

**MANUAL DE DISEÑO DE UNA VIGA POSTENSADA DE 30 METROS EN  
SECCIÓN I BASADO EN LA NORMA COLOMBIANA DE DISEÑO DE PUENTES  
CCP -14**

**JESÚS ALBERTO CERCHIARO CASTILLO**

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA  
ESCUELA DE INGENIERIA  
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL  
BUCARAMANGA  
2019**

**MANUAL DE DISEÑO DE VIGA POSTENSADA EN SECCIÓN I BASADO EN  
CCP -14**

**JESÚS ALBERTO CERCHIARO CASTILLO  
ID: 000199261**

**Trabajo de grado presentado para optar al título de ingeniero civil**

**DIRECTOR  
ROBINSON MANTILLA GARCÍA**

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA  
ESCUELA DE INGENIERÍA  
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL  
BUCARAMANGA  
2019**

**NOTA DE ACEPTACIÓN**

---

---

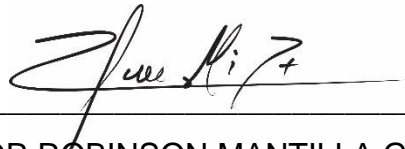
---

---

---

---

---



---

DIRECTOR ROBINSON MANTILLA GARCIA

---

JURADO

---

JURADO

## **AGRADECIMIENTOS**

Primero que todo darle gracias a Dios por el entendimiento y por hacer de mí la persona que hoy en día soy, y a mi mamá porque de ella aprendí la perseverancia y la lucha constante cada día para ser una mejor persona.

## CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN .....	13
1. OBJETIVOS.....	14
1.1 OBJETIVO GENERAL .....	14
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	14
2. DISEÑO DE PUENTES.....	15
2.1 DATOS DEL PROYECTO.....	16
3. PREDIMENSIONAMIENTO.....	17
3.1 LOSA.....	17
3.1.1 Ancho de la losa: .....	17
3.2 VIGAS.....	18
3.2.1 Altura de la viga. ....	18
3.2.2 Predimensionamiento del alma de la viga .....	23
3.2.3 Predimensionamiento Patín inferior .....	24
3.2.4 Predimensionamiento del patín superior .....	26
3.3 ARRIOSTRAMIENTO .....	33
3.4 OTRAS RECOMENDACIONES GEOMÉTRICAS .....	35
3.4.1 Caja de Anclaje. ....	35
3.4.2 Apoyo.....	35
4. LONGITUDES DE DISEÑO.....	37
4.1 LONGITUD DE CÁLCULO DEL PUENTE.....	38
4.1.1 Longitud de la sección en el apoyo $L_{secciónA}$ : .....	38
4.1.2 Longitud de la zona de transición $L_{ZT}$ .....	39

5. DISEÑO DE LA VIGA .....	39
5.1 MATERIALES A UTILIZAR EN EL DISEÑO DE LA VIGA POSTENSADA .....	39
5.1.1 Concreto. ....	39
5.1.2 Acero.....	39
5.1.3 Evaluación de cargas.....	40
5.1.3.1 Carga Muerta .....	40
5.1.3.2 Losa. ....	41
5.1.3.3 Peso de las cargas sobrepuestas (DCSI). ....	43
5.1.4 Carga Viva. ....	46
5.2 FUERZA DE PREESFUERZO .....	55
5.3 PERDIDAS.....	67
5.3.1 Fricción y curvatura.....	67
5.3.2 Pérdida por corrimiento en el anclaje (Asentamiento de los anclajes) .....	70
5.3.3 Pérdida por acortamiento elástico.....	74
5.3.4 Pérdidas por flujo plástico del concreto (CR). ....	80
5.3.5 Pérdida por relajación del acero R.....	81
5.4 REFUERZO MÍNIMO .....	87
5.5 DISEÑO A CORTANTE .....	89
5.6 ALARGAMIENTO DE LOS CABLES, DURANTE LA TRANSFERENCIA .....	104
6. CONCLUSIONES .....	106
BIBLIOGRAFÍA.....	108

## LISTAS DE FIGURAS

	<b>Pág.</b>
Figura 1. Sesión transversal del puente .....	15
Figura 2. Sección transversal losa .....	17
Figura 3. Separación de las vigas.....	17
Figura 4. Altura de la viga en concreto reforzado.....	18
Figura 5. Altura de la viga en concreto preesforzado .....	18
Figura 6. Profundidades mínimas tradicionales para superestructura de profundidad constante.....	19
Figura 7. Altura viga con dimensiones .....	19
Figura 8. Sección de la viga en el centro de la luz y en el apoyo.....	20
Figura 9. Posición de la excentricidad en la longitud de la viga .....	21
Figura 10. Ubicación del ducto en el centro del alma de la viga .....	23
Figura 11. Ubicación de los ductos en el patín inferior de la viga .....	25
Figura 12. Ubicación de los ductos en el patín inferior de la viga .....	25
Figura 13. Patín superior con altura de transición.....	26
Figura 14. Sección transversal de la viga en el centro de la luz .....	27
Figura 15. Sección transversal de la viga en el apoyo.....	29
Figura 16. Posición del eje centroidal .....	30
Figura 17. Ancho efectivo viga exterior.....	31
Figura 18. Propiedades geométricas de la sección compuesta en los apoyos del puente.....	32
Figura 19. Posición de las riostras en la viga.....	34
Figura 20. Altura de la riostran en el apoyo .....	34
Figura 21. Altura de la riostran en el centro de la luz.....	35
Figura 22. Caja de anclaje de la viga.....	35
Figura 23. Sección de la viga en el apoyo .....	36
Figura 24. Junta de dilatación.....	37

Figura 24. Longitud de la sección de apoyo y la sección de transición.....	38
Figura 25. Cargas del peso propio.....	40
Figura 26. Momento máximo .....	41
Figura 27. Ancho aferente de la losa .....	42
Figura 28. Sección de riostras de cada viga .....	45
Figura 29. Momento máximo debido al peso de las riostras.....	46
Figura 29. Momento máximo debido a la carga vehicular de diseño CC-14.....	48
Figura 30. Rango de aplicación .....	50
Figura 31. Regla de la palanca .....	52
Figura 31. Altura de los cables.....	63
Figura 32. Trayectoria cable 1 y 2.....	64
Figura 33. Trayectoria del cable 1:.....	64
Figura 34. Trayectoria del cable 2.....	66
Figura 35. Trayectoria de los cables del primer tensionamiento:.....	66
Figura 36. Corrimiento del anclaje antes del preesfuerzo .....	70
Figura 37. Corrimiento del anclaje después del preesfuerzo .....	70
Figura 38. Anclajes .....	71
Figura 39. Corrimiento del anclaje después del preesfuerzo .....	71
Figura 40. Fuerza debido a la carga vehicular .....	93
Figura 41. El cortante que produce la carga del camión de diseño .....	93
Figura 42. El cortante que produce la carga del Tándem de diseño.....	94
Figura 43. El cortante que produzca la carga del Carril de diseño.....	94
Figura 44. Sección crítica.....	97
Figura 45. Línea de influencia ante la carga de carril .....	98
Figura 46. Líneas de influencia.....	98
Figura 47. Línea de influencia por camino de diseño.....	99
Figura 48. Línea de influencia por el tándem .....	99
Figura 49. Línea de influencia ante la carga de carril .....	100
Figura 50. Sección transversal de la viga .....	102
Figura 51. Longitud parabólica.....	103



Figura 52. Diagrama de tensiones – Anclaje Fijo.....104  
Figura 53. Diagrama de tensiones – Anclaje Móvil .....105

## LISTA DE TABLAS

	<b>Pág.</b>
Tabla 1. Características de la sección de la viga .....	20
Tabla 2. Cargas sobreimpuestas. ....	44
Tabla 3. Momentos máximos. ....	45
Tabla 4. Distribución de las cargas vivas para momentos en vigas inferiores ccp-14 4.6.2.2.2b-1 .....	49
Tabla 5. Distribución de cargas para momentos en vigas exteriores longitudinales ccp-14 4.6.2.2.2d-1 .....	51
Tabla 6. Distribución de carga viva para cortante en vigas interiores .....	54
Tabla 8. Coeficiente de fricción para torones de postensado. ....	67
Tabla 9. Resumen de pérdidas por fricción y curvatura para el cable # 1 .....	69
Tabla 10. Resumen de pérdidas por fricción y curvatura para el cable # 2 .....	69

#### RESUMEN GENERAL DE TRABAJO DE GRADO

**TITULO:** MANUAL DE DISEÑO DE UNA VIGA POSTENSADA DE 30 METROS EN SECCIÓN I BASADO EN EL MANUAL COLOMBIANO DE DISEÑO DE PUENTES (CCP-14)

**AUTOR(ES):** JESUS ALBERTO CERCHIARO CASTILLO

**PROGRAMA:** Facultad de Ingeniería Civil


**DIRECTOR(A):** ROBINSON MANTILLA

#### RESUMEN

El propósito de este proyecto es realizar una guía explícita que detalle un paso a paso la elaboración de un diseño de una viga postensada en sección I de una luz de 30 metros, calculando el preesfuerzo Necesario y las pérdidas en el ejercicio del preesfuerzo entre otros cálculos necesario para diseñar la viga, basado en el código colombiano de diseño de puentes 2014 (CCP-14) que dicho código está basada en la norma (AASHTO) American Association of State Highway and Transportation Officials. La investigación estuvo enfocada principalmente en la norma colombiana de diseño de puentes (CCP-14) y en libros de autores reconocidos tales como los ingenieros Carlos Ramiro Vallecilla Bahena y Arturo Rodríguez Serquén que fueron de mucha ayuda para la elaboración de dicho manual debido a que ellos tienen libros basados en diseño de puentes con vigas postensada

**PALABRAS CLAVE:**

PUENTE VIGA POSTENSADO ACERO GUIA

  
Vº Bº DIRECTOR DE TRABAJO DE GRADO



#### GENERAL SUMMARY OF WORK OF GRADE

**TITLE:** DESIGN MANUAL OF A POSTENSED BEAM OF 30 METERS IN SECTION I  
BASED ON THE COLOMBIAN BRIDGE DESIGN MANUAL (CCP -14)

**AUTHOR(S):** JESUS ALBERTO CERCHIARO CASTILLO

**FACULTY:** Facultad de ingenieria civil

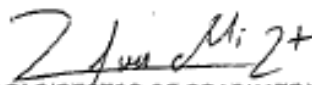
**DIRECTOR:** ROBINSON MANTILLA

#### ABSTRACT

The purpose of this project is to make an explicit guide detailing a step-by-step elaboration of a design of a post-tensioned beam in section I of a 30-meter light, calculating the necessary pre-effort and the losses in the exercise of the pre-effort among other calculations necessary to design the beam, based on the Colombian bridge design code 2014 (CCP-14) that said code is based on the American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO) standard. The research was mainly focused on the Colombian bridge design standard (CCP-14) and on books by renowned authors such as engineers Carlos Ramiro Vallecilla Bahena and Arturo Rodríguez Serquén, who was very helpful for the preparation of this manual because they have books based on bridge design with post-tensioned beams.

#### KEYWORDS:

BRIDGE BEAM MANUAL DESIGN POSTENSED

  
V° B° DIRECTOR OF GRADUATE WORK



## INTRODUCCIÓN

Existen muchas normas de diseño de puentes que se han utilizado durante muchos años, siempre son con bases a las normas AASHTO, anteriormente en Colombia se regía por la norma colombiana de diseño de puentes CCP-95, desde el año 1995 no se había actualizado dicha norma, fue hasta el año 2014 donde INVIAS publicó la actualización de la actual norma, que conservo el mismo nombre, solo cambio el año 1995 – 2014, norma colombiana de puentes CCP-14 Este trabajo se elaboró siguiendo todos las pautas y recomendaciones de la actual norma nacional de Diseño de Puentes CCP-14 y de la AASHTO. Debido a que la actual norma colombiana está diseñada bajos las pautas y los requerimientos de la AASHTO.

En esta guía se plantea un ejercicio previamente explicando paso por paso un diseño de una viga postensada en sección i de una luz de 30 metros bajo requerimientos de la actual norma colombiana de diseños de puentes CCP-14 para que los estudiantes de la Universidad Pontificia Bolivariana y cualquier otro investigador obtenga esta guía de diseño actualizada. Posteriormente a al trabajo de grado seguiré dedicándole tiempo a la guía. No solo para que quede en guía de una viga si no para completar una guía de diseño de un puente completo teniendo en cuenta todos los requerimientos de la actual norma colombiana de puentes CCP14.

Finalmente, para ilustrar los conceptos presentados en los primeros capítulos, se incluye el “Diseño de la superestructura del puente. En esta parte, se estudia el diseño de un puente desde su etapa inicial de concepción, ubicación y alineación hasta el diseño final de la superestructura (losa y vigas).

## **1. OBJETIVOS**

### **1.1 OBJETIVO GENERAL**

Diseñar la superestructura en viga postensada de un puente de luz 30 metros mediante la Norma Colombiana de Diseño de Puentes CCP-14.

### **1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

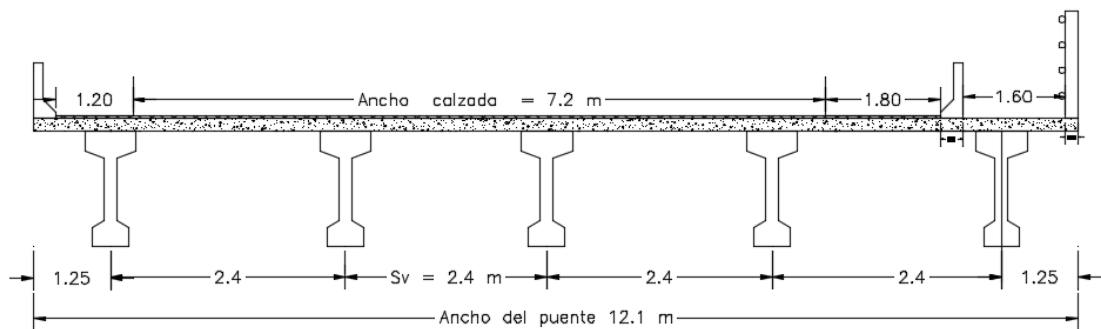
- Dimensionar geoméricamente la superestructura basado en el CCP-2014
- Calcular las cargas muertas y móviles que pasan por la viga postensada
- Determinar las pérdidas y cálculo del tensionamiento de los cables
- Realizar una guía de procedimiento para el diseño de una viga postensada, que cumpla los requisitos de la actual Norma Colombiana de Puentes.

## 2. DISEÑO DE PUENTES

Se desea diseñar una viga sección (I) postensada, de un puente de luz de 30 metros bajo los requerimientos de la Norma Colombiana de Diseño de Puentes CCP-14.

### Sección Transversal del puente

Figura 1. Sesión transversal del puente



A continuación, una breve referencia a los datos generales del puente que se usará como base para el diseño de la viga

- Puente en zona rural
- Vía de dos carriles
- Berma de tráfico de 1,8 m a un costado y 1,2 al otro costado (Norma de tráfico)
- Paso peatonal de 1,6 m
- Luz1 = 30 m

## 2.1 DATOS DEL PROYECTO

Luz del puente (L):

$$Luz_1 = 30 \text{ m}$$

Número de carriles (#C)

$$\#C = 2$$

Ancho del carril ( $b_{\text{carril}}$ )

$$b_{\text{carril}} = 3.6 \text{ m}$$

Número de andenes (#A)

$$\#A = 1$$

Ancho de andenes (C)

$$b_{\text{anden}} = 1.6 \text{ m}$$

Ancho de la losa ( $b_{\text{Losa}}$ )

$$b_{\text{Losa}} = 12.1 \text{ m}$$

$$\#vigas = 5$$

$$S_v = 2.40 \text{ m}$$



### 3. PREDIMENSIONAMIENTO

#### 3.1 LOSA

##### 3.1.1 Ancho de la losa:

Figura 2. Sección transversal losa

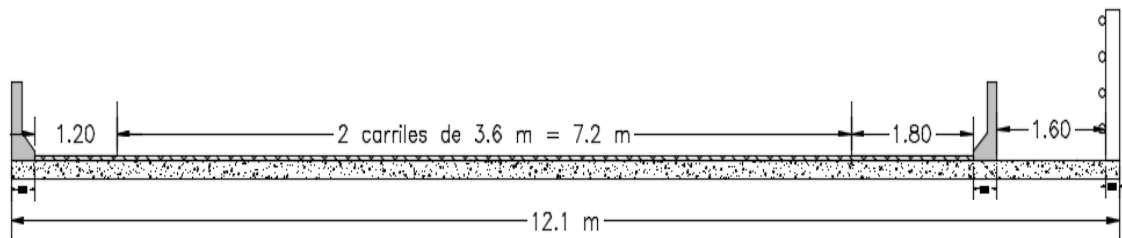
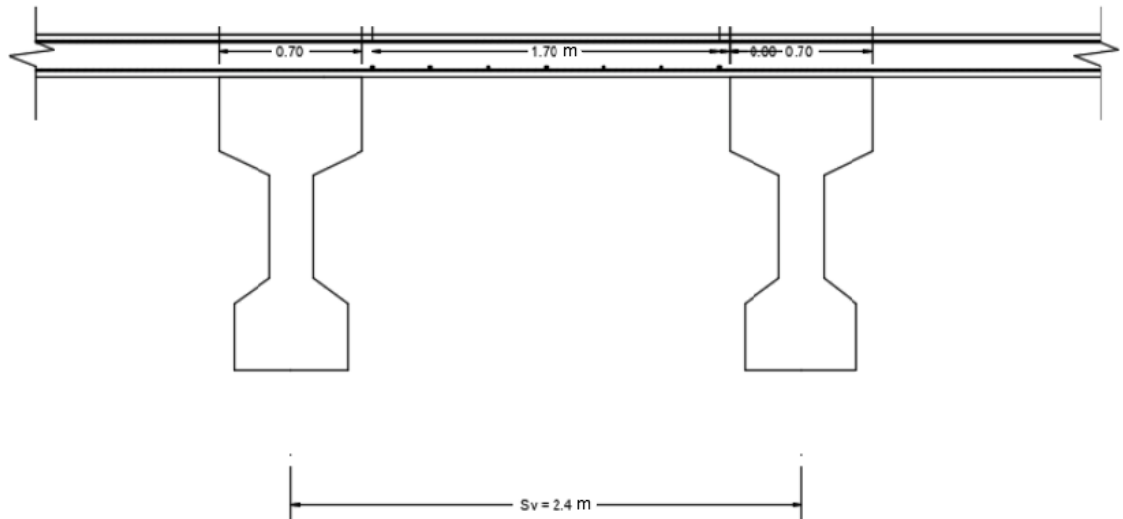


Figura 3. Separación de las vigas

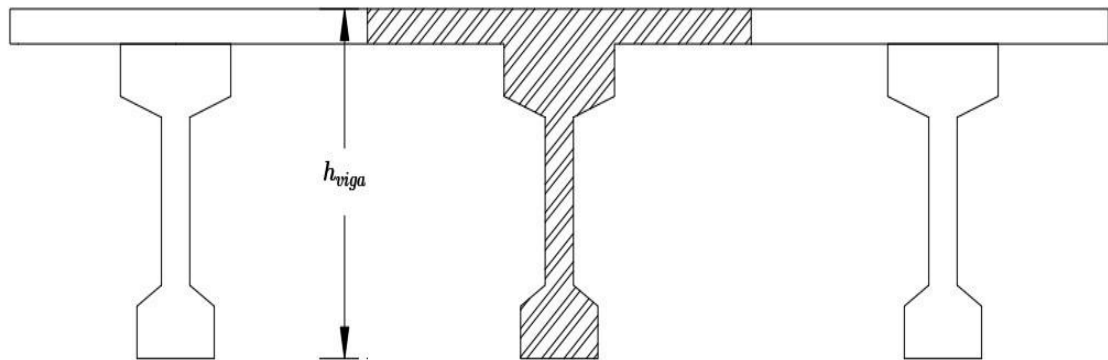


Por lo tanto, para esa separación de vigas, el nuevo espesor de la losa es:  
 $h_{losa} = 200$  mm

## 3.2 VIGAS

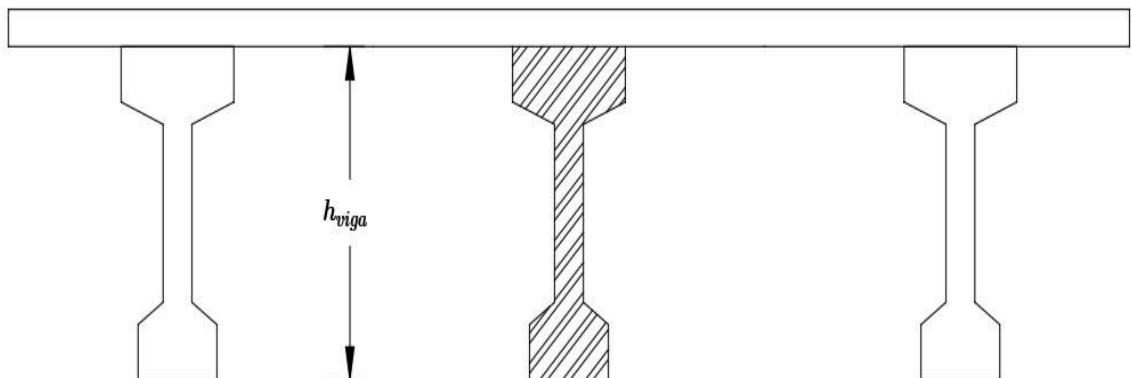
**3.2.1 Altura de la viga.** En vigas de concreto reforzado, para efecto de cálculo, se considera como altura de la viga, la altura de la viga más el espesor de la losa, tal y como se observa a continuación en la figura 4.

Figura 4. Altura de la viga en concreto reforzado



Ahora bien, en vigas de concreto preesforzado, para efecto del cálculo se considera como altura de la viga, solo la altura de la misma, no se incluye el espesor de la losa tal y como se muestra a continuación en la figura 5

Figura 5. Altura de la viga en concreto preesforzado



## ESPESORES TRADICIONALES

Figura 6. Profundidades mínimas tradicionales para superestructura de profundidad constante

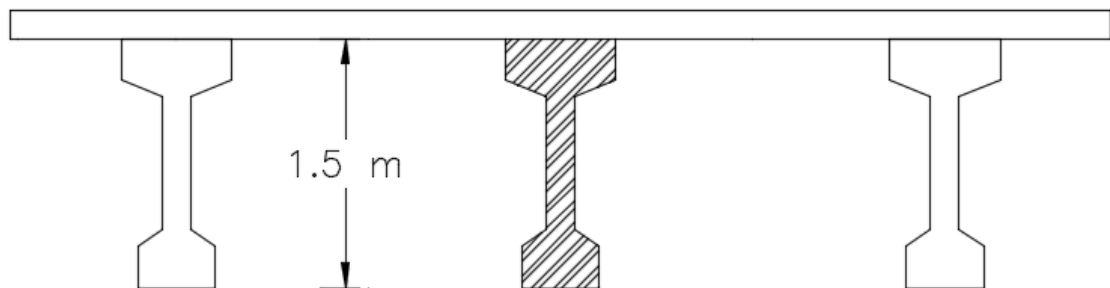
Tabla 2.5.2.6.3-1 — Profundidades mínimas tradicionales para superestructuras de profundidad constante

Superestructura		Profundidad mínima (Incluyendo el tablero)	
		Los valores pueden ajustarse para tener en cuenta cambios en rigidez relativa de secciones de momento positivo y negativo.	
Material	Tipo	Luces simplemente apoyadas	Luces continuas
Concreto Reforzado	Losas con refuerzo principal paralelo al tráfico	$\frac{1.2(S+3000)}{30}$	$\frac{S+3000}{30} \geq 165 \text{ mm}$
	Vigas T	$0.070L$	$0.065L$
	Vigas Cajón	$0.060L$	$0.055L$
	Vigas de estructuras para peatones	$0.035L$	$0.033L$
Concreto Preesforzado	Losas	$0.030L > 165 \text{ mm}$	$0.027L > 165 \text{ mm}$
	Vigas cajón vaciadas <i>in situ</i>	$0.045L$	$0.040L$
	Vigas I prefabricadas	$0.045L$	$0.040L$
	Vigas de estructuras para peatones	$0.033L$	$0.030L$
	Vigas cajón adyacentes	$0.030L$	$0.025L$
Acero	Profundidad total de vigas I compuestas	$0.040L$	$0.032L$
	Profundidad de porción de acero de viga I compuesta	$0.033L$	$0.027L$
	Cerchas	$0.100L$	$0.100L$

$$H_{\text{viga}} = 0.045 * Luz_1 = 1.35 \text{ m}$$

( CCP-14 del INVIAS (2014), 2.5.2.6.3-1)

Figura 7. Altura viga con dimensiones



**Comentario:** Esfuerzos en la viga

- Se tienen esfuerzos de cortante grandes en las zonas de apoyos
- Se tienen esfuerzos de flexión grandes en la zona central de la luz

Figura 8. Sección de la viga en el centro de la luz y en el apoyo

**Sección de la viga en el centro de la luz      Sección de la viga en el apoyo**

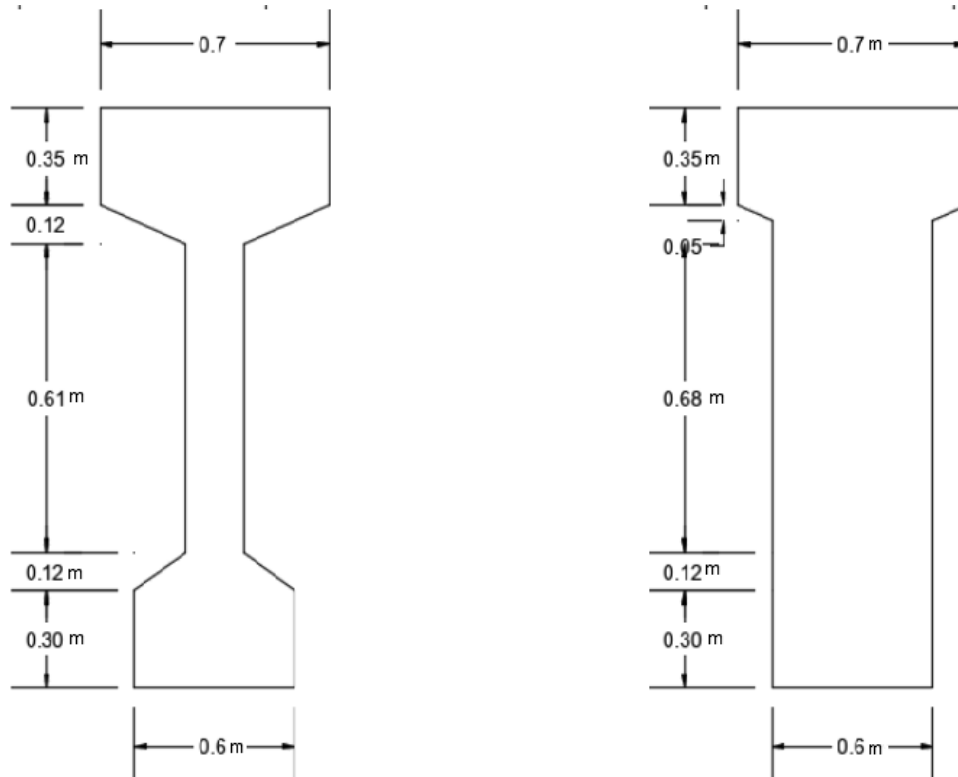


Tabla 1. Características de la sección de la viga

Características de la sección de la viga	
En el centro de la luz	En el apoyo
Gobierna la flexión	Gobierna el cortante
Se requiere más acero	Se requiere más concreto
Se requiere menos concreto	Se requiere menos acero

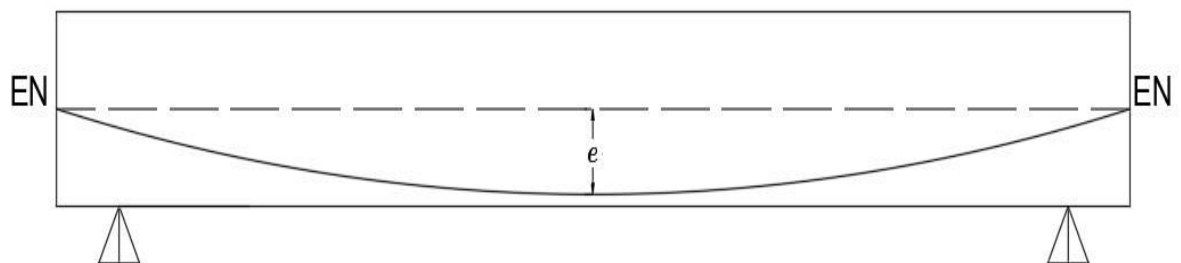
**Comentario:** en vigas preesforzadas; se pueden desarrollar en dos metodologías, las cuales se describen a continuación:

1. Una sola etapa de tensionamiento: Aplicar el preesfuerzo necesario para soportar el peso propio de la viga durante su isado o traslado en el sitio más el peso de la losa más las cargas posteriores.
2. Dos etapas de preesfuerzo:
  - Etapa 1: Aplicar el preesfuerzo necesario para soportar el peso propio de la viga durante su isado o traslado en el sitio y además el peso de la losa
  - Etapa 2: Aplicar el esfuerzo restante una vez la losa halla fraguado y se tenga no una sección simple como en la etapa 1, si no una sección compuesta, losa más sección de la viga, que me permita soportar los esfuerzos que producen las cargas posteriores (baranda, barrera de tráfico, pavimento, carga viva).

**Nota:** la eficiencia de un cable para el preesfuerzo, depende de la excentricidad que tenga

El momento primario  $M_p$  que produce el cable es la fuerza  $P$  por la excentricidad del cable respecto al eje neutro en el centro de la luz  $M_p = P \cdot e$ , es decir que a mayor excentricidad, mayor momento se va generar y por lo tanto, mayor es el aporte por flexión que tiene el cable, dicho de otra manera, necesito menos fuerza para generar el mismo momento.

Figura 9. Posición de la excentricidad en la longitud de la viga



### Recomendaciones para el predimensionamiento de la viga

- No debe ser menor que 17 cm para vigas reforzadas y 20 cm para vigas postensadas.
- Los estribos de las vigas de los puentes por lo general son de los siguientes diámetros:

a)  $\frac{1}{2}$  in Para puentes de luces normales.

b)  $\frac{5}{8}$  in Para puentes de grandes luces, se colocan en la zona cerca a los apoyos.

- Recubrimiento lateral libre 25 mm

$$r_{\mu} = 25 \text{ mm}$$

- Diámetro del refuerzo longitudinal:

$\frac{1}{2}$  in. Para puentes de luces normales

$$\phi_{Rt} = 12.7 \text{ mm}$$

- Se debe dejar un espacio libre de 25 mm entre el ducto y el acero transversal de la viga

$$s_{\mu} = 25 \text{ mm}$$

- Diámetros de los ductos: De acuerdo con CCP-14 del INVIAS (2014), 5.4.6.2 el diámetro de los ductos debe ser por lo menos 2 veces el área neta de los torones. Si los torones se enhebran posteriormente a la construcción de la viga, el diámetro mínimo debe ser 2.5 el área neta del acero de preesfuerzo:

Diámetro del toron ( $\phi$  toron)

$$\Phi \text{ toron} = \frac{5}{8} \text{ in}$$

Área del torón ( $A$  torón):

$$A_{\text{torón}} = 1.4 \text{ cm}^2$$

$$\# \text{cables} = 6$$

$$\# \text{torones} \times \text{cable} = 12$$

$$\text{Total torones} = \# \text{cables} \times \# \text{torones} \times \text{cable} = 72$$

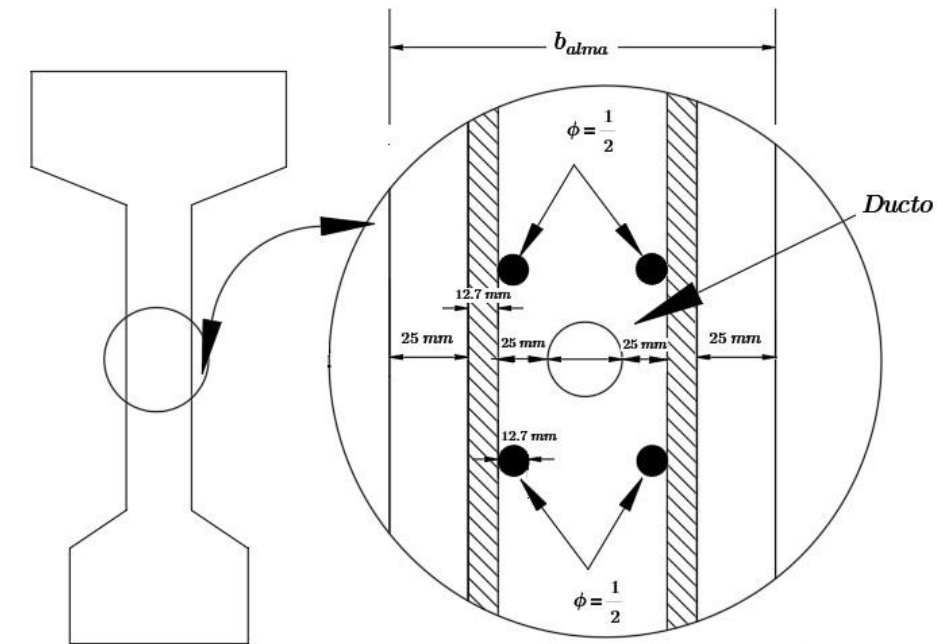
$$A_{\text{neta}} = \# \text{torones} \times \text{cable} \times A_{\text{torón}} = 16.8 \text{ cm}^2$$

Diámetro del ducto ( $\phi_{\text{ducto}}$ )=

$$(\Phi_{\text{ducto}}) = \sqrt{\frac{4 \times A_{\text{neta}} \times 2.5}{\pi}} = 7.31 \text{ cm.} \quad \Phi_{\text{ducto}} = 8 \text{ cm}$$

### 3.2.2 Predimensionamiento del alma de la viga

Figura 10. Ubicación del ducto en el centro del alma de la viga



$$b_{\text{alma}} = (2 \cdot r_{\mu}) + (2 \cdot s_{\mu}) + (2 \cdot \phi_{\text{Rt}}) + \phi_{\text{ducto}} = 205.4 \text{ mm}$$

$$b_{\text{alma}} = 0.21 \text{ m}$$

### 3.2.3 Predimensionamiento Patín inferior

Separación entre ductos, medida de centro a centro:

$$s_d = 2.5 * \varphi_{\text{ducto}} = 0.2 \text{ m}$$

Separación vertical entre ductos ( $s_{vd}$ ):

$$S_{vd} = \sqrt{s_d^2 - \left(\frac{s_d}{2}\right)^2} = 0.17 \text{ m}$$

$S_{vd}$  = teorema de Pitágoras

Recubrimiento superior del patín inferior  $r_{spinf}$  medido desde el centro del ducto más alejado de la base hasta el final de la altura del patín inferior.

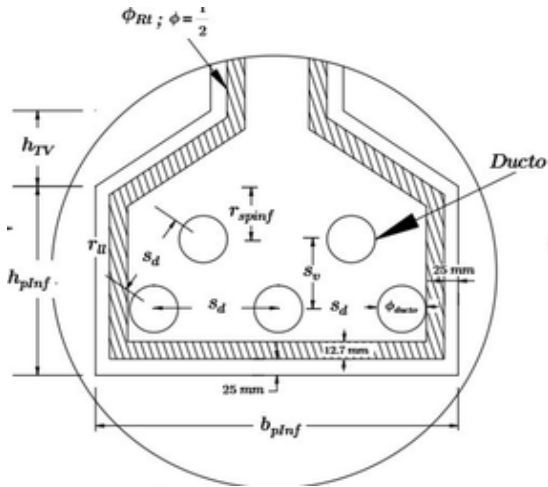
$$r_{spinf} = 20 \text{ mm}$$

Se recomienda hacer una zona de transición entre el patín inferior y el alma de la viga, esto obedece a razones constructivas, porque si la transición se hace en un ángulo recto, en la esquina del patín pueden quedar hormigueos debido al difícil acceso del concreto a ese lugar, mientras que si se hace la transición el concreto puede llenar todos los vacíos del patín

Altura de transición vertical. ( $h_w$ ) se recomienda:  $10 \text{ cm} < h_w < 15 \text{ cm}$



Figura 11. Ubicación de los ductos en el patín inferior de la viga



Se asume  $h_{TV} = 12 \text{ cm}$

Ancho del patín inferior  $b_{pInf}$

$$b_{pInf} = (2 \cdot r_{\mu}) + (2 \cdot s_d) + (2 \cdot \phi_{Rt}) + \phi_{ducto} = 55.54 \text{ cm}$$

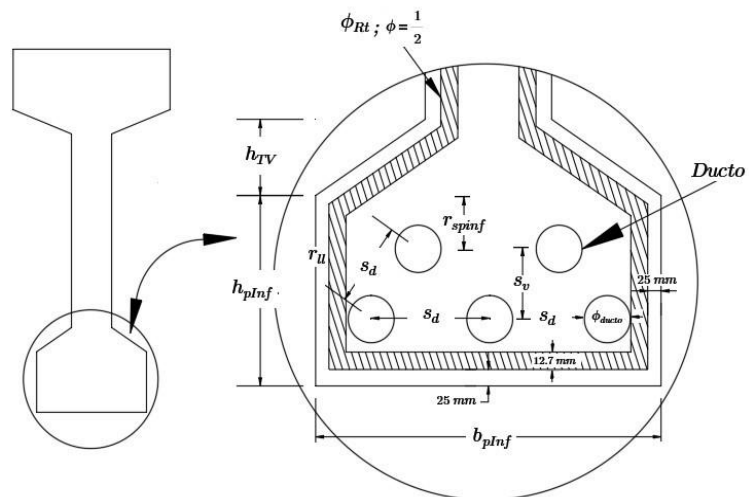
$$b_{pInf} = 0.6 \text{ m}$$

Altura del patín inferior  $h_{pInf}$

$$h_{pInf} = r_{\mu} + s_v + \phi_{Rt} + \phi_{ducto} + r_{spInf} = 31.09 \text{ cm}$$

$$h_{pInf} = 0.3 \text{ m}$$

Figura 12. Ubicación de los ductos en el patín inferior de la viga



### 3.2.4 Predimensionamiento del patín superior

#### Recomendaciones

- Se deben respetar los mismos recubrimientos usados en el dimensionamiento del patín inferior.
- Ancho del patín superior, se recomienda que sea, la luz de la viga entre 50, se recomienda que sea mayor que el ancho del patín inferior  $b_{pInf} = 0.6\text{m}$

$$b_{pSup} = \frac{LUZdi}{50} = 58.77 \text{ cm}$$

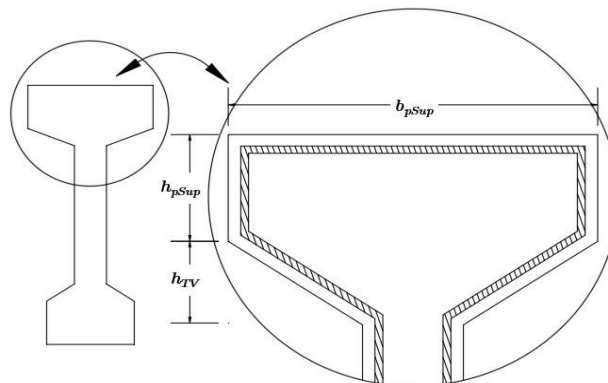
$$b_{pSup} = 0.6 \text{ m} \quad \text{se aproxima a} \quad b_{pSup} = 0.7 \text{ m.}$$

- Altura del patín superior, debe ser mayor a la altura del patín inferior, se recomiendan alturas de 20 cm
- La altura puede ser igual

$$h_{pSup} = 35 \text{ cm}$$

- La altura de transición puede ser igual a la del patín inferior:

Figura 13. Patín superior con altura de transición



#### Propiedades geométricas de la viga (sección I)

Altura mínima de la viga ( $H_{min.viga}$ )

$$H_{min.viga} = 0.045 * Luz1 = 1.35 \text{ m}$$

Altura asumida de la viga (Hviga)

Hviga = 1.50 m

Patín inferior

$b_{pInf} = 0.6 \text{ m}$

$h_{pInf} = 0.3 \text{ m}$

Patín superior

$b_{pSup} = 0.7 \text{ m}$

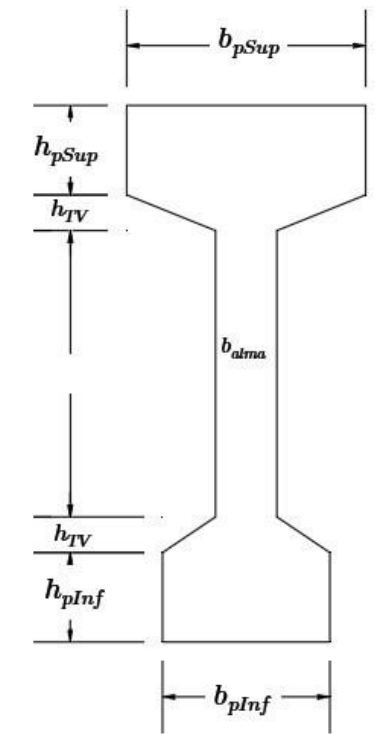
$h_{pSup} = 0.35 \text{ m}$

**Nota:** Se propone dos secciones simples; una sobre el apoyo, la cual debe alojar los anclajes del preesfuerzo y otra en el centro de la luz del puente

### Sección 1: en la luz

Propiedades geométricas de la sección simple en la luz del puente

Figura 14. Sección transversal de la viga en el centro de la luz



## Propiedades de la sección

Área de la sección simple en la luz:  $A_{ssL}$

$$A_{ssL} = 0.66 \text{ m}^2$$

Distancia del eje neutro a la fibra inferior:  $Y_{issL}$

$$Y_{issL} = 0,79 \text{ m}$$

Distancia del eje neutro a la fibra superior:  $Y_{sssL}$

$$Y_{sssL} = H_{viga} - Y_{issL} = 0,71 \text{ m}$$

Inercia centroidal:  $I_{centroidal}$

$$I_{centroidalssL} = 0.17 \text{ m}^4$$

Módulo de la sección Superior :  $W_{sssL}$

$$W_{sssL} = \frac{I_{centroidalssL}}{Y_{sssL}} = 0.239 \text{ m}^3$$

Módulo de la sección inferior :  $W_{issL}$

$$W_{issL} = \frac{I_{centroidalssL}}{Y_{issL}} = 0.215 \text{ m}^3$$

Eficiencia de la sección  $\rho_{ssL}$

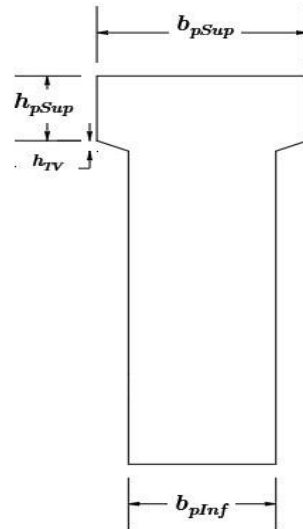
$$\rho_{ssL} = \frac{I_{centroidalssL}}{A_{ssL} * Y_{sssL} * Y_{issL}} = 0.459$$

**Nota:** Eficiencia de la sección: se define la eficiencia de una sección preesforzada como el resultado de dividir su momento centroidal de inercia por el producto de área de la sección multiplicada por la distancia del centro de la sección a las fibras extremas superior e inferior de la sección

## Sección 2: En los apoyos

Propiedades geométricas de la sección simple en los apoyos del puente

Figura 15. Sección transversal de la viga en el apoyo



Área de la sección simple en los apoyos del puente:  $A_{ssA}$

$$A_{ssA} = 0.94 \text{ m}^2$$

Distancia del eje neutro a la fibra inferior  $Y_{issA}$

$$Y_{issA} = 0.77 \text{ m}$$

Distancia del eje neutro a la fibra superior  $Y_{sssA}$

$$Y_{sssA} = H_{viga} - Y_{issA} = 0.73 \text{ m}$$

Inercia centroidal  $I_{centroidal}$

$$I_{centroidalssA} = 0.18 \text{ m}^4$$

Módulo de la sección Superior :  $W_{sssA}$

$$W_{sssA} = \frac{I_{centroidalssA}}{Y_{sssA}} = 0.247 \text{ m}^3$$

Módulo de la sección inferior :  $W_{issA}$

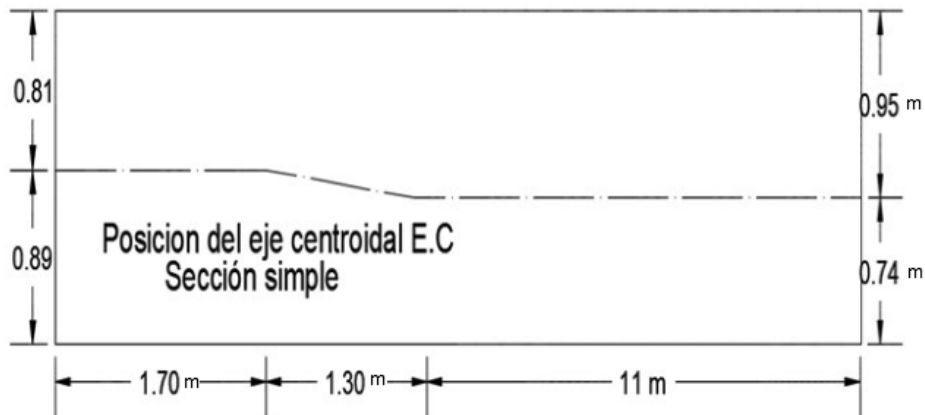
$$W_{issA} = \frac{I_{centralssA}}{Y_{issA}} = 0.23 \text{ m}^3$$

Eficiencia de la sección  $\rho_{ssA}$

$$\rho_{ssA} = \frac{I_{centralssA}}{A_{ssA} Y_{ssA} * Y_{issA}} = 0.34$$

### Posición del eje centroidal en la sección simple

Figura 16. Posición del eje centroidal



### Longitud de la zona de apoyo

$$L_{zA} = \frac{LUZ_1}{30} = 1 \text{ m} \quad L_{zA} = 1 \text{ m}$$

$$L_{zT} = 0.8 \text{ m} \text{ se asume}$$

$$L_{zT} = \text{debe estar entre } 0.7 \text{ y } 1.2 \text{ m}$$

$$L_A = L_{zA} + L_{zT} = 1.8 \text{ m}$$

$$L_A = 1.8 \text{ m}$$

### Sección 3: en la luz

Propiedades geométricas de la sección compuesta en la luz del puente

Anchos aferente:

$$L_{voladizoLosa} = 1.25 \text{ m}$$

Ancho aferente viga exterior:

$$L_{afVe} = L_{VoladizoLosa} + S_v/2 = 2.45 \text{ m}$$

Ancho aferente viga interior:

$$L_{afVi} = S_v = 2.4 \text{ m}$$

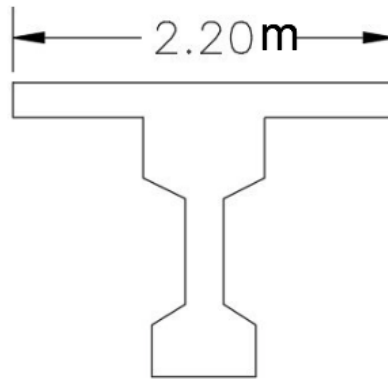
$n$  = Es la relación entre el módulo de elasticidad del concreto de las vigas y el de la losa

$$n = \frac{E_{cVigas}}{E_{cLosa}} = 1.118$$

Ancho efectivo viga exterior:

$$L_{efVe} = L_{afVe}/n = 2.191 \text{ m}$$

Figura 17. Ancho efectivo viga exterior



Área de la sección compuesta en la luz:  $A_{scL}$

$$A_{scL} = 1.10 \text{ m}^2$$

Distancia del eje neutro a la fibra inferior  $Y_{iscL}$

$$Y_{iscL} = 1.12 \text{ m}$$

Distancia del eje neutro a la fibra superior  $Y_{sscL}$

$$Y_{sscL} = H_{viga} + h_{losa} - Y_{iscL} = 0.58 \text{ m}$$

Inercia centroidal  $I_{\text{centroidal}}$

$$I_{\text{centroidal scL}} = 0.34 \text{ m}^4$$

Módulo de la sección Superior :  $W_{\text{sscl}}$

$$W_{\text{sscl}} = \frac{I_{\text{centroidal scL}}}{Y_{\text{sscl}}} = 0.586 \text{ m}^3$$

Módulo de la sección inferior :  $W_{\text{iscL}}$

$$W_{\text{iscL}} = \frac{I_{\text{centroidal scL}}}{Y_{\text{iscL}}} = 0.304 \text{ m}^3$$

Eficiencia de la sección  $\rho_{\text{scL}}$

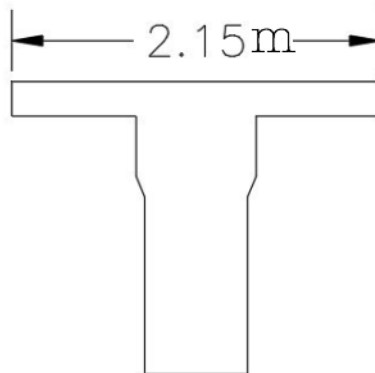
$$\rho_{\text{scL}} = \frac{I_{\text{centroidal scL}}}{A_{\text{scL}} * Y_{\text{sscl}} * Y_{\text{iscL}}} = 0.476$$

#### Sección 4: En los apoyos

Propiedades geométricas de la sección compuesta en los apoyos del puente

$$L_{\text{afVi}} = \frac{L_{\text{afVi}}}{n} = 2.147 \text{ m}$$

Figura 18. Propiedades geométricas de la sección compuesta en los apoyos del puente



Área de la compuesta en los apoyos del puente:  $A_{\text{scA}}$

$$A_{\text{scA}} = 1.37 \text{ m}^2$$



Distancia del eje neutro a la fibra inferior  $Y_{iscA}$

$$Y_{iscA} = 1.03 \text{ m}$$

Distancia del eje neutro a la fibra superior  $Y_{sscA}$

$$Y_{sscA} = H_{viga} - Y_{iscA} = 0.47 \text{ m}$$

Inercia centroidal  $I_{centroidal}$

$$I_{centroidal\ scA} = 0.38 \text{ m}^4$$

Módulo de la sección Superior:  $W_{sscA}$

$$W_{sscA} = \frac{I_{centroidal\ scA}}{Y_{sscA}} = 0.809 \text{ m}^3$$

Módulo de la sección inferior :  $W_{iscA}$

$$W_{iscA} = \frac{I_{centroidal\ scA}}{Y_{iscA}} = 0.369 \text{ m}^3$$

Eficiencia de la sección  $\rho$

$$\rho = \frac{I_{centroidal\ scA}}{Y_{scA} * Y_{sscA} * Y_{iscA}} = 0.573$$

### 3.3 ARRIOSTRAMIENTO

**Comentario:** Por norma, siempre se debe poner una riostra en sentido transversal a la longitud del puente, en la zona de los apoyos, para proporcionar rigidez y uniformizar los desplazamientos ante un evento sísmico.

En puentes rectos, con luces largas es decir más de 15 m, o en puentes con luces largas y esviaje pequeño, se deben poner riostras intermedias, de tal manera que la separación máxima entre riostras sea 14 m, en puentes curvos se debe analizar si es favorable el uso de riostras.

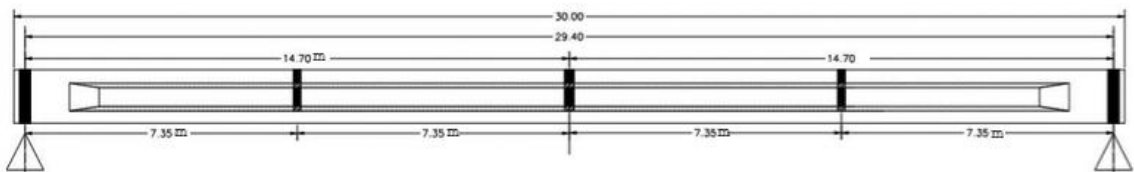
### Secciones típicas para riostras:

Las riostras en el apoyo tienen un ancho típico de 30 cm, mientras que las del centro de la luz, pueden tener un ancho típico de 25 cm, estas dimensiones son tentativas, se deben chequear.

Las riostras en el apoyo deben ir en toda la altura de la viga, es decir desde la parte superior del patín superior hasta la parte inferior del patín inferior.

Las riostras en el centro de la luz van desde la parte superior del patín superior hasta la parte superior del patín inferior. Esta recomendación se da, para vigas en acero debido a que estas por lo general, el patín inferior va estar sometido a tracción y se debe dejar libre para que este pueda deformarse libremente, en estructuras de concreto, se adopta esta recomendación, aunque el comportamiento no es estrictamente igual.

Figura 19. Posición de las riostras en la viga

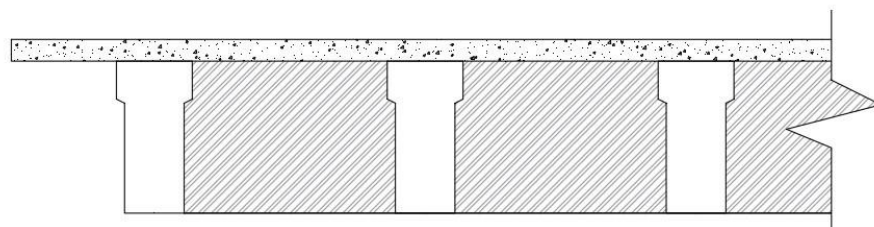


Selección de la riostra en el apoyo

$$b_{\text{riostraA}} = 30 \text{ cm}$$

$$h_{\text{riostraA}} = H_{\text{viga}} = 1.5 \text{ m}$$

Figura 20. Altura de la riostra en el apoyo

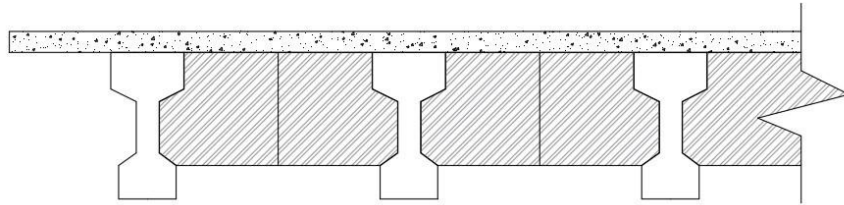


Sección de la riostra en el centro de la luz

$$b_{\text{riostraL}} = 25 \text{ cm}$$

$$h_{\text{riostraL}} = H_{\text{viga}} - h_{\text{plnf}} = 1.2 \text{ m}$$

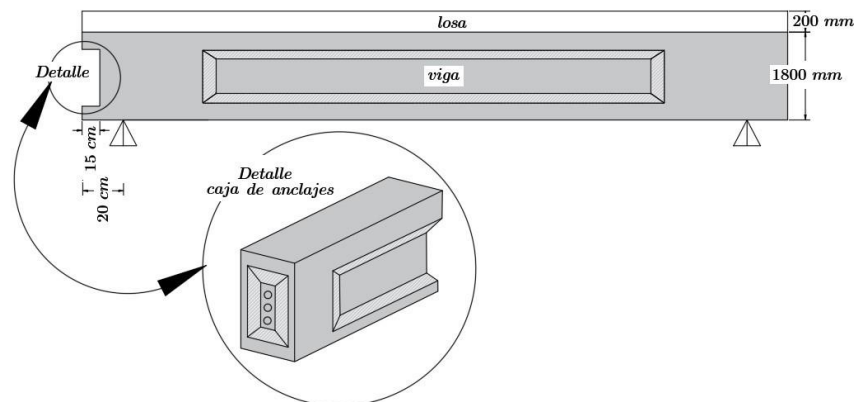
Figura 21. Altura de la riostra en el centro de la luz



### 3.4 OTRAS RECOMENDACIONES GEOMÉTRICAS

**3.4.1 Caja de Anclaje.** Se deben dejar 15 cm medidos desde la cara exterior de la viga para la caja de anclaje como se muestra a continuación:

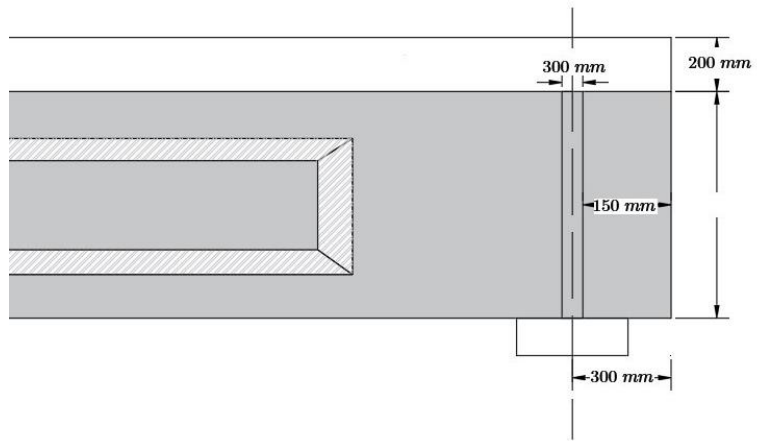
Figura 22. Caja de anclaje de la viga



**3.4.2 Apoyo.** Se debe dejar a mínimo 20 cm de tal forma que permita la ubicación de la caja de anclajes, a partir de ahí se colocan los estribos de la viga

- El eje de las riostras de los apoyos debe coincidir con el eje del apoyo
- El ancho de las riostras de los puentes va de 20 a 30 cm  
 $b_{\text{riostra}} = 30 \text{ cm}$

Figura 23. Sección de la viga en el apoyo



#### 4. LONGITUDES DE DISEÑO

$\alpha$  Son los grados que rota la viga por cada grado de temperatura

$$\alpha = 1.05 \cdot 10^{-5} / 1^\circ \text{C}$$

$$\alpha = 1.05 \cdot 10^{-5}$$

$\Delta T$  es la diferencia entre la máxima y la mínima temperatura registrada para el lugar en donde se va construir el puente

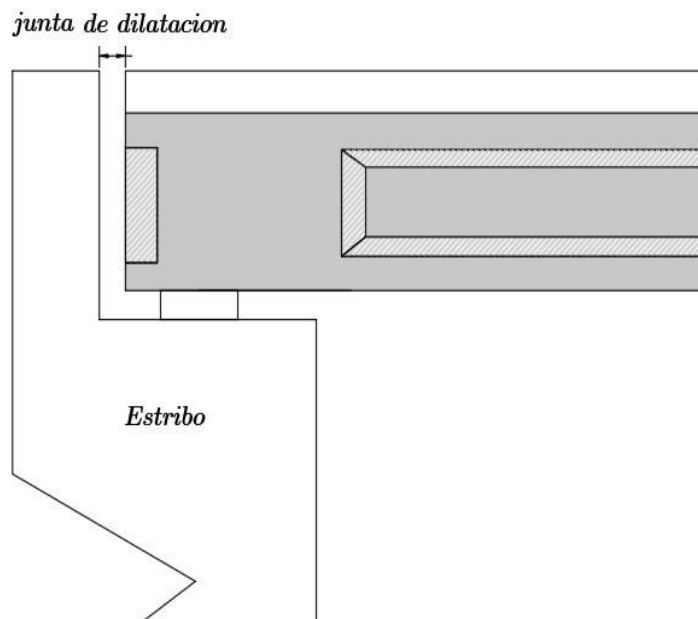
$$\Delta T = 25$$

$\Delta L$  es la longitud que se puede alargar la viga por efectos de la temperatura.

$$\Delta L = \alpha \cdot (Luz_1) \Delta T = 0.788 \text{ cm}$$

$$\Delta L = (\Delta L, 0.001 \text{ mm}) = 0.788 \text{ cm}$$

Figura 24. Junta de dilatación

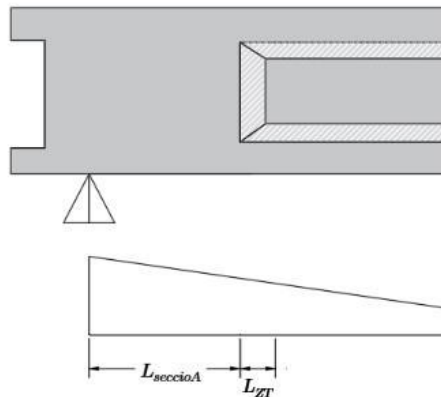


## 4.1 LONGITUD DE CÁLCULO DEL PUENTE

$$L_{uzD1} = L_{uz1} - 2 \cdot (\Delta L + b_{\text{riostro}}/2 + 15 \text{ cm}) = 29.384 \text{ m}$$

### 4.1.1 Longitud de la sección en el apoyo $L_{\text{secciónA}}$ :

Figura 24. Longitud de la sección de apoyo y la sección de transición



Para vigas en concreto reforzado

$$L_{\text{secciónA}} = L_{uzD}/20$$

Para vigas en concreto postensado

**Nota:** se recomienda que esta longitud sea mayor de 1.2 m

$$L_{\text{secciónA}} = L_{uzD}/30$$

Para este ejemplo en el que las vigas son vigas en concreto postensado se tiene

$$L_{ssA} = \frac{L_{uzD}}{30} \geq 1.2 \text{ m}$$

$$\frac{L_{uzD}}{30} = 0.979 \text{ m ; se redondea a 1.2 porque da menor}$$

**Nota:** se recomienda que esta longitud sea mayor o igual que de 1.2 m si el resultado es menor que 1.2 se coloca 1.2

#### 4.1.2 Longitud de la zona de transición LZT

$$0.7 \text{ m} < LZT < 1.2 \text{ m}$$

### 5. DISEÑO DE LA VIGA

#### 5.1 MATERIALES A UTILIZAR EN EL DISEÑO DE LA VIGA POSTENSADA

**5.1.1 Concreto.** Resistencia a la compresión del concreto de las vigas a los 28 días  
(  $f'_{cVigas}$  )

$$f'_{cVigas} = 35 \text{ MPa} \quad f'_{ci} = 28 \text{ MPa}$$

Resistencia a la compresión del concreto de la losa para el tensionamiento ( $f'_{cLosa}$ )

$$f'_{cLosa} = 28 \text{ MPa}$$

Densidad del concreto simple y reforzados

$$\gamma_{cs} = 23 \text{ kN/m}^3$$

$$\gamma_c = 24 \text{ kN/m}^3$$

Módulo de elasticidad del concreto ( $E_c$ ) =

$$K_1 = 1 \quad w_c = 2300$$

$$E_{cVigas} = 0.043 \cdot K_1 \cdot w_c^{1.5} \cdot \sqrt{f'_{cvigas}} \text{ *Mpa} = 28060.424 \text{ MPa (CCP-14 del INVIAS (2014), 5.4.2.4 )}$$

$$E_{cLosa} = 0.043 \cdot K_1 \cdot w_c^{1.5} \cdot \sqrt{f'_{cLosa}} \text{ *MPa} = 25098.006 \text{ MPa}$$

#### 5.1.2 Acero

Esfuerzo de fluencia del acero de baja relajación ( $f_{py}$ ) ( CCP-14 del INVIAS (2014), 5.4.4.1-1)

$$f_{py} = 0.9 * 1860 \text{ MPa} = 1674 \text{ MPa}$$

Módulo de elasticidad del acero de baja relajación ( $E_p$ ) ( CCP-14 del INVIAS (2014), 5.4.4.2 )

$$E_p = 197 \text{ GPa}$$

### 5.1.3 Evaluación de cargas

#### 5.1.3.1 Carga Muerta

Cargas debidas al peso propio (DC)

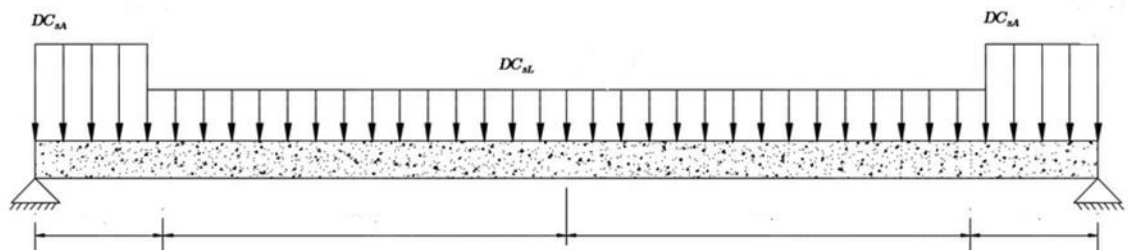
Cargas debidas al peso propio de la sección simple en la luz ( $DC_{sL}$ )

$$DC_{sL} = A_{ssL} * \gamma_c = 1.615 \frac{\text{ton}}{\text{m}}$$

Cargas debidas al peso propio de la sección simple en los apoyos ( $DC_{sA}$ )

$$DC_{sA} = A_{ssA} \gamma_c = 2.3 \frac{\text{ton}}{\text{m}}$$

Figura 25. Cargas del peso propio.

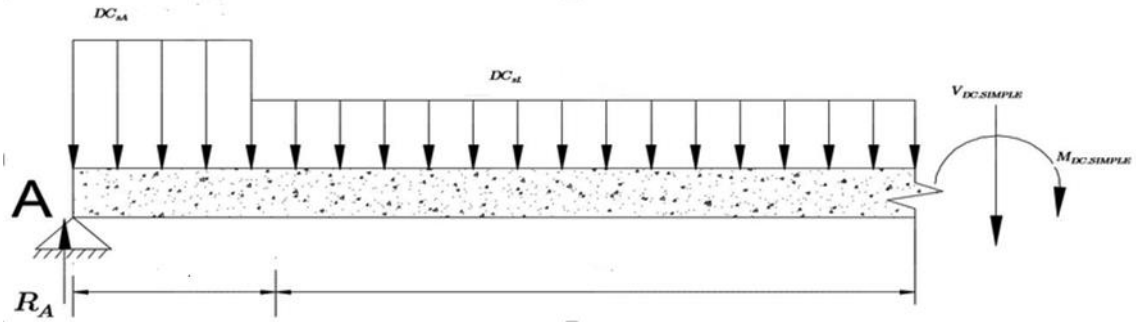


Momento máximo debido al peso propio de la viga:

$$R_{A,DC,SIMPLE} = \frac{((DC_{sa} * La) * 2) + (DC_{sl} * (Luzd1 - 2La))}{2} = 24.96 \text{ ton}$$



Figura 26. Momento máximo



Se hace estática la viga para hallar el momento máximo en el centro de la luz:

$$M_{DCSIMPLE} - \left( \left( DC_{SL} * \left( \frac{LUZ_{D1}}{2} - L_A \right) \right) * \frac{\left( \frac{LUZ_{D1}}{2} - L_A \right)}{2} \right) - \left( DC_{SA} * L_A * \left( \frac{LUZ_{D1}}{2} - \frac{L_A}{2} \right) \right) + \left( R_{A.DC.SIMPLE} * \frac{LUZ_{D1}}{2} \right) = 0$$

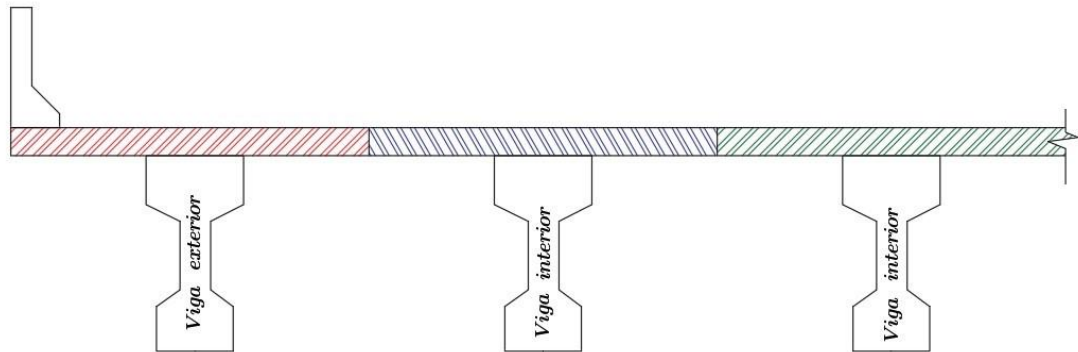
$M_{DC.SIMPLE} =$

$$\left( \left( DC_{SL} * \left( \frac{LUZ_{D1}}{2} - L_A \right) \right) * \frac{\left( \frac{LUZ_{D1}}{2} - L_A \right)}{2} \right) + \left( DC_{SA} * L_A * \left( \frac{LUZ_{D1}}{2} - \frac{L_A}{2} \right) \right) - \left( R_{A.DC.SIMPLE} * \frac{LUZ_{D1}}{2} \right) * -1 = 175.441 \text{ ton} * m$$

5.1.3.2 Losa. La carga de la losa sobre la viga depende de la viga que se analice, recordemos que existen vigas exteriores y vigas interiores, estas por lo general tienen anchos aferentes diferentes.

Longitud aferente de la losa ( $L_{af}$ ):

Figura 27. Ancho aferente de la losa



Anchos aferentes:

$$L_{\text{voladizoLosa}} = 1.25 \text{ m}$$

Ancho aferente viga exterior:

$$L_{\text{afVe}} = L_{\text{voladizoLosa}} + \frac{S_v}{2} = 2.45 \text{ m}$$

Ancho aferente viga interior:

$$L_{\text{afvi}} = S_v = 2.4 \text{ m}$$

**Nota:** debido a que el ancho aferente de la viga exterior es mayor que el ancho aferente de la viga interior se toma como viga de análisis, la viga exterior por tener la condición más desfavorable.

Espesor de la losa ( $e_L$ ):

$$e_L = 0.2 \text{ m}$$

Peso de la losa ( $DC_{\text{LOSA}}$ ):

$$DC_{\text{LOSAVe}} = e_L \cdot L_{\text{afVe}} \cdot \gamma_c = 1.19 \text{ ton/m}$$

$$R_{\text{A.DC.LOSA}} = \frac{DC_{\text{LOSAVe}} \cdot L_{\text{uzd1}}}{2} = 17.62 \text{ ton}$$

Momento máximo producido por la losa. ( $M_{\text{DC.LOSA}}$ ):

$$M_{\text{DC.LOSA}} = \frac{DC_{\text{LOSAVe}} \cdot L_{\text{uzd1}}^2}{8} = 129.42 \text{ ton}\cdot\text{m}$$

Peso de la sección compuesta, está comprendido por la sección simple más la losa:

**En la luz:**

$$DC_{cL} = DC_{sL} + DC_{LOSAVe} = 2.81 \text{ ton/m}$$

En el apoyo:

$$DC_{cA} = DC_{sA} + DC_{LOSAVe} = 3.5 \text{ ton/m}$$

5.1.3.3 Peso de las cargas sobrepuestas (DCSI). Las cargas sobrepuestas actúan una vez el concreto de la losa del puente haya alcanzado su resistencia específica de diseño. Estas consisten en el peso del andén, el peso de las barandas y el peso de las barreras divisorias.

**ANDÉN:**

Área andén ( $A_{anden}$ )

$$A_{anden} = 0.23 \text{ m}^2$$

Peso del andén ( $DC_{anden}$ ) :

$$DC_{anden} = \#A * A_{anden} * \gamma_c = 0.56 \text{ ton/m}$$

Peso del andén sobre cada viga ( $DC_{anden\_viga}$ ):

$$DC_{anden\_viga} = \frac{DC_{anden}}{\#viga} = 0.11 \text{ ton/m}$$

**EQUIPOS E INSTALACIONES:**

Peso de instalaciones ( $DC_{instalaciones}$ ) :

$$DC_{instalaciones} = 1.2 \text{ ton/m}$$

Peso de las instalaciones sobre cada viga. ( $DC_{instalaciones\_viga}$ ):

$$DC_{instalaciones\_viga} = \frac{DC_{instalaciones}}{\#viga} = 0.24 \text{ ton/m}$$

### BARRERAS DIVISORIAS:

Área de las barreras divisorias  $A_{barreras}$

$$A_{barreras} = 0.56 \text{ m}^2$$

Peso de las barreras ( $DC_{barreras}$ ):

$$DC_{barreras} = (A_{barreras} \cdot \gamma_c) = 1.37 \text{ ton/m}$$

Peso barreras sobre cada viga ( $DC_{barreras\_viga}$ ):

$$DC_{barreras\_viga} = \frac{DC_{barreras}}{\#viga} = 0.27 \text{ ton/m}$$

Total carga sobre impuesta por cada viga:

$$DC_{SI\_viga} = DC_{anden\_viga} + DC_{instalaciones\_viga} + DC_{barreras\_viga} = 0.63 \text{ ton/m}$$

$$RA.DC.SI = \frac{DC_{sivigas} \cdot LUZdi}{2} = 9.21 \text{ ton}$$

Tabla 2. Cargas sobreimpuestas.

<b>Cargas sobreimpuestas/viga</b>		
Peso del andén	0.11	t/m
Peso del equipo e instalaciones	0.24	t/m
Peso de la barrera divisora	0.27	t/m
<b>Suma carga sobreimpuestas</b>	<b>0.62</b>	<b>t/m</b>

### Momento máximo flector producido por las cargas sobre impuestas sobre cada viga

$$M_{DC.SI} = \frac{DC_{sivigas} \cdot LUZD1^2}{8} = 67.64 \text{ ton} \cdot \text{m}$$

Peso de la carpeta asfáltica (DW)

Espesor de la carpeta asfáltica (e carpeta)

$e_{carpeta} = 0.05 \text{ m}$ . Supuesto

Peso específico del asfalto ( $\gamma_{asf}$ )

$$\gamma_{asf} = 2.2 \text{ ton/m}^3$$

Peso la carpeta asfáltica (DW):

$$DW = e_{carpeta} \cdot (\#C \cdot b_{carril}) \cdot \gamma_{asf} = 0.79 \text{ ton/m}$$

$$RA.DC.DW = \frac{DW * LUZ_{D1}}{2} = 11.64 \text{ ton}$$

Peso de la carpeta asfáltica sobre cada viga DW\_viga :

$$DW\_viga = \frac{DW}{\#VIGAS} = 0.15 \text{ ton/m}$$

Tabla 3. Momentos máximos.

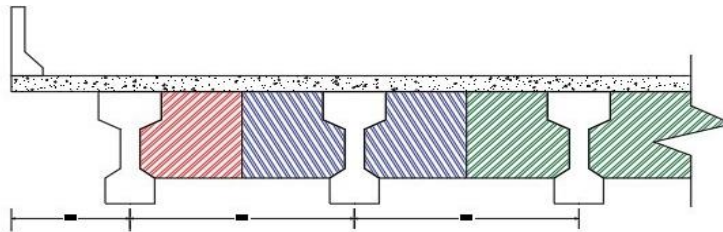
<b>Momento máximo flector producido por las cargas sobre impuestas sobre cada viga</b>		
Momento máximo flector producido por las cargas asfálticas sobre cada viga	0.11	t/m
Peso del equipo e instalaciones	0.24	t/m
Peso de la barrera divisora	0.27	t/m
<b>Suma carga sobreimpuestas</b>	<b>0.62</b>	<b>t/m</b>

**Momento máximo flector producido por las cargas asfálticas sobre cada viga**

$$M_{DW} = \frac{DW\_viga * LUZ_{D1}^2}{8} = 17.09 \text{ ton/m}$$

Peso de la riostra DC<sub>riostra</sub>:

Figura 28. Sección de riostras de cada viga



Área viga exterior:

$$A_{riostVE} = 1.20 \text{ m}^2$$

$$DC_{riostraVE} = A_{riostVE} \cdot b_{riostraL} \cdot \gamma_c = 7.2 \text{ kN}$$

Área viga interior:

$$A_{riostVI} = 2.40 \text{ m}^2$$

$$DC_{riostraVI} = A_{riostVI} \cdot b_{riostraL} \cdot \gamma_c = 14.4 \text{ kN}$$

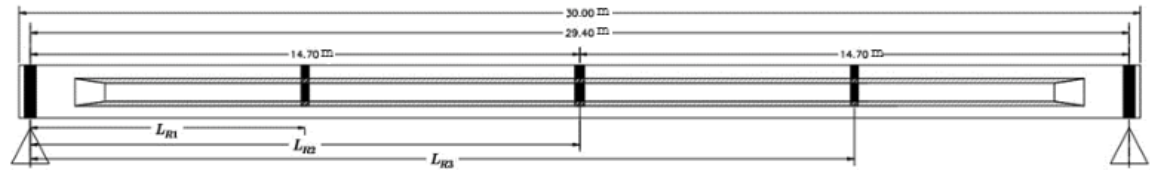
**Nota:** se observa que la carga de la riostra para la viga interior es mayor, sin embargo, como se está diseñando la viga exterior, se va usar la carga de la riostra

de la viga interior para el diseño de la viga exterior, por ser esta la condición más crítica.

$$DC_{\text{riostro}} = \text{MAX} (DC_{\text{riostroVE}} * DC_{\text{riostroVI}}) = 14.4 \text{ kN.} \quad (\text{CCP-14, 2014, 3.6.1.2})$$

**Momento máximo debido al peso de las riostras:**

Figura 29. Momento máximo debido al peso de las riostras



$$LR_1 = 7.35 \text{ m} \quad LR_2 = 14.70 \text{ m} \quad LR_3 = 22.05 \text{ m} \quad LR_4 = 29.4 \text{ m}$$

$$\Sigma M = 0 \quad DC_{\text{riostro}} \cdot LR_1 + DC_{\text{riostro}} \cdot LR_2 + DC_{\text{riostro}} \cdot LR_3 - B_y \cdot LR_4 = 0$$

$$B_y = \frac{DC_{\text{riostro}} \cdot LR_1 + DC_{\text{riostro}} \cdot LR_2 + DC_{\text{riostro}} \cdot LR_3}{LR_4} = 21.6 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad -DC_{\text{riostro}} \cdot 3 + B_y + A_y = 0 ; A_y = 3 \cdot DC_{\text{riostro}} - B_y = 21.6 \text{ kN}$$

$$M_{\text{Riostra}} = -DC_{\text{riostro}} \cdot LR_2 + DC_{\text{riostro}} \cdot LR_1 + B_y \cdot LR_2 = 211.68 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

(CCP-14, 2014, 3.6.1.3)

**5.1.4 Carga Viva.** La carga viva de diseño que se debe usar para el diseño de la viga es la que resulta más desfavorable de las siguientes combinaciones:

- C14 mas carril
- Tándem más carril

Cabe mencionar que para el diseño de la losa, solo se usa el mayor entre el tándem o el C-14, es decir no se hacen combinaciones.

Se ha encontrado que el tándem produce mayores efectos en luces de luces cortas y el C-14 produce mayores efectos en luces grandes

La norma exige que una luz de un puente recto, sin esviaje o con esviaje muy pequeño, solo se analiza una viga, la que tenga los mayores momentos y los mayores cortantes y todas las vigas se hacen iguales, por razones constructivas, para evitar que hallan confusiones, al tener vigas con diferente refuerzo activo.

Luego de determinar la combinación que me produce los mayores esfuerzos se tiene, una carga uniformemente distribuida que me representa el caril de diseño y unas cargas puntuales que me representan el camión de diseño, se debe buscar la ubicación de estas cargas que me produzcas los mayores esfuerzos sobre la viga.

En puentes de una sola luz, para que el carril de diseño me genere los mayores esfuerzos, es necesario cargar toda la luz. Mientras que en puentes continuos de más de una luz, cargar todas las luces, no necesariamente genera los mayores esfuerzos (momentos positivos), se ha encontrado que en puentes continuos de dos luces, cargar una luz y la mitad de la otra luz, genera mayores esfuerzos (momentos positivos) que cargando la totalidad de las dos luces. Por eso en puentes de luces continuas es necesario el uso de las líneas de influencia para determinar, la distribución de carga que me genera los mayores esfuerzos.

Para determinar los mayores esfuerzos que me produce el camión de diseño es necesario poner el camión en diferentes posiciones a lo largo de la luz del puente e ir generando una envolvente de esfuerzos, en puentes de luces continuas, la norma recomienda que se haga la envolvente de momentos para dos camiones, uno delante del otro, serados 15 m.

La separación entre los ejes del camión de diseño C-14 varían de 4.3 m - 9 m, en el caso de vigas simplemente apoyadas es más desfavorable que la separación entre cargas sea la menor posible, por esta razón para cuestiones de análisis, se usa la menor separación (4.3 m) entre los ejes del camión que permite la norma.

**Momento máximo debido a la carga vehicular de diseño CC-14 para una luz**

$$LUZ_{D1}=29.384 \text{ m}$$

**Momento máximo debido al camión de diseño (360 kN)**

$$M_{LL.camion} = \left( \frac{360}{LUZ_{D1}} * \left( \frac{LUZ_{D1}}{2} + 0.717 \right)^2 - 688 \right) * KN * m = 2221.001 \text{ KN} \cdot m$$

**Momento máximo debido al Tándem de diseño (250 kN)**

$$M_{LL.tanden} = \left( \frac{250}{LUZ_{D1}} * \left( \frac{LUZ_{D1}}{2} + 0.3 \right)^2 - 150 \right) * KN * m = 1762.281 \text{ KN} \cdot m$$

**Momento máximo debido al carril de diseño (10.3 KN/m )**

$$W_{carril} = 10.3 \text{ KN/m}$$

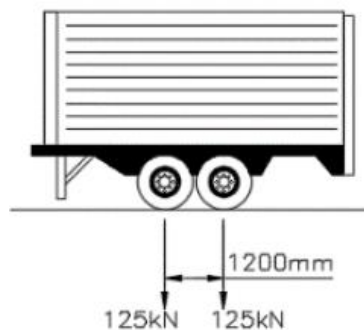
$$M_{LL.carril} = \frac{W_{carril} \cdot Luz_{D1}^2}{8}$$

$$M_{LL.carril} = 1111.67 \text{ kN} \cdot m$$

**Momento máximo debido a la carga vehicular de diseño CC-14**

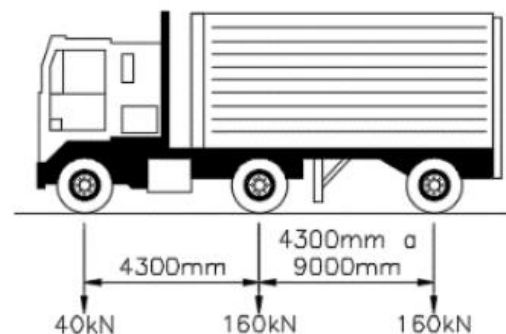
Figura 29. Momento máximo debido a la carga vehicular de diseño CC-14

**Tanden**



**CCP-14**

**CC-14**





Estado límite de servicio y de resistencia I

IM =33 %

$$M_{LL\_IM} = ((\max(M_{LL\_camion}, M_{LL\_tamdem})) * (100\% + IM)) + M_{LL\_carril} = 4065.60 \text{ kN*m}$$

**FACTORES DE DISTRIBUCIÓN** ( CCP-14 del INVIAS (2014), 4.6.2.2.2b.1 )

**FACTORES DE DISTRIBUCIÓN DE LA CARGA VIVA (mgMI) PARA MOMENTO EN VIGAS INTERIORES**

Tabla 4. Distribución de las cargas vivas para momentos en vigas inferiores ( CCP-14 del INVIAS (2014), 4.6.2.2.2b-1)

Tabla 4.6.2.2.2b-1 — Distribución de cargas vivas para momento en vigas interiores

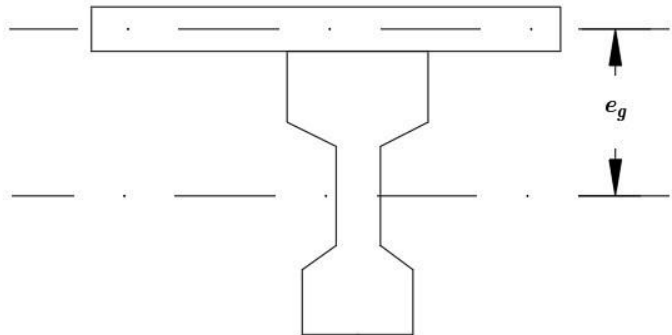
Tipo de superestructura	Sección transversal aplicable de la Tabla 4.6.2.2.1-1	Factores de distribución	Rango de aplicación
Tablero de madera sobre vigas de madera o de acero	(a), (l)	Ver Tabla 4.6.2.2.2a-1	
Tablero de concreto sobre vigas de madera	(l)	Un carril de diseño cargado: $S/3700$ Dos o más carriles de diseño cargados: $S/3000$	$S \leq 1800$
Tablero de concreto, emparrillado lleno, parcialmente lleno, o tablero de emparrillado no lleno compuesto por una losa de concreto reforzado sobre vigas de acero o de concreto; vigas T de concreto, secciones T y doble T	(a), (e), (k) y también (i), (j) si están suficientemente conectadas para actuar como una unidad	Un carril de diseño cargado: $0.06 + \left(\frac{S}{4300}\right)^{0.4} \left(\frac{S}{L}\right)^{0.3} \left(\frac{K_g}{L_t^2}\right)^{0.1}$ Dos o más carriles de diseño cargados: $0.075 + \left(\frac{S}{2900}\right)^{0.6} \left(\frac{S}{L}\right)^{0.2} \left(\frac{K_g}{L_t^2}\right)^{0.1}$ Use el menor de los valores obtenidos a partir de la ecuación de arriba con $N_b = 3$ o la regla de la palanca	$1100 \leq S \leq 4900$ $110 \leq L_t \leq 300$ $6000 \leq L \leq 73000$ $N_b \geq 4$ $4.1623 \times 10^9 \leq K_g \leq 2.9136 \times 10^{12}$ $N_b = 3$
Cajón multicelular de concreto fundido in situ	(d)	Un carril de diseño cargado: $\left(1.75 + \frac{S}{1100}\right) \left(\frac{300}{L}\right)^{0.35} \left(\frac{1}{N_c}\right)^{0.45}$ Dos o más carriles de diseño cargados: $\left(\frac{13}{N_c}\right)^{0.3} \left(\frac{S}{1800}\right) \left(\frac{300}{L}\right)^{0.25}$	$2100 \leq S \leq 4000$ $18000 \leq L \leq 73000$ $N_c \geq 3$ Si $N_c > 8$ use $N_c = 8$
Tablero de concreto sobre vigas cajón de concreto esparcidas	(b), (c),	Un carril de diseño cargado: $\left(\frac{S}{900}\right)^{0.35} \left(\frac{Sd}{L^2}\right)^{0.25}$ Dos o más carriles de diseño cargados: $\left(\frac{S}{1900}\right)^{0.6} \left(\frac{Sd}{L^2}\right)^{0.125}$ Use la regla de la palanca	$1800 \leq S \leq 5500$ $6000 \leq L \leq 43000$ $450 \leq d \leq 1700$ $N_b \geq 3$ $S > 5500$

Verificación del rango de aplicación

$$n = \frac{EcVigas}{Eclosa} = 1.118$$

$$e_g = (H_{viga} + h_{losa}) - \left(\frac{h_{losa}}{2} + Y_{issL}\right) = 0.81 \text{ m}$$

Figura 30. Rango de aplicación



$$K = n \cdot (I_{\text{centroidal}} + A_{\text{ssL}} \cdot e_g^2) = 674203564099.89 \text{ mm}^4$$

Si no cumple una de estas hacer regla de la palanca

$$1.1\text{m} < S_V < 4.9\text{m} \quad s_v = 2.4 \text{ m ok} \quad (\text{CCP-14, 2014, 4.6.2.1.6})$$

$$6\text{m} < L_{\text{uzD1}} < 73\text{m} \quad L_{\text{uzD1}} = 30 \text{ ok} \quad 110\text{mm} < h_{\text{losa}} < 300\text{mm} \quad h_{\text{losa}} = 200 \text{ ok}$$

#Carriles >3

#carril >3 no cumple hacer regla de la palanca

$$4.1623 \cdot 10^8 \text{ mm} \leq K_g \leq 2.9136 \cdot 10^8 \text{ mm} \quad k_g = 6.74 \times 10^{11} \text{ mm}^4 \quad \text{ok}$$

### Momento de la viga interior para un carril cargado

$$M_{\text{gMI1C}} = 0.075 + \left(\frac{S_V}{4300}\right)^{0.4} * \left(\frac{S_V}{L_{\text{uzD1}}}\right)^{0.3} * \left(\frac{K_g}{L_{\text{uzD1}} * e_L^3}\right)^{0.1} = 0.475 \text{ kN} * \text{m}$$

Para dos carriles cargados:

$$m_{\text{gMI2C}} = 0.075 + \left(\frac{S_V}{2900}\right)^{0.6} * \left(\frac{S_V}{L_{\text{uzD1}}}\right)^{0.2} * \left(\frac{K_g}{L_{\text{uzD1}} * e_L^3}\right)^{0.1} = 0.67. \text{ kN} * \text{m}$$

$$m_{\text{gMI}} = \max ( m_{\text{gMI1C}} * m_{\text{gMI2C}} ) = 0.676$$

Momento flector máximo debido a carga viva vehicular para vigas interiores:

$$M_{\text{LL.Imvgal}} = M_{\text{LL.IM}} * m_{\text{gMI}} = 2748.29 \text{ kN} * \text{m}$$

Factores de distribución de la carga viva (MGME) para momento en vigas exteriores

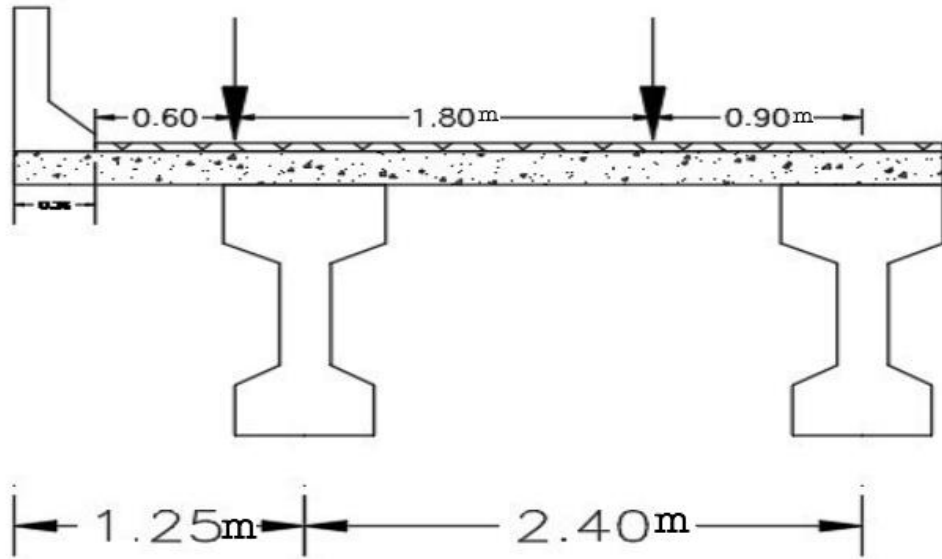
Tabla 5. Distribución de cargas para momentos en vigas exteriores longitudinales CCP-14 del INVIAS (2014), 4.6.2.2.2d-1

Tabla 4.6.2.2d-1 — Distribución de cargas vivas para momento en vigas exteriores longitudinales

Tipo de estructura	Sección transversal aplicable de la Tabla 4.6.2.2.1-1	Un carril de diseño cargado	Dos o más carriles de diseño cargados	Rango de aplicación
Tablero de madera sobre vigas de madera o acero	(a), (l)	Regla de la palanca	Regla de la palanca	N/A
Tableros de concreto sobre vigas de madera	(l)	Regla de la palanca	Regla de la palanca	N/A
Tablero de concreto, emparrillado lleno, parcialmente lleno, o tablero de emparrillado no lleno compuesto por una losa de concreto	(a), (e), (k) y también (i), (j) si están suficientemente conectadas para actuar como una unidad	Regla de la palanca	$g = e g_{interior}$ $e = 0.77 + \frac{d_c}{2800}$ Use el menor de los valores obtenidos a partir de la ecuación	$-300 \leq d_c \leq 1700$ $N_b = 3$
reforzado sobre vigas de acero o de concreto; vigas T de concreto, secciones T y doble T			de arriba con $N_b = 3$ o de la regla de la palanca	
Cajón multicelular de concreto fundido In Situ	(d)	$g = \frac{W_c}{4300}$ O las disposiciones para un diseño de ancho completo especificado en el Artículo 4.6.2.2.1	$g = \frac{W_c}{4300}$	$W_c \leq S$
Tablero de concreto sobre vigas cajón de concreto esparcidas	(b), (c)	Regla de la palanca	$g = e g_{interior}$ $e = 0.97 + \frac{d_c}{8700}$ Use la regla de la palanca	$0 \leq d_c \leq 1400$ $1800 < S \leq 5500$ $S > 5500$
Vigas cajón de concreto usadas en tableros de múltiples vigas	(f), (g)	$g = e g_{interior}$ $e = 1.125 + \frac{d_c}{9100} \geq 1.0$	$g = e g_{interior}$ $e = 1.04 + \frac{d_c}{7600} \geq 1.0$	$d_c \leq 600$
Vigas de concreto distintas a las vigas cajón usadas en tableros de múltiples vigas	(h) (i), (j) si están conectadas apenas lo suficiente para prevenir el desplazamiento vertical relativo en la interface	Regla de la palanca	Regla de la palanca	N/A
Tablero de emparrillado abierto de acero sobre vigas de acero	(a)	Regla de la palanca	Regla de la palanca	N/A
Tablero de concreto sobre vigas cajón múltiples de acero	(b), (c)	Como se especifica en la Tabla 4.6.2.2.2b-1		

(CCP-14, 2014, 4.6.2.2.2d.1)

Figura 31. Regla de la palanca



Para 1 carril, se debe usar la regla de la palanca

Distancia horizontal desde el eje del alma de la viga exterior y el borde interior del bordillo o barrera de tráfico

$$d_e = 0.6 \text{ m}$$

Ancho del carro

$$b_{\text{carro}} = 1.8 \text{ m}$$

Longitud del borde de la losa al borde interior del alma de la viga:

$$L_{rl} = 1230 \text{ mm}$$

Distancia de la primera carga a la articulación:

$$L_1 = 0.90 \text{ m}$$

Distancia de la segunda carga a la articulación:

$$L_2 = L_1 + b_{\text{carro}} = 2.7 \text{ m}$$

Equilibrio de fuerzas:

$$\begin{aligned}\Sigma M=0 \quad \frac{p}{2} * (L_1) + \frac{p}{2} * (L_2) - R_Y * S_v &= 0. & ; & \quad R_Y = \frac{\frac{p}{2} * (L_1) + \frac{p}{2} * (L_2)}{S_v} \\ R_Y = \frac{\frac{p}{2} * (L_1 + L_2)}{S_v} ; & \quad R_Y = \frac{\frac{p * (L_1 + L_2)}{2}}{S_v} ; & \quad R_Y = \frac{P * (L_1 + L_2)}{2 * S_v} \\ z = \frac{(L_1 + L_2)}{2 * S_v} = 0.75 & ; & \quad R_Y = z\end{aligned}$$

Factor de presencia múltiple para un carril cargado =

$$F_{CC} = 1.2$$

Para 1 carril cargado

$$MgME1c = z * F_{CC} = 0.9$$

Para dos carriles cargados

Rango de aplicación

$$100 < d_e < 1700 \quad \text{o.k. cumple}$$

$$e = 0.77 + \frac{d_e}{2800} = 0.98$$

$$MgME2c = e * mg_{MI2C} = 0.66$$

$$mg_{ME} = \max (MgME1c, MgME2c) = 0.9$$

Momento flector máximo debido a carga viva vehicular para vigas exteriores

$$M_{LL.IMvgaE} = M_{LL.IM} \cdot mg_{ME} = 3659.04 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Momento flector máximo debido a carga viva vehicular de diseño

$$M_{LL.IMmax} = \max (M_{LL.IMvgaE}, M_{LL.IMvgaI}) = 3659.04 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Factores de distribución de la carga viva (MGMI) para cortante en vigas interiores

Tabla 6. Distribución de carga viva para cortante en vigas interiores

Tabla 4.6.2.2.3a-1 — Distribución de carga viva para cortante en vigas interiores

Tipos de superestructura	Sección transversal aplicable de la Tabla 4.6.2.2.1-1	Un carril de diseño cargado	Dos o más carriles de diseño cargados	Rango de aplicación
Tablero de madera sobre vigas de madera o acero	(a), (l)	Ver Tabla 4.6.2.2.2a-1		
Tablero de concreto sobre vigas de madera	(l)	Regla de la palanca	Regla de la palanca	N/A
Tablero de concreto, emparrillado	(a), (e), (k) y también (l), (j) si están	$0.36 + \frac{S}{7600}$	$0.2 + \frac{S}{3600} - \left(\frac{S}{10700}\right)^{2.0}$	$1100 \leq S \leq 4900$ $6000 \leq L \leq 73000$ $110 \leq t_s \leq 300$
lleno, parcialmente lleno, o tablero de emparrillado no lleno compuesto con losa de concreto reforzado sobre vigas de acero o de concreto; vigas T de concreto, secciones T o doble T	suficientemente conectadas para actuar como una unidad			$N_b \geq 4$
		Regla de la palanca	Regla de la palanca	$N_b = 3$
Cajón multicelular de concreto fundido In Situ	(d)	$\left(\frac{S}{2900}\right)^{0.6} \left(\frac{d}{L}\right)^{0.1}$	$\left(\frac{S}{2200}\right)^{0.9} \left(\frac{d}{L}\right)^{0.1}$	$1800 \leq S \leq 4000$ $6000 \leq L \leq 73000$ $900 \leq d \leq 2800$ $N_b \geq 3$
Tablero de concreto sobre vigas cajón de concreto esparcidas	(b), (c)	$\left(\frac{S}{3000}\right)^{0.6} \left(\frac{d}{L}\right)^{0.1}$	$\left(\frac{S}{2250}\right)^{0.8} \left(\frac{d}{L}\right)^{0.1}$	$1800 \leq S \leq 5500$ $6000 \leq L \leq 43000$ $450 \leq d \leq 1700$ $N_b \geq 3$
		Regla de la palanca	Regla de la palanca	$S > 5500$
Vigas cajón de concreto usadas en tableros de múltiples vigas	(f), (g)	$0.70 \left(\frac{b}{L}\right)^{0.15} \left(\frac{I}{J}\right)^{0.05}$	$\left(\frac{b}{4000}\right)^{0.4} \left(\frac{b}{L}\right)^{0.1} \left(\frac{I}{J}\right)^{0.05} \left(\frac{b}{1200}\right)$ $\left(\frac{b}{1200}\right) \geq 1.0$	$900 \leq b \leq 1500$ $6000 \leq L \leq 37000$ $5 \leq N_b \leq 20$ $1.04058 \times 10^{10} \leq J \leq 2.53901 \times 10^{11}$ $1.66493 \times 10^{10} \leq I \leq 2.53901 \times 10^{11}$

( CCP-14, 2014, 4.6.2.2.3a.1 )

$$m < S < 4.9 \text{ m}$$

$$6 \text{ m} < L_{uzD1} < 73 \text{ m}$$

$$110 \text{ mm} < h_{LOSA} < 300 \text{ mm}$$

$$\#vigas \geq 4$$

$$110 \text{ mm} < l_{osa} < 300 \text{ mm}$$

= cumple

“Usar regla de la palanca”

$$MgVI1c = z \cdot \left(0.36 + \frac{S_V}{7600}\right) = 0.27$$

$$MgVI2c = 0.2 + \frac{S_V}{3600} - \left(\frac{S_V}{10700}\right)^2 = 0.201$$

$$mg_{VI} = \max(MgVI1c, MgVI2c) = 0.27 \quad (\text{CCP-14 del INVIAS (2014), 5.9.4.2.2-1})$$

1)

## 5.2 FUERZA DE PREESFUERZO

Para el presente ejemplo se realizarán cálculos para un solo tensionamiento. El momento de servicio que actúa en el centro de la viga, sobre la sección compuesta en etapa de servicio es:

Una formula aproximada para la determinación de la fuerza de preesfuerzo P consiste en suponer que la acción del momento de servicio, sobre la acción compuesta, produce en la fibra inferior de la sección compuesta un esfuerzo igual al esfuerzo admisible a tracción en el concreto

Esfuerzo admisible a tracción del concreto. ( $\sigma_{admiT}$ ):

$$\sigma_{admiT} = 0.5 \cdot \sqrt{f'_{cVigas}} \text{ MPa} = 2.95 \text{ MPa}$$

Esfuerzo admisible a compresión del concreto. ( $\sigma_{admiC}$ ):

$$\sigma_{admiC} = 0.6 \cdot f'_{cj} = 16.8 \text{ MPa}$$

Momento de servicio Sobre la sección simple en el centro de la luz:

$$M_{ACTUANTEss} = M_{DC.SIMPLE} + M_{DC.LOSA} + M_{Riostra} = 3201.41 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Momento de servicio sobre la sección compuesta en el centro de la luz:

$$M_{ACTUANTEsc} = M_{DC.SI} + M_{DW} + M_{LL.IMmax} = 4489.98 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Excentricidad de la Sección compuesta en el centro de la luz

$$e_{sc} = Y_{iscL} - r = 1.04 \text{ m}$$

Excentricidad de la sección simple en el centro de la luz

$$e_{ss} = Y_{issL} - r = 0.71 \text{ m}$$

Se asume que los esfuerzos sobre el concreto debidos al peso propio de la sección, a las cargas sobrepuestas y a la fuerza de preesfuerzo durante la transferencia sean cero.

Por consiguiente la fuerza de preesfuerzo en etapa de servicio se convierte

$$\begin{aligned} \sigma_i = 0 &= -\frac{P}{A_{scl}} - \frac{P \cdot e_{sc}}{W_{iscL}} + \frac{M_{ACTUANTEss}}{W_{issL}} + \frac{M_{ACTUANTEsc}}{W_{iscL}} \\ 0 &= -\frac{P}{A_{scl}} - \frac{P \cdot e_{sc}}{W_{iscL}} + \frac{M_{ACTUANTEss}}{W_{issL}} + \frac{M_{ACTUANTEsc}}{W_{iscL}} \\ 0 &= -\frac{-P \cdot W_{iscL} - A_{scl} \cdot (P \cdot e_{sc})}{A_{scl} \cdot W_{iscL}} + \frac{M_{ACTUANTEss}}{W_{issL}} + \frac{M_{ACTUANTEsc}}{W_{iscL}} \\ 0 &= -\frac{-P(e_{sc} \cdot A_{scl} + W_{iscL})}{A_{scl} \cdot W_{iscL}} + \frac{M_{ACTUANTEss}}{W_{issL}} + \frac{M_{ACTUANTEsc}}{W_{iscL}} \\ &= \frac{\frac{M_{ACTUANTEss}}{W_{issL}} + \frac{M_{ACTUANTEsc}}{W_{iscL}}}{\frac{e_{sc} \cdot A_{scl} + W_{iscL}}{A_{scl} \cdot W_{iscL}}} = P \\ &= \frac{\frac{M_{ACTUANTEss}}{W_{issL}} + \frac{M_{ACTUANTEsc}}{W_{iscL}}}{\frac{e_{sc} \cdot A_{scl} + W_{iscL}}{A_{scl} \cdot W_{iscL}}} = 697.87 \text{ ton} \end{aligned}$$

Si se supone que las pérdidas totales de la fuerza de preesfuerzo del orden del 25% se obtienen una fuerza de preesfuerzo durante la transferencia, en el centro de la luz, de magnitud.

$$P_{1t} = \frac{P}{0.75} = 930.49 \text{ ton}$$

$f_{pu} = 1860 \text{ MPa}$       Se concluye que       $f_{py} = 1674 \text{ MPa}$ .  
( CCP-14 del INVIAS (2014), 5.4.4.1-1 )

El esfuerzo de los torones de postensado, de baja relajación en el estado limite de servicio, después de pérdidas es

$$f_{p.admisible.toronpostensado} = 0.8 \cdot f_{py} = 136560.39 \frac{\text{ton}}{\text{m}^2} \quad (\text{CCP-14 del INVIAS (2014), 5.9.3-1})$$



Un torón de diámetro 0.6 pulgadas (5/8") con un área de 1.4 cm resisten una fuerza igual a:

Diametro del toron.  $\phi_{\text{toron}}$  :

$$\phi_{\text{toron}} = \frac{5}{8} \text{ in}$$

Área del torón (  $A_{\text{toron}}$  )

$$A_{\text{toron}} = 1.4 \text{ cm}^2$$

$$P_{\text{toron}0.6} = A_{\text{toron}} * f_{\text{p.admisible.toronpostensado}} = 19.11 \text{ ton}$$

Por consiguiente, el numero de torones (0.6 pulgadas) para resistir una fuerza de  $P_{1t} = 930.49 \text{ ton}$

Numero de torones

$$\# \text{torones} = \frac{P_{1t}}{P_{\text{toron}0.6}} = 48.67 \qquad \# \text{cables} = 5$$

$$\# \text{toronesXcable} = 10$$

$$\text{total}_{\text{torones}} = \# \text{cables} * \# \text{toronesXcable} = 50$$

Una vez determinados el número de torones es necesario definir la cantidad de cables en los que estos se emplean.

Para este ejemplo se proyectan  $\text{total}_{\text{torones}} = 50$  torones distribuidos en  $\# \text{cables} = 5$  cables, cada uno de  $\# \text{toronesXcable} = 10$  torones, de estos se ubican 3 torones en la parte inferior de la viga mientras que los 2 cables restantes se elevan del centro de la luz a los apoyos a lo largo del alma de la viga.

Fuerza de preesfuerzo en cada uno de los cables 1,2 y 3 en el centro de la luz durante la transferencia ( $t=0$ )

$$P_{\text{xcable}} = P_{\text{toron}0.6} * \# \text{toronesXcable} = 191.18 \text{ ton}$$

Cables inferiores:

$$P_1 = P_{\text{toron}} \cdot 0.6 \cdot \# \text{torones} \cdot X_{\text{cable}} = 191.18 \text{ ton}$$

$$P_2 = P_{\text{toron}} \cdot 0.6 \cdot \# \text{torones} \cdot X_{\text{cable}} = 191.18 \text{ ton}$$

$$P_3 = P_{\text{toron}} \cdot 0.6 \cdot \# \text{torones} \cdot X_{\text{cable}} = 191.18 \text{ ton}$$

Cables Superiores:

$$P_4 = P_{\text{toron}} \cdot 0.6 \cdot \# \text{torones} \cdot X_{\text{cable}} = 191.18 \text{ ton}$$

$$P_5 = P_{\text{toron}} \cdot 0.6 \cdot \# \text{torones} \cdot X_{\text{cable}} = 191.18 \text{ ton}$$

### Diámetros de los ductos:

De acuerdo con CCP-14 del INVIAS (2014), 5.4.6.2 el diámetro de los ductos debe ser por lo menos 2 veces el área neta de los torones. Si los torones se enhebran posteriormente a la construcción de la viga, el diámetro mínimo debe ser 2.5 m el área neta del acero de preesfuerzo:

$$A_{\text{neto}} = \# \text{torones} \cdot X_{\text{cable}} \cdot A_{\text{toron}} = 14 \text{ cm}^2$$

$$\Phi_{\text{ducto}} = \sqrt{\frac{4 \cdot A_{\text{neto}} \cdot 2.5}{\pi}} = 6.676 \text{ cm} \quad \Phi_{\text{ducto}} = 7 \text{ cm} \quad (\text{CCP-14 del INVIAS}$$

(2014), 5.4.6.2)

Una vez definida la trayectoria supuesta de los cables de preesfuerzo es necesario verificar los esfuerzos sobre los materiales, acero de preesfuerzo y concreto no sobrepasan los límites prescritos por la norma colombiana de Diseño de puentes - LRFD - CCP-14. Artículos CCP-14 del INVIAS (2014), 5.9.4.1.1 tabla CCP-14 del INVIAS (2014), 5.9.4.1.1

### Esfuerzos sobre el concreto

Nota: durante la transferencia de esfuerzos se espera que toda la sección este sometida a esfuerzos de compresión.

Esfuerzos sobre el concreto debidos al peso propio de la sección y a la fuerza de preesfuerzo durante la transferencia  $t = 0$

Se deben calcular las deflexiones producidas por el peso propio y por el preesforzado tal como se indica a continuación

Peso propio de la sección en el centro de la luz

**Verificación preliminar de los esfuerzos actuantes en el concreto durante la transferencia.** Esfuerzos sobre el concreto durante la transferencia de la fuerza de preesfuerzo es consistente en toda luz e igual  $P_{Xcable} = 191.185 \text{ ton}$

**En el centro de la luz:**

**En la fibra inferior:**

$$\sigma_{iL} = -\frac{\#cables * p_{Xcable}}{A_{SSL}} - \frac{\#cables * P_{Xcable} * (Y_{issL} - r) * Y_{issL}}{I_{centroidalSSL}} + \frac{M_{D.C.SIMPLE} * Y_{issL}}{I_{centroidalSSL}} = -3787.06 \frac{\text{ton}}{\text{m}^2}$$

$$> \sigma_{admic} = 1713.123 \frac{\text{ton}}{\text{m}^2}$$

**En la fibra superior:**

$$\sigma_{iL} = -\frac{\#cables * p_{Xcable}}{A_{SSL}} + \frac{\#cables * P_{Xcable} * (Y_{issL} - r) * Y_{issL}}{I_{centroidalSSL}} - \frac{M_{D.C.SIMPLE} * Y_{issL}}{I_{centroidalSSL}} = -653.50 \frac{\text{ton}}{\text{m}^2} <$$

$$\sigma_{admic} = 1713.12 \frac{\text{ton}}{\text{m}^2}$$

Se observa que los esfuerzos en la fibra inferior productos del preesfuerzo, superan los límites permitidos, para corregir esto es necesario modificar la sección transversal de la viga, para aumentar su inercia y su área y de esta manera disminuir sus esfuerzos. Luego de varias iteraciones se llegó a la conclusión de que la viga necesita las siguientes características geométricas, para no superar los esfuerzos admisibles

Altura de la viga:

$$H_{viga} = 2.5 \text{ m}$$

Área de la viga

$$A_{ssL} = 1.90 \text{ m}^2$$

Distancia del eje neutro a la fibra inferior

$$Y_{issL} = 1.47 \text{ m}$$

Inercia centroidal

$$I_{centroidalssL} = 1.42 \text{ m}^4$$

Se plantea continuar con la primera sección planteada y realizar dos tensionamientos para así aprovechar al máximo la sección compuesta de la viga y verificar la diferencia entre hacer un tensionamiento y hacer dos tensionamientos.

Calculo de la fuerza de preesfuerzo para la primera etapa de tensionamiento:

$$-\frac{P}{A_{ssL}} - \frac{P * e_{ss}}{W_{issL}} - \frac{M_{ACTUANTEss}}{W_{issL}} ; \quad \frac{-P * W_{issL} - A_{ssL} * (P * e_{ss})}{A_{ssL} * W_{issL}} + \frac{M_{ACTUANTEss}}{W_{issL}}$$

$$-\frac{P(e_{ss} * A_{ssL} + W_{issL})}{A_{ssL} * W_{issL}} + \frac{M_{ACTUANTEss}}{W_{issL}} ; \quad \frac{\frac{M_{ACTUANTEss}}{W_{issL}}}{\frac{e_{ss} * A_{ssL} + W_{issL}}{A_{ssL} * W_{issL}}}$$

Fuerza de preesfuerzo total requerida para el primer tensionamiento ( $P_{etapa1}$ ):

$$P_{etapa1} = \frac{-M_{ACTUANTEss}}{\frac{e_{ss} * A_{ssL} + W_{issL}}{A_{ssL} * W_{issL}}} = 315.096 \text{ ton}$$

$$\sigma_{iL} = -\frac{P_{etapa1}}{A_{ssL}} - \frac{P_{etapa1} * (Y_{issL}) * Y_{issL}}{I_{centroidalssL}} + \frac{M_{DC.SIMPLE} * Y_{issL}}{I_{centroidalssL}} = -701.765 \frac{\text{ton}}{\text{m}^2} < \sigma_{admic} = 1713.123 \frac{\text{ton}}{\text{m}^2}$$

Calculo de la fuerza de preesfuerzo para la segunda etapa de tensionamiento:

Momento de servicio Sobre la Sobre la sección compuesta en el centro de la luz:

$$M_{ACTUANTEsc} = 4489.986 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Fuerza de preesfuerzo total requerida para el segundo tensionamiento (Petapa2)

$$P_{etapa2} = \frac{-M_{ACTUANTEsc}}{\frac{e_{sc} * A_{scl} + W_{iscl}}{A_{scl} * W_{iscl}}} = 347.92 \text{ ton}$$

$$\sigma_{iL} = -\frac{P_{etapa2}}{A_{scl}} - \frac{P_{etapa2} * (Y_{iscl} - r) * Y_{issL}}{I_{centroidalssL}} + \frac{M_{DC.SIMPLE} * Y_{iscl}}{I_{centroidalssL}} = -930.29 \frac{\text{ton}}{\text{m}^2} <$$

$$\sigma_{admic} = 1713.123 \frac{\text{ton}}{\text{m}^2}$$

$$P_{2t} = P_{etapa1} + P_{etapa2} = 663.01 \text{ ton}$$

Se asumen pérdidas del 25%

Fuerza de preesfuerzo total requerida para los dos tensionamientos

$$P_{2t} = \frac{P_{etapa1} + P_{etapa2}}{0.75} = 884.02 \text{ ton} \quad P_{1t} = 930.49 \text{ ton}$$

Número de torones

Primera etapa de tensionamiento:

$$\#_{\text{toronesE1}} = \frac{P_{etapa1}}{P_{\text{toron}0.6}} = 16.48 \quad \#_{\text{cables}} = 2 \quad \#_{\text{toronesXcableE1}} = 9$$

$$\text{total}_{\text{toronesE1}} = \#_{\text{cables}} \cdot \#_{\text{toronesXcableE1}} = 18$$

Una vez determinados el número de torones es necesario definir la cantidad de cables en los que estos se enhebran. Para la primera etapa se proyectan  $\text{total}_{\text{toronesE1}} = 18$  torones distribuidos en  $\#_{\text{cables}} = 2$  cables, cada uno de  $\#_{\text{toronesXcableE1}} = 9$  torones.

**Segunda etapa de tensionamiento:**

$$\#toronesE1 = \frac{P_{etapa2}}{P_{toron0.6}} = 18.19 \quad \#cables = 2 \quad \#toronesXcableE2 = 10$$

$$total_{toronesE2} \#cables * \#toronesXcableE2 = 20$$

Una vez determinados el número de torones es necesario definir la cantidad de cables en los que estos se enhebran.

Para la segunda etapa se proyectan  $total_{toronesE2} = 20$  torones distribuidos en  $\#cables = 2$  cables, cada uno de  $\#toronesXcableE2 = 10$  torones.

**Cables primera etapa:**

$$P_1 = P_{toron0.6} * \#toronesXcableE1 = 172.06 \text{ ton}$$

$$P_2 = P_{toron0.6} * \#toronesXcableE1 = 172.06 \text{ ton}$$

**Cables segunda etapa:**

$$P_3 = P_{toron0.6} * \#toronesXcableE2 = 191.18 \text{ ton}$$

$$P_4 = P_{toron0.6} * \#toronesXcableE2 = 191.18 \text{ ton}$$

**Trayectoria de los cables:**

Recubrimiento de los cables de la etapa 1 en el centro de la luz ( $r_1$ )

$$r_1 = 0.08 \text{ m}$$

Recubrimiento de los cables de la etapa 1 en el centro de la luz ( $r_2$ ) :

$$r_2 = 0.25 \text{ m}$$

Excentricidad de los cables de la etapa 1 en el centro de la luz ( $e_1$ )

$$e_1 = Y_{iscL} - r_1 = 1.04 \text{ m}$$

Excentricidad de los cables de la etapa 2 en el centro de la luz ( $e_2$ )

$$e_2 = Y_{iscL} - r_2 = 0.87 \text{ m}$$

Altura de los cables en el apoyo ( respecto a la base ):

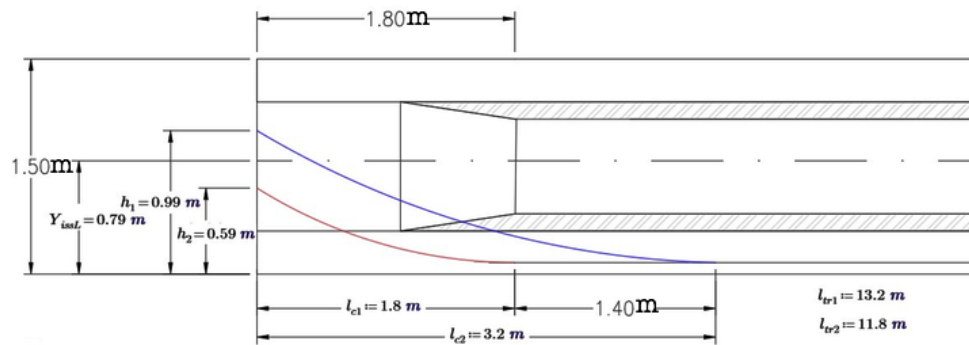
$$h_1 = Y_{issL} - 20 \text{ cm} = 0.59 \text{ m}$$

$$h_2 = Y_{issL} + 20 \text{ cm} = 0.99 \text{ m}$$

$$h_3 = H_{viga} - 10 \text{ cm} = 1.4 \text{ m}$$

$$h_4 = H_{viga} - 10 \text{ cm} = 1.4 \text{ m}$$

Figura 31. Altura de los cables



$$l_{c1} = 1.8 \text{ m}$$

$$l_{tr1} = 13.2 \text{ m}$$

$$l_{c2} = 3.2 \text{ m}$$

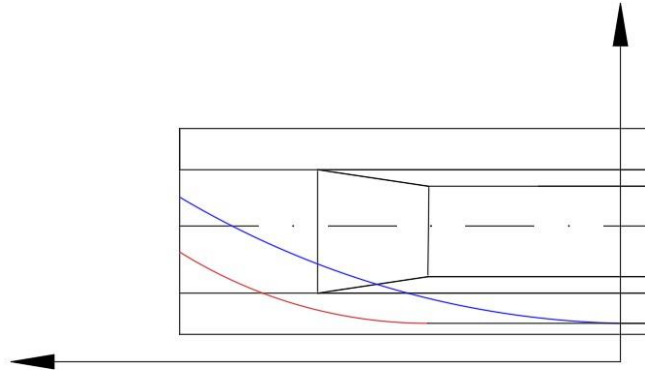
$$l_{tr2} = 11.8 \text{ m}$$

Ecuación de la parábola:

$$y = \left( \frac{y_0 - y_c}{l_c^2} \right) * X^2 + y_c$$

Para el cable 1

Figura 32. Trayectoria cable 1 y 2



Esta ecuación está dada para tomar el origen en el centro de la viga, por eso, para  $X = 0$ , el  $y$  el recubrimiento inferior  $r_1 = 0.08$  m

$$y_0 = h_1 = 0.59 \text{ m} \quad y_c = r_1 = 0.08 \text{ m}$$

Para  $X = 0$  m

$$Y_1 = \left( \frac{y_0 - y_c}{l_{c1}^2} \right) * X^2 + y_c = 0.08 \text{ m}$$

Y para  $X = l_{c1}$ , la altura en ese punto debe ser igual a la altura en el apoyo  $h = 0.59$  m

$$\text{Para } X = l_{c1} = 1.8 \text{ m} \quad Y_1 = \left( \frac{y_0 - y_c}{l_{c1}^2} \right) * X^2 + y_c = 0.59 \text{ m} \quad ; \quad y_1 = 0.281$$

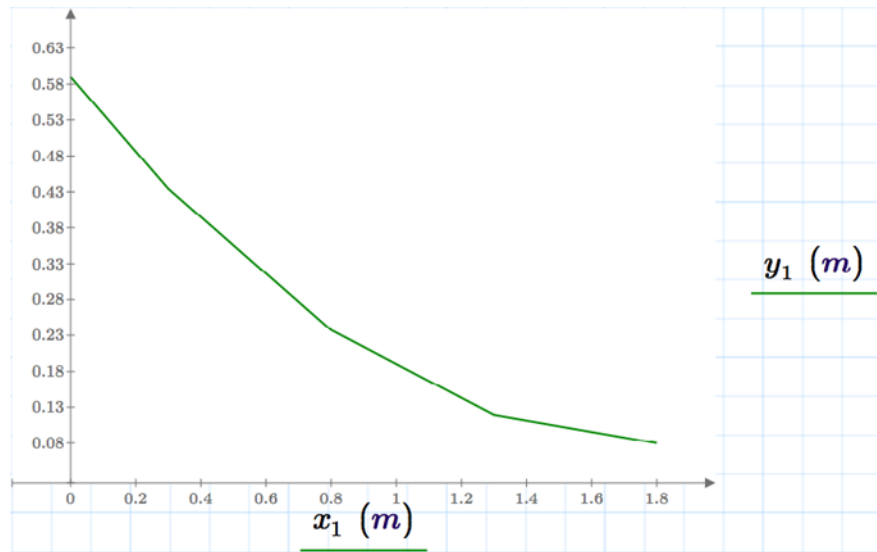
$$* (X^2 + y_c)$$

### Trayectoria del cable 1:

Para la parábola de la tabla se escogieron las distancias, al contrario; se tomaron desde él apoya hacia el  $l_c$  y no desde el  $l_c$

Figura 33. Trayectoria del cable 1:





$$Y_2 = \left( \frac{y_0 - y_c}{l_{c1}^2} \right) * X^2 + y_c = (0.08; 0.092; 0.13; 0.192; 0.24) \text{ m}$$

Para  $X = l_{c2} = 3.2 \text{ m}$

$$Y_2 = \left( \frac{y_0 - y_c}{l_{c1}^2} \right) * X^2 + y_c = 0.59 \text{ m} \quad ; \quad y_2 = 0.0498 \cdot (X + y_c)$$

Para el cable 2

$$y_0 = h_2 = 0.99 \text{ m} \quad y_c = r_1 = 0.08 \text{ m}$$

Para  $X$

$$X = y_2 \text{ 0 m}$$

Trayectoria del cable 2:  $y_2 \text{ (m)}$

Figura 34. Trayectoria del cable 2

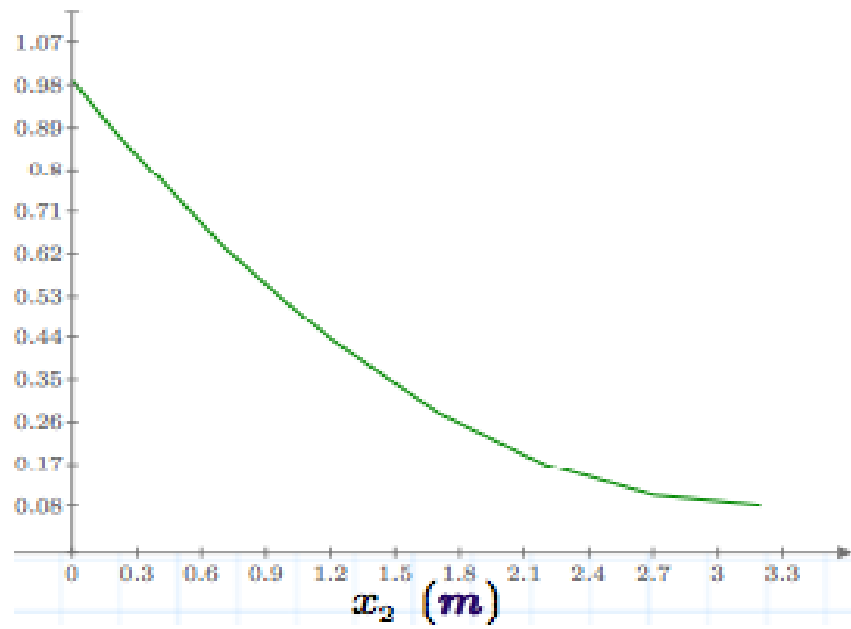
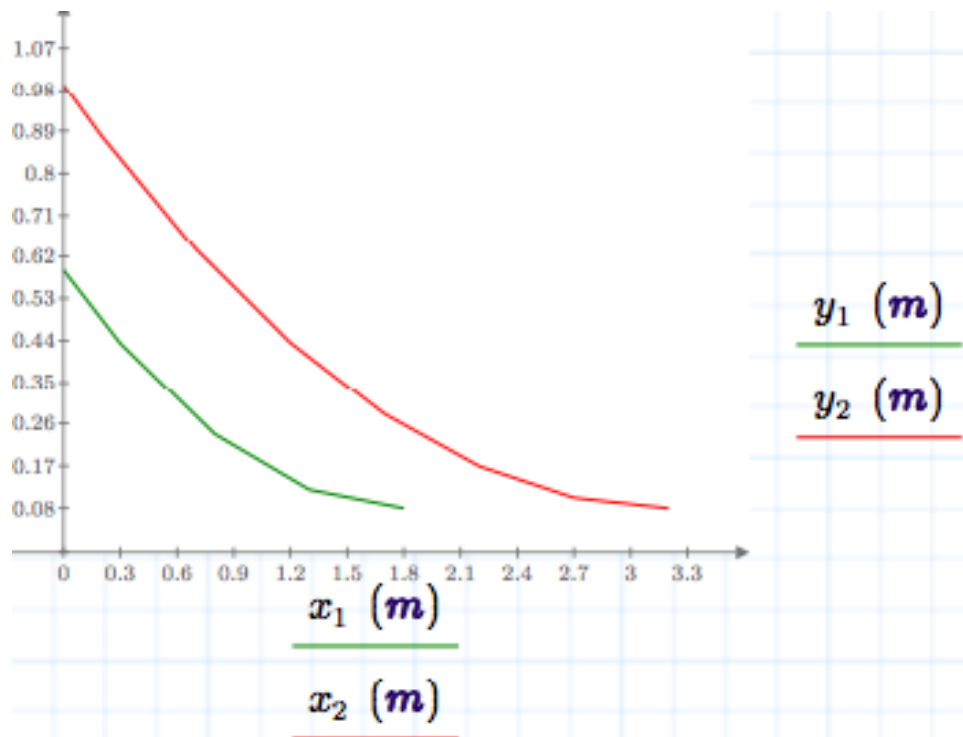


Figura 35. Trayectoria de los cables del primer tensionamiento:



### 5.3 PERDIDAS

**5.3.1 Fricción y curvatura.** Posición de la resultante de compresiones sobre el concreto. Sección simple

Tabla 8. Coeficiente de fricción para torones de postensado.

Table 5.9.5.2.2b-1 — Coeficientes de fricción para torones de postensado

Tipo de Acero	Tipo de Ducto	K	μ
Alambre o Torón	Ducto rígido y semirrígido de metal galvanizado	$6.6 \times 10^{-7}$	0.15-0.25
	Poliétileno	$6.6 \times 10^{-7}$	0.23
	Desviadores de tubería de acero rígida para torones externos	$6.6 \times 10^{-7}$	0.25
Barras de alta resistencia	Ducto de metal galvanizado	$6.6 \times 10^{-7}$	0.30

( CCP-14 del INVIAS (2014),5.9.5.2.2b-1)

$$\text{Para } X = L_{uzD}1/2 \quad Y \quad K = 0.00066 \quad K = 6.6 \cdot 10^{-4}$$

Se puede aproximar la variación angular a la derivada de la ecuación de la curva  
Para el cable 1:

$$y_1 = 0.281 \cdot X^2 + y_c \quad ; \quad \Delta\alpha_1 = 0.562 \cdot X$$

$$y_2 = 0.0498 \cdot X^2 + y_c \quad \Delta\alpha_2 = 0.0996 \cdot X$$

Coeficiente de fricción:

$$\mu = 0.25$$

La fuerza en cualquier punto del cable se define como

$$P_X = P_a \cdot e^{-(\mu \cdot \Delta\alpha + K \cdot X)}$$

Donde X, es la distancia entre el punto anterior y el punto de cálculo. La fuerza al final de la curva:

Para el cable # 1

$$X = l_{c1} = 1.8 \text{ m}$$

$$\Delta\alpha_1 = 0.562 \cdot X = 1.012 \text{ m}$$

$$P_a = P_1 = 172.066 \text{ ton} \quad P_1 = 1687.392 \text{ kN}$$

$$P_{lc1} = P_a \cdot e^{-(\mu \cdot \Delta\alpha_1 + K \cdot X)} = 133.459 \text{ ton}$$

Para el cable # 2

$$X = l_{c2} = 3.2 \text{ m}$$

$$\Delta\alpha_2 = 0.0996 \cdot X = 0.319 \text{ m}$$

$$P_a = P_2 = 172.06 \text{ ton}$$

$$P_{lc2} = P_a \cdot e^{-(\mu \cdot \Delta\alpha_1 + K \cdot X)} = 133.33 \text{ ton}$$

La fuerza en el centro de la luz:

Para el cable # 1

$$X = \frac{L_{uzD1}}{2} - L_{c1} = 12.892 \text{ m} \quad \frac{L_{uzD1}}{2} = 14.692 \text{ m}$$

$\Delta\alpha_1 = 0 \text{ m}$  la diferencia angular es cero por tratarse de un tramo recto

$$P_a = P_{lc1} = 133.459 \text{ ton}$$

$$P_{Luz1} = P_a \cdot e^{-(\mu \cdot \Delta\alpha_1 + K \cdot X)} = 132.328 \text{ ton} \quad P_{luz1} = 1297.692 \text{ kN}$$

La fuerza en el centro de la luz:

Para el cable # 2

$$X = \frac{L_{uzD1}}{2} - L_{c2} = 11.492 \text{ m}$$

$\Delta\alpha_2 = 0 \text{ m}$  la diferencia angular es cero por tratarse de un tramo recto

$$P_a = P_{lc2} = 133.335 \text{ ton}$$

$$P_{Luz1} = P_a \cdot e^{-(\mu \cdot \Delta\alpha_1 + K \cdot X)} = 132.32 \text{ ton}$$

Tabla 9. Resumen de pérdidas por fricción y curvatura para el cable # 1

ABSCISA	Ordenada	Po	$\Delta L$	$k*\Delta L$	$\Delta\alpha$	$\mu*\Delta\alpha$	$(k\Delta l+\mu\alpha)$	$e^{-(k l+m\delta)}$	Px
m	m	kN	m						kN
0,3	0,434	1687,39	0,5	0,00033	0,2810	0,07025	0,07058	0,9318532	1572,40
0,8	0,237	1572,40	0,5	0,00033	0,2810	0,07025	0,07058	0,9318532	1465,25
1,3	0,11	1465,25	0,5	0,00033	0,2810	0,07025	0,07058	0,9318532	1365,40
1,8	0,08	1365,40	0,5	0,00033	0,2810	0,07025	0,07058	0,9318532	1272,35
3,0	0,08	1272,35	1,2	0,000792	0,0000	0,0000	0,0008	0,9992083	1271,34
4,5	0,08	1271,34	1,5	0,00099	0,0000	0,0000	0,0010	0,9990105	1270,08
6,0	0,08	1270,08	1,5	0,00099	0,0000	0,0000	0,0010	0,9990105	1268,83
7,5	0,08	1268,83	1,5	0,00099	0,0000	0,0000	0,0010	0,9990105	1267,57
9,0	0,08	1267,57	1,5	0,00099	0,0000	0,0000	0,0010	0,9990105	1266,32
10,5	0,08	1266,32	1,5	0,00099	0,0000	0,0000	0,0010	0,9990105	1265,06
12,0	0,08	1265,06	1,5	0,00099	0,0000	0,0000	0,0010	0,9990105	1263,81
13,5	0,08	1263,81	1,5	0,00099	0,0000	0,0000	0,0010	0,9990105	1262,56
15,0	0,08	1262,56	1,5	0,00099	0,0000	0,0000	0,0010	0,9990105	1261,31

Perdidas por fricción para el cable 1

Tabla 10. Resumen de pérdidas por fricción y curvatura para el cable # 2

ABSCISA	Ordenada	Po	$\Delta L$	$k*\Delta L$	$\Delta\alpha$	$\mu*\Delta\alpha$	$(k\Delta l+\mu\alpha)$	$e^{-(k l+m\delta)}$	Px
m	m	kN	m						kN
0,7	0,635	1687,39	0,7	0,0005	0,3934	0,0984	0,0988	0,905913	1528,63
1,7	0,28	1528,63	1,0	0,0007	0,562	0,1405	0,1412	0,86835	1327,39
2,2	0,169	1327,39	0,5	0,0003	0,281	0,0703	0,0706	0,931853	1236,93
2,7	0,102	1236,93	0,5	0,0003	0,281	0,0703	0,0706	0,931853	1152,64
3,2	0,08	1152,64	0,5	0,0003	0,00000	0,0000	0,0003	0,99967	1152,26
4,7	0,08	1152,26	1,5	0,001	0,00000	0,0000	0,0010	0,99901	1151,12
6,2	0,08	1151,12	1,5	0,001	0,00000	0,0000	0,0010	0,99901	1149,98
7,7	0,08	1149,98	1,5	0,001	0,00000	0,0000	0,0010	0,99901	1148,84
9,2	0,08	1148,84	1,5	0,001	0,00000	0,0000	0,0010	0,99901	1147,70
10,7	0,08	1147,70	1,5	0,001	0,00000	0,0000	0,0010	0,99901	1146,57
12,2	0,08	1146,57	1,5	0,001	0,00000	0,0000	0,0010	0,99901	1145,43
13,7	0,08	1145,43	1,5	0,001	0,00000	0,0000	0,0010	0,99901	1144,30
15,2	0,08	1144,30	1,5	0,001	0,00000	0,0000	0,0010	0,99901	1143,17

Perdidas por fricción para el cable 2

### 5.3.2 Perdida por corrimiento en el anclaje (Asentamiento de los anclajes)

Figura 36. Corrimiento del anclaje antes del preesfuerzo

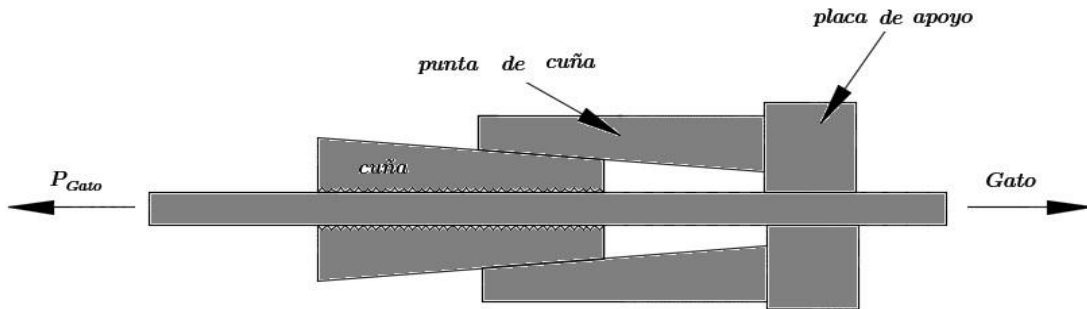
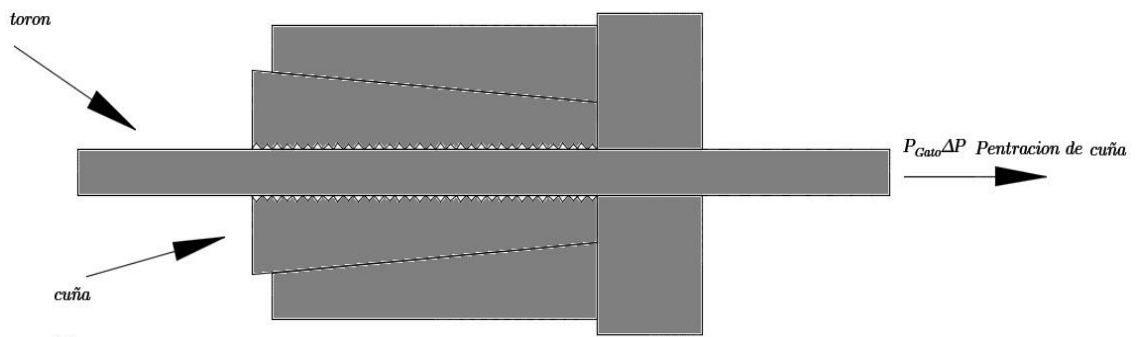
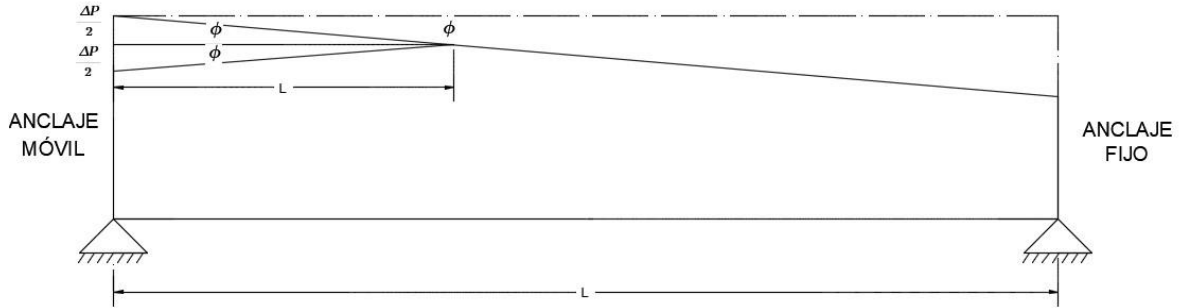


Figura 37. Corrimiento del anclaje después del preesfuerzo



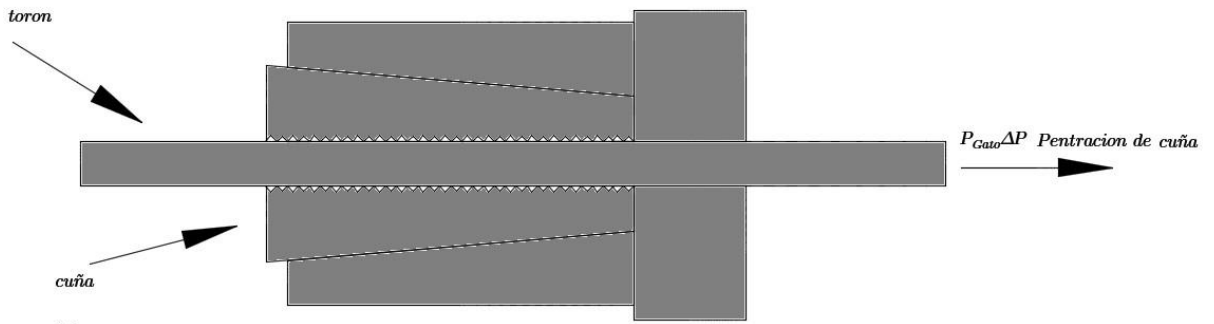
Una vez se liberan los cables de preesfuerzo, e inmediatamente después de la transferencia, se presentan las pérdidas por corrimiento en el anclaje  $\Delta L_{concreto}$ , conocidas también como pérdidas por penetración de cuña, o en la Norma CCP-14, asentamiento de los anclajes.

Figura 38. Anclajes



La pérdida por penetración de cuña no tiene influencia práctica en la mayoría de los casos debido a que la fuerza de preesfuerzo se obtiene para el momento máximo, el que por lo general, se presenta en un punto fuera de la influencia de  $W$ . Sin embargo tener alguna importancia en cable corto o con pequeños radio de curvatura, tal como sucede con los cables # 1 y # 2

Figura 39. Corrimiento del anclaje después del preesfuerzo



El efecto de penetración de cuña produce una fuerza de razonamiento cuya magnitud disminuye hasta volverse cero a una distancia  $W$  del anclaje móvil. El valor de  $W$  es independiente del tipo de cable, del diámetro y de la calidad del torón empleado. Si se admite una pérdida lineal de la fuerza de preesfuerzo debida al razonamiento, una hipótesis valida en la mayoría de los casos, el valor de  $W$  se calcula como sigue:

**Notación:**

W: Distancia desde el anclaje móvil hasta el punto en el que la fuerza de razonamiento por penetración de cuña es cero.

$\Delta P = 2 \Delta p W$ : pérdida de la fuerza de preesfuerzo entre dos puntos de la viga.

$\Delta L_C$ : Penetración de cuña.

$E_{ps}$ : Módulo de elasticidad del acero de preesfuerzo  $E_{ps} = E_p = 197000$  MPa

$A_{ps}$ : Área del acero de preesfuerzo, por cable de 10 torones de 0,6 pulg

$A_{ps} = A_{toron} \cdot \#torones \cdot X_{cable} = 1400$  mm<sup>2</sup>

$\Delta p$ : Pérdida de fuerza expresada en términos de fuerza por unidad de longitud e igual a:

$$\Delta p = L \frac{P_{gato} - P_f}{L} = \frac{a}{L} \quad (\text{hipotesis: la variación de la fuerza de preesfuerzo es lineal})$$

$P_{Gato}$ : Fuerza de preesfuerzo en el gato de tensionamiento

$P_f$ : Fuerza de preesfuerzo a una distancia L del anclaje.

Variación de la fuerza de preesfuerzo cuando el gato libera los cables.

$$\frac{\Delta p}{2} = W * \frac{a}{L}; \quad W = \frac{\frac{\Delta p}{2}}{\frac{a}{L}}; \quad W = \frac{\Delta p * L}{2 * a}; \quad \frac{W * a}{L} = \frac{\Delta p}{2}$$

Cambio de fuerza de preesfuerzo debido a la penetración de la cuña de la ley de Hooke

$$\frac{\Delta p}{2} = A_{ps} * E_{ps} * \frac{\Delta L_C}{W}; \quad \frac{W * a}{L} = (A_{ps} * E_{ps} * \frac{\Delta L_C}{W}); \quad W^2 = \frac{A_{ps} * E_{ps} * \Delta L_C}{a}$$

$$W = \sqrt{\frac{A_{ps} * E_{ps} * \Delta L_C}{\Delta p}}$$

$P_L$  = Fuerza de preesfuerzo en un punto de la viga situado a la distancia L del anclaje móvil.



Efecto de la penetración de cuña - cables 1 y 2

Penetración de cuña  $\Delta L_C = 6$  mm dato suministrado por el fabricante

Sistema de anclaje móvil – fijo

Pendiente (supuesta una línea recta) del diagrama de tensionamiento. Se tomara 2 puntos arbitrarios

Fuerza en el anclaje del gato  $X = 0$

$$P = P_1 \cdot e^{-(\mu \cdot \Delta\alpha_1 + K \cdot X)} = 172.06 \text{ ton}$$

Fuerza en el anclaje del gato a  $X_2 = 14$

$$P = P \cdot e^{-(\mu \cdot \Delta\alpha_1 + K \cdot X)} = 132.23 \text{ ton} \quad P = 1296.74 \text{ kN}$$

$$\Delta p = \frac{A_{\text{anclaje}} \cdot P_{\text{X anclaje}}}{X_2}$$

En consecuencia:

$$W = \sqrt{\frac{A_{ps} \cdot E_{ps} \cdot \Delta L_C}{\Delta p}} = 7.70 \text{ m} \quad \Delta L_C = 6 \text{ mm}$$

Disminución de la fuerza de preesfuerzo en el anclaje

$$\Delta P = 2 \Delta p \cdot W = 43.82 \text{ ton} \quad P'_{1.2} = P_{\text{anclaje}} - \Delta P = 128.24 \text{ ton}$$

Efecto de la penetración de cuña - cables 3 y 4

Penetración de cuña  $\Delta L_C = 6$  mm dato suministrado por el fabricante

**Sistema de anclaje móvil – fijo**

Pendiente del diagrama de tensionamiento. Se tomará dos puntos arbitrarios

Fuerza en el anclaje del gato  $X = 0$

$$P_{\text{anclaje}} = P_3 \cdot e^{-(\mu \cdot \Delta\alpha_1 + K \cdot X)} = 191.18 \text{ ton}$$

Fuerza en el anclaje del gato a  $X_2 = 14$

$$P_{\text{x. anclaje}} = P_{1c2} \cdot e^{-(\mu \cdot \Delta\alpha_1 + K \cdot X)} = 132.10 \text{ ton} \quad P_{\text{x. anclaje}} = 1295.54 \text{ KN}$$

$$\Delta p = \frac{P_{\text{anclaje}} - P_{X \text{ anclaje}}}{X_2} = 4.22 \text{ ton/m}$$

En consecuencia:

$$W = \sqrt{\frac{A_{ps} \cdot E_{ps} \cdot \Delta L_C}{\Delta p}} = 6.32 \text{ m} \quad \Delta L_C = 6 \text{ mm}$$

Disminución de la fuerza de preesfuerzo en el anclaje

$$\Delta P = 2 \Delta p \cdot W = 53.36 \text{ ton} \quad P'_{3.4} = P_{\text{anclaje}} - \Delta P = 137.81 \text{ ton}$$

**5.3.3 Perdida por acortamiento elástico.** De acuerdo con CCP-14 del INVIAS (2014), 5.9.5.2.3 b en los elementos postensado, con excepción de las losas, la perdida por acortamiento elástico es:

$$\Delta f_{pES} = \frac{N-1}{2 \cdot N} \cdot \frac{E_p}{E_{ci}} \cdot \Delta f_{cgp}$$

$$E_{ci} = E_{cLosa} = 25098.00 \text{ MPa}$$

$$E_p = 197 \text{ Gpa}$$

$\Delta f_{cgp}$  Sumatoria, en las secciones de máximo momento, de los esfuerzos sobre el concreto en el centro de gravedad de los torones de postensado, debidos a la acción simultanea de la fuerza de pretensado después del tensionamiento, más el peso propio del elemento. (MPa)

Excentricidad de la fuerza de preesfuerzo en el centro de luz (sección simple):

$$e_1 = 1.04 \text{ m}$$

Nota: se toma la fuerza (191 t) en cada cable, durante el tensionamiento, y en el centro de la luz. Los esfuerzos se calculan con el signo con el que aparecen en las ecuaciones de la Norma CCP-14.

$$\Delta f_{cgp} = \frac{P_1 \cdot \#cables}{A_{ssL}} + \frac{P_1 \cdot \#cables \cdot e_1^2}{I_{\text{centroidalssL}}} - \frac{M_{DC \text{ SIMPLE}} \cdot e_1}{I_{\text{centroidalssL}}} = 16.06 \text{ MPa}$$

$$\Delta f_{pES1} = \frac{\text{totaltorones}^{-1}}{2 \cdot \text{totaltorones}} \cdot \frac{E_p}{E_{ci}} \cdot \Delta f_{cgp} = 61.76 \text{ MPa}$$

Por consiguiente la pérdida de fuerza de preesfuerzo, en cada cable de 10 torones, debida al acortamiento elastico del concreto es:

$$A_{ps} = A_{\text{toron}} \cdot \#\text{torones} \cdot X_{\text{cable}} = (1.4 \cdot 10^3) \text{ mm}^2$$

$$\Delta P_{CD} = A_{ps} \cdot \Delta f_{pES1} \cdot MN = 8.82 \text{ ton}$$

$$P_{\text{prom}} = 229.4 \text{ ton}$$

Es de interés comparar esta pérdida por acortamiento elástico del concreto con la que se obtendría si se emplean los principios de la resistencia de materiales. En este caso para una fuerza promedio de  $P_{\text{prom}} = 229.4 \text{ ton}$  y un área de la sección simple igual

$$A_{SSL} = 0.66 \text{ m}^2, \text{ se obtiene:}$$

$$\Delta L_{\text{concreto}} = \frac{P_{\text{prom}} \cdot L_{uzd1}}{E_{CI} \cdot A_{SSL}} = 0.0039 \text{ m}$$

$$\epsilon_{ps} = \frac{\Delta L_{\text{concreto}}}{L_{uzD11}} = 0.0001358$$

$$\Delta f_{pES} = E_p \cdot \epsilon_{ps} = 26.75 \text{ MPa} < \Delta f_{pES1} = 61.76 \text{ MPa}$$

### **PERDIDAS DE FUERZA DE PREESFUERZO EN ETAPA DE SERVICIO**

- Las pérdidas de fuerza de preesfuerzo ocurren durante la transferencia de preesfuerzo, para tiempo  $t=0$  y a lo largo de la vida útil del puente, para tiempo infinito,  $t=\infty$ .
- Las pérdidas que se presentan durante la transferencia de la fuerza de preesfuerzo son: pérdidas debidas a la fricción y curvatura involucra de los cables, pérdidas debidas al corrimiento en el anclaje y pérdidas debidas al acortamiento elástico del concreto(ES).
- Las pérdidas de fuerza de preesfuerzo que se presentan durante la etapa de servicio del puente son: pérdidas debidas a las retracción de fraguado del concreto (SR), pérdidas debidas al flujo plástico del concreto (CR) y pérdidas debidas a la relajación del acero (R).

- La Norma CCP-14 distingue dos intervalos de tiempo para el cálculo de las pérdidas por efectos diferidos del concreto y del acero de preesfuerzo:
- El tiempo que transcurre entre el momento en que se efectúa la transferencia de la fuerza de preesfuerzo y el instante en que se constituyen la losa.
- La vida útil del puente a partir del momento en que se construye la losa.

De acuerdo con CCP-14 del INVIAS (2014), 5.9.5.4.5. y para las vigas postensadas no segmentales, las pérdidas de fuerza de preesfuerzo a lo largo plazo, después de la adherencia de los torones, pueden calcularse empleando las disposiciones de los Artículos CCP-14 del INVIAS (2014), 5.9.5.4.1 a CCP-14 del INVIAS (2014),5.9.5.4.4. En particular se anota que en la ecuación CCP-14 del INVIAS (2014),5.9.5.4.1-1 el valor del termino  $(\Delta f_{SR} + \Delta f_{PCR} + \Delta f_{RR1})$ id debe tomarse igual a cero.

La ecuación CCP-14 del INVIAS (2014),5.8.5.4.1-1 es

$$\Delta f_{PLT} = (\Delta f_{SR} + \Delta f_{PCR} + \Delta f_{RR1}) + (\Delta f_{PSD} + \Delta f_{pCD} + \Delta f_{pR2} - \Delta f_{pSS}) d f$$

Y para vigas postensadas :

$$\Delta f_{pLT} = (\Delta f_{pSD} + \Delta f_{pCD} + \Delta f_{pR2} - \Delta f_{pSS}) d$$

Donde:

$\Delta f_{pSD}$  :Pérdida de preesfuerzo debida a la retracción del concreto de la viga, que ocurre entre la instalación de la losa del puente y momento final (Mpa).

$\Delta f_{pCD}$  : Pérdida de fuerza de preesfuerzo debida al flujo plastico del concreto que se presenta entre el instante de la construcción de la losa y la vida útil del puente (MPa)

$\Delta f_{pR2}$  : Pérdida de fuerza de preesfuerzo debida a la relajación del acero en la sección compuesta que se presenta entre el instante en que se construye la losa y vida útil del puente(MPa).

$\Delta f_{pSS}$  : Incremento de la fuerza de preesfuerzo debido a la retracción de fraguado del concreto de la losa en la sección compuesta (Mpa).

Las pérdidas de preesfuerzo pueden inclinarse en términos de deformaciones unitarias  $\epsilon$  , en términos de deformaciones totales  $\Delta L$  ,en términos de esfuerzos  $\Delta f$  o en términos de fuerza  $\Delta P$  .

Perdida por retracción de fraguado del concreto  $\Delta f_{pSD}$  CCP-14 del INVIAS (2014),5.9.5.4.3a.

**Notación:**

$t_i$  :Edad del concreto en días cuando se efectúa el tensionamiento de la viga. En este ejemplo se toma:  $t_i = 14$  días

$t_d$  :Edad del concreto en días cuando se construye la losa del puente . En este ejemplo se supone:  $t_d = 40$  días

$t_f$  : Edad del concreto en días al final de la etapa de servicio. Se supone que los efectos diferidos sobre el concreto se prolongan durante la vida útil del puente (75 años). En consecuencia  $t_f = 75 \cdot 365 = 27375$  Se sabe, sin embargo, que los efectos que las deformaciones diferidas cesan hacia los 5 años de construidos el puente.

A su vez y de acuerdo con CCP-14 del INVIAS (2014),5.9.5.4.3 la pérdida de fuerza de preesfuerzo debida la retracción del concreto de la viga es:

$$\Delta f_{pSD} = \epsilon_{bdf} \cdot E_p \cdot K_{df}$$

$$K_{df} = \frac{1}{1 + \frac{E_{p*} A_{PS*}}{E_B A_{FI}} \left( 1 + \frac{A_C \cdot e_{pc}^2}{L} \right) (1 + 0.7 \cdot \Psi \cdot (t_f \cdot t_i))} \cdot 1 + 0.7 \cdot \Psi \cdot (t_f \cdot t_i)$$

$E_p$  Modulo de elasticidad del acero de preesfuerzo  $E_p = 197 \text{ GPa}$   $\epsilon_{bdf}$  "Deformación unitaria de retracción de la viga que ocurre desde la construcción de la losa del puente y que se prolonga a lo largo de la vida útil del puente, de acuerdo con la ecuación CCP-14 del INVIAS (2014),5.4.2.3.3.-1".

La ecuación CCP-14 del INVIAS (2014),5.4.2.3.3.-1 es

$$\epsilon_{sh} = k_s \cdot k_{hs} \cdot k_f \cdot k_{td} \cdot 0.48 \cdot 10^{-3}$$

$$k_s = 1.45 - 0.0051 \left( \frac{V}{S} \right) \geq 1 \text{ para } \frac{V}{S} \text{ en mm}$$

Donde:

S: Superficie expuesta de la viga, antes de la colocación de la losa. Es el perímetro expuesto de la sección simple, igual  $S = 4.81 \text{ m} = 4.81 \text{ m}$  (obtenido al sumar todos los lados expuestos de la viga y por m de profundidad).

V: Volumen de la sección compuesta. El área de la sección compuesta es  $A_{SCA} = 1.37 \text{ m}^2$ .  $V = A_{SCA} \cdot 1 = 1.37 \text{ m}^2$  En consecuencia la relación  $V/S$ , en mm, es  $\frac{V}{S} = 248.823 \text{ mm}$

$$K_s = 1.45 \text{ m} - \left( 0.0051 * \frac{V}{S} \right) = 1448.54 \text{ mm} \quad S = 4.81 \text{ m}$$

$k_{hs} = (2 - 0.014 H)$  factor de relación de humedad para la retracción

H: Humedad relativa: se supone una humedad relativa del ambiente en el sitio del 90%.  $H = 90$  En consecuencia:  $k_{hs} = (2 - 0.014 H) = 0.74$

$k_f$  es un factor que tiene en cuenta la resistencia del concreto. ( CCP-14 del INVIAS (2014),5.4.2.3.2-4). Para

$f'_{ci} = 28 \text{ MPa}$ .

$$K_f = \frac{f'_{cVigas}}{7 \text{ MPa} + f'_{ci}} = 1$$

$K_{td} (t_d * t_f)$  Factor de desarrollo en el tiempo. Se supone que la losa se construye a los 40 días de haber tensionado las vigas por lo que:  $t_d = 40$ .

Se supone además que los efectos debidos al flujo plástico del concreto cesan a los 75 años, tiempo correspondiente a "la vida de diseño del puente", de acuerdo con CCP-14, 2014, 1.3.2.1, por lo que:  $t_f = 27375$

$$k_{td} (t_d * t_f) = k_{td1} \quad k_{td1} = \frac{t_f - f_r d}{61 - 0.58 * f_r c_i + (t_f - t_i)}$$

$$\epsilon_{sh} = k_s * k_{hs} * k_f * k_{td1} * 0.48 * 10^{-3} = 0.000513$$

$e_{pc}$  Excentricidad de la fuerza de preesfuerzo referida a la sección compuesta. Se toma la excentricidad del cable resultante en el centro de la luz. por consiguiente:

$$e_{pc} = Y_{iscL} - r_1 = 1.04 \text{ m}$$

$A_{scA}$  área de la sección compuesta de concreto  $A_{scA} = 1.37 \text{ m}^2$

$I_{centroidalscA}$  momento de inercia de la sección compuesta  $I_{centroidalscA} = 0.38 \text{ m}^4$

$$k_{hc} = 1.56 - 0.008 * H = 0.84$$

$$\Psi_b (t_d, t_f) = \Psi_{b1}$$

$$\Psi_{b1} = 1.9 * k_s * k_{hc} * k_f * k_{td1} * t_d^{-0.118} = 1.49$$

$$k_{df} = \frac{1}{1 + \frac{E_p * (\#cables * A_{ps})}{E_{ci} * A_{scA}} * \left(1 + \frac{A_{scA} * e_{pc}^2}{I_{centroidalscA}}\right) (1 + 0.7 * \Psi_{b1})} = 0.86$$

$$\Delta f_{pSD} = \epsilon_{sh} E_p * k_{df} = 87.103 \text{ MPa}$$

En consecuencia la pérdida de fuerza de preesfuerzo, para cables de  $\#torones \times cable = 10$ , debida a la retracción de fraguado es:

$$A_{sp} = A_{toron} * \#torones \times cable E_1 = 0.00126 \text{ m}^2$$

$$\Delta P_{SD} = A_{sp} * \Delta f_{pSD} = 11.19 \text{ ton}$$

**5.3.4 Perdidas por flujo plástico del concreto (CR).** De acuerdo con CCP-14 del INVIAS (2014), 5.9.5.4.3. b la pérdida de fuerza de preesfuerzo debida al flujo plástico del concreto de la viga en el tiempo que transcurre entre la construcción de la losa y el tiempo de servicio del puente viene dada por la ecuación:

$$\Delta f_{pCD} = \frac{E_p}{E_{ci}} \cdot f_{cgp} \cdot (\Psi_b (t_f, t_i) - \Psi_b (t_d, t_i)) \cdot (k_{df} \frac{E_p}{E_{ci}} \cdot \Delta f_{cd} \cdot \Psi_b (t_f, t_d)) \cdot k_{df}$$

Donde:

$\Delta f_{cd}$  = Variación en el concreto en el centroide del acero de presfuerzo debido a las pérdidas que se presentan entre el momento de la transferencia y hasta la colocación de la losa, combinadas con el peso de la losa y las cargas sobrepuestas (Mpa)

$f_{cgp}$  = Sumatoria, en las secciones de máximo momento, de los esfuerzos en el concreto en el centro de gravedad de los torones, debidos a la acción simultanea de la fuerza de preesfuerzo en el instante de la transferencia, y del peso propio de la sección (MPa)

$\Psi_b (t_f, t_d)$  Coeficiente de flujo plástico del concreto de la viga durante la vida útil del puente debido al peso de la losa de acuerdo con la ecuación CCP-14 del INVIAS (2014), 5.4.2.3.2-1. En consecuencia:

$$f_{cgp} = \frac{P_{t=0}}{A_{simple}} + \frac{P_{t=0} \cdot e^2}{I_{G \cdot Simple}} - \frac{e M_{simple}}{I_{G \cdot simple}}$$

$$f_{cgp} \frac{\#cables \cdot p_{xcable}}{A_{SSL}} + \frac{\#cables \cdot p_{xcable} (Y_{issL} - r)^2}{I_{CENTROIDALSSL}} - \frac{(Y_{issL} - r) \cdot M_{DC \cdot SIMPLE}}{I_{CENTROIDALSSL}} = 980.46 \frac{ton}{m^2}$$

$$\Delta f_{cd} = \frac{M_{DC \cdot SIMPLE} \cdot (Y_{issL} - r)}{I_{CENTROIDALSSL}} + \frac{(M_{DC \cdot Simple} + M_{DW}) \cdot e_{PC}}{I_{CENTROIDALSCL}} = 7.843 \text{ MPa}$$

$$k_{td} (t_d \cdot t_f) = k_{td2} \quad k_{td2} = \frac{t_d - t_i}{61 - 0.58 \cdot f_{ci} \cdot (t_d \cdot t_f)} = 0.3674$$

$$\Psi_b (t_d \cdot t_i) = \Psi_{b2} \quad \Psi = 1.9 \cdot k_s \cdot k_{hc} \cdot k_f \cdot k_{td2} \cdot t_i^{-0.118} = 0.622$$



Factor de flujo plástico del concreto de la viga que se presenta entre el instante en que se efectúa la transferencia,  $t_i = 14$  días, y el instante en que se construye la losa, 40 días,

$$t_d = 40 \text{ días. (Ecuación CCP-14, 2014, 5, 4, 2, 3, 2-1)}$$

$$k_{td} (t_i \cdot t_f) = k_{td3} \quad k_{td3} = \frac{t_f - t_i}{61 - 0.58 \cdot f'_{ci} + (t_f - t_i)} = 0.9984$$

$$\Psi_b (t_i \cdot t_f) = \Psi_{b3} \quad \Psi = 1.9 \cdot k_s \cdot k_{hc} \cdot k_f \cdot k_{td3} \cdot t_i^{-0.118} = 1.69$$

Factor de flujo plástico del concreto de la viga que se presenta entre el instante en que se efectúa la transferencia,  $t_d = 40$  días, y el tiempo de servicio del puente, 75 años,

$$t_f = 27375 \text{ días. (Ecuación CCP-14 del INVIAS (2014), 5.4.2.3.2-1)}$$

$$K_{td} (t_i \cdot t_f) = K_{td3} \quad K_{td3} = \frac{t_f - t_i}{61 - 0.58 \cdot f'_{ci} + (t_f - t_i)} = 0.9984$$

$$\Psi_b (t_i \cdot t_f) = \Psi_{b3} \quad \Psi_{b3} = 1.9 \cdot k_s \cdot k_{hc} \cdot k_f \cdot k_{td3} \cdot t_i^{-0.118} = 1.69$$

$$K_{td} (t_f \cdot t_d) = K_{td4} \quad K_{td4} = \frac{t_f - t_d}{61 - 0.58 \cdot f'_{ci} + (t_f - t_d)} = 0.9984$$

$$\Psi_b (t_f \cdot t_d) = \Psi_{b4} \quad \Psi_{b4} = 1.9 \cdot k_s \cdot k_{hc} \cdot k_f \cdot k_{td4} \cdot t_d^{-0.118} = 1.494$$

$$E_c = 4.8 \cdot \sqrt{f'_c} \text{ GPa} = 25.399 \text{ GPa}$$

$$K_{df} = 0.8616$$

$$\Delta f_{pCD} = \left( \frac{E_p}{E_c} \cdot f_{cgp} \cdot (\Psi_{b3} - \Psi_{b2}) \cdot K_{df} \right) + \left( \frac{E_p}{E_c} \cdot \Delta f_{cd} \cdot \Psi_{b4} \cdot K_{df} \right) = 146.913 \text{ MPa}$$

$$\Delta P_{SD} = A_{sp} \cdot \Delta f_{pSD} = 11.191 \text{ ton}$$

**5.3.5 Pérdida por relajación del acero R.** De acuerdo con CCP-14 del INVIAS (2014), 5.9.5.4.3c la pérdida de relajación de los torones de preesforzado se puede determinar de acuerdo con la ecuación CCP-14 del INVIAS (2014), 5.9.5.4.3 c-1.

$$\Delta f_{pR2} = \Delta f_{pR1}$$

De acuerdo con la ecuación CCP-14 del INVIAS (2014),5.9.5.4.2 c-1, se tiene:

$f_{pt}$  Esfuerzo en el acero de preesfuerzo inmediatamente después de la transferencia, no menor que 0,55  $f_{py}$  en la ecuación CCP-14 del INVIAS (2014),5.9.5.4.2 c-1.

$K_L=30$ , para acero de preesfuerzo de baja relajación.

Del análisis de fuerza efectiva de preesfuerzo, inmediatamente después de la transferencia, esto es incluyendo las pérdidas por acortamiento elástico y por penetración de cuña, se tiene el siguiente esfuerzo sobre el acero de preesfuerzo, en el centro de la luz.

$$f_{pt} = \frac{2 \cdot P_1 + 2 \cdot P_4}{2 \cdot \# \text{cables} \cdot A_{psc}} = 129732.375 \text{ ton/m}^2 \quad f_{pt}=1272.24 \text{ MPa}$$

$$\Delta f_{pR1} = \frac{f_{pt}}{K_L} \left( \frac{f_{pt}}{f_{py}} - 0.55 \right) = 1.292 \text{ ksi} \quad \Delta f_{pR1}=8.906 \text{ MPa}$$

$$\Delta P_{CR} = A_{ps} \cdot \Delta f_{pR1} = 1.271 \text{ ton}$$

Aumento de la fuerza de preesfuerzo debido a la retracción de fraguado del concreto de la losa del puente.

De acuerdo con CCP-14 del INVIAS (2014),5.9.5.4.3 d el aumento del esfuerzo debido a la contracción de la losa de concreto  $\Delta f_{pSS}$  es igual a:

$$\Delta f_{pSS} = \Delta f_{cd} \cdot K_{df} \cdot (1 + 0.7 \cdot \Psi_{b4}) = 107.198 \text{ MPa}$$

En la que:

$\Delta_{cdf}$  Cambio en el esfuerzo del concreto en el centroide de los torones de preesforzado

Debido a la retracción del concreto de la losa del puente (Mpa).

$$\Delta_{cdf} = \frac{\epsilon_{ddf} \cdot A_d \cdot E_{cd}}{(1 + 0.7 \cdot \Psi_{b4} \cdot t_f \cdot t_d)} \cdot \frac{1}{A_C} - \frac{e_{pc} \cdot e_d}{I_C}$$

$\epsilon_{ddf}$  Deformación unitaria de retracción del concreto de la losa del puente, que se presenta a partir de la construcción de la losa del puente y se prolonga a lo largo de

la vida útil del puente, de acuerdo con la Ecuación CCP-14 del INVIAS (2014),5.4.2.3.1.

$$\varepsilon_{ddf} = k_s \cdot k_{hs} \cdot k_f \cdot k_{td4} \cdot 0.48 \cdot 10^{-3} = 0.000514$$

$A_d$  Área del concreto de la losa del puente (mm<sup>2</sup>).

$$A_{losassL} = b_{Losa} \cdot h_{Losa} = 2.42 \text{ m}^2$$

$A_c$  Área de la sección transversal, calculada empleando la sección bruta, compuesta por viga de concreto y por la losa del puente, y teniendo en cuenta la relación modular entre el concreto de la losa del puente y de la viga (mm<sup>2</sup>).

$$A_{scL} = 1.1 \text{ m}^2$$

$E_{cd}$  Módulo de elasticidad del concreto de la losa del puente (Mpa).

$$E_c = 25399 \text{ MPa}$$

$e_{pc}$  Excentricidad de la losa del puente con respecto al eje centroidal de la sección bruta

$$e_{pc} = 1.04 \text{ m}$$

$$e_d = -Y_{sscL} + r_1 = -0.5 \text{ m}$$

$\Psi_b$  (tr.td) Coeficiente de flujo plástico del concreto de la losa del puente a lo largo de la vida útil del puente, debido a las cargas aplicadas poco después de construir la losa de concreto ( es decir, carpeta asfáltica, barreras, etc.) de acuerdo con la ecuación CCP-14 del INVIAS (2014),5.4.2.3.2-1.

$$\Psi_b(\text{tr} \cdot \text{td}) = \Psi_{b5} \quad \Psi_{b5} = k_s \cdot k_{hc} \cdot k_f \cdot k_{td4} \cdot \text{td}^{-0.118} = 1.494$$

$I_c$  Momento centroidal principal de inercia de la sección, obtenido de calcular las propiedades de la sección bruta, compuesta por la viga de concreto y por la losa del puente, e incluyendo la relación modular entre el concreto de la losa del puente y el concreto de la viga en etapa de servicio (mm<sup>2</sup>).

$$I_{\text{centroidalscA}} = 0.38 \text{ m}^4$$

$$\Delta_{cdf} = \frac{\epsilon_{ddf} * A_{losassL} * E_c}{1 + 0.7 * \Psi_{b5}} * \left( \frac{1}{A_{scA}} \frac{e_{pc} * e_d}{I_{centroidalssA}} \right) = 55.861 MPa$$

Suma de las pérdidas de fuerza de preesfuerzo:

$$\Delta P_{SD} = 11.191 \text{ ton}$$

$$\Delta P_{CD} = 8.818 \text{ ton}$$

$$\Delta P_{CR} = 1.271 \text{ ton}$$

$$\Delta P = \Delta P_{SD} + \Delta P_{CD} + \Delta P_{CR} = 21.281 \text{ ton}$$

En esta condición se tiene la siguiente fuerza de preesfuerzo en el centro de la luz en cada cable de #torones X cable = 10 torones

$$P_1 = 172.066 \text{ ton}$$

$$P_{\infty} = P_1 - \Delta P = 150.786 \text{ ton}$$

En porcentaje:

$$\Delta P = \Delta P / p_1 * 100 \% = 12 \%$$

Las pérdidas por efectos diferidos de los materiales fueron supuestamente iguales al 12% y las pérdidas exactas son de  $\Delta P = 12 \%$  por esto se considera que la su posición es correcta y el diseño es satisfactorio

### **Momento último de la sección compuesta**

#### **Estado límite de resistencia I.**

De acuerdo con la tabla CCP-14, 2014, 3.4.1-1 los factores de carga para el estado límite de resistencia I, son:

$$M = (\eta \cdot (1.25 * M_{DC} + 1.5 M_{DW} + 1.75 * M_{LL} + I_M))$$

#### **Modificadores de carga**

$$\eta = \eta_D = \eta_R = \eta_{DI} = 1$$

$$\eta = 1$$

**Sustituyendo los momentos máximos se obtiene**

$$M_u = (\eta * ((1.25 * M_{DCSIMPLE}) + (1.5 * M_{DW}) + (1.75 * M_{LL-IM}))) = 9516.89 \text{ KN*m}$$

$$d_p = H_{\text{vigas}} - r = 1.42 \text{ m}$$

$$\beta_1 = 0.85 - 0.05 * (f_{r_{cVigas}} - 28) = 0.8$$

$$A_{ps} = A_{ps} * \# \text{cables} = 28 \text{ cm}^2$$

El esfuerzo último del acero de preesfuerzo (grado 270) es  $f_{pu} = 1860 \text{ MPa}$  con un esfuerzo de fluencia de 0.90% de  $f_{pu}$  (cable de baja relajación), de acuerdo con la Tabla CCP-14 del INVIAS (2014), 5.4.4.1-1. Es decir:

$$f_{py} = 0.9 * f_{pu} = 1674 \text{ Mpa}$$

$$k = 2 * \left( 1.04 - \frac{f_{py}}{f_{pu}} \right) = 0.28$$

$$c = \frac{A_{ps} * f_{pu}}{0.85 * f_{r_{cVigas}} * \beta_1 * b_{Losa} + k * A_{ps} * \frac{f_{pu}}{d_p}} = 0.01 \text{ m}$$

$$a = \beta_1 * c = 0.014 \text{ m} < 20 \text{ cm}$$

En consecuencia la sección se comporta como rectangular

$$F_{ps} = f_{pu} * (1 - k * d_p) = 1853.39 \text{ MPa}$$

Si solo se considera la acción del preesforzado, la resistencia nominal de la sección a la flexión es:

$$M_n = A_{ps} * f_{ps} * \left( d_p - \frac{a}{2} \right) = 747.62 \text{ ton*m}$$

Momento actuante:

$$M_{\text{actuante}} = M_u = 970.45 \text{ ton*m}$$

El momento resistente de la sección se convierte

$$\text{Se supone } \phi = 1$$

$$M_u = M_n \cdot \phi = 747.623 \text{ ton*m} > M_{\text{actuante}} = 970.453 \text{ ton*m} \quad \text{Cumple}$$

**Verificación del factor de reducción para la flexión ( CCP-14 del INVIAS (2014), 5.5.4.2).**

$d_t$  Distancia de fibra externa a compresión hasta el centroide del acero a tracción, de acuerdo con la Figura CCP-14 del INVIAS (2014), 5.5.4.2.1-1.

$$D_t = d_p = 1.42 \text{ m}$$

Para miembros preesforzados:

$$\Phi = 0.58 + 0.25 \left( \frac{d_t}{c} - 1 \right) = 20.03 > 1 \text{ Correcto suponer } \phi = 1$$

**Estado límite de servicio III. (3.4.1).**

De acuerdo con el artículo CCP-14 del INVIAS (2014), 3.4.1 se deben verificar los esfuerzos para el estado límite de servicio III con el propósito de controlar fisuras en superestructuras de concreto preesforzado.

$$M_s = (\eta^* (M_{DC} + M_{DW} + M_{LL} + IM))$$

Esfuerzo en la sección simple, en el centro de la luz, causado por el peso de la sección simple, por el peso de la losa e incluyendo las pérdidas por acortamiento elástico, por penetración de cuña y pérdidas por efectos diferidos sobre el concreto, supuestas del 12% (ver tabla CCP-14 del INVIAS (2014), 5.13).

$$e_c = Y_{iscL} - r = 1.04 \text{ m}$$

Momento debido a la resultante de compresión sobre el concreto

$$M_C = e_c \cdot \#cables \cdot P_{Xcable} = 397.66 \text{ ton} \cdot \text{m}$$

Esfuerzo en el concreto en el centro de la luz:

$$\sigma_i = \frac{\#cables \cdot P_{Xcable}}{A_{SSL}} + \frac{M_C}{W_{SSSL}} = 1081.48 \frac{\text{ton}}{\text{m}^2}$$

Sustituyendo los valores de los máximos momentos de las cargas que actúan sobre la sección compuesta se obtiene

$$M_s = (\eta^*(M_{DC.SIMPLE} + M_{DW} + M_{LL\_IM})) = 607.11 \text{ ton}\cdot\text{m}$$

Verificación de esfuerzos en el centro de la luz sobre la sección compuesta. Estado de servicio III.

$$e = Y_{iscL} - r = 1.04 \text{ m}$$

$$Y = Y_{sscL} - 0.2 \text{ m} = 0.38 \text{ m}$$

$$\sigma_s = -\sigma_s - \frac{M_s \cdot Y}{I_{CENTROIDAL}} = -17.26 \text{ MPa} < 21 \text{ MPa}$$

$$\sigma_i = -\sigma_i - \frac{M_s \cdot Y}{I_{CENTROIDAL}} = -17.15 \text{ MPa} < 21 \text{ MPa}$$

## 5.4 REFUERZO MÍNIMO

### Momento de figuración

De acuerdo con CCP-14 del INVIAS (2014), 5.7.3.3.2 es necesario suministrar un refuerzo mínimo en las secciones de concreto preesforzado. Este refuerzo debe estar en capacidad de resistir un momento mayor o igual a ( ecuación CCP-14 del INVIAS (2014), 5.7.3.3.2-1).

$$MCR = \gamma_3 ((\gamma_1 \cdot f_r + \gamma_2 \cdot f_{cpe}) \gamma_1 \cdot S_C - M_{dnc} \cdot (\frac{c_C}{S_{nc}} - 1))$$

$$\gamma_1 = 1.6$$

$$\gamma_3 = 1.0$$

$$f_r = 0.62 \cdot \sqrt{f'_c} \text{ MPa} = 3.281 \text{ MPa}$$

$$\gamma_2 = 1.1$$

$S_C$  Modulo de sección para la fibra extrema de la sección compuesta donde el esfuerzo de tracción es causado por las cargas externas (mm<sup>3</sup>).

$$S_C = W_{iscL} = 0.304 \text{ m}^3$$

$S_{nc}$  Modulo de sección para la fibra extrema de la sección monolítica o simple donde el esfuerzo de tracción es causado es causado por las cargas externas (mm<sup>3</sup>)

$$S_{nc} = W_{issL} = 0.21 \text{ m}^3$$

$M_{dnc}$  Momento total no mayorado de carga muerta que actúa sobre una sección monolítica o no compuesta.

$$M_{DC.SIMPLE} = 175.44 \text{ ton} \cdot \text{m}$$

$$M_{DC.LOSA} = 129.42 \text{ ton} \cdot \text{m}$$

$$M_{dnc} = M_{DC.SIMPLE} + M_{DC.LOSA} = 304.86 \text{ ton} \cdot \text{m}$$

Esfuerzo de compresión en el concreto debido solo a las fuerzas efectivas de preesfuerzo (después de descontar las perdidas) en la fibra extrema de la sección donde el esfuerzo de tracción es causada por las cargas externas (Mpa).

$$P_1 = 172.06 \text{ ton}$$

$$P_3 = 191.18 \text{ ton}$$

$$F_{cpe} = \frac{2 \cdot P_1 + 2 \cdot P_3}{A_{scL}} + \frac{e \cdot (2 \cdot P_1 + 2 \cdot P_3)}{W_{issL}} = 40.91 \text{ MPa}$$

Reemplazando los valores numéricos en la ecuación, se obtiene:

$$M_{CR} = \gamma_3 ((\gamma_1 \cdot f_r + \gamma_2 \cdot f_{cpe}) \gamma_1 \cdot S_c - M_{dnc} \cdot (\frac{S_c}{S_{nc}} - 1)) = 2363.59 \text{ ton} \cdot \text{m}$$

Este momento  $M_{CR} = 2363.59 \text{ ton} \cdot \text{m}$  es mayor que el momento último que resiste la sección  $M_U = 747.623 \text{ ton} \cdot \text{m}$

Criterios

$$1.33 \cdot M_U = 994.338 \text{ ton} \cdot \text{m}$$

$$M_{CR} = 2363.596 \text{ ton} \cdot \text{m}$$



Existe una diferencia de momentos igual a  $M_{adiconal} = M_{CR} - M_U = 1615.973 \text{ ton}^* \text{ m}$ . Se proyecta una armadura no tensionada para resistir este momento adicional

$$d_p = H_{scL} - r = 1.62 \text{ m} \quad d_s = d_p \quad f_y = 420 \text{ MPa}$$

$$A_s = \frac{M_u - A_{ps} * f_{ps} * (d_p - a/2)}{f_y * (d_s - a/2)} = 1532.242 \text{ mm}^2 \quad \text{en barras } 3/4$$

$$\#barras - \frac{A_s}{284 \text{ mm}^2} = -5.395 \quad \#barras = 18 \quad S = \frac{b_p \text{Inf}}{\#barras} = 3.333 \text{ cm}$$

## 5.5 DISEÑO A CORTANTE

Refuerzo transversal a cortante. CCP-14 del INVIAS (2014), 5.8.2.4.

De acuerdo con CCP-14 del INVIAS (2014), 5.8.2.4 debe proporcionarse refuerzo transversal a cortante cuando:

$$V_u > 0.50 \cdot \phi * (V_c + V_p) = 0.5 * 0.9 * (V_c + V_p) = (V_c + V_p)$$

Refuerzo transversal mínimo.

$$A_{vmin} = 0.0873 \cdot \frac{b_v \cdot S}{f_y} * \sqrt{f'_c}$$

Tipo de refuerzo transversal: (CCP-14 del INVIAS (2014), 5.8.2.6).

$$v_u \leq 0.125 \cdot f'_c \quad \text{entonces} \quad S_{max} = 0.8 d_v \leq 600 \text{ mm}$$

$$v_u > 0.125 \cdot f'_c \quad \text{entonces} \quad S_{max} = 0.4 d_v \leq 300 \text{ mm}$$

Resistencia nominal del concreto

La resistencia nominal de cortantes debe determinarse como el menor valor entre:

$$V_n = V_c + V_s + V_p$$

$$V_n = 0.25 \cdot f'_c b_v \cdot d_v + V_p$$

En las ecuaciones precedentes:

$$V_c = 0.083 \beta * b_v * d_v * \sqrt{f'_c}$$

Fuerza cortante resistida por el refuerzo transversal.

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_y \cdot d_v \cdot (\cot(\theta) - \cot(\alpha)) \cdot \sin(\alpha)}{s}$$

Se emplean a continuación los procedimientos indicados en los artículos CCP-14 del INVIAS (2014),5.8.3.4.1 y CCP-14 del INVIAS (2014),5.8.3.4.2.

### **Separación de los estribos en la sección crítica.**

La sección crítica se encuentra localizada a una distancia de la cara interna del apoyo igual a  $d_v$  ( CCP-14 del INVIAS (2014),5.8.3.2). La determinación del brazo interno de palanca  $d_v$  implica un proceso iterativo pues este depende del momento flector en la sección crítica, cuya posición es desconocida. Se recurre entonces al criterio geométrico que indica que, de acuerdo con CCP-14 del INVIAS (2014),5.8.2.9,  $d_v$  puede ser tomado como mayor distancia entre  $0.9 d_e$  y  $0.72 h$ . Como de es desconocido, se toma:

$$0.72 H_{scL} = 1.22 \text{ m}$$

Si se tiene un ancho de apoyo igual a  $0,75\text{m}$  y  $d_v$  es  $1,37\text{m}$ , la sección crítica se localiza a  $2,12\text{m} = 2,15\text{m}$  de la cara de la viga. Gráficamente:

### **Cálculo de la fuerza cortante ultima en la sección crítica.**

Cálculo de  $d_p$ : distancia entre el centroide del acero de preesfuerzo y la fibra de la sección compuesta. Esta distancia cambia con la posición de los cables de preesfuerzo a lo largo de la viga.

La ecuación de los cables de preesfuerzos permite obtener su posición a  $2,12 \text{ m}$  de la cara de apoyo. En estas condiciones la distancia en la sección crítica a cortante, del cable resultante, con respecto al borde inferior de la viga es:

$$d = \frac{4 \cdot 0.21 \text{ m} + 2 \cdot 1.12 \text{ m}}{6} = 0.513 \text{ m}$$

No se considera la contribución del refuerzo no tensionado a la resistencia a flexión.  
En consecuencia:

$$d_p = H_{scL} - d = 1.187 \text{ m} \quad d_e = d_p = 1.187 \text{ m}$$

El espesor del alma de la viga, sobre apoyo, es 0,30 m. Sin embargo para suponer la situación más desfavorable se toma el ancho del alma hacia el centro de la luz, igual a 0,211 m. Por otra parte, el Artículo CCP-14 del INVIAS (2014), 5.8.2.9 estipula: " para determinar el ancho del alma debe restarse del ancho del alma un cuarto del diámetro de los ductos en ese nivel". El diámetro de los ductos es 6 cm por lo que, se obtiene:

$$b_{\text{alma}} = 0.21 \text{ m}$$

$$b_v = 2 \cdot (0.25 \text{ m} - 0.25 \cdot \phi_{\text{ducto}}) = 0.465 \text{ m}$$

$$\frac{d}{dx} = (-0.76 \text{ m} + 0.00704 \text{ m} \cdot (28 - X - X^2)) \quad ; \quad \tan(\alpha) = 0.00704 \text{ m} \cdot (28 - 2 X)$$

La pendiente para los cables 1 y 2 en la ecuación crítica es (para  $x=2,2 \text{ m}$ )

$$X = 2.2 \quad \alpha_{1,2} = 0.000663 \cdot (28 - 2 X) = 0.01565$$

Lo mismo para los cables 3 y 4

$$X = 2.2 \quad \alpha_{3,4} = 0.00704 \cdot (28 - 2 X) = 0.1661$$

La fuerza efectiva de preesfuerzo en la sección crítica viene dada por la ecuación CCP-14 del INVIAS (2014), 5.9.5.2.2b-1

$$\Delta f_p F = f_{pj} \cdot (1 - e^{-(K \cdot X + \mu \cdot \alpha)})$$

Multiplicado los términos de esta ecuación por el área de acero de preesfuerzo  $A_{sp}$  se obtiene la siguiente ecuación para la fuerza efectiva de preesfuerzo  $P_x$  en una sección ubicada a  $X \text{ m}$  del anclaje, donde la fuerza de preesfuerzo es

$$P_0 \cdot (K \cdot X + \mu \cdot \alpha) \Delta P = P_0 - P_X = P_0 \cdot (1 - e^{-(K \cdot X + \mu \cdot \Delta \alpha)}) \quad ; \quad P_X = P_0 \cdot e^{-(K \cdot X + \mu \cdot \alpha)}$$

Fuerza de preesfuerzo en el apoyo, una vez han ocurrido todas las pérdidas.

$$P'_{1,2} = 128.242 \text{ ton}$$

$$P'_{3,4} = 137.816 \text{ ton}$$

Fuerza efectiva de preesfuerzo a 2,12 m del apoyo:

$$P''_{1,2} = P'_{1,2} \cdot e^{-(\mu \cdot \Delta \alpha + K \cdot X)} = 128.056 \text{ ton}$$

$$P''_{3,4} = P'_{3,4} \cdot e^{-(\mu \cdot \Delta \alpha + K \cdot X)} = 137.616 \text{ ton}$$

Fuerza cortante en la sección crítica debida a: El peso propio de la sección simple.

$$V_{DC.SIMPLE} = R_A.DC.SIMPLE - DC_{SA} \cdot L_A = 20.824 \text{ ton}$$

El peso propio de la losa

$$V_{DC.LOSA} = R_A.DC.LOSA - DC_{LOSAVe} \cdot L_A = 15.46 \text{ ton}$$

El peso propio de la carga sobreimpuesta:

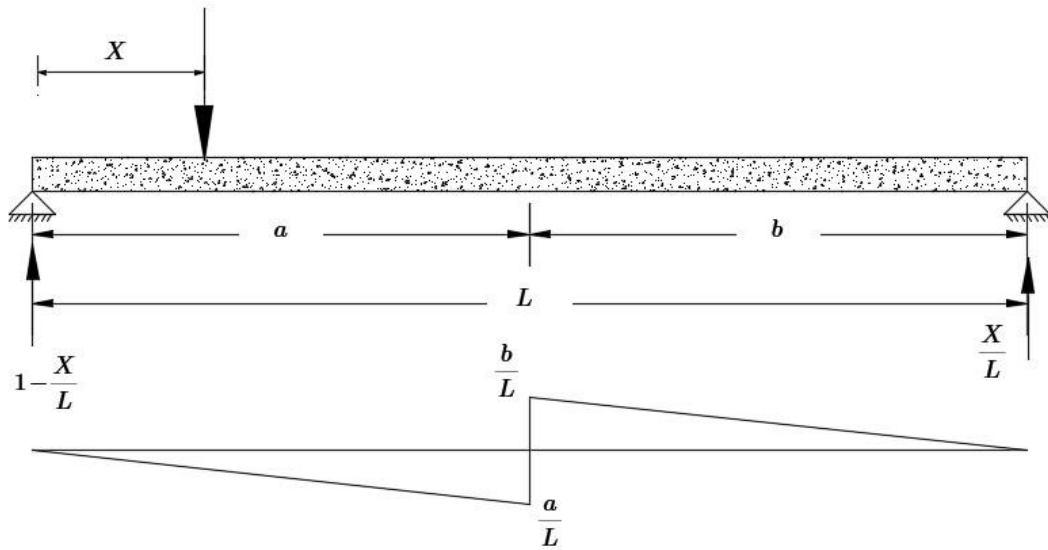
$$V_{DC.sobreimpuesta} = R_A.DC.SI - DC_{SI\_viga} \cdot L_A = 8.079 \text{ ton}$$

El peso propio de la carpeta asfáltica:

$$V_{DW} = R_A.DC.DW - DW \cdot L_A = 10.211 \text{ ton}$$

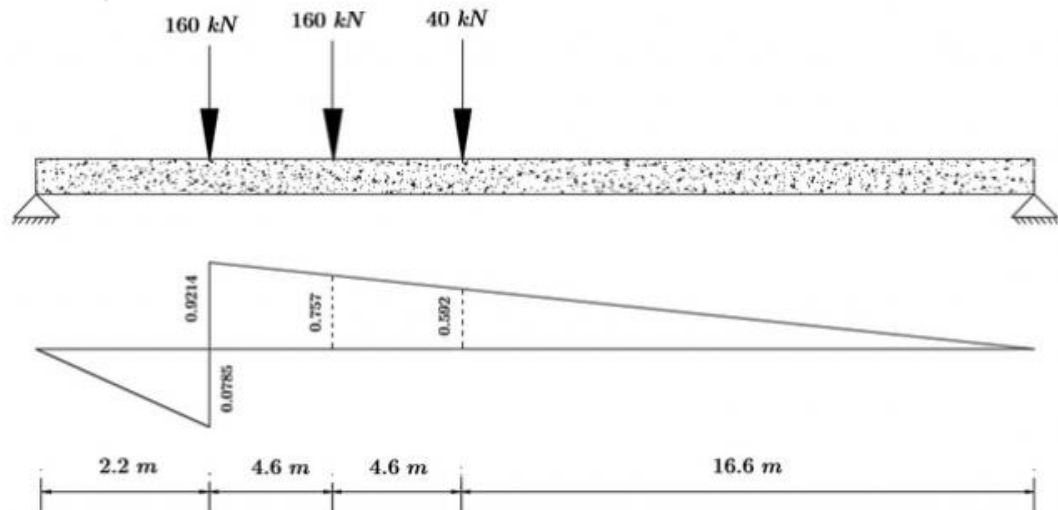
Fuerza cortante en la sección crítica debida a la carga viva vehicular

Figura 40. Fuerza debido a la carga vehicular



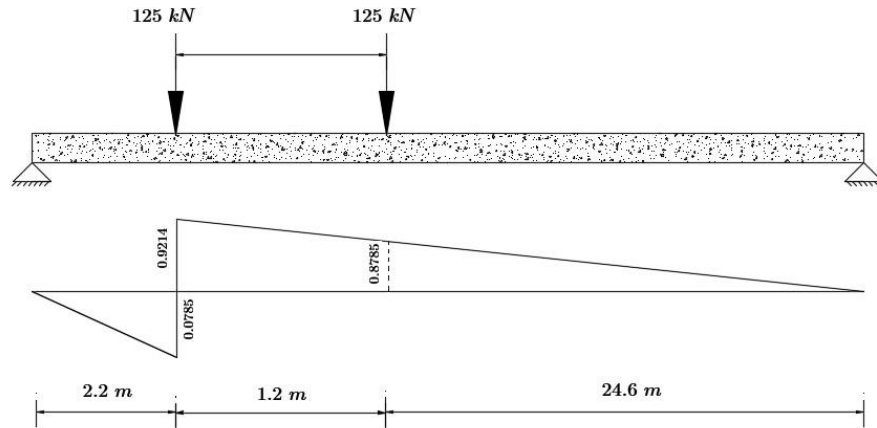
Línea de influencia a 2.2 m debido al cortante que produce la carga del camión de diseño

Figura 41. El cortante que produce la carga del camión de diseño



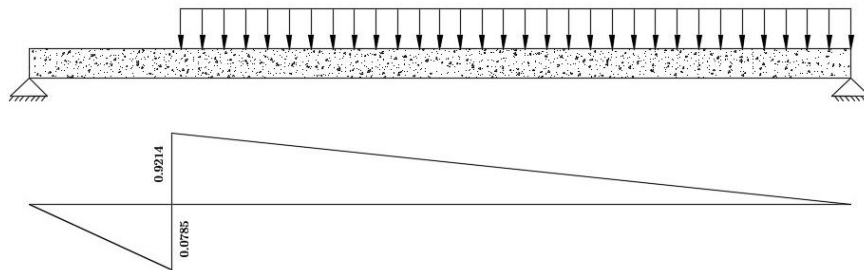
Línea de influencia a 2.2 m debido al cortante que produce la carga del Tándem de diseño

Figura 42. El cortante que produce la carga del Tándem de diseño



Línea de influencia a 2.2 m debido al cortante que produzca la carga del Carril de diseño

Figura 43. El cortante que produzca la carga del Carril de diseño



$$V_{LC} = 160 \text{ kN} \cdot (0.9214 + 0.0785) + 40 \text{ kN} \cdot 0.592 = 183.664 \text{ kN} \quad V_{LC} = 18.729 \text{ ton}$$

$$V_{LT} = 125 \text{ kN} \cdot (0.9214 + 0.8785) = 224.988 \text{ kN} \quad V_{LT} = 22.942 \text{ ton}$$

$$V_{LCARRIL} = \frac{25.8 \cdot 10.3 \text{ kN}}{2} * 0.9214 = 122.426 \text{ KN}$$

$$V_{LCARRIL} = 12.484 \text{ ton}$$

Fuerza cortante debida a la carga viva vehicular de diseño CC-14 para el estado límite de resistencia I.

$$V_{LL.IM.CC.14} = 1.33 * \max(V_{LC}, V_{LT}) + V_{LCARRIL} = 42.99 \text{ ton}$$

Nota.  $\max(V_{LC}, V_{LT})$  hace referencia en el valor máximo en esta fórmula se escoge el valor máximo entre  $V_{LC}$  y  $V_{LT}$ .

Factores de distribución  $mg_V$  de carga viva para la fuerza cortante.

### **Vigas interiores: sección transversal tipo C**

Nota. La altura de la viga esta 0,30 m por fuera del rango indicado en las ecuaciones de la Tabla CCP-14, 2014, 4.6.2.2.3a-1. Esta diferencia es aceptable por lo que se considera válido emplear las ecuaciones siguientes.

$$d = H_{ScL} = 1.7 \text{ m}$$

$$mg_{VI} = \max(Mg_{VI1c}, Mg_{VI2c}) = 0.27$$

Nota. Se tomo  $d = 1.7$  mm correspondiente a la altura de la viga actuando como sección compuesta.

Nota. Para el cálculo de la distancia de (CCP-14, 2014, 4.6.2.2.) y en ausencia de una barrera de tráfico, se supuso la situación extrema en la que el vehículo de diseño actúa en el extremo del andén. En consecuencia:

De los cálculos precedentes se concluye que le máximo factor de distribución para las solicitaciones por cortante (viga exteriores) es  $mg_{MI} = 0.676$  por lo que se empleara este valor en la determinación de la máxima fuerza cortante debida a la carga viva vehicular de diseño CC-14.

$$V_{LL.IM} = mg_{VI} \cdot V_{LL.IM.CC.14} = 113.948 \text{ kN}$$

Retomando las solicitaciones en la sección crítica se obtiene la siguiente fuerza cortante última.

$$V_u = \eta \cdot (1.25 V_{DC.SIMPLE} + 1.5 \cdot V_{DW} + 1.75 \cdot V_{LL.IM}) = 61.68 \text{ ton}$$

De la ecuación CCP-14 del INVIAS (2014),5.8.2.9.1 se concluye:

$$v_u = \frac{(V_u - \phi * (P'' * 1.2 + p'' * 3.4))}{\phi * b_v * d_p} = -369.68 \text{ ton/ m}^2$$

Verificación. Este esfuerzo cortante debe ser menor que  $0.18 * f'_{cvigas} = 6.3 \text{ MPa}$   
 Cumple. ( CCP-14 del INVIAS (2014),5.8.3.2)

Revisión del máximo espaciamiento de los estribos ( CCP-14 del INVIAS (2014),5.8.2.7)

$$v_u < 0.125 * f'_c \text{ Vigas} \quad ; \quad 0.125 * f'_c \text{ Vigas} = 4.37 \text{ MPa} \quad S_{max} = 0.8 * d_v$$

$$v_u > 0.125 * f'_c \text{ Vigas} \quad ; \quad S_{max} = 0.4 * d_v$$

$$v_u = -3.62 \text{ MPa} < 0.125 * f'_c \text{ Vigas} \quad ; \quad S_{max} = 0.6 \text{ m}$$

Una vez obtenido el esfuerzo cortante último sobre la sección crítica es necesario calcular el esfuerzo cortante resistiendo por el concreto y por el acero de refuerzo.

De acuerdo con CCP-14, 2014, 5.8.3.3 se tiene:

$$V_c = 0.083 \beta * b_v * d_v * \sqrt{f'_c}$$

Fuerza cortante resistida por el refuerzo transversal.

$$V_s = \frac{A_v * f_y * d_v * (\cot(\theta) - \cot(\alpha)) * \sin(\alpha)}{s}$$

Para obtener las fuerzas resistidas por el acero y por el concreto es necesario calcular los valores de los angulos  $\beta$  y  $\theta$

$$A = 90^\circ$$

$$A_v = 0.083 \frac{b_v * s}{f_y} * \sqrt{f'_c}$$

$$S = \frac{A_v * f_y}{0.083 * b_v * \sqrt{f'_c} \text{ cvigas}}$$

$$A_v = 4 * 1.29 \text{ cm}^2 = 5.16 \text{ cm}^2$$

$$S = \frac{A_v * f_y}{0.083 * b_v * \sqrt{f'_c} \text{ cvigas}} = 0.949 \text{ m}$$



$$B = \frac{4.8}{1+750 \cdot \epsilon_s}$$

Y en ángulo  $\theta$  se obtiene a partir de:

$$\theta = 29 + 3500 \cdot \epsilon_s$$

$\epsilon_s$  es la deformación unitaria neta longitudinal de tracción en la sección en el canchale de refuerzo a tracción, la cual puede obtenerse de la siguiente ecuación: CCP-14 del INVIAS (2014), 5.8.3.4.2-2)

$$\epsilon_s = \frac{\frac{Mu}{d_v} + 0.5 N_u + (V_u - V_p) - A_{ps} \cdot f_{p0}}{E_s \cdot A_s + E_p \cdot A_{ps}}$$

Calculo de  $M_u$  en la sección crítica:

De la línea de influencia del momento en la sección crítica se obtiene:

Figura 44. Sección crítica

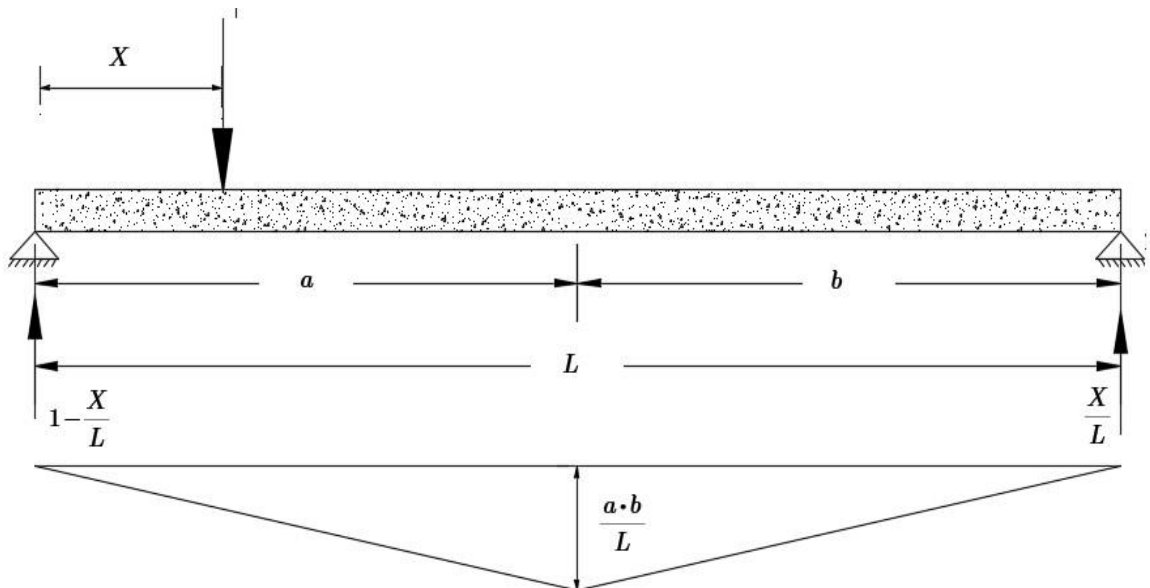
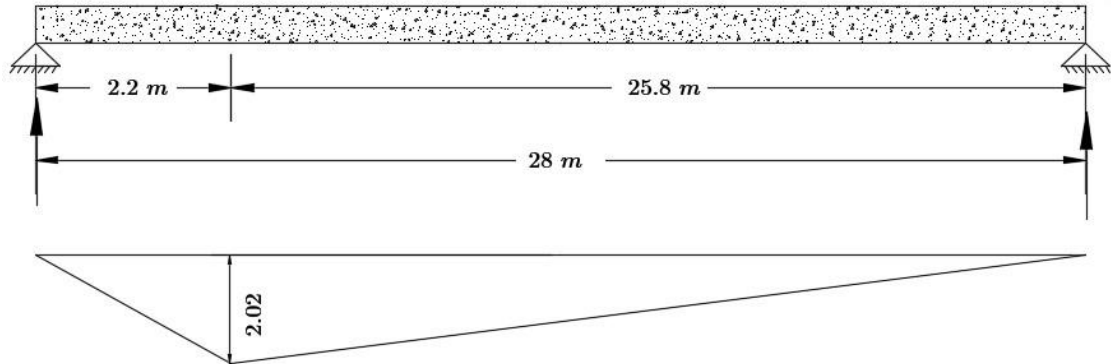
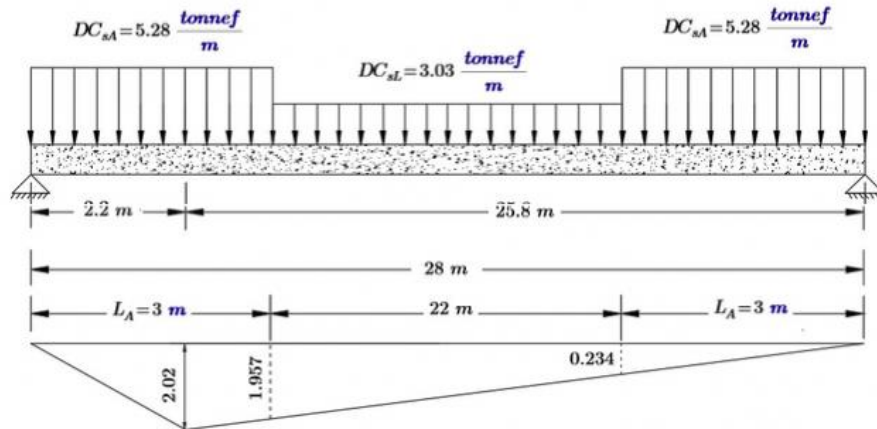


Figura 45. Línea de influencia ante la carga de carril



Los momentos flectores producidos por las cargas DC, DW, y (LL+IM) se obtiene a partir de la línea de influencia del momento flector en la sección crítica.

Figura 46. Líneas de influencia



$$L = Luz_{D1}$$

$$Luz_{D1} = 29.38 \text{ m}$$

$$MDC.SIMPLE =$$

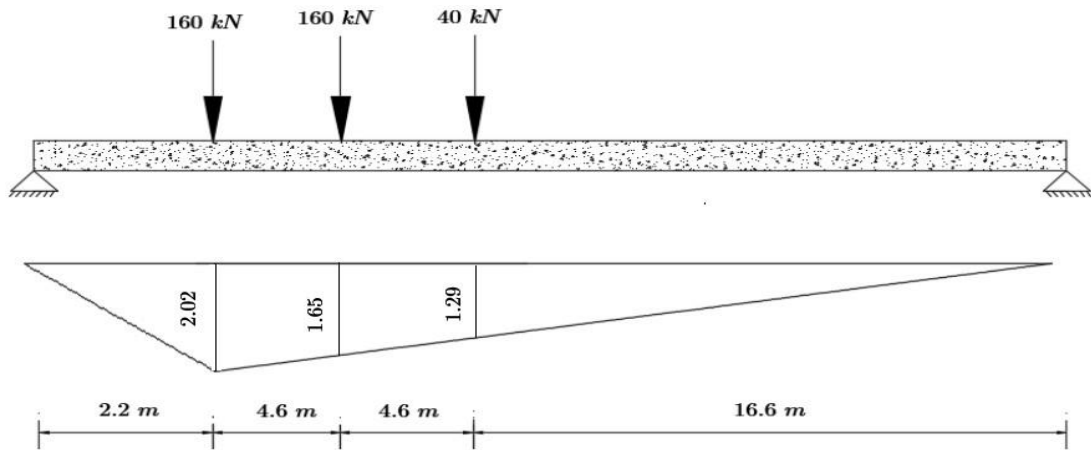
$$DC_{sA} * \left( \left( \frac{L_A * 2.02m}{2} \right) + \left( \frac{2.02m + 1.957m}{2} * (L_A - 2.2m) \right) + \left( \frac{2.02m * L_A}{2} \right) \right) + DC_{sL} * \left( \left( \frac{1.957m + 0.234m}{2} * (L - 2 * L_A) \right) \right) = 52.16 \text{ ton} * m$$

$$MDC.LOSA = \left( \frac{2.02m * L}{2} \right) * DC_{LOSAVe} = 35.59 \text{ ton} * m$$

$$MDC.sobreimpuesta = \left( \frac{2.02m * L.}{2} \right) * DCLOSAVe = 18.59 \text{ ton} * m$$

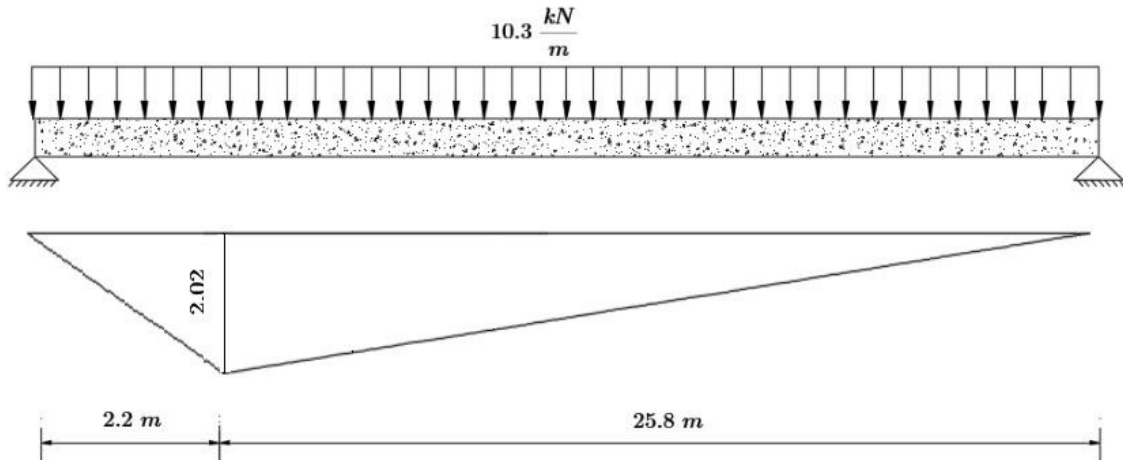
$$MDC.carpeta.asfaltica = \left( \frac{2.02m * L.}{2} \right) * DW_{viga} = 4.70 \text{ ton} * m$$

Figura 47. Línea de influencia por camino de diseño



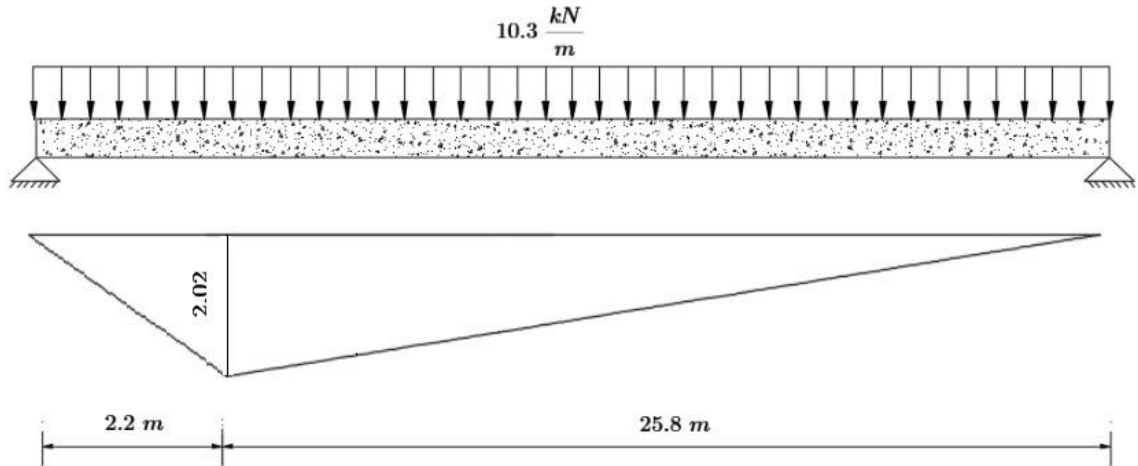
$$M_{L.CAMION} = 160 \text{ kN} \cdot (2.02 \text{ m} + 1.65 \text{ m}) + 40 \text{ kN} \cdot 1.29 \text{ m} = 65.13 \text{ ton} \cdot m$$

Figura 48. Línea de influencia por el tándem



$$M_{L.TANDEM} = 125 \text{ kN} * (2.02 \text{ m}) + 125 \text{ kN} * 1.92 \text{ m} = 50.22 \text{ ton} * m$$

Figura 49. Línea de influencia ante la carga de carril



$$M_{L.CARRIL} = \frac{10KN \cdot m \cdot 28}{2} * 2.02 = 28.83 \text{ ton} \cdot \text{m}$$

Momento debido a cargas vehicular de diseño en la sección crítica es, para un factor de distribución para momentos igual a 1,03. Ver tabla 5.8.

$$M_{LL.IM} = 1.03 * \max (M_{L.CAMION}, M_{L.TANDEM}) + M_{L.CARRIL} = 95.931 \text{ ton} \cdot \text{m}$$

Empleando las combinaciones del estado límite de resistencia I, se obtiene:

$$M_u = \eta \cdot (1.25 * (M_{DC.SIMPLE} + M_{DC.LOSA} + M_{DC.SOBREIMPUESTA}) + 1.5 * (M_{DC.carpeta.asfaltica})) + 1.75 * M_{LL.IM} = 307.86 \text{ m} \cdot \text{ton}$$

$$A_{sp} = \text{total}_{\text{torones}} * A_{\text{toron}} = 70 \text{ cm}^2$$

Cuantía de acero de preesfuerzo

$$\rho = \frac{A_{sp}}{d_p * b_v} = 0.0127$$

En la sección crítica, a 2,2 m del apoyo, la posición de los cables, con respecto a la fibra superior es:

$$d_{p1.p2.p3.p4.p5.p6} = d_p = 1.18 \text{ m}$$

Por consiguiente:

$$a = \frac{\rho \cdot d_p \cdot f_y}{0.85 \cdot f'_{cVigas}} = 0.21 \text{ m}$$

Calculo de la distancia  $d_v$ :

$$d_v = d_e - a/2 = 1.08 \text{ m}$$

$d_e = d_p$  Distancia entre la fibra superior a compresión y el centroide del acero de preesfuerzo.

Una vez obtenido el presfuerzo cortante último en la sección crítica, es necesario determinar la deformación unitaria neta a tracción  $\epsilon_s$  en el centroide del refuerzo a tracción.

Para el efecto se recurre a la ecuación CCP-14 del INVIAS (2014), 5.8.3.4.2-4, como se muestra a continuación:

Recomendación:

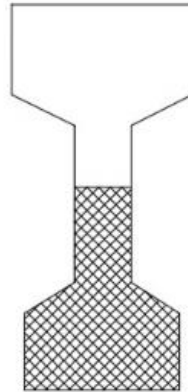
$$f_{po} = 0.7 \cdot f_{pu} = 1302 \text{ MPa}$$

$$E_p = 197 \text{ GPa}$$

$$\epsilon_s = \frac{\frac{M_u}{d_v} + (V_u - (p''_{1.2} + p''_{3.4})) - A_{ps} \cdot f_{po}}{E_p A_{ps}}} = -0.0052$$

De acuerdo con( CCP-14 del INVIAS (2014),5.8.3.4.2-4) es negativo, debe tomarse igual a cero o el valor debe recalcularse con el denominador de la ecuación ( CCP-14 del INVIAS (2014), 2014, 5.8.3.4.2-4) reemplazando por  $E_s A_s + E_p A_{ps} + E_c A_{ct}$ . Sin embargo no debe ser menor que  $-0.4 \cdot 10^{-3}$ . El área  $A_{ct}$  es "area de concreto en el lado sometido a tracción por flexión del miembro como se muestra en la figura:

Figura 50. Sección transversal de la viga



$$A_{ct} = 0.31 \text{ m}^2$$

$$E_p \cdot A_{ps} + E_c \cdot A_{ct} = 859147.20 \text{ ton}$$

$$\epsilon_s = \frac{M_u}{d_v} + \frac{(V_u - (P''_{1,2} + P''_{3,4})) - A_{ps} \cdot f_{po}}{E_p \cdot A_{ps} + E_c \cdot A_{ct}} = -0.0034$$

Nota: El valor negativo de la deformación unitaria indica que la fuerza de compresión es alta y que el área de concreto  $A_c$  en la zona precomprimida debe ser tenida en cuenta para calcular la rigidez longitudinal de la sección bajo estudio.

$$-0.00052 < -0.00034 < 0.006 \text{ cumple}$$

De acuerdo con CCP-14 del INVIAS (2014), 5.8.3.4.2. Es posible "determinar  $\beta$  y  $\theta$  con las ecuaciones CCP-14 del INVIAS (2014), 5.8.3.4.2-1 a CCP-14 del INVIAS (2014), 5.8.3.4.2-3 usando el valor de  $\epsilon_s$  mayor que el calculado

$$\Theta = 29 + 3500 \cdot \epsilon_s = 27.81$$

Calculo del Angulo  $\beta$

$$\beta = \frac{4.8}{1 + 750 \cdot \epsilon_s} = 6.43$$

Fuerza cortante resistida por el concreto:  $\phi = 0.9$

$$V_c = 0.083 \cdot \beta \cdot b_v \cdot d_v \cdot \sqrt{f'_{cVigas}} \text{ MPa} = 161.82 \text{ ton}$$

Por otra parte  $V_U = 61.68 \text{ ton}$  y  $V_n = \frac{V_U}{\phi} = 68.53 \text{ ton}$

De acuerdo con CCP-14 del INVIAS (2014), 5.8.3.3-3 se tiene:

$$V_n = V_C + V_S + V_p \quad ; \quad V_S = V_n - V_C - V_p = -358.96 \text{ ton}$$

$$S = \frac{A_v \cdot f_y \cdot d_v \cdot (\cot(\theta) - \cot(\alpha)) \cdot \sin(\alpha)}{V_S} = 0.13 \text{ m}$$

Además de [CCP-14 del INVIAS (2014), 5.8.3.3-2]:

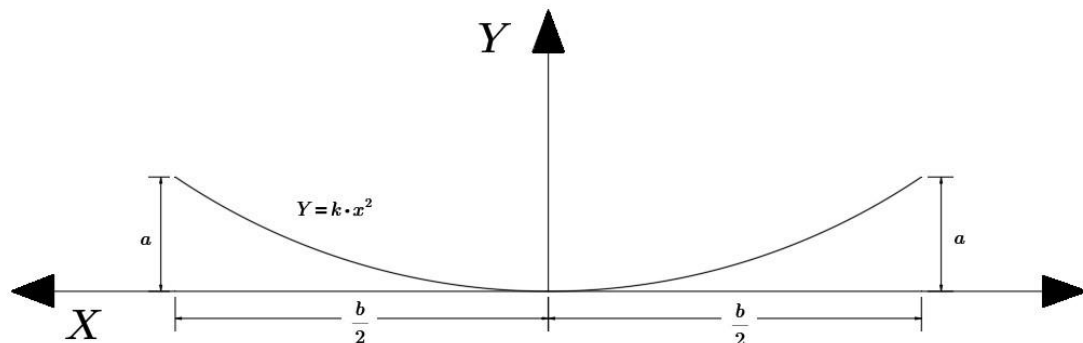
$$V_n = 0.25 \cdot b_v \cdot d_v \cdot f'_c \text{ Vigas} + V_p = 713.92 \text{ ton}$$

Se toma, conservadoramente, en la zona crítica a cortante, un estribos, de 4 ramas, # 4 c/0,10 m, lo que equivale a una cuantía del refuerzo a cortante, por m de longitud de viga, igual a:

$$4 \cdot \frac{1.29 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}{0.2 \text{ m}} = 0.0026 \text{ m}$$

Por otra parte es claro que las solicitaciones por fuerza cortante son menores en secciones hacia el centro de la luz por lo que no se considera necesario investigarlas  
Longitud de los cables entre anclajes

Figura 51. Longitud parabólica



La longitud de la parábola de la forma viene dada por la siguiente ecuación:

$$B = L - 0.05 \text{ m} \cdot 2 = 29.284 \text{ m} \quad h_{1.2A} = h_1 = 0.59 \text{ m}$$

$$h_{1.2L} = r_1 = 0.08 \text{ m}$$

$$a_{1.2} = h_{1.2A} - h_{1.2L} = 0.51 \text{ m}$$

$$h_{3.4A} = 1.4 \text{ m}$$

$$h_{3.4L} = r_2 = 0.25 \text{ m}$$

$$a_{3.4} = h_{3.4A} - h_{3.4L} = 1.15 \text{ m}$$

$$L_{1.2} = \left( \frac{1}{2} * \sqrt{b^2 + 16 \cdot a_{1.2}^2} + \frac{b^2}{8 \cdot a_{1.2}} * \ln \left( \frac{4 \cdot a_{1.2}}{b} + \sqrt{\left( \frac{16 \cdot a_{1.2}^2}{b^2} + 1 \right)} \right) \right) = 29.308 \text{ m}$$

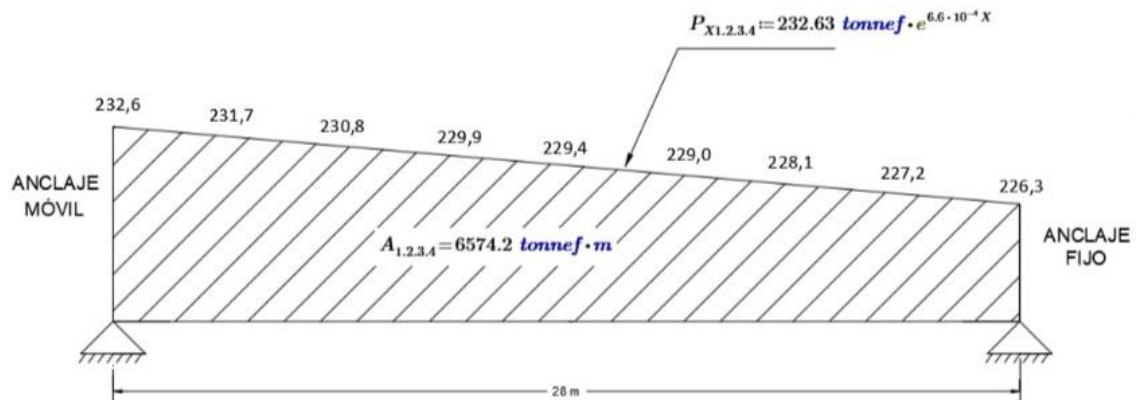
$$L_{3.4} = \left( \frac{1}{2} * \sqrt{b^2 + 16 \cdot a_{3.4}^2} + \frac{b^2}{8 \cdot a_{3.4}} * \ln \left( \frac{4 \cdot a_{3.4}}{b} + \sqrt{\left( \frac{16 \cdot a_{3.4}^2}{b^2} + 1 \right)} \right) \right) = 29.404 \text{ m}$$

## 5.6 ALARGAMIENTO DE LOS CABLES, DURANTE LA TRANSFERENCIA

El alargamiento total del cable es la suma del alargamiento debido a la fuerza de tensión en el acero de presfuerzo más el acortamiento del concreto.

$$A_{1.2.3.4} = 232.63 \text{ ton} * \int_0^{28} e^{6.6 \cdot 10^{-1} x} * m dx = 6574.198 \text{ ton} * m$$

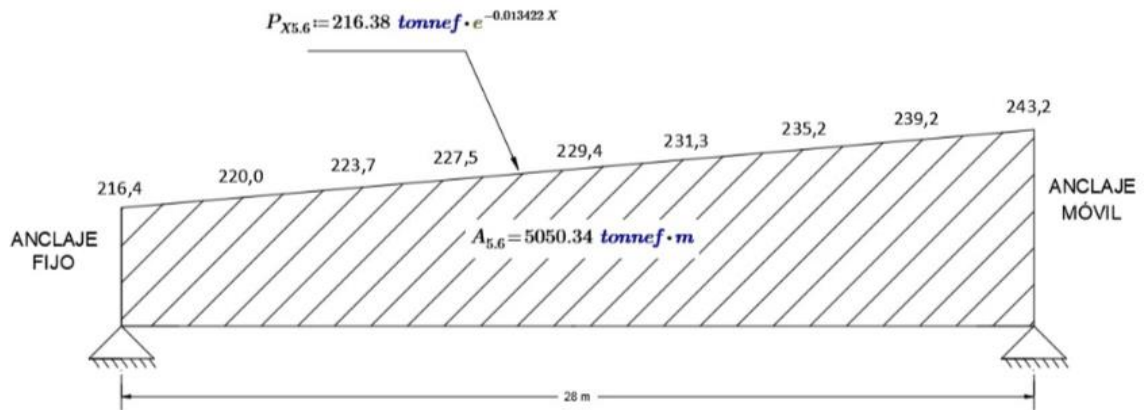
Figura 52. Diagrama de tensiones – Anclaje Fijo



$$A_{5.6} = 216.38 \text{ ton} * \int_0^{28} e^{0.013422x} * m dx = 5050.339 \text{ ton} * m$$



Figura 53. Diagrama de tensiones – Anclaje Móvil



$$\Delta_{L1.2.3.4} = \frac{A_{1.2.3.4}}{E_p A_{sp}} + \frac{A_{1.2.3.4}}{E_c A_{SSL}} = 23.76 \text{ cm}$$

$$\Delta_{L5.6} = \frac{A_{5.6}}{E_p A_{sp}} + \frac{A_{5.6}}{E_c A_{SSL}} = 18.25 \text{ cm}$$

## 6. CONCLUSIONES

El diseño de la superestructura en viga postensada en sección I de longitud de 30 metros, requiere el dimensionamiento de la superestructura de acuerdo con lineamientos de la Norma Colombiana de Diseño de Puentes de 2014 (CCP-14), con el fin de controlar deflexiones y asegurar un mejor comportamiento en los esfuerzos en la viga y en la losa.

Resulta indispensable el cumplimiento de los requisitos mínimos exigidos por el Código Colombiano de Puentes CCP-14 para el predimensionamiento de una viga de sección I y las implicaciones que tienen estas dimensiones sobre el comportamiento de la viga con el preesfuerzo.

Al tener en cuenta las cargas muertas, sobrepuesta, cargas vivas y otros parámetros, como la geometría de la viga, fue posible determinar la fuerza de preesfuerzo necesaria para estas soportar las las cargas y las. Implicaciones que esto conlleva.

Se pudo evidenciar que a partir de una fuerza de tensionamiento inicial en una viga de concreto preesforzado, se presentan pérdidas que se deben considerar para determinar el tensionamiento efectivo. Estas pérdidas pueden ser inmediatas o diferidas en el tiempo.

Se logró desarrollar un ejemplo práctico en el que se pudieron evidenciar las metodologías que se pueden emplear para el diseño de una viga preesforzada, teniendo en cuenta sus implicaciones tanto constructivas como de diseño.

Se desarrolló una guía de diseño de una viga postensada, basada en los parámetros exigidos por la CCP-14 y en recomendaciones basadas en experiencias de algunos

profesionales dedicados al diseño y construcción de puentes, esto fue posible a través del desarrollo de un ejemplo práctico de una viga en sección I con una luz de 30 m.

## BIBLIOGRAFÍA

AIS. (2014). Norma Colombiana de Puentes CCP-14. Bogotá: AIS.

AASHTO. (2012-2014). AASHTO LRFD Bridge Design Specifications. Washington: AASHTO.

Montero, N. (2016). Aplicación de la Norma Colombiana de Diseño de Puentes CCP-14, en Puentes de Concreto; Ejemplos Prácticos. Bucaramanga: UPB.

Vallecilla, C. R. (2018). Fundamentos de Diseño de Puentes. Bogotá: Bauen.

Rodríguez, A. (2016). Puentes con AASHTO-LRFD 2014. Lima: Arturo Rodríguez.

Salguero, C. A. (2017). Análisis comparativo para el diseño de tres puentes continuos en diferentes partes de la geografía nacional, diseñados usando el código CCDSP-95 y la norma vigente CCP-14. Bogotá: Escuela colombiana de ingeniería julio Garavito