

MODELO DINÁMICO DE UN SISTEMA DE PROPULSIÓN CON MOTOR ELÉCTRICO Y
HÉLICE

MANUELA MONTOYA RIVERA

UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA
ESCUELA DE INGENIERIAS
FACULTAD DE INGENIERÍA AERONÁUTICA
MEDELLÍN
2020

MODELO DINÁMICO DE UN SISTEMA DE PROPULSIÓN CON MOTOR ELÉCTRICO Y
HÉLICE

MANUELA MONTOYA RIVERA

Trabajo de grado para optar al título de Ingeniera Aeronáutica

Asesor

LUIS BENIGNO GUTIERREZ ZEA

PhD en Ingeniería Eléctrica y computación

UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA

ESCUELA DE INGENIERIAS

FACULTAD DE INGENIERÍA AERONÁUTICA

MEDELLÍN

2020

Dedico este trabajo a mi familia quienes han soñado, aprendido y caminado conmigo.

AGRADECIMIENTOS

A mi familia por siempre estar y apoyarme en cada uno de mis sueños.

A mis amigos y compañeros, es un placer coincidir con personas tan capaces. Definitivamente el mundo está en muy buenas manos.

A cada uno de los profesores que me acompañaron en este camino, quienes han tocado mi vida y han hecho de mí más que una buena profesional, una persona de bien. También quiero agradecer de manera especial al PhD Luis Benigno Gutiérrez Zea quien me ha guiado para la construcción de este trabajo y me ha compartido todos sus conocimientos.

Finalmente, a todos los que han hecho parte de mi paso universitario, sin ustedes esto no sería posible.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN.....	8
1 MOTORES ELÉCTRICOS EN LA INDUSTRIA AERONÁUTICA	9
2 FUNCIONAMIENTO, COMPORTAMIENTO Y MODELAMIENTO DE LOS COMPONENTES DEL SISTEMA DE PROPULSIÓN	10
2.1 BATERIAS.....	10
2.2 CONJUNTO CONTROLADOR DEL MOTOR (ESC) Y MOTOR ELÉCTRICO ...	13
2.3 HÉLICE	17
2.3.1 ANÁLISIS CLÁSICO DE VOLUMEN DE CONTROL – TEORÍA DE MOMENTO.....	17
2.3.2 TEORÍA DE MOMENTO - ELEMENTO DE PALA	20
3 DESARROLLO DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS EN ESPACIO DE ESTADO PARA CADA COMPONENTE DEL SISTEMA DE PROPULSIÓN ELÉCTRICO	22
3.1 BATERÍA	22
3.2 CONTROLADOR ELÉCTRICO DEL MOTOR (ESC) y MOTOR ELÉCTRICO ...	25
3.3 HÉLICE	29
4 IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO	31
4.1 IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO DE LA BATERÍA.....	32
4.2 IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO DEL CONTROLADOR DEL MOTOR (ESC)	34
4.3 IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO DEL MOTOR ELÉCTRICO	41
4.4 IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO DE LA HÉLICE	47
4.5 ENSAMBLE DEL MODELO.....	48
4.6 SIMULACIÓN	49
5 RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN Y DISCUSIÓN	50
6 CONCLUSIONES.....	56
7 REFERENCIAS	57
8 ANEXO 1	60
9 ANEXO 2.....	74

LISTA DE FIGURAS

Ilustración 1 Circuito eléctrico para el modelo de batería Thevenin [12].....	11
Ilustración 2 Circuito eléctrico para el modelo de batería basado en impedancia [12].....	11
Ilustración 3 Circuito eléctrico para el modelo de batería basado en el tiempo [12]	12
Ilustración 4 Circuito eléctrico del modelo planteado como referencia [12]	12
Ilustración 5 Modelo de motor eléctrico [16].....	13
Ilustración 6 Operación de los inversores [16].....	15
Ilustración 7 Diagrama de bloques del modelo del motor eléctrico [16].....	15
Ilustración 8 Volumen de control.....	18
Ilustración 9 Modelo general de la batería	23
Ilustración 10 Vida útil de la carga de la batería.....	23
Ilustración 11 Características V-I de la batería.....	24
Ilustración 12 Esquema del ESC y el motor eléctrico [16].....	25
Ilustración 13 Funcionamiento del ESC en función de la rotación del motor [16]	26
Ilustración 14 Diagrama de bloques.....	31
Ilustración 15 Curva típica de descarga de una batería Li-Po [31]	33
Ilustración 16 Gráficas de la hélice (Empuje - Torque - rpm).....	52
Ilustración 17 Gráficas de la batería (Voltaje - Estado de carga - Corriente)	52
Ilustración 18 Gráficas del ESC (Ángulo de giro - Ciclo del ESC Voltaje entre los terminales)	53
Ilustración 19 Gráficas del motor BLDC (Corrientes - Voltajes - Fuerza contraelectromotriz - rmp – Ángulo de giro)	53
Ilustración 20 Torque de la hélice	54
Ilustración 21 Voltaje de los terminales en el ESC.....	55
Ilustración 22 Corriente de cada línea del motor	55
Ilustración 23 Voltaje de cada línea	55

RESUMEN

En este trabajo se desarrolla un modelo matemático en espacio de estado para un sistema de propulsión con motor eléctrico y hélice, donde se consideran los fenómenos comportamentales de la hélice, el motor eléctrico sin escobillas, el controlador electrónico de velocidad del motor y el sistema de almacenamiento de energía basado en baterías de polímero de litio; para realizar una implementación de simulación en lenguaje m.

PALABRAS CLAVE

Modelo matemático.
Sistema de propulsión.
Motor eléctrico.
Hélice.

INTRODUCCIÓN

La industria aeronáutica ha volcado su interés en los últimos años al uso de energías más amigables con el ambiente, por lo que se hace importante la profundización en los sistemas de propulsión eléctricos y el desarrollo de herramientas que permitan describir y detallar su comportamiento. Por esto, en este trabajo se desarrolla el modelo matemático en espacio de estado del comportamiento dinámico de un sistema de propulsión con motor eléctrico sin escobillas y hélice, a partir de la integración del modelo de comportamiento de cada uno de sus componentes, el cual se implementa en lenguaje m de Octave para simular el modelo y comprobar su correcto funcionamiento.

Este trabajo, inicia enmarcando conceptualmente el tema y justificando su realización, luego muestra de manera general los modelos que definen el comportamiento de cada componente, los cuales funcionan como referencia para la creación del modelo propio, después es desarrollado un modelo matemático para cada uno de los componentes, que es implementado en lenguaje m, finalmente el modelo dinámico de comportamiento es simulado en Octave para finalmente analizar los resultados obtenidos.

1 MOTORES ELÉCTRICOS EN LA INDUSTRIA AERONÁUTICA

La investigación sobre los sistemas de propulsión con motores eléctricos ha venido en crecimiento en los últimos años debido a que estos soportan los objetivos recientes de la NASA de reducir un 50% las emisiones de CO_2 y en un 80% las de NO_x , además reducen el ruido de la aeronave. Por lo que institutos como el *NASA Glenn Research Center* ha iniciado investigaciones acerca de los beneficios y retos que trae consigo este nuevo tipo de propulsión, reconociendo que en poco tiempo este será implementado [1]. Además, se debe tener en cuenta que, según la OACI [2] se espera que para 2050 se mejore la eficiencia de la combustión en un 2% por año, lo cual va directamente ligado a la reducción de emisiones contaminantes. [3]

Junto con estas investigaciones ha estado la implementación de motores eléctricos en vehículos aéreos no tripulados, como el solar impulse de la NASA, el cual es la primera aeronave en volar 26 horas continuas sin el uso de combustible [4]; ahora, las intenciones de la industria han migrado a experimentar el uso de este tipo de propulsión en aeronaves de mayor tamaño, para en un futuro poder tener una aviación comercial menos contaminante; en el 2017 la NASA inició el desarrollo del X-57 que contará con 14 motores eléctricos modificando una aeronave Tecnam P2006T [5], ese mismo año la compañía americana *Wright Electric* anunció el desarrollo de los motores eléctricos Wright 1, los cuales se espera que para 2027 impulsen una aeronave con capacidad para 186 pasajeros, que tienen previsto poner a prueba como parte de la flota de EasyJet [6]. La empresa *MagniX*, con sede en Australia, ha desarrollado dos motores eléctricos para aplicaciones en la aviación, el Magni500 fue implementado el 28 de mayo de 2020 en un Cessna 208B *Grand Caravan* el cual voló durante 30 minutos sobre el estado de Washington [7]. Empresas como Boeing y Airbus también se encuentran desarrollando investigaciones en conjunto con otras compañías como Mitsubishi, Kawasaki, Subaru, Siemens y Rolls-Royce, pero inicialmente enfocados a la propulsión híbrida, la cual es un futuro más cercano [8].

Respecto al modelado matemático de estos sistemas, los avances se limitan a la implementación de sistemas de propulsión híbridos o completamente eléctricos en automóviles [9], [10] los cuales se han podido desarrollar de una manera más amplia y generalmente son desarrollados en Matlab/Simulink; también es posible encontrar el modelado y la simulación de baterías de Ion-Litio [11]; este trabajo usa el modelo desarrollado en [12], que propone un método que incluye toda la dinámica de la batería prediciendo el tiempo de funcionamiento, la corriente y el voltaje, este consiste en un circuito RC válido para baterías de Ion-Litio y NiMH, el cual estableciendo los parámetros de funcionamiento correctos es posible usarlo en baterías LI-Po; además, se revisó un modelo electroquímico para las baterías Li-Po que asume una operación isotérmica, para identificar factores que limitan el desempeño de las celdas para poder optimizar su diseño [13]. Sobre los motores eléctricos sin escobillas también se encuentra información en las referencias, incluso desarrollando sistemas de control robustos para robótica aérea [14], caracterización de este tipo de motores en vehículos aéreos no tripulados [15], también se presentan modelos avanzados que incluyen el modelado del ESC e implementados en Matlab para analizar y monitorear las características dinámicas del motor [16], [17], en [15] se presenta

un método para evaluar y seleccionar un motor sin escobillas para un vehículo aéreo no tripulado, a partir de un modelo de caja negra, este tipo de modelo también es usado en [18] y [19] en el primero lo comparan con un modelo matemático concluyendo que ambos son muy buenas aproximaciones para el estudio de un motor eléctrico de este tipo, pero el modelo de caja negra presenta un mejor ajuste, en el segundo artículo, basan el modelo en la estructura ARX y lo simulan con las herramientas de Matlab y en [20] presenta un modelo que es simulado en Matlab/Simulink a partir del modelado matemático de un circuito eléctrico; dentro de la bibliografía los controladores electrónicos de velocidad se modelan generalmente dentro de los modelos disponibles para el motor como en [16] se encuentran diseños que detallan su funcionamiento dentro del sistema sin hacer énfasis en su modelamiento matemático [21], [22]; en [23] se encuentra información bastante detallada sobre el modelado aerodinámico de las hélices, la cual está por fuera del alcance dimensionado para el desarrollo de este trabajo, en este usan el modelo *Vortex step* para obtener las cargas aerodinámicas, por esto se revisan referencias como [24], [25], donde se encuentran los modelos clásicos para las hélices.

Es importante señalar que el gran reto actual de los sistemas de propulsión eléctricos, considerando su alta eficiencia en la conversión de energía y que generan cero emisiones [26], se centra en la mejora de los sistemas de almacenamiento de energía eléctrica, dado que estas todavía no logran la densidad energética necesaria para lograr una autonomía que logre competir con las aeronaves comerciales modernas [27]. Actualmente como se señala en [28] se están desarrollando baterías de Litio-Sulfuro, las cuales pueden almacenar mayor cantidad de energía en sus celdas, además se han generado avances en motores y controladores electrónicos de velocidad, como se muestra en [29] pero su uso y desarrollo se han visto limitados por la capacidad de las baterías actuales.

Aún no existe evidencia sobre el modelamiento matemático de un sistema eléctrico de motor eléctrico y hélice de manera completa, por lo cual se hace necesario profundizar en el tema y desarrollar un modelo que logre integrar los componentes principales y que sirva para continuar con el desarrollo de este tipo de sistemas dentro de la industria, generando conocimiento que facilite la optimización de los sistemas y contribuya a la reducción de emisiones nocivas para el medio ambiente, teniendo en cuenta el gran potencial futuro que tienen los sistemas de propulsión eléctricos.

2 FUNCIONAMIENTO, COMPORTAMIENTO Y MODELAMIENTO DE LOS COMPONENTES DEL SISTEMA DE PROPULSIÓN

2.1 BATERIAS

Como se señala en [12] las baterías electroquímicas son de gran importancia en los sistemas eléctricos, pues son capaces de convertir la energía química que guardan en energía eléctrica. Los modelos de las baterías capaces de predecir el desempeño de la corriente y el voltaje pueden ser usados para diseñar circuitos, optimizarlos y predecir el

funcionamiento con diferentes perfiles de carga, normalmente los modelos propuestos son compatibles entre las baterías de NiCd, NiMH, Li-ion y Polímero Li-on.

Generalmente, son usados modelos eléctricos que usan una combinación de fuentes de voltaje, resistores y capacitores, estos modelos son más intuitivos y fáciles de entender, es posible clasificarlos en 3 categorías: Thevenin, impedancia y basados en el tiempo.

Modelo Thévenin

Usa un resistor en serie y una malla paralela RC para predecir la respuesta de la batería a cargas transitorias en un estado particular de carga (SOC), asumiendo que el voltaje entregado por la fuente es constante, esta asunción no permite tener en cuenta las variaciones de la batería es estado estacionario. (Ver Ilustración 1)

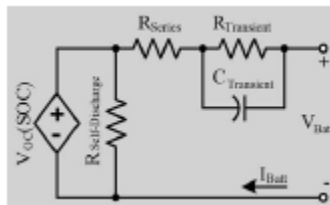


Ilustración 1 Circuito eléctrico para el modelo de batería Thevenin [12]

Impedancia

Como se ve en la Ilustración 2, se emplea el método de impedancia electroquímica estereoscópica para obtener un modelo de impedancia equivalente AC en el dominio de la frecuencia, el proceso es complejo y solo funciona para un SOC y una temperatura determinada, además, no puede predecir la respuesta DC de la batería.

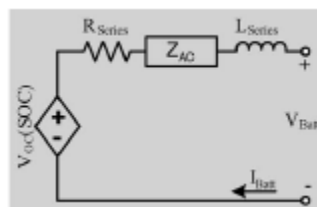


Ilustración 2 Circuito eléctrico para el modelo de batería basado en impedancia [12]

Basados en el tiempo

Usa una malla compleja para simular el funcionamiento de la batería y la respuesta de voltaje para una descarga constante de corriente en los simuladores compatibles SPICE, en una implementación discreta en el tiempo que usa integradores de alta velocidad

(VHDL), este modelo puede predecir la respuesta del voltaje variando las cargas de corriente. (Ver Ilustración 3)

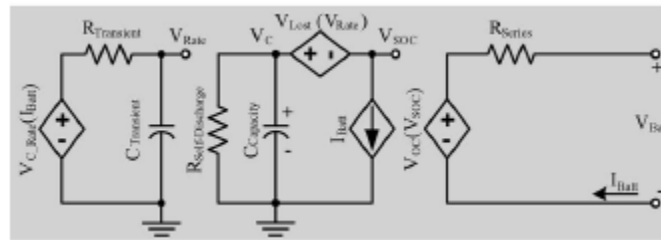


Ilustración 3 Circuito eléctrico para el modelo de batería basado en el tiempo [12]

Conociendo los modelos anteriores, han desarrollado un modelo más ajustado al comportamiento real de las baterías, que se ve en la Ilustración 4, este consiste en dos circuitos separados, relacionados entre sí por una fuente de voltaje controlada por voltaje y una fuente de corriente controlada por corriente, tiene en la izquierda un capacitor, una resistencia de auto-descarga de la batería y una fuente para el control de la corriente modelando la capacidad de almacenamiento de la batería y la carga almacenada durante los procesos de carga y descarga; en el lado derecho se describe la resistencia interna de la batería y el comportamiento transitorio ante distintas cargas, la malla RC similar a la del modelo Thévenin simula la respuesta transitoria, para usar un puente de SOC en el circuito abierto, se usa una fuente de voltaje controlada por voltaje, haciendo el modelo con la mayor compatibilidad de cadencia; el modelo predice la respuesta en el tiempo, el estado estable y la respuesta transitoria, teniendo en cuenta las características electrodinámicas de las baterías (Capacidad usable, voltaje de circuito abierto y la respuesta transitoria).

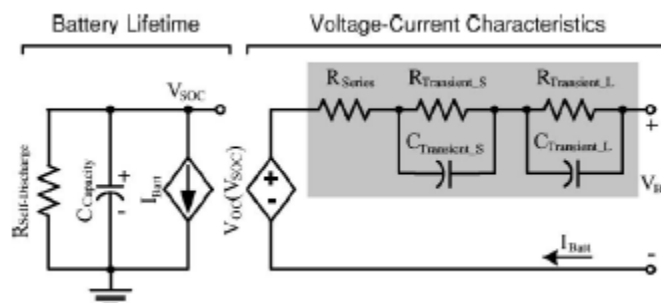


Ilustración 4 Circuito eléctrico del modelo planteado como referencia [12]

- **Capacidad usable**
Es la energía extraída asumiendo que la batería es descargada desde un estado de carga igual al voltaje de descarga, este disminuye en función del número de ciclos; se modela con un capacitor que representa toda la carga almacenada en la batería y no cambia en función de las variaciones de corriente, una resistencia de auto-descarga y un circuito en serie de resistencias.

- Voltaje en circuito abierto (V_{OC})
El voltaje en circuito abierto, V_{OC} , cambia para diferentes niveles de capacidad, además incluye el modelo no lineal de cómo cambia el V_{OC} en función del estado de carga, este normalmente se mide en estado estacionario.
- Respuesta transitoria
Es caracterizado por la malla RC, que consiste en un resistor en serie y dos mallas internas RC paralelas; R_{Series} es responsable de la caída de voltaje instantánea en la respuesta del escalón y la serie de esta con $R_{transient_s}$, $R_{transient_L}$ representa la resistencia interna de la batería en estado estacionario, los circuitos paralelos de $R_{transient_s}$ con $C_{transient_s}$ y de $R_{transient_L}$ con $C_{transient_L}$ representan el comportamiento transitorio de la batería con constantes tiempo largo y corto para una respuesta ante un escalón de corriente de carga.

2.2 CONJUNTO CONTROLADOR DEL MOTOR (ESC) Y MOTOR ELÉCTRICO

Los motores de corriente directa sin escobillas (BLDC) son eléctricamente conmutados por interruptores, los cuales reemplazan el uso de escobillas, estos comparados con un motor de corriente directa o un motor de inducción tienen mayor eficiencia, generan menos ruido, tienen mejor respuesta dinámica, son más pequeños y livianos y poseen un rango de velocidad más alto. En general este motor convierte la energía eléctrica en energía mecánica usando los principios electromagnéticos [30].

El modelo presentado en este trabajo se basa en [16], [17]. El conjunto del motor de corriente directa sin escobillas (BLDC) con su ESC, se compone de tres partes: Conversión de la potencia con los inversores PWM, motor BLDC y su carga y los controladores de velocidad y torque, como se ve en la siguiente figura.

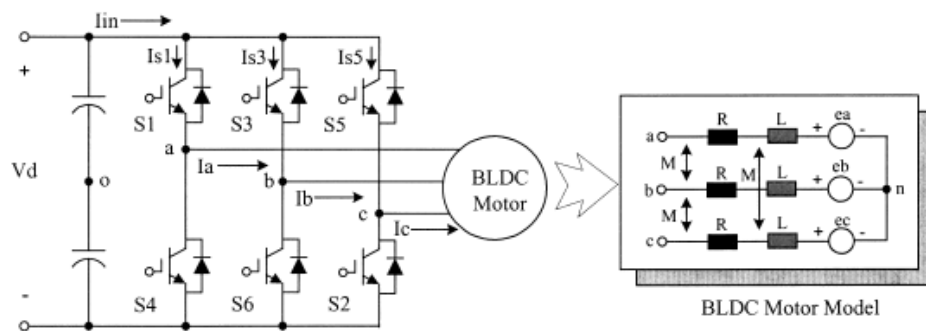


Ilustración 5 Modelo de motor eléctrico [16]

En la primera parte de la Ilustración 5 se muestra la topología del inversor, la cual consiste en 6 interruptores de fuentes de voltaje basados en IGBTs (transistores bipolares de compuerta aislada) con una fuente de corriente directa. Para el modelo del motor se asumen las siguientes simplificaciones:

- El motor no está saturado.
- La resistencia de todos los devanados del estator es igual y sus inductancias son constantes e iguales.
- Los transistores y diodos de potencia en el inversor son ideales.
- Las pérdidas de hierro son despreciables, aunque finalmente se incluyen en el modelo a través de un factor de eficiencia.

De acuerdo con las asunciones mencionadas, el BLDC puede ser representado así:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L - M & 0 & 0 \\ 0 & L - M & 0 \\ 0 & 0 & L - M \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix}$$

Ecuación 1 Modelo matemático para cada fase del motor

Donde e_a , e_b y e_c son los campos magnéticos trapezoidales de la fuerza contraelectromotriz (EMF).

Además, el torque electromagnético se expresa como en la Ecuación 2. Donde T_L es el torque de carga, J_{motor} es el momento de inercia del motor y B la constante de fricción viscosa.

$$T_e = T_L + J_{motor} \frac{d\omega_r}{dt} + B\omega_r$$

Ecuación 2 Torque electromagnético

La operación del inversor de tres fases PWM se divide en 6 modelos de acuerdo con los estados de conducción de corriente, como se ve en la Ilustración 6. El bucle de control de la velocidad y el torque con ayuda del sensor de posición del rotor controlan la corriente trifásica para que tome un tipo de onda cuasi cuadrada y se sincronice con los voltajes inducidos trapezoidales.

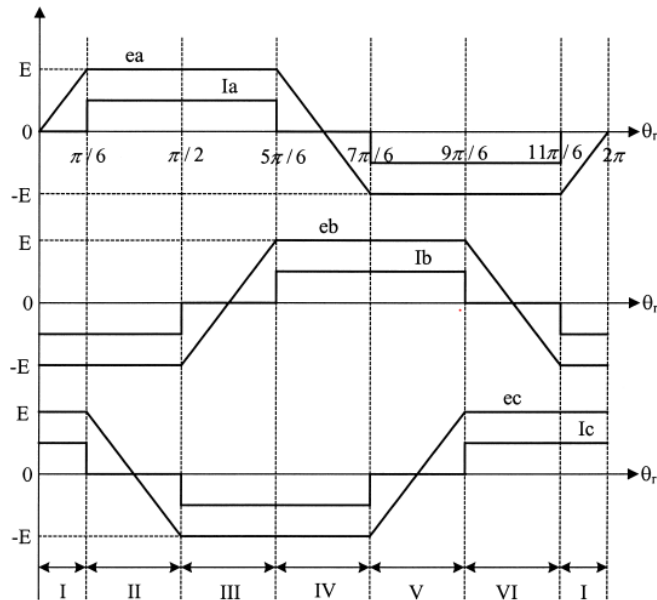


Ilustración 6 Operación de los inversores [16]

En [16] se aborda el proceso de modelado y la implementación en Matlab Simulink, la siguiente figura muestra el diagrama de bloques completo del modelo planteado, que consiste en 7 bloques funcionales: Bloque EMF, bloque de corriente de carga, bloque de corriente de histéresis, bloque inversor PWM, diodo rectificador, bloque generador de corriente de diodos e interruptor puros y bloque controlador de velocidad y torque.

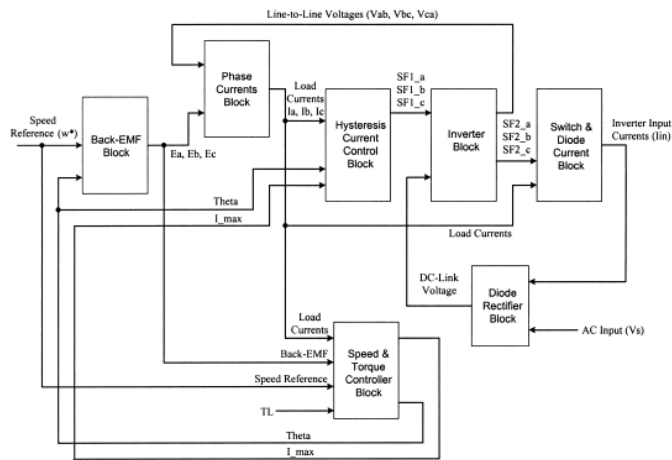


Ilustración 7 Diagrama de bloques del modelo del motor eléctrico [16]

Bloque Fuerza contraelectromotriz (EMF)

Es función de la posición del rotor (θ_r) y tiene una amplitud $E = K_e \omega_r$ donde K_e es una constante asociada con el motor, se realiza bajo la asunción de que las tres fases tienen las mismas formas de ondas, se obtienen las siguientes ecuaciones.

$$e_a = \begin{cases} \frac{6E}{\pi} \theta_r, & (0 < \theta_r < \frac{\pi}{6}) \\ E, & (\frac{\pi}{6} < \theta_r < \frac{5\pi}{6}) \\ -(\frac{6E}{\pi}) \theta_r + 6E, & (\frac{5\pi}{6} < \theta_r < \frac{7\pi}{6}) \\ -E, & (\frac{7\pi}{6} < \theta_r < \frac{11\pi}{6}) \\ (\frac{6E}{\pi}) \theta_r - 12E, & (\frac{11\pi}{6} < \theta_r < 2\pi) \end{cases}$$

$$e_b = \begin{cases} -E, & (0 < \theta_r < \frac{\pi}{6}) \\ (\frac{6E}{\pi}) \theta_r - 4E, & (\frac{\pi}{6} < \theta_r < \frac{5\pi}{6}) \\ E, & (\frac{5\pi}{6} < \theta_r < \frac{7\pi}{6}) \\ -(\frac{6E}{\pi}) \theta_r + 10E, & (\frac{7\pi}{6} < \theta_r < \frac{11\pi}{6}) \\ E, & (\frac{11\pi}{6} < \theta_r < 2\pi) \end{cases}$$

$$e_c = \begin{cases} E, & (0 < \theta_r < \frac{\pi}{6}) \\ (\frac{6E}{\pi}) \theta_r + 2E, & (\frac{\pi}{6} < \theta_r < \frac{5\pi}{6}) \\ -E, & (\frac{5\pi}{6} < \theta_r < \frac{7\pi}{6}) \\ -(\frac{6E}{\pi}) \theta_r - 8E, & (\frac{7\pi}{6} < \theta_r < \frac{11\pi}{6}) \\ E, & (\frac{11\pi}{6} < \theta_r < 2\pi) \end{cases}$$

Ecuación 3 Fuerzas contraelectromotriz

Bloque de control de velocidad y torque

Es posible explicarlo a partir de la siguiente ecuación:

$$\omega_r = \frac{1}{J_{motor}} \int (T_e - T_L) dt = \frac{1}{J_{motor}} \int [(T_a + T_b + T_c) - T_L] dt$$

Ecuación 4 Velocidad angular

Bloque de control de corriente histéresis

Se usa un control bipolar para obtener una respuesta dinámica durante el estado transitorio, las fases de control se pueden dividir en 4 periodos de acuerdo con la polaridad de la corriente, a continuación, se muestra los casos planteados para la corriente I_a :

- Caso 1: $I_a > 0$
 - Periodo 1: $I_a < \text{Limite inferior}$ (Interruptor S_1 es cerrado)
 - Periodo 2: $I_a > \text{Limite superior}$ (Interruptor S_1 es abierto y D_4 conduce)
 - Periodo 3: $\text{Limite inferior} < I_a < \text{Limite superior}$ y $\frac{dI_a}{dt} > 0$ (Interruptor S_1 es cerrado)
 - Periodo 4: $\text{Limite inferior} < I_a < \text{Limite superior}$ y $\frac{dI_a}{dt} < 0$ (Interruptor S_1 es abierto y D_4 conduce)
- Caso 2: $I_a < 0$
 - Periodo 1: $I_a > \text{Limite superior}$ (Interruptor S_4 es cerrado)
 - Periodo 2: $I_a < \text{Limite inferior}$ (Interruptor S_4 es abierto y D_1 conduce)
 - Periodo 3: $\text{Limite inferior} < I_a < \text{Limite superior}$ y $\frac{dI_a}{dt} < 0$ (Interruptor S_4 es cerrado)
 - Periodo 4: $\text{Limite inferior} < I_a < \text{Limite superior}$ y $\frac{dI_a}{dt} > 0$ (Interruptor S_4 es abierto y D_1 conduce)

2.3 HÉLICE

2.3.1 ANÁLISIS CLÁSICO DE VOLUMEN DE CONTROL – TEORÍA DE MOMENTO

En [24] se presenta el modelo de la hélice basado en la teoría de momento. En esta teoría se aproxima la hélice como un actuador de disco infinito y delgado a través del cual la presión estática aumenta discontinuamente, se basa en las siguientes asunciones:

- La velocidad es constante en el disco.
- La presión es uniforme en el disco.
- La rotación que adquiere el flujo al pasar a través de la hélice es despreciada.
- El flujo pasando a través de la hélice, puede ser separado del resto del flujo definiendo correctamente un *streamtube*.
- El flujo es incompresible

El volumen de control se define como se ve en la Ilustración 8, el plano transversal 1 está delante de la hélice, mientras que el plano 4 está atrás. El plano 2 y 3 están arriba y abajo.

Entre el plano 1 y 4 las líneas de flujo son paralelas, entonces la presión estática es constante e igual a la presión estática del flujo libre.

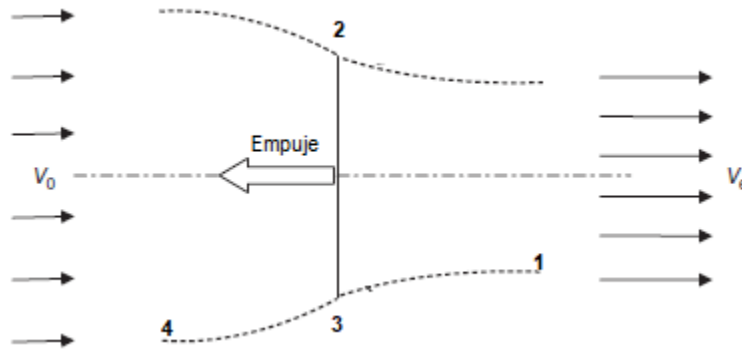


Ilustración 8 Volumen de control

Inicialmente se considera la continuidad en el fluido en la Ecuación 5, sabiendo que la superficie tiene un área transversal S .

$$\Delta Q = A_3(V_3 - V_0)$$

Ecuación 5 Continuidad en el fluido

El flujo tiene una velocidad de V_0 en sentido opuesto al empuje.

Aplicando la teoría de momento, el empuje es definido en la Ecuación 6 donde $\rho A_3 V_3$ es el flujo másico pasando a través de la hélice.

$$T_{prop} = \rho A_3 V_3 (V_3 - V_0)$$

Ecuación 6 Empuje a partir del flujo másico

El empuje es también igual, a la diferencia de presiones a través del actuador multiplicado por el área como se ve en la Ecuación 7.

$$T_{prop} = A(p_2 - p_1)$$

Ecuación 7 Empuje con diferencia de presiones

Es posible relacionar p_1 y p_2 aplicando la ecuación de Bernoulli antes y después de la hélice.

$$p_0 + \frac{1}{2} \rho V^2 = p_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2$$

$$p_0 + \frac{1}{2} \rho V_3^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2$$

Ecuación 8 Relación de presiones aplicando Bernoulli

Restando la relación de presiones de la Ecuación 8 se obtiene la Ecuación 9

$$p_2 - p_1 = \frac{1}{2} \rho (V_3^2 - V_0^2)$$

Ecuación 9 Relación de presiones

Usando el factor de continuidad $A_3 V_3 = A_1 V_1$ y combinando la Ecuación 9 con la Ecuación 6 y Ecuación 7 Empuje con diferencia de presiones

$$V_1 = \frac{(V_3 + V_0)}{2}$$

Ecuación 10 Velocidad a través de la hélice

Es decir que la velocidad a través de la hélice (Ecuación 10) es igual al promedio de la velocidad antes y después de esta; la velocidad al pasar la hélice se define en Ecuación 11, donde w es la velocidad inducida en la hélice.

$$V_3 = V_0 + 2w$$

Ecuación 11 Velocidad después de la hélice

Finalmente, es posible definir el empuje como se muestra en Ecuación 12, donde $2w$ es el incremento de la velocidad en el flujo.

$$T_{prop} = 2\rho A (V_0 - w)w$$

Ecuación 12 Empuje usando el factor de continuidad

Aplicando el teorema de energía, es posible escribir la potencia como se muestra en la Ecuación 13.

$$P_{prop} = 2\rho A w_{prop} (V_0 - w_{prop})^2$$

Ecuación 13 Potencia

Relacionando la Ecuación 12 y la Ecuación 13 se obtiene la siguiente ecuación.

$$P_{prop} = T_{prop} (V_0 - w_{prop})$$

Ecuación 14 Potencia relacionado con el empuje

Ecuación 14 significa que la potencia requerida por la hélice es igual al producto del empuje y la velocidad a través de la hélice, el primer producto corresponde a la potencia útil y el segundo a la potencia inducida.

La teoría de momento desprecia el arrastre generado por los perfiles de la hélice y las pérdidas inducidas generadas en las puntas de las hélices, pero la eficiencia ideal se puede definir como la Ecuación 15 Eficiencia de la hélice

$$n_i = \frac{T_{prop} V_{prop}}{T_{prop} (V_{prop} + w_{prop})}$$

Ecuación 15 Eficiencia de la hélice teoría de momento

También es posible definir el coeficiente de empuje en la Ecuación 16 Coeficiente de empuje, donde $\frac{T}{A}$ se refiere a la carga del disco.

$$T_c = \frac{T}{qA}$$

Ecuación 16 Coeficiente de empuje teoría de momento

Es importante notar que, si el coeficiente de empuje aumenta, la velocidad inducida aumenta mientras que la eficiencia propulsiva disminuye y que para una operación correcta $\frac{T}{A}$ debe ser pequeña

2.3.2 TEORÍA DE MOMENTO - ELEMENTO DE PALA

En [25] se presenta un modelo basado en la teoría de momento y de elemento de pala. Para el análisis se define el ángulo de cabeceo (β), que se mide a partir de la línea de cero sustentación de la pala, el cabeceo se define en términos de la distancia que logra moverse una hélice hacia adelante sin deslizarse en una revolución.

$$P_{prop} = 2\pi r \tan\beta$$

Ecuación 17 Potencia teniendo en cuenta el cabeceo

La contribución de un elemento de pala al empuje y al torque, se definen en la Ecuación 18 y Ecuación 19.

$$dT = dL \cos(\phi + \alpha_i) - dD \sin(\phi + \alpha_i)$$

Ecuación 18 Contribución del elemento de pala al empuje

$$dQ = r[dL \cos(\phi + \alpha_i) - dD \sin(\phi + \alpha_i)]$$

Ecuación 19 Contribución del elemento de pala al torque

Donde dL y dD son los diferenciales de sustentación y arrastre respectivamente.

$$dL = \frac{1}{2} \rho V_E^2 c C_l dr$$

Ecuación 20 Diferencial de sustentación

$$dD = \frac{1}{2} \rho V_E^2 c C_d dr$$

Ecuación 21 Diferencial de arrastre

Se debe tener en cuenta que C_d es función de C_l , la cual se calcula a partir de la Ecuación 22

$$C_l = a(\beta - \phi - \alpha_i)$$

Ecuación 22 Coeficiente de sustentación

Para continuar, se asume un α_i (ángulo de ataque), tal que la relación arrastre-sustentación sea tan pequeña que $V_E \simeq V_R$.

Entonces dT es posibles escribirlo así, para B palas.

$$dT = \frac{B\rho}{2} V_R^2 c a (\beta - \phi - \alpha_i) \cos \phi dr$$

Ecuación 23 Diferencial de empuje para B palas

Aplicando el principio de momentum y haciendo $w \simeq V_R \alpha_i$, es posible reescribir la Ecuación 23 como se muestra a continuación.

$$dT = \rho(2\pi r dr)(V + V_R \alpha_i \cos \phi) 2V_R \alpha_i \cos \phi$$

Ecuación 24 Diferencial de empuje reescrito

Igualando las dos ecuaciones anteriores para $\frac{dT}{dr}$, se obtiene la siguiente ecuación cuadrática para α_i .

$$\alpha_i^2 + \alpha_i \left(\frac{\lambda}{x} + \frac{\sigma a V_R}{8x^2 V_T} \right) - \frac{\sigma a V_R}{8x^2 V_T} (\beta - \phi) = 0$$

Ecuación 25 Ángulo de ataque

Donde:

$$\lambda = \frac{V}{\omega R}$$

$$\sigma = \frac{Bc}{\pi R}$$

$$V_T = \omega R$$

$$V_R = V_T \sqrt{x^2 + \lambda^2}$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\lambda}{x}$$

$$x = \frac{r}{R}$$

Entonces el ángulo de ataque inducido se escribe como en la Ecuación 26 Ángulo de ataque inducido

$$\alpha_i = \frac{1}{2} \left\{ - \left(\frac{\lambda}{x} + \frac{\sigma a V_R}{8x^2 V_T} \right) + \left[\left(\frac{\lambda}{x} + \frac{\sigma a V_R}{8x^2 V_T} \right)^2 + \frac{\sigma a V_R}{8x^2 V_T} (\beta - \phi) \right]^{\frac{1}{2}} \right\}$$

Ecuación 26 Ángulo de ataque inducido

Conociendo la geometría, la velocidad del viento y la velocidad rotacional de la hélice, es posible resolver la ecuación anterior, además es posible integrar las ecuaciones iniciales de empuje y torque.

El torque y la potencia de una hélice normalmente se expresan en términos de coeficientes adimensionales de empuje y potencia, que se definen como en la Ecuación 27 y la Ecuación 28 respectivamente.

$$C_T = \frac{T_{prop}}{\rho n^2 D^4}$$

Ecuación 27 Coeficiente de empuje

$$C_P = \frac{P_{prop}}{\rho n^3 D^5}$$

Ecuación 28 Coeficiente de potencia

Donde, n es la velocidad de rotación en $\frac{rev}{s}$ y D es el diámetro de la hélice, considerando que P es la potencia que consume la hélice, ya que la que se aprovecha es el empuje por la velocidad.

Además, es importante considera a J que es llamado el radio de avance pues los coeficientes de empuje y potencia resultan ser función de este, y es definido en la siguiente ecuación.

$$J = \frac{V_{prop}}{nD}$$

Ecuación 29 Radio de avance

También es posible calcular la eficiencia de la hélice, a partir de la velocidad, el empuje y la potencia.

$$\eta = \frac{T_{prop} V_{prop}}{P_{prop}}$$

Ecuación 30 Eficiencia de la hélice

3 DESARROLLO DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS EN ESPACIO DE ESTADO PARA CADA COMPONENTE DEL SISTEMA DE PROPULSIÓN ELÉCTRICO

3.1 BATERÍA

El modelo para la batería (ver Ilustración 9) consiste en dos circuitos relacionados entre sí por la corriente, el primero que se encuentra en la izquierda, modela el estado de carga de

la batería a partir de una fuente controlada por corriente, una resistencia de auto-descarga y un capacitor; el segundo, ubicado al lado derecho tiene una fuente controlada por voltaje que es función no lineal de V_{soc} (voltaje proporcional al estado de carga de la batería) y una impedancia en serie que simula la resistencia interna de la batería, modelando las características de voltaje y corriente de esta.

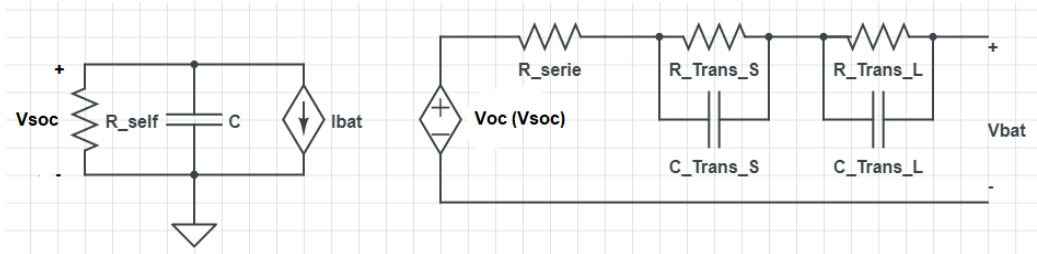


Ilustración 9 Modelo general de la batería

Inicialmente se modelará el circuito de la izquierda, como se ve en la Ilustración 10.

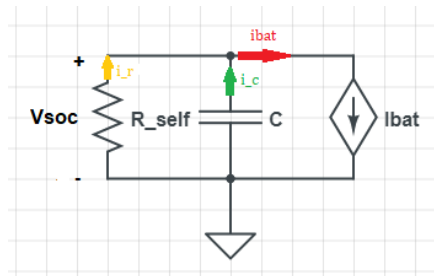


Ilustración 10 Vida útil de la carga de la batería

La ecuación de corrientes para esa malla se puede plantear de la siguiente manera:

$$ibat = i_c + i_r$$

Ecuación 31 Corrientes para el circuito de vida útil de la carga de la batería

Teniendo en cuenta que las corrientes para la resistencia y para el capacitor son igual a lo siguiente:

$$i_r = \frac{-Vsoc}{R_self}$$

$$i_c = -C \frac{dVsoc}{dt}$$

La Ecuación 31 se puede reescribir así:

$$ibat = -C \frac{dVsoc}{dt} - \frac{Vsoc}{R_self}$$

Ecuación 32 Corriente de la batería para su vida útil

Donde:

C : Capacitancia asociada al estado de carga de la batería.

R_{self} : Resistencia de auto-descarga de la batería.

Ahora se modela la segunda parte, partiendo de la Ilustración 11.

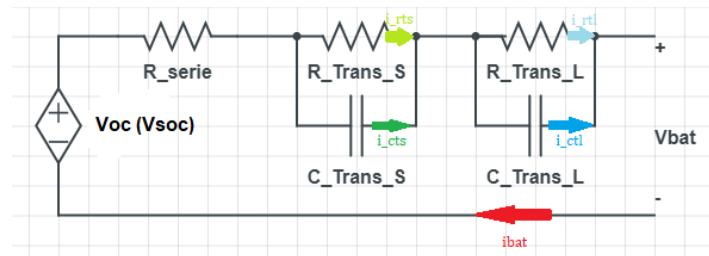


Ilustración 11 Características V-I de la batería

La ecuación de voltajes para esta malla se puede plantear con la Ecuación 33:

$$-Voc(Vsoc) + Vrs + Vcts + Vctl + Vbat = 0$$

Ecuación 33 Voltajes para el circuito de características V-I de la batería

Cada uno de los voltajes se define con las siguientes ecuaciones:

$$Vrs = ibatR_{serie}$$

Ecuación 34 Voltaje por la R_{serie}

$$Vcts = \frac{1}{C_{Trans_S}} \int_{-\infty}^t i_{cts} \rightarrow \frac{dVcts}{dt} = \frac{1}{C_{Trans_S}} i_{cts}$$

Ecuación 35 Voltaje en C_{Trans_S}

$$Vctl = \frac{1}{C_{Trans_L}} \int_{-\infty}^t i_{ctl} \rightarrow \frac{dVctl}{dt} = \frac{1}{C_{Trans_L}} i_{ctl}$$

Ecuación 36 Voltaje en C_{Trans_L}

Y las corrientes son:

$$ibat = i_{rts} + i_{cts}$$

$$ibat = i_{rtl} + i_{ctl}$$

Entonces, combinando las ecuaciones anteriores con la Ecuación 33, Ecuación 35 y Ecuación 36, es posible escribirlas así:

$$Vbat = Voc(Vsoc) - ibatR_s - Vcts - Vctl$$

Ecuación 37 Voltaje de la batería

$$\frac{dV_{cts}}{dt} = \frac{1}{C_{Trans_S}} \left(i_{bat} - \frac{V_{cts}}{R_{Tran_S}} \right)$$

Ecuación 38 Voltaje en C_{Trans_S} en función de i_{bat}

$$\frac{dV_{ctl}}{dt} = \frac{1}{C_{Trans_L}} \left(i_{bat} - \frac{V_{ctl}}{R_{Tran_L}} \right)$$

Ecuación 39 Voltaje en C_{Trans_L} en función de i_{bat}

Ahora, se reescribe la Ecuación 32, y se despeja $\frac{dV_{soc}}{dt}$:

$$\frac{dV_{soc}}{dt} = \frac{-1}{C} \left(\frac{V_{soc}}{R_{self}} + i_{bat} \right)$$

Ecuación 40 Derivada del voltaje de estado de carga

La Ecuación 38, Ecuación 39 y Ecuación 40 representan un modelo en espacio de estado para una batería Polímero Li-on, siendo la Ecuación 37 la de salida del modelo.

3.2 CONTROLADOR ELÉCTRICO DEL MOTOR (ESC) y MOTOR ELÉCTRICO

El modelado del motor eléctrico incluye la ESC, como se muestra en la Ilustración 12.

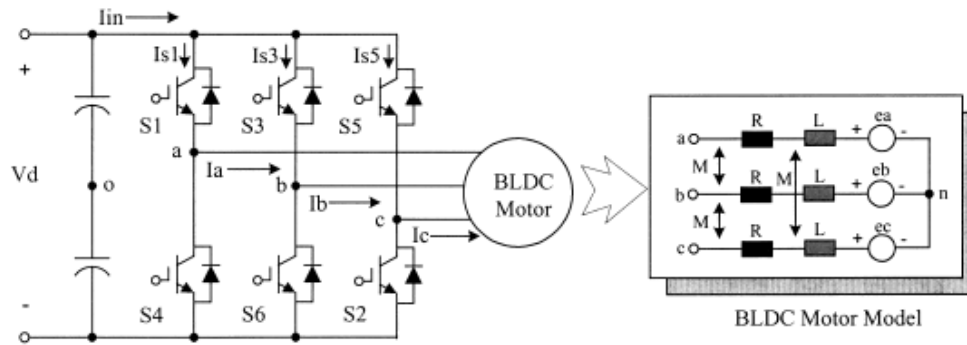


Ilustración 12 Esquema del ESC y el motor eléctrico [16]

Inicialmente, se define la lógica para la corriente de acuerdo con el funcionamiento del ESC, el cual se encuentra esquematizado en la Ilustración 13.

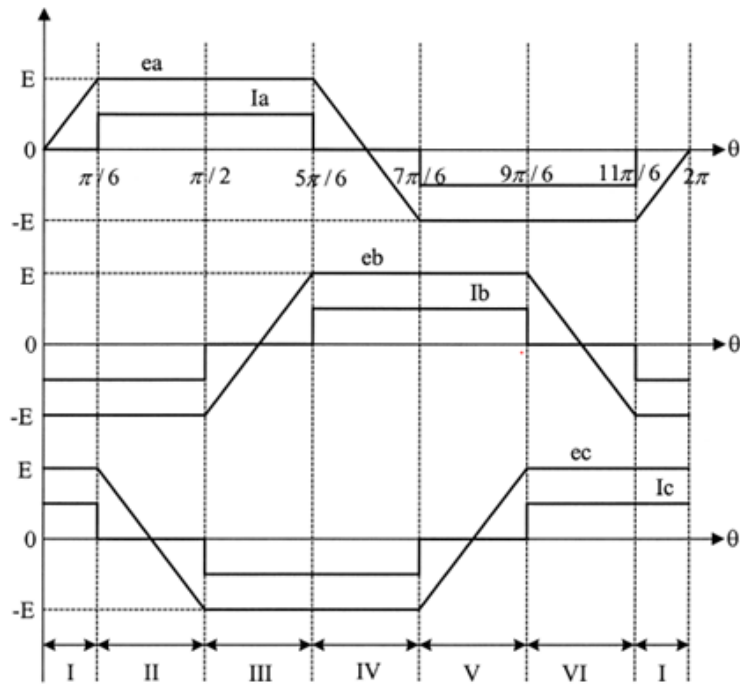


Ilustración 13 Funcionamiento del ESC en función de la rotación del motor [16]

Para I_a

- Caso 1: $I_a > 0$
 - Periodo 1: $I_a < \text{Limite inferior}$ (Interruptor S_1 es cerrado)
 - Periodo 2: $I_a > \text{Limite superior}$ (Interruptor S_1 es abierto y D_4 conduce)
 - Periodo 3: $\text{Limite inferior} < I_a < \text{Limite superior}$ y $\frac{dI_a}{dt} > 0$ (Interruptor S_1 es cerrado)
 - Periodo 4: $\text{Limite inferior} < I_a < \text{Limite superior}$ y $\frac{dI_a}{dt} < 0$ (Interruptor S_1 es abierto y D_4 conduce)
- Caso 2: $I_a < 0$
 - Periodo 1: $I_a > \text{Limite superior}$ (Interruptor S_4 es cerrado)
 - Periodo 2: $I_a < \text{Limite inferior}$ (Interruptor S_4 es abierto y D_1 conduce)
 - Periodo 3: $\text{Limite inferior} < I_a < \text{Limite superior}$ y $\frac{dI_a}{dt} < 0$ (Interruptor S_4 es cerrado)
 - Periodo 4: $\text{Limite inferior} < I_a < \text{Limite superior}$ y $\frac{dI_a}{dt} > 0$ (Interruptor S_4 es abierto y D_1 conduce)

Para I_b

- Caso 1: $I_b > 0$
 - Periodo 1: $I_b < \text{Limite inferior}$ (Interruptor S_3 es cerrado)
 - Periodo 2: $I_b > \text{Limite superior}$ (Interruptor S_3 es abierto y D_6 conduce)

- Periodo 3: $\text{Limite inferior} < I_b < \text{Limite superior}$ y $\frac{dI_b}{dt} > 0$ (Interruptor S_3 es cerrado)
- Periodo 4: $\text{Limite inferior} < I_b < \text{Limite superior}$ y $\frac{dI_b}{dt} < 0$ (Interruptor S_3 es abierto y D_6 conduce)
- Caso 2: $I_b < 0$
 - Periodo 1: $I_b > \text{Limite superior}$ (Interruptor S_6 es cerrado)
 - Periodo 2: $I_b < \text{Limite inferior}$ (Interruptor S_6 es abierto y D_3 conduce)
 - Periodo 3: $\text{Limite inferior} < I_b < \text{Limite superior}$ y $\frac{dI_a}{dt} < 0$ (Interruptor S_6 es cerrado)
 - Periodo 4: $\text{Limite inferior} < I_b < \text{Limite superior}$ y $\frac{dI_a}{dt} > 0$ (Interruptor S_6 es abierto y D_3 conduce)

Para I_c

- Caso 1: $I_c > 0$
 - Periodo 1: $I_c < \text{Limite inferior}$ (Interruptor S_5 es cerrado)
 - Periodo 2: $I_c > \text{Limite superior}$ (Interruptor S_5 es abierto y D_2 conduce)
 - Periodo 3: $\text{Limite inferior} < I_c < \text{Limite superior}$ y $\frac{dI_b}{dt} > 0$ (Interruptor S_5 es cerrado)
 - Periodo 4: $\text{Limite inferior} < I_c < \text{Limite superior}$ y $\frac{dI_b}{dt} < 0$ (Interruptor S_5 es abierto y D_2 conduce)
- Caso 2: $I_c < 0$
 - Periodo 1: $I_c > \text{Limite superior}$ (Interruptor S_2 es cerrado)
 - Periodo 2: $I_c < \text{Limite inferior}$ (Interruptor S_2 es abierto y D_5 conduce)
 - Periodo 3: $\text{Limite inferior} < I_c < \text{Limite superior}$ y $\frac{dI_a}{dt} < 0$ (Interruptor S_2 es cerrado)
 - Periodo 4: $\text{Limite inferior} < I_c < \text{Limite superior}$ y $\frac{dI_a}{dt} > 0$ (Interruptor S_2 es abierto y D_5 conduce)

La ESC se une al motor el cual tiene 3 terminales y cada uno tiene: fuerza resistiva, fuerza contraelectromotriz inducida y efecto inductivo, por esto el modelo para cada fase se define de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} (L - M) \frac{di_a}{dt} + Ri_a + e_a &= v_a \\ (L - M) \frac{di_b}{dt} + Ri_b + e_b &= v_b \\ (L - M) \frac{di_c}{dt} + Ri_c + e_c &= v_c \end{aligned}$$

Ecuación 41 Modelo matemático para las tres fases del motor

Donde:

L : Es la inductancia de cada fase.

M : Representa las inductancias mutuas.

R : Es la resistencia de cada fase.

e_a, e_b, e_c : Son las fuerzas contraelectromotrices en cada devanado.

Se debe tener en cuenta que la fuerza contra electromotriz depende de la velocidad angular y la posición del rotor (θ), así:

$$e_a = \begin{cases} \frac{6E}{\pi} \theta_r, & (0 < \theta_r < \frac{\pi}{6}) \\ E, & (\frac{\pi}{6} < \theta_r < \frac{5\pi}{6}) \\ -(\frac{6E}{\pi}) \theta_r + 6E, & (\frac{5\pi}{6} < \theta_r < \frac{7\pi}{6}) \\ -E, & (\frac{7\pi}{6} < \theta_r < \frac{11\pi}{6}) \\ (\frac{6E}{\pi}) \theta_r - 12E, & (\frac{11\pi}{6} < \theta_r < 2\pi) \end{cases}$$

$$e_b = \begin{cases} -E, & (0 < \theta_r < \frac{\pi}{6}) \\ (\frac{6E}{\pi}) \theta_r - 4E, & (\frac{\pi}{6} < \theta_r < \frac{5\pi}{6}) \\ E, & (\frac{5\pi}{6} < \theta_r < \frac{7\pi}{6}) \\ -(\frac{6E}{\pi}) \theta_r + 10E, & (\frac{7\pi}{6} < \theta_r < \frac{11\pi}{6}) \\ E, & (\frac{11\pi}{6} < \theta_r < 2\pi) \end{cases}$$

$$e_c = \begin{cases} E, & (0 < \theta_r < \frac{\pi}{6}) \\ (\frac{6E}{\pi}) \theta_r + 2E, & (\frac{\pi}{6} < \theta_r < \frac{5\pi}{6}) \\ -E, & (\frac{5\pi}{6} < \theta_r < \frac{7\pi}{6}) \\ -(\frac{6E}{\pi}) \theta_r - 8E, & (\frac{7\pi}{6} < \theta_r < \frac{11\pi}{6}) \\ E, & (\frac{11\pi}{6} < \theta_r < 2\pi) \end{cases}$$

Donde:

$$E = w * K_e$$

Ecuación 42 Fuerza contraelectromotriz general

Siendo K_e la constante de la fuerza electromotriz.

Además, también está la ecuación que modela los torques en los devanados:

$$T_e = T_l + J_{motor} \frac{dw}{dt} + Bw$$

Ecuación 43 Torque electromagnético

Donde:

T_e : Es el torque electromagnético.

T_l : Torque de carga el cual proviene de la hélice.

J_{motor} : Inercia.

w : Velocidad de angular.

B : Amortiguación

Bw : Torque por fricción

Entonces un modelo en espacio de estado se muestra en la Ecuación 44, donde se agrega la inercia de la hélice a la ecuación del torque electromagnético:

$$\begin{aligned} \frac{di_a}{dt} &= \frac{1}{(L-M)} (v_a - Ri_a - e_a) \\ \frac{di_b}{dt} &= \frac{1}{(L-M)} (v_b - Ri_b - e_b) \\ \frac{di_c}{dt} &= \frac{1}{(L-M)} (v_c - Ri_c - e_c) \\ \frac{dw}{dt} &= \frac{1}{(J_{motor} + J_{prop})} (T_e - T_{prop} - Bw) \\ \frac{d\theta}{dt} &= w \end{aligned}$$

Ecuación 44 Modelo en espacio de estado para el controlador eléctrico y el motor

3.3 HÉLICE

Para este modelado matemático se parte de la ecuación del torque de la hélice:

$$T_{prop} = T_e - J_{prop} \frac{dw}{dt}$$

Ecuación 45 Torque de la hélice

Donde:

T_{prop} : Torque de la hélice.

T_e : Torque del motor.

J_{prop} : Inercia de la hélice.

$\frac{dw}{dt}$: Derivada de la velocidad angular de la hélice.

Se debe tener en cuenta que, el coeficiente de momento de la hélice se define de la siguiente manera:

$$C_Q = \frac{T_{prop}}{\rho n^2 D^5}$$

Ecuación 46 Coeficiente de momento de la hélice

Como n esta definido como las revoluciones de la hélice, esto significa que:

$$n = \frac{w}{2\pi}$$

Ecuación 47 Relación entre las revoluciones y la velocidad angular

Además, se sabe que la potencia de la hélice es igual al momento de la hélice por la velocidad angular, es decir:

$$P_{prop} = T_{prop} w$$

Ecuación 48 Relación entre la potencia y el momento de la hélice

Despejando en la Ecuación 28 y en Ecuación 46 P_{prop} y T_{prop} respectivamente y reemplazando en Ecuación 48, se obtiene la relación entre el coeficiente de potencia y el coeficiente de momento.

$$\frac{C_p \rho w^3 D^5}{(2\pi)^3} = \frac{C_Q \rho w^2 D^5}{(2\pi)^2} w$$
$$C_p = 2\pi C_Q$$

Ecuación 49 Relación entre el coeficiente de potencia y el coeficiente de momento de la hélice

Entonces la Ecuación 46 se puede escribir en términos del radio de la hélice (r_{prop}), de la velocidad angular y el coeficiente de potencia, pues este es el que se encuentra disponible en las tablas de desempeño de la hélice.

$$T_{prop} = \frac{4\rho w^2 r_{prop}^5 C_p}{\pi^3}$$

Además, para el coeficiente de empuje también se encuentra disponible en las tablas de desempeño de la hélice, por lo que es posible calcularlo así:

$$Empuje_{prop} = \frac{4\rho w^2 r_{prop}^4 C_T}{\pi^2}$$

Entonces, la Ecuación 45 es posible escribirla en forma de ecuación en espacio de estado para la hélice, de la siguiente manera:

$$\frac{dw}{dt} = \frac{1}{J_{prop}} \left(T_e - \frac{4\rho w^2 r_{prop}^5 C_p}{\pi^3} \right)$$

Ecuación 50 Modelo en espacio de estado para la hélice

Se debe tener en cuenta que C_p es función de J y que este modelo desprecia los efectos dinámicos del flujo.

4 IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

En la Ilustración 14 se presenta el diagrama de bloques que esquematiza la implementación del modelo matemático en espacio de estado para un sistema de propulsión con motor eléctrico sin escobillas y hélice.

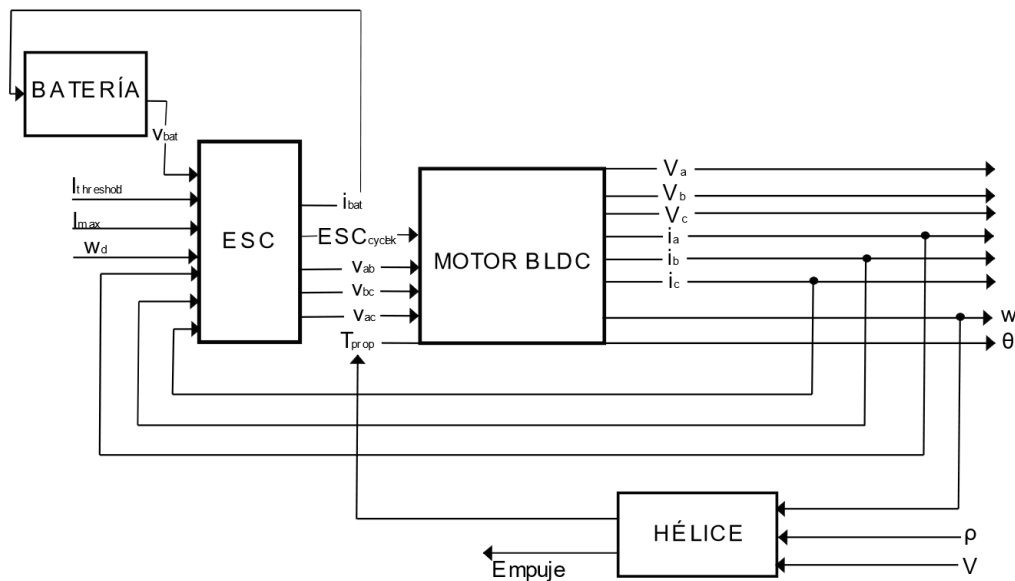


Ilustración 14 Diagrama de bloques

En las siguientes secciones se mostrará en detalle la implementación en lenguaje m realizada en cada uno de los bloques que se presentaron en la imagen anterior, la función que ensambla todo el modelo y la función que resuelve numéricamente las ecuaciones de estado definidas por las funciones de cada bloque, la función que grafica los resultados de

la simulación y el *script* que realiza la simulación. Además, en la sección 9 se encuentran las ayudas de cada una de las funciones implementadas

4.1 IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO DE LA BATERÍA

Inicialmente se crea el *script* *battery6S5000mAh.m* el cual incluye los parámetros realistas de la batería, en este se define lo siguiente:

- C_{ts} : Capacitancia transitoria corta = 116.667 F
- C_{tl} : Capacitancia transitoria larga = 750 F
- C : Capacitancia que modela la capacidad de carga de la batería = 714.286 F
- R_{ts} : Resistencia transitoria corta = 0.06 Ohm
- R_{tl} : Resistencia transitoria larga = 0.06 Ohm
- R_s : Resistencia en serie = 0.12 Ohm
- R_{self} : Resistencia de auto – descarga = 163 KOhm (Se asume que se descarga un 5% en un mes)

Además, se crea el *script* *fvocbat.m* en el que se define la función (Ecuación 51) para obtener el estado de carga de la batería a partir de la curva de carga de esta.

$$v_{oc} = f_{vocbat}(v_{soc}, battery)$$

Ecuación 51 Función de estado de carga de la batería

Este voltaje de estado de carga (v_{oc}), se calcula interpolando los datos de la curva típica de estado de carga de la batería, así:

$$v_{oc} = polyval(battery.P, vsoc)$$

Estos datos fueron obtenidos a partir de una curva típica de descarga que se ve en la Ilustración 15, disponible en [31].

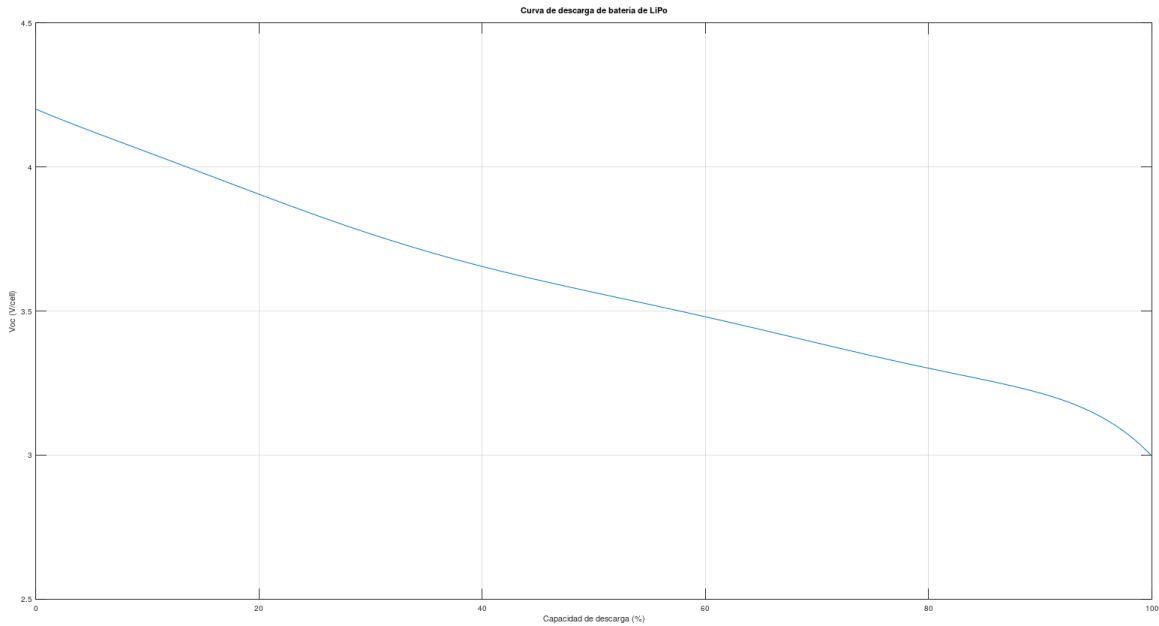


Ilustración 15 Curva típica de descarga de una batería Li-Po [31]

Finalmente, en el script *fbat.m* se crea la función que define el comportamiento de la batería, como se ve en la Ecuación 52.

$$[\dot{x}_{bat}, y_{bat}] = f_{bat}(x_{bat}, u_{bat}, battery)$$

Ecuación 52 Función de la batería

Entonces se extraen los componentes del vector de estado (x_{bat}) y la entrada (u_{bat}), para tenerlos disponibles y poder solucionar las ecuaciones que definen el modelo, las cuales corresponden a la Ecuación 53.

$$x_{bat} = \begin{bmatrix} v_{soc} \\ v_{cts} \\ v_{ctl} \end{bmatrix}$$

$$u_{bat} = [i_{bat}]$$

$$\dot{v}_{soc} = -\frac{\left(\frac{v_{soc}}{R_{self}} + i_{bat}\right)}{C}$$

$$\dot{v}_{cts} = \frac{1}{C_{cts}} \left(\frac{i_{bat} - v_{cts}}{R_{ts}}\right)$$

$$\dot{v}_{ctl} = \frac{1}{C_{ctl}} \left(\frac{i_{bat} - v_{ctl}}{R_{tl}}\right)$$

Ecuación 53 Conjunto de ecuaciones en espacio de estado para la batería

También se escribe la ecuación de salida del modelo y se ensambla la derivada del vector de estado (\dot{x}_{bat}) y el vector de salida (y_{bat}).

$$v_{bat} = f_{vobat}(v_{soc}, battery) - battery.R_s * i_{bat} - v_{cts} - v_{ctl}$$

$$\dot{x}_{bat} = \begin{bmatrix} \dot{v}_{soc} \\ \dot{v}_{cts} \\ \dot{v}_{ctl} \end{bmatrix}$$

$$y_{bat} = [v_{bat}]$$

4.2 IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO DEL CONTROLADOR DEL MOTOR (ESC)

Para la implementación en lenguaje m se hizo necesario crear un script ($f_{ESC}.m$) con una función que definiera la lógica del ESC de manera independiente a la función del motor, para esto se escribió la función como se ve en la Ecuación 54.

$$[\dot{x}_{ESC}, x_{ESCKplus1}, y_{ESC}] = f_{ESC}(x_{ESC}, x_{ESCK}, u_{ESC})$$

Ecuación 54 Función para la ESC

Luego se extraen las componentes del vector de estado (x_{ESC}), del vector discreto (x_{ESCK}) y de las entradas (u_{ESC}), de la siguiente manera:

$$x_{ESC} = [\theta_d]$$

$$x_{ESCK} = \begin{bmatrix} ESC_{cyclek} \\ S_k \\ i_{batk} \end{bmatrix}$$

$$u_{ESC} = \begin{bmatrix} w_e \\ v_{bat} \\ i_{max} \\ i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

x_{ESCK} incluye los valores actuales del ciclo del ESC, el estado del transistor (1 si conduce y 0 si no lo hace) y la corriente de la batería.

La ESC está definida por una sola ecuación de estado y una ecuación de salida que relaciona el ángulo de giro con la velocidad angular eléctrica la cual corresponde a siete veces la velocidad angular del motor.

$$\dot{\theta}_d = w_e$$

$$\theta_d = rem(\theta_d, 2\pi)$$

Ecuación 55 Modelo de la ESC

La función *rem* disponible en Octave, asegura que el ángulo de giro siempre se mantendrá entre 0 y 2π .

En la parte discreta del modelo del controlador del motor se calcula el ciclo actual del motor basado en el ciclo anterior, dependiendo del ángulo de giro eléctrico asociado a la frecuencia de referencia dada como una entrada. La variable S_k se incluye para determinar si en un momento dado están conduciendo los transistores o el diodo correspondiente al puente del inversor, Dependiendo del ciclo en que se encuentra y el estado de conducción de los transistores o diodos, el controlador impone un voltaje equivalente v_{bat} , $-v_{bat}$ o cero entre dos terminales del motor, mientras la corriente del otro terminal se hace cero. La lógica del controlador implementa, además, un ciclo de histéresis que mantiene la corriente entre los dos terminales conectados por el puente de transistores al voltaje de la batería, entre dos valores de corriente cercanos a i_{max} que es otra entrada de la función. Cabe resaltar que la implementación realizada del modelo del controlador del motor funciona en lazo abierto y no se implementa control realimentado ni de torque ni de velocidad, debido a que el objetivo del modelo es representar el comportamiento dinámico del sistema mas no realizar control de este. La lógica del controlador se muestra a continuación:

$$\text{Si } ESC_{cyclek} = 1$$

$$i = i_c$$

$$\text{Si } 0 \leq \theta_d < \frac{\pi}{6} \ \& \ \theta_d > \frac{11\pi}{6}$$

$$ESC_{cyclekplus1} = 1$$

$$\text{Si } S_k$$

$$\text{Si } i < 1.1 i_{max}$$

$$S_{kplus1} = v_{bat}$$

$$\text{Sino}$$

$$S_{kplus1} = 0$$

$$i_{bat} = i$$

$$\text{Si } i > 0.9 i_{max}$$

$$S_{kplus1} = 0$$

$$\text{Sino}$$

$$S_{kplus1} = v_{bat}$$

$$i_{bat} = 0$$

$$\text{Sino}$$

$$S_{kplus1} = 0$$

$$Si\ i < i_{threshold}$$

$$ESC_{cyclek} = 2$$

$$Sino$$

$$ESC_{cyclek} = 1$$

$$i_{bat} = 0$$

$$v_{ab} = 0 \text{ *Valor no real}$$

$$v_{bc} = -S_k * v_{bat}$$

$$v_{ca} = 0 \text{ *Valor no real}$$

$$Si\ ESC_{cyclek} = 2$$

$$i = i_a$$

$$Si\ \frac{\pi}{6} \leq \theta_d < \frac{\pi}{2}$$

$$ESC_{cyclekplus1} = 2$$

$$Si\ S_k$$

$$Si\ i < 1.1\ i_{max}$$

$$S_{kplus1} = v_{bat}$$

$$Sino$$

$$S_{kplus1} = 0$$

$$i_{bat} = i$$

$$Si\ i > 0.9\ i_{max}$$

$$S_{kplus1} = 0$$

$$Sino$$

$$S_{kplus1} = v_{bat}$$

$$i_{bat} = 0$$

$$Sino$$

$$S_{kplus1} = 0$$

$$\text{Si } i < i_{\text{threshold}}$$

$$ESC_{\text{cyclek}} = 3$$

$$\text{Sino}$$

$$ESC_{\text{cyclek}} = 2$$

$$i_{\text{bat}} = 0$$

$$v_{ab} = S_k * v_{\text{bat}}$$

$$v_{bc} = 0 \text{ *Valor no real}$$

$$v_{ca} = 0 \text{ *Valor no real}$$

$$\text{Si } ESC_{\text{cyclek}} = 3$$

$$i = i_a$$

$$\text{Si } \frac{\pi}{2} \leq \theta_d < \frac{5\pi}{6}$$

$$ESC_{\text{cyclekplus1}} = 3$$

$$\text{Si } S_k$$

$$\text{Si } i < 1.1 i_{\text{max}}$$

$$S_{k\text{plus1}} = v_{\text{bat}}$$

$$\text{Sino}$$

$$S_{k\text{plus1}} = 0$$

$$i_{\text{bat}} = i$$

$$\text{Si } i > 0.9 i_{\text{max}}$$

$$S_{k\text{plus1}} = 0$$

$$\text{Sino}$$

$$S_{k\text{plus1}} = v_{\text{bat}}$$

$$i_{\text{bat}} = 0$$

$$\text{Sino}$$

$$S_{k\text{plus1}} = 0$$

$$\text{Si } i < i_{\text{threshold}}$$

$$ESC_{Cyclek} = 4$$

Sino

$$ESC_{Cyclek} = 3$$

$$i_{bat} = 0$$

$$v_{ab} = 0 \text{ *Valor no real}$$

$$v_{bc} = 0 \text{ *Valor no real}$$

$$v_{ca} = -S_k * v_{bat}$$

$$Si ESC_{Cyclek} = 4$$

$$i = i_b$$

$$Si \frac{5\pi}{6} \leq \theta_d < \frac{7\pi}{6}$$

$$ESC_{Cyclekplus1} = 4$$

$$Si S_k$$

$$Si i < 1.1 i_{max}$$

$$S_{kplus1} = v_{bat}$$

Sino

$$S_{kplus1} = 0$$

$$i_{bat} = i$$

$$Si i > 0.9 i_{max}$$

$$S_{kplus1} = 0$$

Sino

$$S_{kplus1} = v_{bat}$$

$$i_{bat} = 0$$

Sino

$$S_{kplus1} = 0$$

$$Si i < i_{threshold}$$

$$ESC_{Cyclek} = 5$$

Sino

$$ESC_{cyclek} = 4$$

$$i_{bat} = 0$$

$$v_{ab} = 0 \text{ *Valor no real}$$

$$v_{bc} = S_k * v_{bat}$$

$$v_{ca} = 0 \text{ *Valor no real}$$

$$Si \ ESC_{cyclek} = 5$$

$$i = i_b$$

$$Si \ \frac{7\pi}{6} \leq \theta_d < \frac{9\pi}{6}$$

$$ESC_{cyclekplus1} = 5$$

$$Si \ S_k$$

$$Si \ i < 1.1 \ i_{max}$$

$$S_{kplus1} = v_{bat}$$

Sino

$$S_{kplus1} = 0$$

$$i_{bat} = i$$

$$Si \ i > 0.9 \ i_{max}$$

$$S_{kplus1} = 0$$

Sino

$$S_{kplus1} = v_{bat}$$

$$i_{bat} = 0$$

Sino

$$S_{kplus1} = 0$$

$$Si \ i < i_{threshold}$$

$$ESC_{cyclek} = 6$$

Sino

$$ESC_{Cyclek} = 5$$

$$i_{bat} = 0$$

$$v_{ab} = -S_k * v_{bat}$$

$$v_{bc} = 0 \text{ *Valor no real}$$

$$v_{ca} = 0 \text{ *Valor no real}$$

$$\text{Si } ESC_{Cyclek} = 6$$

$$i = i_c$$

$$\text{Si } \frac{9\pi}{6} \leq \theta_d < \frac{11\pi}{6}$$

$$ESC_{Cyclekplus1} = 6$$

$$\text{Si } S_k$$

$$\text{Si } i < 1.1 i_{max}$$

$$S_{kplus1} = v_{bat}$$

$$\text{Sino}$$

$$S_{kplus1} = 0$$

$$i_{bat} = i$$

$$\text{Si } i > 0.9 i_{max}$$

$$S_{kplus1} = 0$$

$$\text{Sino}$$

$$S_{kplus1} = v_{bat}$$

$$i_{bat} = 0$$

$$\text{Sino}$$

$$S_{kplus1} = 0$$

$$\text{Si } i < i_{threshold}$$

$$ESC_{Cyclek} = 1$$

$$\text{Sino}$$

$$ESC_{Cyclek} = 6$$

$$i_{bat} = 0$$

$$v_{ab} = 0 \text{ *Valor no real}$$

$$v_{bc} = 0 \text{ *Valor no real}$$

$$v_{ca} = S_k * v_{bat}$$

Finalmente, se ensambla la derivada del vector de estado (\dot{x}_{ESC}) y del vector discreto ($x_{ESCkplus1}$) y el vector de salida (y_{ESC}).

$$\dot{x}_{ESC} = \dot{\theta}_d$$

$$x_{ESCkplus1} = \begin{bmatrix} ESC_{Cyclekplus1} \\ v_{kplus1} \\ i_{batkplus1} \end{bmatrix}$$

$$y_{ESC} = \begin{bmatrix} ESC_{Cyclek} \\ v_{ab} \\ v_{bc} \\ v_{ca} \\ i_{bat} \end{bmatrix}$$

4.3 IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO DEL MOTOR ELÉCTRICO

Se crea un script llamado *bldcmotorTurnigyAerodriveSK3_4250_500KV.m* con los datos del motor Turnigy Aerodrive SK3, en este se incluye lo siguiente:

- $K_v = 500 \frac{rpm}{V}$
- τ : Constante mecánica del motor = 1 s
- P : Polos del motor = 14
- K_e : Amplitud de la fuerza contraelectromotriz = $\frac{30}{K_v \pi} = 0.019 V s$
- $L - M$: Inductancia – Inductancia mutua = 3.05×10^{-6}
- R : Resistencia = 0.018 Ohm
- J_{mot} : Inercia del motor = $1.457 \times 10^{-4} Kg m^2$
- B : Amortiguación = $1.457 \times 10^{-4} \frac{Kg m^2}{s}$
- η : Eficiencia = 0.8

Con la estructura de datos completa, se crea el script que incluye la función para el modelo del motor (*fbldcmotor.m*), esta se puede ver en la Ecuación 56.

$$[\dot{x}_{bldcmotor}, y_{bldcmotor}] = fbldcmotor(x_{bldcmotor}, u_{bldcmotor}, bldcmotor, propeller)$$

Ecuación 56 Función para el motor

Para la implementación de esta función es necesario contar con la estructura de datos de la hélice y extraer los componentes del vector de estado ($x_{blcdmotor}$) y de la entrada ($u_{blcdmotor}$).

$$x_{blcdmotor} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ w \\ \theta \end{bmatrix}$$

Se debe tener en cuenta que para extraer θ del vector anterior se usa la función *rem* disponible en Octave, asegurándose de que la rotación del motor siempre se encontrará entre 0 y 2π .

$$u_{blcdmotor} = \begin{bmatrix} ESC_{cyclek} \\ v_{ab} \\ v_{bc} \\ v_{ca} \\ T_{prop} \end{bmatrix}$$

Luego, se calcula la fuerza electromotriz, así:

$$E = w * blcdmotor.K_e$$

Teniendo en cuenta que $\theta = \theta_e * \frac{p}{2}$, debido a que el ángulo de giro mecánico son siete veces el ángulo de giro eléctrico, pues este es el número de polos magnéticos del motor, es decir que en una revolución del motor el campo magnético varía siete veces.

$$Si \ 0 \leq \theta_e < \frac{\pi}{6}$$

$$e_a = \frac{6E}{\pi} \theta_e$$

$$e_b = -E$$

$$e_c = E$$

$$Si \ \frac{\pi}{6} \leq \theta_e < \frac{\pi}{2}$$

$$e_a = E$$

$$e_b = -E$$

$$e_c = -\frac{6E}{\pi} \theta_e + 2E$$

$$Si \frac{\pi}{2} \leq \theta_e < \frac{5\pi}{6}$$

$$e_a = E$$

$$e_b = \frac{6E}{\pi} \theta_e - 4E$$

$$e_c = -E$$

$$Si \frac{5\pi}{6} \leq \theta_e < \frac{7\pi}{6}$$

$$e_a = -\frac{6E}{\pi} \theta_e + 6E$$

$$e_b = E$$

$$e_c = -E$$

$$Si \frac{7\pi}{6} \leq \theta_e < \frac{9\pi}{6}$$

$$e_a = -E$$

$$e_b = E$$

$$e_c = \frac{6E}{\pi} \theta_e - 8E$$

$$Si \frac{9\pi}{6} \leq \theta_e < \frac{11\pi}{6}$$

$$e_a = -E$$

$$e_b = -\frac{6E}{\pi} \theta_e + 10E$$

$$e_c = E$$

$$Si \frac{11\pi}{6} \leq \theta_e < 2\pi$$

$$e_a = \frac{6E}{\pi} \theta_e - 12E$$

$$e_b = -E$$

$$e_c = E$$

Después, teniendo en cuenta el ciclo de la ESC se escriben las ecuaciones en espacio de estado del motor, definiendo: i_a , i_b , i_c , v_a , v_b y v_c . En esta implementación se tiene en cuenta la naturaleza híbrida del sistema en el sentido que las ecuaciones diferenciales que modelan al motor varían de acuerdo con el ciclo en el que se encuentra impuesto por el controlador del motor. El controlador del motor determina en cada ciclo cuales terminales del motor se conectan a la batería, o se ponen en corto al controlar la corriente y cual queda abierto. En cada ciclo se definen las ecuaciones de espacio de estado del motor así:

$$\text{Si } ESC_{cyclek} = 1$$

$$i_a = 0$$

$$i_b = \frac{-1}{2(L_M)}(-2R i_c - v_{bc} - e_c + e_b)$$

$$i_c = \frac{1}{2(L_M)}(-2R i_c - v_{bc} - e_c + e_b)$$

$$v_a = e_a$$

$$v_b = \frac{v_{bc} + e_c + e_b}{2}$$

$$v_c = \frac{-v_{bc} + e_c + e_b}{2}$$

$$\text{Si } ESC_{cyclek} = 2$$

$$i_a = \frac{1}{2(L_M)}(-2.R i_a + v_{ab} - e_a + e_b)$$

$$i_b = \frac{-1}{2(L_M)}(-2R i_a + v_{ab} - e_a + e_b)$$

$$i_c = 0$$

$$v_a = \frac{v_{ab} + e_a + e_b}{2}$$

$$v_b = \frac{-v_{ab} + e_a + e_b}{2}$$

$$v_c = e_c$$

$$Si \text{ ESC}_{\text{cyclek}} = 3$$

$$i_a = \frac{1}{2(L_M)} (-2R i_a - v_{ca} - e_a + e_c)$$

$$i_b = 0$$

$$i_c = \frac{-1}{2(L_M)} (-2R i_a - v_{ca} - e_a + e_c)$$

$$v_a = \frac{-v_{ca} + e_c + e_a}{2}$$

$$v_b = e_b$$

$$v_c = \frac{v_{ca} + e_c + e_a}{2}$$

$$Si \text{ ESC}_{\text{cyclek}} = 4$$

$$i_a = 0$$

$$i_b = \frac{1}{2(L_M)} (-2R i_b + v_{bc} - e_b + e_c)$$

$$i_c = \frac{-1}{2(L_M)} (-2R i_b + v_{bc} - e_b + e_c)$$

$$v_a = e_a$$

$$v_b = \frac{v_{bc} + e_c + e_b}{2}$$

$$v_c = \frac{-v_{bc} + e_c + e_b}{2}$$

$$Si \text{ ESC}_{\text{cyclek}} = 5$$

$$i_a = \frac{-1}{2(L_M)} (-2R i_b - v_{ab} - e_b + e_a)$$

$$i_b = \frac{1}{2(L_M)} (-2R i_b - v_{ab} - e_b + e_a)$$

$$i_c = 0$$

$$v_a = \frac{v_{ab} + e_a + e_b}{2}$$

$$v_b = \frac{-v_{ab} + e_a + e_b}{2}$$

$$v_c = e_c$$

$$\text{Si } ESC_{cyclek} = 6$$

$$i_a = \frac{-1}{2(L_M)} (-2R i_c + v_{ca} - e_c + e_a)$$

$$i_b = 0$$

$$i_c = \frac{1}{2(L_M)} (-2.R i_c + v_{ca} - e_c + e_a)$$

$$v_a = \frac{-v_{ca} + e_c + e_a}{2}$$

$$v_b = e_b$$

$$v_c = \frac{v_{ca} + e_c + e_a}{2}$$

También se calcula T_e , J_{tot} , \dot{w} y $\dot{\theta}$.

$$T_e = \frac{i_a e_a + i_b e_b + i_{ac} e_c}{w} \eta$$

Cuando $w = 0$, T_e se calcula en función de la corriente:

$$T_e = \frac{|i_a| + |i_b| + |i_c|}{2 * K_e} \eta$$

$$J_{tot} = J_{motor} + J_{prop}$$

$$\dot{w} = \frac{1}{J_{tot}(-B - T_{prop} + T_e)}$$

$$\dot{\theta} = w$$

Finalmente se ensambla la derivada del vector de estado ($\dot{x}_{blcdmotor}$) y el vector de salida ($y_{blcdmotor}$).

$$\dot{x}_{blcdmotor} = \begin{bmatrix} \dot{i}_a \\ \dot{i}_b \\ \dot{i}_c \\ \dot{w} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

$$y_{bldcmotor} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ v_a \\ v_b \\ v_c \\ W \\ \theta \end{bmatrix}$$

4.4 IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO DE LA HÉLICE

Se crea el script *propellerAPC15x6E.m* en el que se definen los parámetros de la hélice APC 15X6E, la cual se usará en la simulación, para esto también se incluyen las tablas de datos del C_p y C_T en función de J y las *rpm* del motor, que se encuentran en el ANEXO 1 [32]:

- m_{prop} : Masa = 0.0749 Kg
- J_{prop} : Inercia = 9.060×10^{-4} Kg m²
- R_{prop} : Radio = 0.1905 m

Después en el script *fprop.m* se escribe la función para la hélice.

$$y_{prop} = f_{prop}(u_{prop}, propeller)$$

Ecuación 57 Función para la hélice

Las entradas para esta función son las siguientes:

$$u_{prop} = \begin{bmatrix} W \\ V \\ \rho \end{bmatrix}$$

Teniendo los componentes del vector de entrada disponibles es posible calcular: *rpm*, J , C_p , C_T , T_{prop} y el empuje.

$$rpm = \frac{30W}{\pi}$$

$$J = \frac{\pi V}{W R_{prop}}$$

$$C_p = \text{interp2}(propeller.rpm_{data}, propeller.J_{data}, propeller.C_{pdata}, rpm, J, 'spline')$$

$$C_T = \text{interp2}(propeller.rpm_{data}, propeller.J_{data}, propeller.C_{Tdata}, rpm, J, 'spline')$$

$$T_{prop} = \frac{4\rho R_{prop}^5 W^2}{\pi^3} C_p$$

$$Empuje = \frac{4\rho R_{prop}^4 \omega^2}{\pi^2} C_T$$

Finalmente, el vector de salida es:

$$y_{prop} = \begin{bmatrix} Empuje \\ T_{prop} \end{bmatrix}$$

4.5 ENSAMBLE DEL MODELO

El script para realizar el ensamble de todo el modelo es llamado *feps.m*, usando *eps* por la siglas en inglés de Sistema de Propulsión Eléctrico, en este se crea la función (Ecuación 58) que se encarga de relacionar cada uno de los bloques de la Ilustración 14.

$$[\dot{x}, \dot{x}_{k+1}, y] = f_{eps}(x, x_k, u, battery, blcdmotor, propeller)$$

Ecuación 58 Función para el ensamble del modelo

Se extraen los componentes del vector de estado, del vector de estado discreto y del vector de entrada para cada uno de los bloques:

$$x = \begin{bmatrix} v_{soc} \\ v_{cts} \\ v_{ctl} \\ \theta_d \\ i_a \\ i_b \\ i_c \\ \omega \\ \theta \end{bmatrix}$$

$$x_k = [x_{ESCK}] = \begin{bmatrix} ESC_{cyclek} \\ S_k \\ i_{batk} \end{bmatrix}$$

$$u = \begin{bmatrix} \omega_d \\ i_{max} \\ i_{threshold} \\ V \\ \rho \end{bmatrix}$$

Luego, se evalúan las ecuaciones de estado y de salida de cada bloque, con las funciones mencionadas en las secciones 4.1, 4.2, 4.3 y 4.4.

Finalmente, se ensambla la derivada del vector de estado, el vector discreto y el vector salida del modelo completo:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_{bat} \\ \dot{x}_{ESC} \\ \dot{x}_{bldcmotor} \end{bmatrix}$$

$$x_{ESCk} = x_{ESCkplus1} = \begin{bmatrix} ESC_{cyclek+1} \\ v_{k+1} \\ i_{batk+1} \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} y_{prop} \\ y_{bat} \\ y_{ESC} \\ y_{bldcmotor} \end{bmatrix}$$

Además, se crea el script *adjustEPSstate.m* para ajustar el vector de estado continuo del modelo y asegurarse de que las corrientes no sean negativas en los transistores en ningún momento de la simulación, para esto se crea la siguiente función:

$$x_{ckadjusted} = adjust_{EPSstate}(x_{ck}, x_{dk})$$

Ecuación 59 Función para ajustar el vector de estado continuo

Dentro de esta función se ajusta θ_d , θ , i_a , i_b e i_c y para cada caso del ciclo del ESC (ESC_{cyclek}) se asegura que las corrientes negativas serán iguales a cero, así:

Caso 1

$$i_a = 0$$

$$Si \ i_c < 0$$

$$i_b = 0$$

$$i_c = 0$$

Para cada uno de los ciclos del ESC se realiza el mismo procedimiento teniendo en cuenta las corrientes negativas en cada uno.

4.6 SIMULACIÓN

Para la simulación se crea una función *simulateEPS.m*, la cual implementa el cálculo numérico de la evolución del vector de estado en un rango de tiempo entre cero y t_{final} con un periodo de muestreo T_s . Para esto se usa un método de integración trapezoidal, que tiene la ventaja de requerir llamar solamente una vez la función que define el modelo en espacio de estado en cada paso de integración, Esto es importante porque para que

funcione bien el modelo híbrido se requiere que la función que define el modelo se llame solo una vez por paso de integración. La función se define así:

$$[t, X, Y] = \text{simulate}_{EPS}(t_{final}, x_0, x_{k0}, u, battery, blcdmotor, propeller, T_s)$$

Ecuación 60 Función para la simulación

Luego, se inicializa el vector de estado y se define el vector de tiempo, para solucionar el modelo utilizando el método de integración trapezoidal, teniendo en cuenta el ajuste del vector de estado continuo.

Además, se crea el script *plotEPSresults.m* para graficar los resultados de la simulación, utilizando la Ecuación 61.

$$\text{plot}_{EPSresults}(t, X, Y, V_{full}, t_1, t_2)$$

Ecuación 61 Función para graficar los resultados de la simulación

Escribiendo la función de esta manera es posible graficar cualquier lapso deseado donde se quiera ver con detalle el comportamiento del sistema.

Finalmente, se crean dos scripts más (*testSimulateEPS.m* y *dispEPSsimulationData.m*), con el primero se realiza la prueba de simulación del sistema, se inicializan todas las variables y se definen los valores de *rpm*, estado de carga de la batería, velocidad del aire y densidad; y con el segundo script se crea un texto que permite conocer las características de la simulación realizada.

5 RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN Y DISCUSIÓN

Se realizó la simulación del modelo matemático en espacio de estado implementado en lenguaje m para el sistema de propulsión eléctrico con motor BLDC y hélice, con los siguientes datos:

Tiempo inicial de simulación: $t_{inicial} = 0 \text{ s}$

Tiempo final de simulación: $t_{final} = 15 \text{ ms}$

Período de muestreo = $1.0714 \mu\text{s}$

Entradas:

Velocidad angular deseada asociada al ESC: $w_e = 2932.1531 \text{ rad/s} = 28000 \text{ rpm}$

Corriente máxima del ESC: $i_{max} = 28.5 \text{ A}$

Umbral de corriente del ESC: $i_{threshold} = 0.285 \text{ A}$

Velocidad del aire: $V = 19.4444 \text{ m/s} = 70 \text{ km/h} = 37.797 \text{ kn}$

Densidad del aire: $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$

Estado inicial:

Batería:

Voltaje inicial asociado al estado de carga de la batería: $v_{soc0} = 25.2 \text{ V}$

Voltaje inicial en C_{ts} : $v_{cts} = 0 \text{ V}$

Voltaje inicial en C_{tl} : $v_{ctl} = 0 \text{ V}$

ESC:

Ángulo eléctrico inicial asociado a la ESC: $\theta_{a0} = 0 \text{ rad}$

Número de ciclo inicial asociado a la ESC: $ESC_{cyclek0} = 1$

Estado inicial del puente de transistores de la ESC ($S_{k0} = 1$ si los transistores conducen, $S_{k0} = 0$ si el diodo conduce): $S_{k0} = 0$

Corriente inicial de la batería: $i_{bat0} = 0 \text{ A}$

Motor BLDC:

Corrientes iniciales del motor:

$$i_{a0} = 0 \text{ A}$$

$$i_{b0} = 0 \text{ A}$$

$$i_{c0} = 0 \text{ A}$$

Velocidad angular inicial en el eje del motor: $w_0 = 418.879 \text{ rad/s} = 4000 \text{ rpm}$

Ángulo inicial del eje del motor $\theta_0 = 0 \text{ rad}$

A continuación se presentan los resultados obtenidos en la simulación, la Ilustración 16 gráfica los resultados para la hélice, la Ilustración 17 lo hace para la batería, la Ilustración 18 muestra los resultados de controlador eléctrico del motor y la Ilustración 19 muestra los del motor BLDC.

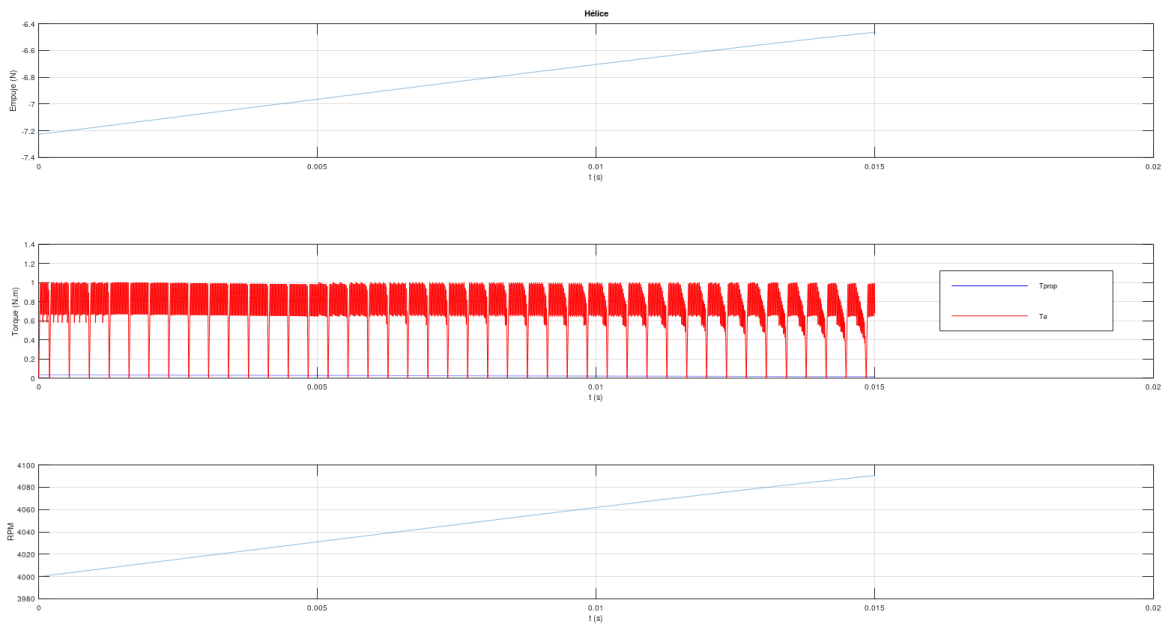


Ilustración 16 Gráficas de la hélice (Empuje - Torque - rpm)

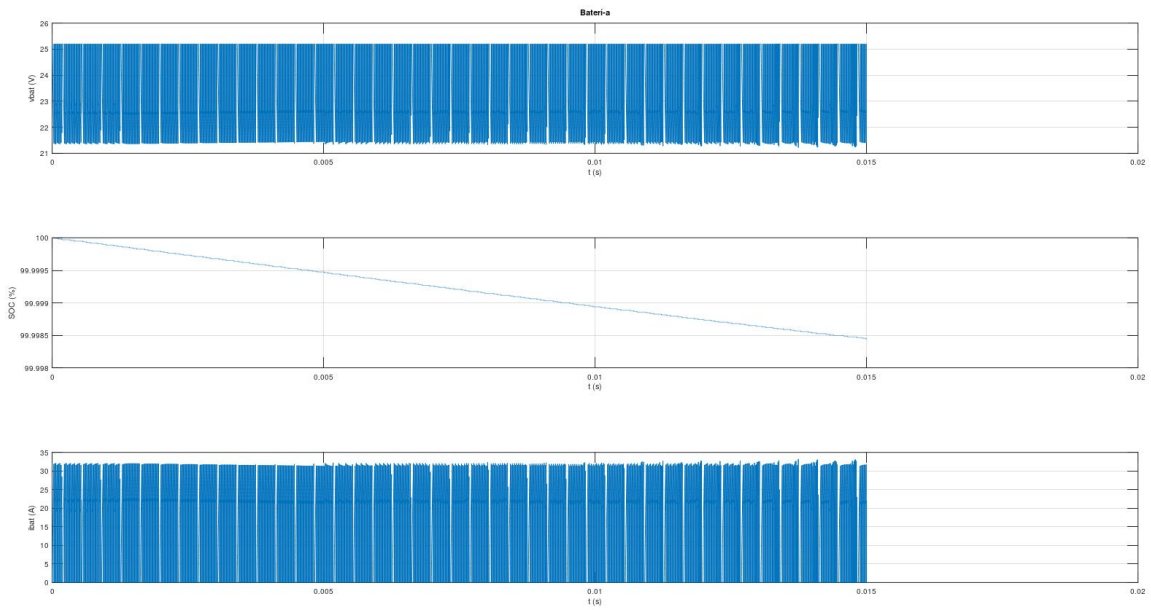


Ilustración 17 Gráficas de la batería (Voltaje - Estado de carga - Corriente)

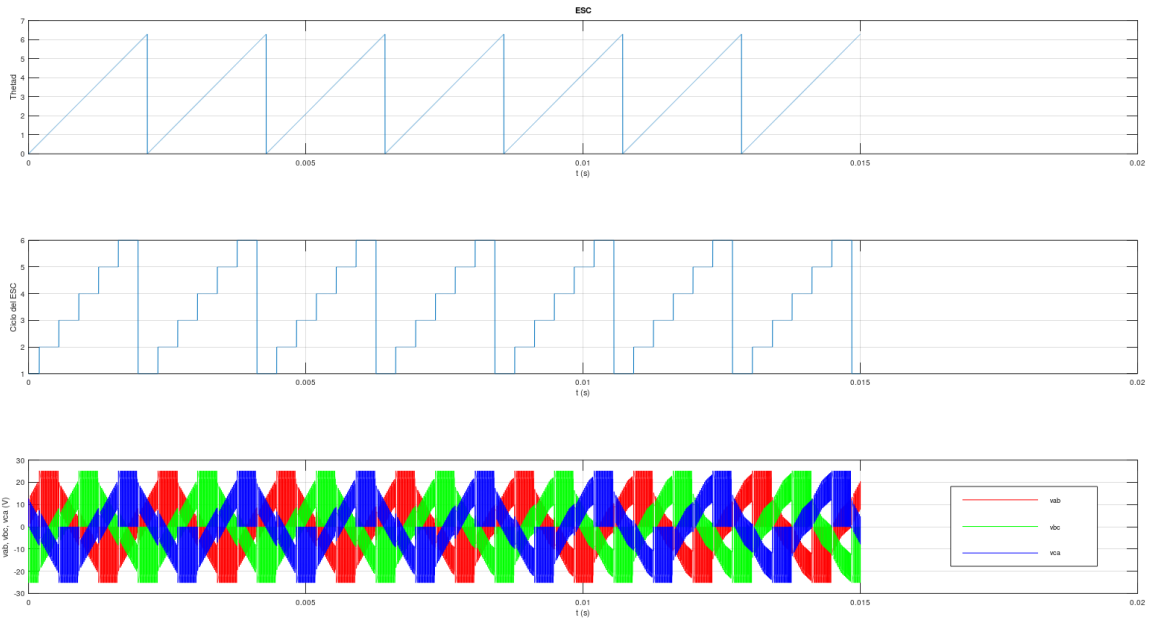


Ilustración 18 Gráficas del ESC (Ángulo de giro - Ciclo del ESC Voltaje entre los terminales)

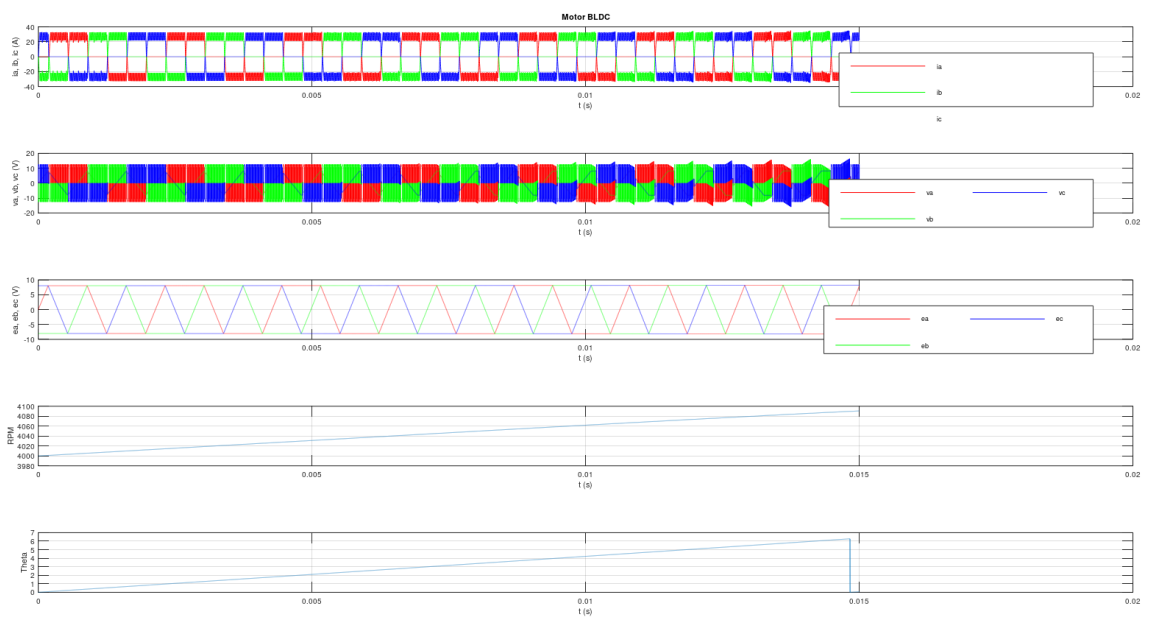


Ilustración 19 Gráficas del motor BLDC (Corrientes - Voltajes - Fuerza contraelectromotriz - rpm – Ángulo de giro)

En la Ilustración 16 se observa que el empuje de la hélice va a aumentando a medida que gira el motor, las rpm aumentan a medida que pasa el tiempo hasta que la hélice llegue a generar el empuje y momento necesario para que las rpm se vuelvan constantes. En

general, esto ocurre porque el valor de corriente máxima que se está usando genera un torque mayor al demandado por la hélice y la fricción, acelerando el motor y por ende la hélice; al acelerarse la hélice conservando la velocidad del aire, obviamente también aumenta el empuje. En la gráfica del medio, que se ve con más detalle en la Ilustración 20 se observa que el torque se genera con pulsos, esto debido a que este depende de la corriente la cuál funciona de acuerdo con la lógica de los interruptores (transistores) en el ESC, la cual además incluye un ciclo de histéresis donde se trata de mantener la corriente cerca a un valor deseado y por ende el torque lo más constante posible.

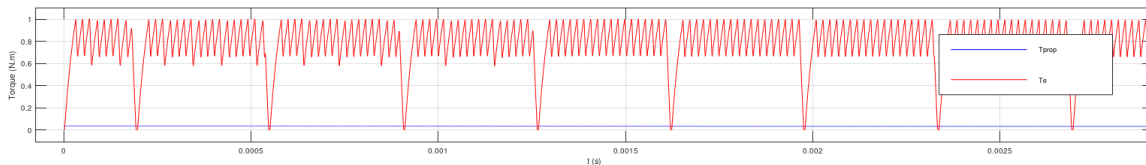


Ilustración 20 Torque de la hélice

En la Ilustración 17, la gráfica del medio muestra cómo se va descargando la batería con el paso del tiempo, en una vuelta del motor (0.015 s) que fue lo simulado, la batería se descarga 0.0015%. Esta curva de descarga coincide en su comportamiento con la planteada en la Ilustración 15 demostrando que la batería simulada tiene el comportamiento típico de las baterías LiPo. Las otras dos gráficas que muestra el voltaje y la corriente de la batería muestran cambios asociados a la conmutación de acuerdo con la lógica de la ESC. Se evidencia que cuando hay un pico de corriente el voltaje se reduce, lo que demuestra un comportamiento acorde con el fenómeno real, la corriente de la batería se mantiene entre cero y 30 A, mientras que el voltaje se mantiene entre 21 y 25 V, esta pequeña variación de las variables se da por el control de histéresis que se realiza también desde el ESC.

La primera gráfica de la Ilustración 18 que muestra el ángulo eléctrico de giro del ESC en función del tiempo, confirma que el ángulo eléctrico equivale a siete veces el ángulo de giro mecánico, pues en el tiempo de simulación el motor solo alcanza a tener una revolución. En la segunda gráfica se evidencia que en cada giro del motor el ESC pasa por cada uno de sus ciclos de acuerdo con el ángulo de giro. Esto demuestra que el modelo fue planteado correctamente y que la ESC funciona de acuerdo con lo esperado. Finalmente, la Ilustración 21 muestra con más detalle la conmutación del voltaje entre los terminales del motor, se observa como en cada momento sólo un par de terminales es excitado desde el ESC, mientras el voltaje de los otros depende del voltaje inducido en los devanados por el giro del motor.

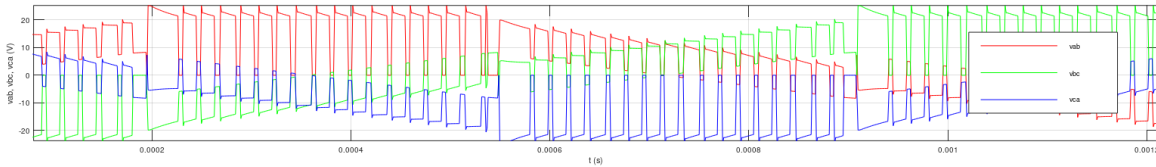


Ilustración 21 Voltaje de los terminales en el ESC

En la Ilustración 19, la última gráfica muestra que se simuló solo un giro mecánico del motor, la cuarta gráfica evidencia que las *rpm* del motor aumentan con el paso del tiempo lo cual coincide con que las *rpm* de la hélice que también aumentan, la tercera gráfica muestra el comportamiento de la fuerza contraelectromotriz como se había propuesto en la Ilustración 13, mostrando la función trapezoidal que define a la fuerza electromotriz de cada devanado, la primera gráfica de esta ilustración está detallada en Ilustración 22 donde se ve como en cada momento sólo dos terminales tienen corriente (uno positiva y el otro negativa), mientras en el otro la corriente es cero. Esto reafirma el correcto funcionamiento del modelo y la validez de los ajustes realizados en el script *adjustEPSstate.m*. Por otro lado, la segunda gráfica donde se muestra el voltaje de cada línea se ve que este nunca pasa el cero, lo que comprueba el correcto funcionamiento del sistema pues la conmutación se da en el momento correcto del ciclo (Ilustración 23).

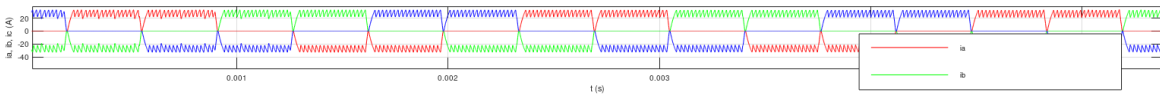


Ilustración 22 Corriente de cada línea del motor

Por otro lado, la Ilustración 23 muestra el voltaje de cada línea del motor. Se observa como la conmutación del ESC hace que se aplique el voltaje de la batería entre dos terminales mientras los transistores conducen o que este voltaje se haga cero cuando el respectivo diodo conduce. Esto ocurre cuando se presenta el ciclo de histéresis de corriente controlado por el ESC. Mientras el ESC excita dos terminales del motor el otro se encuentra desconectado por lo cual su voltaje depende del voltaje inducido en los devanados asociados a este terminal por el giro del motor.

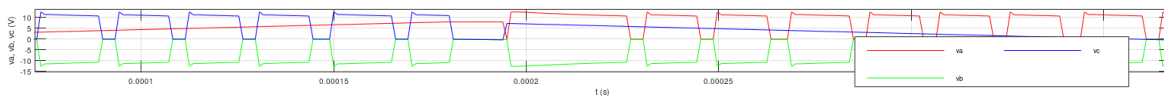


Ilustración 23 Voltaje de cada línea

En general, se evidencia que las gráficas presentadas previamente tienen un comportamiento acorde con lo esperado, lo que demuestra que este modelo permite conocer detalladamente el comportamiento de un sistema de propulsión eléctrico con motor sin escobillas y hélice.

6 CONCLUSIONES

En este trabajo se desarrolló un modelo matemático en espacio de estado del comportamiento dinámico de un sistema de propulsión con motor eléctrico sin escobillas, controlador electrónico del motor (ESC), hélice y batería de Litio polímero (LiPo) completo. Además de modelar matemáticamente cada una de las componentes, se hizo la integración de todo el modelo y se implementó en lenguaje m de Octave. Se desarrollaron simulaciones basadas en la solución numérica del modelo para verificar el comportamiento de este. El modelo incluye el detalle de la conmutación de los transistores y diodos en el puente de transistores que forman la etapa de potencia del controlador del motor, teniendo en cuenta la lógica del lazo de control de corriente. Para simplificar el modelo se asumió un comportamiento ideal para estos componentes de potencia. El modelo obtenido tiene en cuenta la naturaleza híbrida del sistema, de modo que se considera tanto la dinámica continua del motor, la batería y la hélice, como la dinámica de la parte de conmutación del controlador que es discreta. Aunque el modelo no incluye los lazos externos de control de velocidad y torque, es un punto de partida para futuros trabajos donde se valide en modelo con datos experimentales de un sistema real, con el propósito de utilizarlo en estudios de simulación y control de aeronaves con sistema de propulsión eléctrico. El comportamiento encontrado en los resultados de simulación es realista y acorde con el comportamiento común de este tipo de componentes.

El trabajo futuro que se puede realizar a partir de este modelo es amplio y para hacerlo más útil con la intención de usarlo para complementar los modelos de las aeronaves, se debe refinar un poco más el código con el objetivo de disminuir el tiempo de cómputo que consume la simulación.

RECOMENDACIONES

Los resultados obtenidos en este trabajo invitan a continuar indagando en el tema, reconociendo que existe un gran potencial de trabajo futuro, ya que es posible refinar más el código de manera que el modelo pueda ser cada vez más descriptivo sobre el comportamiento del sistema de propulsión eléctrico con motor sin escobillas y hélice. Además, el modelo podrá hacerse más preciso utilizando parámetros reales de los componentes, obtenidos a partir de la estimación de los parámetros del mismo basado en datos experimentales. Este trabajo podrá servir como base para desarrollar el modelo de todo el sistema de control del ESC incluyendo los lazos de control de velocidad y/o torque haciendo este modelo aún más útil para ensamblarlo con modelos completos de aeronaves.

7 REFERENCIAS

- [1] T. J. Wickenheiser, A. K. Sehra, G. T. Seng, J. E. Freeh, and J. J. Berton, "Emissionless aircraft: Requirements and challenges," *AIAA/CAS Int. Air Sp. Symp. Expo. Next 100 Years*, no. X, pp. 1–10, 2003, doi: 10.2514/6.2003-2810.
- [2] ICAO, "ICAO 2019 Environment Report," *2019 Aviat. Environ. Rep.*, vol. 43, no. 3, pp. 21–22, 2019.
- [3] A. S. Gohardani, G. Doulgeris, and R. Singh, "Challenges of future aircraft propulsion: A review of distributed propulsion technology and its potential application for the all electric commercial aircraft," *Prog. Aerosp. Sci.*, vol. 47, no. 5, pp. 369–391, 2011, doi: 10.1016/j.paerosci.2010.09.001.
- [4] NASA, "Solar Impulse To Fly Across America." <https://sservi.nasa.gov/articles/solar-impulse-to-fly-across-america/> (accessed Jun. 23, 2020).
- [5] NASA, "X-57." <https://www.nasa.gov/specials/X57/x-57.html> (accessed Jun. 23, 2020).
- [6] Wright, "Wright blog." <https://weflywright.com/updates/> (accessed Jun. 23, 2020).
- [7] Magnix, "Largest commercial all electric passenger aircraft takes to the skies." <https://www.magnix.aero/news/> (accessed Jun. 23, 2020).
- [8] AIRBUS S.A.S, "E-Fan X." <https://www.airbus.com/innovation/future-technology/electric-flight/e-fan-x.html> (accessed Jun. 23, 2020).
- [9] S. Zoroofi, "Modeling and Simulation of Vehicular Power Systems," *CHALMERS*, 2008, doi: 10.2514/6.1987-9309.
- [10] G. Eirea, F. Chiaramello, F. Souza, and S. Negrin, "Simulacion de un Sistema de Propulsion Eléctrico para EV," *lie.Fing.Edu.Uy*, pp. 1–4, 2012, [Online]. Available: <https://iie.fing.edu.uy/~geirea/pub/tdla2012.pdf>.
- [11] M. M. and M. V. R. Iglesias, A. Lago, A. Nogueiras, C. Martínez-Peñalver, J. Marcos, C. Quitans, "Modelado y simulación de una batería de Ion-Litio comercial multicelda.," no. November 2016, pp. 464–469, 2015.
- [12] M. Chen and G. A. Rincón-Mora, "Accurate electrical battery model capable of predicting runtime and I-V performance," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 21, no. 2, pp. 504–511, 2006, doi: 10.1109/TEC.2006.874229.
- [13] D. W. Dees, V. S. Battaglia, and A. Bélanger, "Electrochemical modeling of lithium polymer batteries," *J. Power Sources*, vol. 110, no. 1, pp. 310–320, 2002, doi: 10.1016/s0378-7753(02)00193-3.
- [14] J. M. Cotte Corredor and A. F. Moreno Pineda, "Diseño de control robusto de velocidad de motores brushless para robótica aérea," p. 100, 2010, [Online]. Available: <http://www.bdigital.unal.edu.co/1896/>.
- [15] D. L. Gabriel, J. Meyer, and F. Du Plessis, "Brushless DC motor characterisation and selection for a fixed wing UAV," *IEEE AFRICON Conf.*, no. September, pp. 13–15, 2011, doi: 10.1109/AFRCON.2011.6072087.

- [16] B. K. Lee and M. Ehsani, "Advanced simulation model for brushless DC motor drives," *Electr. Power Components Syst.*, vol. 31, no. 9, pp. 841–868, 2003, doi: 10.1080/15325000390227191.
- [17] P. Pillay and R. Krishnan, "Modeling, Simulation, and Analysis of Permanent-Magnet Motor Drives, Part II: The Brushless DC Motor Drive," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 25, no. 2, p. 6, 1989, doi: 0093-9994/89/0300-0274.
- [18] J. A. Becerra-Vargas, F. E. Moreno-García, J. J. Quiroz-Omaña, and D. Bautista-Arias, "Estimación de parámetros y modelo de caja negra de un motor CD sin escobillas," *TecnoLógicas*, vol. 17, no. 33, p. 55, 2014, doi: 10.22430/22565337.546.
- [19] M. S. Hussin, M. N. Azuwir, and Y. N. Zaiiazmin, "Modeling and validation of brushless DC motor," *2011 4th Int. Conf. Model. Simul. Appl. Optim. ICMSAO 2011*, pp. 0–3, 2011, doi: 10.1109/ICMSAO.2011.5775620.
- [20] G. Prasad, N. S. Ramya, P. V. N. Prasad, and G. T. R. Das, "Modelling and Simulation Analysis of the Brushless DC Motor by using MATLAB," *Ijitee*, vol. 1, no. 5, pp. 27–31, 2012.
- [21] H. González, M. Suell, M. Morales, and O. Lengerke, "DISEÑO MECATRÓNICO DE UN CONTROLADOR DE VELOCIDAD IMPLEMENTADO EN UN ROBOT MÓVIL DE TRACCIÓN SÍNCRONA," *8º Congr. Iberoam. Ing. Mec.*, no. 18, p. 9, 2007.
- [22] A. Castillo Rueda, "Diseño y fabricación de un longboard eléctrico," 2018.
- [23] J. P. Barnes, "Math modeling of propeller geometry and aerodynamics," *SAE Tech. Pap.*, no. 724, 1999, doi: 10.4271/1999-01-1581.
- [24] P. M. Sforza, "Propellers," in *Theory of Aerospace Propulsion*, 2017, pp. 487–524.
- [25] B. McCormick, *Aerodynamics, Aeronautics and Flight Mechanics*, no. 1. 1994.
- [26] M. Hepperle, "Electric Flight – Potential and Limitations," *Ger. Aerosp. Cent.*, 2009, [Online]. Available: <https://nag.aero/wp-content/uploads/2018/05/MP-AVT-209-09-Electric-Flight-Potential-and-Limitations.pdf>.
- [27] D. Thisdell, "The magic number that makes electric flight viable," *FlightGlobal*, 2020, [Online]. Available: <https://www.flightglobal.com/business-aviation/the-magic-number-that-makes-electric-flight-viable/140050.article>.
- [28] M. Crittenden, "With Ultralight Lithium-Sulfur Batteries, Electric Airplanes Could Finally Take Off," *IEEE Spectr.*, 2020, [Online]. Available: <https://spectrum.ieee.org/aerospace/aviation/with-ultralight-lithiumsulfur-batteries-electric-airplanes-could-finally-take-off>.
- [29] D. Sigler, "H3X – A Motor with High Power Density," *Sustain. Ski.*, 2020, [Online]. Available: <http://sustainableskies.org/h3x-motor-high-power-density/> .
- [30] I. Zhao and Y. Yu, "Brushless DC Motor Fundamentals Application Note," *MPS*, 2011, [Online]. Available: https://www.monolithicpower.com/pub/media/document/Brushless_DC_Motor_Fundamentals.pdf.

- [31] Eric, "RC LIPO BATTERY GUIDE: EXPLANATION, SAFETY, AND CARE," 2017. <http://learningrc.com/lipo-battery/> (accessed Nov. 07, 2020).
- [32] A. Propellers, "PERFORMANCE DATA," 2020. <https://www.apcprop.com/technical-information/performance-data/>.

8 ANEXO 1

DATOS DE DESEMPEÑO HÉLICE APC 15x6E [32]

PROP RPM = 1000

V	J	Pe	Ct	Cp	PWR	Torque	Thrust
(mph)	(Adv Ratio)				(Hp)	(In-Lbf)	(Lbf)
0.0	0.00	0.0000	0.0801	0.0269	0.002	0.103	0.129
0.3	0.02	0.0594	0.0787	0.0270	0.002	0.104	0.127
0.6	0.04	0.1160	0.0772	0.0271	0.002	0.104	0.125
0.9	0.06	0.1698	0.0756	0.0272	0.002	0.105	0.122
1.2	0.08	0.2207	0.0740	0.0273	0.002	0.105	0.119
1.4	0.10	0.2687	0.0722	0.0274	0.002	0.105	0.116
1.7	0.12	0.3137	0.0703	0.0274	0.002	0.105	0.113
2.0	0.14	0.3558	0.0683	0.0274	0.002	0.105	0.110
2.3	0.16	0.3949	0.0662	0.0273	0.002	0.105	0.107
2.6	0.18	0.4310	0.0640	0.0272	0.002	0.105	0.103
2.9	0.20	0.4641	0.0617	0.0270	0.002	0.104	0.099
3.2	0.22	0.4942	0.0592	0.0268	0.002	0.103	0.095
3.5	0.24	0.5214	0.0566	0.0265	0.002	0.102	0.091
3.8	0.26	0.5457	0.0539	0.0262	0.002	0.101	0.087
4.0	0.28	0.5670	0.0511	0.0257	0.002	0.099	0.082
4.3	0.31	0.5856	0.0482	0.0251	0.002	0.097	0.078
4.6	0.33	0.6022	0.0452	0.0245	0.001	0.094	0.073
4.9	0.35	0.6161	0.0422	0.0237	0.001	0.091	0.068
5.2	0.37	0.6281	0.0390	0.0228	0.001	0.088	0.063
5.5	0.39	0.6374	0.0358	0.0217	0.001	0.084	0.058
5.8	0.41	0.6443	0.0325	0.0206	0.001	0.079	0.052
6.1	0.43	0.6480	0.0292	0.0192	0.001	0.074	0.047
6.4	0.45	0.6494	0.0257	0.0177	0.001	0.068	0.042
6.7	0.47	0.6454	0.0222	0.0161	0.001	0.062	0.036
6.9	0.49	0.6332	0.0187	0.0144	0.001	0.055	0.030
7.2	0.51	0.6089	0.0151	0.0126	0.001	0.048	0.024
7.5	0.53	0.5658	0.0114	0.0107	0.001	0.041	0.018
7.8	0.55	0.4867	0.0077	0.0086	0.001	0.033	0.012
8.1	0.57	0.3314	0.0038	0.0066	0.000	0.025	0.006
8.4	0.59	-0.0019	0.0000	0.0048	0.000	0.018	0.000

PROP RPM = 2000

V	J	Pe	Ct	Cp	PWR	Torque	Thrust
(mph)	(Adv Ratio)				(Hp)	(In-Lbf)	(Lbf)
0.0	0.00	0.0000	0.0802	0.0269	0.013	0.415	0.518
0.6	0.02	0.0593	0.0788	0.0271	0.013	0.417	0.509
1.2	0.04	0.1159	0.0774	0.0272	0.013	0.418	0.499
1.7	0.06	0.1697	0.0758	0.0273	0.013	0.420	0.489
2.3	0.08	0.2206	0.0741	0.0274	0.013	0.421	0.478
2.9	0.10	0.2686	0.0723	0.0274	0.013	0.422	0.467
3.5	0.12	0.3136	0.0704	0.0274	0.013	0.422	0.454
4.0	0.14	0.3557	0.0685	0.0274	0.013	0.422	0.442
4.6	0.16	0.3948	0.0663	0.0274	0.013	0.421	0.428
5.2	0.18	0.4309	0.0641	0.0273	0.013	0.420	0.414
5.8	0.20	0.4641	0.0618	0.0271	0.013	0.417	0.399
6.4	0.22	0.4942	0.0593	0.0269	0.013	0.414	0.383
6.9	0.24	0.5214	0.0567	0.0266	0.013	0.409	0.366
7.5	0.26	0.5457	0.0540	0.0262	0.013	0.403	0.349
8.1	0.28	0.5671	0.0512	0.0257	0.013	0.396	0.330
8.7	0.31	0.5857	0.0483	0.0252	0.012	0.388	0.312
9.3	0.33	0.6022	0.0453	0.0245	0.012	0.377	0.292
9.8	0.35	0.6161	0.0422	0.0237	0.012	0.365	0.273
10.4	0.37	0.6282	0.0391	0.0228	0.011	0.351	0.252
11.0	0.39	0.6376	0.0359	0.0218	0.011	0.335	0.232
11.6	0.41	0.6444	0.0326	0.0206	0.010	0.317	0.210
12.1	0.43	0.6481	0.0292	0.0193	0.009	0.297	0.189
12.7	0.45	0.6495	0.0258	0.0178	0.009	0.274	0.166
13.3	0.47	0.6456	0.0223	0.0162	0.008	0.249	0.144
13.9	0.49	0.6334	0.0187	0.0144	0.007	0.222	0.121
14.5	0.51	0.6093	0.0151	0.0126	0.006	0.194	0.097
15.0	0.53	0.5663	0.0114	0.0107	0.005	0.164	0.074
15.6	0.55	0.4873	0.0077	0.0087	0.004	0.133	0.049
16.2	0.57	0.3321	0.0039	0.0066	0.003	0.102	0.025
16.8	0.59	-0.0022	0.0000	0.0048	0.002	0.073	0.000

PROP RPM = 3000

V	J	Pe	Ct	Cp	PWR	Torque	Thrust
(mph)	(Adv Ratio)				(Hp)	(In-Lbf)	(Lbf)
0.0	0.00	0.0000	0.0803	0.0269	0.044	0.932	1.165
0.9	0.02	0.0595	0.0789	0.0270	0.045	0.937	1.145
1.7	0.04	0.1161	0.0774	0.0272	0.045	0.941	1.123
2.6	0.06	0.1700	0.0758	0.0273	0.045	0.944	1.100
3.5	0.08	0.2210	0.0741	0.0273	0.045	0.947	1.076
4.3	0.10	0.2691	0.0724	0.0274	0.045	0.949	1.050
5.2	0.12	0.3143	0.0705	0.0274	0.045	0.950	1.023
6.1	0.14	0.3565	0.0685	0.0274	0.045	0.949	0.994
6.9	0.16	0.3957	0.0664	0.0273	0.045	0.947	0.964
7.8	0.18	0.4320	0.0642	0.0272	0.045	0.944	0.932
8.7	0.20	0.4652	0.0618	0.0271	0.045	0.938	0.897
9.5	0.22	0.4956	0.0594	0.0268	0.044	0.930	0.862
10.4	0.24	0.5230	0.0568	0.0266	0.044	0.920	0.824
11.3	0.26	0.5475	0.0541	0.0262	0.043	0.907	0.785
12.2	0.29	0.5692	0.0513	0.0257	0.042	0.891	0.745
13.0	0.31	0.5880	0.0484	0.0252	0.041	0.872	0.703
13.9	0.33	0.6049	0.0454	0.0245	0.040	0.848	0.660
14.8	0.35	0.6192	0.0424	0.0237	0.039	0.822	0.615
15.6	0.37	0.6315	0.0393	0.0228	0.038	0.790	0.570
16.5	0.39	0.6411	0.0360	0.0218	0.036	0.754	0.523
17.4	0.41	0.6482	0.0328	0.0206	0.034	0.713	0.475
18.2	0.43	0.6522	0.0294	0.0193	0.032	0.667	0.426
19.1	0.45	0.6537	0.0259	0.0178	0.029	0.615	0.376
20.0	0.47	0.6500	0.0224	0.0161	0.027	0.559	0.325
20.8	0.49	0.6377	0.0188	0.0144	0.024	0.498	0.272
21.7	0.51	0.6133	0.0151	0.0125	0.021	0.435	0.219
22.6	0.53	0.5695	0.0114	0.0106	0.017	0.367	0.165
23.4	0.55	0.4891	0.0076	0.0086	0.014	0.298	0.111
24.3	0.57	0.3323	0.0038	0.0066	0.011	0.228	0.056
25.2	0.59	-0.0016	0.0000	0.0047	0.008	0.163	0.000

PROP RPM = 4000

V	J	Pe	Ct	Cp	PWR	Torque	Thrust
(mph)	(Adv Ratio)				(Hp)	(In-Lbf)	(Lbf)
0.0	0.00	0.0000	0.0806	0.0261	0.102	1.606	2.079
1.2	0.02	0.0615	0.0792	0.0262	0.103	1.616	2.043
2.3	0.04	0.1200	0.0777	0.0264	0.103	1.624	2.005
3.5	0.06	0.1757	0.0761	0.0265	0.103	1.630	1.964
4.6	0.08	0.2284	0.0745	0.0265	0.104	1.635	1.921
5.8	0.10	0.2781	0.0727	0.0266	0.104	1.638	1.875
6.9	0.12	0.3250	0.0708	0.0266	0.104	1.639	1.826
8.1	0.14	0.3689	0.0688	0.0266	0.104	1.637	1.775
9.3	0.16	0.4100	0.0667	0.0265	0.104	1.631	1.720
10.4	0.18	0.4483	0.0644	0.0263	0.103	1.622	1.663
11.6	0.20	0.4838	0.0621	0.0261	0.102	1.610	1.602
12.7	0.22	0.5164	0.0596	0.0259	0.101	1.593	1.539
13.9	0.24	0.5460	0.0570	0.0255	0.100	1.572	1.472
15.0	0.26	0.5729	0.0543	0.0251	0.098	1.546	1.402
16.2	0.28	0.5971	0.0515	0.0246	0.096	1.514	1.329
17.3	0.31	0.6187	0.0486	0.0240	0.094	1.477	1.253
18.5	0.33	0.6380	0.0456	0.0233	0.091	1.433	1.176
19.7	0.35	0.6546	0.0425	0.0225	0.088	1.384	1.096
20.8	0.37	0.6680	0.0393	0.0216	0.084	1.329	1.015
22.0	0.39	0.6781	0.0361	0.0206	0.081	1.269	0.932
23.1	0.41	0.6861	0.0328	0.0195	0.076	1.199	0.847
24.3	0.43	0.6907	0.0294	0.0182	0.071	1.122	0.759
25.4	0.45	0.6920	0.0260	0.0168	0.066	1.036	0.670
26.6	0.47	0.6875	0.0224	0.0153	0.060	0.942	0.579
27.8	0.49	0.6739	0.0188	0.0137	0.053	0.842	0.486
28.9	0.51	0.6480	0.0152	0.0119	0.047	0.735	0.392
30.1	0.53	0.6016	0.0115	0.0101	0.039	0.621	0.296
31.2	0.55	0.5166	0.0077	0.0082	0.032	0.504	0.198
32.4	0.57	0.3518	0.0039	0.0063	0.024	0.386	0.100
33.5	0.59	-0.0008	0.0000	0.0045	0.017	0.274	0.000

PROP RPM = 5000

V	J	Pe	Ct	Cp	PWR	Torque	Thrust
(mph)	(Adv Ratio)				(Hp)	(In-Lbf)	(Lbf)
0.0	0.00	0.0000	0.0810	0.0256	0.196	2.465	3.264
1.4	0.02	0.0628	0.0796	0.0258	0.197	2.481	3.208
2.9	0.04	0.1227	0.0781	0.0259	0.198	2.494	3.148
4.3	0.06	0.1796	0.0765	0.0260	0.199	2.504	3.085
5.8	0.08	0.2336	0.0748	0.0261	0.199	2.511	3.017
7.2	0.10	0.2846	0.0730	0.0261	0.199	2.514	2.945
8.7	0.12	0.3328	0.0711	0.0261	0.199	2.513	2.868
10.1	0.14	0.3781	0.0691	0.0261	0.199	2.508	2.787
11.6	0.16	0.4207	0.0670	0.0259	0.198	2.496	2.702
13.0	0.18	0.4607	0.0648	0.0258	0.197	2.479	2.612
14.5	0.20	0.4980	0.0624	0.0255	0.195	2.455	2.516
15.9	0.22	0.5325	0.0599	0.0252	0.192	2.426	2.416
17.3	0.24	0.5641	0.0573	0.0248	0.190	2.390	2.312
18.8	0.26	0.5930	0.0546	0.0244	0.186	2.345	2.202
20.2	0.28	0.6194	0.0518	0.0238	0.182	2.291	2.086
21.7	0.31	0.6433	0.0488	0.0232	0.177	2.229	1.968
23.1	0.33	0.6650	0.0458	0.0224	0.171	2.158	1.846
24.6	0.35	0.6839	0.0427	0.0216	0.165	2.078	1.721
26.0	0.37	0.6981	0.0395	0.0207	0.158	1.995	1.593
27.5	0.39	0.7091	0.0363	0.0198	0.151	1.903	1.462
28.9	0.41	0.7175	0.0329	0.0187	0.143	1.799	1.328
30.4	0.43	0.7226	0.0296	0.0175	0.133	1.683	1.191
31.8	0.45	0.7242	0.0261	0.0161	0.123	1.553	1.052
33.2	0.47	0.7189	0.0225	0.0147	0.112	1.413	0.909
34.7	0.49	0.7044	0.0189	0.0131	0.100	1.264	0.763
36.1	0.51	0.6775	0.0153	0.0115	0.088	1.103	0.615
37.6	0.53	0.6292	0.0115	0.0097	0.074	0.932	0.464
39.0	0.55	0.5416	0.0077	0.0078	0.060	0.755	0.312
40.5	0.57	0.3683	0.0039	0.0060	0.046	0.576	0.156
41.9	0.59	-0.0041	0.0000	0.0042	0.032	0.406	-0.001

PROP RPM = 6000

V	J	Pe	Ct	Cp	PWR	Torque	Thrust
(mph)	(Adv Ratio)				(Hp)	(In-Lbf)	(Lbf)
0.0	0.00	0.0000	0.0820	0.0277	0.365	3.834	4.758
1.7	0.02	0.0595	0.0805	0.0275	0.363	3.817	4.675
3.5	0.04	0.1174	0.0790	0.0274	0.362	3.798	4.587
5.2	0.06	0.1734	0.0774	0.0273	0.360	3.778	4.492
6.9	0.08	0.2274	0.0757	0.0271	0.358	3.756	4.392
8.7	0.10	0.2792	0.0738	0.0269	0.355	3.732	4.286
10.4	0.12	0.3286	0.0719	0.0267	0.353	3.704	4.173
12.1	0.14	0.3755	0.0698	0.0265	0.350	3.673	4.053
13.9	0.16	0.4199	0.0676	0.0262	0.346	3.638	3.927
15.6	0.18	0.4617	0.0654	0.0259	0.342	3.596	3.794
17.4	0.20	0.5008	0.0629	0.0256	0.338	3.548	3.654
19.1	0.22	0.5370	0.0604	0.0252	0.333	3.493	3.508
20.8	0.24	0.5702	0.0578	0.0248	0.327	3.432	3.354
22.6	0.26	0.6005	0.0550	0.0242	0.320	3.360	3.193
24.3	0.29	0.6281	0.0521	0.0236	0.312	3.278	3.025
26.0	0.31	0.6530	0.0491	0.0230	0.303	3.185	2.852
27.8	0.33	0.6757	0.0461	0.0222	0.293	3.079	2.675
29.5	0.35	0.6958	0.0429	0.0214	0.282	2.961	2.493
31.2	0.37	0.7115	0.0397	0.0205	0.270	2.838	2.307
33.0	0.39	0.7240	0.0365	0.0195	0.257	2.701	2.117
34.7	0.41	0.7339	0.0331	0.0184	0.243	2.548	1.923
36.4	0.43	0.7405	0.0297	0.0172	0.226	2.379	1.725
38.2	0.45	0.7435	0.0262	0.0158	0.208	2.190	1.522
39.9	0.47	0.7397	0.0226	0.0143	0.189	1.988	1.315
41.7	0.49	0.7261	0.0190	0.0128	0.169	1.774	1.104
43.4	0.51	0.7000	0.0153	0.0111	0.147	1.543	0.889
45.1	0.53	0.6532	0.0116	0.0094	0.124	1.299	0.671
46.9	0.55	0.5656	0.0078	0.0075	0.099	1.045	0.450
48.6	0.57	0.3897	0.0039	0.0057	0.075	0.790	0.226
50.3	0.59	-0.0023	0.0000	0.0039	0.052	0.546	-0.001

PROP RPM = 7000

V	J	Pe	Ct	Cp	PWR	Torque	Thrust
(mph)	(Adv Ratio)				(Hp)	(In-Lbf)	(Lbf)
0.0	0.00	0.0000	0.0831	0.0296	0.620	5.587	6.567
2.0	0.02	0.0569	0.0816	0.0292	0.612	5.514	6.451
4.1	0.04	0.1131	0.0801	0.0289	0.605	5.443	6.328
6.1	0.06	0.1683	0.0784	0.0285	0.597	5.371	6.196
8.1	0.08	0.2221	0.0766	0.0281	0.589	5.304	6.056
10.1	0.10	0.2744	0.0748	0.0278	0.581	5.236	5.907
12.2	0.12	0.3247	0.0728	0.0274	0.574	5.167	5.750
14.2	0.14	0.3729	0.0707	0.0270	0.566	5.096	5.583
16.2	0.16	0.4188	0.0684	0.0266	0.558	5.023	5.407
18.2	0.18	0.4621	0.0661	0.0262	0.549	4.946	5.222
20.3	0.20	0.5027	0.0636	0.0258	0.540	4.863	5.027
22.3	0.22	0.5405	0.0610	0.0253	0.530	4.774	4.823
24.3	0.24	0.5751	0.0583	0.0248	0.520	4.679	4.610
26.3	0.26	0.6066	0.0555	0.0242	0.508	4.573	4.388
28.4	0.29	0.6353	0.0526	0.0236	0.495	4.454	4.156
30.4	0.31	0.6611	0.0496	0.0229	0.480	4.323	3.918
32.4	0.33	0.6847	0.0465	0.0221	0.464	4.176	3.675
34.4	0.35	0.7058	0.0433	0.0213	0.446	4.012	3.425
36.5	0.37	0.7231	0.0401	0.0203	0.426	3.836	3.169
38.5	0.39	0.7371	0.0368	0.0193	0.405	3.645	2.908
40.5	0.41	0.7483	0.0334	0.0182	0.381	3.432	2.640
42.5	0.43	0.7563	0.0300	0.0169	0.355	3.196	2.367
44.6	0.45	0.7608	0.0264	0.0156	0.326	2.936	2.088
46.6	0.47	0.7584	0.0228	0.0141	0.295	2.660	1.804
48.6	0.49	0.7459	0.0191	0.0125	0.263	2.366	1.512
50.6	0.51	0.7206	0.0154	0.0109	0.228	2.051	1.216
52.7	0.53	0.6754	0.0116	0.0091	0.191	1.721	0.919
54.7	0.55	0.5886	0.0078	0.0073	0.153	1.376	0.617
56.7	0.57	0.4072	0.0039	0.0054	0.114	1.027	0.307
58.7	0.59	-0.0022	0.0000	0.0037	0.077	0.698	-0.001

PROP RPM = 8000

V	J	Pe	Ct	Cp	PWR	Torque	Thrust
---	---	----	----	----	-----	--------	--------

(mph)	(Adv Ratio)				(Hp)	(In-Lbf)	(Lbf)
0.0	0.00	0.0000	0.0844	0.0315	0.986	7.771	8.714
2.3	0.02	0.0546	0.0829	0.0309	0.967	7.617	8.559
4.6	0.04	0.1093	0.0813	0.0303	0.948	7.470	8.394
6.9	0.06	0.1636	0.0796	0.0297	0.930	7.325	8.217
9.3	0.08	0.2172	0.0778	0.0292	0.913	7.190	8.030
11.6	0.10	0.2697	0.0759	0.0286	0.896	7.057	7.829
13.9	0.12	0.3208	0.0738	0.0281	0.879	6.928	7.618
16.2	0.14	0.3701	0.0717	0.0276	0.863	6.802	7.395
18.5	0.16	0.4171	0.0694	0.0271	0.848	6.677	7.160
20.8	0.18	0.4617	0.0670	0.0266	0.832	6.552	6.912
23.1	0.20	0.5036	0.0644	0.0261	0.815	6.423	6.652
25.5	0.22	0.5426	0.0618	0.0255	0.798	6.289	6.380
27.8	0.24	0.5785	0.0591	0.0250	0.780	6.149	6.096
30.1	0.26	0.6112	0.0562	0.0243	0.761	5.998	5.800
32.4	0.29	0.6408	0.0532	0.0237	0.741	5.834	5.492
34.7	0.31	0.6676	0.0502	0.0230	0.718	5.657	5.178
37.0	0.33	0.6920	0.0471	0.0222	0.693	5.460	4.857
39.3	0.35	0.7141	0.0439	0.0213	0.665	5.240	4.527
41.7	0.37	0.7329	0.0406	0.0203	0.635	5.002	4.188
44.0	0.39	0.7483	0.0372	0.0193	0.602	4.743	3.842
46.3	0.41	0.7609	0.0338	0.0181	0.566	4.460	3.490
48.6	0.43	0.7704	0.0303	0.0168	0.526	4.146	3.128
50.9	0.45	0.7763	0.0267	0.0154	0.483	3.804	2.760
53.2	0.47	0.7754	0.0231	0.0139	0.436	3.437	2.383
55.5	0.49	0.7646	0.0194	0.0124	0.387	3.053	2.000
57.9	0.51	0.7405	0.0156	0.0107	0.335	2.640	1.608
60.2	0.53	0.6958	0.0117	0.0089	0.279	2.196	1.209
62.5	0.55	0.6071	0.0078	0.0070	0.220	1.734	0.802
64.8	0.57	0.4304	0.0040	0.0053	0.165	1.298	0.410
67.1	0.59	-0.0026	0.0000	0.0035	0.110	0.867	-0.002

PROP RPM = 9000

V	J	Pe	Ct	Cp	PWR	Torque	Thrust
(mph)	(Adv Ratio)				(Hp)	(In-Lbf)	(Lbf)

0.0	0.00	0.0000	0.0860	0.0336	1.495	10.472	11.235
2.6	0.02	0.0525	0.0845	0.0327	1.456	10.197	11.034
5.2	0.04	0.1057	0.0828	0.0319	1.419	9.938	10.818
7.8	0.06	0.1590	0.0811	0.0311	1.384	9.695	10.588
10.4	0.08	0.2122	0.0792	0.0303	1.351	9.463	10.344
13.0	0.10	0.2647	0.0772	0.0296	1.320	9.243	10.084
15.6	0.12	0.3162	0.0751	0.0290	1.290	9.033	9.809
18.2	0.14	0.3662	0.0729	0.0283	1.261	8.831	9.519
20.8	0.16	0.4142	0.0705	0.0277	1.233	8.637	9.214
23.4	0.18	0.4599	0.0681	0.0271	1.206	8.446	8.892
26.0	0.20	0.5029	0.0655	0.0265	1.179	8.256	8.555
28.6	0.22	0.5430	0.0628	0.0259	1.152	8.065	8.203
31.2	0.24	0.5800	0.0600	0.0252	1.124	7.869	7.837
33.8	0.26	0.6137	0.0571	0.0246	1.095	7.665	7.456
36.4	0.28	0.6444	0.0541	0.0239	1.063	7.446	7.062
39.0	0.30	0.6720	0.0510	0.0231	1.030	7.214	6.659
41.6	0.33	0.6974	0.0478	0.0223	0.993	6.957	6.248
44.2	0.35	0.7203	0.0446	0.0214	0.953	6.673	5.826
46.8	0.37	0.7405	0.0413	0.0204	0.909	6.363	5.394
49.4	0.39	0.7574	0.0379	0.0193	0.861	6.028	4.951
52.0	0.41	0.7715	0.0344	0.0181	0.808	5.658	4.497
54.6	0.43	0.7825	0.0309	0.0168	0.750	5.254	4.034
57.2	0.45	0.7901	0.0273	0.0154	0.687	4.811	3.560
59.8	0.47	0.7912	0.0236	0.0139	0.620	4.344	3.079
62.4	0.49	0.7826	0.0198	0.0123	0.550	3.851	2.587
65.0	0.51	0.7607	0.0160	0.0107	0.476	3.332	2.089
67.6	0.53	0.7195	0.0121	0.0089	0.395	2.769	1.579
70.2	0.55	0.6358	0.0081	0.0070	0.312	2.182	1.059
72.8	0.57	0.4542	0.0041	0.0051	0.228	1.595	0.533
75.4	0.59	-0.0029	0.0000	0.0034	0.152	1.065	-0.002

PROP RPM = 10000

V	J	Pe	Ct	Cp	PWR	Torque	Thrust
(mph)	(Adv Ratio)				(Hp)	(In-Lbf)	(Lbf)
0.0	0.00	0.0000	0.0877	0.0354	2.160	13.615	14.150

2.9	0.02	0.0511	0.0862	0.0343	2.093	13.193	13.895
5.8	0.04	0.1033	0.0845	0.0332	2.031	12.801	13.620
8.7	0.06	0.1560	0.0827	0.0323	1.974	12.441	13.329
11.6	0.08	0.2089	0.0807	0.0314	1.920	12.098	13.019
14.4	0.10	0.2614	0.0787	0.0306	1.869	11.779	12.690
17.3	0.12	0.3132	0.0765	0.0298	1.821	11.474	12.341
20.2	0.14	0.3636	0.0742	0.0291	1.775	11.187	11.974
23.1	0.16	0.4123	0.0718	0.0283	1.731	10.911	11.586
26.0	0.18	0.4586	0.0693	0.0277	1.689	10.648	11.180
28.9	0.20	0.5024	0.0667	0.0270	1.648	10.389	10.754
31.8	0.22	0.5431	0.0639	0.0263	1.608	10.133	10.309
34.7	0.24	0.5807	0.0611	0.0256	1.567	9.875	9.846
37.5	0.26	0.6152	0.0581	0.0250	1.524	9.607	9.367
40.4	0.28	0.6464	0.0550	0.0242	1.480	9.325	8.872
43.3	0.30	0.6748	0.0519	0.0234	1.432	9.026	8.366
46.2	0.33	0.7009	0.0487	0.0226	1.380	8.697	7.850
49.1	0.35	0.7245	0.0454	0.0216	1.322	8.335	7.319
52.0	0.37	0.7456	0.0420	0.0206	1.260	7.939	6.776
54.9	0.39	0.7637	0.0386	0.0195	1.192	7.510	6.220
57.8	0.41	0.7789	0.0350	0.0183	1.117	7.042	5.651
60.6	0.43	0.7910	0.0314	0.0170	1.037	6.533	5.070
63.5	0.45	0.7996	0.0278	0.0155	0.948	5.977	4.476
66.4	0.47	0.8018	0.0240	0.0140	0.854	5.385	3.868
69.3	0.49	0.7947	0.0201	0.0124	0.756	4.763	3.249
72.2	0.51	0.7742	0.0163	0.0107	0.652	4.109	2.622
75.1	0.53	0.7350	0.0123	0.0089	0.541	3.408	1.985
78.0	0.55	0.6532	0.0083	0.0069	0.424	2.674	1.333
80.9	0.57	0.4704	0.0042	0.0050	0.307	1.937	0.671
83.7	0.59	-0.0024	0.0000	0.0033	0.203	1.279	-0.002

PROP RPM = 11000

V	J	Pe	Ct	Cp	PWR	Torque	Thrust
(mph)	(Adv Ratio)				(Hp)	(In-Lbf)	(Lbf)
0.0	0.00	0.0000	0.0893	0.0347	2.818	16.145	17.431
3.2	0.02	0.0529	0.0877	0.0337	2.743	15.719	17.120

6.4	0.04	0.1063	0.0860	0.0329	2.675	15.329	16.787
9.5	0.06	0.1598	0.0842	0.0321	2.613	14.972	16.430
12.7	0.08	0.2129	0.0823	0.0314	2.555	14.640	16.052
15.9	0.10	0.2653	0.0802	0.0307	2.499	14.320	15.650
19.1	0.12	0.3166	0.0780	0.0301	2.445	14.008	15.224
22.2	0.14	0.3663	0.0757	0.0294	2.392	13.708	14.775
25.4	0.16	0.4141	0.0733	0.0288	2.342	13.417	14.303
28.6	0.18	0.4595	0.0707	0.0282	2.291	13.128	13.805
31.8	0.20	0.5023	0.0681	0.0276	2.241	12.841	13.284
35.0	0.22	0.5423	0.0653	0.0269	2.190	12.546	12.739
38.1	0.24	0.5794	0.0624	0.0263	2.136	12.241	12.173
41.3	0.26	0.6136	0.0594	0.0256	2.080	11.917	11.585
44.5	0.28	0.6449	0.0562	0.0248	2.019	11.569	10.975
47.7	0.31	0.6735	0.0530	0.0240	1.954	11.193	10.350
50.8	0.33	0.6999	0.0498	0.0231	1.881	10.779	9.711
54.0	0.35	0.7240	0.0464	0.0222	1.802	10.325	9.056
57.2	0.37	0.7457	0.0430	0.0211	1.716	9.830	8.387
60.4	0.39	0.7646	0.0395	0.0200	1.622	9.295	7.703
63.6	0.41	0.7804	0.0359	0.0187	1.521	8.712	7.001
66.7	0.43	0.7930	0.0322	0.0174	1.411	8.085	6.288
69.9	0.45	0.8018	0.0285	0.0159	1.291	7.399	5.554
73.1	0.47	0.8048	0.0246	0.0143	1.163	6.665	4.804
76.3	0.49	0.7994	0.0207	0.0126	1.027	5.885	4.037
79.4	0.51	0.7815	0.0167	0.0109	0.883	5.062	3.259
82.6	0.53	0.7448	0.0126	0.0090	0.729	4.179	2.466
85.8	0.55	0.6659	0.0085	0.0070	0.570	3.265	1.658
89.0	0.57	0.4843	0.0043	0.0050	0.410	2.346	0.836
92.2	0.59	-0.0019	0.0000	0.0033	0.267	1.527	-0.002

PROP RPM = 12000

V	J	Pe	Ct	Cp	PWR	Torque	Thrust
(mph)	(Adv Ratio)				(Hp)	(In-Lbf)	(Lbf)
0.0	0.00	0.0000	0.0921	0.0359	3.786	19.886	21.385
3.5	0.02	0.0535	0.0904	0.0344	3.632	19.078	20.992
6.9	0.04	0.1082	0.0886	0.0334	3.521	18.494	20.574

10.4	0.06	0.1626	0.0867	0.0326	3.439	18.061	20.129
13.9	0.08	0.2158	0.0846	0.0320	3.374	17.720	19.657
17.4	0.10	0.2679	0.0825	0.0314	3.312	17.394	19.156
20.8	0.12	0.3185	0.0802	0.0308	3.250	17.071	18.629
24.3	0.14	0.3676	0.0778	0.0302	3.187	16.737	18.069
27.8	0.16	0.4146	0.0753	0.0296	3.125	16.411	17.486
31.3	0.18	0.4593	0.0727	0.0290	3.063	16.086	16.878
34.7	0.20	0.5014	0.0699	0.0284	3.000	15.758	16.242
38.2	0.22	0.5407	0.0671	0.0278	2.935	15.417	15.580
41.7	0.24	0.5773	0.0641	0.0272	2.866	15.053	14.890
45.1	0.26	0.6114	0.0610	0.0264	2.791	14.657	14.172
48.6	0.29	0.6428	0.0578	0.0257	2.708	14.223	13.426
52.1	0.31	0.6717	0.0545	0.0248	2.618	13.751	12.659
55.6	0.33	0.6984	0.0511	0.0239	2.519	13.233	11.874
59.0	0.35	0.7229	0.0477	0.0228	2.411	12.662	11.070
62.5	0.37	0.7452	0.0441	0.0217	2.293	12.042	10.250
66.0	0.39	0.7649	0.0405	0.0205	2.165	11.373	9.412
69.5	0.41	0.7815	0.0368	0.0192	2.028	10.649	8.556
72.9	0.43	0.7948	0.0331	0.0178	1.879	9.868	7.678
76.4	0.45	0.8041	0.0292	0.0163	1.718	9.024	6.781
79.9	0.47	0.8078	0.0252	0.0146	1.546	8.120	5.863
83.4	0.49	0.8035	0.0212	0.0129	1.363	7.156	4.926
86.8	0.51	0.7871	0.0171	0.0111	1.169	6.140	3.974
90.3	0.53	0.7482	0.0129	0.0092	0.968	5.083	3.007
93.8	0.55	0.6639	0.0087	0.0072	0.762	4.000	2.022
97.2	0.57	0.4740	0.0044	0.0053	0.556	2.922	1.017
100.7	0.59	-0.0043	0.0000	0.0035	0.366	1.923	-0.006

PROP RPM = 13000

V	J	Pe	Ct	Cp	PWR	Torque	Thrust
(mph)	(Adv Ratio)				(Hp)	(In-Lbf)	(Lbf)
0.0	0.00	0.0000	0.0956	0.0438	5.879	28.500	26.052
3.8	0.02	0.0452	0.0945	0.0424	5.695	27.612	25.757
7.5	0.04	0.0922	0.0933	0.0411	5.516	26.741	25.426
11.3	0.06	0.1404	0.0919	0.0399	5.353	25.950	25.034

15.0	0.08	0.1895	0.0902	0.0387	5.192	25.170	24.582
18.8	0.10	0.2395	0.0882	0.0374	5.020	24.338	24.042
22.5	0.12	0.2909	0.0859	0.0360	4.831	23.419	23.411
26.3	0.14	0.3412	0.0834	0.0348	4.668	22.629	22.741
30.0	0.16	0.3885	0.0808	0.0338	4.537	21.998	22.027
33.8	0.18	0.4329	0.0777	0.0328	4.406	21.359	21.183
37.5	0.20	0.4755	0.0746	0.0319	4.279	20.743	20.338
41.3	0.22	0.5164	0.0714	0.0309	4.148	20.110	19.465
45.0	0.24	0.5557	0.0682	0.0299	4.015	19.464	18.584
48.8	0.26	0.5935	0.0647	0.0288	3.867	18.746	17.646
52.5	0.28	0.6298	0.0612	0.0276	3.707	17.974	16.672
56.3	0.30	0.6623	0.0575	0.0265	3.552	17.223	15.679
60.0	0.33	0.6904	0.0539	0.0254	3.406	16.515	14.694
63.8	0.35	0.7160	0.0503	0.0242	3.254	15.775	13.700
67.5	0.37	0.7387	0.0466	0.0230	3.093	14.996	12.689
71.3	0.39	0.7584	0.0428	0.0218	2.921	14.159	11.654
75.0	0.41	0.7749	0.0389	0.0204	2.736	13.266	10.599
78.8	0.43	0.7877	0.0349	0.0189	2.537	12.300	9.513
82.5	0.45	0.7963	0.0308	0.0173	2.323	11.264	8.406
86.3	0.47	0.7992	0.0267	0.0156	2.093	10.148	7.271
90.0	0.49	0.7926	0.0224	0.0138	1.851	8.973	6.110
93.8	0.51	0.7700	0.0181	0.0120	1.605	7.783	4.942
97.5	0.53	0.7250	0.0137	0.0100	1.344	6.515	3.746
101.3	0.55	0.6358	0.0093	0.0080	1.072	5.198	2.524
105.0	0.57	0.4451	0.0047	0.0059	0.798	3.867	1.267
108.8	0.59	0.0025	0.0000	0.0042	0.559	2.712	0.005

PROP RPM = 14000

V	J	Pe	Ct	Cp	PWR	Torque	Thrust
(mph)	(Adv Ratio)				(Hp)	(In-Lbf)	(Lbf)
0.0	0.00	0.0000	0.0955	0.0412	6.902	31.072	30.186
4.1	0.02	0.0472	0.0949	0.0410	6.877	30.961	29.987
8.1	0.04	0.0941	0.0940	0.0408	6.841	30.795	29.727
12.2	0.06	0.1405	0.0930	0.0405	6.796	30.595	29.399
16.2	0.08	0.1860	0.0917	0.0403	6.751	30.392	28.993

20.3	0.10	0.2303	0.0901	0.0399	6.696	30.143	28.495
24.4	0.12	0.2735	0.0884	0.0396	6.633	29.862	27.933
28.4	0.14	0.3161	0.0864	0.0391	6.546	29.470	27.310
32.5	0.16	0.3582	0.0842	0.0384	6.437	28.978	26.626
36.5	0.18	0.3991	0.0819	0.0377	6.317	28.438	25.877
40.6	0.20	0.4384	0.0793	0.0369	6.189	27.863	25.067
44.7	0.22	0.4756	0.0765	0.0361	6.057	27.268	24.194
48.7	0.24	0.5104	0.0735	0.0353	5.915	26.626	23.241
52.8	0.27	0.5417	0.0704	0.0345	5.781	26.027	22.253
56.8	0.29	0.5690	0.0670	0.0337	5.644	25.410	21.191
60.9	0.31	0.5930	0.0636	0.0328	5.502	24.771	20.094
65.0	0.33	0.6145	0.0597	0.0318	5.322	23.960	18.883
69.0	0.35	0.6362	0.0558	0.0305	5.106	22.987	17.652
73.1	0.37	0.6538	0.0518	0.0291	4.883	21.982	16.384
77.1	0.39	0.6772	0.0476	0.0273	4.570	20.575	15.049
81.2	0.41	0.6950	0.0433	0.0254	4.260	19.178	13.675
85.2	0.43	0.7090	0.0386	0.0234	3.917	17.632	12.215
89.3	0.45	0.7175	0.0339	0.0212	3.558	16.019	10.721
93.4	0.47	0.7176	0.0292	0.0191	3.200	14.405	9.222
97.4	0.49	0.6998	0.0246	0.0172	2.881	12.970	7.761
101.5	0.51	0.6651	0.0198	0.0152	2.544	11.452	6.252
105.5	0.53	0.6069	0.0149	0.0131	2.190	9.861	4.723
109.6	0.55	0.5020	0.0100	0.0110	1.836	8.266	3.153
113.7	0.57	0.3218	0.0049	0.0087	1.450	6.529	1.540
117.7	0.59	-0.0002	0.0000	0.0060	1.001	4.508	-0.001

PROP RPM = 15000

V	J	Pe	Ct	Cp	PWR	Torque	Thrust
(mph)	(Adv Ratio)				(Hp)	(In-Lbf)	(Lbf)
0.0	0.00	0.0000	0.0930	0.0419	8.643	36.316	33.743
4.3	0.02	0.0446	0.0928	0.0423	8.727	36.670	33.683
8.7	0.04	0.0881	0.0923	0.0426	8.785	36.910	33.504
13.0	0.06	0.1305	0.0914	0.0427	8.807	37.006	33.176
17.3	0.08	0.1718	0.0903	0.0427	8.811	37.022	32.771
21.7	0.10	0.2120	0.0890	0.0427	8.801	36.978	32.305

26.0	0.12	0.2510	0.0876	0.0426	8.776	36.873	31.783
30.3	0.14	0.2888	0.0860	0.0424	8.734	36.696	31.203
34.6	0.16	0.3275	0.0842	0.0418	8.620	36.217	30.552
39.0	0.18	0.3667	0.0821	0.0410	8.449	35.501	29.805
43.3	0.20	0.4050	0.0797	0.0400	8.251	34.670	28.932
47.6	0.22	0.4409	0.0767	0.0389	8.024	33.714	27.848
52.0	0.24	0.4744	0.0733	0.0377	7.772	32.657	26.605
56.3	0.26	0.5066	0.0697	0.0364	7.501	31.519	25.309
60.6	0.28	0.5374	0.0660	0.0350	7.209	30.290	23.961
65.0	0.30	0.5662	0.0622	0.0335	6.908	29.024	22.577
69.3	0.33	0.5886	0.0585	0.0323	6.662	27.991	21.220
73.6	0.35	0.6066	0.0548	0.0312	6.433	27.028	19.872
78.0	0.37	0.6215	0.0509	0.0300	6.181	25.970	18.477
82.3	0.39	0.6332	0.0469	0.0286	5.901	24.793	17.027
86.6	0.41	0.6413	0.0428	0.0272	5.598	23.522	15.542
91.0	0.43	0.6446	0.0386	0.0256	5.268	22.136	14.002
95.3	0.45	0.6423	0.0340	0.0237	4.884	20.519	12.344
99.6	0.47	0.6296	0.0294	0.0218	4.499	18.902	10.662
103.9	0.49	0.6057	0.0248	0.0200	4.121	17.313	9.004
108.3	0.51	0.5636	0.0202	0.0182	3.761	15.802	7.342
112.6	0.53	0.5045	0.0154	0.0162	3.331	13.994	5.596
116.9	0.55	0.4099	0.0105	0.0141	2.901	12.190	3.814
121.3	0.57	0.2577	0.0054	0.0120	2.470	10.378	1.969
125.6	0.59	-0.0072	-0.0001	0.0101	2.074	8.715	-0.045

9 ANEXO 2

AYUDAS DE LAS FUNCIONES IMPLEMENTADAS EN LENGUAJE M

% fbat.m

% Función para calcular el modelo de la batería LiPo

% Uso:

% [xbatdot,ybat] = fbat(xbat,ubat,battery)

% Donde:

% xbatdot = [vsocdot;vctsdot;vctldot]

% Donde:

% vsocdot: derivada voltaje del estado de carga

```

% vctsdot: derivada voltaje transitorio corto
% vctldot: derivada voltaje transitorio largo
% ybat = vbat: Voltaje de la batería
% xbat = [vsoc;vcts;vctl];
% Donde:
% vsoc: voltaje del estado de carga
% vcts: voltaje transitorio corto
% vctl: voltaje transitorio largo
% ubat = ibat: corriente de la batería
% battery: estructura de datos con parámetros de la batería

% fvochat.m
% Función para calcular el voltaje de la batería de acuerdo con el estado de carga
% Uso:
% voc = fvochat(vsoc,battery)
% Donde:
% vsoc: Voltaje del estado de corriente
% battery: Estructura de datos con parámetros de la batería

% fESC.m
% Función para calcular el modelo de la ESC
% Uso:
% [xESCdot,xESCkplus1,yESC] = fESC(xESC,xESCk,uESC)
% Donde:
% xESCdot = thetaddot: derivada del ángulo de giro eléctrico asociado al ESC
% xESCkplus1 = [ESCcyclekplus1;Skplus1;ibatkplus1]: Vector de estado discreto en instante k+1
% Donde:
% ESCcyclekplus1: ciclo ESC en el instante k + 1
% Skplus1: estado del puente de transistores en k + 1 (Skplus=1 si transistores conducen, Skplus=0 si diodo conduce)
% ibatkplus1: corriente de la batería en el instante k + 1
% yESC = [ESCcyclek;vab;vbc;vca;ibat];
% Donde:
% ESCcycle: ciclo de la ESC

```

```

% vab: voltaje entre las terminales ab
% vbc: voltaje entre las terminales bc
% vca: voltaje entre las terminales ca
% ibat: corriente de la batería
% xESC = thetad: ángulo de giro eléctrico asociado al ESC
% xESCk = [ESCcyclek,Sk,ibatk]: Vector de estado discreto en instante k
% Donde:
% ESCcyclek: ciclo ESC en el instante k
% Sk: estado del puente de transistores en instante k (Sk=1 si transistores conducen, Sk=0 si diodo conduce)
% ibatk: corriente de la batería en el instante k
% uESC = [we;vbat;imax;ithreshold;ia;ib;ic]
% Donde:
% we: valor de velocidad angular eléctrica asociada al ESC
% vbat: voltaje de la batería
% imax: corriente máxima
% ithreshold: Umbral de corriente
% ia: corriente terminal A
% ib: corriente terminal B
% ic: corriente terminal C

% fbldcmotor.m
% Función para calcular el modelo del motor BLDC
% Uso:
% [xblldcmotordot,yblldcmotor] = fbldcmotor(xblldcmotor,ublldcmotor,bldcmotor)
% Donde:
% xblldcmotordot = [iadot;ibdot;icdot;wdot;thetadot]
% Donde:
% iadot : derivada de la corriente en el terminal A
% ibdot : derivada de la corriente en el terminal B
% icdot : derivada de la corriente en el terminal C
% wdot : derivada de la velocidad angular
% thetadot : derivada del ángulo de giro
% yblldcmotor = [ia;ib;ic;ea;eb;ec;va;vb;vc;w;theta;Te]
% Donde:

```

```

% ia : corriente en el terminal A
% ib : corriente en el terminal B
% ic : corriente en el terminal C
% ea : fuerza contraelectromotriz del terminal A
% eb : fuerza contraelectromotriz del terminal B
% ec : fuerza contraelectromotriz del terminal C
% va : voltaje del terminal A
% vb : voltaje del terminal B
% vc : voltaje del terminal C
% w : velocidad angular
% theta : Ángulo de giro
% Te : torque electromagnético del motor
% xblldcmotor = [ia;ib;ic;w;theta]
% ubldcmotor = [ESCcyclek;vab;vbc;vca;Tprop]
% Donde:
% ESCcyclek : Ciclo de la ESC
% vab : Voltaje entre las terminales a y b
% vbc : Voltaje entre las terminales b y c
% vca : Voltaje entre las terminales c y a
% Tprop : Torque de la hélice
% blldcmotor : Estructura de datos con parámetros del motor BLDC
% propeller : Estructura de datos con parámetros de la hélice

% fprop.m
% Función para calcular el modelo de la hélice
% Uso:
% yprop = fprop(uprop,propeller)
% donde:
% yprop = [Thrust;Tprop]
% Donde:
% Thrust: Empuje de la hélice
% Tprop: Torque de la hélice
% uprop = [w;V;rho]

```

```

% Donde:
% w: velocidad angular
% V: velocidad del aire
% rho: densidad del aire
% propeller: Estructura de datos con parametros de la hélice

% feps.m
% Función que define el modelo de un sistema de propulsión eléctrico para una
% aeronave basado en una hélice propulsada por un motor eléctrico sin escobillas
% con su sistema de control y una batería LiPo
% Uso:
% [xdot,xkplus1,y] = feps(x,xk,u,battery,bldcmotor,propeller)
% donde:
% derivada del vector de estado
% xdot = [xbatdot;xESCdot;xblcdmotordot]
% con:
% xbatdot = [vsocdot;vctsdot;vctldot]
% xESCdot = thetaddot
% xblcdmotordot = [iadot;ibdot;icdot;wdot;thetadot]
% vector de estado discreto en instante próximo, k+1
% xkplus1 = xESCkplus1 = [ESCcyclekplus1,Skplus1,ibatkplus1]
% vector de salidas
% y = [yprop;ybat;yESC;yblcdmotor]
% con:
% yprop = [Thrust;Tprop]
% ybat = vbat
% yESC = [ESCcyclek;vab;vbc;vca;ibat]
% yblcdmotor = [ia;ib;ic;ea;eb;ec;va;vb;vc;w;theta;Te]
% vector de estado continuo
% x = [xbat,xESC,xblcdmotor]
% con:
% xbat = [vsoc;vcts;vctl]
% xESC = thetad

```

```

%   xblldcmotor = [ia;ib;ic;w;theta]
% vector de estado discreto en instante actual, k
%   xk = xESck = [ESCcyclek,vk,ibatk]
% vector de entradas
%   u = [wd,imax,ithreshold,V,rho]
%   con
%   wd: valor de velocidad angular deseada asociada al ESC
%   imax: corriente máxima del ESC
%   ithreshold: umbral de corriente del ESC
%   V: velocidad del aire
%   rho: densidad del aire
% battery: Estructura de datos con parámetros de la batería
% bldcmotor: Estructura de datos con parámetros del motor BLDC
% propeller: Estructura de datos con parámetros de la hélice

% adjustEPSstate.m
% Función para ajustar el vector de estado continuo del modelo del sistema de propulsión eléctrico
% con motor eléctrico BLDC y hélice
% Uso:
%   xckadjusted = adjustEPSstate(xck,xdk)
% donde
%   xckadjusted = [vsoc;vcts;vctl;thetadadjusted;iaadjusted;ibadjusted;icadjusted;w;thetaadjusted]
%   xck = [vsoc;vcts;vctl;thetad;ia;ib;ic;w;theta]
%   xdk = [ESCcyclek;vk;ibatk]
% Se ajustan las variables thetad, ia, ib, ic y theta

% simulateEPS.m
% Función para realizar la simulación del sistema de propulsión eléctrico
% Uso:
%   [t,X,Y] = simulateEPS(tfinal,x0,xk0,u,battery,bldcmotor,propeller,Ts)
% t: vector de tiempos de simulación (t = (0:Ts:tfinal)')
% X: matriz de resultados de los estados. Cada fila es de la forma
%   [xbat',xESC',xblldcmotor',xESck'] = [vsoc,vcts,vctl,thetad,ia,ib,ic,w,theta,...

```

```

%          ESCcyclek,vk,ibatk]
%  xbat = [vsoc;vcts;vctl]
%  xESC = thetad
%  xblldcmotor = [ia;ib;ic;w;theta]
%  xESCk = [ESCcyclek;Sk;ibatk]
% Y: matriz de resultados de las salidas, cada fila es de la forma
% [yprop',ybat',yESC',yblldcmotor'] = [Thrust,Tprop,vbat,ESCcycle,vab,vbc,vca,...
%          ibat,ia,ib,ic,ea,eb,ec,va,vb,vc,w,theta,Te]
% con:
%  yprop = [Thrust;Tprop]
%  ybat = vbat
%  yESC = [ESCcycle;vab;vbc;vca;ibat];
%  yblldcmotor = [ia;ib;ic;ea;eb;ec;va;vb;vc;w;theta;Te]
% tfinal: Tiempo de simulación
% x0 = [xbat0;xESC0;xblldcmotor0];
% con:
%  xbat0 = [vsoc0;vcts0;vctl0];
%  xESC0 = thetad0
%  xblldcmotor0 = [ia0;ib0;ic0;w0;theta0]
% xk0 = xESCk0 = [ESCcyclek0;Sk0;ibatk0]
% u = [wd;imax;ithreshold;V;rho];
% battery: Estructura de datos con parámetros de la batería-a
% blldcmotor: Estructura de datos con parámetros del motor BLDC
% propeller: Estructura de datos con parámetros de la hélice
% Ts: período de muestreo

% dispEPSSimulationData.m
% Función para mostrar los datos de la simulación del sistema de propulsión eléctrico
% Uso:
%  dispEPSSimulationData(t,X,Y,u)
% donde:
% t: vector de tiempos de simulación (t = (0:Ts:tfinal)')
% X: matriz de resultados de los estados. Cada fila es de la forma

```



```

% [xbat',xESC',xbldcmotor',xESCk'] = [vsoc,vcts,vctl,thetad,ia,ib,ic,w,theta,...
%             ESCcyclek,vk,ibatk]
% xbat = [vsoc;vcts;vctl]
% xESC = thetad
% xbldcmotor = [ia;ib;ic;w;theta]
% xESCk = = [ESCcyclek;Sk;ibatk]
% Y: matriz de resultados de las salidas, cada fila es de la forma
% [yprop',ybat',yESC',ybldcmotor'] = [Thrust,Tprop,vbat,ESCcycle,vab,vbc,vca,...
%             ibat,ia,ib,ic,ea,eb,ec,va,vb,vc,w,theta,Te]
% con:
% yprop = [Thrust;Tprop]
% ybat = vbat
% yESC = [ESCcycle;vab;vbc;vca;ibat];
% ybldcmotor = [ia;ib;ic;ea;eb;ec;va;vb;vc;w;theta;Te]
%
% u = [wd,imax,ithreshold,V,rho]
% con
% wd: valor de velocidad angular deseada asociada al ESC
% imax: corriente máxima del ESC
% ithreshold: umbral de corriente del ESC
% V: velocidad del aire
% rho: densidad del aire
%

```