_{L_i} .

6.2.2.2 Dinámica del voltaje

La dinámica del voltaje v_C resulta de representar el condensador por su generador equivalente de Thévenin y puede escribirse como [10]:

$$C_j \dot{v}_{C_j} = \underbrace{T_{SEC_j}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{E} + T_{SIC_j}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{I} + T_{IC_j}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{I}_L + T_{VC_j}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{V}_C}_{\text{Corriente de Norton } j} - \frac{v_{C_j}}{R_{C_j}(\mathbf{u})} \quad (66)$$

Donde:

- $R_{C_j}(\mathbf{u})$ resistencia equivalente de Norton para C_j
- $T_{SEC_j}(\mathbf{u})$ influencia de las fuentes de tensión \mathbf{E} en la dinámica los j condensadores
- $T_{SIC_j}(\mathbf{u})$ influencia de las fuentes de corriente \mathbf{I} en la dinámica los j condensadores
- $T_{IC_j}(\mathbf{u})$ Influencia de todas las corrientes \mathbf{I}_L (variables de estado) sobre el condensador C_j
- $T_{VC_j}(\mathbf{u})$ Influencia de todas las tensiones \mathbf{V}_C (variables de estado) sobre el condensador C_j

Se puede observar que el j –ésimo elemento de $T_{VC_j}(\mathbf{u})$ es nulo porque la corriente de Norton j no está relacionada con la tensión v_{C_j} .

Agrupando todas las k ecuaciones dinámicas de la corriente y las m ecuaciones dinámicas del voltaje, la dinámica del convertidor en el formalismo de Euler-Lagrange modificado se puede expresar como en (62) Considerando [18] [19]:

- q fuentes de voltaje (Fuente externa)
- p fuentes de corriente (Fuente externa)
- \mathbf{x} vector de estado

$$G(u, E, I) = \begin{bmatrix} T_{SEL_1}(u) \cdot E + T_{SIL_1}(u) \cdot I \\ \vdots \\ T_{SEL_k}(u) \cdot E + T_{SIL_k}(u) \cdot I \\ T_{SEC_1}(u) \cdot E + T_{SIC_1}(u) \cdot I \\ \vdots \\ T_{SEC_m}(u) \cdot E + T_{SIC_m}(u) \cdot I \end{bmatrix}$$

$x = [I_L \quad V_C]' = [i_{L1} \quad \dots \quad i_{Lk} \quad v_{C1} \quad \dots \quad v_{Cm}]'$ vector de $k + m$ estados

6.2.3 Diseño de control basado en pasividad

El diseño de control basado en pasividad parte de considerar que la pequeña variación de las variables de estados \tilde{x} esta dada por la diferencia entre la variable de estado x y su valor en estado estable o de equilibrio x_d , asi:

$$\tilde{x} = x - x_d \quad (68)$$

Considerando (68) el formalismo de Euler Lagrange modificado para convertidores Electrónicos de potencia podría expresarse como:

$$H \cdot \dot{x} + F(u) \cdot x + K(u) \cdot x = G(u, E, I)$$

$$H \cdot (\dot{\tilde{x}} + \dot{x}_d) + F(u) \cdot (\tilde{x} + x_d) + K(u) \cdot (\tilde{x} + x_d) = G(u, E, I)$$

$$H \cdot \dot{\tilde{x}} + F(u) \cdot \tilde{x} + K(u) \cdot \tilde{x} + \{H \cdot \dot{x}_d + F(u) \cdot x_d + K(u) \cdot x_d\} = G(u, E, I)$$

$$H \cdot \dot{\tilde{x}} + F(u) \cdot \tilde{x} + K(u) \cdot \tilde{x} = G(u, E, I) - \{H \cdot \dot{x}_d + F(u) \cdot x_d + K(u) \cdot x_d\} \quad (69)$$

Si se supone que existe una entrada de control u_c que hace cero el lado derecho de (69) se tendría:

$$0 = G(u_c, E, I) - \{H \cdot \dot{x}_d + F(u_c) \cdot x_d + K(u_c) \cdot x_d\} \quad (70)$$

Bajo esta suposición la dinámica del error está dada por el lado izquierdo de (69),

$$H \cdot \ddot{\tilde{x}} + F(u) \cdot \dot{\tilde{x}} + K(u) \cdot \tilde{x} = 0 \quad (71)$$

Para controlar el sistema se añade un término a la expresión. Este término aumenta los elementos de la matriz de disipación $\mathbf{K}(\mathbf{u})$, es decir, aumenta la velocidad en la que la energía sale del sistema. El término se define como una matriz diagonal donde n es el orden del sistema:

$$K_i = \text{diag}(k_1, \dots, k_n), \quad \text{con } k_j > 0 \quad (72)$$

El sistema con el término incluido queda expresado como:

$$\begin{aligned} G(u_C, E, I) - \{H \cdot \dot{x}_d + F(u_C) \cdot x_d + K(u_C) \cdot x_d\} &= 0 \\ G(u_C, E, I) - \{H \cdot \dot{x}_d + F(u_C) \cdot x_d + K(u_C) \cdot x_d\} + \mathbf{K}_i \tilde{x} &= 0 \end{aligned} \quad (73)$$

Para que el sistema sea completamente controlable se debe cumplir que el tamaño del vector de la entrada de control sea el mismo que el del vector de estado. Esta condición debe ser verificada antes de diseñar el controlador.

Por otra parte, los convertidores de potencia son sistemas con modos libres y modos controlados, por lo que comúnmente se conocen como *sistemas subactuados*. Considerando lo anterior, para calcular \mathbf{u}_C se puede dividir el sistema de orden n en:

$$x = [x_C \quad x_F] \quad (74)$$

Donde:

- x_C contiene los estados "controlados"
- x_F contiene los estados "libres"

Suponiendo que la matriz de disipación $K(u)$ es diagonal el sistema puede descomponerse en:

$$\begin{aligned} H \cdot \ddot{\tilde{x}} + F(u_C) \cdot \dot{\tilde{x}} + K(u_C) \cdot \tilde{x} &= G(u_C, E, I) - \{H \cdot \dot{x}_d + F(u_C) \cdot x_d + K(u_C) \cdot x_d\} \\ 0 &= G(u_C, E, I) - \{H \cdot \dot{x}_d + F(u_C) \cdot x_d + K(u_C) \cdot x_d\} \\ \begin{cases} \mathbf{0} = \mathbf{G}_C(\mathbf{u}, \mathbf{E}, I) - \{\mathbf{H}_C \cdot \dot{\mathbf{x}}_C + \mathbf{F}_C(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{x}_C + \mathbf{K}_C(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{x}_C + \mathbf{F}_{CF} \cdot \mathbf{x}_F\} \\ \mathbf{0} = \mathbf{G}_F(\mathbf{u}, \mathbf{E}, I) - \{\mathbf{H}_F \cdot \dot{\mathbf{x}}_F + \mathbf{F}_F(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{x}_F + \mathbf{K}_F(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{x}_F + \mathbf{F}_{FC} \cdot \mathbf{x}_C\} \end{cases} \end{aligned} \quad (75)$$

Considerando:

- x_{dC} Trayectoria deseada de estados controlados
- x_{dF} Trayectoria deseada estados libres
- $\tilde{x}_C = x_C - x_{dC}$ Variación de estados controlables
- $\tilde{x}_F = x_F - x_{dF}$ Variación de estados libres

Se puede separar la ecuación (70) en estados controlables y estados libres se obteniendo (76):

$$\begin{aligned} G_C(u_C, E, I) - \{H_C \cdot \dot{x}_C + F_C(u_C) \cdot x_C + K_C(u_C) \cdot x_C\} + F_{CF} \cdot x_C &= 0 \\ G_F(u_C, E, I) - \{H_F \cdot \dot{x}_F + F_F(u_C) \cdot x_F + K_F(u_C) \cdot x_F\} + F_{FC} \cdot x_F &= 0 \end{aligned} \quad (76)$$

Como antes, se incluye el término de control en el sistema, en este caso en el sistema ya separado en estados controlables y libres.

$$\begin{cases} G_C(u_C, E, I) - \{H_C \cdot \dot{x}_{dC} + F_C(u_C) \cdot x_{dC} + K_C(u_C) \cdot x_{dC} + F_{CF}(u_C) \cdot x_{dF}\} + \mathbf{K}i_C \cdot \tilde{x}_C = 0 \\ G_F(u_C, E, I) - \{H_F \cdot \dot{x}_{dF} + F_F(u_C) \cdot x_{dF} + K_F(u_C) \cdot x_{dF} + F_{FC}(u_C) \cdot x_{dC}\} + \mathbf{K}i_F \cdot \tilde{x}_F = 0 \end{cases} \quad (77)$$

De lo anterior se tiene claro que $\dot{x}_{dC} = 0$ en estado estacionario; x_{dC} se convierte en una entrada del sistema dinámico que permite el cálculo de la entrada de control u_C y de la dinámica de modo libre, la llamada dinámica cero, x_{dF} .

$$\mathbf{u}_C = \text{funcion}(x_{dC}, x_{dF}, \mathbf{E}, \mathbf{I}, \mathbf{K}i_C \tilde{x}_C) \quad (78)$$

$$\dot{x}_{dF} = \mathbf{H}_F^{-1} \cdot [\mathbf{G}_F(\mathbf{u}_C, \mathbf{E}, \mathbf{I}) - \mathbf{F}_F(\mathbf{u}_C)x_{dF} - \mathbf{K}_F(\mathbf{u}_C)x_{dF} - \mathbf{K}_{FC}(\mathbf{u}_C)x_{dC} + \mathbf{K}i_F \tilde{x}_F] \quad (79)$$

En la Figura 32 se muestra el esquema de simulación que puede ser implementado para el control basado en pasividad.

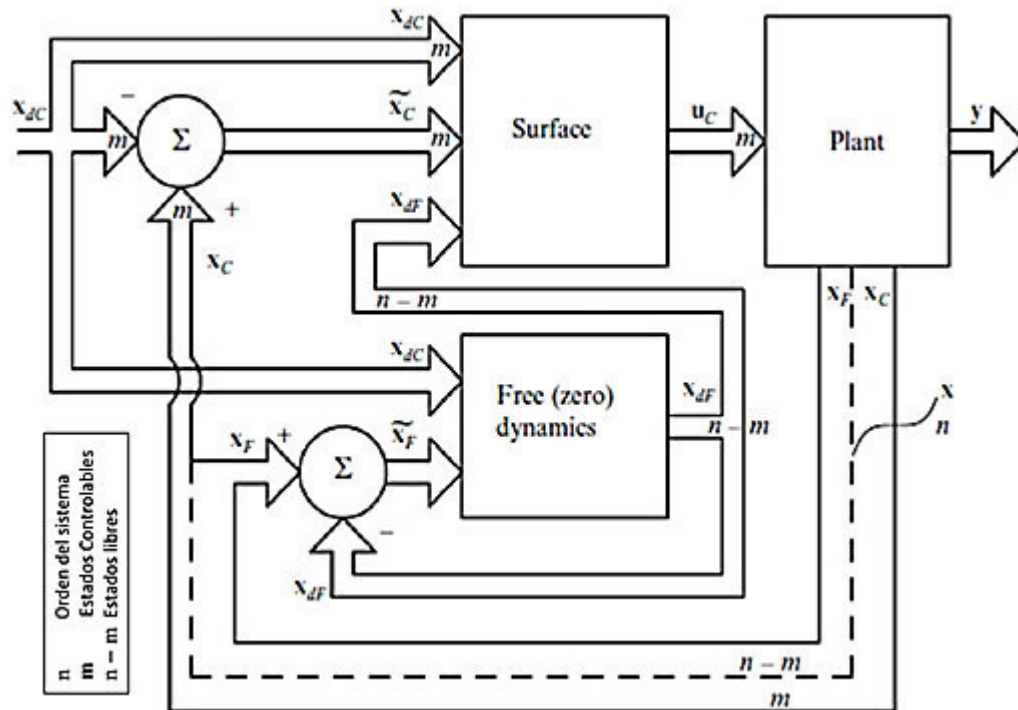


Figura 32 Esquema de simulación de control basado en pasividad.
Fuente: [10]

El control basado en pasividad tiene la limitación de que la estructura de control depende fuertemente de los parámetros del sistema lo que afecta su robustez.

6.2.3.1 Matrices de Amortiguación Ki_F y Ki_C .

La constante Ki_C interviene directamente en el cálculo de la señal de control, por lo que determina el grado de saturación de esta. Por su parte Ki_F , no interviene en el cálculo de la señal de control por lo que puede aumentarse a valores arbitrariamente grandes, además impone que las variables libres converjan, buscando que sean más rápidas que la convergencia de las variables controladas.

6.2.3.2 Modelo de pequeña señal del convertidor

Para analizar la convergencia de las variables deseadas a su punto de operación resulta conveniente hacer un análisis de pequeña señal. El modelo de la pequeña señal del convertidor puede deducirse por linealización alrededor del punto de equilibrio dado por el valor de equilibrio de la entrada del sistema x_{dce}

Para futuros análisis considere que:

$x_{SS} = [x_C \quad x_F \quad x_{dF}]^T$	Variables de estado
$x_{SSe} = [x_{Ce} \quad x_{Fe} \quad x_{dFe}]^T$	Valores de equilibrio de las variables de estado
$\widetilde{x}_{SS} = x_{SS} - x_{SSe}$	Vector de pequeñas variaciones de los estados
$\widetilde{x}_{dce} = x_{dc} - x_{dce}$	Variaciones de la entrada alrededor de su valor en estado estable x_{dce}
D	Estado estacionario de entrada de control

El modelo de pequeña señal que describe la dinámica de variaciones alrededor del punto de operación estático es:

$$\dot{\widetilde{x}}_{SS} = \mathbf{A}_{SS}\widetilde{x}_{SS} + \mathbf{B}_{SS} \cdot \widetilde{x}_{dce} \quad (80)$$

Donde las matrices involucradas son [20]:

$$\mathbf{A}_{SS} = \left. \frac{\partial (\dot{x}_{SS})}{\partial x_{SS}} \right|_{\substack{d=D \\ x_{SS}=x_{SSe} \\ i^*=i_e^*}}, \quad \mathbf{B}_{SS} = \left. \frac{\partial (\dot{x}_{SS})}{\partial i_L^*} \right|_{\substack{d=D \\ x_{SS}=x_{SSe} \\ i^*=i_e^*}} \quad (81)$$

6.2.3.3 Algoritmo para el diseño de control basado en pasividad

En la Tabla 11 se muestra un algoritmo que resume los pasos para el diseño de control basado en pasividad.

Tabla 11 Algoritmo para el diseño de control basado en pasividad
Fuente: [10]

Diseño de control basado en pasividad	
1	Escribir el modelo del convertidor conmutado, reorganícelo en el formalismo E-L e identifique los componentes correspondientes.
2	Concluir la existencia de dinámica cero (modos libres). En el caso de una respuesta positiva, identifique el subvector de estado controlado x_C y el subvector de estado libre de resto x_F ; deducir sus tamaños.
3	Verifique si los grados relativos de las variables controladas x_C son iguales al tamaño del vector de entrada de control u . Si es así, entonces el control basado en pasividad es alcanzable.
4	Elija los valores de referencia deseados de las variables controladas x_{dC} .
5	Elija los valores de las matrices de amortiguación Ki_C y Ki_F en relación con la dinámica máxima alcanzable y otras limitaciones de operación.
6	Calcule la entrada de control u_C usando la ecuación (78), luego reinyectar este valor en la ecuación (79), describiendo la dinámica de estados libres "deseados" x_{dF} .

7	Realizar un análisis de estabilidad de señal pequeña - alrededor del punto de equilibrio correspondiente a la referencia x_{dC} - del sistema de lazo cerrado resultante. De esta manera, se puede asegurar que la convergencia de las variables libres x_F a sus valores "deseados" x_{dF} está garantizada.
8	Simular el sistema en lazo cerrado numéricamente, reiterando finalmente la elección de matrices de inyección de amortiguación para mejorar el rendimiento dinámico.

6.2.4 Control basado en pasividad de un convertidor *Flyback*

Nuevamente, considerando el convertidor *Flyback* descrito en la sección 5.2, considerando los parámetros en la

Tabla 10Tabla 9 y teniendo en cuenta el algoritmo mostrado en Tabla 11 se puede diseñar el control basado en pasividad para el convertidor *Flyback*.

Para este ejercicio, el objetivo de control es regular el voltaje de salida en un punto de consigna dado por v^* , para ello se permite reescribir el modelo del convertidor *Flyback*:

$$\begin{cases} L \frac{di(t)}{dt} = -(1-d) \cdot \frac{v(t)}{n} + d \cdot v_g(t) \\ C \frac{dv(t)}{dt} = (1-d) \cdot \frac{i(t)}{n} - \frac{v(t)}{R} \end{cases} \quad (82)$$

Con parámetros:

$$f = 40 \text{ kHz}$$

$$L = 2.13 \text{ mH}$$

$$C = 192.3 \text{ } \mu\text{F}$$

$$R = 5 \text{ } \Omega$$

$$v_g = 24 \text{ V}$$

$$v^* = 5 \text{ V}$$

$$n = 1/3$$

De lo anterior se tiene que:

- i Corriente del inductor (Variable de estado)
- v Voltaje del condensador (Variable de estado)
- v_g fuente de voltaje - Esfuerzo energético externo aplicado al sistema.

Siguiendo los pasos del algoritmo de diseño se tiene que

1. Modelo del convertidor conmutado y modelo en el formalismo E-L e identifique los componentes correspondientes [19] [10].

Modelo conmutado

$$\begin{cases} L \frac{di(t)}{dt} = -(1-d) \cdot \frac{v(t)}{n} + d \cdot v_g(t) \\ C \frac{dv(t)}{dt} = (1-d) \cdot \frac{i(t)}{n} - \frac{v(t)}{R} \end{cases} \quad (83)$$

Modelo en el formalismo E-L:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix}}_H \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{i} \\ \dot{v} \end{bmatrix}}_{\dot{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \frac{1-d}{n} \\ -\frac{1-d}{n} & 0 \end{bmatrix}}_{F(u)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix}}_x + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R} \end{bmatrix}}_K \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix}}_x = \underbrace{\begin{bmatrix} dv_g \\ 0 \end{bmatrix}}_{G(u,E)} \quad (84)$$

$$H \cdot \dot{x} + F(u) \cdot x + K(u) \cdot x = G(E)$$

Lo anterior considerando a d como la entrada u del sistema.

Como el convertidor tiene capacidades *Boost* presenta un comportamiento de fase no mínima entre la entrada de control d y la tensión de salida v , por lo que se propone un **control indirecto**. Se regulará la corriente del inductor i al valor i^* que corresponde a la tensión de salida impuesta v^* .

La relación entre los valores de referencia en un punto de equilibrio dado se obtiene usando el modelo promediado del convertidor.

Modelo conmutado

Modelo promediado

$$\begin{cases} L \frac{di(t)}{dt} = -(1-d) \cdot \frac{v(t)}{n} + d \cdot v_g(t) \\ C \frac{dv(t)}{dt} = (1-d) \cdot \frac{i(t)}{n} - \frac{v(t)}{R} \end{cases} \quad \begin{cases} L \frac{di(t)}{dt} = -(1-D) \cdot \frac{v(t)}{n} + D \cdot v_g(t) \\ C \frac{dv(t)}{dt} = (1-D) \cdot \frac{i(t)}{n} - \frac{v(t)}{R} \end{cases} \quad (85)$$

d entrada conmutada

D entrada promediada

2. Se sigue del modelo del convertidor y del objetivo de control que:

$x_C \equiv i$ Variable controlada

$x_F \equiv v$ Variable libre

3. El grado relativo de la variable controlada es igual al vector de entrada d , por lo tanto, **es factible el control basado en pasividad.**

4. Para futuros calculo tenga en cuenta que:

v^*	Voltaje de referencia	Constante
i^*	Corriente de referencia	Constante
$x_{dC} \equiv i_{dC} = i^*$	Valor deseado de la corriente	Constante
$x_{dF} \equiv v_{dC}$	Valor deseado del voltaje	Dinámica (depende de la señal de control)
$\tilde{x}_C = i^* - i_{dC}$	Variable de error	Dinámica
$\tilde{x}_C = i - i^*$		
$\tilde{x}_F = v - v_{dC}$	Variable de error	Dinámica

5. Suponiendo que las matrices de entrada de amortiguación Ki_C y Ki_F ya se eligieron se procede a calcular d_C basado en pasividad.

6. Para calcular la entrada de control d_C se sigue que:

$$\begin{aligned}
 H \cdot \dot{\tilde{x}} + F(u) \cdot \tilde{x} + K(u) \cdot \tilde{x} &= G(u, E, I) - \{H \cdot \dot{x}_d + F(u) \cdot x_d + K(u) \cdot x_d\} \\
 0 &= G(u, E, I) - \{H \cdot \dot{x}_d + F(u) \cdot x_d + K(u) \cdot x_d\} \quad (86)
 \end{aligned}$$

Lo que en forma matricial se vería como:

$$\begin{aligned}
 &\begin{cases} -\{H_C \cdot \dot{x}_{dC} + F_C(u_C) \cdot x_{dC} + K_C(u_C) \cdot x_{dC} + F_{CF}(u_C) \cdot x_{dF}\} + Ki_C \cdot \tilde{x}_C = -G_C(u_C, E, I) \\ -\{H_F \cdot \dot{x}_{dF} + F_F(u_C) \cdot x_{dF} + K_F(u_C) \cdot x_{dF} + F_{FC}(u_C) \cdot x_{dC}\} + Ki_F \cdot \tilde{x}_F = -G_F(u_C, E, I) \end{cases} \quad (87) \\
 &-\left\{ \underbrace{\begin{bmatrix} H_C & 0 \\ 0 & H_F \end{bmatrix}}_H \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}_{dC} \\ \dot{x}_{dF} \end{bmatrix}}_{\dot{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} F_C(u_C) & F_{CF}(u_C) \\ F_{FC}(u_C) & F_F(u_C) \end{bmatrix}}_{F(u)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} x_{dC} \\ x_{dF} \end{bmatrix}}_x + \underbrace{\begin{bmatrix} K_C & 0 \\ 0 & K_F \end{bmatrix}}_K \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} x_{dC} \\ x_{dF} \end{bmatrix}}_x \right\} + \underbrace{\begin{bmatrix} Ki_C \\ Ki_F \end{bmatrix}}_{K} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{x}_C \\ \tilde{x}_F \end{bmatrix}}_{\tilde{x}} = -\underbrace{\begin{bmatrix} G_C(u_C, E, I) \\ G_F(u_C, E, I) \end{bmatrix}}_{G(E)} \\
 &-\left\{ \underbrace{\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix}}_H \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} i^* \\ v_{dC} \end{bmatrix}}_{\dot{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1-d \\ -1-d & 0 \end{bmatrix}}_{F(u)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} i^* \\ v_{dC} \end{bmatrix}}_x + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1/R \end{bmatrix}}_K \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} i^* \\ v_{dC} \end{bmatrix}}_x \right\} + \underbrace{\begin{bmatrix} Ki_C \\ Ki_F \end{bmatrix}}_{K} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} (i - i^*) \\ (v - v_{dC}) \end{bmatrix}}_{\tilde{x}} = -\underbrace{\begin{bmatrix} v_g d \\ 0 \end{bmatrix}}_{G(E, u)}
 \end{aligned}$$

Considerando lo anterior, el cálculo de la entrada de control a partir de la variable controlada sería:

$$\begin{aligned}
 -Li_L^* - \left(\frac{1-d_c}{n}\right)v_{dc} + \mathbf{K}i_C(i - i^*) &= -v_g d_c \\
 v_g d_c - \frac{v_{dc}}{n} + \frac{v_{dc}}{n} d_c + \mathbf{K}i_C(i_L - i_L^*) &= 0 \\
 d_c \left(\frac{v_{dc}}{n} + v_g\right) - \frac{v_{dc}}{n} + \mathbf{K}i_C(i_L - i_L^*) &= 0 \\
 d_c = D = \frac{\frac{v_{dc}}{n} - \mathbf{K}i_C(i_L - i_L^*)}{\frac{v_{dc}}{n} + v_g} \\
 d_c = D = \frac{v_{dc} - n\mathbf{K}i_C(i_L - i_L^*)}{v_{dc} + nv_g} & \quad (88)
 \end{aligned}$$

La dinámica del valor deseado de la variable libre en función de la entrada de control esta dado por:

$$\begin{aligned}
 -Cv_{dc} + \left(\frac{1-d}{n}\right)i_L^* - \frac{1}{R} \cdot v_{dc} + \mathbf{K}i_F(v - v_{dc}) &= 0 \\
 Cv_{dc} = \left(\frac{1-d}{n}\right)i_L^* - \frac{1}{R} \cdot v_{dc} + \mathbf{K}i_F(v - v_{dc}) & \quad (89)
 \end{aligned}$$

7. De lo anterior es posible realizar un análisis de estabilidad de señal pequeña, pero antes es necesario estimar los valores límites de los coeficientes de amortiguación $\mathbf{K}i_C$ y $\mathbf{K}i_F$

Se recomienda que f sea el limite inferior de la constante de tiempo de la variable controlada i , por lo que $\tau_c \geq 1/f$. El valor de $\mathbf{K}i_C$ se determina en función de la dinámica de la variable controlada $L \frac{di_L}{dt}$ en lazo cerrado y debe estar relacionada con los elementos del circuito.

$$\mathbf{K}i_C \leq nL \cdot f \quad (90)$$

Por su parte, la variable libre v debe ser más rápida que la variable controlada, es decir, $\tau_c < \tau_F$. Una buena sugerencia de ese valor es $\tau_F \geq \frac{1}{(5f)}$. En este caso el cálculo se determina en función de la dinámica de la variable libre Cv_{dc} en lazo cerrado, y se relaciona con los elementos del circuito. Teniendo en cuenta lo anterior y asumiendo que la variable controlada esta disociada de la variable libre, en estado estable se tiene que:

$$Ki_F \leq 5Cf - \frac{1}{R} \quad (91)$$

Las unidades respectivas de las constantes de amortiguamiento serán:

Ecuaciones	$Ki_C \leq nL \cdot f$	$Ki_F \leq 5Cf - \frac{1}{R}$
Unidades	$= H \cdot \frac{1}{s}$	$= F \cdot \frac{1}{s} - \frac{1}{\Omega}$
	$= \Omega \cdot s \cdot \frac{1}{s}$	$= \frac{s}{\Omega} \cdot \frac{1}{s} - \frac{1}{\Omega}$
	$= \Omega$	$= \frac{1}{\Omega} - \frac{1}{\Omega}$

En conclusión:

- Ki_C tiene una dimensión de resistencia (Ω),
- Ki_F tiene una dimensión de conductancia (Ω^{-1})

Para el caso específico del convertidor *Flyback* considerado, los valores límites de las constantes serían $Ki_C \leq 178.44 \Omega$ y $Ki_F \leq 241.45 \Omega^{-1}$

Una vez calculadas las constantes de amortiguamiento se procede al análisis de estabilidad en lazo cerrado, partiendo del modelo en el espacio de estados del sistema en lazo cerrado.

$$-\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i \\ v \\ v_{ac} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1-d}{nL} & 0 \\ \frac{1-d}{nC} & -\frac{1}{RC} & 0 \\ 0 & \frac{Ki_F}{C} & -\frac{1}{C} \left(\frac{1}{R} + Ki_F \right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i \\ v \\ v_{ac} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1-d}{nC} \end{bmatrix} \cdot i^* + \begin{bmatrix} \frac{v_g}{L} d \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (92)$$

Remplazando en (92) el valor de la entrada d deseada especificada en (88)

El modelo linealizado se obtiene como $\dot{\tilde{x}}_{SS} = \mathbf{A}_{SS} \tilde{x}_{SS} + \mathbf{B}_{SS} \cdot \tilde{i}^*$, donde las matrices están dadas por:

$$A_{SS} = \begin{bmatrix} \frac{\partial(\dot{i})}{\partial i} & \frac{\partial(\dot{i})}{\partial v} & \frac{\partial(\dot{i})}{\partial v_{dc}} \\ \frac{\partial(\dot{v})}{\partial i} & \frac{\partial(\dot{v})}{\partial v} & \frac{\partial(\dot{v})}{\partial v_{dc}} \\ \frac{\partial(v_{dc})}{\partial i} & \frac{\partial(v_{dc})}{\partial v} & \frac{\partial(v_{dc})}{\partial v_{dc}} \end{bmatrix} \quad B_{SS} = \begin{bmatrix} \frac{\partial(i)}{\partial i^*} \\ \frac{\partial(\dot{v})}{\partial i^*} \\ \frac{\partial(v_{dc})}{\partial i^*} \end{bmatrix} \quad (93)$$

$\alpha = \alpha_e$
 $x_{SS} = x_{SSe}$
 $i_L^* = i_{Le}^*$

$d = D$
 $x_{SS} = x_{SSe}$
 $i^* = i_e^*$

De lo anterior resulta

$$A_{SS} = \begin{bmatrix} \frac{-Ki_c(v + nv_g)}{L(v_{dc} + nv_g)} & -\frac{(1-d)}{nL} & \frac{(v + nv_g)(v_g + Ki_c(-i^*))}{L(v_{dc} + nv_g)^2} \\ \frac{(1-d)}{nC} + \frac{Ki_c i}{C(v_{dc} + nv_g)} & -\frac{1}{RC} & -\frac{i(v_g + Ki_c(i - i^*))}{C(v_{dc} + nv_g)^2} \\ \frac{Ki_c i^*}{C(v_{dc} + nv_g)} & \frac{Ki_F}{C} & -\frac{1}{C} \left(Ki_F + \frac{1}{R} \right) - \frac{i^*(v_g + Ki_c(i - i^*))}{C(v_{dc} + nv_g)^2} \end{bmatrix} \quad (94)$$

$d = D$
 $x_{SS} = x_{SSe}$
 $i^* = i_e^*$

$$B_{SS} = \begin{bmatrix} \frac{Ki_c(v + nv_g)}{L(v_{dc} + nv_g)} \\ -\frac{Ki_c i}{C(v_{dc} + nv_g)} \\ -\frac{Ki_c i^*}{C(v_{dc} + nv_g)} + \frac{(1-d)}{nC} \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} d = D \\ x_{SS} = x_{SSe} \\ i^* = i_e^* \end{matrix}$$

Considere a continuación los valores en estado estable de las variables de estado.

$$v^* = v_{ce} = v_{dce}$$

$$i^* = i_{ce}^* = i_e$$

$$i^* = \frac{v^*(v^* + n \cdot v_g)}{Rv_g}$$

$$D = \frac{v^*}{v^* + n \cdot v_g} \quad (95)$$

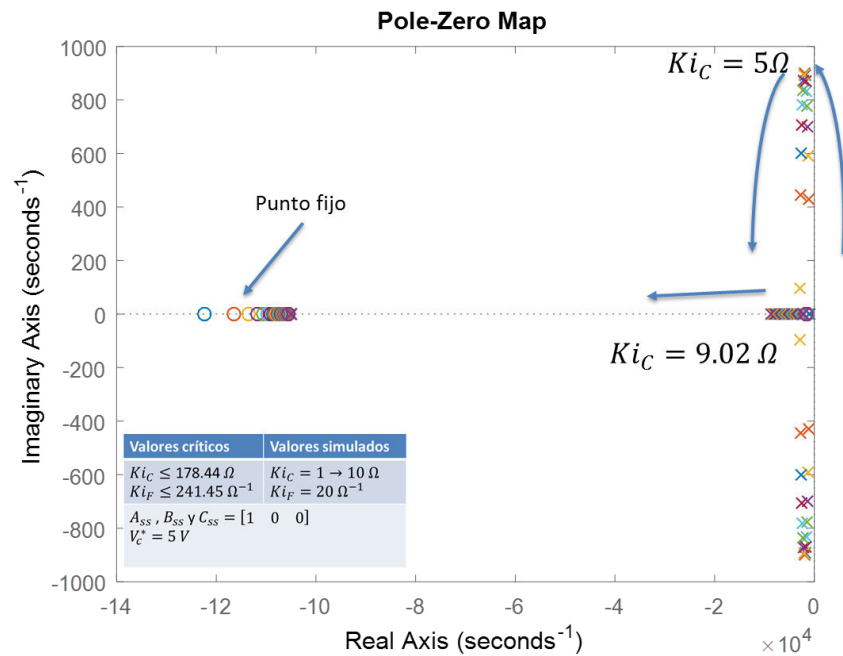
Remplazando D en las matrices A_{SS} y B_{SS} se tiene que:

$$A_{SS} = \begin{bmatrix} -\frac{K i_C}{L} & -\frac{v_g}{L(v^* + n v_g)} & \frac{v_g}{L(v_{dc} + n v_g)} - \frac{K i_C v^*}{R L v_g} \\ \frac{K i_C v^*}{v_g R C} + \frac{v_g}{C(v^* + n v_g)} & -\frac{1}{R C} & -\frac{v^*}{R C(v_{dc} + n v_g)} \\ \frac{K i_C v^*}{R C v_g} & \frac{K i_F}{C} & -\frac{1}{C} \left(K i_F + \frac{1}{R} \right) - \frac{v^*}{R C(v_{dc} + n v_g)} \end{bmatrix} \quad (96)$$

$$B_{SS} = \begin{bmatrix} \frac{K i_C}{L} \\ -\frac{K i_C v^*}{R C v_g} \\ -\frac{K i_C v^*}{R C v_g} + \frac{v_g}{C(v^* + n v_g)} \end{bmatrix}$$

8. A continuación, se hace la simulación numérica en el dominio de la frecuencia y en el dominio del tiempo para elegir las constantes de amortiguamiento apropiadas.

En la Figura 33 se muestra el resultado de la simulación en el modo *Buck* para un $V_c^* = 5 V$, para un valor fijo de $K i_F = 20 \Omega^{-1}$ y una variación de $K i_C = 1 \rightarrow 10 \Omega$. En este caso existen dos polos complejos conjugados que son iguales aproximadamente en $K i_C = 9.02 \Omega$ y un polo real que se mantiene aproximadamente fijo para variación de la constante de amortiguamiento $K i_C$.



a)

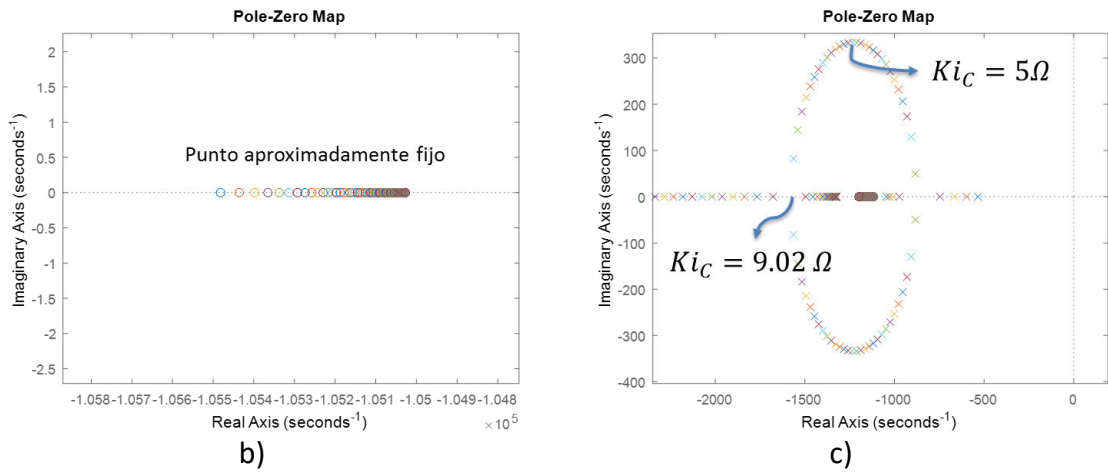


Figura 33 Lugar de las raíces para el modelo de pequeña señal del convertidor *Flyback* en modo *Buck* con $V_c^* = 5 V$, $Ki_F = 20 \Omega^{-1}$ y $Ki_C = 1 \rightarrow 10 \Omega$. a) Lugar de las raíces b) Polo real c) Polos complejos conjugados.

Fuente: El autor

Los valores propios del sistema se obtienen encontrando las raíces de la matriz A_{ss} y con cada uno de sus componentes se pueden obtener su ángulo y por consiguiente el coeficiente de amortiguamiento del sistema:

$$\text{Valores propios} = a_i \pm b_i j \quad (97)$$

$$\theta = \tan^{-1} b_i / a_i$$

$$\zeta = \cos \theta$$

El valor de coeficiente de amortiguación mínimo se obtiene en $Ki_C \cong 5 \Omega$ siendo este de $\zeta = 0.906$, por lo que el sistema será siempre sobreamortiguado.

En la Figura 34 se muestra el resultado de la simulación del mismo convertidor en modo *Buck* para un $V_c^* = 5 V$, pero esta vez para un valor fijo de $Ki_C = 9.3 \Omega$ y una variación de $Ki_C = Ki_F = 1 \rightarrow 120 \Omega^{-1}$. Para este valor de Ki_C los tres polos son reales; dos polos que permanecen fijos y uno que se mueve alejándose del eje imaginario.

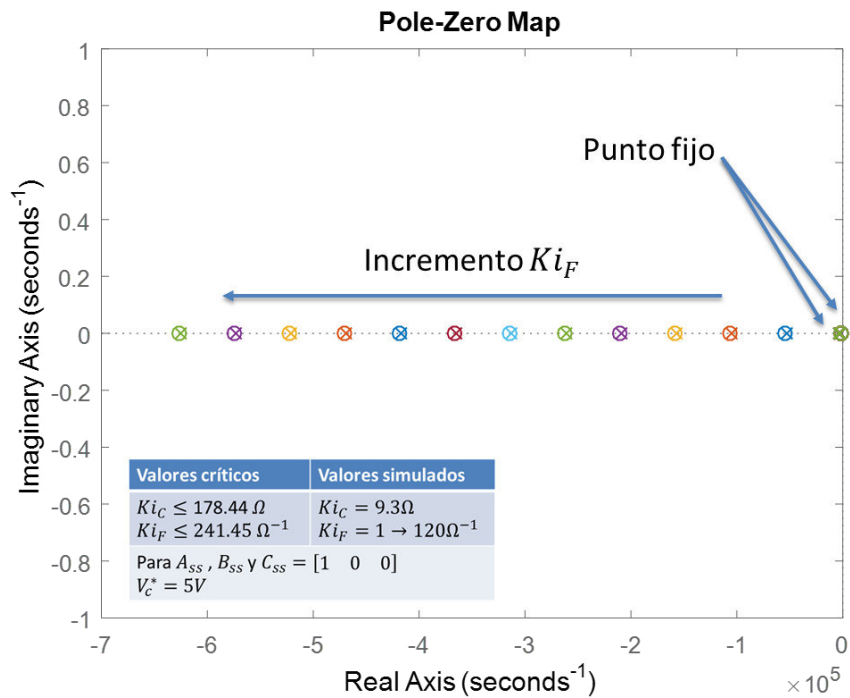
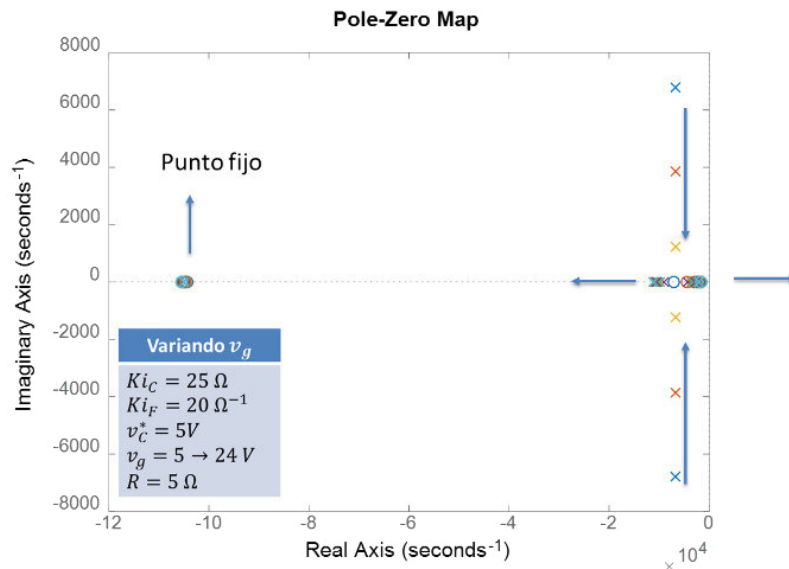


Figura 34 Lugar de las raíces para el modelo de pequeña señal del convertidor *Flyback* en modo *Buck* con $V_c^* = 5V$, $Ki_C = 9.3\Omega$ y $Ki_F = 1 \rightarrow 120\Omega^{-1}$.
Fuente: El autor

El margen de estabilidad aumenta en la medida que se inyecta amortiguación a la variable libre (Ki_F)

Se puede hacer otro análisis válido para este convertidor y consiste en analizar la respuesta del sistema ante la variación de los parámetros R y v_g



a)

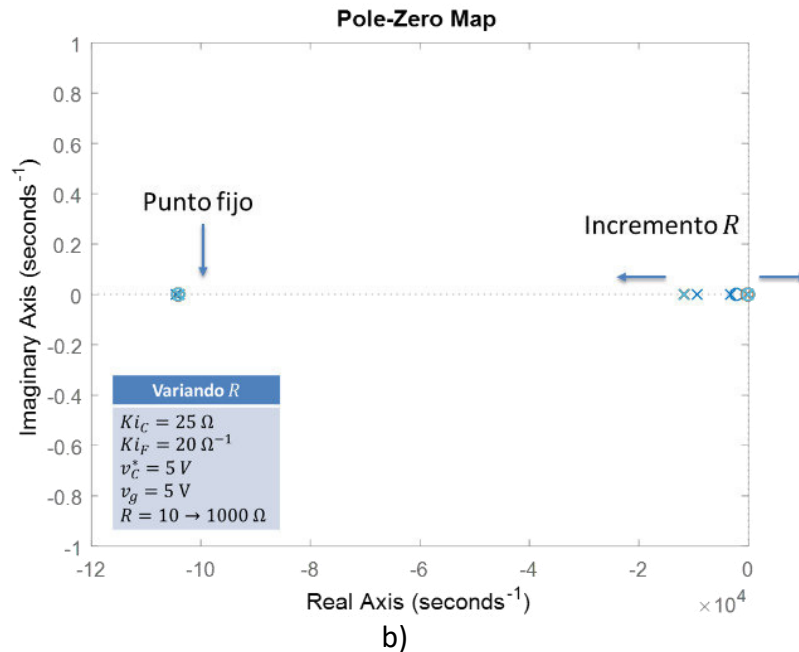


Figura 35 Lugar de las raíces para el modelo de pequeña señal del convertidor *Flyback* en modo *Buck* con a) $Ki_C = 25 \Omega$, $Ki_F = 20 \Omega^{-1}$, $v_C^* = 5V$, $v_g = 5 \rightarrow 24 V$ y $R = 5$ b) $Ki_C = 25 \Omega$, $Ki_F = 20 \Omega^{-1}$, $v_C^* = 5 V$, $v_g = 5 V$ y $R = 10 \rightarrow 1000 \Omega$. Fuente: El autor

De la Figura 35 a) Se tiene que una variación en el voltaje de entrada afectaría la estabilidad del sistema, dado que tiene efecto sobre los polos complejos conjugados. Por su parte en la Figura 35 b) se muestra cómo la variación de la carga mueve los polos sobre el eje x , afectando también la estabilidad del sistema. De lo anterior se deduce que esta estrategia de control no es robusta ante la variación de parámetros.

Por último, para revisar el comportamiento en el dominio del tiempo del sistema con el controlador diseñado se implementará el diagrama mostrado en la Figura 36 con los parámetros:

$$\begin{aligned}
 L &= 2,13 \text{ mH} \\
 C &= 192.3 \mu\text{F} \\
 R &= 5 \Omega \\
 v_g &= 24V \\
 v_C^* &= 5 v \\
 n &= 1/3 \\
 f &= 20 \text{ kHz} \\
 Ki_C &= 10 \Omega \\
 Ki_F &= 20 \Omega^{-1}
 \end{aligned}$$

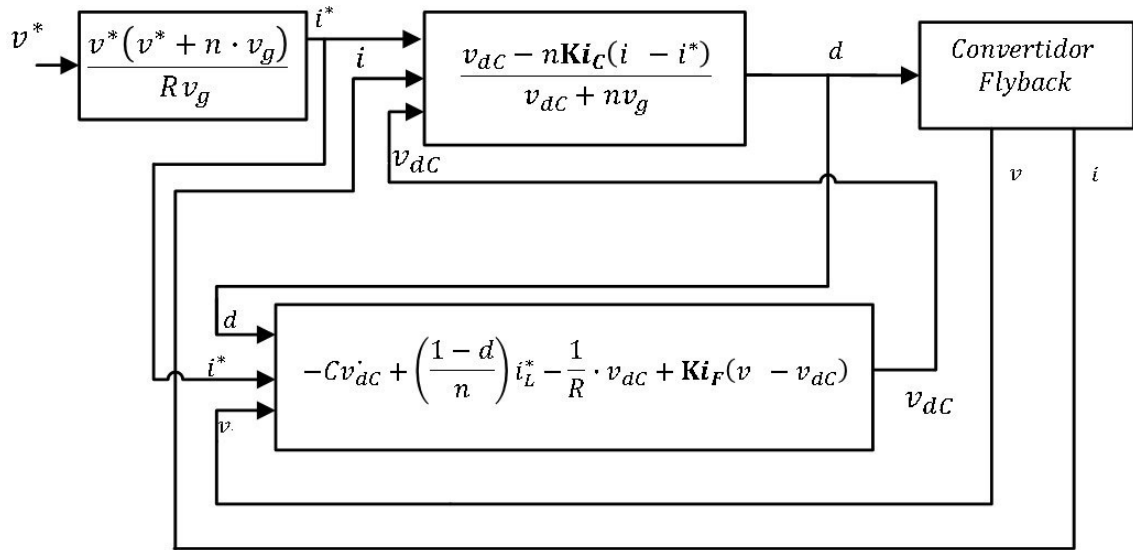
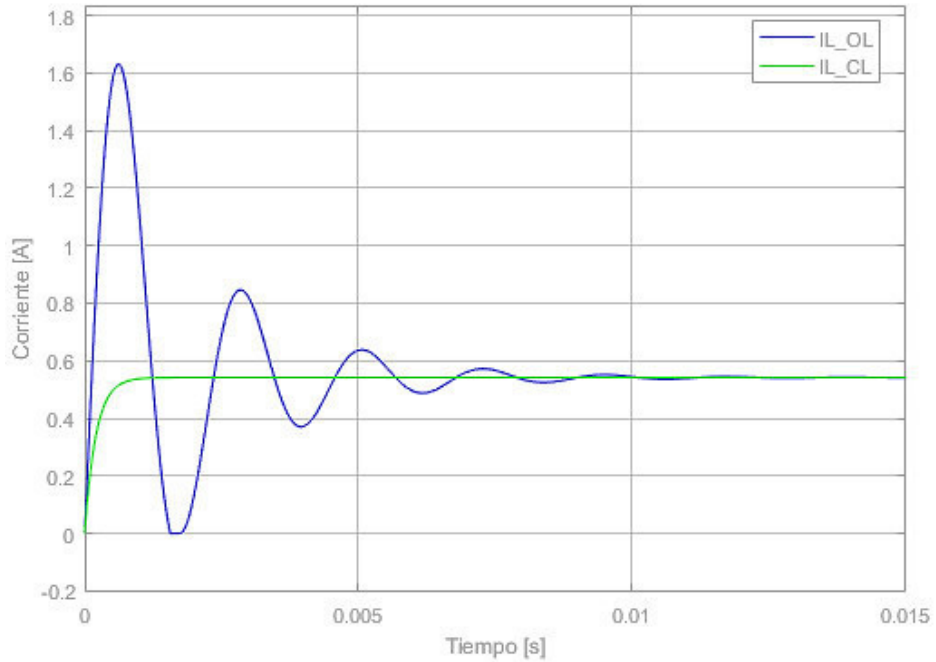


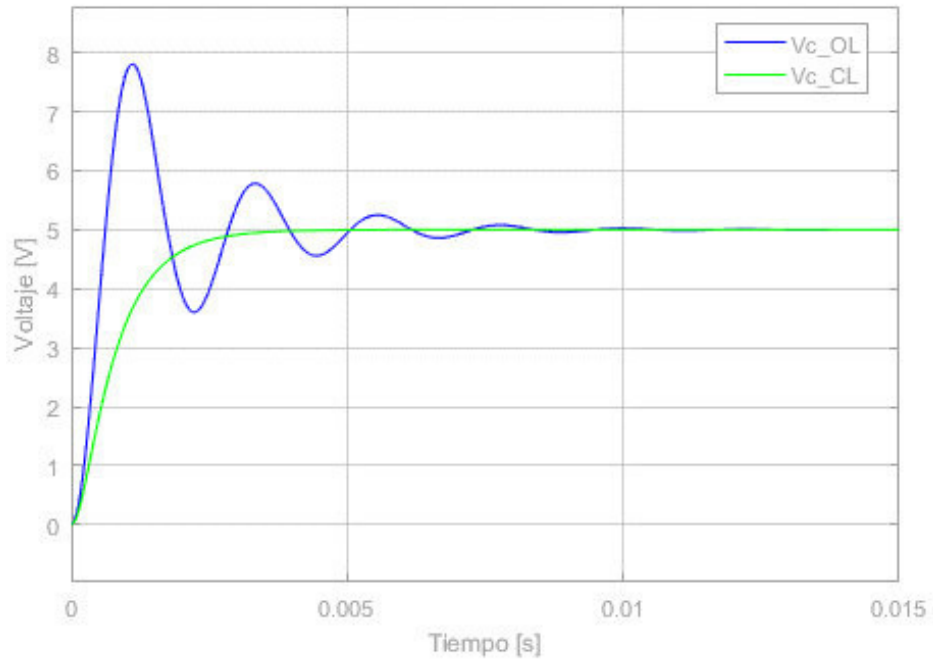
Figura 36 Esquema de simulación de control basado en pasividad de un convertidor Flyback.

Fuente: El autor

El resultado de simulación obtenido se muestra en la Figura 37, de ella se puede deducir que el sistema en lazo cerrado se estabiliza mucho antes que en lazo abierto y que además tiene una respuesta sobre amortiguada.



a)



b)

Figura 37 Respuesta en el tiempo de un convertidor *Flyback* con control basado en pasividad a) Corriente de salida b) Voltaje de salida.

Fuente: El autor

Considerando el caso de $Ki_C = 10 \Omega$ y $Ki_F = 20 \Omega^{-1}$ se tiene que

$$A + BK = \begin{bmatrix} -4690 & -870 & 670 \\ 11770 & 1040 & 400 \\ 2170 & 104000 & 105440 \end{bmatrix}$$

Por lo que los valores propios asociados son:

$$p_1 = 2430$$

$$p_2 = 3770$$

$$p_3 = 10498$$

El p_1 está ubicado en la misma posición que el p_1 en el control estabilizante estudiado en los capítulos anteriores.

7. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Para comparar el desempeño de las estrategias de control estudiadas se considerarán los parámetros de convertidor y de los controladores mostrados en la Tabla 12.

Tabla 12 Caso de estudio convertidor *Flyback* con control estabilizante y control basado en pasividad
Fuente: El autor

Parámetros del convertidor	Parámetros del controlador estabilizante	Parámetros del controlador basado en pasividad
$L = 2,13 \text{ mH}$ $C = 192,3 \text{ } \mu\text{F}$ $R = 5 \text{ } \Omega$ $E = 24\text{V}$ $f = 20 \text{ kHz}$ $v_c^* = 5\text{v}$	$\lambda = 0.02689$	$Ki_C = 10\Omega$ $Ki_F = 20\Omega^{-1}$

A continuación, se considerará el mismo modelo del convertidor para cada uno de los controladores y se tendrá como criterio de comparación los indicadores de desempeño RMSE (root-mean-square error) y RMS (root-mean-square), definidos a saber [21]:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=0}^n (e(i))^2} \quad (98)$$

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=0}^n (d(i))^2}$$

Donde:

- m es el número total de muestras
- $e(i)$ es la señal de error.
- $d(i)$ Señal de control

7.1 VARIACIÓN DEL PUNTO DE CONSIGNA

En una primer prueba se somete el convertidor ante variaciones del punto de consigna de $\pm 10\%$ de su valor nominal tal como se muestra en la Figura 38 y se obtiene el comportamiento del voltaje, la corriente y la señal de control mostrados en la Figura 39.

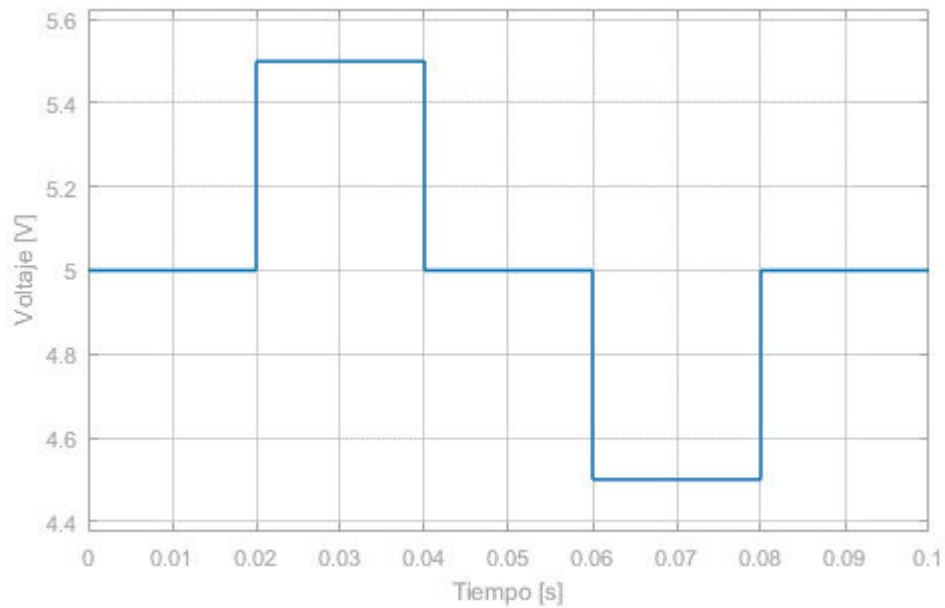
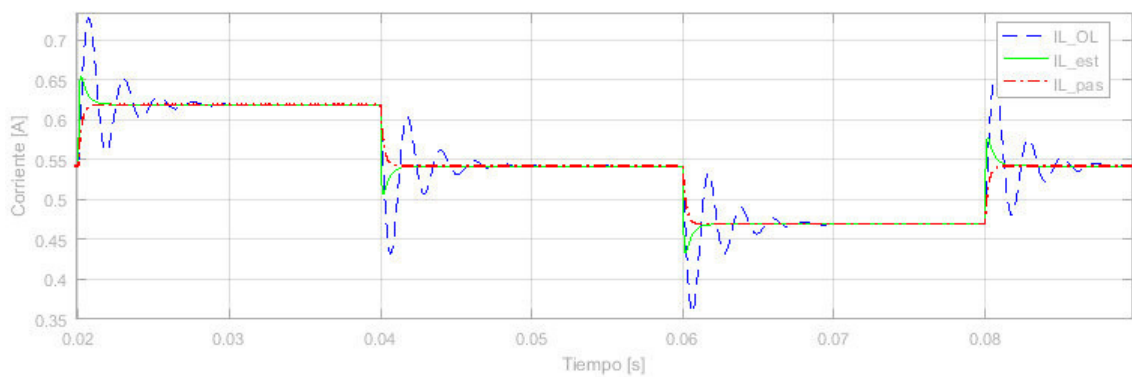
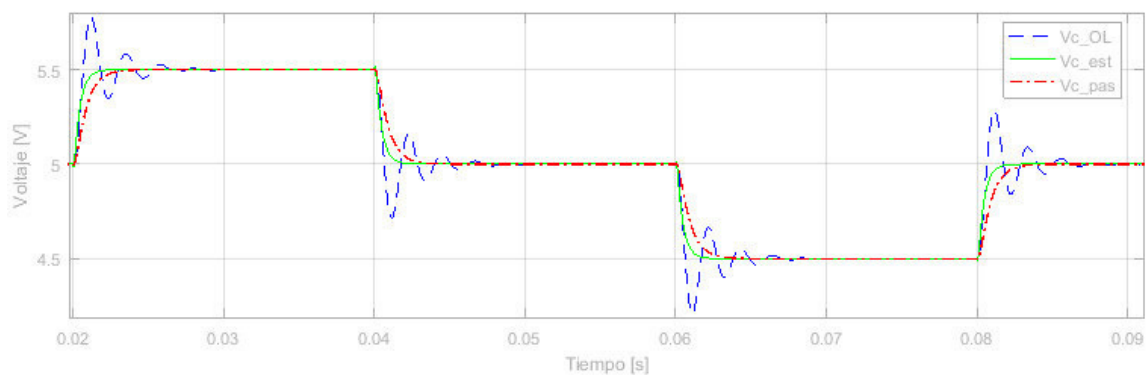


Figura 38 Variación del punto de consigna $\pm 10\%$ del valor nominal.

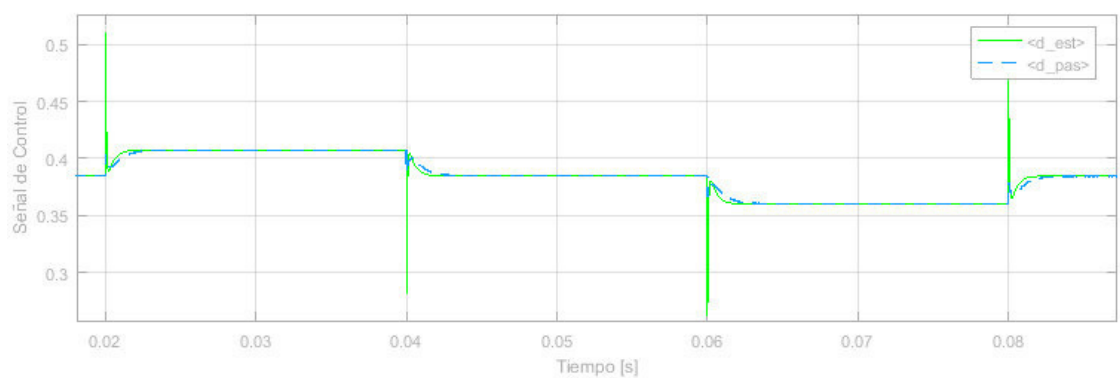
Fuente: El autor



a)



b)



c)

Figura 39 Variación del punto de consigna a) Corriente en lazo cerrado b) Voltaje en lazo cerrado c) Señal de control.

Fuente: El autor

Para esta prueba los parámetros de desempeño muestran lo indicado en la Tabla 13, según lo cual el convertidor basado en pasividad muestra un mejor desempeño.

Tabla 13 Parámetros de desempeño para prueba de variación del punto de consigna

Fuente: El autor

	Control Estabilizante	Control por Pasividad
<i>RMSE</i>	0.0318	0.0326
<i>RMS</i>	0.3876	0.3824

7.2 VARIACIÓN DE LA CARGA

En una segunda prueba se somete el convertidor en lazo cerrado ante variaciones de $\pm 10\%$ de la carga nominal como indica la Figura 40 y se obtiene lo mostrado en la Figura 41.

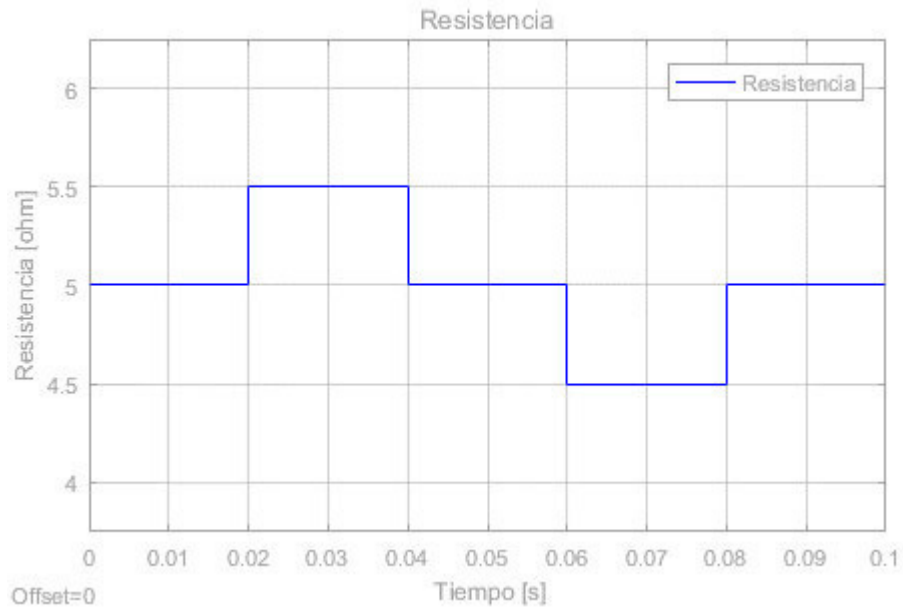
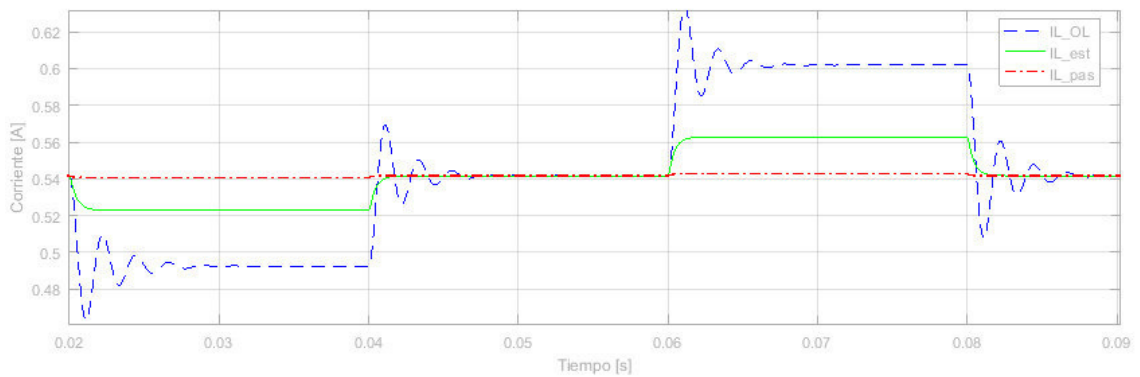


Figura 40 Variación de resistencia de carga $\pm 10\%$ del valor nominal.
Fuente: El autor



a)

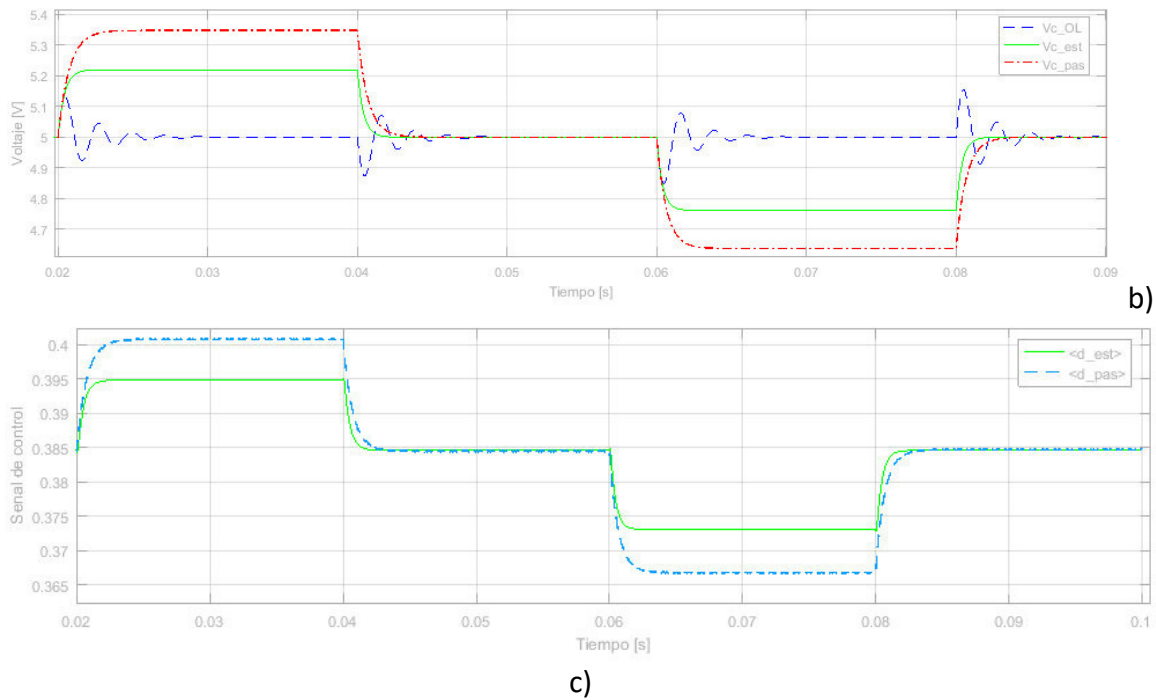


Figura 41 Variación de carga a) Corriente en lazo cerrado b) Voltaje en lazo cerrado c) Señal de control.
Fuente: El autor

Para esta prueba los parámetros de desempeño muestran lo indicado en la Tabla 14, según lo cual el convertidor basado en pasividad muestra un mejor desempeño.

Tabla 14 Parámetros de desempeño por prueba de variación de carga
Fuente: El autor

	Control Estabilizante	Control por Pasividad
<i>RMSE</i>	0.0351	0.0335
<i>RMS</i>	0.3879	0.3822

8. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se determina el modelo conmutado, el modelo promediado, el modelo estático y el modelo de pequeña señal de un convertidor DC-DC tipo *Flyback*. Los modelos desarrollados no incluyen las resistencias internas de los convertidores.

El modelo promediado del convertidor *Flyback* dista del modelo conmutado cuando el convertidor opera en modo de conducción discontinua dado que las ecuaciones usadas para deducir el modelo varían ligeramente en este modo de conducción.

El convertidor *Flyback* puede ser representado como un circuito equivalente con fuentes dependientes, fuentes independientes, transformadores y sin interruptores electrónicos, luego del uso del equilibrio voltaje segundo y el equilibrio de carga.

Con el desarrollo de dos técnicas de control no lineales basada en energía y fundamentadas en los métodos de Lyapunov se logró alcanzar los objetivos de control. El ajuste de los parámetros del controlador se logró por simulación numérica.

El control estabilizante se fundamentó en la retroalimentación de las pequeñas variaciones de los estados multiplicados por unas ganancias proporcionales K que controlan la velocidad de disipación de energía en el sistema.

El control basado en pasividad expresó el sistema en términos del formalismo de Euler Langrange para luego introducir una matriz de constantes que regularan la disipación de energía del sistema y por tanto controlan las variables del este.

Se comprobó que los parámetros del controlador dependerán del punto de operación del sistema para las técnicas de control implementadas. Adicionalmente, se demuestra que el control basado en pasividad tiene un mejor desempeño que el control estabilizante, debido a que su RMSE y su RMS en pruebas de respuesta a entrada escalón, respuesta ante variación del punto de consiga y respuesta ante variación de la carga.

9. RECOMENDACIONES Y TRABAJOS FUTUROS

Esta investigación podría ser implementada experimentalmente para contrastar el desempeño del convertidor electrónico ante la estrategia de control estabilizante y la estrategia de control basada en pasividad. Por otra parte, podría estudiarse el comportamiento del convertidor *Flyback* pero esta vez bidireccional, para gestionar la transferencia de la energía en ambas direcciones [5].

10. BIBLIOGRAFÍA

- [1] C. C. Chan, «The State of the Art of Electric, Hybrid and Fuel Cell Vehicles,» *Proceedings IEEE*, pp. 704-718, 2007.
- [2] P. A. Chabot, «Vehículos Eléctricos y redes para su recarga,» Ra-Ma, España, 2012.
- [3] L. A. Flores Oropeza, Estudio y análisis de soluciones topológicas de convertidores CC-CC bidireccionales para su aplicación en vehículos híbridos, Aguascaliente, Mexico, 2004.
- [4] F. Krismer, «Modeling and Optimization of Bidirectional Dual Active Bridge DC–DC Converter Topologies,» Zurich, 2010.
- [5] C. Pesce G, R. Blasco Giménez, J. Riedemann, I. Andrade Agüero y R. Peña Guíñez, «A DC-DC Converter Based On Modified Flyback Converter Topology,» *IEEE Latin America Transactions*, vol. 14, nº 9, 2016.
- [6] D. W. Hart, *Electrónica de Potencia*, Madrid: Pearson, 2001.
- [7] E. Fonkwe Fongang, . X. Weidong y . K. Vinod, «Dynamic Modeling and Control of Interleaved Flyback Module-Integrated Converter for PV Power Applications,» *IEEE Journals & Magazines*, 2014.
- [8] L. Martínez Salamero, A. Cid-Pastor, A. El Aroudi, R. Giral y J. Calvente, «Modelado y Control de Convertidores Conmutados Continua-Continua,» *Revista Iberoamericana*, vol. 6, p. 16, 2009.
- [9] R. Erickson, *Fundamentals of power electronics*, New York: Kluwer academic publisher, 2004.
- [10] S. Bacha, *Power Electronic converters modeling and control with case studies*, Londres: Springer, 2014.
- [11] J. Aracil Santonja y F. Gordillo, «El péndulo invertido: un desafío para el control no lineal,» *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI*, vol. 2, pp. 8-19, 2005.
- [12] H. Al-Sheikh, O. Bennouna, G. Hoblos y N. Moubayed, «Modeling, Design and Fault Analysis of Bidirectional DC-DC Converter for Hybrid Electric Vehicles,» *IEEE Conference Publications*, pp. 1689-1695, 2014.
- [13] H. Khalil, *Nonlinear systems*, T. Edition, Ed., Michigan: Prentice Hall, 2002.
- [14] N. Nise, *Control Systems Engineering*, Wiley, 2015.
- [15] I. Lopez Garcia, G. Espinosa Perez y V. Cardenas, «Control Basado en Pasividad para un Sistema de Generación,» *Congreso Nacional de Control Automático 2013*, pp. 16-18, 2013.
- [16] H. M. Maldonado del Toro, R. Silva Ortigoza, E. R. Ramos Silvestre, V. M. Hernández Guzmán y J. C. Rivera Díaz, «Modelado y simulación de un robot rígido de dos grados de libertad,» *Latin American Journal of Physics Education*, vol. 5, nº 1, 2011.

- [17] L. Gören-Sümer y H. Alpaslan Yildiz, «Lagrangian Modeling of DC-DC Buck-Boost and», *2009 European Conference on Circuit Theory and Design*, 2009.
- [18] E. Alcorta Garcia y L. Rodriguez Alfaro, «De la representación de sistemas Euler-Lagrange a la Hamiltoniana generalizada,» *Nova scientia*, vol. 7, 2015.
- [19] W. Bingyuan y F. Hui, «The Buck-Boost converter adopting passivity-based adaptive control strategy and its application,» de *2012 IEEE 7th International Power Electronics and Motion Control Conference - ECCE Asia*, Tianjin, China, 2012.
- [20] R. Hermida, *Funciones de Lyapunov de Control*, 2009, p. 21.
- [21] T. Chai y R. Draxler, «Root mean square error (RMSE) or mean absolute error (MAE)? –,» *Geoscientific model Develepment*, vol. 7, p. 4, 2014.