

# SUPERCONDUCTIVIDAD MESOSCÓPICA

J. Barba-Ortega<sup>1</sup>, M.R. Joya<sup>2</sup>, Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.

<http://dx.doi.org/10.18566/puente.v5n2.a08>

**Resumen**— Una muestra superconductor es llamada mesoscópica si su tamaño físico es del orden de al menos una de sus dos longitudes características. La longitud de coherencia  $\xi(T)$ , que estima la caída media de la densidad de electrones superconductores al interior del material y la longitud de penetración  $\lambda(T)$ , que estima la caída media del campo magnético al interior de la muestra. En superconductores tipo II ocurre el ingreso de flujos cuantizados de campo magnético llamados vórtices. En el corazón de cada vórtice, el material deja de ser superconductor, pero sí lo es en el espacio intermedio entre vórtices, a menos que éstos logren ocupar toda el área disponible. Cuanto más firmes sean los centros de anclaje, mayor número de vórtices puede existir en el material sin que éste pierda del todo su capacidad superconductor. Utilizando la teoría Ginzburg-Landau dependiente del tiempo y la teoría de London, mostramos el estado de vórtices en muestras mesoscópicas de diferente geometría. Las muestras están sumergidas en un campo magnético externo aplicado perpendicularmente a su plano y a su vez rodeadas de un material aislante o del vacío. Analizamos los patrones de vórtices, las supercorrientes y el campo magnético local para discos, esferas, triángulos y laminas superconductoras mesoscópicas en presencia de un campo magnético axial.

**Palabras clave** — Superconductor, Ginzburg-Landau, teoría de London, Mesoscópico

**Abstract**— A superconductor sample is called mesoscopic if a superconductive sample is called a mesoscopic sample only if its physical size is at least either one of its two distinctive lengths, that is, the coherence length  $\xi(T)$ , which estimates the average drop of superconductive electrons' density inside the sample material, and the penetration length  $\lambda(T)$ , which estimates the average drop of the magnetic field inside the sample. In type II superconductors, the entry of magnetic field quantized flow called vortices occurs. In the core of every vortex, the material ceases to be superconductive, but it is so in the intermediate space in between vortices, unless these manage to occupy all the available area. The more firm are anchor points, the greater the number of vortices that can exist in the material, still keeping all its superconducting capacity. Using time-dependent Ginzburg-Landau theory and

London's theory, we showed the state of vortices in mesoscopic samples of different geometry. The samples are submerged into an external magnetic field and applied perpendicularly to its plan and, in turn, surrounded by an insulating material or by vacuum. We analyzed the patterns of vortices, the superflows and the local magnetic field for disks, spheres, triangles and superconductive mesoscopic foils in the presence of an axial magnetic field.

**Keywords**— Superconductor, Ginzburg-Landau, London's theory, mesoscopic.

## I. INTRODUCCIÓN

Como es bien conocido, una muestra superconductor es considerada mesoscópica si alguna de sus dimensiones es del orden de al menos una de sus dos longitudes características, la longitud de coherencia  $\xi(T)$  o la longitud de penetración  $\lambda(T)$ . Al tener una muestra con estas dimensiones aparecen nuevas e interesantes propiedades superconductoras. Los campos críticos termodinámicos, los máximos en la curva de magnetización, los valores de campo en los cuales ocurre la entrada y salida de vórtices, varían con la geometría de la muestra. La respuesta magnética de un material superconductor en contacto con diferentes tipos de materiales uno de los aspectos de la física del estado sólido que más ha sido estudiado en los últimos años. Las aplicaciones actuales de superconductores de altas temperatura incluyen artefactos magnéticos que protegen sistemas médicos de imagen, SQUIDS, sensores de infrarrojo, aceleradores de partículas, transporte de vehículos de levitación, creación de altos campos magnéticos y en generadores. En medicina, son utilizados en imágenes por resonancia magnética (MRI). Es sabido que cuando un superconductor está en contacto con otro material, los efectos de proximidad pueden inducir dominios locales donde la nucleación de la superconductividad es favorecida [1-2]. El interés entre superconductividad mesoscópica, magnetismo y demás materiales se ha extendido al estudio de nanoestructuras híbridas. Estudios previos han mostrado que los parámetros críticos superconductores como corriente crítica, campo crítico, temperatura crítica pueden ser modificados fuertemente construyendo estas nanoestructuras [3-5]. En trabajos recientes, estudiamos la dinámica de vórtices en

<sup>1</sup>J. Barba-Ortega, Profesor Asociado, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá. Teléfono 3165000. Ext. 13049. (correo e.: [jjbarbao@unal.edu.co](mailto:jjbarbao@unal.edu.co)).

<sup>2</sup>Miryam R. Joya, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, (correo e.: [mrinconj@unal.edu.co](mailto:mrinconj@unal.edu.co)).

contacto con diferentes tipos de materiales usando la teoría Ginzburg-Landau dependiente del tiempo [6-8] y encontramos que para una interface superconductor-metal el sistema presenta una respuesta completamente diamagnética en la curva de magnetización, mientras que para interfaces superconductor-superconductor su efecto es totalmente paramagnético, el cual se debe a la captura de flujo magnético dentro de la muestra debido a la barrera de energía superficial. Usando la teoría de London varios autores mostraron la interacción vórtice-antivórtices en camadas híbridos superconductores-ferromagnetos [9]. La contribución principal de este trabajo es explorar la configuración de vórtices en muestras superconductoras en el régimen mesoscópico con diferente geometría y dimensionalidad (esferas, triángulos, películas, discos). Analizamos la nucleación de vórtices incrementando el campo magnético desde cero hasta que el segundo campo termodinámico sea alcanzado. Calculamos la topología del parámetro de para estas geometrías considerando configuraciones estables halladas al minimizar el funcional de energía libre Ginzburg-Landau y solucionando la ecuación de London.

II. ECUACIONES DE GINZBURG-LANDAU DEPENDIENTES DEL TIEMPO Y DE LONDON

Las ecuaciones de London y de Ginzburg-Landau (GL) con su variable dependiente del tiempo (TDGL) son una herramienta poderosa para describir el estado superconductor en muestras mesoscópicas. [10-12]. Las TDGL describen el estado superconductor mediante el parámetro de orden  $\Psi(\mathbf{r},t)$  y el potencial vectorial  $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$  en el calibre de campo cero están dadas por:

$$\dot{\Psi} = -\frac{1}{\eta}(i\nabla + \mathbf{A})^2\Psi + (1 - T)(|\Psi|^2 - 1)\Psi \tag{1}$$

$$\dot{\mathbf{A}} = (1 - T)\text{Re}[\Psi^*(-i\nabla - \mathbf{A})\Psi] - \kappa^2\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} \tag{2}$$

Las ecuaciones (1) y (2) fueron re escaladas de la siguiente forma: el parámetro de orden  $\Psi$  en unidades de  $\Psi_s(0)=(\alpha/\beta)^{1/2}$ , donde  $\alpha$  y  $\beta$  son dos parámetros fenomenológicos propios del material. Temperaturas en unidades de la temperatura crítica  $T_c$ , longitudes en unidades de la longitud de coherencia  $\xi(0)$  que identifica la caída media de los electrones superconductores dentro del material, tiempo en unidades de  $t_0=\pi\hbar/96K_B T_c$ ,  $\mathbf{A}$  en unidades de  $Hc_2(0)T_c(0)$ , donde  $Hc_2(0)$  es el segundo campo

termodinámico, campo en el cual el material pasa del estado superconductor al estado normal. Las ecuaciones son complementadas por las condiciones de frontera apropiadas para el parámetro de orden, consideramos en todas las simulaciones una interface superconductor-vacio, es decir, la supercorriente en la frontera de la muestra es igual a cero.  $\hat{n} \cdot (-i\nabla - \mathbf{A}) \parallel_{\text{front}} \Psi = 0$ . Las muestras están sumergidas en un campo magnético externo  $\mathbf{H}_a$ .

El llamado límite de London se deriva de la teoría GL tomando  $\kappa \rightarrow \infty$ . Esto significa que el modulo del parámetro de orden puede ser considerado uniforme sobre la totalidad de la muestra, excepto en el centro del vórtice donde es cero, sin embargo la fase del parámetro de orden debe variar  $\Delta\varphi=2\pi L$  en cada circulación alrededor de un camino escogido. L es la vorticidad y toma valores de  $L=0, 1, 2, 3, \dots$ , en unidades de  $L=n\Phi_0$  donde  $\Phi_0$  es el flujoide de cuanto magnético igual a  $2.07 \times 10^{-7} \text{ G-cm}^2$ , y  $n=0, 1, 2, 3, \dots$ . Por lo tanto, las corrientes de apantallamiento como la inducción magnética pueden ser calculadas de la ecuación de London.

Esta ecuación se deriva de la ecuación Ginzburg-Landau (2) con  $|\Psi|=1$ . Obteniendo:

$$\kappa^2 \vec{j} = \kappa^2 \nabla \times \nabla \times \vec{A} = \nabla \varphi = \sum_{i=1}^N \hat{z} \times \frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^2} \tag{3}$$

La parte derecha de la ecuación (3) representa la presencia de un vórtice en  $\vec{r}_i = (x_i, y_i)$ . En el límite mesoscópico,  $\lambda^2/d \gg a \gg d$  (Vea Figura 1), el campo magnético local puede ser aproximado al campo magnético externo, entonces la ecuación de London (3) toma la forma:

$$-\hat{z} \frac{\kappa^2}{d} \nabla^2 \mathbf{g} + \hat{z} H_a = 2\pi \hat{z} \sum_{i=1}^N \delta(\vec{r} - \vec{r}_i) \tag{4}$$

Con  $\vec{j} = \nabla \times (\hat{z}g) = -z \times \nabla g$ ,  $d$  es el grosor de la muestra y la función  $g$  obedece la ecuación de Laplace excepto en el centro del vórtice [13].

III. RESULTADOS Y DISCUSION

En nuestras simulaciones usamos el método de Euler con un espaciamento de red  $ax=ay=0.3$  para resolver las ecuaciones en su parte temporal, en una red rectangular bidimensional de tamaño  $dy=dx=30\xi(0)$ . En el caso de esferas y discos, usamos  $N_x = N_y = N_z = 40$ ,  $ax = ay = az = 0.2$ ,  $R=5.0$ , siendo  $N$  el numero de celdas de la malla computacional,  $a$  el tamaño de la celda y  $R$  el radio de la esfera y del disco. Para todas las simulaciones

usamos una temperatura fija  $T=0$ ,  $\kappa=25$ . El tiempo de relajación fue mantenido fijo en  $\beta=1$ .

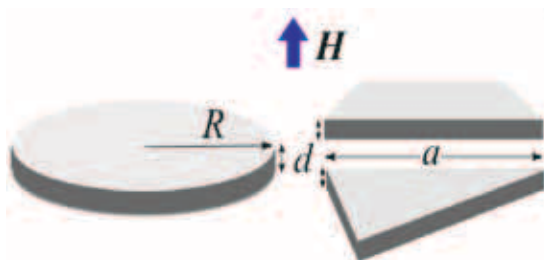


Fig. 1. Tres muestras de diferentes tamaño y geometría. Son consideradas mesoscópicas si  $\lambda^2/d \gg R$ , o,  $a \gg d \geq \xi$

En la Fig. 2 y 3 mostramos la solución de la ecuación de London en un triángulo equilátero. En la Fig. 2, Las líneas de corrientes de configuraciones estables con  $L=1, 2, 3, 4, 5, 10, 11, 12, 13, 14$  son graficadas. Estas líneas bordean regiones internas de la muestra permitiendo el ingreso de líneas de campo magnético (vórtices), cada vórtice lleva un flujo de estado de vórtices simples y no de vórtices gigante ( $L>1$ ). El campo magnético en el cual estas configuraciones fueron obtenidas está especificado en la parte superior o inferior de la Fig. 2. La Fig. 3 muestra la densidad de electrones superconductores o pares de Cooper para un campo aplicado igual a  $H_a=0.02$  y  $H_a=0.023$  con  $L=9$  y  $L=18$  vórtices respectivamente. La Fig. 4 muestra la configuración de pares de Cooper en uno de los hemisferios de la esfera para diferentes valores de campo magnético aplicado. (a)  $L=9$  en  $H_a=0.25$  (b)  $L=10$  en  $H_a=0.30$ , (c)  $L=11$  en  $H_a=0.42$  (b)  $L=8$  en  $H_a=0.2$ . La aparición de estas configuraciones depende del valor del campo magnético aplicado. La aparición de vórtices gigantes ( $L>1$ ) está relacionada, además, con el tamaño de la muestra y el parámetro Ginzburg Landau  $\kappa$  [14].

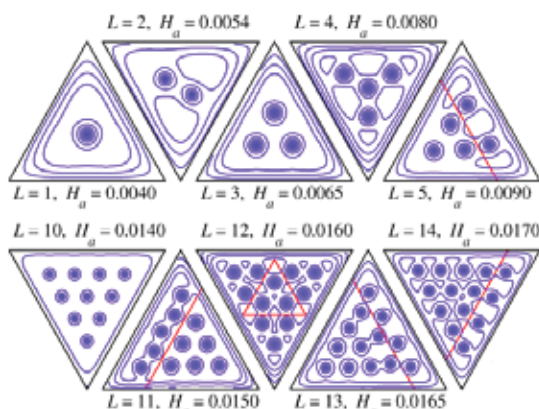


Fig. 2. Supercorrientes para el estado de mínima energía en diferentes configuraciones de vórtices,  $L=1, 2, 3, 4, 5, 10, 11, 12, 13, 14$  donde  $L$  es la vorticidad y  $H_a$  es el campo magnético aplicado

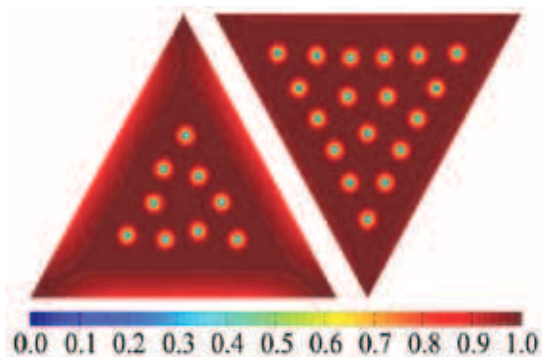


Fig. 3. Modulo del parámetro de orden para  $L=9$  at  $H_a=0.022$  (izquierda) y  $L=18$  at  $H_a=0.023$  (derecha). La barra de colores varia de azul (estado normal) a rojo (estado superconductor)

La Fig. 5 muestra Configuración de vórtices para una lámina de dimensiones  $d_x=25$  y  $d_y=60$  para (a)  $H_a=0.085$ ,  $N=14$ , (b)  $H_a=0.142$ ,  $N=27$  (c)  $H_a=0.121$ ,  $N=54$ . Podemos apreciar que la superconductividad en el borde la muestra es suprimida debido a la presencia de un material aislante. Esta supresión ocurre en una pequeña capa del orden de  $\xi$ . La entrada de la primera cadena de vórtices ocurre en una doble cadena, entonces incrementando el campo, ocurre una transición en forma de Zigzag y la doble cadena decae en una cadena simple. Después ocurre una transición de 1 a 2 a 3 cadenas y así hasta alcanzar el segundo campo crítico en el cual la muestra sufre una transición al estado normal. Se aprecia la supresión de la superconductividad en las fronteras debida a la contaminación con los electrones normales del material aislante en contacto con el superconductor.

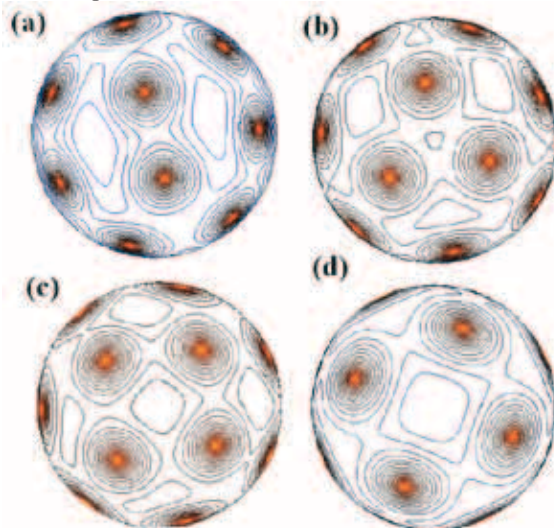


Fig. 4. Modulo cuadrado del parámetro de orden para una esfera con (a)  $L=9$  at  $H_a=0.25$  (b)  $L=10$  en  $H_a=0.30$ , (c)  $L=11$  en  $H_a=0.42$  (b)  $L=8$  at  $H_a=0.2$

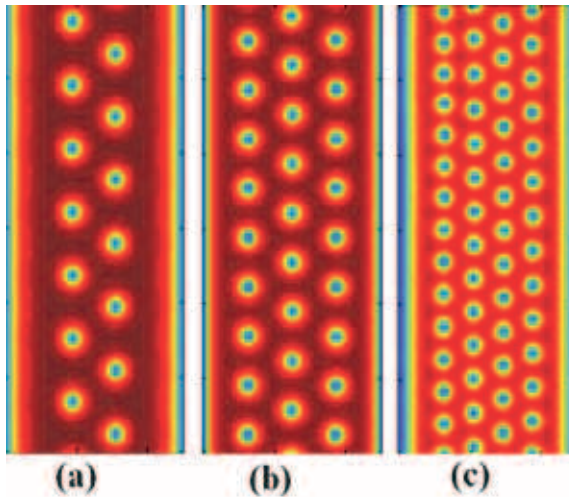


Fig. 5. Configuración de vórtices para una lámina de dimensiones  $dx=25$  y  $dy=60$  para (a)  $H_a=0.085$ ,  $N=14$ , (b)  $H_a=0.142$ ,  $N=27$  (c)  $H_a=0.121$ ,  $N=54$

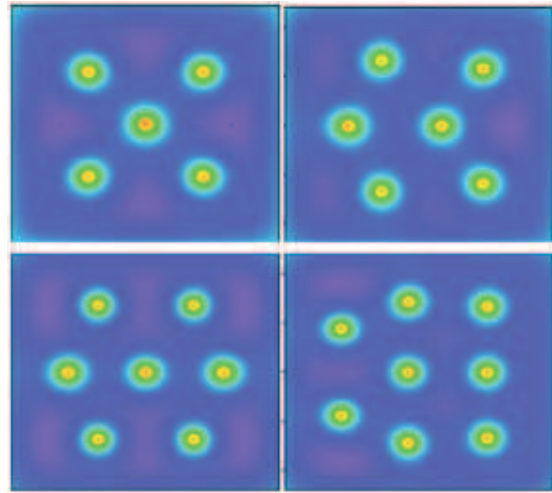


Fig. 7. Campo magnético local para  $L=5, 6, 7, 8$  vórtices respectivamente para una lamina cuadrada. Los colores varían de verde (Campo magnético máximo) a azul (campo magnético local mínimo)

En las Fig. 6 (a)-(c) mostramos la topología del parámetro de orden para  $L=6$ , en  $H_a=0.7, 0.95$  y  $1.07$ , respectivamente. Es claramente observado que cuando el campo magnético aumenta, todos los vórtices se mueven hacia el centro y eventualmente forman un vórtice gigante, de hecho, en la Fig. 6(d) se aprecia que las líneas de supercorrientes se cierran uniformemente sobre un centro común, esto nos identifica la presencia de un vórtice gigante.

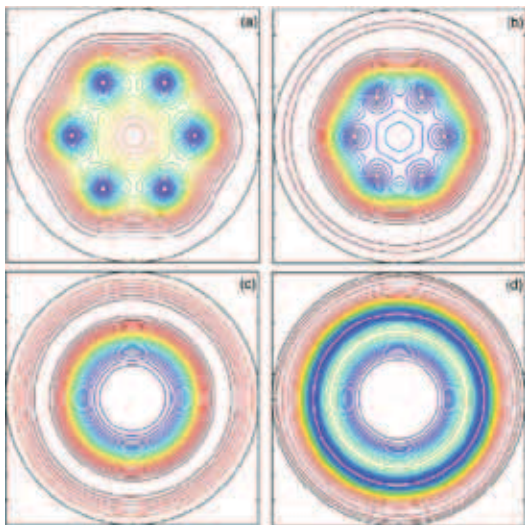


Fig. 6. Topología del parámetro de orden para un disco en el estado  $L=6$  en (a)  $H_a=0.70$ , (b)  $H_a=0.95$ , and (c)  $H_a=1.07$ . (d) líneas de corrientes en  $H_a=1.07$

En la Fig. 7 diseñamos el valor del campo magnético local para los casos con 5, 6, 7 y 8 vórtices. El gradiente de color identifica la variación del campo magnético local desde su valor máximo (verde) hasta su valor mínimo azul. Es notable que en cada uno de los casos estudiados exista por lo menos un eje de simetría. En las regiones donde existe un máximo de campo magnético existe un mínimo en la densidad de electrones superconductores y viceversa, con esta información las regiones verdes marcan la presencia de un vórtice con un cuanto de flujo y las regiones azules son regiones en estado normal.

## CONCLUSIONES

Se solucionaron las ecuaciones no lineales dependientes del tiempo Ginzburg-Landau (TDGL) y las ecuaciones de London para analizar las configuraciones de vórtices tanto en estados estacionarios como no estacionarios en muestras mesoscópicas de diferente geometría (triángulos, laminas, esferas). Mostramos que, cuando tenemos sistemas mesoscópicos la configuración de vórtices sigue un parámetro similar a la geometría de la muestra, a diferencia de sistemas volumétricos donde el patrón de vórtices hallados es la conocida red de vórtices de Abrikosov.

## REFERENCIAS

- [1] Lange, M., Bael, M., Bruynseraede, & Moshchalkov, V. V., (2003). Phys. Rev. Lett, 90, 197006.
- [2] Gillijns, W., Aladyshkin, A., Lange, M., Van Bael, M. J. & Moshchalkov, V. V., (2005); Phys. Rev. Lett, 95, 227003.
- [3] Moshchalkov, V. V., Bruynseraede, Y., Van Look, Y., Grigorenko, A. N. & Tonomura, A. (1999); Handbook of

- Nanostructured Materials and Nanotechnology. Vol 3, Chap 9, p. 451.
- [4] Moshchalkov, V. V., Gielen, L., Strunk, C., Jonckheere, R., Qiu, X., Van Haesendonck, C. & Bruynseraede, Y. (1995); *Nature (London)*, 373, 319.
- [5] Souza, C. C., Van de Vondel, J., Zhu, B. Y., Morelle, M. & Moshchalkov. (2006); *Phys. Rev. B* 73, 014507.
- [6] Cabral, L. R. E., Barba, J. J., Souza, C. C. & Aguiar, J. A., (2010). *Physica C*, 470.
- [7] Barba, J. J. & Aguiar J. A., (2010); *Physica C: Superconductivity and its applications*, 470, 225.
- [8] Barba, J. J., Sardella, E., & Aguiar, J. A., (2011). *Superconductor, Science & Technology*, 24, 015001. (2010); *Physica C*, 470, 1964-1967.
- [9] Souza, C. C., Souza, C. L., (2009); *Phys. Rev. B*, 95, 054514.
- [10] Bolech, A. C., Buscaglia, G. C. & Lopez, A., (2000); *Connectivity and Superconductivity*, J. Berger and J. Rubinstein. (Eds) Springer. Priour, D. J. & Fertig, H. A. (2003); *Phys. Rev. B* 67, 054504-1-054504-9.
- [11] Gropp, D., Kaper, H. D., Leaf, G. K., Levine, D. M., Palumbo, M. & Vinokur, V. M., (1996); *J. Comput. Phys*, 123, 54.
- [12] Tinkham, M. (1996); *Introduction to Superconductivity*, McGraw Hill, New York.
- [13] Cabral L. Aguiar J. A. (2009). *Phys. Rev. B* 80, 214533 Berdiyrov, G. R., Cabral, L. R., & Peeters, F. M., *J. Math. Phys.* 46, 095105, (2005).
- [14] Xu, B., Milosevic, M. V., and Peeters, F. M., (2008). *Phys. Rev. B* 77, 144509. (2010) *Phys. Rev. B* 82, 214501.

## BIOGRAFÍA



José Barba Ortega, Profesor Asociado – Departamento de Física - Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá. Físico Universidad Industrial de Santander, Colombia. Magister en Física Universidad Industrial de Santander, Colombia. Doutor em Física, Universidade Federal de Pernambuco, Recife – PE, Brasil. Pós-Doutorado em Física, Universidade Federal de Pernambuco, Recife – PE, Brasil.



Dra. Miryam Rincón Joya, Profesora Asistente – Departamento de Física - Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá Lic. Física y Matemática Universidad Tecnológica y Pedagógica de Tunja, Colombia. Especialización en Física y Matemática Universidad Tecnológica y Pedagógica de Tunja. Magister en Física Universidade Federal de São Carlos, SP-Brasil. Doutora em Física, Universidade Federal de São Carlos, SP- Brasil.