

**IDENTIFICACIÓN, MODELACIÓN Y ANÁLISIS DE LAS VARIABLES  
DETERMINANTES DEL FRACASO EMPRESARIAL PARA LAS PEQUEÑAS Y  
MEDIANAS EMPRESAS DEL SECTOR DE LA CONSTRUCCIÓN DEL ÁREA  
METROPOLITANA DE BUCARAMANGA**

**FREDDY ALEXANDER PORTILLA PORTILLA**

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA  
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL  
BUCARAMANGA**

**2019**

**IDENTIFICACIÓN, MODELACIÓN Y ANÁLISIS DE LAS VARIABLES  
DETERMINANTES DEL FRACASO EMPRESARIAL PARA LAS PEQUEÑAS Y  
MEDIANAS EMPRESAS DEL SECTOR DE LA CONSTRUCCIÓN DEL ÁREA  
METROPOLITANA DE BUCARAMANGA**

**FREDDY ALEXANDER PORTILLA PORTILLA**

**Trabajo de grado para optar al título de: Magíster en Ingeniería Civil (Énfasis  
en Gerencia de la Construcción)**

**Director**

**JORGE MAURICIO RAMÍREZ VELÁSQUEZ**

**Ingeniero Civil**

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA**

**FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL**

**BUCARAMANGA**

**2019**

## Nota de Aceptación

---

---

---

---

---

---

---

Firma del presidente del jurado

---

Firma del jurado

---

Firma del jurado

Bucaramanga, Marzo 2019

## **AGRADECIMIENTOS**

Primero y, antes que nada, dar gracias a Dios, por concederme un sinnúmero de bendiciones, ser fuente de sabiduría y por agraciarme con su presencia día tras día.

A mis padres, personas con una inmensa calidad humana, quienes han forjado en mí una persona perseverante, de principios y valores.

A los ingenieros Jorge Mauricio Ramírez Velásquez (MSC), Emilio Germán Moreno Gonzáles (PH.D) y Alejandro Acevedo Amorocho (MSC) quienes desde su especialidad aportaron sus conocimientos para orientar esta investigación

A todos los docentes, quienes nos transmitieron sus conocimientos y experiencias para nuestro crecimiento ético, profesional e intelectual

## CONTENIDO

|   | <b>Pág.</b> |
|---|-------------|
| INTRODUCCIÓN.....   | 14          |
| 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....                       | 17          |
| 1.1 DESCRIPCIÓN.....                                      | 17          |
| 1.2 ANTECEDENTES.....                                     | 18          |
| 1.3 JUSTIFICACIÓN.....                                    | 26          |
| 1.4 OBJETIVOS .....                                       | 28          |
| 1.4.1 Objetivo General.....                               | 28          |
| 1.4.2 Objetivos Específicos.....                          | 28          |
| 2. MARCO TEÓRICO .....                                    | 29          |
| 2.1 FRACASO EMPRESARIAL: .....                            | 29          |
| 2.1.1 Aspecto Jurídico de la Quiebra en Colombia .....    | 32          |
| 2.1.1.1 Ley 222 de 1995. ....                             | 32          |
| 2.1.1.2 Ley 550 de 1999. ....                             | 34          |
| 2.1.1.3 Ley 1116 de 2006. ....                            | 35          |
| 2.1.2 Clasificación de Empresas.....                      | 36          |
| 2.1.3 Situación Económica de Colombia.....                | 38          |
| 2.2 RIESGO.....   | 39          |
| 2.2.1 Riesgo Financiero.....                              | 39          |
| 2.3 ESTADOS FINANCIEROS .....                             | 41          |
| 2.4 RAZONES FINANCIERAS.....                              | 44          |
| 2.4.1 Indicadores de Liquidez .....                       | 44          |
| 2.4.1.1 Razón Corriente.....                              | 44          |
| 2.4.1.2 Capital Neto de Trabajo. ....                     | 45          |
| 2.4.1.3 Prueba Acida. ....                                | 45          |
| 2.4.2 Indicadores de Endeudamiento o Apalancamiento ..... | 45          |

|   |    |
|---|----|
| 2.4.2.1 Endeudamiento del Activo. ....                    | 45 |
| 2.4.2.2 Endeudamiento a Corto Plazo. ....                 | 45 |
| 2.4.2.3 Leverage Total. ....                              | 46 |
| 2.4.2.4 Leverage Corto Plazo. ....                        | 46 |
| 2.4.3 Indicadores de Rentabilidad.....                    | 46 |
| 2.4.3.1 Rentabilidad Neta del Activo (ROA). ....          | 46 |
| 2.4.3.2 Margen bruto (utilidad). ....                     | 46 |
| 2.4.3.3 Margen Neto .....                                 | 46 |
| 2.4.3.4 Rendimiento del Patrimonio (ROE). ....            | 47 |
| 2.4.4 Análisis de la Gestión o Actividad .....            | 47 |
| 2.4.4.1 Rotación de Cartera. ....                         | 47 |
| 2.4.4.2 Periodo Promedio de Pago a Proveedores. ....      | 47 |
| 2.4.4.3 Rotación del Activo Fijo.....                     | 48 |
| 2.4.4.4 Rotación Ventas.....                              | 48 |
| 2.5 ECONOMETRÍA.....                                      | 48 |
| 2.5.1 Modelo Econométrico .....                           | 49 |
| 2.5.2 Etapas de un Modelo Econométrico .....              | 50 |
| 2.5.2.1 Especificación.....                               | 50 |
| 2.5.2.2 Estimación. ....                                  | 50 |
| 2.5.2.3 Validación. ....                                  | 51 |
| 2.5.2.4 Utilización. ....                                 | 51 |
| 2.5.3 Selección de Variables del Modelo Econométrico..... | 51 |
| 2.6 TÉCNICAS ESTADÍSTICAS DE ANÁLISIS MULTIVARIANTE ..... | 53 |
| 2.7 MÉTODOS DESCRIPTIVOS .....                            | 57 |
| 2.7.1 Análisis de Componentes Principales .....           | 57 |
| 2.7.2 Análisis Factorial.....                             | 57 |
| 2.7.3 Escalamiento Multidimensional (MDS).....            | 58 |
| 2.8 MÉTODOS EXPLICATIVOS .....                            | 59 |
| 2.8.1 Regresión Lineal Múltiple.....                      | 59 |
| 2.8.2 Regresión Logística .....                           | 60 |

|  |    |
|--|----|
| 2.8.3 Análisis Discriminante .....                             | 61 |
| 2.8.3.1 Definición del Análisis Discriminante .....            | 62 |
| 2.8.3.2 Etapas del Análisis Discriminante. ....                | 64 |
| 2.8.4 Supuestos del Análisis Discriminante .....               | 66 |
| 2.8.4.1 Normalidad. ....                                       | 66 |
| 2.8.4.1.1 Prueba de Asimetría y Curtosis.....                  | 67 |
| 2.8.4.1.2 Prueba de Regla Empírica .....                       | 69 |
| 2.8.4.1.3 Prueba de Bondad de Ajuste por la Ji Cuadrada.....   | 70 |
| 2.8.4.1.4 Prueba de Shapiro – Wilk. ....                       | 71 |
| 2.8.4.1.5 Prueba de Kolmogorov-Smirnof-Lilliefors.....         | 72 |
| 2.8.4.2 Homocedasticidad. ....                                 | 73 |
| 2.8.4.3 Multicolinealidad. ....                                | 74 |
| 2.8.5 Casos Atípicos .....                                     | 74 |
| 2.9 REDES NEURONALES ARTIFICIALES .....                        | 75 |
| 2.9.1 Introducción redes neuronales artificiales .....         | 75 |
| 2.9.2 Definición de Redes Neuronales Artificiales.....         | 78 |
| 2.9.3 Característica de una red neuronal artificial .....      | 80 |
| 2.9.4 Estructura de la Red Neuronal Artificial.....            | 81 |
| 2.9.4 Ventajas de una red neuronal artificial: .....           | 84 |
| 2.9.4.1 Aprendizaje Adaptativo. ....                           | 84 |
| 2.9.4.2 Auto-organización. ....                                | 84 |
| 2.9.4.3 Tolerancia a fallos. ....                              | 85 |
| 2.9.4.4 Operación en Tiempo Real. ....                         | 85 |
| 2.9.4.5 Fácil inserción dentro de la tecnología existente..... | 85 |
| 2.10 RED NEURONAL PROBABILÍSTICA .....                         | 85 |
| 3. METODOLOGÍA .....   | 92 |
| 3.1 DIAGNÓSTICO INICIAL DE LA MUESTRA.....                     | 92 |
| 3.2 SELECCIÓN DEL TAMAÑO DE LA MUESTRA.....                    | 93 |
| 3.3 ANÁLISIS DISCRIMINANTE.....                                | 95 |
| 3.3.1 Objetivo de la Técnica Discriminante .....               | 95 |

|  |     |
|--|-----|
| 3.3.2 Selección de datos y variables.....  | 95  |
| 3.3.3 Supuestos del análisis discriminante realizados en el estudio. ....                                | 97  |
| 3.3.4 Comparación de Medias y Revisión de Datos Atípicos .....   | 98  |
| 3.3.5 Evaluación de la Bondad de Ajuste del Modelo y Obtención de las<br>Constantes (K) del Modelo ..... | 98  |
| 3.4 REDES NEURONALES PROBABILÍSTICAS .....   | 98  |
| 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS.....   | 100 |
| 4.1 REVISIÓN DE LA MUESTRA .....   | 100 |
| 4.2 TABULACIÓN DE DATOS Y ANÁLISIS ESTADÍSTICO .....   | 101 |
| 4.2.1 Prueba de comparación de medianas.....   | 103 |
| 4.2.2 Pruebas de los supuestos del análisis discriminante.....   | 104 |
| 4.2.3 Análisis de datos atípicos.....  | 109 |
| 4.2.4 Análisis discriminante (AD) .....  | 113 |
| 4.2.5 Redes Neuronales Probabilísticas (RNP) .....   | 118 |
| 5. CONCLUSIONES .....  | 123 |
| 6. RECOMENDACIONES.....  | 126 |
| BIBLIOGRAFÍA.....  | 127 |
| ANEXOS .....   | 141 |



## LISTA DE FIGURAS

|   | <b>Pág.</b> |
|---|-------------|
| Figura 1. Crecimiento económico de Colombia.....  | 38          |
| Figura 2. Balance General .....   | 42          |
| Figura 3. Métodos multivariantes.....   | 56          |
| Figura 4. Curva asimétrica a la izquierda.....  | 68          |
| Figura 5. Curva asimétrica a la derecha .....   | 68          |
| Figura 6. Mesocúrtica.....  | 69          |
| Figura 7. Leptocúrtica .....  | 69          |
| Figura 8. Platicúrtica .....  | 69          |
| Figura 9. Estructura general de una neurona biológica .....                                     | 78          |
| Figura 10. Modelo básico de neurona artificial.....   | 79          |
| Figura 11. Redes neuronales probabilísticas .....   | 87          |
| Figura 12. Comparación de medias de índices financieros .....                                   | 102         |
| Figura 13. Prueba de Kolmogorov – Smirnov de las variables sanas (KTSPC) y (RV/CT)<br>.....     | 106         |
| Figura 14. Prueba de Shapiro – Wilk de variable quebradas (KTSPC) y (RV/CT).....                | 106         |
| Figura 15. Diagrama de dispersión de las variables financieras más significativas.....          | 109         |
| Figura 16. Prueba de Shapiro – Wilk para variables (V/CT) y (KTSPC) .....                       | 112         |
| Figura 17. Prueba de Kolmogorov – Smirnov para variables (V/CT) y (KTSPC) .....                 | 112         |
| Figura 18. Dispersión de variables financieras RV/CT y KTSPC depuradas .....                    | 121         |
| Figura 19. Definición de fronteras entre variables financieras RV/CT y KTSPC depuradas<br>..... | 122         |

## LISTA DE TABLAS

|  | <b>Pág.</b> |
|--|-------------|
| Tabla 1. Concepto de fracaso empresarial.....  | 30          |
| Tabla 2. Clasificación de empresas según ley 905 de 2004 .....   | 36          |
| Tabla 3. Clasificación de empresas de acuerdo a sus activos .....  | 37          |
| Tabla 4. Empresas en el área metropolitana de Bucaramanga del sector de la construcción<br>.....                                 | 93          |
| Tabla 5. Variables utilizadas en cada clasificación .....  | 96          |
| Tabla 6. Definición de las variables más representativas según comparación de medias<br>.....                                    | 103         |
| Tabla 7. Resultado de la prueba de Kruskal-Wallis de comparación de medianas.....  | 104         |
| Tabla 8. Asimetría por columna de datos de los índices financieros .....   | 105         |
| Tabla 9. Test de normalidad de los datos originales .....  | 107         |
| Tabla 10. Resumen de estadísticos descriptivos de las variables seleccionadas KTSPC y<br>V/Ct. Empresas Sanas y en Quiebra ..... | 107         |
| Tabla 11. Intervalos de confianza que delimitan los valores atípicos en la muestra.....  | 110         |
| Tabla 12. Resumen de estadísticos descriptivos de las variables seleccionadas KTSPC y<br>V/Ct. Empresas Sanas y en Quiebra ..... | 111         |
| Tabla 13. Test de normalidad de los datos depurados.....   | 113         |
| Tabla 14. Distribución de probabilidad de la muestra.....  | 114         |
| Tabla 15. Coeficientes de la Función Discriminante por Categoría.....  | 114         |
| Tabla 16. Bondad de ajuste de la función discriminante.....  | 115         |
| Tabla 17. Clasificación por categorías de empresas.....  | 116         |
| Tabla 18. Resultados del uso de la función discriminante .....   | 117         |
| Tabla 19. Centroides de cada grupo por categoría .....   | 117         |
| Tabla 20. Clasificación de variables por RNP .....   | 119         |
| Tabla 21. Distribución de probabilidad asignada por RNP .....  | 119         |
| Tabla 22. Variables clasificadas incorrectamente .....   | 120         |

## LISTA DE ANEXOS

|   | <b>Pág.</b> |
|---|-------------|
| Anexo A. Variables financieras de las empresas quebradas.....   | 141         |
| Anexo B. Variables financieras de las empresas sanas .....  | 142         |
| Anexo C. Indicadores financieros depurados para las categorías de empresa<br>Sana (S) y en Quiebra (Q)..... | 148         |
| Anexo D. Resumen de la clasificación de la función discriminante para datos<br>originales de la fuente..... | 154         |
| Anexo E. Resumen de la validación de la función discriminante.....  | 162         |

## RESUMEN GENERAL DE TRABAJO DE GRADO

**TITULO:** Identificación, modelación y análisis de las variables determinantes del fracaso empresarial para las pequeñas y medianas empresas del sector de la construcción del área metropolitana de Bucaramanga

**AUTOR(ES):** Freddy Alexander Portilla Portilla

**PROGRAMA:** Maestría en Ingeniería Civil

**DIRECTOR(A):** Jorge Mauricio Ramírez Velásquez

### RESUMEN

Las micro, pequeñas y medianas empresas (mipymes) representan el mayor porcentaje de empresas en Colombia con gran influencia en el desarrollo de la economía nacional y son fuentes de generación de empleo. De acuerdo a la cámara de comercio de Bucaramanga, aproximadamente 14.000 Mipymes de diferentes actividades económicas y tipos jurídicos cancelaron su registro mercantil entre los años 2012 al 2016 y específicamente en el sector de la construcción 230 entre pequeñas y medianas empresas (Pymes) en el área metropolitana de Bucaramanga. Dichas cifras son significativas para dedicar esfuerzos al estudio del fracaso empresarial desde el ámbito financiero que permita dar apoyo al empresario de toma de decisiones. En este estudio, se seleccionó las variables posiblemente más influyentes en razón a las variables estadísticamente más significativas para la quiebra, de acuerdo a investigaciones realizadas a nivel nacional y de otros países. Se desarrolló un análisis cuantitativo de los factores financieros y de riesgo con mayor incidencia en el fracaso de las empresas del sector de la construcción de edificaciones. La metodología empleada fue un análisis estadístico multivariante denominado análisis discriminante, que permitió identificar las 2 variables financieras, liquidez y rentabilidad, que fueron las más significativas entre el grupo de variables empleadas. Por último, se empleó las redes neuronales probabilísticas que es también un método de clasificación de datos basado en un algoritmo de entrenamiento, utilizando la metodología del clasificador bayesiano. Se obtuvo un gráfico que permitió establecer una frontera de clasificación entre sanas y quebradas mediante las observaciones de las dos variables anteriormente mencionadas. Los resultados del estudio se vieron afectados por la calidad de la información que se adquirió para las empresas en quiebra y se reflejó en los porcentajes de clasificación, dando como resultado una excelente clasificación de empresas sanas, pero no tan buena para empresas quebradas.

### PALABRAS CLAVE:

Mipymes, quiebra, riesgo, análisis discriminante, redes neuronales probabilísticas, clasificador bayesiano.

V° B° DIRECTOR DE TRABAJO DE GRADO

## GENERAL SUMMARY OF WORK DEGREE

**TITULO:** Identification, modeling and analysis of the determinant variables of the business failure of small and medium enterprises in the building industry in the metropolitan area of Bucaramanga

**AUTOR(ES):** Freddy Alexander Portilla Portilla

**PROGRAMA:** Maestría en Ingeniería Civil

**DIRECTOR(A):** Jorge Mauricio Ramírez Velásquez

### ABSTRACT

Micro, small and medium enterprises (MSMEs) represent the largest percentage of companies in Colombia with great influence on the development of the national economy and they are sources of employment generation. According to the Chamber of Commerce of Bucaramanga, approximately 14,000 MSMEs of different economic activities and legal types paid their commercial registration between 2012 and 2016 and specifically in the building industry were 230 among small and medium-sized enterprises (SMEs) in the metropolitan area of Bucaramanga. These figures are significant to the efforts of the study of business failure from the financial field that allows support to the decision-making entrepreneur. In this study, the most influential variables were selected because of the statistically most significant variables for bankruptcy, according to the research carried out at a national level and other countries. A quantitative analysis of financial and risk factors was developed with greater incidence on the failure of companies in the building industry. The methodology used was a multivariate statistical analysis called discriminant analysis, which allowed identifying the 2 financial variables, liquidity and profitability, which were the most significant among the group of variables used. Finally, probabilistic neural networks were used, which is also a method of classifying data based on a training algorithm, using the Bayesian classifier methodology. A graph was obtained that allowed to establish a classification boundary between healthy and bankrupt enterprises by the observations of the two variables mentioned above. The results of the study were affected by the quality of the information that was acquired from bankrupt companies and was reflected in the classification percentages, resulting in an excellent classification of healthy companies, but not so good for bankrupt companies.

### KEY WORDS :

MSMEs, bankruptcy, risk, discriminant analysis, probabilistic neural networks, Bayesian classifier

**V° B° DIRECTOR OF GRADUATE WORK**

## INTRODUCCIÓN

La empresa es el pilar básico de la economía para una nación, es la principal fuente de empleo permite proveer bienes y servicios de calidad para satisfacer las necesidades de una sociedad. Su gran importancia se debe principalmente que influye directamente en las tasas de crecimiento del PIB y en las tasas de desempleo lo cual despierta un especial interés en conocer los factores de riesgo para prevenir un posible fracaso empresarial.

En un estudio acerca de la sobrevivencia de las empresas por la cámara de comercio de Bogotá en el 2013, se evidenció que pasado el primer año después de la creación de las empresas solo sobrevivió el 55 por ciento de las firmas constituidas, para el segundo año, el 41 por ciento, el tercer año el 31 por ciento, y llegado el cuarto año quedó en un 23 por ciento, mostrando con esto una tendencia de fracaso empresarial ciertamente alta.<sup>1</sup>

Según Pardo y Alfonso<sup>2</sup> el fracaso de una empresa “tiene múltiples causas, tanto externas (relacionadas con el entorno y que frecuentemente son impredecibles) o internas (Relacionadas con características propias del negocio y que en muchos casos pueden ser previstas con antelación)” (p.23). Por lo tanto, el fracaso es una mezcla de varias causas sin embargo se tiene que “el primer factor de fracaso está relacionado con el tema financiero. Muchos de los encuestados consideran que en el país no se cuenta con estrategias por parte del gobierno y las entidades

---

<sup>1</sup> EL TIEMPO Robo de empleados, entre los factores de quiebra de nuevos negocios [en línea] [citado el 10 de febrero de 2018] disponible en: <http://www.eltiempo.com/economia/empresas/por-que-fracasan-los-emprendimientos-en-colombia/16511594>

<sup>2</sup> PARDO, Clara Inés; ALFONSO, William. Análisis de los principales factores del fracaso de los emprendimientos en Colombia Failure Institute 2015 p. 30 [en línea] [citado el 10 de febrero de 2018] disponible en: <https://thefailureinstitute.com/wp-content/uploads/2015/11/Fracaso-emprendimiento-Colombia.pdf>

financieras para acceder a créditos semilla. (...), por lo cual el 67 por ciento de emprendedores surge con recursos propio.”<sup>3</sup>

Los factores de riesgo que pueden afectar financieramente una empresa constructora pueden ser variables sin embargo todos convergen en la afectación del tiempo en cuanto a lo programado en los proyectos en detrimento de las utilidades de la empresa, en Cervantes<sup>4</sup> se describen las principales causas que se han detectado un incremento en los sobre costos que debe asumir la empresa en los proyectos:

- Modificaciones del proyecto sugeridas por el cliente
- Incumplimientos de la obra de acuerdo a lo estipulado en la programación inicial
- Retrasos del proyecto en la demora de obtención de licencias y/o permisos
- Retrasos del proyecto por la entrega errónea de un suministro o simplemente mala calidad de los materiales por parte de los proveedores
- Afectaciones por condiciones climáticas que perjudican el desarrollo de los procesos constructivos y por consiguiente el tiempo planeado de las actividades

Como podemos darnos cuenta existen un sinnúmero de causas que pueden alterar la estabilidad de una empresa y seguramente existan otras más que no se han descrito, pero lo cierto es que todas aquellas circunstancias que se presentan en los proyectos influyen directamente en el ámbito financiero de las empresas, y este es precisamente el enfoque que le damos a este estudio.

El objeto del presente proyecto plantea desarrollar un modelo de predicción de acuerdo con la información financiera suministrada por la cámara de comercio de Bucaramanga a través del programa compite 360 que permita detectar que tipo de

---

<sup>3</sup> Ibíd.

<sup>4</sup> CERVANTES, Alejandro Factores de riesgo para las micro y pequeñas empresas constructoras. imprevistos en la construcción o falta de previsión 2006 [en línea] [citado el 10 de febrero de 2018] disponible en: [https://administracionytecnologiaparaeldiseno.azc.uam.mx/publicaciones/2006/6\\_2006.pdf](https://administracionytecnologiaparaeldiseno.azc.uam.mx/publicaciones/2006/6_2006.pdf)

factores financieros inducen al fracaso y además obtener unos rangos que permitan clasificar probabilísticamente a una empresa sana o quebrada.

Los modelos de predicción constituyen una novedosa herramienta para los profesionales del ramo de la ingeniería de la construcción que tengan alguna responsabilidad en la salud financiera del proyecto.

En el presente estudio con el fin de entender el fenómeno del fracaso se contextualiza su concepto por medio de la recopilación de interpretaciones de los diferentes autores que a través del tiempo han profundizado sobre el tema. Sin embargo, se convierten en conceptos poco subjetivos ya que algunas son más o menos tolerantes o radicales en su apreciación. Luego se muestra la situación económica de Colombia desde los años 2007 al 2016 en relación al crecimiento del PIB y específicamente la importancia del sector de la construcción para el país. Continuando con la temática se describen los tipos de riesgo, se definen las razones financieras y se explican algunas de las principales técnicas multivariantes existentes y se selecciona una de ellas de acuerdo a la clasificación según la literatura, y finalmente se incluye una técnica novedosa de la aplicación de la inteligencia artificial que permite gráficamente visualizar las fronteras de las variables predictivas previamente seleccionadas.



# 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

## 1.1 DESCRIPCIÓN

De acuerdo a información disponible en la base de datos del programa compite 360 de la cámara de comercio de Bucaramanga se tiene que actualmente hay un aproximado de 44000 mipymes en las diferentes actividades económicas, de las cuales entre los periodos 2012 hasta agosto de 2016 han cancelado su registro mercantil aproximadamente unas 14.040 mipymes de todo tipo jurídico, lo que es un promedio de 2800 empresas por año que dejan de generar empleos y desarrollo para la región.

La bancarrota empresarial tiene su origen en las crisis económicas que ha sufrido gravemente el país, como ocurrió a inicios del 2008 sin embargo en épocas de economías relativamente económicamente estables, de todos modos siguen persistiendo situaciones de dificultad financiera en las empresas optando en algunas ocasiones los empresarios por tomar decisiones de no continuidad de su actividad económica, lo cual es preocupante si se considera que el mayor número de empresas en Colombia son las mipymes, quienes aportan aproximadamente el 67% de empleos y el 28% del Producto Interno Bruto<sup>5</sup>, por lo tanto que existan cifras considerables de cierre de empresas es objeto de estudio.

Permanecer en el mercado global es una responsabilidad explícita del empresario sin embargo algunos no encuentran como dar continuidad a su empresa porque aducen dificultad en la financiación que, aunque son factores externos no se puede desconocer su influencia no son totalmente determinantes hacia la bancarrota, ya

---

<sup>5</sup> REVISTA DINERO Mipymes generan alrededor del 67% del empleo en Colombia [en línea] [citado el 15 de febrero de 2018] disponible en: <https://www.dinero.com/edicion-impresa/pymes/articulo/evolucion-y-situacion-actual-de-las-mipymes-en-colombia/222395>

que son condiciones externas e iguales para todas las empresas que compiten en un mismo mercado.

Por consiguiente, las causas se deben analizar al interior de su empresa para detectar una situación que afecte su funcionamiento y la solvencia de la misma, ya que se puede tener el conocimiento de la actividad económica emprendida por herencia familiar o experiencia empírica, pero se desconoce los conceptos básicos de administración y gestión financiera<sup>6</sup>.

En el desempeño de la economía, el sector de la construcción siempre ha cumplido un rol favorable en la recuperación de la economía justamente después de las crisis económicas que ha enfrentado el país y por otra parte también ha impulsado la economía en épocas de crecimiento, y además su influencia tanto positiva o negativa afecta notablemente en los indicadores del empleo tanto de mano de obra calificada como no calificada.

Teniendo en cuenta todo lo anterior y la importancia del sector construcción en Colombia, se ha llevado a cabo el presente estudio donde se propone identificar cuáles son las variables financieras que mejor expliquen la situación de fracaso empresarial en las pymes dedicadas a la construcción de edificaciones residenciales y no residenciales a través de modelos de capacidad predictiva.

## **1.2 ANTECEDENTES**

Los modelos de predicción tienen como objetivo fundamental la detección temprana de factores de riesgo que a través de un mecanismo de pronóstico de quiebra permite anticipar las dificultades de la empresa y proveer una herramienta útil para

---

<sup>6</sup> VALLS, Jaume; CRUZ, Claudio; TORRUELLA, Albert; JUANES, Eduardo; CANESSA, Miguel; HORMIGA, Esther Causas de fracaso de los emprendedores La Coruña: Netbiblo 2012

la toma de decisiones de parte de los encargados de su funcionamiento gerencial. Los estudios realizados para determinar la probabilidad de quiebra se caracterizan por emplear distintos tipos de análisis estadístico dependiendo del enfoque de la investigación y el tipo de variables a utilizar. Este por lo general, comienza con un análisis descriptivo y concluye en un análisis inferencial, la otra parte fundamental es la interpretación de las razones financieras que permite concluir la situación financiera de una empresa.

De acuerdo con Keasey y Watson<sup>7</sup>, en los modelos predictivos el concepto de quiebra se relaciona con una empresa en liquidación sin embargo, advierte que el uso únicamente de una muestra de empresas en condición de quiebra real, impediría la objetividad del estudio dado que no tendría en cuenta empresas que podrían estar en un estado de transición, que no son claramente sanas ni tampoco quebradas, sino que se encuentran en un estado de dificultad financiera. Lo cual indica que para obtener un modelo de predicción útil, se debe contar con información contable de las fases antes del fracaso definitivo.

En el estudio de Albornoz y Giner<sup>8</sup>, se ratifica la importancia de los modelos de predicción de quiebra para evitar asignación de recursos ineficientes para proyectos del sector de la construcción, por lo que se ha incentivando en los últimos años ese tipo de investigaciones, ya que algunas entidades financieras no cuentan con herramientas para evaluación de proyectos y pueden ser susceptibles de cometer errores a la hora de otorgar créditos, se precisa que es posible cometer dos tipos de errores: (1) conceder crédito a empresas que resulten insolventes y (2) no financiar empresas solventes.

---

<sup>7</sup> KEASEY, Kevin; WATSON, Robert Financial Distress Prediction Models: A Review of Their Usefulness En: British Journal of Management 1991 p. 89-102

<sup>8</sup> ALBORNOZ, Belén Gill; GINER, Begoña Predicción del fracaso empresarial en los sectores de construcción e inmobiliario: Modelos generales versus específicos En: Universia Business Review 2013 pp. 120-130

Entre las limitaciones para la estimación de los modelos de predicción de quiebra para las mipymes se encuentra la manipulación de los datos financieros depositado por las entidades de vigilancia y control, las cuales afectan la fiabilidad del estudio contaminando la muestra de la investigación donde se pueden presentar dos situaciones, que el empresario decida declararse en quiebra legalmente para deshacerse de sus deudas, o por otro lado reportar unas condiciones financieras mejores a las existentes con el fin de aumentar la confianza del público. Esto se presenta principalmente en micro y pequeñas empresas en Colombia, las cuales no están obligadas a ser auditadas<sup>9</sup>.

En relación a los modelos de predicción de empresas fracasadas y no fracasadas, se han encontrado resultados desalentadores en la fase empírica para formular un modelo general que permita dar con certeza tal pronóstico, salvo en una situación extrema, esto en razón de que existen distintos tipos de fracaso empresarial, con distintos síntomas y diferente velocidad de deterioro. Además, las variables obtenidas de los estados financieros de las empresas reflejan su situación económica y financiera, pero difícilmente se logra conocer cuáles son las características y el desempeño de la gerencia de la empresa quienes finalmente son los responsables de las decisiones y la forma de afrontar la crisis. Por tal motivo y dada la incapacidad de exponer una base teórica genérica para identificar las variables para cualquier tipo de fracaso o con carácter específico, ha conllevado a sustituir la teoría sobre qué variables debe contener un modelo, y optar mejor por estudios estadísticos que descubran las variables explicativas para el análisis de un estudio en específico, incorporando las consideraciones y condicionantes del analista de acuerdo a su experticia y también de acuerdo a un conjunto de variables previamente analizadas en los resultados empíricos de trabajos anteriores<sup>10</sup>.

---

<sup>9</sup> ROMERO E., Fredy. Alcances y limitaciones de los modelos de capacidad predictiva en el análisis del fracaso empresarial En. AD-minister 2013 pp. 45-70

<sup>10</sup> TASCÓN, Maria; CASTAÑO, Francisco. Variables y Modelos Para La Identificación y Predicción Del Fracaso Empresarial: Revisión de La Investigación Empírica Reciente En: Revista de Contabilidad 2012 pp. 7-58

Existen muchos autores que comparan sus resultados obtenidos de los nuevos modelos de predicción propuestos con el análisis discriminante múltiple (MDA), sin embargo, no hay un común acuerdo en la literatura que el MDA sea el método más preciso en la predicción de la insolvencia. En el estudio de Aziz y Dar (2003), se encontró que durante el periodo de 1968 hasta 2003, el 30,3 % de las publicaciones sobre modelos de insolvencia utilizaban análisis discriminante, el 21,3% utilizaban la regresión logística y el tercer método preferido con un 9% era el modelo de redes neuronales<sup>11</sup>.

A continuación, se presenta una revisión de los estudios en los últimos 10 años realizados en Colombia y en el exterior en relación a los modelos de predicción de fracaso empresarial:

- a. Rosillo<sup>12</sup> utilizó un total 80 empresas de diferentes sectores en Colombia durante un periodo de 4 años, las cuales fueron clasificados promediando 12 tipos de indicadores financieros para cada empresa y luego a criterio del especialista se definió un umbral a priori para desarrollar la metodología del análisis discriminante, quedando así establecidas 50 empresas fuertes y 30 débiles. Luego del análisis se obtuvo que las variables que más discriminan en su estudio fueron el endeudamiento, la rentabilidad patrimonial y el leverage largo plazo, con la función discriminante se consiguió un 94 % de acierto para empresas fuertes y un 87% para las débiles. Las empresas que se consideran fuertes poseen porcentajes bajos de endeudamiento inferiores al 26%, rentabilidad patrimonial promedio del 6.11% y una deuda cubierta por el 50% del patrimonio.

---

<sup>11</sup> SÁNCHEZ, Magda; ACEVEDO, Ismael; CASTILLO, Alfredo. Análisis económico financiero de los modelos de predicción de quiebra y la probabilidad de quiebra [en línea] [citado el 10 de marzo de 2018] disponible en: [https://www.academia.edu/3757448/An%C3%A1lisis\\_econ%C3%B3mico\\_de\\_los\\_modelos\\_de\\_predicci%C3%B3n\\_de\\_quiebra\\_empresarial](https://www.academia.edu/3757448/An%C3%A1lisis_econ%C3%B3mico_de_los_modelos_de_predicci%C3%B3n_de_quiebra_empresarial)

<sup>12</sup> ROSILLO, Jorge. Modelo de predicción de quiebras de las empresas colombianas En: Innovar 2002 pp. 109-124

- Al contrario, las empresas débiles manifestaron un endeudamiento promedio del 50%, rentabilidad negativa y un pasivo respaldado por la totalidad del patrimonio.
- b. Entre el 2001 y 2002, se observó un aumento del 100 % de empresas que entraron a la quiebra en Bucaramanga, entre otras el sector de la construcción siendo uno de los más afectados disminuyendo su aporte económico al país. Alzate<sup>13</sup>, investigó las causas del incremento de quiebra, tomó una muestra representativa de empresas que entraron a concordato Ley 550, otras empresas que no entraron a concordato y fueron a la quiebra, y otras que pese a la crisis aún subsistían. Se utilizaron distintas categorías financieras como lo son, indicadores de tamaño, indicadores de dinámica, indicadores de endeudamiento, indicadores de rentabilidad, indicadores de eficiencia o actividad e indicadores de liquidez. Luego de emplearse el modelo Logit, se identifica los indicadores más significativos para explicar la quiebra empresarial con un 95% de confianza. Estos indican que el crecimiento de activos y la rentabilidad de los mismos son variables de alto impacto y que se les debe prestar especial atención por parte de los empresarios.
- c. Entre el año 2005 y 2011 Romero<sup>14</sup> estudió las variables financieras determinantes del fracaso empresarial para la pequeña y mediana empresa en Colombia, se utilizó una metodología basada en la regresión logística para determinar las variables más relevantes que influyen en los sectores económicos como son los servicios, la industria, el comercio, la construcción y el agropecuario. La selección de variables a priori se llevó a cabo de acuerdo a la literatura de caracterización y predicción del fracaso empresarial, y a su vez aquellas variables más relevantes de estudios anteriores que hayan resultado significativas. Se utilizaron en total 45 variables incluidos en las siguientes

---

<sup>13</sup> ALZATE, Marín, José Joaquín Como medir la quiebra de las empresas en Santander. El modelo logístico: Una herramienta para evaluar el riesgo de quiebra. En: CIFE 2008

<sup>14</sup> ROMERO E, Fredy Variables financieras determinantes del fracaso empresarial para la pequeña y mediana empresa en Colombia: análisis bajo modelo Logit En. Pensamiento y Gestión 2013 pp. 235-237

categorías, ratios de solvencia y liquidez, ratios de flujo de efectivo, ratios de cobertura o apalancamiento y ratios de rotación.

- d. El resultado del estudio arrojó que el fracaso empresarial para la pequeña y mediana empresa en Colombia se caracteriza por tener un mayor grado de apalancamiento de largo plazo, un pasivo alto, una baja concentración de activos líquidos con relación a su activo total, los cuales no alcanzan a cubrir los pagos de la deuda, por lo tanto, sus principales problemas son de liquidez y endeudamiento como lo señala la superintendencia de sociedades de Colombia. También se concluyó que, en relación a la antigüedad del tipo de empresa, se observa con mayor probabilidad de fracaso para empresas entre 22 a 30 años de existencia lo cual va en contra de lo sospechado, que son las empresas jóvenes que son más susceptibles de fracasar. De otra parte, también se señala que las empresas que tienen mayor riesgo al fracaso son, el sector de la construcción, seguido del sector industrial y finalmente el sector del comercio.
- e. Romero, Melgarejo y Vera<sup>15</sup>, estudió las causas del fracaso empresarial se enfocó a pequeñas y medianas empresas de cinco sectores de la economía tales como servicios, industria, comercio, construcción y agropecuario, localizadas en Cundinamarca, Bogotá, Antioquia y Valle del cauca. El estudio tomó estados financieros de 48 empresas sanas y de 48 empresas fracasadas entre los años 2009 y 2013. Se realizó un análisis descriptivo y un análisis de la información financiera consolidado en los estados financieros mediante el análisis vertical, el análisis horizontal y utilizando indicadores financieros.

En el análisis comparativo de los estados financieros entre el año 2009 y 2013, se analizaron el componente de activos y se identificó cuales empresas fracasadas tenían menor capacidad de solventar deudas en el corto plazo. En

---

<sup>15</sup> ROMERO, Fredy; MELGAREJO, Zuray; VERA, Mary Fracaso empresarial de las pequeñas y medianas empresas (pymes) en Colombia En: ELSEVIER 2015 pp. 29-41

cuanto al capital de trabajo las empresas fracasadas disminuyeron su capital incurriendo incluso algunas en un déficit, por el contrario, las empresas sanas aumentaron su capital.

En relación a la inversión se evidenció que las empresas fracasadas en el 2013 por cada peso invertido tenían comprometido con acreedores el 106,2 %, a diferencia de las sanas que su relación es de apenas el 49,5%, una diferencia de endeudamiento considerable que pone a las organizaciones en un riesgo elevado. En cuanto a la utilidad bruta, se evidencia una disminución en ambas empresas durante ese periodo del 2009 al 2013, sin embargo, si para las sanas este descenso significó del 38% al 29 %, para las fracasadas fue del 29% al 13%. Otro análisis de esta investigación tiene que ver con la rentabilidad del patrimonio bruto, mientras las empresas sanas tuvieron un incremento del 7,3% al 8,9%, las empresas fracasadas mostraron una pérdida de rentabilidad del patrimonio bruto del 34,1% al 58,8%.

- f. En la investigación de Albornoz y Giner<sup>16</sup> en España se utilizó un ratio de cada categoría prevista en la literatura para la predicción del fracaso como lo son, la rentabilidad, actividad, endeudamiento, cobertura y liquidez, de todas las razones financieras empleadas para cada categoría mencionada se terminó seleccionando las siguientes:

La rentabilidad económica, endeudamiento, cobertura de intereses, existencias sobre la cifra de negocios, liquidez, y adicionalmente fueron incluidas cuatro variables adicionales que fueron consideradas importantes por los investigadores como son tamaño, la variación porcentual del activo total en los 2 años previos a la quiebra, y también dos tipos de variable tipo dummy con

---

<sup>16</sup> ALBORNOZ, Belén Gill; GINER, Begoña. Predicción del fracaso empresarial en los sectores de construcción e inmobiliario: Modelos generales versus específicos En: Universia Business Review 2013 pp. 120-130



valores de 0 y 1, una relacionada con la edad de las empresas y la otra variable con el ciclo económico de acuerdo al año anterior o posterior de la crisis del 2007.

El efecto del endeudamiento reporta una probabilidad de fracaso para empresas constructoras (47%), inmobiliarias (97%) y las industriales (29%), disminuir la rentabilidad de las empresas aumenta la probabilidad en 15%, se observó una relación positiva entre el tamaño y la probabilidad de fracaso. También se observa que la variable crecimiento del activo, como las variables joven y crisis tienen una relación positiva con la probabilidad de fracaso para sectores como la construcción y el inmobiliario.

- g. En el estudio de los factores determinantes del fracaso empresarial en Castilla y León, Mures y García<sup>17</sup> aplicó la técnica de regresión logística a una muestra de 106 empresas en el sector industrial de las cuales se seleccionaron y emparejaron por tamaño y sector, 53 empresas sanas y fracasadas. Su análisis se realizó con la información financiera para los 3 periodos antes del fracaso, y se obtuvo como resultado que las variables explicativas de la insolvencia empresarial fueron la rotación de diversas partidas contables sobre los ingresos de explotación de las empresas, el nivel de endeudamiento y lo referente a la estructura de su patrimonio.

Además, en relación a las variables más significativas para el caso del periodo anterior al fracaso de la empresa, está explicada por su capacidad de autofinanciación, por la rentabilidad de sus actividades y por la liquidez que el capital circulante puede generar para hacer frente al pasivo exigible. En general el porcentaje de acierto alcanzado para las empresas fracasadas es del 82,2% y para empresas sanas del 80,9%.

---

<sup>17</sup> MURES QUINTANA, María Jesús; GARCÍA GALLEGO, Ana. Factores determinantes del fracaso empresarial en Castilla y León En. Revista de Economía y Empresa 2004 pp. 95-116

Mures y García<sup>18</sup> señala que la capacidad predictiva de los modelos estimados puede aumentarse, mediante la selección de empresas sanas en la que no se incluyan empresas que no hayan presentado declaración de quiebra o de suspensión de pagos que indiquen problemas financieros que los aproximan a dicha situación de fracaso.

En conclusión, según los estudios revisados las empresas con posibilidad de quiebra se caracterizan principalmente por los altos porcentajes de endeudamiento, disminución de la rentabilidad o incluso rentabilidad negativa y también presentan un apalancamiento mayor por parte de los socios afectando así su patrimonio.

### **1.3 JUSTIFICACIÓN**

Las implicaciones sociales y económicas que pueden generar el éxito o fracaso de la empresa son de interés para el conjunto de la sociedad, la razón que motiva a desarrollar la presente investigación sobre las causas del fracaso en el aspecto financiero de una empresa se debe a que el sector de la construcción está catalogado como el dinamizador de la economía nacional y local, puesto que impulsa la generación de empleo a través de la contratación de mano de obra calificada y no calificada. Además, es importante mencionar que al entrar una empresa constructora en quiebra afectan otros sectores económicos que están relacionados con su actividad constructiva como por ejemplo las siderúrgicas, cementeras, concreteras, trituradoras, transportadoras incluyendo el sector financiero causando gran traumatismo.

A nivel mundial se ha venido trabajando en los modelos de predicción de acuerdo a sus necesidades de analizar la solvencia de las empresas y mantener la confianza

---

<sup>18</sup> Ibíd.

en sus inversiones, por eso su auge ha permitido enriquecer aún más el tema a través del desarrollo de varios estudios empíricos en las diferentes ramas del conocimiento y tipos de métodos que profundizan en la flexibilidad y aciertos de los modelos de predicción, sin embargo los modelos desarrollados por los investigadores de otros países son propios y aplicables a empresas de su zona geográfica, lo cual significa que en cada país se debe analizar y desarrollar su propio modelo. De otra parte, cabe resaltar que en Colombia se han desarrollado algunos estudios utilizando empresas del sector textilero, manufacturero e incluso varios sectores de la industria en un mismo estudio.

En nuestro proyecto pretendemos abordar específicamente el sector de la construcción en el área metropolitana de Bucaramanga ya que todos los sectores de la economía no se comportan igual y se pueden identificar las variables que mejor caractericen a las empresas entre sanas o quebradas de este sector de la economía.

Otra razón es que la aplicación de un modelo predictivo alimentado por los razones financieras extraídas de los estados contables de las empresas permitirá al empresario proveer una herramienta útil para la toma de decisiones, ya que esta información será de sencilla interpretación a aquellos grupo de constructores o gerentes de las pymes que por desconocimiento o simplemente por omisión en su visión de negocio no tenga una cultura de gestión del riesgo financiero, por medio del cual le permita detectar y anticipar una situación futura de dificultad financiera y que en caso de no manejarse a tiempo pueda conducir a la quiebra legal.

## **1.4 OBJETIVOS**

**1.4.1 Objetivo General** Realizar un análisis cuantitativo de los factores financieros y factores de riesgo que inciden en el fracaso empresarial para las pequeñas y medianas empresas de la construcción de edificaciones residenciales y no residenciales en el área metropolitana de Bucaramanga.

### **1.4.2 Objetivos Específicos**

- Identificar las variables que mejor explique el fenómeno de fracaso empresarial de las pequeñas y medianas empresas del sector de la construcción, subsector de edificaciones residenciales y no residenciales en el área metropolitana de Bucaramanga.
- Formular un modelo econométrico que mejor ajuste la variable de fracaso empresarial basado en la técnica de análisis discriminante.
- Aplicar un método de clasificación basado en redes neuronales con el fin de predecir empresas sanas y quebradas.

## 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1 FRACASO EMPRESARIAL

Tal como se señala en Mures y García<sup>19</sup>, el fracaso empresarial es un concepto amplio que abarca una variedad de situaciones que pueden repercutir en contra de la empresa, dado que son varias las causas que conlleva a una empresa entrar en crisis, a continuación, mencionamos de forma general tres estados distintos de fracaso:

- Fracaso económico: Ingresos insuficientes para cubrir los costos.
- Fracaso Financiero: Incapacidad de cubrir las obligaciones a corto plazo por insuficiente liquidez.
- Fracaso Jurídico: Se incurren en sanciones de tipo legal por altos montos de endeudamiento de su patrimonio hasta llegar a un estado negativo del mismo.

El fracaso empresarial se ha enmarcado principalmente en definiciones jurídicas como es la bancarrota o quiebra legal, asimismo el fracaso financiero o insolvencia, valor reducido de los activos o escasez del flujo de caja, suspensión o incumplimientos de pagos, entre otros afectan al funcionamiento continuo de la empresa<sup>20</sup>.

De acuerdo Graveline y Kokalari existen 3 tipos de acepciones de fracaso empresarial<sup>21</sup>:

- Dejar de pagar una deuda.
- Reunir las condiciones previstas en la normativa vigente sobre quiebra.

---

<sup>19</sup> *Ibíd.*

<sup>20</sup> ROMERO, Fredy; MELGAREJO, Zuray; VERA, Mary Op. Cit. pp. 29

<sup>21</sup> TASCÓN, Maria; CASTAÑO, Francisco Variables y Modelos Para La Identificación y Predicción Del Fracaso Empresarial: Revisión de La Investigación Empírica Reciente En. Revista de Contabilidad 2012 p. 11

- Tener una situación patrimonial precursora del fracaso futuro.

En la siguiente tabla 1 se clasifica entre grupos los diferentes conceptos de autores que han estudiado el tema:

**Tabla 1. Concepto de fracaso empresarial**

| <b>Autores</b>  | <b>Grupo</b> | <b>Concepto</b>   |
|---|--------------|---|
| Beaver (1966), Gabás (1990), García, Arqués y Calvo Flores (1995), Westgaard y Wijst (2001) | 1            | Incapacidad de atender obligaciones financieras a su vencimiento.   |
| Deakin (1972)   | 2            | Considera fracaso empresarial a empresas en quiebra, suspensión de pagos o concurso de acreedores   |
| Taffler (1982)  | 2            | Se considera el fracaso empresarial por orden legal o con intervención estatal  |
| (Laffarga et al 1985) y (Pina, 1989)  | 2            | Autores que han estudiado el sector bancario estiman el fracaso por la intervención o no del fondo de garantía de depósitos.                                  |
| Altman (1981)   | 3            | Insolvencia técnica o en el sentido de capital consistente en falta de liquidez.  |
| Gazengel y thomas (1992)  | 3            | Consideran empresa fracasada aquella que genera cíclicamente más carga financiera que ingresos  |
| Davydenko (2007)  | 3            | Plantea que cuando la situación patrimonial refleja un valor reducido en los activos o una escasez de tesorería se puede desencadenar el fracaso empresarial. |
| Rubio (2008) y Correa et al. (2003)   | 3            | Se habla de entidad fracasada cuando esta incurre en quiebra técnica, entendiendo como tal el patrimonio neto contable negativo.                              |

Fuente: TASCÓN, María; CASTAÑO, Francisco Variables y Modelos Para La Identificación y Predicción Del Fracaso Empresarial: Revisión de La Investigación Empírica Reciente En. Revista de Contabilidad 2012

En un estudio desarrollado por la cámara de comercio de Bogotá en 2013, se halló que luego del primer año de creación de las empresas sobreviven el 55%, para el segundo año queda un 41%, en el tercer año solo sobrevive un 31% y para el cuarto año solamente sobrevive un 23% de las empresas<sup>22</sup>. Estas cifras indican que los empresarios están fallando en algunos aspectos del manejo de su negocio, lo que probablemente por ignorancia pueden llegar a desconocer, aunque también puede darse la situación que no tengan capacidad de identificar los errores cometidos y por tal motivo no aprovechen las lecciones aprendidas que traen consigo los mismos, para así diseñar nuevas estrategias que permitan tomar los correctivos y/o prever a tiempo situaciones que conlleven a la quiebra<sup>23</sup>.

Arasti et al explica que “el fracaso tiene múltiples causas: pueden ser externas es decir relacionadas con el entorno y que frecuentemente son impredecibles, o internas que también son relacionadas con características propias del negocio y que en muchos casos pueden ser previstas con antelación”<sup>24</sup>.

En el estudio realizado por Pardo y Alfonso<sup>25</sup> se describen los principales factores que pueden influir en el fracaso, en orden de importancia son los elementos financieros, organizacionales y/o administrativos y el mercadeo. Los problemas financieros impiden generar flujos de caja positivos lo cual conduce a problemas de liquidez, además no lograr la autosuficiencia financiera del negocio y la falta de

---

<sup>22</sup> EL TIEMPO Robo de empleados, entre los factores de quiebra de nuevos negocios [en línea] [citado el 12 de marzo de 2018] disponible en: <http://www.eltiempo.com/economia/empresas/por-que-fracasan-los-emprendimientos-en-colombia/16511594>

<sup>23</sup> PARDO, Clara Inés; ALFONSO, William Op. Cit.

<sup>24</sup> Ibíd. p. 23

<sup>25</sup> Ibíd.

fuentes de financiación que garanticen el mantenimiento de los flujos de caja durante el desarrollo de la actividad.

En el aspecto organizacional y/o administrativo se destaca la falta de planeación y la falta de indicadores de gestión que permitan conocer la situación periódica del negocio, y por último en el mercadeo los problemas con las actividades de promoción y estudios deficientes de mercadeo.

Según Valls, y otros, 2012 <sup>26</sup> la clasificación de las causas del fracaso se agrupa en 3 grupos:

- a. Factores internos: Falta de planeación inicial del negocio, Acceso a fuentes de financiamiento y organización del negocio tales como la infraestructura y la gestión de recurso humano.
- b. Características del emprendedor: Influye en el perfil del emprendedor donde se mide sus capacidades en relación con sus conocimientos, habilidades y experiencia.
- c. Factores externos: Estos se ven afectados por la competencia del mercado y por las características del entorno tales como la situación política, económica y social del lugar donde se encuentre la empresa.

**2.1.1 Aspecto Jurídico de la Quiebra en Colombia.** Las situaciones de crisis empresarial anteriormente en Colombia se manejaron a través de una solución judicial (Ley 222/1995) y una extrajudicial (Ley 550/1999). Actualmente la ley 1116/2006, surgió como una necesidad de reorganizar la empresa y evitar su desaparición.

**2.1.1.1 Ley 222 de 1995.** Consiste en un régimen concursal unificado tanto para comerciantes como para quienes no ostenten dicha calidad, luego de superada una

---

<sup>26</sup> VALLS, Jaume; CRUZ, Claudio; TORRUELLA, Albert; JUANES, Eduardo; CANESSA, Miguel; HORMIGA, Esther Causa de Fracaso de los Emprendedores España: Gesbiblo SL 2012



etapa preliminar, surge un trámite para dar gestión al concordato o la liquidación obligatoria. Aquellas personas de mayor importancia económica, como las sociedades mercantiles, las sucursales de sociedades extranjeras y las empresas unipersonales de responsabilidad limitada, tramitan ante la superintendencia de sociedades. Las personas de menor importancia económica como las personas naturales o las personas jurídicas diferentes a las sociedades mercantiles no sometidas a regímenes especiales de recuperación o liquidación, realizan su trámite ante los jueces civiles del circuito<sup>27</sup>.

Por medio del artículo 242 de la Ley 222 se derogó el decreto 350 de 1989, esta ley introdujo en Colombia un cambio en la forma de entender la quiebra, creando un nuevo régimen de procesos concursales menos dramáticos haciendo referencia a los requisitos generales, tanto formales como sustanciales, el trámite del concordato, la forma y efectos de su apertura, y las obligaciones post concordatarias<sup>28</sup>.

Los cambios introducidos por la ley en mención unifican el concordato potestativo y obligatorio en un solo trámite, denominado concordato o acuerdo de recuperación de los negocios del deudor. De otra parte, el término quiebra se entiende ahora como el trámite de liquidación obligatoria cuyo propósito es la cancelación con sus propios bienes de las deudas que haya adquirido el deudor<sup>29</sup>.

De acuerdo a Alarcón<sup>30</sup> el proceso concordatario tradicional, era extenso, reglado y con una carga excesiva procesal, en el cual luego de la admisión al concordato se

---

<sup>27</sup> PEREIRA PEREIRA, Rudy Manual de derecho concursal de los concordatos y los acuerdos de reestructuración. Bogotá: Universidad Externado de Colombia 2006

<sup>28</sup> ALARCÓN, Andrés Antonio Impacto de la ley de reestructuración económica en el sector real de la economía en la ciudad de Cartagena entre el 01 de enero del 2000 y diciembre del 2006 Barranquilla: Universidad del Norte 2010

<sup>29</sup> GARZÓN NIÑO, Diana Karina Los procesos de insolvencia en Colombia: Análisis comparado de los requisitos y condiciones Bogotá: Universidad Católica de Colombia

<sup>30</sup> ALARCÓN, Andrés Antonio Op. Cit.

designaba a un contralor, figura parecida a la del promotor, pero con menos campo de acción y discrecionalidad, se designaba una junta provisional concordataria, en la cual tenían escaños todas las calidades de acreedores del concurso, se evacuaban cuatro audiencias concordatarias, la preliminar, la de modificación, la final y de incumplimiento, sin contar con incidentes procesales, tales como objeción a los créditos, a las cuentas, acciones revocatorias, y lo más traumático, la expedición del auto de calificación y graduación de créditos. Lo anterior nos permite observar que pese que la ley fue creada con las mejores intenciones para ayudar aquellos empresarios en situaciones de dificultad, su gestión procesal era muy densa y compleja.

Sin embargo, esta ley aún no fue suficiente para la crisis económica que atravesó Colombia en 1998, ya que por su dispendioso trámite no era tan ágil para solucionar los problemas, lo que conllevó a expedir un nuevo régimen de insolvencia que permitiera dirimir eficientemente los numerosos casos de sociedades en situaciones de peligro financiero, de tal forma que surge la Ley 550 de 1999<sup>31</sup>.

**2.1.1.2 Ley 550 de 1999.** Cuando aún estaba en funcionamiento la Ley 222 de 1995, se expidió la Ley 550 de 1999, también denominada “ley de reestructuración empresarial” o “ley de reactivación empresarial”. Esta ley fue expedida con el propósito de recuperar las empresas que se encontraban inmersas en crisis debido a la economía del país<sup>32</sup>.

En relación al aspecto procesal de la Ley 550 de 1999, el trámite se constituyó más flexible ya que el promotor nombrado para las negociaciones tenía un tiempo de 4 meses para obtener un arreglo formal en votación con más del 51% de los acreedores sociales, también se eliminó las 4 audiencias formales para que a través

---

<sup>31</sup> GARZÓN, Niño, Diana Karina Los procesos de insolvencia en Colombia: Análisis comparado de los requisitos y condiciones Bogotá: Universidad Católica de Colombia 2015

<sup>32</sup> PEREIRA PEREIRA, Rudy Op. Cit.

de una sola audiencia se concluya la votación y aprobación del acuerdo, dando así celeridad al proceso. La ley 550 fue la norma más sobresaliente y efectiva que hubo en la historia en procesos de insolvencia por la época en que se desarrolló la crisis económica de Colombia y se caracterizó por la agilidad en el trámite que permitió la recuperación de empresas en vía de extinción<sup>33</sup>.

En relación con la sentencia C- 1185 de 2000, la corte se refirió con respecto a la naturaleza jurídica de la Ley 550 de 1999, la cual fue creada para mejorar la difícil situación económica que había conllevado a un aumento de desempleo dado por la liquidación de las empresas del sector real de la economía. De esta manera la corte enfatizó que los anteriores mecanismos para resolver condiciones de insolvencia no resultaban apropiados para lograr la reactivación de las empresas, por consiguiente, el propósito de esta nueva ley consistió en brindar a los deudores y acreedores alternativas adecuadas de negociación, diseño y ejecución de programas que permita al empresario mejorar su actividad productiva y hacer frente a sus compromisos financieros. Un aspecto importante de la proyección de esta ley consiste en desjudicializar la solución de los conflictos que se han producido como consecuencia de las crisis empresariales, se crea un mecanismo de conciliación entre acreedores y deudores que permita evitar su liquidación denominado “acuerdo de reestructuración”.

**2.1.1.3 Ley 1116 de 2006.** Como consecuencia que la Ley 222 no resultó apropiada y suficiente para la realidad del país, se adoptó la Ley 550 de 1999 sobre los acuerdos de reestructuración, que permitió flexibilizar los mecanismos de supervivencia de las empresas, sin embargo, como esta ley tenía un carácter transitorio y tras ser prorrogada por dos años, se generó una ley aprobada por el congreso y sancionada por el presidente de la republica bajo el número 1116 en el 2006 denominada la ley de insolvencia empresarial. Dicha ley consagra cambios

---

<sup>33</sup> ALARCÓN, Andrés Antonio Op. Cit.

importantes respecto a la anterior normatividad, regulando la manera de reorganización de su operación para la subsistencia de la empresa y también las directrices cuando es inviable su funcionamiento y por tanto requiere su disolución<sup>34</sup>.

En Colombia 1015 procesos entraron en liquidación judicial luego de la implementación de la Ley 1116 de 2006 hasta el 2014, se terminaron 728 procesos, las personas afectadas al principio del proceso eran 4196 y sus activos ascendían a los 3.786.098 millones de pesos y los pasivos a 4.781.749 millones de pesos. El 36 % eran microempresas, 33% pequeñas empresas y el 18 % mediana empresa.

Por medio de la ley de 1116 de 2006 mediante la reestructuración interna y acuerdo con acreedores, desde su expedición de la ley hasta el 2015 han entrado en el proceso 915 empresas que se acogieron a la normativa con el propósito de no entrar en un proceso de finalización y desaparición de sus empresas<sup>35</sup>.

**2.1.2 Clasificación de Empresas.** De acuerdo a la Ley 905 de 2004 que modifica la Ley 590 de 2000, Se entiende por micro, pequeña y mediana empresa (mipyme), toda unidad de explotación económica, realizada por persona natural o jurídica, en actividades empresariales, agropecuarias, industriales, comerciales o de servicios, rural o urbana. En las tablas 2 y 3 observamos las clasificaciones de acuerdo a la Ley 905 de 2004 y la cámara de comercio de Bucaramanga.

**Tabla 2. Clasificación de empresas según ley 905 de 2004**

| <b>Tipo de empresa</b> | <b>Empleados</b>                | <b>SMMLV</b>  |
|------------------------|---------------------------------|---|
| Micro empresa          | Menor o igual a 10 trabajadores | Activos totales por valor inferior a quinientos uno (500) salarios mínimos mensuales legales vigentes |

<sup>34</sup> ECHEVARRÍA OLÓZAGA, Hernán Ley de Insolvencia Empresarial Bogotá: Observatorio Legislativo del Instituto de Ciencia Política 2007

<sup>35</sup> ROMERO, Fredy; MELGAREJO, Zuray; VERA, Mary Op. Cit.

|                 |  |  |
|-----------------|--|--|
| Pequeña empresa | Entre once (11) y cincuenta (50) Trabajadores              | Activos totales por valor entre quinientos uno (501) y menos de cinco mil (5.000) salarios mínimos mensuales legales vigentes. |
| Mediana Empresa | Entre cincuenta y uno (51) y doscientos (200) trabajadores | Activos totales por valor entre cinco mil uno (5.001) y quince mil (15.000) salarios mínimos mensuales legales vigente         |

Fuente: Artículo 2 Ley 905 de 2004

**Tabla 3. Clasificación de empresas de acuerdo a sus activos**

| Tipo de empresa        | Activos  | SMMLV  |
|------------------------|--|--|
| <b>Micro empresa</b>   | Activos hasta 344.727.000 de pesos                     | Activos totales por valor inferior a quinientos uno (500) salarios mínimos mensuales legales vigentes                          |
| <b>Pequeña empresa</b> | Activos entre 344.727.000 hasta 3.447.270.000 pesos    | Activos totales por valor entre quinientos uno (501) y menos de cinco mil (5.000) salarios mínimos mensuales legales vigentes. |
| <b>Mediana Empresa</b> | Activos entre 3.447.270.000 hasta 10.341.810.000 pesos | Activos totales por valor entre cinco mil uno (5.001) y quince mil (15.000) salarios mínimos mensuales legales vigente         |
| <b>Grande Empresa</b>  | Activos superiores 10'341.810.000 pesos                | Activos totales por valor Superior quince mil (15.000) salarios mínimos mensuales legales vigente                              |

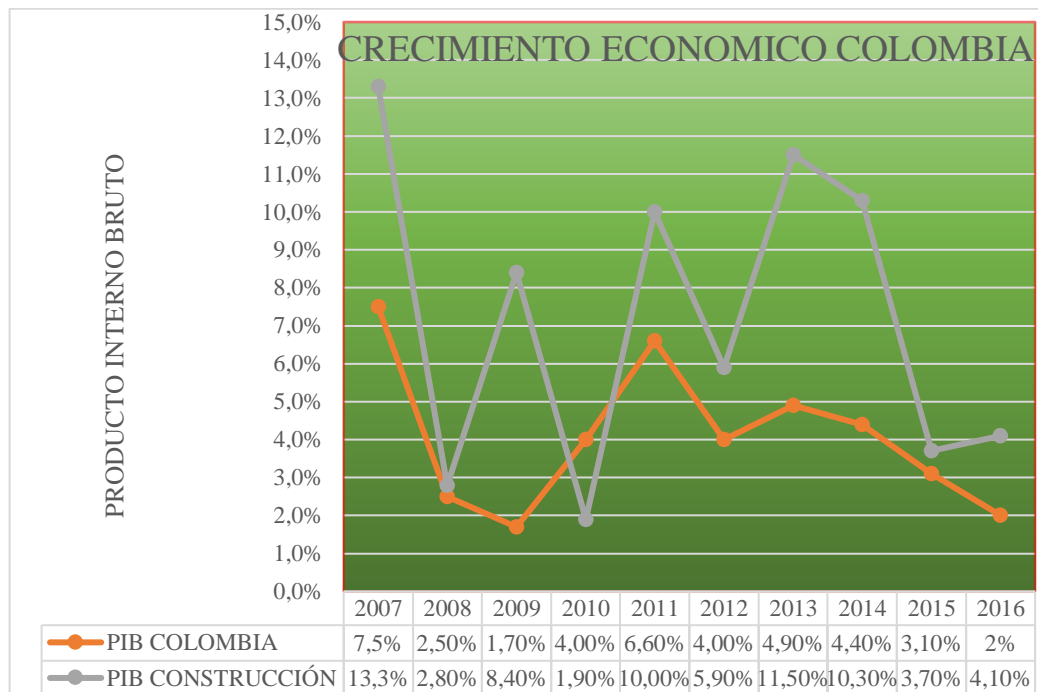
Fuente: Cámara de comercio Bucaramanga

De acuerdo a la cámara colombiana de la construcción (CAMACOL) el sector de la construcción está compuesto por dos grandes ramas de la actividad económica, la construcción de edificaciones residenciales y no residenciales, y la construcción de obras civiles.

Este estudio está limitado a las empresas del sector construcción subsector construcción de edificaciones que reúne las “clases” residenciales y no residenciales.

**2.1.3 Situación Económica de Colombia.** En la figura 1 se observa la fluctuación del producto interno bruto en todos los sectores de la economía colombiana durante los años 2007 al 2016. A continuación, se describe lo acontecido en relación a la economía del sector de la construcción.

**Figura 1. Crecimiento económico de Colombia**



Fuente: DANE

Entre los años 2008 y 2009 los sectores líderes de la economía, la industria, construcción y el comercio presentaron un descenso con respecto al 2007. Las causas que determinaron la crisis económica en Colombia se ve reflejado por un desborde de la tasa de inflación y el alza de tasa de interés causando una mayor carga financiera al consumidor final, los cuales incidieron en la capacidad de

adquisición de los hogares. Además, se presentó un aumento del desempleo gracias a la caída de la producción de los sectores agrícolas, industrial y el descenso en el sector de la construcción. Este último se vio afectado por la reducción del área licenciada, la desaceleración del crédito para el sector y disminución en las obras civiles<sup>36</sup>.

Observamos como el sector de la construcción durante los años 2009, 2011, 2013 y 2014 ha colaborado con la estabilidad de la economía en épocas de recuperación financiera de la crisis del 2007, siendo su desempeño un aporte necesario para el crecimiento de la economía.

## **2.2 RIESGO**

Según García (1990) el concepto de riesgo se entiende “como un factor cualitativo que describe cierto grado de incertidumbre sobre los resultados futuros de la inversión.” Y en Cooper y Chapman (1994) menciona que el riesgo “es la exposición a la posibilidad de pérdidas económicas y financieras, de daños en las cosas y en las personas o de otros perjuicios como consecuencia de la incertidumbre que origina el llevar a cabo una acción”<sup>37</sup>.

**2.2.1 Riesgo Financiero.** El riesgo financiero se define como aquella incertidumbre que se encuentra directamente asociada al rendimiento de una inversión. Esto es debido a la posibilidad que existe de que la empresa no pueda hacer frente a sus

---

<sup>36</sup> MESA, Ramón Javier; RESTREPO, Diana Constanza; AGUIRRE, Yenny Catalina Crisis externa y desaceleración de la economía colombiana en 2008-2009: Coyuntura y perspectiva En: Perfil de Coyuntura Económica No. 12 2008 pp- 31-67

<sup>37</sup> GARCÍA, Arlenis La gestión de riesgos financieros en las empresas. Un estudio teórico p. 2 [en línea] [citado el 12 de marzo de 2018] disponible en: <http://www.gestiopolis.com/la-gestion-de-riesgos-financieros-en-las-empresas-un-estudio-teorico/>

obligaciones en un momento dado, ya sea al pago de los intereses o a las diferentes deudas<sup>38</sup>.

Asimismo, se interpreta como la posibilidad de que ocurran eventos adversos que no se tenían previstos y como consecuencia no se obtengan los dividendos esperados o que no haya retorno de la inversión. Entre los diferentes tipos de riesgos De Lara H<sup>39</sup>. se encuentran los siguientes:

- **Riesgo de mercado:** Hace referencia a la probabilidad de pérdida que puede asumir un empresario cuando existan cambios en los precios respecto al mercado o con respecto a los movimientos de los factores de riesgo como son los riesgos de interés, cambiario y de mercancía.
- **Riesgo de crédito:** Es el riesgo a que se enfrentan principalmente las entidades bancarias cuando el beneficiado del crédito no cumple con las obligaciones financieras estipuladas.
- **Riesgo de liquidez:** Se presenta cuando una empresa requiere mayor cantidad de dinero en efectivo para cubrir sus pasivos y aun habiendo voluntad de comercialización, el mismo mercado no permite buenas opciones de venta a un precio adecuado conduciendo incluso a estados de pérdida.
- **Riesgo operativo:** Está asociado a las deficiencias de la organización en una empresa dado que puede fallar el aspecto procedimental, fraudes por la excesiva confianza en el personal, falta de capacitación de los empleados o también la diversificación del conocimiento en los procesos claves para la organización ya que en ausencia del líder del proceso se causaría un traumatismo en su operación.

---

<sup>38</sup> GARCÍA, Víctor El riesgo financiero y sus diferentes tipos [en línea] [citado el 01 de mayo de 2018] disponible en: <http://capitaldinerofinanzas.blogspot.com.co/2011/03/el-riesgo-financiero-y-sus-diferentes.html>

<sup>39</sup> DE LARA H, Alfonso Medición y control de riesgos financieros Editorial Limusa S.A 2008



- **Riesgo de reputación:** Se presenta cuando el mercado percibe que la empresa presenta falencias en la atención del servicio, la calidad de sus procesos, calidad en sus materiales, etc.

## 2.3 ESTADOS FINANCIEROS

En Colombia los estados financieros se establecieron en el artículo 22 del decreto 2649 de 1993, estos se componen del balance general, el estado de resultados, el estado de cambios en el patrimonio, el estado de cambios en la situación financiera y el estado de flujos de efectivo.

El balance general y el estado de resultados o también llamado estado de pérdidas y ganancias, consisten en un informe periódico en base a los resultados de sus negocios obtenidos generalmente durante 1 año, con base en esto se pueden extraer conclusiones sobre la situación financiera del negocio, sus fortalezas, debilidades y acciones necesarias para mejorar su salud financiera.

El balance general se divide entre el activo considerándose como parte del mismo los bienes y derechos de la empresa, el pasivo que representa todas las obligaciones de la empresa tanto a corto como largo plazo, y el patrimonio que representa la participación de los propietarios del negocio. El balance general se considera estático y solo permite evidenciar la situación de una empresa en un momento determinado, en cambio el estado de resultados muestra los ingresos y gastos, la utilidad o pérdida resultante de las operaciones de una empresa durante un periodo de tiempo determinado<sup>40</sup>.

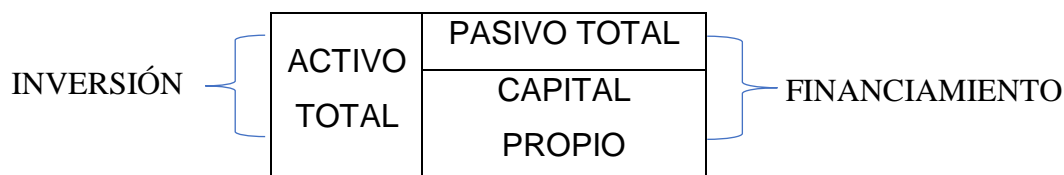
---

<sup>40</sup> ORTIZ, Héctor Análisis financiero aplicado y normas internacionales de información financiera-Niif Bogotá: Universidad Externado de Colombia 2015

De acuerdo a Carrillo<sup>41</sup>, una forma de obtener un diagnóstico financiero de una empresa es comparando las cuentas que componen los estados financieros en un periodo mínimo de 3 o 4 años consecutivos ya que se puede detectar indicios de riesgo financiero, por lo cual se debe examinar primeramente la adecuada clasificación de las cuentas, revisar el estado de liquidez y las utilidades de la empresa.

En la figura 2 Dumrauf<sup>42</sup> representa la composición del balance general, al lado izquierdo se muestra el activo total que son las inversiones realizadas por la empresa y al lado derecho se indica la forma como se financiaron dichos activos, en la siguiente figura se puede observar cómo se conforma de manera general el balance:

**Figura 2. Balance General**



Fuente: DUMRAUF, Guillermo. Finanzas Corporativas México, D.F.: Alfaomega Grupo Editor S. A. de C. V. 2006

Los activos totales se componen entre activos circulantes y activos fijos. Los primeros también denominados corrientes están compuestos por saldos de caja y bancos, créditos por ventas e inventarios, además se denominan así porqué tienen facilidad para convertirse en efectivo en un periodo máximo de un año. En cambio, los activos fijos o no corrientes, son todos aquellos bienes que no son de fácil conversión en efectivo y que su proceso puede tardar más de un año, tales como ventas de maquinarias, edificios, etc.

<sup>41</sup> CARRILLO, Gladys Análisis y Administración Financiera Santa fé de Bogotá, D.C.: Corcas Editores Ltda. 2006

<sup>42</sup> DUMRAUF, Guillermo. Finanzas Corporativas México, D.F.: Alfaomega Grupo Editor S.A de C.V 2006

Al lado derecho de la figura 2 se observan los pasivos de una empresa que pueden ser las deudas o el capital propio llamado patrimonio neto. En relación a las deudas pueden ser canceladas de dos formas, unas a corto plazo (menor a un año) u otra que sería a largo plazo (mayor a un año), esas deudas pueden ser del tipo comercial, fiscal y/o financiera. Por otra parte, el patrimonio neto es el resultado del dinero que reciben los inversionistas luego de vender sus activos y pagar sus pasivos.

El análisis de los estados financieros se puede hacer en forma vertical u horizontal tanto para el balance general como para el estado de resultados. La lectura vertical permite identificar si la empresa tiene distribución equitativa de sus activos, la magnitud de la empresa, el monto de la inversión en activos fijos con relación al total del activo, la composición de los pasivos y su tamaño con respecto al capital propio, comportamiento de los gastos y costos con respecto a las ventas, entre otras. Para efectos del análisis de la composición se calculan los porcentajes que representa cada cuenta, el cual es calculado dividiendo cada valor de cada cuenta entre el valor total del activo o el pasivo respectivamente. con respecto a la lectura horizontal consiste en colocar los balances uno al lado de otro y ver en el tiempo en forma comparativa entre periodos la variación de los saldos de las cuentas de un año a otro<sup>43</sup>.

La lectura horizontal de los estados financieros se debe hacer diferenciando las cuentas que sean dependientes de otra u otras, para observar si su fluctuación ha sido creciente o decreciente a través de los periodos de tiempo. otra forma es realizar un análisis numérico utilizando cifras absolutas o relativas, realizando un análisis de tendencias por medio de un factor de crecimiento compuesto,

---

<sup>43</sup> ORTIZ, Héctor. Análisis financiero aplicado y normas internacionales de información financiera-Niif Bogotá: Universidad Externado de Colombia 2015

deflactando las cifras para eliminar el efecto de la inflación o ajustando al factor inflacionario para comparar con cifras ajustadas<sup>44</sup>.

## **2.4 RAZONES FINANCIERAS**

Las razones financieras se componen de información contable extraída de los estados financieros, estos se procesan a manera de cocientes para obtener indicadores financieros que permiten medir o cuantificar la situación económica y financiera de una empresa según las diferentes obligaciones que asuman en la organización.

De acuerdo a Ortiz<sup>45</sup> una clasificación general de las principales razones financieras que conforma la estructura financiera de una empresa:

**2.4.1 Indicadores de Liquidez.** Este indicador mide la capacidad que tienen las empresas para cancelar sus obligaciones a corto plazo, mide su capacidad de pago en caso de que se le exigiera el pago inmediato de todas sus obligaciones a menos de un año. Además, sirve para establecer un parámetro de comparación entre empresas ante terceros como intermediarios financieros y/o entes de control para medir su capacidad de generar ingresos tales que les permita cubrir las necesidades de la operación de la empresa y además sus gastos financieros adquiridos en su estructura de endeudamiento.

**2.4.1.1 Razón Corriente.** Determina la capacidad de la empresa para pagar sus pasivos a corto plazo. Muestra qué proporción de deudas de corto plazo son cubiertas por elementos del activo. Cuanto mayor sea el valor de esta razón, mayor

---

<sup>44</sup> CARRILLO Gladys. Análisis y Administración Financiera Santafe de Bogotá, D.C.: Corcas Editores Ltda. 2006

<sup>45</sup> ORTIZ, Héctor. Op. Cit.

será la capacidad de la empresa de pagar sus deudas. Se interpreta, que por cada peso que la empresa debe en el corto plazo cuenta con X cantidad de dinero para respaldar esa obligación.

**2.4.1.2 Capital Neto de Trabajo.** Expresa cuantitativamente la diferencia del activo corriente sobre el pasivo corriente. El capital neto de trabajo positivo facilita a la empresa un mejor manejo de su liquidez.

**2.4.1.3 Prueba Ácida.** Proporciona una medida más exigente de la capacidad de pago de una empresa en el corto plazo. Permite verificar la capacidad que tiene la empresa para cancelar sus obligaciones a corto plazo sin depender de la venta de sus existencias.

**2.4.2 Indicadores de Endeudamiento o Apalancamiento** Los indicadores de endeudamiento tienen por objeto medir a qué nivel se comprometen y el riesgo que los acreedores asumen al financiar cierta empresa. Un alto endeudamiento (apalancamiento) es conveniente si la tasa de rentabilidad es superior al costo de los intereses que se pagan por ese concepto. Además, los acreedores tienen como prioridad otorgar créditos a empresas cuyo nivel de endeudamiento sea bajo, aunque esta decisión estaría sujeta al mismo tiempo a una buena situación de liquidez y una alta generación de utilidades.

**2.4.2.1 Endeudamiento del Activo.** Indica el porcentaje de participación de los acreedores. Se considera elevado un porcentaje de endeudamiento que supere el 60%.

**2.4.2.2 Endeudamiento a Corto Plazo.** Indica el porcentaje de las obligaciones financieras a corto plazo frente a la deuda total.

**2.4.2.3 Leverage Total.** Indican el grado de apalancamiento o financiamiento provenientes de terceros con respecto a los recursos de los accionistas, con el fin de establecer cuál de las 2 partes está corriendo un mayor riesgo. Entre mayor sean los indicadores de Leverage la situación será mejor para la empresa.

**2.4.2.4 Leverage Corto Plazo.** Indica el grado de concentración del endeudamiento en el corto plazo. Se puede interpretar como que por cada peso de patrimonio se debe X cantidad de dinero en el corto plazo.

**2.4.3 Indicadores de Rentabilidad** Miden la capacidad de generación de utilidad por parte de la empresa, sirve para medir la efectividad de la administración de la empresa para controlar los costos y gastos a través de las ventas y a su vez generar utilidades. Otra forma de interpretar este tipo de indicador es analizando la tasa de retorno de los valores invertidos en la empresa, tales como la rentabilidad del patrimonio y rentabilidad del activo.

**2.4.3.1 Rentabilidad Neta del Activo (ROA).** Mide la capacidad de los activos de la empresa para generar utilidad, independientemente de la forma como haya sido financiado, fuese con recursos propios o con recursos ajenos. Por cada peso invertido en activos se genera X cantidad de dinero de utilidad neta.

**2.4.3.2 Margen bruto (utilidad).** El indicador significa que las ventas de la empresa generan un porcentaje de utilidad bruta. En otras palabras, también se puede decir que, por cada peso vendido en el año, se genera X cantidad de dinero de utilidad.

**2.4.3.3 Margen Neto.** El indicador mide el rendimiento de las ventas o los ingresos operacionales que la utilidad neta corresponde a un porcentaje de las ventas netas, o también equivale a decir que por cada peso vendido se generan X cantidad de dinero de utilidad neta.

**2.4.3.4 Rendimiento del Patrimonio (ROE).** El indicador significa que las utilidades netas correspondieron a cierto porcentaje del patrimonio o también se podría interpretar como el porcentaje del rendimiento que obtuvieron los dueños de la empresa colocando determinado patrimonio.

#### **2.4.4 Análisis de la Gestión o Actividad**

Estos indicadores también denominados de rotación, miden la eficiencia con la cual una empresa utiliza sus activos, según la velocidad de recuperación de los valores aplicados en ellos cualquier compañía debe tener como propósito producir los más altos resultados con el mínimo de inversión<sup>46</sup>.

Expresan la rapidez con que las cuentas por cobrar o los inventarios se convierten en efectivo. Son un complemento de las razones de liquidez, ya que permiten precisar aproximadamente el período de tiempo que la cuenta respectiva (cuenta por cobrar, inventario), necesita para convertirse en dinero<sup>47</sup>.

**2.4.4.1 Rotación de Cartera.** La primera relación indica el tiempo promedio con que las cuentas por cobrar tardan en convertirse en efectivo y la segunda relación expresa el número de veces que rotan las cuentas por cobrar.

**2.4.4.2 Periodo Promedio de Pago a Proveedores.** Indica el número de días que la firma, tarda en pagar los créditos que los proveedores le han otorgado.

---

<sup>46</sup> *Ibíd.* p. 185

<sup>47</sup> GUZMÁN, Cesar Ratios financieros para el análisis de estados financieros [en línea] [citado el 11 de marzo de 2018] disponible en: <https://www.gestiopolis.com/ratios-financieros-para-el-analisis-de-estados-financieros/>

**2.4.4.3 Rotación del Activo Fijo.** Indica las veces que rotaron los activos fijos, las ventas deben estar en proporción a lo invertido en planta y equipo. También podría ser un indicador de insuficiencia en ventas.

**2.4.4.4 Rotación Ventas.** Mide la eficiencia de utilización del activo total, indica el número de veces que, en un determinado nivel de ventas se utilizan los activos. Mide la efectividad de la administración, ya que mientras mayor sea el volumen de ventas que se pueda ejecutar con determinada inversión, más eficiente es la dirección de la empresa.

## **2.5 ECONOMETRÍA**

La econometría se describe como la relación de la teoría económica con la estadística y las matemáticas, su objetivo esencial es apoyar los estudios de carácter cuantitativo enfocados a tratar problemas económicos, relacionando los fundamentos teóricos con la parte empírica. Al obtener un modelo econométrico, éste puede ser validado y se contrasta con los datos reales observados en la vida real, lo cual permite explicar hechos ocurridos anteriormente y pronósticos futuros de su comportamiento económico<sup>48</sup>.

Para Tintner, la econometría consiste en “la aplicación de la teoría económica matemática y de los métodos estadísticos a los datos económicos para establecer los resultados numéricos en el campo de la economía y verificar los teoremas económicos”. Por su parte, Haavelmo lo define como “El método de la investigación econométrica que intenta, esencialmente, unir la teoría económica y las mediciones reales, empleando la teoría y la técnica de la inferencia estadística como un puente”<sup>49</sup>.

---

<sup>48</sup> BARBANCHO, Alfonso Fundamentos y posibilidades de la econometría Ediciones Ariel 1973

<sup>49</sup> Ibíd.



Según Samuelson, Koopmans y Stone indica que, “la Econometría puede ser definida como el análisis cuantitativo de los fenómenos económicos reales, basado en el desarrollo simultáneo de la teoría y la observación, relacionados mediante métodos apropiados de inferencia”<sup>50</sup>

### **2.5.1 Modelo Econométrico** Los modelos econométricos son

Modelos económicos formulados en forma matemática que establecen cuál es la relación funcional que existe entre una variable endógena y las variables exógenas, que explican el comportamiento sistemático o determinista del modelo, y la perturbación aleatoria, que explican la parte no determinística<sup>51</sup>.

Además, se consideran un instrumento de análisis para la toma de decisiones tanto en el ámbito microeconómico y macroeconómico.

Un modelo es una representación simplificada de la realidad, debe tener dos componentes, en primer lugar, debe tener características de la situación a analizar y segundo que no debe ser complejo de manejar para permitir modelar y proyectar con facilidad la situación real de la investigación. El modelo econométrico incluye las especificaciones necesarias para su aplicación empírica por medio de la interrelación entre las variables observadas más relevantes que expliquen las causas de un evento económico<sup>52</sup>.

---

<sup>50</sup> PORTILLO, Fabiola Introducción a la econometría 2006 [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: <http://www.unirioja.es/cu/faporti/ieTEMA01.pdf>

<sup>51</sup> DICCIONARIO EMPRESARIAL Modelo Econométrico [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: [http://diccionarioempresarial.wolterskluwer.es/Content/Documento.aspx?params=H4sIAAAAAAAEAMtMSbF1jTAAASMTcxNTtbLUouLM\\_DxblwMDS0NDQ3OQQGZapUt-ckhIQaptWmJOcSoAmclgcTUAAAA=WKE#13](http://diccionarioempresarial.wolterskluwer.es/Content/Documento.aspx?params=H4sIAAAAAAAEAMtMSbF1jTAAASMTcxNTtbLUouLM_DxblwMDS0NDQ3OQQGZapUt-ckhIQaptWmJOcSoAmclgcTUAAAA=WKE#13)

<sup>52</sup> BARBANCHO, Alfonso Op. Cit.

El funcionamiento de un modelo econométrico consiste en ensayar las principales variables que inciden sobre un determinado hecho económico para que a manera de prueba sea posible identificar y medir la intensidad de las distintas relaciones causales, esta última se mide través de los parámetros de la función econométrica, los cuales miden cuantitativamente la influencia de las variables independientes sobre la dependiente<sup>53</sup>.

**2.5.2 Etapas de un Modelo Econométrico** Para abordar una situación real a través de modelos, es necesario formular de manera tal que sea lo más explícito posible y ello requiere ser riguroso en una serie de especificaciones que debe contener el modelo econométrico para que pueda aplicarse al estudio de un fenómeno concreto.

De acuerdo a Uriel, Contreras, Moltó y Peiró<sup>54</sup> las etapas para elaborar un modelo Econométrico son las siguientes:

**2.5.2.1 Especificación.** Comprende la forma matemática que permite interrelacionar la variable objeto del estudio (Variable Endógena) con las variables explicativas (variables exógenas). En relación a las variables explicativas relevantes, se pueden seleccionar a través de investigaciones econométricas de estudios realizados anteriormente, y también conocimiento personal del investigador o asesor del proyecto.

**2.5.2.2 Estimación.** Consiste en el cálculo de los valores numéricos de los coeficientes  $\beta_i$  del modelo econométrico. Los coeficientes que acompañan las variables de la función econométrica " $\beta_i$ ", se obtienen a través de la aplicación de algún un método estadístico (Ejemplo: mínimos cuadrados) que están presentes en los programas informáticos.

---

<sup>53</sup> GARCÍA P, José. Los modelos econométricos y su problemática [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: [http://www.ual.es/~jgarcia/index\\_archivos/tema2.pdf](http://www.ual.es/~jgarcia/index_archivos/tema2.pdf)

<sup>54</sup> URIEL, Ezequiel; CONTRERAS, Dulce; MOLTÓ, M. Luisa; PEIRÓ, Amado Econometría España: Editorial A C 1997

**2.5.2.3 Validación.** Se verifica si el estimador es aceptable desde el punto de vista teórico o estadístico, además se chequea si se cumplen las hipótesis de partida del modelo econométrico, de esta manera se analiza la bondad del modelo. Por otra parte, si el modelo no es aceptable para explicar la variable endógena se deberá ajustar de nuevo, por ejemplo, incluyendo alguna variable importante por lo cual este generando un error elevado, o simplemente revisar la veracidad de los datos utilizados, ya que en caso de no ser los correctos pueden estar introduciendo un componente erróneo en la estimación.

**2.5.2.4 Utilización.** Es la finalidad del modelo econométrico donde tiene principalmente una función explicativa, predictiva o de simulación entre variables del entorno real.

Al formular un modelo econométrico, se pueden cometer tres tipos de errores<sup>55</sup>:

- Omisión de variables en la ecuación que, aunque no ejerza una influencia relevante en la variable endógena, utilizada ésta dentro del conjunto de variables, su influencia no es despreciable.
- Omisión de variables relevantes para la variable endógena.
- Errores de medición u observación en las variables predeterminadas y endógenas.

**2.5.3 Selección de Variables del Modelo Econométrico** En relación a los datos que alimentan las variables del modelo se puede decir que existen dos tipos de datos, los datos de serie temporal, que consisten en un conjunto de observaciones sobre una variable determinada efectuada a intervalos regulares de tiempo y los datos de corte transversal, que se refieren a un conjunto de observaciones sobre una determinada variable observadas en distintas unidades económicas en un mismo momento del tiempo.

---

<sup>55</sup> Ibíd.

Además, también se pueden tener variables de carácter cualitativo consideradas como variables ficticias, por ejemplo, raza o estado civil, toma valores entre 1 y 0 dependiendo de la aceptación o negación de la categoría cualitativa<sup>56</sup>.

En matemática, la variable que se clasifica como dependiente es la variable endógena o explicada cuyo comportamiento se quiere analizar y las variables independientes que son las mismas variables exógenas o explicativas que son consideradas como las causantes que generan transformaciones en la variable endógena<sup>57</sup>.

La expresión del modelo básico de un modelo econométrico se formula de la siguiente forma:

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + U_i$$

Donde:

Y: Variable endógena o explicada, variable a analizar.

X: Variables exógenas o explicativas, observaciones del entorno que influyen sobre la variable explicada.

$\beta$ : Parámetros o coeficientes que ponderan las variables exógenas, es decir miden el grado de influencia entre estas y las variables endógenas.

U: Perturbación aleatoria, se considera como error o ruido blanco. Se define como una variable inobservable que recoge lo que se aleja el individuo del comportamiento medio.

i: Es el subíndice que hace referencia a las diversas observaciones.

---

<sup>56</sup> *Ibíd.*

<sup>57</sup> MEDINA, Eva Modelos econométricos e información estadística [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: [https://www.uam.es/personal\\_pdi/economicas/eva/pdf/modelos.pdf](https://www.uam.es/personal_pdi/economicas/eva/pdf/modelos.pdf)

Según Mures y García<sup>58</sup> en la selección de variables que me permite describir o explicar el fenómeno del fracaso empresarial, la variable denominada dependiente o explicada, es del tipo dicotómica teniendo como respuesta solo dos modalidades, la ocurrencia o no ocurrencia, dicho de otra manera, enfocado al tema tratado, son las empresas fracasadas o sanas.

De otra parte, también tenemos las variables independientes o predictoras que son las que permiten explicar el comportamiento de la variable dependiente que se obtienen de la información financiera de las empresas objeto de estudio expresado en ratios o razones financieras.

La selección de las variables para cualquier investigación son escogidas de la literatura sobre el análisis financiero, pueden ser parte de una minuciosa revisión bibliográfica de estudios similares por otros autores que las hayan considerado como variables importantes para el desarrollo de su modelo y también consultar a expertos para la elección de las variables predictoras.

## **2.6 TÉCNICAS ESTADÍSTICAS DE ANÁLISIS MULTIVARIANTE**

Las técnicas estadísticas multivariantes son ampliamente utilizadas en diversas aplicaciones de la investigación. Éstas son extensiones del análisis univariante y bivariante.

El análisis multivariante, se refiere a todos los métodos estadísticos que analizan simultáneamente múltiples medidas de cada individuo u objeto sometido a investigación, todas las variables deben ser

---

58 MURES, María; GARCÍA, Ana Op. Cit.

aleatorias y deben estar interrelacionadas de tal forma que sus diferentes efectos no puedan ser interpretados por separado<sup>59</sup>.

El objetivo final es que a partir de la aplicación de las técnicas multivariantes, se pueda obtener un modelo que explique esa población objeto de estudio e inferir valores futuros sobre la misma, disminuyendo así la incertidumbre de ocurrencia de determinada situación y además genera un mecanismo de toma de decisiones a tiempo para la prevención y mejora de ese evento.

De acuerdo con De la Garza García, Morales y González (2013)<sup>60</sup>, Las técnicas de análisis estadístico de los datos se pueden clasificar en función de las variables cuantitativas (métricas) y/o Cualitativas (No métricas). Las variables cualitativas permiten describir o identificar a un objeto que toman un atributo, característica o una propiedad categórica, pero no numérica. Ejemplos a tomar sería como el estado civil de una persona, el color de ojos, etc.

Las variables cualitativas se distinguen entre Nominales y Ordinales. Las primeras no admiten un criterio de orden, se emplean para referirse a los datos que solo pueden clasificarse en categorías, se consideran como mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustiva con respecto a las demás, asimismo la medida más objetiva para describir la tendencia central es la moda. Las variables de tipo ordinal aunque no son numéricas, si existe un orden que describe que una categoría es mayor o menor que las demás. Igualmente, las categorías son mutuamente excluyente y exhaustivas.

A continuación, en la figura 3 se desarrollan una clasificación del análisis multivariante de acuerdo a los tipos de métodos descriptivo o explicativo. Los

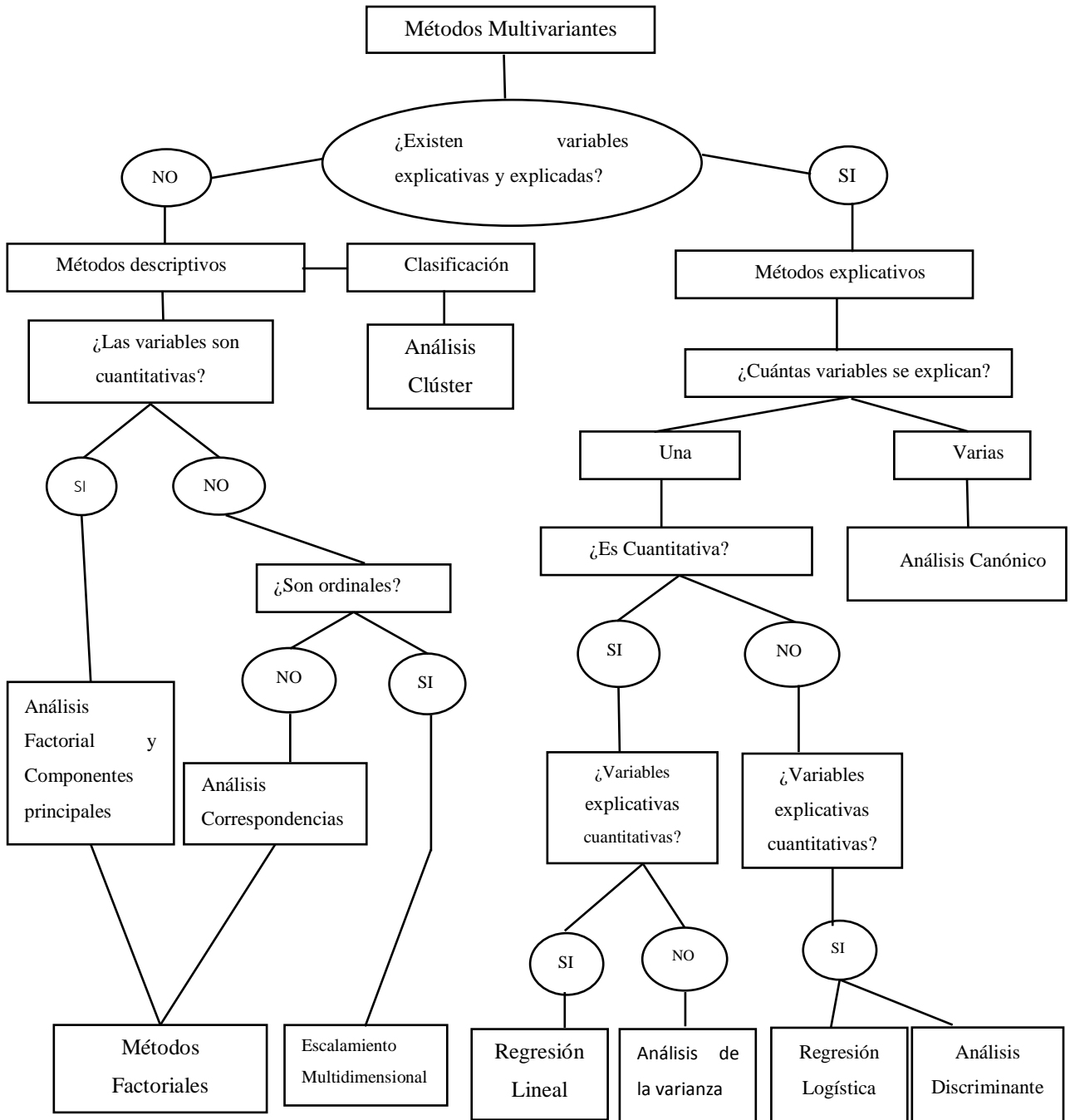
---

<sup>59</sup> PÉREZ, César Técnicas de análisis multivariante de datos. Aplicaciones con SPSS. Madrid: Pearson Educación, S.A 2004 p. 4

<sup>60</sup> DE LA GARZA GARCÍA, Jorge; MORALES, Blanca Nieves; GONZÁLEZ, Beatriz Adriana Análisis estadístico multivariante México: Mc Graw Hill 2013

primeros se diferencian de los segundos por qué no existe una dependencia entre variables explicativas y explicadas, lo que significa que ninguna variable se destaca como variable dependiente principal.

**Figura 3. Métodos multivariantes**



Fuente: HAIR, Joseph F; ANDERSON, Rolph E; TATHAM, Ronald L; BLACK, William C Análisis Multivariante Madrid: Prentice Hall Iberia 1999



## 2.7 MÉTODOS DESCRIPTIVOS

Las técnicas asociadas a los métodos descriptivos se diferencian de los métodos explicativos debido que en estos se da una interdependencia entre variables, sin existir en ningún caso una dependencia de unas variables principales respecto a otra.

La metodología empleada en este tipo de casos donde las variables son cuantitativas son los métodos de componentes principales y por análisis factorial. El primero consiste en explicar la proporción de la varianza total en las variables como sea posible, mientras que el segundo trata de explicar las covarianzas o correlaciones entre las variables. A continuación, se describe su concepto:

**2.7.1 Análisis de Componentes Principales** Es una técnica estadística multivariante que consiste en reducir un gran conjunto de datos y generar nuevas variables que son combinaciones lineales de las variables originales, de esta manera se reduce y condensa la información a un conjunto de menor número de variables para mejorar su interpretación<sup>61</sup>.

**2.7.2 Análisis Factorial** Es una técnica estadística de los métodos de análisis multivariantes que tiene como objetivo estudiar las relaciones de interdependencia que se producen entre un conjunto de variables o individuos. Se utiliza cuando se pretende resumir la información contenida en una matriz de datos, reemplazando las variables iniciales por un número menor de variables compuestas o factores y perdiendo el mínimo de información que contienen las variables iniciales, por consiguiente, se parte de un gran conjunto de variables hacia la reducción de un

---

<sup>61</sup> HAIR, Joseph F; ANDERSON, Rolph E; TATHAM, Ronald L; BLACK, William C Análisis Multivariante Madrid: Prentice Hall Iberia 1999

menor número de datos que permita explicar de forma más sencilla cierta realidad observada a partir de ese universo inicial de variables<sup>62</sup>.

En caso de ser variables cualitativas nominales, la técnica a utilizar sería Análisis por correspondencias. Sin embargo, si las variables son ordinales su análisis se da por escalamiento multidimensional las cuales se describen a continuación.

**2.7.3 Escalamiento Multidimensional (MDS)** Sus variables son del tipo cualitativo ordinal, y consiste en un procedimiento para el análisis de datos de proximidad, los cuales pueden concebirse de dos formas distintas, aquellos que indiquen semejanza entre ambos estímulos o al contrario desemejanza entre ambos estímulos<sup>63</sup>.

Otra definición de esta técnica multivariante de interdependencia, es que trata de representar en un espacio geométrico de pocas dimensiones de las proximidades entre un conjunto de objetos o de estímulos. Su propósito consiste en transformar los juicios de similitud o preferencia llevados a cabo por una serie de individuos sobre un conjunto de objetos o estímulos en distancias susceptibles de ser representadas en un espacio multidimensional.

El MDS está basado en la comparación de objetos o de estímulos, de forma que si un individuo juzga a los objetos A y B como los más similares entonces las técnicas de MDS colocarán a los objetos A y B en el gráfico de forma que la distancia entre ellos sea más pequeña que la distancia entre cualquier otro par de objetos<sup>64</sup>.

---

<sup>62</sup> *Ibíd.*

<sup>63</sup> ARNAU, Jaume Métodos y Técnicas Avanzadas de Análisis de Datos en Ciencias del Comportamiento Barcelona: Universitat de Barcelona 1996

<sup>64</sup> GUERRERO C, Flor María; RAMÍREZ, José Manuel El Análisis de Escalamiento Multidimensional: Una Alternativa y un Complemento a otras Técnicas Multivariantes. [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: <http://aprendeonline.udea.edu.co/revistas/index.php/ceo/article/viewFile/11450/10450>

## 2.8 MÉTODOS EXPLICATIVOS

Existe una relación de dependencia entre la variable explicada y las variables explicativas, entre las técnicas empleadas tenemos las siguientes:

**2.8.1 Regresión Lineal Múltiple** La técnica de análisis de la regresión múltiple empezó con el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO) entre los cuales el pionero fue Legendre en 1805 y posteriormente Gaus en 1821 desarrolló una teoría más avanzada sobre el método (MCO). Su área de aplicación son los pronósticos en la rama de psicología, física, química, biología, economía, administración y otras ciencias. Entre algunos pronósticos se encuentra la proyección de ventas, precios, producción, ganancia, inflación, mortalidad, nacimientos, etc.

De acuerdo a De la Garza García, Morales y González<sup>65</sup>, la regresión lineal múltiple consiste en desarrollar un modelo matemático lineal que describa la relación existente entre la variable a pronosticar (Dependiente) y las variables (Independientes) que el investigador considere significativa relacionar con la variable dependiente.

Para aplicar esta técnica se debe tener en cuenta una serie de etapas que se llevan a cabo de la siguiente manera, formular el problema, seleccionar las variables que se relacionan, recolectar las variables, realizar un análisis descriptivo del tipo de relación, Seleccionar el método (Mínimo cuadrado ordinarios o Mínimo cuadrados ponderados), calcular los coeficientes de regresión para construir la función, identificar problemas de colinealidad y multicolinealidad, realizar la prueba general de la ecuación, efectuar las pruebas individuales de los coeficientes, probar el cumplimiento de los supuestos del análisis, Interpretar los coeficientes de determinación, correlación, determinación ajustado y error estándar, interpretar los

---

<sup>65</sup> DE LA GARZA GARCÍA, Jorge; MORALES, Blanca Nieves; GONZÁLEZ, Beatriz Adriana Op. Cit.

coeficientes de la ecuación de regresión y hacer los pronósticos puntuales y por intervalo.

**2.8.2 Regresión Logística** De acuerdo Mures y García<sup>66</sup> es una técnica multivariante en la que la variable dependiente es categórica y las variables independientes son de cualquier naturaleza, es decir cuantitativas o cualitativas. Su objetivo es hallar un modelo basado en la probabilidad de ocurrencia de un suceso o evento habitualmente dicotómico, que consiste en predecir cuales variables independientes darían respuesta a la aparición de dicho suceso, es decir cuales variables influyen o explican mejor el fenómeno buscado para la variable dependiente.

Esta técnica tiene cuatro tipos de modelos de probabilidad para una variable de carácter dicotómica o binaria que son el modelo lineal de probabilidad (MLP), modelo Logit, modelo Probit y el modelo Tobit.

El modelo de regresión Logit se basa en la función Logística que se enuncia mediante la siguiente ecuación:

**Ecuación 1. Función logística**

$$\pi_i = \frac{1}{1+e^{-(\beta_0+\beta_1 X_{1i}+\beta_2 X_{2i}+\dots+\beta_k X_{ki})}} = \frac{e^{\beta_0+\beta_1 X_{1i}+\beta_2 X_{2i}+\dots+\beta_k X_{ki}}}{1+e^{\beta_0+\beta_1 X_{1i}+\beta_2 X_{2i}+\dots+\beta_k X_{ki}}}$$

Donde  $\pi = P (y = 1)$ , aunque este modelo tiene el inconveniente que no es lineal respecto a las variables independientes, se aplica la inversa de la función logística que es el logit o logaritmo de los odds, definiéndose ésta como el cociente entre la probabilidad de que ocurra un acontecimiento y la probabilidad de que no ocurra.

---

<sup>66</sup> MURES, María; GARCÍA, Ana Op. Cit.

## Ecuación 2. Logaritmo de la función logística

$$\text{Logit} (\pi_i) = \text{Ln} \left[ \frac{\pi_i}{1-\pi_i} \right] = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki}$$

Con esta ecuación la interpretación de los coeficientes indica un cambio en la variable independiente que se esté considerando una vez se estime su valor correspondiente mediante el método de máxima verosimilitud.

El modelo debe ser lo más reducido y congruente posible ya que a mayor cantidad de variables, esto podría generar errores innecesarios. En la ejecución del método es necesario incluir todas las variables que se consideren relevantes para el análisis, luego se analiza la interacción de las variables respecto a la variable de interés y se chequea asimismo la no existencia de multicolinealidad. La bondad de ajuste del modelo se puede hacer utilizando los criterios de la máxima verosimilitud, la devianza (D), coeficiente de correlación R-Statistic, el estadístico de Wald. Y por último debe examinar los residuos para detectar en qué punto del modelo se ajusta mal o en cuales puntos se ejerce una mayor influencia sobre el modelo<sup>67</sup>.

**2.8.3 Análisis Discriminante** El análisis discriminante lineal se empieza a conocer desde 1936 cuando Ronald A. Fisher enseña su estudio relacionado con el uso de medidas múltiples en problemas taxonómicos, posteriormente en 1939, Baum Welch mostró la adecuación del análisis discriminante lineal (ADL) de Fisher bajo condiciones de normalidad multivariada. Luego en 1947, Smith propuso una variante del ADL para cuando las matrices de varianzas – covarianzas no sean idénticas es decir se introdujo el término de discriminador cuadrático, y en 1948, C. R. Rao propuso el AD canónico como extensión del ADL para más de dos grupos<sup>68</sup>.

---

<sup>67</sup> IGLESIAS, Tania Métodos de Bondad de Ajuste en Regresión Logística Granada: Universidad de Granada 2013

<sup>68</sup> CEA ANCONA, María Ángeles Análisis Discriminante [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: [https://books.google.com.co/books?id=hWRDDAAQBAJ&pg=PA11&lpg=PA11&dq=a%C3%B1o+propuso+fisher+el+ADL+Análisis+discriminante&source=bl&ots=Jb3nCt\\_vRB&sig=1\\_vRhmLUuheF](https://books.google.com.co/books?id=hWRDDAAQBAJ&pg=PA11&lpg=PA11&dq=a%C3%B1o+propuso+fisher+el+ADL+Análisis+discriminante&source=bl&ots=Jb3nCt_vRB&sig=1_vRhmLUuheF)

Este método multivariante es principalmente útil en 2 tipos de estudios, primero en donde se requiera “explicar la pertenencia de un individuo a uno u otro grupo, en función de variables independientes, cuantificando la importancia relativa de cada una de ellas” y segundo permite “predecir a que grupo pertenece un individuo que no forma parte de los datos analizados y del cual conocemos el valor de las variables en ese individuo, pero desconocemos a que grupo pertenece”<sup>69</sup>.

Entre otras aplicaciones se encuentra la predicción de bancarrota desarrollado en 1968 por Edward Altman, fue el primer modelo de análisis discriminante lineal estadístico aplicado sistemáticamente para explicar cuáles empresas entraron en bancarrota Vs Supervivencia<sup>70</sup>.

**2.8.3.1 Definición del Análisis Discriminante.** De acuerdo a Carvajal et al, el análisis discriminante es una técnica estadística multivariada basada en la probabilidad de que un individuo pueda corresponder a un grupo establecido a través de una función de discriminación. Asimismo Vallejo asegura que *“el análisis discriminante es una técnica estadística que permite la identificación o caracterización de dos o más grupos de objetos con respecto a varias variables simultáneamente”*<sup>71</sup>.

Según Ruiz G.<sup>72</sup> el análisis discriminante propuesto por Fisher tiene como finalidad analizar si existen diferencias significativas entre grupos de objetos respecto un

---

YPkui9WZzUelfuA&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwjYtKGqoYLOAhWJ7R4KHfpGC1EQ6AEIIDAB#v=onepage&q&f=fal

<sup>69</sup> PEDROZA, Henry; Dicovskyi, Luis Sistema de Análisis Estadístico con SPSS 2006 [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: <http://cenida.una.edu.ni/relectronicos/RENU10P372.pdf>

<sup>70</sup> ALTMAN, Edward Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy En: The Journal Finance 1968 pp. 589 - 609

<sup>71</sup> HOZ GRANADILLO, Efraín Javier; FONTALVO HERRERA, Tomás José; Morelos Gómez, José Evaluación del comportamiento de los indicadores de productividad y rentabilidad financiera del sector petróleo y gas en Colombia mediante el análisis discriminante En. Contaduría y Administración 2014 pp. 167-191

<sup>72</sup> RUIZ, Gustavo Análisis Discriminante [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: [http://www.revistasbolivianas.org.bo/scielo.php?pid=S9876-67892013000100002&script=sci\\_arttext](http://www.revistasbolivianas.org.bo/scielo.php?pid=S9876-67892013000100002&script=sci_arttext)

conjunto de variables medidas sobre los mismos, en el caso de que existan, explicar en qué sentido se dan y proporcionar procedimientos de clasificación sistemática de nuevas observaciones de origen desconocido en uno de los grupos analizados, es una técnica de clasificación donde el objetivo es obtener una función capaz de clasificar a un nuevo individuo a partir del conocimiento de los valores de ciertas variables discriminadoras.

Con esta técnica se construye una función a partir de las variables que más influyen en la situación a investigar permitiendo predecir en que grupo clasificaría cada uno de los individuos a probar en dicha función. De esa manera se obtiene un modelo de predicción con una variable respuesta categórica como resultado de unas variables explicativas generalmente continuas que se les denomina clasificatorias<sup>73</sup>.

En relación a la aplicación de la función discriminante explica que el objetivo del análisis discriminante es analizar la relación entre una variable dependiente categórica con  $g$  modalidades, correspondientes a los grupos analizados y un conjunto de variables independientes  $x_1, x_2 \dots x_p$ , métricas o cuantitativas, a partir de una serie de funciones discriminantes que son combinaciones de variables independientes que mejor discriminan o separan los grupos.

La función se expresa de la siguiente forma:

### **Ecuación 3. Función discriminante**

$$f_{km} = \mu_0 + \mu_1 X_{1km} + \mu_2 X_{2km} + \dots + \mu_p X_{pkm}$$

Donde  $f_{km}$  el valor o puntuación en la función discriminante para el caso  $m$  en el grupo  $k$ ,  $x_{ikm}$  el valor de la variable discriminante  $x_i$  para el caso  $m$  en el grupo  $k$  y  $\mu_i$  los coeficientes o ponderaciones de las variables  $x_i$ .

---

<sup>73</sup> Ibíd.

El número de funciones discriminantes a obtener depende, a su vez, del número de grupos definidos por la variable dependiente, ya que se obtienen tantas funciones como grupos menos uno, salvo que el número de variables independientes incluidas en el modelo sea inferior, en cuyo caso el número de funciones discriminantes obtenidas coincide con el de variables<sup>74</sup>.

Según De la Garza, Morales y González<sup>75</sup> el criterio para obtener una mejor discriminación del modelo es a través de la maximación de la siguiente ecuación:

$$\frac{\textit{Variabilidad entre grupos}}{\textit{Variabilidad dentro de los grupos}}$$

Lo que se pretende en esta ecuación es que el modelo tenga una gran varianza entre grupos y a su vez pequeños valores de varianza dentro de los grupos, lo que significa que la distribución de valores entre grupos debe estar lo más separados entre sí, y la distribución de valores dentro de los grupos debe ser lo menos dispersa.

**2.8.3.2 Etapas del Análisis Discriminante.** Según en la literatura, De la Garza García, Morales y González<sup>76</sup> enuncia las siguientes etapas para desarrollar el análisis discriminante.

- a) Formular el problema: Cuales son los objetivos que se quieren alcanzar aplicando esta técnica estadística. El análisis discriminante debe estar entre alguno de los siguientes objetivos.

---

<sup>74</sup> ACOSTA, Yoamel Análisis Discriminante [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: <http://vinculando.org/articulos/analisis-discriminante.html>

<sup>75</sup> DE LA GARZA, MORALES & GONZÁLEZ Op. Cit.

<sup>76</sup> *Ibíd.*



- Determinar si existen diferencias significativas entre las características medias de un conjunto de datos clasificados con anticipación en dos o más grupos.
- Determinar cuál de las variables independientes es más representativa entre las características medias de dos o más grupos.

Teniendo en cuenta lo anterior se puede apreciar que el análisis discriminante tiene principalmente dos objetivos funcionales, comprender las diferencias entre dos grupos es decir un análisis tipo diagnóstico y por otra parte clasificar correctamente objetos en un número de clases o lo que también podríamos denominar una técnica predictiva analítica.

- b) Seleccionar las variables: Se debe utilizar al menos 2 grupos para la variable dependiente (No métrica y categórica), y estas deben ser mutuamente excluyentes, y se puede escoger de forma a priori todas las variables independientes (Métricas) que se consideren que mejor discriminan.
- c) Seleccionar el tamaño de la muestra: La muestra mínima debe estar entre 5 a 20 observaciones por variable, y preferiblemente los grupos deben tener el mismo porcentaje de población. La muestra debe dividirse en dos, entre el 60 al 70% de los datos para construir el modelo y entre el 30 al 40% para la validación del modelo.
- d) Seleccionar el tipo de análisis discriminante: De acuerdo con el número de grupos existen 2 tipos de análisis discriminante, simple y múltiple. El primero indica que la variable dependiente tiene solo dos grupos y el último indica que la variable dependiente tiene más de dos grupos.
- e) Realizar el test de prueba de igualdad de medias: Se aplica este estadístico de Lamda de Wilks con el fin de cerciorarnos que las variables escogidas sean las indicadas para utilizar en el modelo.

A continuación, se plantea la siguiente hipótesis:

$H_0$ : La variable  $i$  ( $X_i$ ) no es buena para discriminar

$H_a$ : La variable  $i$  ( $X_i$ ) sí es buena para discriminar

La hipótesis  $H_0$  se rechaza cuando el estadístico  $F_c$  sea mayor al  $F$  de la tabla.

$$F_c > F_{t,\alpha,g-l,n-g}$$

- f) Obtener las constantes del modelo ( $K$ ): son los mismos pesos de la variable o coeficientes de ponderación de las variables predictivas y expresan la contribución de estas mismas a la función discriminante.
- g) Evaluar la contribución de las variables: Se evalúa la importancia que tienen las variables independientes e indica cuales variables tienen mayor peso para discriminar. Existen dos métodos para evaluar que son el método de las  $F$  parciales y el método de los pesos discriminantes estandarizados.
- h) Valorar el modelo de forma predictiva: Se puede obtener el grado de error al realizar nuevos pronósticos. Luego para valorar la capacidad predictiva del modelo se hace a través de los nuevos casos que son el 30 o 40 por ciento de la muestra que no se utilizó para construir el modelo, por lo cual se prueban en la función discriminante y se obtiene un porcentaje de clasificaciones correctas, este es un indicador de confiabilidad en la capacidad de clasificación del modelo.

**2.8.4 Supuestos del Análisis Discriminante** Es importante mencionar que antes de construir el modelo se debe considerar ciertos supuestos que el análisis discriminante requiere para obtener una buena confiabilidad en el modelo, estos supuestos son la normalidad, homocedasticidad y la multicolinealidad.

**2.8.4.1 Normalidad.** La distribución normal o distribución de gauss representa la forma en la que se distribuyen la naturaleza de los valores de las variables continuas, como puede ser estatura, peso, etc. El test de normalidad es un requisito

importante para verificar que los datos siguen una forma de distribución normal multivariante dado que, en caso contrario, los test estadísticos ni tampoco los de ajuste global resultarían válidos, por lo tanto, en cualquier procedimiento estadístico se deben comprobar los supuestos necesarios para evitar caer en falsas conclusiones<sup>77</sup>.

La normalidad multivariante implica que tanto las variables individuales como sus combinaciones son normales. Sin embargo, en caso de comprobar que todas las variables univariantes sean normales beneficia esa condición, pero no garantiza una normalidad multivariante. En caso que las distribuciones no sean normales existe la técnica de la transformación de datos para garantizar el principio de la normalidad<sup>78</sup>.

**2.8.4.1.1 Prueba de Asimetría y Curtosis.** La normalidad de los datos es posible determinarlo por medio de la prueba de asimetría y curtosis, cuyo objetivo de la asimetría es estudiar la deformación horizontal de los valores de la variable respecto al valor central de la media es decir la concentración de la variable hacia uno de los extremos. Una distribución es simétrica si tanto a la derecha como izquierda de la media existe un mismo número de valores que son equidistantes de la media. Otra forma de relacionar una distribución simétrica si la media de la distribución es igual a la mediana e igual a la moda<sup>79</sup>. A continuación, se relacionan las figuras 4 y 5 que plasma lo descrito:

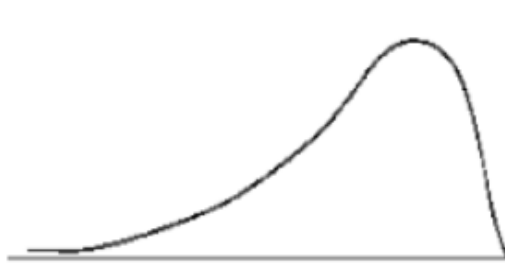
---

<sup>77</sup> VERGARA, Myrian; BABATIVA, Giovany El supuesto de normalidad: ¿mito o realidad? En: Equidad y Desarrollo 2010 pp. 127-131

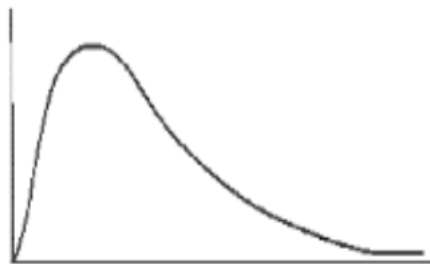
<sup>78</sup> HAIR, ANDERSON, TATHAM, y BLACK Op. Cit.

<sup>79</sup> OLIVA C, Julio Medidas de forma: asimetría y curtosis. momentos [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: <https://estadisticaucv.files.wordpress.com/2010/12/asimetria-y-curtosis.pdf>

**Figura 4. Curva asimétrica a la izquierda**



**Figura 5. Curva asimétrica a la derecha**



La asimetría a la izquierda y derecha presenta las siguientes características respectivamente:

- Izquierda:  $Mo \geq Me \geq \bar{X}$
- Derecha:  $Mo \leq Me \leq \bar{X}$

Donde  $Mo$  corresponde a la moda,  $Me$  a la mediana y  $\bar{X}$  a la media.

La curtosis es una medida del grado de apuntamiento de una distribución, y se da al comparar la distribución de la muestra con la distribución normal y se verifica que el coeficiente de curtosis de Fischer se encuentre aproximado a 3<sup>80</sup>.

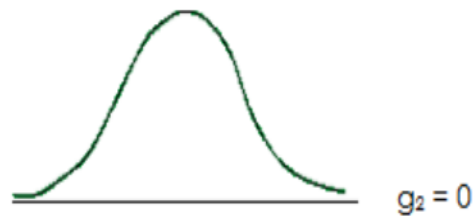
Las figuras 6, 7 y 8 muestra las distintas distribuciones en relación al apuntamiento, por ejemplo la figura 6 es una distribución mesocúrtica porque la distribución de los

---

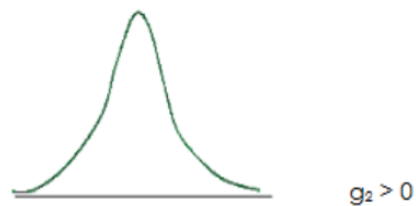
<sup>80</sup> OLIVA C, Julio Op. Cit.

datos es la misma que la variable normal y el coeficiente de la curtosis es cero. La figura 7 tiene una distribución leptocúrtica ya que se encuentra más apuntada que la normal y su coeficiente de curtosis es positivo. Si la distribución esta menos apuntada que la normal se le llama platicúrtica y su coeficiente de curtosis es negativo.

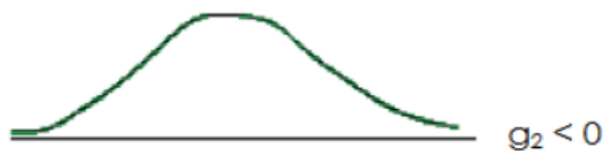
**Figura 6. Mesocúrtica**



**Figura 7. Leptocúrtica**



**Figura 8. Platicúrtica**



**2.8.4.1.2 Prueba de Regla Empírica** La normalidad también se puede verificar a través de los siguientes métodos según De la Garza, Morales y González<sup>81</sup>, que

---

<sup>81</sup> DE LA GARZA, MORALES y GONZÁLEZ Op. Cit.

consiste en calcular los porcentajes de las desviaciones estándar para saber si cumple la normalidad, estos deben indicar lo siguiente:

- El 68.27 % de los datos deben estar contenidos dentro de 1 desviación estándar con respecto a la media.
- El 95.45 % de los datos deben estar contenidos dentro de 2 desviación estándar con respecto a la media.
- El 99.73 % de los datos deben estar contenidos dentro de 3 desviación estándar con respecto a la media.

**2.8.4.1.3 Prueba de Bondad de Ajuste por la Ji Cuadrada.** Es una prueba de hipótesis para corroborar que los errores siguen una distribución normal. Se calcula de la siguiente manera:

Prueba de Hipótesis:

Ho:  $E \approx N$ , Los errores siguen una distribución normal

H1:  $E \not\approx N$ , Los errores no siguen una distribución normal

**Ecuación 4. Ji cuadrada**

$$X^2_c = \sum_{i=1}^k \frac{(fo_i - fe_i)^2}{fe_i}$$

Donde:

$fo_i$ : Frecuencia observada de la clase i

$fe_i$ : Frecuencia esperada de la clase i

k: Número total de clases en la distribución de frecuencia.

El estadístico calculado ji cuadrada de Pearson  $X^2_c$ , se compara con el estadístico teórico  $X^2_t$  con un  $\alpha=0,05$ . La hipótesis Ho se rechaza en caso de:  $X^2_c > X^2_t$

**2.8.4.1.4 Prueba de Shapiro – Wilk.** Es una prueba utilizada para muestras pequeñas, entre 3 y 50 observaciones.

Prueba de Hipotesis:

Ho:  $E \approx N$ , Los errores siguen una distribución normal

Ho:  $E \not\approx N$ , Los errores no siguen una distribución normal

#### **Ecuación 5. Shapiro – Wilk**

$$SW_C = \frac{[\sum_{i=1}^s (a_i [X_{n-i+1} - X_i])]^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$

Donde,

**SW<sub>C</sub>**: Estadístico de prueba de Shapiro – Wilk

**a** : Coeficiente Shapiro – Wilk

**n** : Número de datos

**xi** : Variable a probar en la observación i

$\bar{X}$ : El promedio de la variable

**S**: El número de diferencias que deberán realizarse y sale de  $s = \frac{j}{2}$

**J**: Es el lugar que ocupa la variable xi, la cual previamente debe estar ordenada de menor a mayor

En el proceso estadístico se debe contabilizar los datos para saber si es par o impar, en caso de ser este último se debe eliminar el valor central, es decir el valor de la mediana. Luego se ordenan de menor a mayor y se asigna la variable j, se calculan el número de diferencias “S”, se procede a calcular las sumas de los cuadrados de las desviaciones entre cada dato y su promedio  $(X_i - \bar{X})^2$ .

Después se compara los datos entre el primero con el último, el penúltimo con el segundo y así sucesivamente hasta obtener S comparaciones  $[X_{n-i+1} - X_i]$ , se

hace los respectivos cálculos y se obtiene el estadístico calculado Shapiro-Wilk  $SW_C$  se compara con el estadístico teórico  $SW_t$  con un nivel de significancia del 5%  $\alpha=0,05$ .

La hipótesis  $H_0$  se rechaza en caso de:  $SW_C > SW_t$

**2.8.4.1.5 Prueba de Kolmogorov-Smirnof-Lilliefors.** Es una prueba de hipótesis que permite medir la coincidencia de una distribución teórica con las observaciones de una variable. Es una prueba que tiene mayor consistencia cuando se utiliza para muestras grandes, que el tamaño sea mayor o igual a 50.

Prueba de Hipótesis:

$H_0$ :  $E \approx N$ , Los errores siguen una distribución normal

$H_1$ :  $E \not\approx N$ , Los errores no siguen una distribución normal

El proceso para realizar la prueba se desarrolla ordenando los datos de la variable de menor a mayor, se estandariza la variable aleatoria  $Z$ , la fórmula para estandarizar la variable es la siguiente:

**Ecuación 6. Variable aleatoria estandarizada  $Z$**

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Dónde,

$X$ : Es la variable a ser estandarizada

$\mu$ : Es el promedio de la variable

$\sigma$ : Es la desviación estándar

Luego se obtiene la probabilidad denominada  $F_{obs}$  que es la probabilidad acumulada observada basándose en la variable estandarizada y también se calcula



la probabilidad acumulada teórica para posteriormente calcular las diferencias entre una y otra y así obtener el estadístico de prueba  $KLSc$

Finalmente se comparan el estadístico de la prueba entre el observado con respecto al teórico para saber si se rechaza la hipótesis nula, lo que probaría si cumple para ser una distribución normal.

$$KLS_C = |D_{max}| = |F_{teo} - F_{obs}|$$

*Donde:*

**$KLS_C$ :** Es el estadístico de prueba de Kolmogorov – Smirnov – Lilliefors

**$|D_{max}|$ :** Es el valor absoluto de la diferencia entre la probabilidad acumulada teórica y la observada

**$F_{teo}$ :** Es la probabilidad acumulada teórico

**$F_{obs}$ :** Es la probabilidad acumulada observada

La hipótesis  $H_0$  se rechaza en caso de:  $KS_C > KS_t$

**2.8.4.2 Homocedasticidad.** La Homocedasticidad desde la interpretación etimológica se considera, Homo (Igual) y Cedasticidad (dispersión) lo que indica que se trata de una igualdad o semejanza de la dispersión. Es una condición necesaria en un modelo de regresión lineal debido que indica que las varianzas de los errores del modelo son constantes a lo largo de las observaciones y adicional si se presentan pequeñas varianzas nos da como resultado una predicción más fiable en el modelo.

De acuerdo Hair, Anderson, Tatham y Black<sup>82</sup>, el concepto de homocedasticidad para variables independientes métricas se basa en la dispersión de la varianza de

---

<sup>82</sup> HAIR, ANDERSON, TATHAM, y BLACK Op. Cit.

la variable dependiente a lo largo de los valores de la variable independiente que se encuentra en técnicas como la regresión múltiple.

El concepto de homocedasticidad en el análisis discriminante, consiste en la igualdad de las matrices entre varianza y covarianza, describe el grado de dispersión de las variables independientes<sup>83</sup>.

**2.8.4.3 Multicolinealidad.** La existencia de la multicolinealidad se da por que las variables explicativas en el modelo discriminante están altamente correlacionadas entre sí, lo cual causa efectos negativos para estimar el modelo predictivo o descriptivo<sup>84</sup>.

**2.8.5 Casos Atípicos** De acuerdo Hair, Anderson, Tatham y Black<sup>85</sup> son observaciones que poseen características claramente diferenciales entre todas las observaciones. Estos pueden ser clasificados en 4 categorías:

- Errores en la codificación de los datos.
- Una observación de un acontecimiento extraordinario que sea objeto de explicación por parte del investigador y a su criterio considere que debe ser incluido en la muestra.
- Una observación de un acontecimiento extraordinario que no tenga explicación, pero si el investigador considera que éste representa un segmento valido para la población puede ser incluido en la muestra.
- Observaciones que se sitúan fuera del rango ordinario de valores de cada variable pero que son únicos en si combinación de valores entre las variables.

---

<sup>83</sup> ALZATE RAMIREZ, Daniela; ALDANA BOHORQUEZ, Juan Fernando; HERNÁNDEZ BARAJAS, Freddy Comparación de pruebas de homocedasticidad vía simulación [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: [http://simposioestadistica.unal.edu.co/fileadmin/content/eventos/simposioestadistica/documentos/memorias/Memorias\\_2016/Comunicaciones/Modelamiento/Comparacion\\_Pruebas\\_Homocedasticidad\\_Alzate\\_Aldana\\_Hernandez.pdf](http://simposioestadistica.unal.edu.co/fileadmin/content/eventos/simposioestadistica/documentos/memorias/Memorias_2016/Comunicaciones/Modelamiento/Comparacion_Pruebas_Homocedasticidad_Alzate_Aldana_Hernandez.pdf)

<sup>84</sup> HAIR, ANDERSON, TATHAM, & BLACK Op. Cit.

<sup>85</sup> Ibíd.

Los casos atípicos pueden identificarse desde una perspectiva univariante, bivalente y multivalente:

En el caso univariante, se seleccionan aquellos casos en los que las observaciones caen fuera de los rangos de la distribución. Los datos típicos tienen valores estándar, que tienen media cero y una desviación estándar de uno. Para muestras pequeñas, menores o iguales a 80 observaciones, se consideran atípicos aquellos valores estándar que sean superior o igual a 2,5. En caso de tamaños muestrales mayores se puede manejar un umbral del estándar entre 3 y 4.

En el caso bivalente, se puede determinar a través de un gráfico dispersión, tomando aquellas parejas que se encuentran por fuera del rango del resto de las observaciones identificándose como puntos aislados. Para establecer los límites de confianza se puede realizar una superposición de una elipse que delimite la distribución normal a un nivel de confianza entre el 50 y 90%.

El tratamiento de los casos atípicos juega un papel muy importante en el análisis de la muestra, y es el investigador quien finalmente decide si mantenerlos o eliminarlos. Sin embargo, de acuerdo a la literatura se deberían mantener a menos que exista una prueba demostrable de que no son representativos de las observaciones de la población, en caso de eliminarse sin tener una seguridad de su representatividad se corre el riesgo de mejorar el análisis, pero limitar su generalidad.

## **2.9 REDES NEURONALES ARTIFICIALES**

**2.9.1 Introducción redes neuronales artificiales** El desarrollo de la computadora en los años cuarenta se le otorgó al matemático de origen húngaro John von Neumann cuyo funcionamiento se basó en la lógica digital, su operación consistió en la ejecución de una serie de instrucciones que componen un algoritmo y que se

encuentra codificado en forma de programa escrito para la resolución de algún problema en particular<sup>86</sup>.

Durante los años cincuenta fue evolucionando el diseño de programas de computación que les permitió a las máquinas realizar procesos avanzados de razonamiento como por ejemplo jugar ajedrez, luego en 1960 John McCarthy investigó lo relacionado a la inteligencia artificial que consistía en métodos algorítmicos capaces de hacer pensar a los ordenadores, sin embargo se presentaron problemas para su desarrollo puesto que era necesario mejorar las especificaciones del hardware y memoria requiriendo máquinas más potentes que no tenían como financiar para poder desarrollar las complejas tareas. Por otra parte se presentaba también datos imprecisos provenientes del entorno real que no permitía ser reconocidos adecuadamente por un ordenador.

Estas dificultades para esta tecnología dieron lugar al estudio y profundización entre los años setenta y ochenta a las redes neuronales ya que la inteligencia artificial no cumplía suficientemente con las expectativas como se deseaba frente a tareas que denominamos hoy del mundo real<sup>87</sup>.

De acuerdo a la arquitectura utilizada por Von Neumann, no fue adecuada para desarrollar tareas del nivel de procesamiento del cerebro como por ejemplo ejecutar tareas de reconocimiento de patrones, de percepción y de respuesta a contextos imprecisos y distorsionantes como es el entorno externo lo cual denominamos entorno real. Dando paso a estudios enfocados a emular el funcionamiento del cerebro humano, McCulloch y Pitts en 1943 propusieron por primera vez un modelo

---

<sup>86</sup> MARTÍN DE BRÍO, Bonifacio; SANZ M, Alfredo Redes Neuronales y Sistemas Borrosos México: Alfaomega 2007

<sup>87</sup> *Ibíd.*

de neurona artificial sencilla y comprobaron que la organización y articulación de estas neuronas podían dar respuesta a problemas planteados en el computador<sup>88</sup>.

En 1960 Rosenblat desarrolló una neurona artificial denominada perceptron cuyo objetivo principal era imitar el procesamiento del cerebro, no obstante este estudio era muy limitado, Minsky y Papert demostró que ese modelo de perceptrón no era funcional para desarrollar cualquier tipo de tarea sencilla, por lo que se estancó sus estudios durante un periodo de 20 años, al cabo de este tiempo en el año 1982, el físico Hopfield reactivó el interés en la profundización de neuronas artificiales debido que al enfocar sus esfuerzos en la investigación del perceptrón multicapa se obtuvo mejores resultados y desvanecía la incertidumbre que se había originado en los años sesenta<sup>89</sup>.

Antes de entrar a explicar el funcionamiento de las redes neuronales es necesario precisar que el cerebro a diferencia de las máquinas convencionales no tiene esa eficacia para resolver problemas computacionales con tanta rapidez ya que como se menciona en Martín del Brío y Sanz<sup>90</sup> *“la neurona en realidad es un pequeño procesador, sencillo, lento y poco fiable a diferencia de los microprocesadores de las computadoras tradicionales”* sin embargo en el cerebro existen aproximadamente unos cien mil millones de procesadores elementales denominadas neuronas que se encuentran interconectadas y operan en paralelo y su actividad se va dando a medida que estas aprenden de estímulos o señales recibidos del entorno, obteniendo así a nivel global un alto desempeño de procesamiento.

---

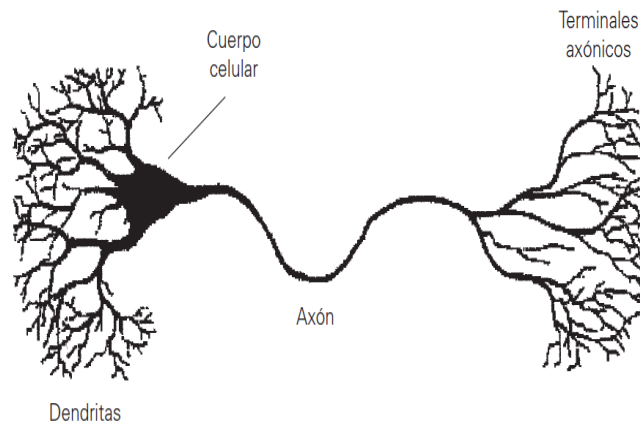
<sup>88</sup> HERNÁNDEZ, Germán; TORRES, Luz Gloria; NIÑO, Luis Fernando Fundamentos de neurocomputación En: Ingeniería e investigación 1993 pp. 63-78

<sup>89</sup> *Ibíd.*

<sup>90</sup> MARTÍN DE BRÍO, Bonifacio; SANZ M, Alfredo Redes Neuronales y Sistemas Borrosos Mexico: Alfaomega 2007

**2.9.2 Definición de Redes Neuronales Artificiales** La modelación de una neurona artificial está inspirada en la estructura y funcionamiento de las neuronas biológicas por su capacidad de comunicarse. Esta consta de un cuerpo celular más o menos esférico de 5 a 10 micras de diámetro, está compuesta de unas ramificaciones denominadas dendritas las cuales reciben señales de entrada de neuronas vecinas a través de su cuerpo celular, las combina e integra y envía señales por medio del axón que es el encargado de transportar señales hacia el exterior donde se encuentran a su vez otras ramificaciones denominados terminales axónicos que recibe dicha información y la distribuye a miles de otras neuronas, repitiéndose nuevamente el proceso entre unas y otras neuronas<sup>91</sup>.

**Figura 9. Estructura general de una neurona biológica**

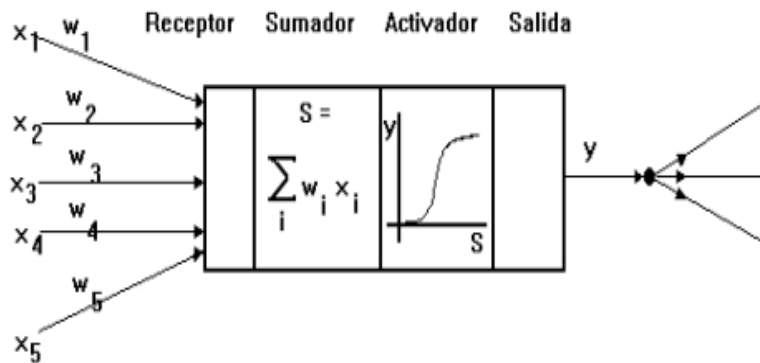


De esa forma similar a una neurona biológica se tiene también el modelo básico de neurona artificial (Figura 10), compuesta de un receptor, sumador, activador y salida:

---

<sup>91</sup> HILERA GONZÁLEZ, José Ramón; Martínez Hernando, Víctor José Redes Neuronales Artificiales. Fundamentos, modelos y aplicaciones Madrid: RA-MA 1995

**Figura 10. Modelo básico de neurona artificial**



Fuente: LARA, Felipe Fundamentos de redes neuronales artificiales [en línea] disponible en: [http://conceptos.sociales.unam.mx/conceptos\\_final/598trabajo.pdf](http://conceptos.sociales.unam.mx/conceptos_final/598trabajo.pdf)

El elemento receptor es adonde llegan las señales de entrada  $x_i$  de las neuronas de alrededor conectadas por medio de un factor de peso  $W_i$ , el elemento sumador consiste en una suma algebraica del producto de esas señales  $x_i$  por el peso de conectividad entre neuronas  $W_i$ , la función activadora es una función no lineal que se aplica en la salida del sumador y lo que se pretende es decidir si la neurona se activa para enviar una señal de salida y finalmente el elemento de salida es el que produce la señal respecto a la función anterior<sup>92</sup>.

Palma y Marín<sup>93</sup> define una red neuronal artificial como un modelo de funcionamiento similar al cerebro en que se recibe una información y la transforma, para tal fin se trata de emular el arquetipo de su estructura cuya actividad se basa en elementos de procesamiento en paralelo y al unísono para solucionar un problema específico tal como lo hacen las neuronas.

<sup>92</sup> LARA, Felipe Fundamentos de redes neuronales artificiales [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: [http://conceptos.sociales.unam.mx/conceptos\\_final/598trabajo.pdf](http://conceptos.sociales.unam.mx/conceptos_final/598trabajo.pdf)

<sup>93</sup> PALMA MÉNDEZ, José Tomás; Marín Morales, Roque Inteligencia artificial, técnicas, métodos y aplicaciones Madrid-España: McGraw-Hill Interamericana de España S.L 2008

La red neuronal o computación neuronal de acuerdo a Hecht – Nielsen, “es un sistema de computación hecho por un gran número de elementos simples, elementos de proceso altamente interconectados, los cuales procesan información por medio de su estado dinámico como respuesta a entradas externas” Igualmente, Kohonen define que “Las redes neuronales artificiales son redes interconectadas masivamente en paralelo de elementos simples (usualmente adaptativos) y con organización jerárquica, las cuales intentan interactuar con los objetos del mundo real del mismo modo que lo hace el sistema nervioso biológico”<sup>94</sup>.

Haykin (1994) define la red neuronal como un procesador masivo de información similar al cerebro, la interrelación en esa red genera conocimiento a través de un proceso de aprendizaje y además se permite almacenar conocimiento gracias a las conexiones entre neuronas conocidas como pesos sinápticos<sup>95</sup>.

**2.9.3 Característica de una red neuronal artificial** Las redes neuronales presentan características muy similares a las neuronas del cerebro humano, su funcionamiento les permite aprender de la experiencia del medio, ampliar ese conocimiento y extrapolar su conocimiento, a continuación se describen sus características principales<sup>96</sup>:

- Aprender: adquirir el conocimiento de una cosa por medio del estudio, ejercicio o experiencia. Las ANN pueden cambiar su comportamiento en función del entorno. Se les muestra un conjunto de entradas y ellas mismas se ajustan para producir unas salidas consistentes.

---

<sup>94</sup> HILERA GONZÁLEZ, José Ramón; MARTÍNEZ HERNANDO, Victor José Redes Neuronales Artificiales. Fundamentos, modelos y aplicaciones Madrid: RA-MA 1995

<sup>95</sup> HERRERA DAZA, Eddy; Ramos Cañón, Alfonso Mariano; García Leal, Julio Alberto Redes neuronales artificiales para representar la atenuación de la intensidad sísmica. En: Ingeniería y Universidad 2013 pp. 277-292

<sup>96</sup> BASOGAIN OLABE, Xabier Redes Neuronales Artificiales y sus Aplicaciones En: Publicaciones de la escuela de ingenieros 1998



- Generalizar: extender o ampliar una cosa. Las ANN generalizan automáticamente debido a su propia estructura y naturaleza. Estas redes pueden ofrecer, dentro de un margen, respuestas correctas a entradas que presentan pequeñas variaciones debido a los efectos de ruido o distorsión.
- Abstractar: aislar mentalmente o considerar por separado las cualidades de un objeto. Algunas ANN son capaces de abstraer la esencia de un conjunto de entradas que aparentemente no presentan aspectos comunes o relativos.

**2.9.4 Estructura de la Red Neuronal Artificial** Los tres aspectos que componen a una red neuronal artificial según Hernández, Torres y Niño<sup>97</sup> son los Nodos, la Topología de la red y el Algoritmo de aprendizaje, descritos a continuación:

- Nodos: Describe el tipo de entradas y salidas de las neuronas, en caso de ser discretas o continuas, enteras o decimales, incluye también la descripción de los pesos o fuerza entre las entrada y salidas, la definición de las funciones de activación de los nodos y por último la ecuación general del nodo.
- Topología de la red: Describe la interconexión de los nodos, el tipo de configuración mantienen, ya sea por niveles, de retroalimentación, etc. Caicedo y López<sup>98</sup> señala que la arquitectura de una red neuronal tiene relación con el algoritmo de aprendizaje usado para entrenar la red. Su arquitectura tiene diferentes formas de clasificarse, ya sea por capas hasta llegar a la última capa de la red neuronal, o por el sentido en que circula la información dentro de la red. Por ejemplo, si tenemos que el primer grupo de neuronas de entrada es igual al grupo de neurona de salida se denomina Monocapa, ya que en esta última capa se lleva a cabo el procesamiento de la información para producir una respuesta. Por otra parte, tenemos las redes multicapa se diferencian en que estas tienen una capa intermedia denominada capa oculta.

---

<sup>97</sup> HERNÁNDEZ, Germán; TORRES, Luz Gloria; NIÑO, Luis Fernando Op. Cit.

<sup>98</sup> CAICEDO BRAVO, Eduardo Francisco; LÓPEZ SOTELO, Jesús Alfonso Una aproximación práctica a las Redes Neuronales Artificiales Santiago de Cali: Programa Editorial Universidad del Valle 2009

- Algoritmo de aprendizaje: Existen 3 tipos de aprendizaje, los supervisados, los no supervisados y por refuerzo. Este algoritmo trata como ajustar los pesos de interconexión entre nodos.

Según Hilera y Martínez<sup>99</sup> los distintos componentes de un modelo de red neuronal artificial son los siguientes:

- Unidad de proceso: Hacen referencia a las neuronas artificiales que componen la red, están compuestas por capas o niveles denominadas capa de entrada, capa oculta y capa de salida. Por tanto existen neuronas que reciben señales del exterior a quienes denominamos capa de entrada y las envían a unas neuronas intermedias que son las capas ocultas que procesan la información y posteriormente la información se dirige a las neuronas de salida que se trata de la capa de salida las cuales envían la señal fuera del sistema.
- Estado de activación: Hay 2 tipos de estado de activación, en reposo (pasivo) se designa con un código binario cero (0) y excitado (activo) designado como uno (1) e indica que la neurona emite un impulso. El estado de activación de la neurona estará influenciado por el efecto que cause una neurona sobre otra, la cual se da a través de la fuerza, peso o magnitud de la conexión entre ambas. La activación de una neurona  $U_i$  en el tiempo  $t$  se designa por  $a_i(t)$ . El estado de activación de un conjunto de unidades de procesamiento se expresa de la siguiente manera:  $A(t) = (a_1(t), a_2(t), \dots, a_i(t), \dots, a_N(t))$
- Función de salida o transferencia: Las neuronas transmiten señales continuamente a aquellas neuronas que están conectadas a su salida, existe una función de salida  $[f_i(a_i(t))]$  del estado de activación  $[a_i(t)]$  de la neurona en el tiempo  $[t]$  para convertirse en una salida  $[y_i(t)]$ . Las típicas funciones de salida o transferencia se encuentran representadas por la función escalón, función lineal y mixta, la función Sigmoidal y la función Gaussiana.

---

<sup>99</sup> HILERA GONZÁLEZ, José Ramón; MARTÍNEZ HERNANDO, Victor José Op. Cit.

Lo anterior se define por el vector de salida de todas las neuronas que emiten una salida en un tiempo  $t$  y se representa con la siguiente expresión:

$$Y(t) = (f_1(a_1(t_1)), f_2(a_2(t_2)), f_i(a_i(t_i)), \dots, F_n(a_n(t_n)))$$

- **Conexión entre neuronas:** Las conexiones (Sinapsis) son los mismos pesos o fuerzas entre neuronas ( $W_{ij}$ ) dado una neurona ( $i$ ) y una neurona ( $j$ ), son los que permiten que la red adquiera conocimiento. La entrada de una neurona se constituye como la sumatoria de varias señales traducidas como el producto de cada una de las señales emitidas por las neuronas por el valor de conexión existente entre ellas mismas, cuando las conexiones  $W_{ij}$  son positivas indica que se activa y si es al contrario indica que inhibe la señal.
- **Regla de aprendizaje:** Es un proceso donde una red neuronal adquiere conocimiento a través de la modificación de los pesos de conexión entre neuronas. Durante el proceso de aprendizaje se puede dar el caso de destruir conexiones cuando su peso tiene un valor de cero o crear conexiones entre neuronas si su peso de conexión tiene un valor diferente a cero.

El criterio empleado para el aprendizaje constante consiste en la modificación de los valores de sus pesos de conexión cada vez que se requiere que la red aprenda, por lo cual se tienen dos tipos de regla de aprendizaje, aprendizaje supervisado y aprendizaje no supervisado.

- a. **Aprendizaje supervisado:** Se determina por medio de la orientación de un experto que esté controlando el proceso de aprendizaje. Es una técnica que consiste en introducir unos patrones de entrenamiento e internamente crear una función que permita predecir un valor de respuesta asociado a estos datos de entrada, para nuestro caso el valor de salida obedece a una etiqueta de clase (Sana o quebrada).

- b. **Aprendizaje no supervisado:** Su principal característica es la capacidad de auto-organización de estas redes, no tiene influencia externa para inducir una respuesta, son las mismas redes que encuentran similitudes entre los datos de entrada y pueden establecer rangos o categorías que emitan una clasificación de nuevos datos acorde a los datos patrones introducidos en su red. Se puede presentar en forma de mapa topográfico donde una nueva observación caiga en un rango previamente conocido.

**2.9.4 Ventajas de una red neuronal artificial:** Las redes neuronales artificiales se caracterizan por tener habilidades similares a las de un cerebro humano, sus interconexiones permiten adquirir capacidad de aprendizaje de experiencias y generalizar su conocimiento, en Hilera y Martínez<sup>100</sup> se describen sus principales ventajas:

**2.9.4.1 Aprendizaje Adaptativo.** Indica que son sistemas dinámicos con capacidad de auto adaptación que no requieren del diseño de modelos o algoritmos preestablecidos para dar respuesta a un problema específico, sino que, a través de la selección de la arquitectura adecuada, el diseño del algoritmo de aprendizaje y el entrenamiento de la red mediante patrones pueden desarrollar la capacidad de discriminar y cambiar constantemente cuando requiera adaptarse a las nuevas circunstancias.

**2.9.4.2 Auto-organización.** Consiste en la modificación de la red neuronal completa para llevar a cabo un objetivo específico. La auto-organización permite que el sistema generalice la entrada para obtener una respuesta, esto es importante debido que la información de entrada que proviene del entorno real es poco clara e incompleta.

---

<sup>100</sup> *Ibíd.*

**2.9.4.3 Tolerancia a fallos.** Debido que su estructura es por interconexión entre neuronas, la información almacenada no corresponde a un espacio único como sucede con las computadoras tradicionales lo cual es favorable para el sistema por qué en caso de algún tipo de daño en su interior no colapsaría y, por el contrario, seguiría funcionando con el resto de información que manejen las demás neuronas artificiales, como en efecto ocurre biológicamente.

**2.9.4.4 Operación en Tiempo Real.** Es una técnica adecuada para grandes procesamientos de datos de forma ágil debido que la implementación de las redes neuronales actúa en paralelo.

**2.9.4.5 Fácil inserción dentro de la tecnología existente.** Dada las características mencionadas anteriormente en relación a su capacidad de entrenamiento y aprendizaje, se tiene que puede utilizarse como técnica complementaria de análisis a un bajo costo de operación y de forma segura que permita evaluar una determinada situación y contribuya a toma de decisiones en tiempo real.

## **2.10 RED NEURONAL PROBABILÍSTICA**

La red neuronal probabilística (RNP) según Ramírez y Chacón<sup>101</sup> es una “red neuronal artificial de tipo semi-supervisada basada en las redes de decisión bayesiana..., es muy utilizada para la clasificación y reconocimiento de patrones en aplicaciones específicas”.

El modelo neuronal probabilístico es un tipo de red de aprendizaje supervisado con características que lo hacen diferente al modelo tradicional de redes neuronales

---

<sup>101</sup> RAMÍREZ QUINTANA, Juan Alberto; CHACÓN MURGUÍA, Mario Ignacio Redes neuronales artificiales para el procesamiento de imágenes, una revisión de la última década. En. Revista de Ingeniería eléctrica, electrónica y computación 2011 pp. 7-16

artificiales usado en procesos de aprendizaje<sup>102</sup>. Las características obedecen a las siguientes:

- Se implementa utilizando el modelo probabilístico, como clasificador bayesiano.
- Se garantiza que un PNN converge a un modelo bayesiano, siempre que se le den suficientes datos de entrenamiento.
- No se requieren procesos de aprendizaje.
- No es necesario establecer los pesos iniciales de la red.
- La diferencia entre el vector de inferencia y el vector objetivo no se usa para modificar los pesos de la red.

Por otra parte, Specht<sup>103</sup> conceptualiza el método basado en una red unidireccional derivada de la red bayesiana y utilizando un *algoritmo estadístico* para análisis discriminante lineal, que tiene una estructura similar a la red neuronal basado en el método de entrenamiento conocido como propagación hacia atrás (backpropagation), difiere de este en que la función de activación sigmoidea ( $\sigma$ ) es reemplazada por una función no lineal en la unidad patrón. En lugar de utilizar un clasificador bayesiano, esta emplea el clasificador de la ventana de parzen, que es un método no paramétrico y que tiene la capacidad de estimar límites de decisión no lineales que se aproximan asintóticamente a la superficie de decisión óptima de Bayes.

Las ventanas de parzen, según Montero<sup>104</sup>

Es un procedimiento no paramétrico que genera una estimación de la función probabilística de densidad mediante la superposición de un

---

<sup>102</sup> MISHRA, S; BHENDE, C.N; PANIGRAPHI, B.K Detection and Classification of power Quality Disturbances Using S-Transform and probabilistic Neural Network IEEE Transactions on power delivery 2008 pp. 280-287

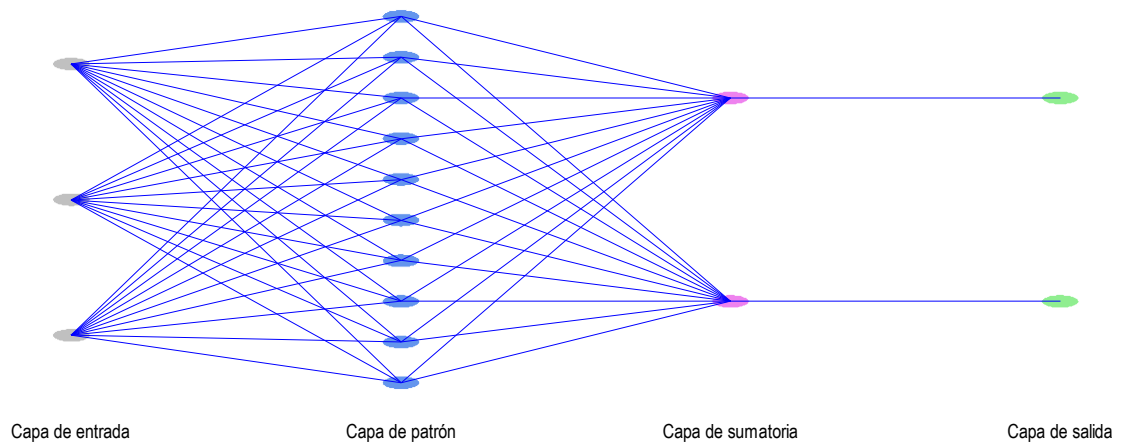
<sup>103</sup> SPECHT, Donald F Probabilistic Neural Networks En: Neural Networks 1990 pp. 109 - 118

<sup>104</sup> MONTERO C, Álvaro Predicción de Quiebras Empresariales Mediante Inteligencia Artificial 2016 [en línea] [citado el xxxxxxxxxxxxxxx] disponible en: xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

número determinado de ventanas o réplicas de una función (normalmente Gaussiana). A partir del cálculo de la función probabilística de densidad de cada clase de la muestra entrenada, el método clasifica los datos.

La topología de la red neuronal probabilística está compuesta por cuatro capas como se ve representado en la figura 11, una capa de entrada, dos intermedias que se denominan capa patrón y de suma, y por último la capa de salida<sup>105</sup>.

**Figura 11. Redes neuronales probabilísticas**



*Fuente: Propia*

El algoritmo aplicado en las redes neuronales probabilísticas para la clasificación de patrones es el siguiente:

---

<sup>105</sup> DE LOS COBOS, Sergio; GODDARD, John; GUTIÉRREZ, Miguel; PÉREZ, Blanca Redes Neuronales Probabilísticas: Perspectivas en Clasificación y Reconocimiento de Patrones México D.F: Memoria del XII Foro Nacional de Estadística 1997

- **Capa de Entrada**

Recibe la información de las observaciones  $X$  relacionadas con las variables del estudio. la cantidad de estas, posteriormente pasaran a formar parte de las neuronas alojadas en la capa patrón.

- **Capa Patrón**

En esta capa también denominada capa oculta se encuentran las neuronas que contienen la información de las observaciones correspondientes a las variables de la capa de entrada, y se utilizan para entrenar la red. Se calcula la función de activación por medio de la función gaussiana “ $W$ ” que calcula la distancia euclidiana entre el vector a clasificar y el vector de entrenamiento de cada tipo de neuronas que conforman la capa.

Se calcula la función de activación empleando la siguiente expresión:

**Ecuación 7. Función Activación**

$$g_{ij} = W \left[ \frac{(X-X_i)}{\sigma_e} \right] \quad \text{Si la observación } i \text{ pertenece al grupo } j$$

En esta red, la función de activación cuantifica la contribución del  $i$ -ésimo valor en el caso de entrenamiento a la estimación de la función densidad para el grupo  $j$ .  $\sigma_e$  es un parámetro de escalamiento, controla qué tan rápido decae la influencia de un punto en función de su distancia a  $X$ .

El procedimiento provee 3 opciones para determinar  $\sigma_e$ :

- $\sigma_e$  puede ser definido por el usuario. El valor por omisión es  $\sigma_e = 1$ , lo que no carece de razón ya que las variables de entrada se han estandarizado.



- $\sigma_e$  puede ser ignorada y una observación en el punto  $X$  siempre coincidirá con el grupo correspondiente a su vecino más cercano.
- Se puede tratar con diferentes valores de  $\sigma_e$  y escoger el que maximice el porcentaje de las  $n$  observaciones del grupo de entrenamiento que se clasifiquen correctamente.

Se selecciona la tercera opción para el valor del parámetro de suavizado  $\sigma_e$  que clasifique correctamente el porcentaje más alto de puntos removidos.

Se toma cada variable de entrada  $X_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, p$ ) y calcula su contribución a la estimación de la función de densidad de probabilidad para el grupo al que pertenece.

$W$  es la función Gaussiana definida por la siguiente expresión exponencial:

#### **Ecuación 8. Función gaussiana**

$$\exp \left[ -\frac{\|X - X_i\|^2}{\sigma^2} \right]$$

Donde  $\|X - X_i\|^2$  es el cuadrado de la distancia Euclidiana entre  $X$  y  $X_i$ , y  $\sigma^2$  es el cuadrado de la desviación estándar.

- **Capa de resumen o suma**

Se calcula la probabilidad de pertenecer a una cierta categoría, se realizan la suma de las salidas de las neuronas de la capa patrón que corresponden a la categoría para la cual los patrones fueron seleccionados. Las neuronas en la capa de resumen combinan la información de todos los miembros del grupo de entrenamiento. Siendo  $n_j$  el número de observaciones en el grupo de entrenamiento que pertenecen al

grupo  $j$ , la función densidad estimada para el grupo  $j$  en la localización  $X$  es proporcional a:

$$g_j(X) = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^n g_{ij}$$

Para determinar a qué grupo debe ser asignada la observación en la localización  $X$ , se necesitan otras dos cantidades. La probabilidad previa  $h_j$  de que una observación pertenezca al grupo  $j$ , sin considerar las variables de entrada. Esto representaría normalmente la proporción relativa de todas las muestras en la población que pertenecen al grupo  $j$ . Usando las opciones de análisis, se puede asumir que las probabilidades previas son iguales, se pueden representar por la fracción de la muestra de entrenamiento que viene con cada grupo, o ser ingresadas por el usuario.

El costo  $c_j$  de clasificar incorrectamente una observación que pertenece al grupo  $j$ . En algunos casos, como cuando se investiga la presencia de una empresa quebrada, clasificar incorrectamente la empresa que pertenece a un grupo (Q) puede ser más serio que clasificar mal a una empresa que pertenece al otro grupo (S).

La capa de resumen asigna un puntaje a cada grupo multiplicando la función de densidad estimada por la **probabilidad previa** y el **costo**:

$$Puntaje_j = h_j c_j g_j(X)$$

Estos puntajes pasan luego a la capa de salida.

- **Capa de Salida**

Las neuronas en la capa de salida son binarias y sólo pueden encenderse o apagarse. Con base al puntaje anterior, la neurona de salida  $j$  se enciende si:

$$Puntaje_j = Puntaje_k$$

Para todo  $k$  diferente de  $j$ . De otro modo, se apaga. En caso de un empate, la neurona que se enciende se determina aleatoriamente.

De acuerdo a Specht<sup>106</sup> las ventajas de uso de la red neuronal probabilística son las siguientes:

- Es un método eficiente por que optimiza el tiempo de entrenamiento y respuesta cuando se incluyen nuevos patrones que permite generalizar y mejorar la interacción en la red.
- Las superficies de decisión pueden ser muy complejas o muy simples como se deseen eligiendo el valor apropiado del parámetro suavizado  $\sigma$ .
- Las superficies de decisión pueden aproximarse a una óptima de Bayes.
- Las muestras dispersas son adecuadas para el rendimiento de la red.
- $\sigma$  puede hacerse más pequeño a medida que  $n$  se hace más grande sin volver a reentrenar.
- Para estadísticas que varían en el tiempo, los patrones antiguos pueden sobrescribirse con nuevos patrones.
- La velocidad de aprendizaje del modelo PNN es muy rápida, por lo que es adecuada en tiempo real para problemas de diagnóstico y clasificación.

---

<sup>106</sup> SPECHT, Donald F Probabilistic Neural Networks En: Neural Networks 1990 pp. 109-118

### **3. METODOLOGÍA**

Con el fin de cumplir con los objetivos propuestos en este estudio, se planteó una ecuación que permite establecer una relación entre la variable a explicar (variable dependiente) que es una variable cualitativa denominada, el estado de la empresa con sus respectivas categorías sana (S) y quebrada (Q), y las variables independientes de carácter cuantitativo que aportan esa característica diferenciadora entre una u otra categoría

Tal como se refiere Romero E.<sup>107</sup> en las descripciones sobre el fracaso empresarial que se manifiesta la amplia variedad de conceptos, se puede concluir en general 2 tipos de situaciones, una hace referencia al concepto legal de quiebra y la otra se refiere a una situación precursora del fracaso, que consiste en una circunstancia de dificultad financiera para cumplir con sus obligaciones. Por tal motivo para la presente investigación se propuso una muestra conformada no para el último periodo en que la empresa cancela su registro mercantil ya que sería solamente tener en cuenta unos valores críticos de quiebra, sino que por el contrario considera la información de 4 periodos atrás para obtener valores promedios de sus observaciones y así lograr una mejor aproximación que me permita anticipar al fracaso.

#### **3.1 DIAGNÓSTICO INICIAL DE LA MUESTRA**

La información para el desarrollo de la investigación se obtuvo de la cámara de comercio de Bucaramanga en su programa compite 360 donde suministraron la

---

<sup>107</sup> ROMERO E., Fredy Alcances y limitaciones de los modelos de capacidad predictiva en el analisis del fracaso empresarial En: AD-minister 2013 pp. 45-70

información financiera para empresas activas y quebradas. Inicialmente se accedió a una base de datos de los estados financieros de las empresas activas conformadas por 48 pequeñas y 18 medianas empresas (pymes). No obstante, para el caso de empresas quebradas no fue posible acceder a los estados financieros por motivos de viabilidad económica del investigador debido a que la entidad tenía un costo muy elevado para su consulta anual por empresa, por consiguiente se accedió a una información financiera que resultó ser económicamente más asequible, dado que algunas empresas tenían la alternativa de cumplir con su requisito ante la entidad depositando virtualmente sus datos contables en Datacompany que hace parte de una base de datos del programa compite360 asociado a la cámara de comercio de Bucaramanga.

A continuación, en la tabla 4, se relaciona las empresas del sector de la construcción tanto activas, creadas y canceladas por año de estudio en el área metropolitana de Bucaramanga:

**Tabla 4. Empresas en el área metropolitana de Bucaramanga del sector de la construcción**

| <b>Año<br/>Consulta</b> | <b>Empresas Activas</b> | <b>Empresas<br/>canceladas</b> |
|-------------------------|-------------------------|--------------------------------|
| 2012                    | 31                      | 32                             |
| 2013                    | 55                      | 54                             |
| 2014                    | 83                      | 60                             |
| 2015                    | 76                      | 84                             |
| <b>Total</b>            | <b>245</b>              | <b>230</b>                     |

Fuente: Base de Datos Compite 360

### **3.2 SELECCIÓN DEL TAMAÑO DE LA MUESTRA**

Se seleccionó la población objetivo correspondiente a las empresas activas (245) y canceladas (230) en el año 2015 y se evaluó su comportamiento durante los 4

periodos antes de su cancelación del registro mercantil. Para el cálculo de la muestra se realiza con una fórmula para poblaciones finitas cuya variable objetivo es de carácter cualitativo en razón a que la variable del estudio es categórica, por lo tanto, la fórmula se expresa así:

### **Ecuación 9. Tamaño muestral poblaciones finitas**

$$n = \frac{N * Z_{\alpha}^2 * p * q}{d^2 * (N - 1) + Z_{\alpha}^2 * p * q}$$

Fuente: AGUILAR, Saraí Fórmulas para el cálculo de la muestra en investigaciones de salud En: Salud en tabasco 2005 pp. 333-338

Donde:

N = Total de la población

$Z_{\alpha}$  = 1.96 (para seguridad es del 95%)

q = 5% (0,05)

p = 1-q (en este caso: 1-0.05 = 0.95)

d = error (para nuestro trabajo es de 5%)

Se tiene una población total de 475 empresas entre activas y canceladas, entonces:

$$n = \frac{475 * 1.96^2 * 0,05 * 0,95}{0.05^2 * (475 - 1) + 1.96^2 * 0,05 * 0,95}$$

$n = 64$  Empresas

La fórmula se desarrolló con un nivel de confianza del 95%, un error estimado del  $d=5\%$  y un parámetro (q) que indica la probabilidad de que la muestra no representa las características de la población el cual se asumió del 5% y un parámetro (p) que significa la probabilidad de que la muestra posea las mismas características de la población.

La muestra seleccionada para el estudio se tuvo en cuenta de acuerdo al tamaño de sus activos como lo tiene establecido la cámara de comercio de Bucaramanga, tal como aparece en la Tabla 4 y de acuerdo al sector de la construcción para los subsectores de edificaciones residenciales y no residenciales en el área metropolitana de Bucaramanga.

Se obtuvo inicialmente una base de datos de la pequeña y mediana empresa (pyme), conformada por 64 empresas sanas y 8 empresas quebradas. La metodología se llevó a cabo utilizando dos tipos de técnicas estadísticas, inicialmente se empleó como método de identificación preliminar el análisis discriminante y posteriormente como técnica complementaria para dar robustez al análisis se usó las redes neuronales probabilísticas.

### **3.3 ANÁLISIS DISCRIMINANTE**

**3.3.1 Objetivo de la Técnica Discriminante** El objetivo de aplicar esta técnica estadística multivariante consiste en determinar si existen diferencias significativas entre los grupos denominados empresas sanas o empresas quebradas respecto a un conjunto de variables basado en las observaciones de los balances contables y estado de resultados de las empresas del sector de la construcción de edificaciones residenciales y no residenciales. Además, generar un modelo predictivo que permita conocer el estado de una nueva empresa de acuerdo a sus reportes financieros.

**3.3.2 Selección de datos y variables** La investigación contempla el carácter de empresa sana o empresa quebrada como los dos grupos que hace referencia a la variable dependiente o categórica (C) y se etiqueta como S (sanas) y Q (quebradas), mientras que las variables independientes son continuas (razones financieras).

Las variables independientes o explicativas se seleccionaron luego de una revisión de la literatura sobre los principales estudios de fracaso empresarial, por medio de la consulta de expertos y también acorde a la disponibilidad limitada que existe en torno a la información contable de empresas de tipo canceladas.

Las variables que se emplearon para este estudio se clasifican en 4 bloques de razones financieras que son: liquidez, apalancamiento, rentabilidad, y de gestión o actividad. En la tabla 5 se desglosan las variables utilizadas en cada bloque mencionado:

**Tabla 5. Variables utilizadas en cada clasificación**

| Clasificación de razones financieras |  | Formula   | VAR |
|--------------------------------------|--|---|-----|
| 1. Razones de Liquidez               | 1.1 Razón corriente  | $\frac{\text{Activo Corriente}}{\text{Pasivo Corriente}}$                           | X1  |
|                                      | 1.2 Capital de Trabajo sobre Total de Activos (KTSA)             | $\frac{\text{Activo Corriente} - \text{Pasivo Corriente}}{\text{Activo Total}}$     | X2  |
|                                      | 1.3 Capital de Trabajo Sobre Deudas a Corto Plazo (KTSPC)        | $\frac{\text{Activo Corriente} - \text{Pasivo Corriente}}{\text{Pasivo Corriente}}$ | X3  |
|                                      | 1.4 Capital de trabajo generado con recursos de los propietarios | $\frac{\text{Capital de trabajo}}{\text{Patrimonio}}$                               | X4  |
| 2. Razones de apalancamiento         | 2.1 Endeudamiento del activo total                               | $\frac{\text{Pasivo Total}}{\text{Activo Total}}$                                   | X5  |
|                                      | 2.2 Endeudamiento a corto plazo                                  | $\frac{\text{Pasivo Corriente}}{\text{Pasivo Total}}$                               | X6  |



| Clasificación de razones financieras |   | Formula  | VAR |
|--------------------------------------|---|--|-----|
|                                      | 2.3 Leverage Total                                | $\frac{Pasivo\ Total}{Patrimonio}$                     | X7  |
| 3. Razones de Rentabilidad           | 3.1 Rentabilidad Neta del Activo (ROA)            | $\frac{Utilidad\ Neta}{Activo\ Total}$                 | X8  |
|                                      | 3.2 Rentabilidad neta de las ventas (Margen Neto) | $\frac{Utilidad\ Neta}{Ventas}$                        | X9  |
|                                      | 3.3 Rendimiento del patrimonio (ROE)              | $\frac{Utilidad\ Neta}{Patrimonio}$                    | X10 |
|                                      | 3.4 Rentabilidad de terceros en el corto plazo    | $\frac{Utilidad\ Neta}{Pasivo\ Corriente}$             | X11 |
|                                      | 3.5 Rentabilidad del capital de trabajo           | $\frac{Ingresos\ Operacionales}{Capital\ de\ trabajo}$ | X12 |
| 4. Razones de Gestión o actividad    | 4.1 Rotación de ventas                            | $\frac{Ventas}{Activos\ totales}$                      | X13 |

Fuente: Propia

**3.3.3 Supuestos del análisis discriminante realizados en el estudio.** En el análisis discriminante es necesario cumplir con los siguientes supuestos que tienen relación con las características de la muestra para lograr formular un modelo econométrico efectivo, estos son:

- Las variables continuas deben seguir una distribución normal. Por lo tanto, la normalidad la verificamos mediante una prueba gráfica Q-Q Plot y las pruebas de Kolmogorov y Shapiro Wilks.
- Ninguna variable continua discriminante debe tener una relación lineal con otras variables discriminantes. En el proyecto se evitó la colinealidad, eliminando una de las variables de liquidez verificando cual variable discriminaba mejor en el modelo con ayuda del Software SPSS.
- Las variables categóricas (S, Q) son mutuamente excluyentes.

- Las matrices de covarianzas dentro de cada grupo deben ser aproximadamente iguales.
- Se necesitan al menos dos categorías y para cada grupo se necesitan dos o más objetos.
- El número de variables discriminantes  $p$  debe ser menor al número de objetos menos 2, es decir, (variables  $x_1, x_2, \dots, x_p$ ) donde  $p < (n-2)$ , siendo  $n$  el número de objetos.
- El número máximo de funciones discriminantes es el mínimo (número de variables, número de grupos menos 1), es decir, con  $q$  grupos tendremos  $(q-1)$  funciones discriminantes.

**3.3.4 Comparación de Medias y Revisión de Datos Atípicos** Se graficó los datos por medio del diagrama de caja de bigotes para establecer la comparación de medias de las variables financieras calculadas.

**3.3.5 Evaluación de la Bondad de Ajuste del Modelo y Obtención de las Constantes (K) del Modelo** Se introdujo los datos de las variables en el software SPSS y se seleccionó el cálculo los estadísticos de correlación canónica y lambda de Wilks para chequear si la función era estadísticamente significativa al 95% de nivel de confianza. El software calculó los coeficientes de las variables estadísticamente significativas de la función discriminante.

### **3.4 REDES NEURONALES PROBABILÍSTICAS**

El Clasificador Probabilístico de Redes Neuronales (PNN, Probabilistic Neural Network Classifier) como se mencionó anteriormente ejecuta un método no paramétrico para clasificar observaciones en uno de  $g$  grupos basados en  $p$  variables cuantitativas observadas, y en lugar de hacer supuestos sobre la naturaleza de la distribución de las variables dentro de cada grupo, se construye una estimación no paramétrica de

la función de densidad de cada grupo en una localización deseada basada en las observaciones colindantes a ese grupo. La estimación se construye usando una ventana de Parzen que pondera observaciones de cada grupo de acuerdo con su distancia a la localización especificada. Las observaciones son asignadas a los grupos con base en el producto de tres factores:

- La función de densidad estimada en la vecindad del punto.
- Las probabilidades previas de pertenecer a cada grupo.
- El costo de clasificar incorrectamente casos que pertenecen a un grupo dado.

Las redes neuronales probabilísticas se llevaron a cabo en las siguientes 4 capas:

- **Capa de entrada:** Se introduce las 2 variables, liquidez y rentabilidad, que se denominaran neuronas o vectores de entrada
- **Capa patrón (oculta):** Se entrena la red usando las expresiones de gaussiana y la función de activación empleando el parámetro de suavizado  $\sigma$  para escoger el que maximice el porcentaje de las  $n$  observaciones del grupo de entrenamiento que clasifiquen correctamente. Se estima la contribución de cada vector de entrada a la función de densidad del grupo de entrenamiento.
- **Capa suma:** Se calcula la probabilidad de que aquel vector de entrada pertenezca al grupo del vector de entrenamiento por medio de la sumatoria de todas las contribuciones del grupo de entrenamiento a ese vector de entrada.
- **Capa salida:** emite la respuesta por medio de un 1 o 0 dependiendo de la probabilidad asignada a la categoría sana o quebrada en la anterior capa.

## **4. ANÁLISIS DE RESULTADOS**

Se realiza inicialmente una revisión de los estados financieros tanto para empresas sanas y quebradas, se eliminan las empresas que no cumplen con los requisitos mínimos de información y se proceden a tabular los datos. Luego se realizan comparaciones entre las medias de las 13 variables financieras calculadas para descartar las variables que no están aportando diferencia alguna entre las dos categorías y se comprueba a través de un test de medianas las variables escogidas, se les calcula los supuestos de normalidad y colinealidad. Por otra parte, se revisan la calidad de los datos de empresas registradas en quiebra los cuales aparentemente dan valores dentro de los intervalos de confianza de las empresas sanas y por tanto se les da un tratamiento de datos atípicos para efectos de lograr establecer una clara diferencia entre las categorías mencionadas. Posteriormente, se calculan los coeficientes del modelo econométrico y sus estadísticos de confianza del modelo. por último, se utiliza un método de clasificación probabilístico de redes neuronales para dar soporte a los resultados obtenidos en el análisis discriminante.

### **4.1 REVISIÓN DE LA MUESTRA**

Al solicitar la base de datos de las empresas en la cámara de comercio de Bucaramanga, se obtienen que 64 empresas sanas entre pequeñas y medianas han reportado información financiera por un periodo mayor a 4 años sin embargo al realizar una revisión minuciosa de la base de datos suministrada por el funcionario de compite 360 se observó que solamente 53 pymes sanas contaban con la información entre los años del 2012 al 2015 ya que 11 empresas estaban

incompletas por qué hacía falta un informe del estado de resultados de algún año en ese periodo de tiempo, quedando así un total de 212 observaciones.

Sin embargo, posteriormente se eliminaron 22 observaciones por qué se evidenció que en el reporte de sus estados financieros algunos de sus registros se encontraban en cero y en otras observaciones el denominador de la razón financiera estaba en cero y por lo tanto generaban errores de cálculo en las variables.

Para el caso de empresas quebradas, se procedió a identificar cuales empresas contaban con la mayor cantidad de información financiera posible durante los 4 periodos antes de su cancelación, obteniéndose solo 8 empresas, es decir 32 observaciones cuyos datos financieros corresponden al activo a corto y largo plazo, pasivo a corto y largo plazo, el patrimonio neto, ingresos operacionales y la utilidad neta.

Luego del análisis estadístico preliminar se concluyó que la base de datos en relación a empresas en quiebra presentaba muchas inconsistencias por lo cual se procedió a manejar datos atípicos y reclasificarlos de acuerdo a un criterio de razón financiera más débil o fuerte dependiendo de su signo y su valor con respecto a la media general de la muestra. Finalmente, se tomaron 191 observaciones de empresas sanas y 25 observaciones de empresas quebradas para desarrollar el modelo econométrico.

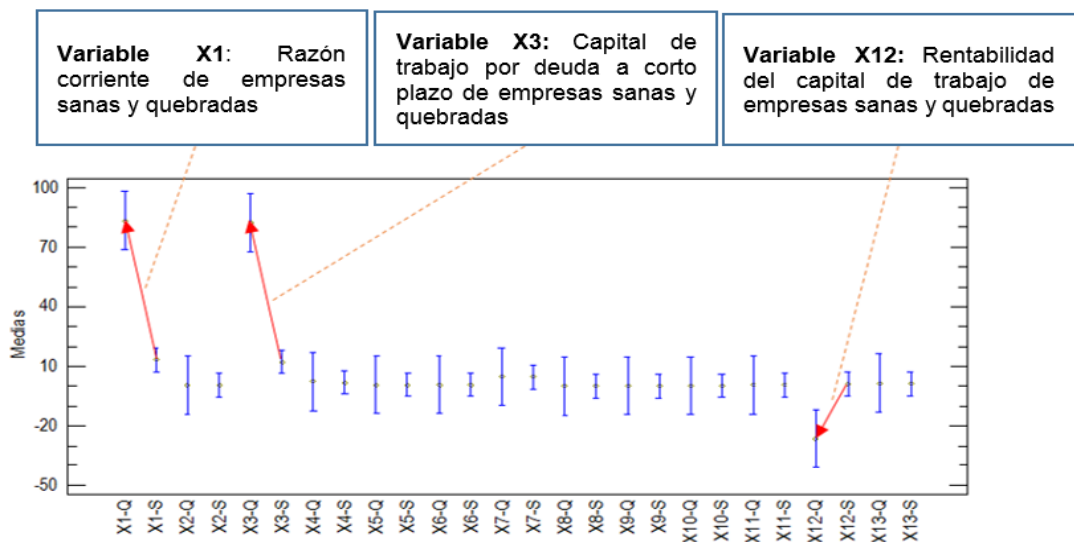
## **4.2 TABULACIÓN DE DATOS Y ANÁLISIS ESTADÍSTICO**

En primer lugar, se tabuló los datos como provenían de la fuente que eran 190 observaciones para empresas sanas y 32 observaciones de empresas en quiebra (ver anexo 1), se calcularon 13 razones financieras que están descritas en la tabla

5, los cuales estuvieron sujetos en cierta forma a la información que se pudo recolectar de las empresas quebradas.

Se hizo un diagrama de caja y bigotes, y se graficó para realizar la comparación de las medias correspondiente a las 13 variables financieras tanto de empresas sanas (S) como empresas quebradas (Q) como se observa en la siguiente figura.

**Figura 12. Comparación de medias de índices financieros**



Fuente: Propia

Los resultados de este análisis descriptivo para toda la muestra en función de la media y su variabilidad son representados en la Figura 12, donde se observa que dos variables de liquidez ascienden en su valor de la media (denominadas X1 y X3), variables con diferencias notorias e idénticas tanto en el desplazamiento de la media como en su variabilidad cuando se comparan los valores de empresas sanas y en quiebra. Asimismo, podemos ver que la variable de rentabilidad (X12) desplaza de forma más modesta en sentido contrario de descenso entre las razones de empresas sanas y quebradas. Sin embargo, causa extrañeza que la media de la variable de liquidez de empresas en quiebra tenga un ascenso sobre la media de las variables de empresas sanas, lo que nos conduce hacer una revisión de cada

observación y de esta manera se detecta que existen algunos valores muy altos que reflejan un exceso de liquidez en este tipo de empresas que se encuentran inactivas según la base de datos de la cámara de comercio de Bucaramanga.

Por otra parte, la rentabilidad tiene unos valores congruentes ya que es lógico que un tipo de empresa de esa categoría tenga problemas de rentabilidad.

Las variables que registraron diferencias de sus medias con respecto al conjunto de variables financieras se conceptúan en la tabla 6

**Tabla 6. Definición de las variables más representativas según comparación de medias**

| Variable | Ratio   | Descripción de variable                                    |
|----------|---|--|
| $X_1$    | $Rc = \frac{\text{activo corriente}}{\text{pasivo corriente}}$  | Razón corriente (liquidez)                                 |
| $X_3$    | $KTSPC = \frac{\text{activo corriente} - \text{pasivo corriente}}{\text{pasivo corriente}}$           | Capital de trabajo neto por deuda a corto plazo (liquidez) |
| $X_{12}$ | $\frac{V}{CT} = \frac{\text{ingreso operacional}}{\text{activo corriente} - \text{pasivo corriente}}$ | Rentabilidad del capital de trabajo (rentabilidad)         |

Fuente: propia

**4.2.1 Prueba de comparación de medianas** Se realiza una prueba de Kruskal - Wallis para comparar medianas en lugar de medias ya que es pertinente para corroborar los datos obtenidos en la prueba de comparación de medias.

**Tabla 7. Resultado de la prueba de Kruskal-Wallis de comparación de medianas**

|                       | <b>Tamaño de muestra</b> | <b>Rango Promedio</b> |
|-----------------------|--------------------------|-----------------------|
| KTSPC - Q             | 32                       | 213,25                |
| KTSPC - S             | 190                      | 226,84                |
| RV/CT - Q             | 32                       | 194,81                |
| RV/CT - S             | 190                      | 224,38                |
| Estadístico de prueba |                          | 1,91                  |
| P-valor               |                          | 0,5903                |

Fuente: propia

En la tabla 7, se muestra los resultados del test de Kruskal-Wallis, que permite probar la hipótesis nula de que las medianas de las variables son las mismas. Los datos de las columnas de valores correspondientes a las variables analizadas se combinan primero y se clasifican de menor a mayor. Luego se calcula el rango promedio para los datos en cada columna. Dado que el P-valor es mayor que 0.05 se comprueba la hipótesis nula lo que indica que no existe diferencia estadísticamente significativa entre variables sanas y quebradas en la comparación de las medianas con un nivel de significación del 5%.

**4.2.2 Pruebas de los supuestos del análisis discriminante** Se introducen en el software SPSS los datos correspondientes a las 2 variables de liquidez y la variable de rentabilidad, se evalúan los factores que componen estos índices financieros, y se estima el coeficiente de ponderación de cada una de ellas, obteniéndose un valor similar en su coeficiente de las variables de la liquidez, lo cual indica una misma ponderación o grado de importancia para la función discriminante, por tal motivo se eliminó la variable de liquidez (razón corriente) para evitar los problemas de colinealidad. por consiguiente, se utilizaron la variable capital de trabajo neto por deuda a corto plazo (KTSPC) y la variable de rentabilidad del capital de trabajo como únicas variables independientes para desarrollar el modelo econométrico.



Asimismo, se prosigue con la prueba de normalidad para las dos variables escogidas realizándose un análisis descriptivo de curtosis estandarizado que mide la asimetría de los datos (ver tabla 8), donde se observa que los valores se encuentran fuera del rango  $(-2\sigma +2\sigma)$  para las columnas de datos en cada índice financiero seleccionado. Esto indica alguna no-normalidad manifiesta en los datos, que viola la suposición de que cada variable proviene de una distribución normal y que sugiere la transformación de datos o el estudio de atípicos en cada grupo.

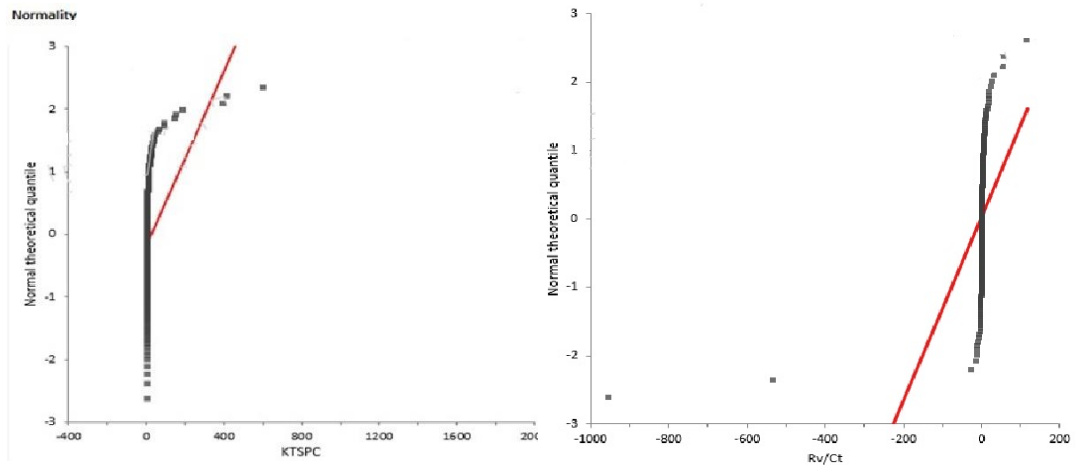
**Tabla 8. Asimetría por columna de datos de los índices financieros**

|           | <b>Asimetría estandarizada</b> | <b>Curtosis estandarizado</b> |
|-----------|--------------------------------|-------------------------------|
| KTSPC - Q | 11,66                          | 30,53                         |
| KTSPC - S | 38,89                          | 149,62                        |
| RV/CT - Q | -13,01                         | 36,72                         |
| RV/CT - S | -68,04                         | 456,72                        |

Fuente: propia

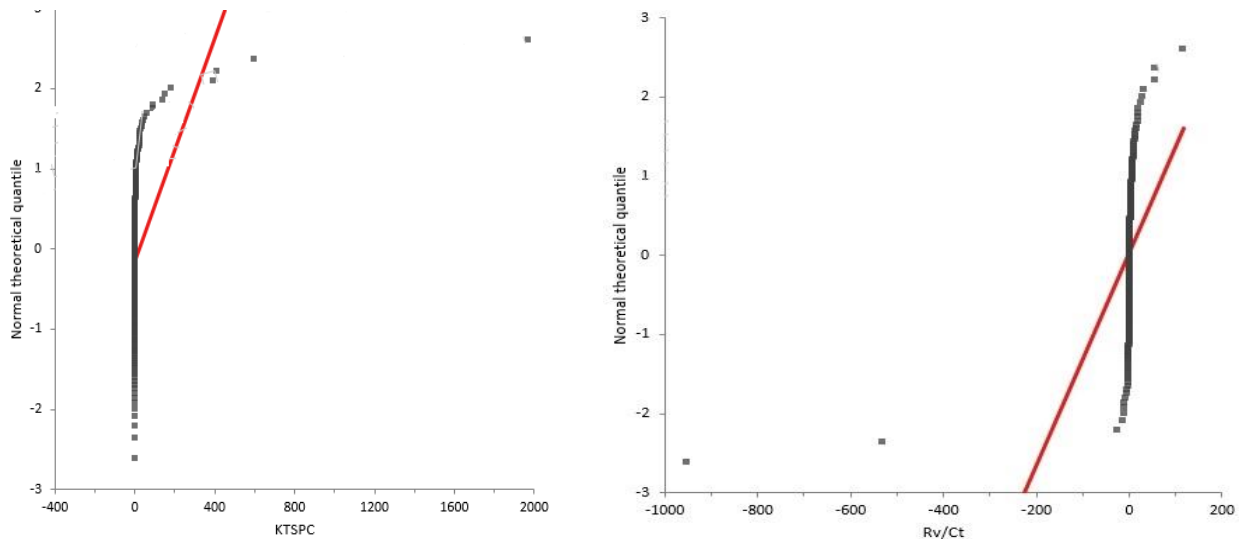
De la misma manera por medio del software Analyse-it se realizan las siguientes pruebas para comprobar la anormalidad de los datos manifiesta en la tabla anterior. Se practica la prueba de Kolmogorov para empresas sanas ya que tiene más de 50 observaciones y la prueba de shapiro wilk para empresas en quiebra ya que estas tienen menos de 50 observaciones como se mencionó anteriormente en la literatura.

**Figura 13. Prueba de Kolmogorov – Smirnov de las variables sanas (KTSPC) y (RV/CT)**



Fuente: Analyse-it

**Figura 14. Prueba de Shapiro – Wilk de variable quebradas (KTSPC) y (RV/CT)**



Fuente: propia

Las figuras 13 y 14 correspondientes a las pruebas de kolmogorov-Smirnov y las pruebas de Shapiro–Wilk realizadas a las variables KTSPC y V/CT de las empresas quebradas, se les puede observar una distribución anormal ya que ambas

categorías de datos no se ajustan a la tendencia de la línea roja, indicando así la no normalidad de los datos.

**Tabla 9. Test de normalidad de los datos originales**

| PRUEBA DE KOLMOGOROV<br>PARA EMPRESAS SANAS |         |         | PRUEBA DE SHAPIRO -WILK<br>EMPRESAS QUEBRADAS |         |
|---|---------|---------|---|---------|
| variable                                    | KTSPC   | V/CT    | KTSPC   | V/CT    |
| D / W<br>statistic                          | 0,44    | 0,46    | 0,13  | 0,12    |
| p-value                                     | <0,0001 | <0,0001 | <0,0001                                       | <0,0001 |

Fuente: Propia

Adicionalmente se realiza el resumen estadístico de parámetros descriptivos para cada columna de datos tomando en consideración sólo las variables seleccionadas.

**Tabla 10. Resumen de estadísticos descriptivos de las variables seleccionadas KTSPC y V/Ct. Empresas Sanas y en Quiebra**

| Variable  | n   | Media  | DS     | Coef. de<br>variación | Min      | Max      | Rango    |
|-----------|-----|--------|--------|-----------------------|----------|----------|----------|
| KTSPC - Q | 32  | 82,37  | 359,89 | 436,90 %              | -0,937   | 1969,270 | 1970,200 |
| KTSPC - S | 212 | 12,15  | 46,56  | 383,25 %              | -0,850   | 412,309  | 413,158  |
| V/CT - Q  | 32  | -26,55 | 169,49 | -638,42 %             | -954,037 | 30,528   | 984,565  |
| V/CT - S  | 212 | 1,10   | 40,32  | 3673,37 %             | -530,417 | 116,909  | 647,327  |

Fuente: Propia

Como podemos notar en la Tabla 10, existe poca diferencia entre las desviaciones estándar correspondientes a empresas sanas y en cambio para empresas en quiebra las desviaciones son de mayor magnitud. Sin embargo, chequeando el coeficiente de variación podemos darnos cuenta que la alta variabilidad corresponden tanto a empresas sanas como quebradas.

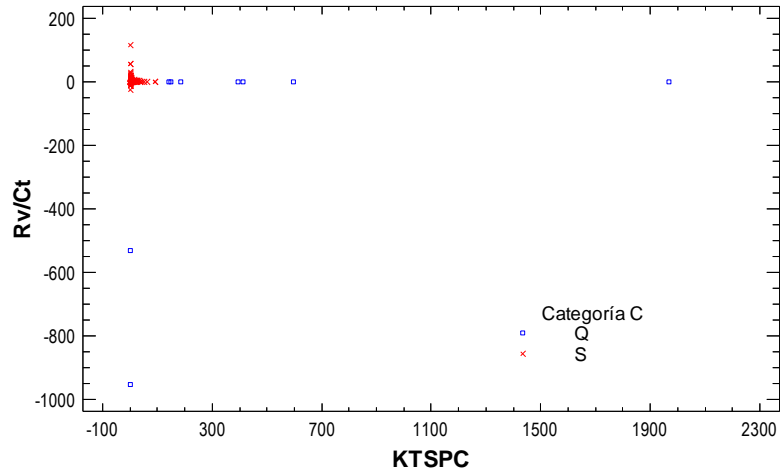
Por consiguiente, es necesario hacer una inspección de datos atípicos y se propone una reclasificación de algunas observaciones que se puedan determinar claramente

tanto en el grupo de empresas sanas como quebradas las cuales sean incongruentes con su categoría, estableciendo como parámetro de reclasificación aquellos valores negativos existentes en empresas sanas y a su vez valores muy optimistas de las razones financieras en la muestra de empresas quebradas que nos estén impidiendo obtener diferencias significativas entre ambas categorías. Esto nos permitirá por un lado mejorar la variabilidad de los datos y el supuesto de normalidad de los datos para un modelo econométrico más efectivo.

Con el propósito de visualizar lo que ocurre con las observaciones de ambas categorías se grafica un diagrama de dispersión, que es un tipo de gráfico matemático en coordenadas cartesianas para mostrar los valores por pares de variables más significativas en un conjunto de datos. Estos se muestran como una agrupación de puntos, cada uno con el valor de una variable que determina una posición en el eje horizontal y un valor de otra variable en el eje vertical.

Se pueden usar cuando ambas variables son continuas e independientes entre sí. Cuando no existe variable dependiente, se puede graficar cualquier variable en cualquier eje, el diagrama de dispersión solo ilustrará la forma en que se agrupan los valores en torno a cierto centroide de grupo, delimitando las áreas de agrupación según las dos variables, lo que aplica a nuestro caso discriminante de grupos.

**Figura 15. Diagrama de dispersión de las variables financieras más significativas**



Fuente: Propia

El ratio **V/Ct** está en el eje 0Y y **KTSPC** en el eje 0X como podemos observar en el gráfico de la figura 15. El diagrama de dispersión es muy útil cuando deseamos ver cómo dos conjuntos de datos de forma comparativa muestran su relación de contigüidad o solape. Además, si los datos están representados por un modelo mixto de relaciones simples, estas relaciones serán visualmente evidentes como patrones superpuestos.

**4.2.3 Análisis de datos atípicos** Luego de realizar las pruebas descriptivas básicas a la muestra, con los datos tal y como proceden de la fuente, se procede a realizar las pruebas de detección de datos atípicos que influyen en la variabilidad y supuestos de anormalidad presentada en el análisis anterior. Para tal fin, se trabaja sólo con las columnas de datos correspondientes a los índices financieros que fueron seleccionados y que representan las mejores variables de discriminación entre empresas sanas y en quiebra. Los indicadores financieros seleccionados corresponden a las columnas de datos mostrados en el anexo 1 y 2, estos datos representan una muestra inicial de ciento noventa (190) registros para empresas

sanas y treinta y dos (32) registros para empresas clasificadas en quiebra. En suma, se tiene para los análisis propuestos de datos atípicos un total de doscientos veintidós (222) registros asociados a la categoría como empresa sana y quebrada, es decir, una variable que se considerará a futuro como la variable categórica de los datos.

Entonces usando los datos del Anexo 1 y 2, se procede a determinar aquellos potenciales datos atípicos que pueden intervenir en la calidad de los resultados. Según el análisis de los intervalos para un 95 % de confianza, el límite inferior y superior estándar para cada variable son los mostrados en la Tabla 11.

**Tabla 11. Intervalos de confianza que delimitan los valores atípicos en la muestra**

| <b>Variable</b> | <b>Límite inferior</b> | <b>Límite superior</b> |
|-----------------|------------------------|------------------------|
| KTSPC - S       | 5,48613                | 18,8131                |
| KTSPC - Q       | -47,3808               | 212,127                |
| V/CT - S        | -4,67229               | 6,86747                |
| V/CT - Q        | -87,6535               | 34,5586                |

Fuente: Propia

Los límites inferior y superior, por ejemplo, para la variable de liquidez KTSPC en la categoría de empresa sana corresponden a un valor de 5,48613 y 18,8131, y así sucesivamente. Este intervalo permite resaltar en los registros de datos aquellos potenciales atípicos presentes en cada muestra. Estos datos son identificados, lo que permite en algún caso extremo muy lejos de la media sustraerlo, o bien, proceder a intercambiar su categoría en función de lo que sea más probable según los rangos señalados en la tabla 11 y, conforme a que el dato efectivamente se encuentra enmascarado dentro de una categorización que no corresponde.

Según este criterio de análisis válido, se plantea una re-organización del muestreo que implica una nueva distribución de los datos en sus categorías y la posible depuración de datos atípicos más complejos como por ejemplo en la variable de liquidez KTSPC de la empresa quebrada se encuentra dos indicadores financieros de valor extremo que son 1969.26 y 594.76. De esta manera se obtiene una muestra más idónea que cumple en la medida de lo posible, los supuestos previos al análisis discriminante. Con los datos depurados (ver Anexo 3) se obtiene 191 observaciones para empresas sanas y 25 observaciones para empresas en quiebra para un total de 216 observaciones, a los cuales se les calcula nuevamente los estadísticos descriptivos anteriormente realizados en la tabla 10.

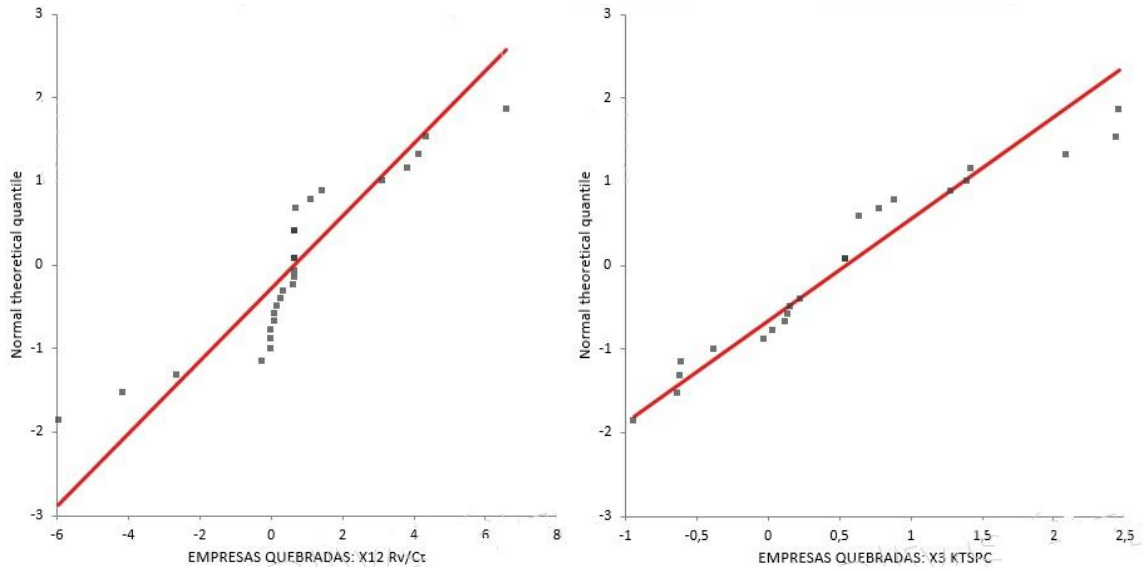
**Tabla 12. Resumen de estadísticos descriptivos de las variables seleccionadas KTSPC y V/Ct. Empresas Sanas y en Quiebra**

| <b>Estadísticas de grupo</b> |              |              |                   |                             |                         |
|------------------------------|--------------|--------------|-------------------|-----------------------------|-------------------------|
|                              | <b>Clase</b> | <b>Media</b> | <b>Desviación</b> | <b>Coficiente variación</b> | <b>N° observaciones</b> |
| S                            | KTSPC        | 1,05593578   | 0,80887996        | 76,6031396                  | 191                     |
|                              | V/CT         | 1,31378378   | 1,04619132        | 79,6319252                  | 191                     |
| Q                            | KTSPC        | 0,0959426    | 0,63203409        | 658,762695                  | 25                      |
|                              | V/CT         | -1,35573835  | 2,70142137        | -199,258313                 | 25                      |

Fuente: Propia

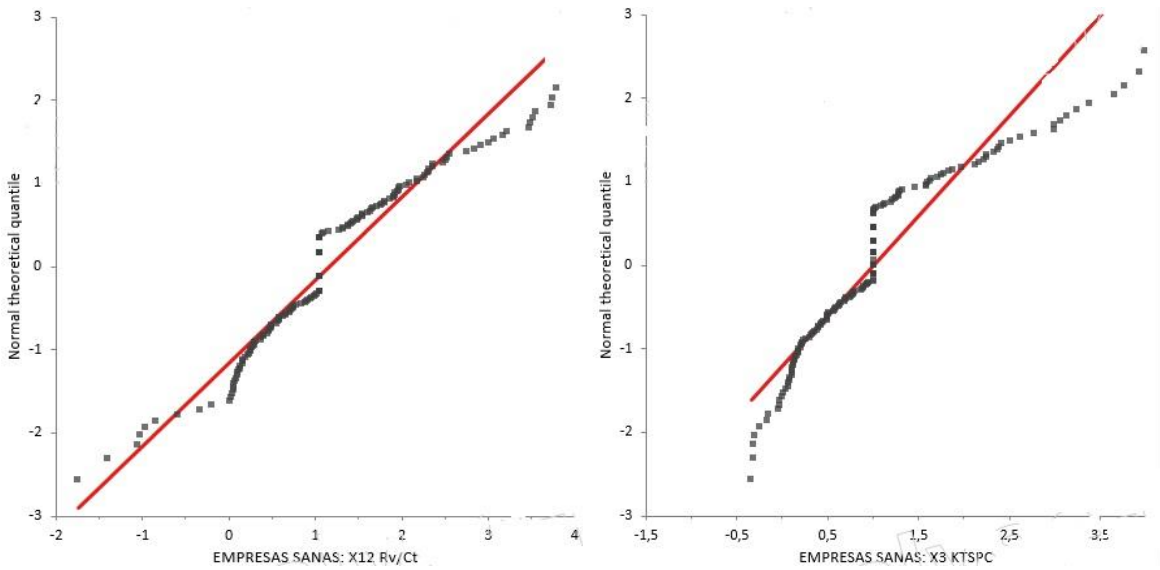
Se evidencia que la relación del coeficiente de variación de las observaciones depuradas para ambos tipos de categorías ha mejorado sin embargo sigue siendo alta, por eso se verifica nuevamente la normalidad de los datos en la figura 18 y 19.

**Figura 16. Prueba de Shapiro – Wilk para variables (V/CT) y (KTSPC)**



Fuente: Propia

**Figura 17. Prueba de Kolmogorov – Smirnov para variables (V/CT) y (KTSPC)**



Fuente: Propia



**Tabla 13. Test de normalidad de los datos depurados**

| variable           | PRUEBA DE KOLMOGOROV<br>PARA EMPRESAS SANAS |         | PRUEBA DE<br>SHAPIRO -WILK<br>EMPRESAS<br>QUEBRADAS |       |
|--------------------|---|---------|---|-------|
|                    | KTSPC                                       | V/CT    | KTSPC   | V/CT  |
| D / W<br>statistic | 0,24  | 0,20    | 0,92  | 0,83  |
| p-value            | <0,0001                                     | <0,0001 | 0,0218  | 0,002 |

Fuente: Propia

Luego de repetir el análisis de normalidad a los datos que fueron depurados (ver anexo 3), se observa una mejora en su distribución de los datos alrededor de la línea de la tendencia roja en la gráfica, y en la tabla 13 se puede observar una aproximación cercana a uno del estadístico shapiro wilk indicando una notable mejora en la distribución de las empresas quebradas en relación con la muestra original sin embargo con todo y eso la muestra de acuerdo al p-value no siguen una distribución normal.

**4.2.4 Análisis discriminante (AD)** El resultado de la prueba discriminante se llevó a cabo estimando una variable categórica y dos variables continuas, el procedimiento está diseñado para desarrollar un conjunto de funciones discriminantes que pueden ayudar a predecir la categoría en función de variables cuantitativas. Se usaron 216 observaciones para desarrollar el modelo econométrico que discrimine entre los dos niveles de categoría analizados. Se ingresaron las dos variables de predicción (**KTSPC** y **V/CT**).

Dentro de este proceso, la técnica estadística de análisis discriminante propone utilizar un respectivo emparejamiento de los datos para que la muestra no quede sesgada hacia algún grupo en específico y como la distribución de nuestra muestra se encuentra desbalanceada se aplicó estas probabilidades a priori observadas en la tabla 14 según el análisis porcentual de cada uno de los grupos. Su cálculo se

obtiene como el resultado de las observaciones de cada grupo entre el total de las observaciones de los dos grupos.

**Tabla 14. Distribución de probabilidad de la muestra**

| <b>Probabilidades previas para observaciones</b> |               |                      |
|--|---------------|----------------------|
| <b>Categoría</b>                                 | <b>Previa</b> | <b>Observaciones</b> |
| S  | 0,884         | 191                  |
| Q  | 0,116         | 25                   |
| Total  | 1             | 216                  |

Fuente: Propia

A continuación, en la tabla 15 se muestran los coeficientes estandarizados de la función discriminante hallada en el software estadístico SPSS, que puede ser utilizada para clasificar entre las dos categorías (sana o en quiebra).

**Tabla 15. Coeficientes de la Función Discriminante por Categoría**

|              | <b>1</b> |
|--------------|----------|
| <b>KTSPC</b> | 0.511    |
| <b>V/CT</b>  | 0.852    |

Fuente: Propia

La expresión que representa la función discriminante, es decir la ecuación del modelo econométrico entre la variable categórica C y las variables independientes KTSPC y V/C<sub>t</sub> es la siguiente:

**Ecuación 9. Función discriminante estandarizada**

$$C = 0.511 * KTSPC + 0.852 * V/CT$$

Seguidamente en la tabla 16 se calcula la bondad de ajuste del modelo por medio de los estadísticos de la Correlación Canónica y el Lamda de Wilks.

**Tabla 16. Bondad de ajuste de la función discriminante**

| <i><b>Función<br/>Discriminante</b></i> | <i><b>Valor<br/>propio</b></i> | <i><b>Correlación<br/>Canónica</b></i> |
|---|--------------------------------|--|
| 1                                       | 0,556                          | 0,598                                  |

| <i><b>Prueba de la<br/>Función</b></i> | <i><b>Lambda Wilks</b></i> | <i><b>DF</b></i> | <i><b>P-Valor</b></i> |
|--|----------------------------|------------------|-----------------------|
| 1                                      | 0,643                      | 2                | 0,0000                |

Fuente: Propia

El resultado fue una única función discriminante con un P-valor menor a 0,05 que es estadísticamente significativa con un 95,0% de nivel de confianza y asimismo un valor aceptable para los parámetros de lamda wilks y la correlación canónica a pesar de la limitada cantidad de muestra procesada para la categoría de empresas en quiebra, qué de acuerdo a la literatura debe ser valores de lamda wilks cercano a cero y la correlación canónica cercano a uno<sup>108</sup>. De acuerdo a estos valores de los parámetros parece indicar que pueden existir cambios notorios entre las variables para empresas sanas y quebradas que permitan discriminar.

A partir de la magnitud relativa de los coeficientes mostrados en la Ecuación 9, se puede determinar cómo se utilizan las variables independientes para discriminar entre los grupos de empresas sanas y en quiebra. La siguiente tabla consiste en la clasificación de las 216 observaciones utilizadas en la función discriminante mostrada en la ecuación 9.

<sup>108</sup> DE LA FUENTE FERNÁNDEZ, Santiago Análisis Discriminante [en línea] [citado el 3 de mayo de 2018] disponible en: <http://www.fuenterrebollo.com/Economicas/ECONOMETRIA/SEGMENTACION/DISCRIMINANTE/analisis-discriminante.pdf>

**Tabla 17. Clasificación por categorías de empresas**

| Pronostico de las observaciones  |          | Categoría | S   | Q  | Total |
|--|----------|-----------|-----|----|-------|
| Original <sup>a</sup>  | Recuento | S         | 191 | 0  | 191   |
|  |          | Q         | 15  | 10 | 25    |
| % Acierto  |          | S         | 100 | 0  | 100   |
|  |          | Q         | 60  | 40 | 100   |
| Validación <sup>b</sup>  | Recuento | S         | 191 | 0  | 191   |
|  |          | Q         | 16  | 9  | 25    |
| % Acierto  |          | S         | 100 | 0  | 100   |
|  |          | Q         | 64  | 36 | 100   |
| <b>Resultados de clasificación</b>   |          |           |     |    |       |
| a. 93,1% de casos agrupados originales clasificados correctamente.                 |          |           |     |    |       |
| b. 92,6% de casos agrupados validados de forma cruzada clasificados correctamente. |          |           |     |    |       |

Fuente: Propia

Entre las 216 observaciones utilizadas, las 191 observaciones de los indicadores financieros es decir el 100% de las empresas sanas fueron clasificados correctamente y en el caso de empresas en quiebra de las 25 fueron clasificadas correctamente un total de 10 correspondiente al 40%. En conclusión, empleando dicha función discriminante se obtuvo una probabilidad del 93.1% de acierto, y con respecto a la validación se logró un 92.6%.

En la Tabla 18 se muestran algunos de los resultados del uso de la función discriminante derivada de la Ecuación 9 usada para clasificar las observaciones. Enumera los dos puntajes más altos entre las funciones de clasificación para cada uno de los 216 datos que fueron utilizados para ajustar el modelo. Por ejemplo, en la fila 1 y 2 el grupo real es el perteneciente a la observación de las empresas sanas que es clasificado correctamente ya que se le asigna la probabilidad más alta de acuerdo a la distancia del centroide de la categoría S y asimismo en las observaciones de la fila 12 y 13 las observaciones reales corresponden a una empresa quebrada pero el software las clasifica incorrectamente como

observaciones de empresa sana debido que le asigna una mayor probabilidad a este último grupo, en el anexo 4 se muestran todos los casos de la clasificación y su respectiva validación.

**Tabla 18. Resultados del uso de la función discriminante**

|                 | <b>Grupo</b> | <b>Grupo</b>        | <b>Grupo superior</b> | <b>Segundo grupo superior</b>                           |                     |   |
|-----------------|--------------|---------------------|-----------------------|---|---------------------|---|
|                 | <b>o</b>     |                     |                       |   |                     |   |
| <b>Núm fila</b> | <b>Real</b>  | <b>Pronosticado</b> | <b>Probabilidad</b>   | <b>Distancia Mahalanobis al cuadrado para centroide</b> | <b>Probabilidad</b> | <b>Distancia Mahalanobis al cuadrado para centroide</b> |
| <b>1</b>        | S            | S                   | 0,983                 | 0,077   | 0,017               | 4,172   |
| <b>2</b>        | S            | S                   | 0,972                 | 0,264   | 0,028               | 3,267   |
| <b>12</b>       | Q            | S*                  | 0,933                 | 0,816   | 0,067               | 2,01  |
| <b>13</b>       | Q            | S*                  | 0,796                 | 2,099   | 0,204               | 0,76  |

\* = clasificada incorrectamente.

Fuente: Propia

Con este modelo discriminante se pueden predecir nuevas observaciones usando los valores respectivos de cada una de las variables independientes. En la tabla 19 se muestran los valores promedio del conjunto de observaciones de cada grupo o categoría denominados centroides que usa el software SPSS internamente para el cálculo de predicción de nuevas observaciones.

**Tabla 19. Centroides de cada grupo por categoría**

| <b>Grupo</b> | <b>1</b> |
|--------------|----------|
| <b>S</b>     | 0.269    |
| <b>Q</b>     | -2.052   |

Fuente: Propia

En virtud de los resultados alcanzados y para dar mayor robustez al análisis podemos se aplicó un método de clasificación complementario. En este sentido,

encontramos dentro de la literatura un método de clasificación de otra naturaleza que permite definir umbrales para lograr también una clasificación que se denomina redes neuronales probabilísticas y que se describe a continuación.

**4.2.5 Redes Neuronales Probabilísticas (RNP)** El procedimiento de esta técnica de clasificación novedosa usó una red neuronal probabilística (RNP) para clasificar las observaciones de los indicadores financieros en las 2 categorías de las empresas. se introdujeron en la bandeja de entrada del software Matlab 221 observaciones y se señalaron cada dato a que variable pertenecía, se le asignó un valor a un parámetro denominado de espaciamiento o dispersión que es identificado la letra sigma ( $\sigma$ ), dicho parámetro varía entre 0 y 1, y por medio de una iteración de este mismo se logró el entrenamiento del algoritmo de la RNP el cual permitió clasificar nuevas observaciones.

Bandeja de entrada

- Factor de clasificación: C
- Variables de entrada: KTSPC y Rv/Ct
- Probabilidades a priori: proporcional a la ocurrencia en el entrenamiento de las variables
- Costos de error: igual para todas las clases
- Número de casos en el conjunto de variables: 221
- Parámetro de espaciamiento ( $\sigma$ ) utilizado: 0,5 (especificado por el usuario)

Luego de probar los diferentes valores del parámetro sigma ( $\sigma$ ) el valor óptimo para la clasificación fue 0,5 que corresponde al método del vecino más cercano. Valores de este parámetro por encima o por debajo de 0,5 redujeron el porcentaje de casos clasificados correctamente. En la siguiente tabla se muestran los resultados luego del entrenamiento de la red.

**Tabla 20. Clasificación de variables por RNP**

| Categoría actual | Tamaño de grupo | Predicho         |                |
|------------------|-----------------|------------------|----------------|
|                  |                 | S                | Q              |
| S                | 192             | 192<br>(100,00%) | 0<br>( 0,00%)  |
| Q                | 29              | 23<br>( 79,31%)  | 6<br>( 20,69%) |

Fuente: Propia

Tal como aparece en la tabla 20, se presenta un 100% de clasificación correcta para las empresas sanas y un 20,69% para empresas en quiebra, diciéndolo de otra forma el algoritmo luego del entrenamiento clasificó con un error del 79,31 % correspondiente a 23 empresas clasificadas erróneamente de 29 empresas quebradas, lo que es un alto porcentaje de observaciones clasificadas incorrectamente que hace referencia al pequeño tamaño de esta categoría de la muestra y a su naturaleza que, aunque se hayan manejado algunos datos atípicos sigue siendo muy variable lo que afectó la clasificación final, obteniéndose un 89,6% de predicción total.

En la siguiente tabla se muestran las probabilidades a priori de acuerdo a la distribución de la muestra, se puede ver una mayor probabilidad asignada para la categoría S aproximadamente del 86,8 % debido que corresponde a las 192 observaciones de las empresas sanas con respecto a los 221 datos de la muestra total.

**Tabla 21. Distribución de probabilidad asignada por RNP**

| <i>Categoría</i> | <i>Probabilidad a priori</i> | <i>Costo error</i> |
|------------------|------------------------------|--------------------|
| S                | 0,8688                       | 1,0                |
| Q                | 0,1312                       | 1,0                |

Fuente: Propia

Esta probabilidad a priori es utilizada para el cálculo del porcentaje de clasificación total con respecto a sus porcentajes de clasificación parciales de cada categoría. por ejemplo, el 20,69% de acierto para empresas quebradas corresponden solamente al 13,12% del total de la muestra.

En seguida se muestra la tabla 22 que muestra los resultados del uso de la red neuronal entrenada para clasificar observaciones. los casos en que la red clasificó erradamente la categoría de empresa quebrada indica que les concedió una mayor probabilidad a las observaciones de categorías sanas. Por ejemplo, en la fila 18 le asignó una probabilidad del 88,1% a la observación de sana y un 11,9% al dato de la quebrada, por tal motivo la clasificó como parte del grupo de sanas.

**Tabla 22. Variables clasificadas incorrectamente**

| <i>Fila</i> | <i>Grupo actual</i> | <i>Grupo más alto</i> | <i>Registro más alto</i> | <i>2do Grupo más alto</i> | <i>2do registro más alto</i> |
|-------------|---------------------|-----------------------|--------------------------|---------------------------|------------------------------|
| 18          | Q                   | S*                    | 0,881028                 | 1                         | 0,118972                     |
| 19          | Q                   | S*                    | 0,786345                 | 1                         | 0,213655                     |
| 20          | Q                   | S*                    | 0,624596                 | 1                         | 0,375404                     |
| 48          | Q                   | S*                    | 0,837769                 | 1                         | 0,162231                     |
| 56          | Q                   | S*                    | 0,654151                 | 1                         | 0,345849                     |
| 57          | Q                   | S*                    | 0,849096                 | 1                         | 0,150904                     |
| 72          | Q                   | S*                    | 0,754953                 | 1                         | 0,245047                     |
| 73          | Q                   | S*                    | 0,693917                 | 1                         | 0,306083                     |
| 98          | Q                   | S*                    | 0,887647                 | 1                         | 0,112353                     |
| 102         | Q                   | S*                    | 0,608211                 | 1                         | 0,391789                     |
| 106         | Q                   | S*                    | 0,739111                 | 1                         | 0,260889                     |
| 115         | Q                   | S*                    | 0,884378                 | 1                         | 0,115622                     |
| 170         | Q                   | S*                    | 0,883948                 | 1                         | 0,116052                     |
| 171         | Q                   | S*                    | 0,66062                  | 1                         | 0,33938                      |
| 176         | Q                   | S*                    | 0,880965                 | 1                         | 0,119035                     |
| 180         | Q                   | S*                    | 0,88434                  | 1                         | 0,11566                      |
| 186         | Q                   | S*                    | 0,879497                 | 1                         | 0,120503                     |
| 194         | Q                   | S*                    | 0,627238                 | 1                         | 0,372762                     |
| 198         | Q                   | S*                    | 0,879598                 | 1                         | 0,120402                     |

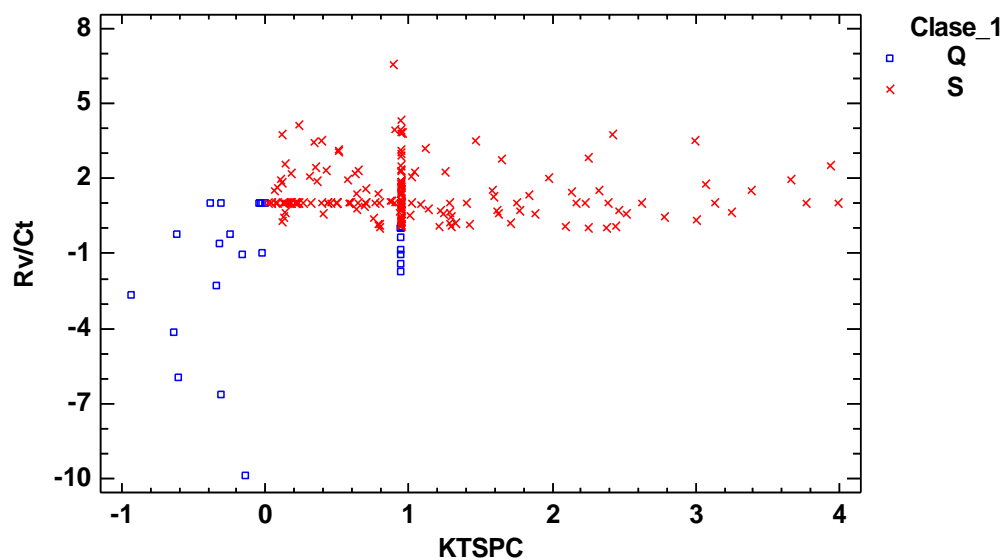


| <i>Fila</i> | <i>Grupo actual</i> | <i>Grupo más alto</i> | <i>Registro más alto</i> | <i>2do Grupo más alto</i> | <i>2do registro más alto</i> |
|-------------|---------------------|-----------------------|--------------------------|---------------------------|------------------------------|
| 211         | Q                   | S*                    | 0,88051                  | 1                         | 0,11949                      |
| 213         | Q                   | S*                    | 0,879693                 | 1                         | 0,120307                     |
| 216         | Q                   | S*                    | 0,824674                 | 1                         | 0,175326                     |
| 217         | Q                   | S*                    | 0,881636                 | 1                         | 0,118364                     |

Fuente: Propia

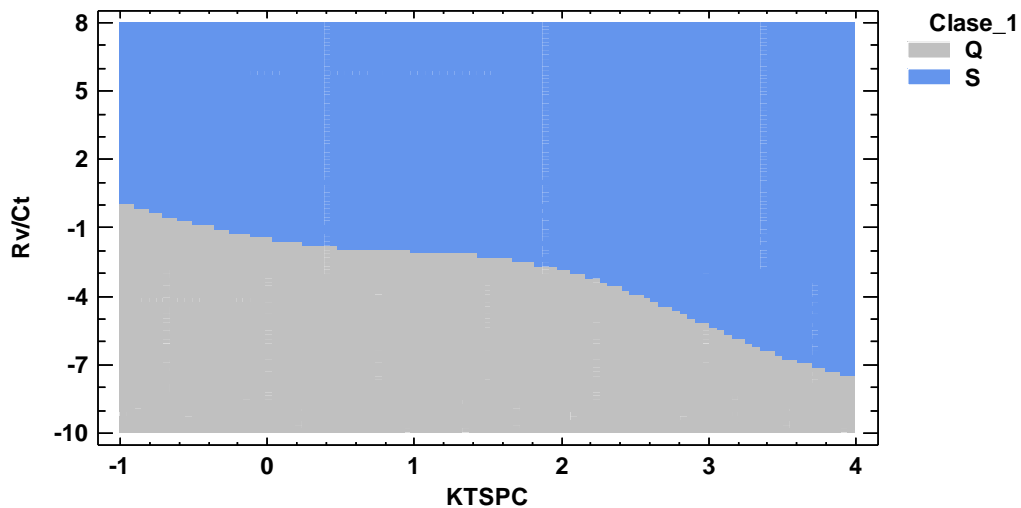
El método gráfico de la clasificación de acuerdo al RNP es útil para entender cómo la región definida por las variables se divide en áreas que hacen que las muestras se clasifiquen como pertenecientes a cierto grupo. En las figuras 18 y 19 se grafica en el eje horizontal los valores correspondientes a los datos de la variable KTSPC y en el eje vertical la variable RV/CT.

**Figura 18. Dispersión de variables financieras RV/CT y KTSPC depuradas**



Fuente: Propia

**Figura 19. Definición de fronteras entre variables financieras RV/CT y KTSPC depuradas**



Fuente: Propia

Con el objetivo de representar lo que ocurre con los datos de los indicadores financieros especialmente de las empresas en quiebra se realiza el diagrama de dispersión que plasma en el plano cartesiano las observaciones de la distribución con los datos depurados, permitiendo visualizar la frontera divisoria entre las variable KTSPC y RV/CT.

Aunque se haya logrado distinguir en un límite de una categoría u otra aún persiste algunos datos que se superponen para ambas variables en el rango del cero al uno aproximadamente, en donde se podría definir como un umbral de incertidumbre o bien una situación de dificultad financiera para la empresa sana.

## 5. CONCLUSIONES

Media Sanas: KTSPC = 1,05

RVCT= 1,31

Media Queb: KTSPC=0,095

RVCT = -1,35

- De acuerdo al análisis de resultados del presente estudio, las variables más relevantes que explican el fenómeno de fracaso empresarial de las pequeñas y medianas empresas del sector de la construcción en el área metropolitana de Bucaramanga es la variable de liquidez, capital de trabajo por deuda a corto plazo, y la variable de rentabilidad, rendimiento de las ventas por capital de trabajo.
- De acuerdo a la información financiera de las empresas sanas, la variable de liquidez tiene una media de 1,07 indicando que la empresa tiene un excedente de 1,07 veces de dinero en efectivo después de cumplir con sus obligaciones al corto plazo, es decir la empresa sana cuenta con el doble de recursos disponibles para mantenerse operativa, a diferencia de la empresa quebradas que su media estuvo en 0,095 indicando que las deudas son similares al flujo de efectivo que disponía la empresa. En conclusión, las empresas del sector de la construcción que se mantengan en una relación inferior al 1 de la variable de capital de trabajo por deuda a corto plazo, se exponen a una alta probabilidad de riesgo financiero por presentar problemas de liquidez para atender las operaciones, exponiéndose a incumplimientos con sus acreedores y proveedores y en consecuencia retrasos en la ejecución de la obra.
- La variable de rentabilidad del capital de trabajo de empresas sanas obtuvo una media de 1,33 indicando que las empresas del sector de la construcción tienen en promedio una rentabilidad del 33% por cada peso invertido en el capital de trabajo, en cambio las empresas en quiebra tienen una rentabilidad negativa con

una media de -1,35 lo cual se explica porque las empresas fueron financiadas en mayor proporción con recursos de terceros en el corto plazo afectando la liquidez y por ende la rentabilidad de las mismas, siendo este el principal factor de riesgo por el cual una empresa entra en una situación de dificultad financiera que lo conduzca a la quiebra.

- El modelo econométrico obtuvo un porcentaje global de predicción del 93,1%, que se refiere al 100% de clasificación correcta de observaciones de empresas sanas y un 40% de empresas quebradas, se considera que el 60% de clasificación incorrecta de las observaciones en quiebra se debe a la variabilidad de la muestra que aún persiste posterior a la depuración de aquellos datos más críticos, por lo tanto se concluye que el modelo tiene mayor precisión para la clasificación de empresas sanas que de empresas quebradas, debido a su escasa información financiera y además por la calidad de datos de las mismas.
- Se apreció que algunas observaciones críticas para las empresas no correspondían al año anterior de cancelación del registro mercantil, lo que nos permite deducir que en algunos casos de las empresas analizadas no se trataba de una situación obligada al fracaso, sino tal vez una quiebra inducida para negociar el pago a acreedores o simplemente por los beneficios de ley que recibiría de cambiar de una sociedad LTDA por una SAS.
- Las observaciones de algunas empresas sanas denotan una alta variabilidad que posiblemente estaría ligado a un enorme crecimiento de ese año en particular por parte de medianas empresas con mayor capacidad de contratación que las del promedio, causa que nos afectó para cumplir con el supuesto de la normalidad de los datos.
- La investigación estuvo limitada por la dificultad del acceso a los estados financieros para el tipo de empresas canceladas ya que en algunas empresas

su información financiera depositada en la base de datos datacompany no reflejó una situación muy coherente con el estado de una empresa en estado de quiebra, por lo tanto, se concluyó que los datos allí depositados son poco fiables y se considera que pueden existir errores de digitación o bien una manipulación de los mismos con el fin de un beneficio propio.

- De acuerdo a las políticas de gobierno durante el 2010 al 2018 cuyo plan fue incentivar el sector de la construcción como fundamento de la generación de empleo impulsando la infraestructura y la vivienda, una posible explicación de las causas de cancelación de empresas fuese la constitución de sociedades para el desarrollo de proyectos de vivienda y que una vez finalizado el proyecto, se disolviera las sociedades sin estar en una condición de insolvencia empresarial.
- En relación a la variable de liquidez y rentabilidad para el caso de las empresas en quiebra es posible que los empresarios hayan sido afectados por el aumento de la inflación en Colombia entre los años 2014 y 2015 y por consiguiente las tasas de interés se incrementaran para contrarrestar su efecto, afectando así la capacidad adquisitiva y de pago de los clientes generando incumplimientos o retrasos de sus cuotas que afectaron al empresario de la pequeña y mediana empresa del sector de la construcción en el área metropolitana de Bucaramanga.
- Por medio de la aplicación del método de redes neuronales probabilísticos se obtuvo un gráfico visualmente comprensible al empresario que le permite identificar la situación de la empresa de acuerdo a los valores de sus variables. Aunque este gráfico es una herramienta útil y de fácil clasificación sin embargo en nuestro caso, el modelo clasificó correctamente aproximadamente el 21% de las observaciones de las empresas en quiebra y el 100 % de empresas sanas, corroborando la condición de la muestra cómo se mencionó anteriormente.

## 6. RECOMENDACIONES

- Se recomienda a las entidades de vigilancia y control que recopilan la información de las empresas pymes, realicen auditorias para mejorar la calidad de datos para futuras investigaciones de la academia.
- Se recomienda que las entidades de vigilancia y control donde se depositan los estados financieros de las empresas faciliten la información a establecimientos académicos con el fin de promover estudios de alta calidad que sirvan a los pequeños y medianos empresarios de la región.
- Con el propósito de minimizar la alta variabilidad de los datos se sugiere que para mejorar la efectividad del modelo se enfoque los próximos estudios en desarrollar el análisis por cada tamaño del activo de la empresa, puesto que estas tienen comportamientos financieros distintos debido a sus características en su capacidad de ejecución.
- Se recomienda que en posteriores estudios se utilice el modelo predictivo existente para realizar validaciones con nuevos datos financieros de empresas sanas y fracasadas del sector de la construcción, en razón que al momento de la consulta en cámara de comercio solo fue posible recolectar las observaciones necesarias de empresas catalogadas en quiebra para construir el modelo y la validación del mismo se practicó con la misma muestra de estudio.

## BIBLIOGRAFÍA

ACOSTA, Y. Análisis Discriminante 2014. [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: <http://vinculando.org/articulos/analisis-discriminante.html>

AGUAYO, M. Cómo hacer una Regresión Logística con SPSS "paso a paso". 2007 (I). [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: [http://www.fabis.org/html/archivos/docuweb/Regres\\_log\\_1r.pdf](http://www.fabis.org/html/archivos/docuweb/Regres_log_1r.pdf)

AGUILAR , S. Fórmulas para el cálculo de la muestra en investigaciones de salud. Salud en tabasco, 2005 333-338. [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: <http://www.redalyc.org/pdf/487/48711206.pdf>

ALARCÓN, A. A. Impacto de la ley de reestructuración económica en el sector real de la economía en la ciudad de cartagena entre el 01 de enero del 2000 y diciembre del 2006. Universidad del Norte, Barranquilla. 2010

ALBORNOZ, B., y GINER, B. Predicción del fracaso empresarial en los sectores de construcción e inmobiliario: Modelos generales versus específicos. Universia Business Review, 2013 120-130. [en línea] [citado el 15 de marzo de 2018] disponible en: <https://ubr.universia.net/article/view/889/prediccion-fracaso-empresarial-sectores-construccion-inmobiliario-modelos-generales-versus-especificos>

ALBORNOZ, B., y GINER, B. Predicción del fracaso empresarial en los sectores de construcción e inmobiliario: Modelos generales versus específicos. 2013 [en línea] [citado el 15 de marzo de 2018] disponible en:

<https://ubr.universia.net/article/view/889/prediccion-fracaso-empresarial-sectores-construccion-inmobiliario-modelos-generales-versus-especificos>

ALTMAN, E. Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy. *The Journal Finance* , 1968 589-609.

ALZATE RAMIREZ, D., ALDANA BOHORQUEZ, J. F., y HERNÁNDEZ BARAJAS, F. Comparación de pruebas de homocedasticidad vía simulación. 2016 [en línea] [citado el 15 de marzo de 2018] disponible en: [http://simposioestadistica.unal.edu.co/fileadmin/content/eventos/simposioestadistica/documentos/memorias/Memorias\\_2016/Comunicaciones/Modelamiento/Comparacion\\_Pruebas\\_Homocedasticidad\\_Alzate\\_Aldana\\_\\_\\_Hernandez.pdf](http://simposioestadistica.unal.edu.co/fileadmin/content/eventos/simposioestadistica/documentos/memorias/Memorias_2016/Comunicaciones/Modelamiento/Comparacion_Pruebas_Homocedasticidad_Alzate_Aldana___Hernandez.pdf)

ALZATE, M. J. Como medir la quiebra de las empresas en santander. El modelo logístico: Una herramienta para evaluar el riesgo de quiebra. CIFE. 2008

AMAT, J. Análisis de Normalidad: gráficos y contrastes de hipótesis 2016. [en línea] [citado el 15 de marzo de 2018] disponible en: [https://rpubs.com/Joaquin\\_AR/218465](https://rpubs.com/Joaquin_AR/218465)

ARNAU, J. Métodos y Técnicas Avanzadas de Análisis de Datos en Ciencias del Comportamiento. Barcelona: Universitat de Barcelona. 1996

ATEHORTÚA, S., LÓPEZ, M., y MESA, R. J. Crecimiento económico colombiano en 2011, “disparado” a pesar de las turbulencias externas: análisis de la coyuntura y perspectivas en 2012. *Perfil de Coyuntura Económica* No. 18, 2011 7-26. [en línea] [citado el 15 de marzo de 2018] disponible en: <http://www.scielo.org.co/pdf/pece/n18/n18a1.pdf>



BANCO DE LA REPUBLICA COLOMBIA . Econometria . Biblioteca Virtual Luis Ángel Arango 2015 [en línea] [citado el 15 de marzo de 2018] disponible en: <http://www.banrepcultural.org/blaavirtual/ayudadetareas/economia/econometria>

BARBANCHO , A. Fundamentos y posibilidades de la econometría. Ediciones Ariel. 1973

BASOGAIN OLABE, X. Redes Neuronales Artificiales y sus Aplicaciones. Publicaciones de la escuela de ingenieros 1998. [en línea] [citado el 15 de marzo de 2018] disponible en: [https://ocw.ehu.eus/file.php/102/redes\\_neuro/contenidos/pdf/libro-del-curso.pdf](https://ocw.ehu.eus/file.php/102/redes_neuro/contenidos/pdf/libro-del-curso.pdf)

BELLO, L. Regresión Logística. Obtenido de Regresión Logística, Conceptos iniciales, aplicación, odds ratio: 2012 [en línea] [citado el 15 de marzo de 2018] disponible en: [https://www.youtube.com/watch?v=GXo3V\\_trVz4](https://www.youtube.com/watch?v=GXo3V_trVz4)

BERLANGA, V., y RUBIO, M. J. Clasificación de pruebas no paramétricas. Cómo aplicarlas en SPSS. REIRE, 2012 101-113.

BERLANGA, V., y VILA, R. Cómo obtener un Modelo de Regresión Logística Binaria con SPSS 2014. [en línea] [citado el 15 de febrero de 2018] disponible en: <http://docplayer.es/1060490-Como-obtener-un-modelo-de-regresion-logistica-binaria-con-spss.html>

BOTERO, J., LÓPEZ, H., POSADA, C., BALLESTEROS, C., y GARCÍA, J. (2015). Economía colombiana. análisis de coyuntura. Universidad EAFIT. Escuela de Economía y finanzas, Medellín. [en línea] [citado el 15 de febrero de 2018] disponible en: [http://www.eafit.edu.co/escuelas/economiafinanzas/cief/Documents/INFORME\\_2015-2.pdf](http://www.eafit.edu.co/escuelas/economiafinanzas/cief/Documents/INFORME_2015-2.pdf)

CAICEDO BRAVO, E. F., y LÓPEZ SOTELO, J. A. Una aproximación práctica a las Redes Neuronales Artificiales . Santiago de Cali: Programa Editorial Universidad del Valle. 2009

CARRILLO , G. Análisis y Administración Financiera . Santafe de Bogotá, D.C: Corcas Editores Ltda. 2006

CEA ANCONA , M. A. Análisis Discriminante 2016. [en línea] [citado el 15 de febrero de 2018] disponible en: [https://books.google.com.co/books?id=hWRDDAAAQBAJ&pg=PA11&lpg=PA11&dq=a%C3%B1o+propuso+fisher+el+ADL+Análisis+discriminante&source=bl&ots=Jb3nCt\\_vRB&sig=1\\_vRhmlUuheFYPkui9WZzUelfuA&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwjYtKGqoYLOAhWJ7R4KHfpGC1EQ6AEIIDAB#v=onepage&q&f=false](https://books.google.com.co/books?id=hWRDDAAAQBAJ&pg=PA11&lpg=PA11&dq=a%C3%B1o+propuso+fisher+el+ADL+Análisis+discriminante&source=bl&ots=Jb3nCt_vRB&sig=1_vRhmlUuheFYPkui9WZzUelfuA&hl=es&sa=X&ved=0ahUKEwjYtKGqoYLOAhWJ7R4KHfpGC1EQ6AEIIDAB#v=onepage&q&f=false)

CERVANTES, A. Factores de riesgo para las micro y pequeñas empresas constructoras. imprevistos en la construcción o falta de previsión. 2006 [en línea] [citado el 15 de febrero de 2018] disponible en: [https://administracionytecnologiaparaeldisenio.azc.uam.mx/publicaciones/2006/6\\_2006.pdf](https://administracionytecnologiaparaeldisenio.azc.uam.mx/publicaciones/2006/6_2006.pdf)

DE LA GARZA GARCÍA, J., MORALES, B. N., y GONZÁLEZ, B. A. Análisis Estadístico Multivariante. México: Mc Graw Hill. 2013

DE LARA H, A. Medición y control de riesgos financieros. Limusa, México: Editorial Limusa S.A. 2008 [en línea] [citado el 15 de febrero de 2018] disponible en: <https://es.scribd.com/doc/48773171/Medicion-y-Control-de-Riesgos-Financieros-LIBRO-DE-ALFONSO-DE-LARA-HARO>

DE LOS COBOS , S., GODDARD, J., GUTIÉRREZ, M., y PÉREZ, B. Redes Neuronales Probabilísticas: Perspectivas en Clasificación y Reconocimiento de

Patrones. México D.F: Memoria del XII Foro Nacional de Estadística. 1997 doi: cvv\_sndAhVJsIMKHQ8nA-oQ6AEwAXoECAkQAQ#v=onepage&q=Redes%20Neuronales%20Probabil%3%ADsticas%3A%20Perspectivas%20en%20Clasificaci%3%B3n%20y%20Reconocimiento%20de%20Patrones&f=false

DINERO. Mipymes generan alrededor del 67% del empleo en Colombia. 2016 [en línea] [citado el 15 de febrero de 2018] disponible en: <https://www.dinero.com/edicion-impresa/pymes/articulo/evolucion-y-situacion-actual-de-las-mipymes-en-colombia/222395>

DUMRAUF, G. Finanzas Corporativas . Mexico, D.F: Alfaomega Grupo Editor S.A de C.V. 2006

ECHEVARRÍA OLÓZAGA, H. Ley de Insolvencia Empresarial. Bogota: Observatorio Legislativo del Instituto de Ciencia Política. 2007

EFXTO. Riesgo financiero. [en línea] [citado el 15 de febrero de 2018] disponible en: <https://efxto.com/diccionario/riesgo-financiero>

ELENA, M. R. Logit Model como modelo de elección discreta: origen y evolución. 2008 [en línea] [citado el 15 de febrero de 2018] disponible en: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2652092>

EL TIEMPO Robo de empleados, entre los factores de quiebra de nuevos negocios. [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: <http://www.eltiempo.com/economia/empresas/por-que-fracasan-los-emprendimientos-en-colombia/16511594>

FERNÁNDEZ, S. Análisis Discriminante [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: <http://www.fuenterrebollo.com/Economicas/ECONOMETRIA/SEGMENTACION/DISCRIMINANTE/analisis-discriminante.pdf>

GARCÍA P, J. Los modelos econométricos y su problemática. [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: Universidad de Almería: [http://www.ual.es/~jgarcia/index\\_archivos/tema2.pdf](http://www.ual.es/~jgarcia/index_archivos/tema2.pdf)

GARCÍA, A. La gestión de riesgos financieros en las empresas. Un estudio teórico. 2006 [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: <http://www.gestiopolis.com/la-gestion-de-riesgos-financieros-en-las-empresas-un-estudio-teorico/>

GARCÍA, M. Modelo Econométrico. [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: <http://www.expansion.com/diccionario-economico/modelo-econometrico.html>

GARCÍA, V. El riesgo financiero y sus diferentes tipos Capital y dinero, las finanzas 2011 [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: <http://capitallydinerofinanzas.blogspot.com.co/2011/03/el-riesgo-financiero-y-sus-diferentes.html>

GARZÓN, N. D. Los procesos de insolvencia en Colombia: Análisis comparado de los requisitos y condiciones. Universidad Católica de Colombia, Bogotá. 2015

GERENCIE Razones financieras [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: <https://www.gerencie.com/razones-financieras.html>

GONZÁLEZ, H. Crisis económica 2015 - 2016. [en línea] disponible en: <https://www.elespectador.com/opinion/opinion/crisis-economica-2015-2016-columna-592730>

GUERRERO C, F. M., y RAMÍREZ, J. M. El Análisis de Escalamiento Multidimensional: Una Alternativa y un Complemento a otras Técnicas Multivariantes. Universidad Pablo de Olavide: [en línea] disponible en: <http://aprendeonline.udea.edu.co/revistas/index.php/ceo/article/viewFile/11450/10450>

GUZMÁN, C. Ratios financieros para el análisis de estados financieros. 2005 [en línea] disponible en: <https://www.gestiopolis.com/ratios-financieros-para-el-analisis-de-estados-financieros/>

HAIR, J. F., ANDERSON, R. E., TATHAM, R. L., y BLACK, W. C. Análisis Multivariante . Madrid, España: Prentice Hall Iberia 1999

HERNÁNDEZ, G., TORRES, L. G., y NIÑO, L. F. Fundamentos de neurocomputación. Ingeniería e investigación, 1993 63-78. [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: <https://revistas.unal.edu.co/index.php/ingeinvt/article/view/20818/21736>

HERRERA CASTELLANOS , M. Formula para cálculo de la muestra poblaciones finitas [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: <https://investigacionpediahr.files.wordpress.com/2011/01/formula-para-cc3a1lculo-de-la-muestra-poblaciones-finitas-var-categorica.pdf>

HERRERA DAZA, E., RAMOS CAÑÓN , A. M., y GARCÍA LEAL, J. A. Redes neuronales artificiales para representar la atenuación de la intensidad sísmica. Ingeniería y Universidad, 2013 277-292.

HILERA GONZÁLEZ, J. R., y MARTÍNEZ HERNANDO, V. J. Redes Neuronales Artificiales. Fundamentos, modelos y aplicaciones . Madrid : RA-MA. 1995

HOZ GRANADILLO, E. J., FONTALVO HERRERA , T. J., y MORELOS GÓMEZ, J. Evaluación del comportamiento de los indicadores de productividad y rentabilidad financiera del sector petróleo y gas en Colombia mediante el análisis discriminante. Contaduría y Administración, 2014 167-191. [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4837492>

IBARRA, M., y MICHALUS , J. Análisis Del Rendimiento Académico Mediante un Modelo Logit 2010. [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: <http://revistas.ubiobio.cl/index.php/RI/article/view/56>

IGLESIAS, T. Métodos de Bondad de Ajuste en Regresión Logística. Universidad de Granada, Granada. 2013

JGIBAJA Análisis y comunicación de datos cuantitativos. [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: <https://jgibaja.wordpress.com/2007/10/23/seleccion-de-variables-explicativas-en-la-regresion/>

KEASEY, K., y WATSON, R. Financial Distress Prediction Models: A Review of Their Usefulness. British Journal of Management, 1991 89-102.

LARA, F. Fundamentos de redes neuronales artificiales. [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: [http://conceptos.sociales.unam.mx/conceptos\\_final/598trabajo.pdf](http://conceptos.sociales.unam.mx/conceptos_final/598trabajo.pdf)

MARTÍN DEL BRÍO , B., y SANZ MOLINA, A. Redes neuronales y sistemas borrosos. México: Alfaomega. 2007 [en línea] [citado el 15 de abril de 2018]

disponible en: <https://es.scribd.com/document/361136011/Redes-Neuronales-y-Sistemas-Borrosos-3-Ed-Benifacio-Martin-Del-Brio-Alfredo-Sanz-Molina>

MEDINA, E. Modelos econométricos e información estadística. Universidad Autónoma de Madrid [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: [https://www.uam.es/personal\\_pdi/economicas/eva/pdf/modelos.pdf](https://www.uam.es/personal_pdi/economicas/eva/pdf/modelos.pdf)

MEDINA, E. Análisis discriminante con metodología logit. Universidad Autónoma de Madrid: [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: [https://www.uam.es/personal\\_pdi/economicas/eva/pdf/dis\\_logit.pdf](https://www.uam.es/personal_pdi/economicas/eva/pdf/dis_logit.pdf)

MESA, R. J., RESTREPO, D. C., y AGUIRRE, Y. C. Crisis externa y desaceleración de la economía colombiana en 2008-2009: Coyuntura y perspectiva. Perfil de Coyuntura Económica No. 12, 31-67. [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: <http://www.scielo.org.co/pdf/pece/n12/n12a2.pdf>

MISHRA, S., BHENDE, C., y PANIGRAPHI, B. Detection and Classification of power Quality Disturbances Using S-Transform and probabilistic Neural Network. IEEE Transactions on power delivery, 24(1), 2008 280-287.

MONTERO C, Á. Predicción de Quiebras Empresariales Mediante Inteligencia Artificial. febrero de 2016

MURES, M., y GARCÍA, A. Factores Determinantes del fracaso empresarial en castilla y leon. Revista de economía y empresa, Vol 21 N° 51: 2004 95-116. [en línea] [citado el 15 de abril de 2018] disponible en: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=1976597>

MURES, Q. M., y GARCÍA, G. A. Factores determinantes del fracaso empresarial en Castilla y León. Revista de Economía y Empresa, 2004 95-116.

OLIVA C, J. Medidas de forma: asimetría y curtosis. momentos 2012 [en línea] [citado el 5 de junio de 2018] disponible en: <https://estadisticaucv.files.wordpress.com/2010/12/asimetria-y-curtosis.pdf>

ORTIZ, H. Análisis financiero aplicado y normas internacionales de información financiera-Niif. Bogota: Universidad Externado de Colombia. 2015

PALMA MÉNDEZ , J. T., y MARÍN MORALES, R. Inteligencia artificial, técnicas, métodos y aplicaciones . Madrid-España: McGraw-Hill Interamericana de España S.L. 2008

PARDO, C. I., Y ALFONSO, W. Análisis de los principales factores del fracaso de los emprendimientos en Colombia 2015. [en línea] [citado el 5 de junio de 2018] disponible en: <https://thefailureinstitute.com/wp-content/uploads/2015/11/Fracaso-emprendimiento-Colobias.pdf>

PARDO, C., y ALFONSO, W. Análisis de los principales factores del. Bogotá: Intituto del fracaso. 2015

PEDROZA, H., y DICOVSKYI, L. Sistema de Análisis Estadístico con SPSS. 2006 [en línea] [citado el 5 de junio de 2018] disponible en: <http://cenida.una.edu.ni/relectronicos/RENU10P372.pdf>

PEREIRA, P. R. Manual de derecho concursal de los concordatos y los acuerdos de reestructuración. Bogotá: Universidad Externado de Colombia. 2006

PÉREZ, A., MANZANEDO, L., y RENATA, K. Regresión Logística Binaria. Obtenido de UOC [en línea] [citado el 5 de junio de 2018] disponible en: [http://www.uoc.edu/in3/emath/docs/T10\\_Reg\\_Logistica.pdf](http://www.uoc.edu/in3/emath/docs/T10_Reg_Logistica.pdf)



PÉREZ, C. Técnicas de análisis multivariante de datos. Aplicaciones con SPSS. Madrid: Pearson Educación, S.A. 2004

PORTILLO, F. Introducción a la econometría . Obtenido de Universidad de la rioja 2006 [en línea] [citado el 5 de junio de 2018] disponible en: <http://www.unirioja.es/cu/faporti/ieTEMA01.pdf>

RAMÍREZ QUINTANA, J. A., y CHACÓN MURGUÍA , M. I. Redes neuronales artificiales para el procesamiento de imágenes, una revisión de la última década. Revista de Ingeniería eléctrica, electrónica y computación, 2011 9(1), 7-16.

RAMOS, J. Regresión lineal. 2008 [en línea] [citado el 5 de junio de 2018] disponible en: [http://jaramose.blogspot.com.co/2008\\_06\\_01\\_archive.html](http://jaramose.blogspot.com.co/2008_06_01_archive.html)

RENATA, K., y ANGEL, J. Modelo de Regresión Lineal Múltiple. [en línea] [citado el 5 de junio de 2018] disponible en: [http://www.uoc.edu/in3/emath/docs/T01\\_Reg\\_Lineal\\_Multiple.pdf](http://www.uoc.edu/in3/emath/docs/T01_Reg_Lineal_Multiple.pdf)

ROMERO E, F. Variables financieras determinantes del fracaso empresarial para la pequeña y mediana empresa en Colombia: análisis bajo modelo Logit. Pensamiento y Gestión, 01 de 2013 235-237. [en línea] [citado el 5 de junio de 2018] disponible en: <http://rcientificas.uninorte.edu.co/index.php/pensamiento/article/view/5647>

ROMERO E, F., MELGAREJO, M. Z., y VERA, C. Fracaso empresarial de las pequeñas y medianas empresas (pymes) en Colombia. Suma de Negocios-Elsevier, 2015 29-41.

ROMERO E., F. Alcances y limitaciones de los modelos de capacidad predictiva en el análisis del fracaso empresarial. AD-minister, 2013 45-70.

ROMERO, F. Variables financieras determinantes del fracaso empresarial para la pequeña y mediana empresa en Colombia: análisis bajo modelo Logit. 2013 [en línea] [citado el 5 de junio de 2018] disponible en: <http://rcientificas.uninorte.edu.co/index.php/pensamiento/article/view/5647>

ROMERO, F., MELGAREJO, Z., y VERA, M. Fracaso empresarial de las pequeñas y medianas empresas (pymes) en Colombia. ELSEVIER 2015, 29-41. [en línea] [citado el 5 de junio de 2018] disponible en: <http://www.elsevier.es/es-revista-suma-negocios-208-articulo-fracaso-empresarial-las-pequenas-medianas-S2215910X15000087?redirectNew=true>

ROSILLO, J. Modelo de predicción de quiebras de las empresas colombianas. Innovar, 2002 109-124.

RUIZ, G. Análisis Discriminante. Obtenido de Revistas Bolivarianas 2013 [en línea] [citado el 5 de junio de 2018] disponible en: [http://www.revistasbolivianas.org.bo/scielo.php?pid=S9876-67892013000100002&script=sci\\_arttext](http://www.revistasbolivianas.org.bo/scielo.php?pid=S9876-67892013000100002&script=sci_arttext)

RUIZ, I. Regresión Logística (Aspectos Teóricos). 2014 [en línea] [citado el 5 de junio de 2018] disponible en: [https://www.youtube.com/watch?v=Ry4\\_P1TrtYI](https://www.youtube.com/watch?v=Ry4_P1TrtYI)

SANCHEZ, M., ACEVEDO, I., y CASTILLO, A. Análisis económico financiero de los modelos de predicción de quiebra y la probabilidad de quiebra. [en línea] [citado el 5 de junio de 2018] disponible en: [https://www.academia.edu/3757448/An%C3%A1lisis\\_econ%C3%B3mico\\_de\\_los\\_modelos\\_de\\_predicci%C3%B3n\\_de\\_quiebra\\_empresarial](https://www.academia.edu/3757448/An%C3%A1lisis_econ%C3%B3mico_de_los_modelos_de_predicci%C3%B3n_de_quiebra_empresarial)

SPECHT, D. F. Probabilistic Neural Networks. Neural Networks, 1990 109-118.

TASCÓN, M., y CASTAÑO, F. Variables y Modelos Para La Identificación y Predicción Del Fracaso Empresarial: Revisión de La Investigación Empírica Reciente. En: Revista de Contabilidad, 2012 pp. 7-58. [en línea] [citado el 5 de junio de 2018] disponible en: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1138489112700377>

URIEL, E., CONTRERAS, D., MOLTÓ, M., y PEIRÓ, A. Econometría . España: Editorial A C. 1997

VALLS, J., CRUZ, C., TORRUELLA, A., JUANES, E., CANESSA, M., y HORMIGA, E. Causa de Fracaso de los Emprendedores. España: Gesbiblo S L. 2012

VALLS, J., CRUZ, C., TORRUELLA, A., JUANES, E., CANESSA, M., y HORMIGA, E. Causas de fracaso de los emprendedores . La coruña: netbiblo 2012

VERGARA , M., y BABATIVA , G. El supuesto de normalidad: ¿mito o realidad? En: Equidad y Desarrollo, 2010 127-131. [en línea] [citado el 5 de junio de 2018] disponible en: <https://revistas.lasalle.edu.co/index.php/ed/article/view/211>

WIKIPEDIA. Análisis discriminante lineal. [en línea] [citado el 5 de junio de 2018] disponible en: [https://es.wikipedia.org/wiki/An%C3%A1lisis\\_discriminante\\_lineal](https://es.wikipedia.org/wiki/An%C3%A1lisis_discriminante_lineal)

WOLTERS KLUVER. Modelo Econometrico. [en línea] [citado el 5 de junio de 2018] disponible en: [http://diccionarioempresarial.wolterskluwer.es/Content/Documento.aspx?params=H4sIAAAAAAAAAEAMtMSbF1jTAAASMTcxNTtbLUouLM\\_DxblwMDS0NDQ3OQQG ZapUt-ckhIQaptWmJOcSoAmclgcTUAAAA=WKE#I3](http://diccionarioempresarial.wolterskluwer.es/Content/Documento.aspx?params=H4sIAAAAAAAAAEAMtMSbF1jTAAASMTcxNTtbLUouLM_DxblwMDS0NDQ3OQQG ZapUt-ckhIQaptWmJOcSoAmclgcTUAAAA=WKE#I3)

ZORRILLA SALGADOR, J. P. Administración de los Riesgos Financieros. [en línea]  
[citado el 5 de junio de 2018] disponible en:  
<http://www.gerencie.com/administracion-de-los-riesgos-financieros.html>

## ANEXOS

### Anexo A. Variables financieras de las empresas quebradas

| VARIABLE<br>N° OBSERVACIÓN | X1         | X2          | X3          | X4          | X5         | X6         | X7         | X8         | X9         | X10        | X11        | X12         | X13        |
|----------------------------|------------|-------------|-------------|-------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-------------|------------|
| 1                          | 8,84424007 | 0,17513001  | 7,84424007  | 0,79150325  | 0,77873747 | 0,0286694  | 3,51951806 | 0,02991324 | 0,03938636 | 0,13519342 | 1,33984244 | 4,33667624  | 0,75948216 |
| 2                          | 2,28358638 | 0,45146177  | 1,28358638  | 2,77873814  | 0,83752993 | 0,41994802 | 5,15497995 | 0,01607587 | 0,05571647 | 0,09894665 | 0,04570657 | 0,63910157  | 0,28852993 |
| 3                          | 8,06287188 | 0,27844844  | 7,06287188  | 1,4249555   | 0,80459148 | 0,04899909 | 4,11748421 | 0,01678372 | 0,01920465 | 0,08589045 | 0,42572082 | 3,13860809  | 0,87394053 |
| 4                          | 0,37993679 | -0,32288673 | -0,62006321 | -1,64804231 | 0,80407861 | 0,64761325 | 4,10408802 | 0,00692349 | 0,09206239 | 0,03533811 | 0,01329569 | -0,23291247 | 0,07520435 |
| 5                          | 1,12558046 | 0,11156951  | 0,12558046  | 1           | 0,88843049 | 1          | 7,96302227 | 0,06282413 | 0,01844509 | 0,56309406 | 0,07071361 | 30,5281311  | 3,40600862 |
| 6                          | 1,22761045 | 0,18540934  | 0,22761045  | 1           | 0,81459066 | 1          | 4,39347145 | 0,02842192 | 0,03694891 | 0,1532928  | 0,03489104 | 4,14877692  | 0,769222   |
| 7                          | 1,13477638 | 0,11876911  | 0,13477638  | 1           | 0,88123089 | 1          | 7,41969796 | 0,08456343 | 0,06962466 | 0,71199856 | 0,09596059 | 10,2262416  | 1,21456158 |
| 8                          | 6,54060521 | 0,84450378  | 5,54060521  | 50,0302562  | 0,98312014 | 0,15503787 | 58,2421933 | 0,00022925 | 0,85167406 | 0,01358151 | 0,00150409 | 0,00031874  | 0,00026918 |
| 9                          | 7,26752589 | 0,79258114  | 6,26752589  | 1,68213758  | 0,52882502 | 0,23913085 | 1,12235378 | 0,05077162 | 0,01672384 | 0,10775534 | 0,40148881 | 3,83037509  | 3,03588305 |
| 10                         | 1,77834141 | 0,42428747  | 0,77834141  | 2,91719393  | 0,8545563  | 0,63789527 | 5,87551284 | 0,01059847 | 0,01750763 | 0,07286991 | 0,01944254 | 1,42677499  | 0,60536275 |
| 11                         | 1,1603953  | 0,1374392   | 0,1603953   | 0,96029386  | 0,85687798 | 1          | 5,98704499 | 0,03409423 | 0,01360394 | 0,23821791 | 0,0397889  | 18,234988   | 2,50620213 |
| 12                         | 1,03503247 | 0,03378953  | 0,03503247  | 0,95236355  | 0,96452035 | 1          | 27,1851706 | 0,01039066 | 0,01657364 | 0,29286255 | 0,01077288 | 18,5542425  | 0,62693905 |
| 13                         | 2,39403751 | 0,38364009  | 1,39403751  | 0,52930528  | 0,2752007  | 1          | 0,37969228 | 0,13913256 | 0,03248318 | 0,19196012 | 0,50556762 | 11,1646804  | 4,28321903 |
| 14                         | 1,88782094 | 0,30176889  | 0,88782094  | 0,4571552   | 0,33989837 | 1          | 0,51491825 | 0,06037487 | 0,03032636 | 0,09146299 | 0,17762624 | 6,59722719  | 1,99083795 |
| 15                         | 3,45913075 | 0,56922705  | 2,45913075  | 0,74067465  | 0,2314749  | 1          | 0,30119368 | 0,06800453 | 0,17339926 | 0,08848707 | 0,29378794 | 0,6889776   | 0,39218469 |
| 16                         | 8,00153788 | 0,51827578  | 7,00153788  | 0,55970705  | 0,07402313 | 1          | 0,07994059 | 0,1026478  | 0,17495238 | 0,11085352 | 1,38669889 | 1,13205847  | 0,58671849 |
| 17                         | 13,5655146 | 0,91731965  | 12,5655146  | 1,08590037  | 0,15524511 | 0,47024316 | 0,18377533 | 0,00794164 | 0,03293123 | 0,00940111 | 0,10878513 | 0,26289437  | 0,24115817 |
| 18                         | 5,6279204  | 0,81688096  | 4,6279204   | 1,42970527  | 0,42863681 | 0,41179724 | 0,75020025 | 0,00492333 | 0,01712444 | 0,00861681 | 0,02789241 | 0,3519522   | 0,28750305 |
| 19                         | 1,42552795 | 0,29723984  | 0,42552795  | 0,98593594  | 0,69852013 | 1          | 2,31697106 | 0,03975072 | 0,03280424 | 0,13185199 | 0,05690705 | 4,07669335  | 1,21175567 |
| 20                         | 2,42475447 | 0,58477963  | 1,42475447  | 1,52277927  | 0,61597873 | 0,66632559 | 1,60402243 | 0,00288146 | 0,03052417 | 0,0075034  | 0,00702039 | 0,16142741  | 0,09439946 |
| 21                         | 1970,26648 | 0,71727045  | 1969,26648  | 0,75243975  | 0,04674036 | 0,00779267 | 0,04903214 | 4,1065E-05 | 0,64494987 | 4,3079E-05 | 0,11274499 | 8,877E-05   | 6,3672E-05 |
| 22                         | 595,75563  | 0,71486096  | 594,75563   | 0,74579296  | 0,04174533 | 0,02897965 | 0,04326996 | 0,00419593 | 0,52210407 | 0,00437749 | 3,49096647 | 0,01124217  | 0,00803659 |
| 23                         | 3,44199879 | 0,55168338  | 2,44199879  | 0,7380325   | 0,25249446 | 0,89473125 | 0,33778273 | 0,01646088 | 0,27953218 | 0,02202107 | 0,07286324 | 0,10674099  | 0,05888723 |
| 24                         | 6,42364631 | 0,55570937  | 5,42364631  | 0,88884175  | 0,3747938  | 0,27337825 | 0,5994723  | 0,00030372 | 0,37447925 | 0,0004858  | 0,00296429 | 0,00145949  | 0,00081105 |
| 25                         | 5,27354736 | 0,81037432  | 4,27354736  | 1,75969458  | 0,53948013 | 0,35149706 | 1,17145896 | 0,27650015 | 0,03138539 | 0,60040872 | 1,45813662 | 10,8713177  | 8,8098367  |
| 26                         | 1,64107607 | 0,30425496  | 0,64107607  | 1,3852919   | 0,78036762 | 0,60817541 | 3,55306268 | 0,12776043 | 0,0380486  | 0,58170126 | 0,2691958  | 11,0362112  | 3,35782196 |
| 27                         | 0,6181418  | -0,11503758 | -0,3818582  | -0,30468414 | 0,62243661 | 0,48399679 | 1,64856185 | 0,03214606 | 0,01156242 | 0,08514082 | 0,1067063  | -24,1679226 | 2,78021926 |
| 28                         | 0,97360833 | -0,00245048 | -0,02639167 | -0,00745188 | 0,67115888 | 0,13834379 | 2,04098226 | 0,07646192 | 0,03270604 | 0,23251934 | 0,82349353 | -954,037293 | 2,33785335 |
| 29                         | 3,08562825 | 0,67591689  | 2,08562825  | 1           | 0,32408311 | 1          | 0,47947183 | 0,00436203 | 0,05673475 | 0,0064535  | 0,01345959 | 0,11374857  | 0,07688458 |
| 30                         | 0,06341379 | -0,25997187 | -0,93658621 | -0,35985946 | 0,27757388 | 1          | 0,3842246  | 0,00528894 | 0,00767959 | 0,00732108 | 0,01905416 | -2,64913585 | 0,68870081 |
| 31                         | 0,39594008 | -0,19855305 | -0,60405992 | -0,29577289 | 0,3286976  | 1          | 0,48964164 | 0,03185177 | 0,02700477 | 0,04744772 | 0,09690296 | -5,94041171 | 1,17948685 |
| 32                         | 0,36554854 | -0,25099544 | -0,63445146 | -0,41528732 | 0,39561015 | 1          | 0,65456122 | 0,02612688 | 0,02519491 | 0,04322852 | 0,06604198 | -4,13151097 | 1,03699041 |

### Anexo B. Variables financieras de las empresas sanas

| VARIABLE       | X1          | X2           | X3           | X4           | X5          | X6          | X7          | X8           | X9          | X10          | X11          | X12          | X13         |
|----------------|-------------|--------------|--------------|--------------|-------------|-------------|-------------|--------------|-------------|--------------|--------------|--------------|-------------|
| N° OBSERVACIÓN |             |              |              |              |             |             |             |              |             |              |              |              |             |
| 1              | 1,501566985 | 0,318887038  | 0,501566985  | 1,472679949  | 0,783464806 | 0,811499829 | 3,61818692  | 0,052387986  | 0,020000352 | 0,241937513  | 0,082399349  | 8,214047306  | 2,619353217 |
| 2              | 1,233176601 | 0,180205525  | 0,233176601  | 0,793257654  | 0,772828508 | 1           | 3,401960784 | 0,017433152  | 0,021559732 | 0,076740053  | 0,022557595  | 4,487086827  | 0,808597837 |
| 3              | 1,536427125 | 0,342482078  | 0,536427125  | 2,125969777  | 0,838905481 | 0,761051572 | 5,207535853 | 0,000330715  | #DIV/0!     | 0,002052927  | 0,000517997  | 0            | 0           |
| 4              | 2,378074312 | 0,575332757  | 1,378074312  | 9,468377283  | 0,939236393 | 0,444499782 | 15,45721919 | 0,0001919    | #DIV/0!     | 0,003158135  | 0,000459651  | 0            | 0           |
| 5              | 1,039589932 | 0,03689347   | 0,039589932  | 4,005817917  | 0,990790028 | 0,940552687 | 107,5779646 | -0,001392613 | #DIV/0!     | -0,151207105 | -0,001494396 | 0            | 0           |
| 6              | 2,020486751 | 0,466911354  | 1,020486751  | 3,465430379  | 0,865265984 | 0,528782938 | 6,422030653 | 0,112432824  | 0,041371985 | 0,834479864  | 0,245734455  | 5,82039316   | 2,717607649 |
| 7              | 9,635893973 | 0,816550187  | 8,635893973  | 4,602788693  | 0,822596638 | 0,11494462  | 4,636871763 | 0,01879104   | 0,076430905 | 0,105922684  | 0,198735403  | 0,301091804  | 0,245856569 |
| 8              | 24,68841478 | 0,869123016  | 23,68841478  | 4,869704989  | 0,821524503 | 0,044660618 | 4,603010042 | -0,010082037 | #DIV/0!     | -0,056489755 | -0,274791336 | 0            | 0           |
| 9              | 2,606541594 | 0,50241127   | 1,606541594  | 0,945589545  | 0,46867933  | 0,667254633 | 0,882102575 | 0,012720747  | 0,035561909 | 0,023941751  | 0,040676654  | 0,711980636  | 0,357707096 |
| 10             | 2,011204349 | 0,41557156   | 1,011204349  | 0,705514835  | 0,410966943 | 1           | 0,697697588 | 0,257295736  | 1,240501744 | 0,436810351  | 0,626074045  | 0,499102094  | 0,207412636 |
| 11             | 2,703973887 | 0,516834594  | 1,703973887  | 0,840125812  | 0,384812862 | 0,788204773 | 0,625521631 | 0,004001797  | 0,035147219 | 0,006505007  | 0,013193694  | 0,220298986  | 0,113858137 |
| 12             | 2,319846924 | 0,474991293  | 1,319846924  | 0,840262244  | 0,434710656 | 0,827869337 | 0,769005574 | 0,000482402  | 0,00422171  | 0,000853371  | 0,001340438  | 0,240566311  | 0,114266903 |
| 13             | 1,582702968 | 0,30654151   | 0,582702968  | 0,805807635  | 0,619584753 | 0,849065786 | 1,628706415 | 0,048872935  | 0,023235508 | 0,128472597  | 0,092902276  | 6,861624596  | 2,103372768 |
| 14             | 4,660016331 | 0,644538344  | 3,660016331  | 1,115086838  | 0,421983722 | 0,617320806 | 0,730055083 | 0,086771594  | 0,068495221 | 0,150119638  | 0,492733217  | 1,965479613  | 1,266826975 |
| 15             | 3,326913444 | 0,630785777  | 2,326913444  | 1,258495934  | 0,498778058 | 0,543493461 | 0,995124147 | 0,164924378  | 0,169006309 | 0,32904461   | 0,608391577  | 1,547034669  | 0,975847465 |
| 16             | 2,753949524 | 0,535386101  | 1,753949524  | 0,902492299  | 0,406769341 | 0,750415488 | 0,685684962 | 0,080336231  | 0,03679244  | 0,135421577  | 0,263185194  | 4,078362037  | 2,183498348 |
| 17             | 19,00317834 | 0,679156559  | 18,00317834  | 0,779366889  | 0,128579148 | 0,293393286 | 0,147551149 | 0,039782274  | 0,013783892 | 0,045652194  | 1,054554162  | 4,249597941  | 2,886142313 |
| 18             | 43,97920489 | 0,804801482  | 42,97920489  | 0,898534899  | 0,104318059 | 0,179502662 | 0,116467748 | 0,03824671   | 0,03287631  | 0,042701218  | 2,042507645  | 1,445513797  | 1,163351646 |
| 19             | 8,452968712 | 0,76274838   | 7,452968712  | 1,136588945  | 0,328914482 | 0,311149423 | 0,490123053 | 0,028442412  | 0,040691305 | 0,042382694  | 0,277916561  | 0,9163967    | 0,698980098 |
| 20             | 6,051993358 | 0,747709082  | 5,051993358  | 0,964944229  | 0,225127153 | 0,657418629 | 0,290534316 | 0,064783828  | 0,037428267 | 0,083605753  | 0,437720332  | 2,314910614  | 1,73087969  |
| 21             | 1,307889831 | 0,232073855  | 0,307889831  | 0,94245546   | 0,753756156 | 1           | 3,061015227 | -0,008512078 | -0,01781538 | -0,034567677 | -0,01129288  | 2,058800072  | 0,47779367  |
| 22             | 0,969021741 | -0,005859349 | -0,030978259 | -0,070438705 | 0,916816339 | 0,20630514  | 11,02159158 | 5,01506E-05  | 0,000739862 | 0,00060289   | 0,000265145  | -11,56847375 | 0,06778373  |
| 23             | 0,150522006 | -0,19739095  | -0,849477994 | -1,907443271 | 0,896515428 | 0,25918946  | 8,663276201 | 0,028632594  | 0,17148478  | 0,276684666  | 0,123221245  | -0,845878295 | 0,16696872  |
| 24             | 0,180092277 | -0,143471438 | -0,819907723 | -1,28420531  | 0,888279984 | 0,196992911 | 7,950947523 | 0,00916236   | 0,03663392  | 0,082011804  | 0,052360873  | -1,743245337 | 0,250105915 |
| 25             | 1,319217036 | 0,151126772  | 0,319217036  | 0,653078935  | 0,768593406 | 0,615968766 | 3,32139803  | 0,119500807  | 0,026816634 | 0,516410551  | 0,252415193  | 29,48663157  | 4,456219445 |
| 26             | 1,167583179 | 0,088833828  | 0,167583179  | 0,282204438  | 0,685214633 | 0,773608656 | 2,176767748 | 0,187408269  | 0,037007844 | 0,595352546  | 0,353541826  | 57,00547776  | 5,064014781 |
| 27             | 1,495519077 | 0,263723952  | 0,495519077  | 0,766938507  | 0,656134162 | 0,811141361 | 1,908110923 | 0,18432498   | 0,063908614 | 0,536037489  | 0,346333897  | 10,93642107  | 2,884196191 |
| 28             | 1,790522209 | 0,308144859  | 0,790522209  | 0,801748934  | 0,61565916  | 0,633141098 | 1,601857247 | 0,133880865  | 0,043421053 | 0,348338898  | 0,34346118   | 10,00606286  | 3,083316826 |
| 29             | 2,294764041 | 0,562039532  | 1,294764041  | 0,993154409  | 0,434086455 | 1           | 0,767054364 | 0,004975766  | 0,082560704 | 0,00879245   | 0,011462616  | 0,107230846  | 0,060267975 |
| 30             | 1,793010142 | 0,440948438  | 0,793010142  | 0,993225275  | 0,556043882 | 1           | 1,252474871 | 0,002900562  | 0,048411424 | 0,006533443  | 0,005216427  | 0,135877178  | 0,059914829 |
| 31             | 2,203753883 | 0,544202258  | 1,203753883  | 0,993228667  | 0,452087645 | 1           | 0,825109419 | 0,000274364  | 0,004164212 | 0,000500745  | 0,000606883  | 0,121069383  | 0,065886232 |
| 32             | 7,280862327 | 0,857875292  | 6,280862327  | 0,993584636  | 0,136585591 | 1           | 0,158192392 | 0,045389742  | 0,073617435 | 0,052570054  | 0,332317206  | 0,718708653  | 0,616562395 |
| 33             | 2,458540113 | 0,587894662  | 1,458540113  | 2,392364176  | 0,754262053 | 0,534390686 | 3,069375572 | 0,023783906  | 0,011574298 | 0,096785648  | 0,059006798  | 3,495336633  | 2,054889748 |
| 34             | 2,975155131 | 0,60860598   | 1,975155131  | 1,346012256  | 0,547845143 | 0,562441281 | 1,211631665 | 0,048269928  | 0,039823044 | 0,106755302  | 0,156654059  | 1,991617746  | 1,212110469 |
| 35             | 2,084061297 | 0,475420491  | 1,084061297  | 0,958786395  | 0,504143474 | 0,869901153 | 1,016712391 | 0,005828459  | 0,012934087 | 0,011754326  | 0,013290144  | 0,94785101   | 0,450627792 |

| VARIABLE<br>N° OBSERVACIÓN | X1          | X2           | X3           | X4           | X5          | X6          | X7          | X8           | X9          | X10          | X11          | X12          | X13         |
|----------------------------|-------------|--------------|--------------|--------------|-------------|-------------|-------------|--------------|-------------|--------------|--------------|--------------|-------------|
| 36                         | 1,749820077 | 0,356430887  | 0,749820077  | 0,768271752  | 0,536061445 | 0,886755098 | 1,155457849 | 0,004992516  | 0,035255778 | 0,010761158  | 0,010502706  | 0,397295692  | 0,141608456 |
| 37                         | 1,016243084 | 0,008021729  | 0,016243084  | 0,016329961  | 0,508772347 | 0,970679778 | 1,035716015 | 0,081866345  | 0,087294785 | 0,166656629  | 0,165769993  | 116,9093207  | 0,937814845 |
| 38                         | 3,162166174 | 0,349324864  | 2,162166174  | 0,626455459  | 0,442378769 | 0,365212938 | 0,793332004 | 0,075157443  | 0,051978934 | 0,134782247  | 0,465191278  | 4,139187752  | 1,4459212   |
| 39                         | 1,437280304 | 0,212230488  | 0,437280304  | 0,769916615  | 0,724346138 | 0,670041508 | 2,62773804  | 0,059978147  | 0,021429244 | 0,216871511  | 0,123173911  | 13,14473885  | 2,78971434  |
| 40                         | 1,59389535  | 0,259395683  | 0,59389535   | 0,560694329  | 0,537366979 | 0,812796535 | 1,161540601 | 0,199559513  | 0,063368162 | 0,431356013  | 0,456898379  | 12,14055615  | 3,149207851 |
| 41                         | 1,026916512 | 0,026196783  | 0,026916512  | 0,979710122  | 0,97326068  | 1           | 36,39810835 | 0,00030219   | #DIV/0!     | 0,011301321  | 0,000310492  | 0            | 0           |
| 42                         | 13,64046549 | 0,924735438  | 12,64046549  | 28,78152868  | 0,967870328 | 0,075585285 | 30,12406194 | 0,006905782  | 0,010019456 | 0,214936041  | 0,094397057  | 0,745334503  | 0,689237228 |
| 43                         | 1,700771986 | 0,409104823  | 0,700771986  | 1,935315106  | 0,788610743 | 0,740278571 | 3,730609367 | 0,030535234  | 0,018404928 | 0,144450266  | 0,052305022  | 4,055389067  | 1,659079225 |
| 44                         | 3,509670033 | 0,626756671  | 2,509670033  | 2,297222792  | 0,727167481 | 0,34343764  | 2,665253977 | 0,008721691  | 0,0240794   | 0,031967219  | 0,034923549  | 0,577904496  | 0,362205498 |
| 45                         | 24,61138722 | 0,959294357  | 23,61138722  | 44,35842221  | 0,97837402  | 0,041526514 | 45,24067879 | 0,00526293   | 0,040004507 | 0,243361462  | 0,129538009  | 0,137140837  | 0,131558431 |
| 46                         | 2,581607614 | 0,61249423   | 1,581607614  | 26,84406682  | 0,977183255 | 0,396302889 | 42,82746074 | 0,009651241  | 0,010170995 | 0,422989377  | 0,024921828  | 1,549236426  | 0,948898372 |
| 47                         | 33,50157719 | 0,959526313  | 32,50157719  | 5,755599922  | 0,833288219 | 0,035428863 | 4,998376329 | 0,127421983  | 0,073492468 | 0,764325006  | 4,316104058  | 1,806943764  | 1,733810087 |
| 48                         | 5,859602633 | 0,809189917  | 4,859602633  | 9,213269907  | 0,912171257 | 0,18254642  | 10,38579425 | 0,002091875  | 0,028263697 | 0,023817662  | 0,01256279   | 0,091465301  | 0,0740128   |
| 49                         | 5,176513671 | 0,80681979   | 4,176513671  | 1            | 0,19318021  | 1           | 0,23943415  | 0,021223278  | 0,013784337 | 0,026304855  | 0,109862586  | 1,908314849  | 1,539666185 |
| 50                         | 3,623731771 | 0,724041385  | 2,623731771  | 1            | 0,275958615 | 1           | 0,381136521 | 0,080133283  | 0,012263308 | 0,110675004  | 0,290381524  | 9,024890007  | 6,534393862 |
| 51                         | 6,590385407 | 0,848263806  | 5,590385407  | 1            | 0,151736194 | 1           | 0,178878544 | 0,474967065  | 0,141968826 | 0,559928482  | 3,130216013  | 3,944024172  | 3,345572955 |
| 52                         | 1,77826802  | 0,437655073  | 0,77826802   | 1            | 0,562344927 | 1           | 1,284904396 | -0,101216008 | -1,38730635 | -0,231268902 | -0,17998919  | 0,166703556  | 0,072958657 |
| 53                         | 0,690710483 | -0,263638116 | -0,309289517 | -1,786155592 | 0,852399132 | 1           | 5,775027909 | 0,00324486   | 0,001109156 | 0,021984019  | 0,003806738  | -11,09672994 | 2,925520972 |
| 54                         | 1,896845169 | 0,36459001   | 0,896845169  | 2,099805253  | 0,826369608 | 0,491940927 | 4,759360366 | 0,103013221  | 0,071287433 | 0,593290265  | 0,253399455  | 3,96346684   | 1,445040415 |
| 55                         | 1,219131202 | 0,138815999  | 0,219131202  | 0,607545027  | 0,771513234 | 0,82109219  | 3,376621088 | 0,111390354  | 0,041151958 | 0,487513371  | 0,175837816  | 19,49923448  | 2,706805708 |
| 56                         | 1,035566785 | 0,027937177  | 0,035566785  | 0,130234147  | 0,78548501  | 1           | 3,661678891 | 0,040738387  | 0,026244295 | 0,189909281  | 0,051863991  | 55,56309219  | 1,552275922 |
| 57                         | 25,80985392 | 0,957670786  | 24,80985392  | 1,536834679  | 0,373669397 | 0,103300994 | 0,599650837 | 0,043496751  | 0,020066442 | 0,069801979  | 1,126846579  | 2,263446333  | 2,167636429 |
| 58                         | 5,481497467 | 0,810003501  | 4,481497467  | 1,76463995   | 0,540980866 | 0,334104124 | 1,178558422 | 0,095695233  | 0,040445849 | 0,208477656  | 0,529451963  | 2,920985831  | 2,36600875  |
| 59                         | 4,134446207 | 0,743257532  | 3,134446207  | 0,974285625  | 0,23712563  | 1           | 0,310831822 | 0,145104602  | 0,03739627  | 0,19020773   | 0,61193133   | 5,220517805  | 3,880189182 |
| 60                         | 5,773256975 | 0,815466164  | 4,773256975  | 1,26631124   | 0,356030226 | 0,479848631 | 0,552867914 | 0,125234741  | 0,0382411   | 0,194473012  | 0,733050162  | 4,015951849  | 3,274872848 |
| 61                         | 0,682385755 | -0,277133773 | -0,317614245 | -2,174422161 | 0,872548313 | 1           | 6,84611033  | -0,036273463 | -0,22131636 | -0,284605596 | -0,041571868 | -0,591406448 | 0,1638987   |
| 62                         | 0,452826122 | -0,469079949 | -0,547173878 | -3,286661311 | 0,857277673 | 1           | 6,006612239 | -0,00076418  | -0,00496686 | -0,005354314 | -0,000891403 | -0,327994529 | 0,153855657 |
| 63                         | 3,779117743 | 0,146197703  | 2,779117743  | 0,154315598  | 0,052605797 | 1           | 0,05552683  | 0,009627283  | 0,134299869 | 0,010161855  | 0,183008021  | 0,49032901   | 0,071684975 |
| 64                         | 2,288550615 | 0,25610644   | 1,288550615  | 0,330835825  | 0,225880569 | 0,879913829 | 0,291790337 | -0,000868089 | -0,00710606 | -0,001121389 | -0,004367623 | 0,476996146  | 0,122161785 |
| 65                         | 5,260338487 | 0,492446605  | 4,260338487  | 0,55680717   | 0,11558861  | 1           | 0,130695524 | 0,308752899  | 0,050360275 | 0,34910552   | 2,671136008  | 12,44984087  | 6,130881869 |
| 66                         | 1,496460558 | 0,153776159  | 0,496460558  | 0,222781656  | 0,309744967 | 1           | 0,448739889 | 0,128133354  | 0,03272753  | 0,185631902  | 0,413673725  | 25,46009143  | 3,915155071 |
| 67                         | 1,491970497 | 0,20751424   | 0,491970497  | 0,35889836   | 0,421802205 | 1           | 0,729511956 | 0,057302378  | 0,037583952 | 0,099105148  | 0,1358513    | 7,347207323  | 1,524650147 |
| 68                         | 1,902258175 | 0,36517459   | 0,902258175  | 0,613464585  | 0,404734033 | 1           | 0,679921338 | 0,185577493  | 0,082053053 | 0,31175559   | 0,458517144  | 6,193412532  | 2,26167688  |
| 69                         | 3,416784879 | 0,549946146  | 2,416784879  | 0,711953046  | 0,227552791 | 1           | 0,294586851 | 0,039148148  | 0,019063834 | 0,050680677  | 0,172039848  | 3,734055815  | 2,053529603 |
| 70                         | 1,759210268 | 0,253634964  | 0,759210268  | 0,380877524  | 0,334077363 | 1           | 0,501675939 | 0,024867763  | 0,016119629 | 0,037343321  | 0,074437138  | 6,082365953  | 1,54270067  |

| VARIABLE       | X1          | X2           | X3           | X4           | X5          | X6          | X7          | X8           | X9          | X10          | X11          | X12         | X13         |
|----------------|-------------|--------------|--------------|--------------|-------------|-------------|-------------|--------------|-------------|--------------|--------------|-------------|-------------|
| N° OBSERVACIÓN |             |              |              |              |             |             |             |              |             |              |              |             |             |
| 71             | 1,579301281 | 0,209140794  | 0,579301281  | 0,327305409  | 0,361022495 | 1           | 0,56500032  | 0,036722987  | 0,027357404 | 0,057471487  | 0,101719388  | 6,418364363 | 1,342341818 |
| 72             | 2,648229216 | 0,406372459  | 1,648229216  | 1,225433326  | 0,668384685 | 0,368875804 | 2,015542269 | 0,021341251  | 0,019059756 | 0,064355445  | 0,086559196  | 2,755359448 | 1,119702193 |
| 73             | 1,260756965 | 0,058228922  | 0,260756965  | 0,083288445  | 0,30087634  | 0,742189482 | 0,43036212  | 0,001829663  | 0,001578838 | 0,002617081  | 0,008193479  | 19,90191309 | 1,158866949 |
| 74             | 2,287142514 | 0,328100998  | 1,287142514  | 0,823733983  | 0,601690589 | 0,423650475 | 1,510611026 | 0,005327515  | 0,08714032  | 0,013375317  | 0,020899878  | 0,186336511 | 0,061137195 |
| 75             | 1,211159304 | 0,13621901   | 0,211159304  | 0,540960309  | 0,74819038  | 0,862214608 | 2,971254157 | 0,038620849  | 0,033290685 | 0,153373207  | 0,059867941  | 8,516504084 | 1,160109754 |
| 76             | 2,27822603  | 0,35143608   | 1,27822603   | 0,589249665  | 0,403587137 | 0,681241934 | 0,676690866 | 0,076879024  | 0,034877076 | 0,128902357  | 0,279620604  | 6,272222349 | 2,204285236 |
| 77             | 0,641052557 | -0,333462345 | -0,358947443 | -4,696684045 | 0,929000473 | 1           | 13,08460092 | 0,010443488  | 0,029699236 | 0,147092356  | 0,011241639  | -1,05451673 | 0,351641621 |
| 78             | 0,620293489 | -0,215176109 | -0,379706511 | -3,010954278 | 0,928535577 | 0,610305743 | 12,9929767  | 0,012665097  | 0,041958702 | 0,177222406  | 0,022349227  | -1,40278921 | 0,301846724 |
| 79             | 1,426713237 | 0,259485703  | 0,426713237  | 2,523656675  | 0,897178683 | 0,677795019 | 8,725609718 | 0,025855464  | 0,042942733 | 0,251460154  | 0,042518215  | 2,320327145 | 0,602091721 |
| 80             | 1,881269778 | 0,320345251  | 0,881269778  | 0,983873965  | 0,67440418  | 0,539000489 | 2,071292499 | 0,02256696   | 0,064110773 | 0,069309736  | 0,062081707  | 1,098812923 | 0,351999501 |
| 81             | 5,753318948 | 0,800736848  | 4,753318948  | 0,962954731  | 0,168458472 | 1           | 0,20258576  | 0,213408661  | 0,163261362 | 0,256642217  | 1,266832462  | 1,632445949 | 1,307159624 |
| 82             | 9,150776999 | 0,873742514  | 8,150776999  | 1,723303635  | 0,492984001 | 0,217446104 | 0,972324349 | 0,124553519  | 0,102776869 | 0,245659938  | 1,161907471  | 1,387002199 | 1,211882788 |
| 83             | 17,04456417 | 0,930822075  | 16,04456417  | 2,091366026  | 0,55492149  | 0,104545948 | 1,246794615 | 0,148128055  | 0,090217456 | 0,332813315  | 2,553280739  | 1,763924801 | 1,641900144 |
| 84             | 4,769403631 | 0,782080142  | 3,769403631  | 0,986828423  | 0,207481135 | 1           | 0,261799616 | 0,487010249  | 0,089854035 | 0,614509345  | 2,34725075   | 6,930255651 | 5,420015324 |
| 85             | 1,078186726 | 0,071949555  | 0,078186726  | 0,901955257  | 0,920227242 | 1           | 11,53591285 | 0,021411494  | 0,025374097 | 0,268413183  | 0,023267615  | 11,72811594 | 0,843832725 |
| 86             | 1,174990935 | 0,147601388  | 0,174990935  | 0,943020541  | 0,843480198 | 1           | 5,388967964 | 0,054093774  | 0,163261362 | 0,34560339   | 0,064131647  | 8,74814444  | 1,291238264 |
| 87             | 1,699482894 | 0,406259126  | 0,699482894  | 0,969127815  | 0,58079923  | 1           | 1,385491802 | 0,159231637  | 0,068597149 | 0,379845764  | 0,274159518  | 5,713735875 | 2,321257343 |
| 88             | 2,239171958 | 0,539171736  | 1,239171958  | 0,95446612   | 0,43510647  | 1           | 0,770245093 | -0,027917136 | -0,08777539 | -0,049420173 | -0,06416162  | 0,589889925 | 0,318051975 |
| 89             | 1,336730565 | 0,247576764  | 0,336730565  | 0,935088162  | 0,735236981 | 1           | 2,776962526 | 0,046726457  | 0,054439748 | 0,176484076  | 0,063552919  | 3,466864466 | 0,858315087 |
| 90             | 1,505326055 | 0,328752285  | 0,505326055  | 0,94083677   | 0,650574578 | 1           | 1,861841005 | 0,091606361  | 0,087860521 | 0,26216284   | 0,140808393  | 3,171488016 | 1,042633932 |
| 91             | 1,647244802 | 0,386263208  | 0,647244802  | 1,223859294  | 0,667433113 | 0,894143085 | 2,114734726 | 0,054393587  | 0,059632249 | 0,172343873  | 0,091145017  | 2,361474002 | 0,912150523 |
| 92             | 1,624006455 | 0,376975187  | 0,624006455  | 0,952247672  | 0,604120653 | 1           | 1,526022149 | 0,070808771  | 0,086218364 | 0,178864525  | 0,117209652  | 2,178585034 | 0,8212725   |
| 93             | 24,58869202 | 0,847510451  | 23,58869202  | 1,09361452   | 0,225037309 | 0,159656526 | 0,290384701 | 0,019567791  | 0,013507122 | 0,025249978  | 0,5446288    | 1,709361479 | 1,448701718 |
| 94             | 151,6716551 | 0,809434679  | 150,6716551  | 0,813806594  | 0,005372176 | 1           | 0,005401192 | 0,010807557  | 0,010139403 | 0,010865931  | 2,011765168  | 1,316840951 | 1,065896733 |
| 95             | 29,00064235 | 0,858008846  | 28,00064235  | 0,896869043  | 0,043328732 | 0,707209026 | 0,045291139 | 0,033316245  | 0,020852395 | 0,034825176  | 1,087257156  | 1,862122925 | 1,597717943 |
| 96             | 63,39415563 | 0,859160036  | 62,39415563  | 0,90767666   | 0,05345144  | 0,257614762 | 0,056469834 | 0,00499382   | 0,014207571 | 0,00527582   | 0,362662563  | 0,409108956 | 0,351490065 |
| 97             | 16,86262931 | 0,940697267  | 15,86262931  | 1            | 0,059302733 | 1           | 0,063041251 | 0,092759926  | 0,019945235 | 0,098607628  | 1,564176245  | 4,943919191 | 4,650731273 |
| 98             | 413,3085586 | 0,955908077  | 412,3085586  | 0,958129432  | 0,002318429 | 1           | 0,002323817 | 0,004841135  | 0,004963307 | 0,004852385  | 2,08811036   | 1,020375277 | 0,975384969 |
| 99             | 53,27691038 | 0,942539627  | 52,27691038  | 0,959845399  | 0,01802975  | 1           | 0,01836079  | 0,022964822  | 0,021079988 | 0,023386475  | 1,27371829   | 1,155827763 | 1,089413468 |
| 100            | 9,712495055 | 0,879754828  | 8,712495055  | 1,227000865  | 0,283003906 | 0,356801511 | 0,394707737 | 0,14148743   | 0,06351656  | 0,197333613  | 1,401195534  | 2,532032247 | 2,227567594 |
| 101            | 3,222058731 | 0,689639425  | 2,222058731  | 1            | 0,310360575 | 1           | 0,450033109 | 0,096559365  | 0,00804     | 0,140014276  | 0,311119944  | 17,41471092 | 12,00987122 |
| 102            | 90,56427902 | 0,97328769   | 89,56427902  | 1,358247966  | 0,28342415  | 0,038341539 | 0,39552568  | 0,007626752  | 0,020655203 | 0,010643329  | 0,701832132  | 0,379375203 | 0,369241215 |
| 103            | 185,1736982 | 0,904134247  | 184,1736982  | 1,071796667  | 0,156431183 | 0,031382098 | 0,185439741 | 0,005099553  | 0,0568152   | 0,006045212  | 1,038787611  | 0,099273793 | 0,089756836 |
| 104            | 28,82511989 | 0,906157126  | 27,82511989  | 1,066886774  | 0,150652958 | 0,216166705 | 0,177375031 | 0,039854523  | 0,030804599 | 0,04692372   | 1,223801977  | 1,427770989 | 1,293784855 |
| 105            | 1,013018398 | 0,011466631  | 0,013018398  | 0,096198216  | 0,88080204  | 1           | 7,389405309 | -0,020092394 | #¡ DIV/0!   | -0,168563239 | -0,022811476 | 0           | 0           |



| VARIABLE       | X1          | X2           | X3           | X4           | X5          | X6          | X7          | X8           | X9          | X10          | X11          | X12          | X13         |
|----------------|-------------|--------------|--------------|--------------|-------------|-------------|-------------|--------------|-------------|--------------|--------------|--------------|-------------|
| N° OBSERVACIÓN |             |              |              |              |             |             |             |              |             |              |              |              |             |
| 106            | 0,656671419 | -0,314291198 | -0,343328581 | -3,716076987 | 0,915423927 | 1           | 10,82367504 | 0,011631584  | 0,016085875 | 0,137528071  | 0,012706227  | -2,300710386 | 0,723093022 |
| 107            | 0,686756614 | -0,275444643 | -0,313243386 | -2,282647668 | 0,879331074 | 1           | 7,287137639 | 0,031430363  | 0,017260935 | 0,260467746  | 0,035743492  | -6,610750446 | 1,820895796 |
| 108            | 0,838982162 | -0,147662955 | -0,161017838 | -1,7803504   | 0,917059611 | 1           | 11,056852   | -0,038680366 | -0,25520685 | -0,466363446 | -0,042178682 | -1,026423736 | 0,151564762 |
| 109            | 1,008677425 | 0,008602775  | 0,008677425  | 1            | 0,991397225 | 1           | 115,2415588 | 0,000263604  | #!DIV/0!    | 0,03064172   | 0,000265891  | 0            | 0           |
| 110            | 4,063324158 | 0,475218072  | 3,063324158  | 1,232192777  | 0,614331393 | 0,252520874 | 1,59289966  | 0,010833336  | 0,012878086 | 0,028089754  | 0,069833246  | 1,77018215   | 0,841222548 |
| 111            | 91,83332379 | 0,952533226  | 90,83332379  | 3,077843035  | 0,690519528 | 0,015186544 | 2,231219512 | 0,008042241  | 0,05354245  | 0,02598624   | 0,766906078  | 0,157688032  | 0,15020309  |
| 112            | 394,4019762 | 0,959267378  | 393,4019762  | 2,916070298  | 0,671041066 | 0,003633742 | 2,039893115 | 0,00848099   | 0,035715065 | 0,025781303  | 3,47811076   | 0,24754572   | 0,237462534 |
| 113            | 1,053193066 | 0,050506472  | 0,053193066  | 1            | 0,949493528 | 1           | 18,79944286 | 0,004272003  | #!DIV/0!    | 0,08458327   | 0,004499243  | 0            | 0           |
| 114            | 0,753024482 | -0,32704228  | -0,246975518 | -16,88019325 | 1,324189066 | 1           | 68,34763786 | 0,000780208  | 0,011806997 | 0,040270236  | 0,000589197  | -0,202053928 | 0,066080177 |
| 115            | 5,806493126 | 0,765356262  | 4,806493126  | 4,571893674  | 0,83259535  | 0,191249951 | 4,973549706 | 0,133118038  | 0,039784185 | 0,795187214  | 0,835990981  | 4,371825308  | 3,346003876 |
| 116            | 15,59428382 | 0,881343145  | 14,59428382  | 2,700915821  | 0,673687296 | 0,089640421 | 2,064545106 | 0,003470786  | 0,008886924 | 0,01063638   | 0,057473229  | 0,443130211  | 0,390549774 |
| 117            | 1,068543006 | 0,06405953   | 0,068543006  | 0,979336797  | 0,934588867 | 1           | 14,28791731 | -0,068004861 | #!DIV/0!    | -1,039652696 | -0,072764468 | 0            | 0           |
| 118            | 1,069033415 | 0,064497218  | 0,069033415  | 0,981541109  | 0,934289845 | 1           | 14,21834797 | 0,072736047  | 0,076867314 | 1,106922471  | 0,077851694  | 14,67124616  | 0,946254565 |
| 119            | 1,115622851 | 0,103276024  | 0,115622851  | 0,96713663   | 0,893214649 | 1           | 8,364580372 | 0,063443021  | 0,16418921  | 0,594117271  | 0,071027744  | 3,741448153  | 0,38640189  |
| 120            | 1,064340107 | 0,06029227   | 0,064340107  | 0,958341546  | 0,937086867 | 1           | 14,89493235 | 0,000832943  | 0,00890803  | 0,013239573  | 0,000888864  | 1,55085783   | 0,093504738 |
| 121            | 1,459193511 | 0,246047792  | 0,459193511  | 0,530066388  | 0,535825934 | 1           | 1,15434207  | 0,115355498  | 0,054433891 | 0,24851299   | 0,215285396  | 8,61290089   | 2,119185244 |
| 122            | 1,213932628 | 0,137052995  | 0,213932628  | 1,27094499   | 0,892164495 | 0,718069646 | 8,273383562 | 0,198383483  | 0,128268333 | 1,839686135  | 0,309666344  | 11,28489522  | 1,546628687 |
| 123            | 0,854672484 | -0,13943019  | -0,145327516 | -3,435207824 | 0,959420447 | 1           | 23,63769727 | -0,037864025 | -0,02752005 | -0,932873972 | -0,039465518 | -9,86780977  | 1,375870593 |
| 124            | 0,994667714 | -0,00453112  | -0,005332286 | -0,030157581 | 0,849751865 | 1           | 5,655656645 | 0,004202611  | 0,001748622 | 0,027971137  | 0,004945692  | -530,4173974 | 2,403385017 |
| 125            | 1,024169233 | 0,023598866  | 0,024169233  | 1,533155123  | 0,984607646 | 0,991665195 | 63,96732133 | -0,002258196 | #!DIV/0!    | -0,146708945 | -0,002312775 | 0            | 0           |
| 126            | 1,431008508 | 0,301192135  | 0,431008508  | 1            | 0,698807865 | 1           | 2,320139814 | 0,24657589   | 0,046777912 | 0,818666428  | 0,352852196  | 17,50113233  | 5,271203416 |
| 127            | 6,835634571 | 0,853707803  | 5,835634571  | 3,16681582   | 0,73042076  | 0,200284829 | 2,709484451 | -0,001590948 | #!DIV/0!    | -0,005901595 | -0,010875136 | 0            | 0           |
| 128            | 4,91992647  | 0,79674493   | 3,91992647   | 3,492499877  | 0,771869733 | 0,263328204 | 3,383460435 | 0,000130338  | #!DIV/0!    | 0,000571331  | 0,000641253  | 0            | 0           |
| 129            | 7,300689696 | 0,658318703  | 6,300689696  | 1,022574483  | 0,356214424 | 0,293316572 | 0,553312216 | 0,098216283  | 0,049665299 | 0,152560552  | 0,940016315  | 3,003960674  | 1,977563493 |
| 130            | 3,129993584 | 0,412715399  | 2,129993584  | 0,511903755  | 0,193736382 | 1           | 0,240331125 | 0,002726505  | 0,004452434 | 0,00338177   | 0,014071292  | 1,483741357  | 0,612362906 |
| 131            | 2,587042608 | 0,386545432  | 1,587042608  | 0,61127231   | 0,367637916 | 0,662508817 | 0,581372486 | 0,01072167   | 0,021826053 | 0,016954954  | 0,044020045  | 1,270827736  | 0,491232656 |
| 132            | 12,21663592 | 0,710326191  | 11,21663592  | 1,126594542  | 0,369492604 | 0,171391569 | 0,586024218 | 0,009595829  | 0,016215767 | 0,015219218  | 0,151526054  | 0,833080943  | 0,591759213 |
| 133            | 4,993679366 | 0,799746855  | 3,993679366  | 1            | 0,200253145 | 1           | 0,250395665 | 0,246508262  | 0,071094089 | 0,308232863  | 1,230983223  | 4,335562472  | 3,46735245  |
| 134            | 1,34451475  | 0,224640411  | 0,34451475   | 0,645608866  | 0,652048748 | 1           | 1,87396582  | 0,257914313  | 0,461883023 | 0,741236923  | 0,395544526  | 2,48573919   | 0,558397474 |
| 135            | 1,692196761 | 0,402147267  | 0,692196761  | 4,18256994   | 0,903851634 | 0,642774163 | 9,400592722 | 0,006731014  | 0,01843824  | 0,070006537  | 0,011585771  | 0,907770175  | 0,365057295 |
| 136            | 1,079675894 | 0,072299068  | 0,079675894  | 0,780890406  | 0,907414578 | 1           | 9,800836407 | 0,017802532  | 0,149255212 | 0,192282241  | 0,019618962  | 1,649755483  | 0,119275784 |
| 137            | 9,097857472 | 0,890084011  | 8,097857472  | 1,336024107  | 0,336654795 | 0,326494648 | 0,505321876 | 0,140764549  | 0,082079815 | 0,211288854  | 1,280655801  | 1,92675247   | 1,714971567 |
| 138            | 8,743612563 | 0,885630797  | 7,743612563  | 1,239334945  | 0,288265437 | 0,396749622 | 0,403393186 | 0,091648505  | 0,104728858 | 0,12825118   | 0,801339016  | 0,988112295  | 0,87510268  |
| 139            | 25,39448747 | 0,958087622  | 24,39448747  | 1,361500162  | 0,296300031 | 0,132550641 | 0,421060174 | 0,045848212  | 0,054370122 | 0,065153068  | 1,16737093   | 0,880150362  | 0,843261167 |

| VARIABLE | X1          | X2          | X3          | X4          | X5          | X6          | X7          | X8           | X9          | X10          | X11          | X12         | X13         |
|----------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|--------------|-------------|--------------|--------------|-------------|-------------|
| 140      | 24,14493841 | 0,885949531 | 23,14493841 | 1,117307574 | 0,207067461 | 0,184859211 | 0,261141334 | 0,053414029  | 0,036187865 | 0,067362639  | 1,39541177   | 1,666032215 | 1,47602046  |
| 141      | 1,948261068 | 0,153016091 | 0,948261068 | 0,375246639 | 0,592225286 | 0,272472223 | 1,452334504 | 0,018858519  | 0,032454427 | 0,046247396  | 0,116868749  | 3,797489028 | 0,581076926 |
| 142      | 2,255094408 | 0,15084478  | 1,255094408 | 0,329709226 | 0,542491478 | 0,2215445   | 1,185751637 | 0,072678091  | 0,20954727  | 0,158856257  | 0,604713439  | 2,299276593 | 0,346833873 |
| 143      | 2,033536418 | 0,143887634 | 1,033536418 | 0,353762385 | 0,593264744 | 0,234665447 | 1,458601723 | 0,025927331  | 0,080096308 | 0,06374498   | 0,186234493  | 2,24968566  | 0,323701947 |
| 144      | 2,1127811   | 0,163008108 | 1,1127811   | 0,298137837 | 0,453245823 | 0,32319576  | 0,828975511 | 0,032995523  | 0,062877193 | 0,060348004  | 0,225245206  | 3,219234909 | 0,524761391 |
| 145      | 1,930042178 | 0,462645724 | 0,930042178 | 0,920589004 | 0,497445959 | 1           | 0,989835757 | -0,027274877 | -0,08919438 | -0,054272525 | -0,054829829 | 0,660962388 | 0,305791422 |
| 146      | 4,000267825 | 0,746050239 | 3,000267825 | 0,992961171 | 0,248661214 | 1           | 0,330957511 | -0,015528571 | -0,05670357 | -0,020667868 | -0,062448705 | 0,36707348  | 0,273855257 |
| 147      | 6,805310676 | 0,850280152 | 5,805310676 | 0,996187699 | 0,146465917 | 1           | 0,171599378 | 0,014269029  | 0,059073722 | 0,016717586  | 0,097422183  | 0,284078298 | 0,241546138 |
| 148      | 6,159101874 | 0,834802332 | 5,159101874 | 0,995960208 | 0,161811562 | 1           | 0,193049146 | -0,050016465 | -0,36226739 | -0,059672101 | -0,309103161 | 0,165386519 | 0,138065051 |
| 149      | 1,793465652 | 0,393680353 | 0,793465652 | 4,108180011 | 0,904171591 | 0,548737641 | 9,435318856 | 0,001801987  | 0,092423386 | 0,018804314  | 0,003631919  | 0,049525191 | 0,019497095 |
| 150      | 5,452620123 | 0,769065538 | 4,452620123 | 4,029044757 | 0,809119634 | 0,213469074 | 4,238883503 | 0,085217036  | 0,057579678 | 0,446442124  | 0,493376794  | 1,924393322 | 1,479984584 |
| 151      | 2,625820832 | 0,512854956 | 1,625820832 | 1,532879765 | 0,665430409 | 0,474044627 | 1,988914795 | 0,185507972  | 0,647184369 | 0,554467523  | 0,588085818  | 0,558907584 | 0,286638524 |
| 152      | 21,59837874 | 0,599001999 | 20,59837874 | 1,971094734 | 0,696106946 | 0,04177527  | 2,290631312 | 0,005196944  | 0,009077451 | 0,017101225  | 0,178711608  | 0,955775305 | 0,572511318 |
| 153      | 10,51205334 | 0,897271432 | 9,512053338 | 37,64743537 | 0,976166466 | 0,096633048 | 40,95768865 | -0,002816809 | #DIV/0!     | -0,118186787 | -0,029861238 | 0           | 0           |
| 154      | 27,99132675 | 0,944028446 | 26,99132675 | 132,845301  | 0,992893776 | 0,035225572 | 139,7217141 | -0,000695741 | #DIV/0!     | -0,097905889 | -0,019892385 | 0           | 0           |
| 155      | 50,421397   | 0,970105159 | 49,421397   | 372,4935565 | 0,997395646 | 0,019680509 | 382,9723488 | -0,001260579 | #DIV/0!     | -0,484027614 | -0,064219422 | 0           | 0           |
| 156      | 3,996160473 | 0,719707528 | 2,996160473 | 6,321659176 | 0,886152115 | 0,271070774 | 7,783650211 | 0,106394203  | 0,041723556 | 0,934529463  | 0,442921733  | 3,543077115 | 2,54997927  |
| 157      | 9,664344418 | 0,485244053 | 8,664344418 | 0,850873508 | 0,429710705 | 0,130331184 | 0,753496003 | 0,01365499   | 0,018770929 | 0,02394397   | 0,243818615  | 1,499150994 | 0,727454104 |
| 158      | 37,52475452 | 0,946835534 | 36,52475452 | 1,247154265 | 0,240803194 | 0,107652718 | 0,317181516 | 0,024437904  | 0,055547207 | 0,032189155  | 0,942706946  | 0,464651322 | 0,439948383 |
| 159      | 143,5153288 | 0,94793108  | 142,5153288 | 1,268956691 | 0,252983899 | 0,02629192  | 0,338659231 | 0,025019472  | 0,097853726 | 0,033492547  | 3,761516305  | 0,26972674  | 0,25568236  |
| 160      | 39,2968297  | 0,926434327 | 38,2968297  | 1,075740026 | 0,138793478 | 0,174294129 | 0,161161666 | 0,03371088   | 0,036249882 | 0,039143782  | 1,393536263  | 1,003803829 | 0,929958325 |
| 161      | 5,11370686  | 0,404014337 | 4,11370686  | 0,606704253 | 0,334083559 | 0,2939736   | 0,50168991  | 0,005145563  | 0,026114448 | 0,007727041  | 0,052392545  | 0,487702864 | 0,197038949 |
| 162      | 5,506202606 | 0,387769636 | 4,506202606 | 0,530212774 | 0,268652784 | 0,320310916 | 0,367339587 | 0,009547268  | 0,07736615  | 0,013054357  | 0,110947115  | 0,318239666 | 0,123403679 |
| 163      | 1,357836017 | 0,075781925 | 0,357836017 | 0,096142914 | 0,211778361 | 1           | 0,268678695 | 0,007910571  | 0,054844966 | 0,010035974  | 0,037353068  | 1,903292128 | 0,144235142 |
| 164      | 1,128439839 | 0,02580618  | 0,128439839 | 0,032294879 | 0,200920372 | 1           | 0,251439738 | 0,064097269  | 0,521853987 | 0,080213869  | 0,319018267  | 4,759559871 | 0,122826059 |
| 165      | 4,246139496 | 0,604755948 | 3,246139496 | 1,207937399 | 0,499348271 | 0,373086401 | 0,997396477 | 0,005109323  | 0,013432553 | 0,010205344  | 0,027425239  | 0,62896238  | 0,38036874  |
| 166      | 6,455518498 | 0,830393203 | 5,455518498 | 3,985736267 | 0,791658768 | 0,192269203 | 3,799818027 | -0,005182148 | -0,07882277 | -0,024873368 | -0,034045685 | 0,079172497 | 0,065744303 |
| 167      | 3,251026742 | 0,686370451 | 2,251026742 | 6,462619808 | 0,893793775 | 0,341146247 | 8,415643988 | 0,001782017  | 0,088409549 | 0,016778835  | 0,005844318  | 0,029366623 | 0,020156383 |
| 168      | 1,695736032 | 0,408405907 | 0,695736032 | 3,591992143 | 0,886301002 | 0,662317574 | 7,795152273 | 0,044809162  | 0,088350191 | 0,394103406  | 0,076334226  | 1,605221912 | 0,655582111 |
| 169      | 1,138315287 | 0,119898153 | 0,138315287 | 0,900452142 | 0,866846723 | 1           | 6,51014189  | 0,003118712  | 0,039531616 | 0,023421966  | 0,003597766  | 0,657988263 | 0,078891577 |
| 170      | 1,133529587 | 0,1164269   | 0,133529587 | 0,909005466 | 0,871918372 | 1           | 6,807521    | 0,010725972  | 0,036109854 | 0,083743248  | 0,012301578  | 2,551276813 | 0,29703725  |
| 171      | 1,173717488 | 0,14608788  | 0,173717488 | 0,918508128 | 0,840950912 | 1           | 5,287367079 | 0,015883614  | 0,04971046  | 0,099866112  | 0,018887683  | 2,187194279 | 0,319522576 |
| 172      | 1,212834356 | 0,173509919 | 0,212834356 | 0,939082019 | 0,815234542 | 1           | 4,412267062 | 0,018402476  | 0,02637535  | 0,099599116  | 0,022573229  | 4,021181963 | 0,697714956 |
| 173      | 1,147751065 | 0,127175817 | 0,147751065 | 0,913250811 | 0,860743823 | 1           | 6,181009987 | 0,007826441  | 0,015146529 | 0,009092649  | 0,056201753  | 4,062998498 | 0,516715153 |
| 174      | 4,382790931 | 0,751490439 | 3,382790931 | 6,285749498 | 0,880445373 | 0,252316637 | 7,364377202 | 0,01340589   | 0,011958916 | 0,112131924  | 0,060345844  | 1,491696245 | 1,120995466 |
| 175      | 1,504828183 | 0,327712924 | 0,504828183 | 2,992744648 | 0,890497532 | 0,728982759 | 8,132214281 | 0,01680474   | 0,016734548 | 0,153464483  | 0,025887005  | 3,064250328 | 1,004194436 |

| VARIABLE       | X1          | X2           | X3           | X4           | X5          | X6          | X7          | X8           | X9          | X10          | X11          | X12          | X13         |
|----------------|-------------|--------------|--------------|--------------|-------------|-------------|-------------|--------------|-------------|--------------|--------------|--------------|-------------|
| N° OBSERVACIÓN |             |              |              |              |             |             |             |              |             |              |              |              |             |
| 176            | 1,568152857 | 0,357967121  | 0,568152857  | 3,582447467  | 0,900077496 | 0,7         | 9,007755622 | 0,015228526  | 0,021770772 | 0,152403362  | 0,024170182  | 1,954073456  | 0,699494049 |
| 177            | 3,383074903 | 0,491664891  | 2,383074903  | 0,958522455  | 0,487059601 | 0,423593606 | 0,949544238 | 0,083052819  | 0,034376548 | 0,161915144  | 0,402552818  | 4,913861477  | 2,415973167 |
| 178            | 9,575835443 | 0,630190412  | 8,575835443  | 0,921460177  | 0,316095879 | 0,23247514  | 0,462193266 | 0,027202913  | 0,031142459 | 0,039775917  | 0,370186065  | 1,386087761  | 0,873499217 |
| 179            | 4,935814188 | 0,620384496  | 3,935814188  | 1,26637553   | 0,510110168 | 0,309002768 | 1,04127527  | 0,08665415   | 0,055788699 | 0,176884973  | 0,549747187  | 2,503699437  | 1,553256314 |
| 180            | 1,39395387  | 0,243562068  | 0,39395387   | 0,906135471  | 0,731207887 | 0,845519082 | 2,720347258 | 0,070604122  | 0,045940834 | 0,262671853  | 0,114199914  | 6,309886209  | 1,536848932 |
| 181            | 1,110067465 | 0,096039803  | 0,110067465  | 0,753572292  | 0,872553962 | 1           | 6,846458151 | 4,01977E-05  | 0,001675    | 0,00031541   | 4,60691E-05  | 0,249882347  | 0,023998651 |
| 182            | 1,127247498 | 0,107785408  | 0,127247498  | 0,704725091  | 0,847053256 | 1           | 5,538223546 | 0,000406793  | 0,008133333 | 0,002659703  | 0,000480245  | 0,464028749  | 0,050015528 |
| 183            | 1,177756985 | 0,131238124  | 0,177756985  | 0,50148462   | 0,738300799 | 1           | 2,821180952 | 0,013437209  | 0,020340325 | 0,051346008  | 0,018200183  | 5,033744537  | 0,660619191 |
| 184            | 1,636467294 | 0,373257797  | 0,636467294  | 0,902575258  | 0,586452439 | 1           | 1,418101553 | 0,007943858  | 0,015104771 | 0,019209054  | 0,013545613  | 1,408991615  | 0,525917106 |
| 185            | 34,95764189 | 0,783574301  | 33,95764189  | 0,81805501   | 0,042149622 | 0,547455697 | 0,04400439  | 0            | #i DIV/0!   | 0            | 0            | 0            | 0           |
| 186            | 3,291055344 | 0,202390324  | 2,291055344  | 0,893482358  | 0,773481454 | 0,114210034 | 3,41464957  | -0,000766008 | #i DIV/0!   | -0,003381659 | -0,008671204 | 0            | 0           |
| 187            | 3,197918792 | 0,238000545  | 2,197918792  | 1,629726445  | 0,853962887 | 0,126802353 | 5,847574431 | 6,69034E-06  | #i DIV/0!   | 4,58126E-05  | 6,17849E-05  | 0            | 0           |
| 188            | 0,219215084 | -0,295677563 | -0,780784916 | -3,17336056  | 0,906825097 | 0,417602822 | 9,73250377  | 0,000396371  | #i DIV/0!   | 0,004254056  | 0,001046683  | 0            | 0           |
| 189            | 2,429310954 | 0,575524407  | 1,429310954  | 1,7784829    | 0,676395872 | 0,595300264 | 2,090195442 | -0,074075704 | #i DIV/0!   | -0,228908403 | -0,183966508 | 0            | 0           |
| 190            | 6,284334712 | 0,760892888  | 5,284334712  | 6,802365811  | 0,888142904 | 0,162125137 | 7,939978171 | 0,001138099  | 0,028189925 | 0,010174584  | 0,007904001  | 0,053059449  | 0,040372558 |
| 191            | 0,929333728 | -0,068729258 | -0,070666272 | -2,507384625 | 0,972589264 | 1           | 35,48205601 | -0,004249791 | #i DIV/0!   | -0,155041125 | -0,004369564 | 0            | 0           |
| 192            | 0,971612882 | -0,028005294 | -0,028387118 | -2,082084483 | 0,986549396 | 1           | 73,34610228 | 0,000980666  | 0,03622568  | 0,072908731  | 0,000994037  | -0,966639748 | 0,027071031 |
| 193            | 2,775105257 | 0,590126956  | 1,775105257  | 2,819684515  | 0,790711708 | 0,420439173 | 3,778098144 | 0,016639663  | 0,040205449 | 0,079505944  | 0,050052202  | 0,701316661  | 0,413865866 |
| 194            | 1,115625164 | 0,09565302   | 0,115625164  | 1,32282674   | 0,927690439 | 0,891750266 | 12,82942989 | 0,006934041  | 0,040037841 | 0,095893833  | 0,008381854  | 1,810577256  | 0,173187183 |
| 195            | 3,243943451 | 0,491870022  | 2,243943451  | 1,365148827  | 0,639694946 | 0,34266167  | 1,775425958 | 0,235388123  | 0,168036543 | 0,653302306  | 1,073856125  | 2,847937485  | 1,400815074 |
| 196            | 1,388283819 | 0,153947645  | 0,388283819  | 0,295753082  | 0,479472389 | 0,826913637 | 0,921127677 | 0,035937712  | 0,066390726 | 0,069040933  | 0,090641413  | 3,516170767  | 0,418306209 |
| 197            | 1,940615162 | 0,475459295  | 0,940615162  | 5,340222939  | 0,910966396 | 0,554879922 | 10,23171424 | -0,002632282 | -0,31646677 | -0,029565034 | -0,00520752  | 0,017494071  | 0,008317719 |
| 198            | 1,865376959 | 0,457813123  | 0,865376959  | 6,124860553  | 0,925253299 | 0,571771189 | 12,37851679 | 0,010710071  | 0,021608744 | 0,143284864  | 0,020244611  | 1,082616338  | 0,495635967 |
| 199            | 2,011850498 | 0,495854816  | 1,011850498  | 4,28594872   | 0,884306872 | 0,554160015 | 7,643555695 | 0,028202624  | 0,027281384 | 0,243770951  | 0,057550796  | 2,084820086  | 1,03376808  |
| 200            | 2,831430009 | 0,637349634  | 1,831430009  | 1,826551943  | 0,651064052 | 0,534519677 | 1,865855484 | 0,041907084  | 0,049609464 | 0,120099647  | 0,12042039   | 1,325394505  | 0,844739703 |
| 201            | 7,382392562 | 0,446132701  | 6,382392562  | 0,479661285  | 0,069900542 | 1           | 0,075153836 | -0,007918894 | -0,30656106 | -0,008514029 | -0,113288017 | 0,057900655  | 0,025831376 |
| 202            | 3,370600793 | 0,464756993  | 2,370600793  | 0,578092127  | 0,196050299 | 1           | 0,243858911 | -0,003636194 | -0,14785818 | -0,004522913 | -0,018547253 | 0,052914634  | 0,024592446 |
| 203            | 6,463803834 | 0,421761516  | 5,463803834  | 0,458339116  | 0,078432715 | 0,984180159 | 0,085234853 | 0,00137195   | 0,010938628 | 0,001490934  | 0,017773236  | 0,297377813  | 0,125422517 |
| 204            | 1,636288878 | 0,258249857  | 0,636288878  | 1,738315036  | 0,85143661  | 0,476687142 | 5,73113603  | -0,048960595 | -0,24115059 | -0,329560448 | -0,120631556 | 0,786173274  | 0,203029136 |
| 205            | 2,446448851 | 0,568342572  | 1,446448851  | 2,993995782  | 0,810172554 | 0,484986423 | 4,267942132 | 3,00943E-05  | #i DIV/0!   | 0,000158535  | 7,65909E-05  | 0            | 0           |
| 206            | 2,875206569 | 0,633124517  | 1,875206569  | 4,595756146  | 0,862237139 | 0,391573498 | 6,258850392 | 0,00219436   | 0,005943628 | 0,015928534  | 0,00649932   | 0,583132477  | 0,369195468 |
| 207            | 2,21924287  | 0,507448013  | 1,21924287   | 5,36310334   | 0,905381645 | 0,459694858 | 9,568773942 | 6,1678E-06   | 1,64882E-05 | 6,51861E-05  | 1,48193E-05  | 0,737165709  | 0,374073274 |
| 208            | 0,957577657 | -0,032438747 | -0,04222343  | -0,322705602 | 0,899478823 | 0,85011655  | 8,948152563 | 0,001317918  | 0,003146678 | 0,013110846  | 0,00172353   | -12,91135734 | 0,418828251 |
| 209            | 2,131549263 | 0,475075516  | 1,131549263  | 5,41947667   | 0,912339227 | 0,460185399 | 10,40761097 | 0,010647359  | 0,029951553 | 0,12146093   | 0,025360202  | 0,748272709  | 0,355486043 |
| 210            | 1,941689497 | 0,4427351    | 0,941689497  | 4,544304794  | 0,902573634 | 0,520899074 | 9,264161999 | 0,033180091  | 0,031828485 | 0,340565826  | 0,070573449  | 2,354602786  | 1,042465301 |
| 211            | 1,399943011 | 0,260979187  | 0,399943011  | 2,502835498  | 0,895726592 | 0,728504591 | 8,590172806 | 0,002239611  | 0,015156167 | 0,021478253  | 0,003432138  | 0,566209628  | 0,147768928 |
| 212            | 1,108225296 | 0,048187132  | 0,108225296  | 0,16631065   | 0,710258292 | 0,626882258 | 2,451349855 | 0,003115782  | 0,032859859 | 0,010753653  | 0,006997852  | 1,96775145   | 0,094820298 |

**Anexo C. Indicadores financieros depurados para las categorías de empresa  
Sana (S) y en Quiebra (Q).**

| <b>DATOS DEPURADOS</b> |              |              |                  |
|------------------------|--------------|--------------|------------------|
| <b>Filas</b>           | <b>KTSPC</b> | <b>Rv/Ct</b> | <b>Categoría</b> |
| 1                      | 0,501567     | 0,9979517    | S                |
| 2                      | 0,2331766    | 0,9979517    | S                |
| 3                      | 1,0204868    | 0,9979517    | S                |
| 4                      | 0,9432365    | 0,3010918    | S                |
| 5                      | 1,6065416    | 0,7119806    | S                |
| 6                      | 1,0112043    | 0,4991021    | S                |
| 7                      | 1,7039739    | 0,2202990    | S                |
| 8                      | 1,3198469    | 0,2405663    | S                |
| 9                      | 0,582703     | 1,0480423    | S                |
| 10                     | 3,6600163    | 1,9654796    | S                |
| 11                     | 2,3269134    | 1,5470347    | S                |
| 12                     | 1,7539495    | 0,9979517    | S                |
| 13                     | 0,9432365    | 0,9979517    | S                |
| 14                     | 0,9432365    | 1,4455138    | S                |
| 15                     | 0,9432365    | 0,9163967    | S                |
| 16                     | 0,9432365    | 2,3149106    | S                |
| 17                     | 0,3078898    | 2,0588001    | S                |
| 18                     | 0,319217     | 0,9979517    | S                |
| 19                     | 0,1675832    | 0,9979517    | S                |
| 20                     | 0,4955191    | 0,9979517    | S                |
| 21                     | 0,7905222    | 0,9979517    | S                |
| 22                     | 1,294764     | 0,1072308    | S                |
| 23                     | 0,7930101    | 0,1358772    | S                |
| 24                     | 1,2037539    | 0,1210694    | S                |
| 25                     | 0,9432365    | 0,7187087    | S                |
| 26                     | 1,4585401    | 3,4953366    | S                |
| 27                     | 1,9751551    | 1,9916177    | S                |
| 28                     | 1,0840613    | 0,9478510    | S                |
| 29                     | 0,7498201    | 0,3972957    | S                |
| 30                     | 0,0162431    | 0,9979517    | S                |
| 31                     | 2,1621662    | 0,9979517    | S                |
| 32                     | 0,4372803    | 0,9979517    | S                |
| 33                     | 0,5938953    | 0,9979517    | S                |
| 34                     | 0,9432365    | 0,7453345    | S                |
| 35                     | 0,700772     | 0,9979517    | S                |
| 36                     | 2,50967      | 0,5779045    | S                |
| 37                     | 0,9432365    | 0,1371408    | S                |
| 38                     | 1,5816076    | 1,5492364    | S                |
| 39                     | 0,9432365    | 1,8069438    | S                |
| 40                     | 0,9432365    | 0,0914653    | S                |

| DATOS DEPURADOS |           |           |           |
|-----------------|-----------|-----------|-----------|
| Filas           | KTSPC     | Rv/Ct     | Categoría |
| 41              | 0,9432365 | 1,9083148 | S         |
| 42              | 2,6237318 | 0,9979517 | S         |
| 43              | 0,9432365 | 3,9440242 | S         |
| 44              | 0,778268  | 0,1667036 | S         |
| 45              | 0,8968452 | 3,9634668 | S         |
| 46              | 0,2191312 | 0,9979517 | S         |
| 47              | 0,0355668 | 0,9979517 | S         |
| 48              | 0,9432365 | 2,2634463 | S         |
| 49              | 0,9432365 | 2,9209858 | S         |
| 50              | 3,1344462 | 0,9979517 | S         |
| 51              | 0,9432365 | 0,9979517 | S         |
| 52              | 2,7791177 | 0,4903290 | S         |
| 53              | 1,2885506 | 0,4769961 | S         |
| 54              | 0,9432365 | 0,9979517 | S         |
| 55              | 0,4964606 | 0,9979517 | S         |
| 56              | 0,4919705 | 0,9979517 | S         |
| 57              | 0,9022582 | 0,9979517 | S         |
| 58              | 2,4167849 | 3,7340558 | S         |
| 59              | 0,7592103 | 0,9979517 | S         |
| 60              | 0,5793013 | 0,9979517 | S         |
| 61              | 1,6482292 | 2,7553594 | S         |
| 62              | 0,260757  | 0,9979517 | S         |
| 63              | 1,2871425 | 0,1863365 | S         |
| 64              | 0,2111593 | 0,9979517 | S         |
| 65              | 1,278226  | 0,9979517 | S         |
| 66              | 0,4267132 | 2,3203271 | S         |
| 67              | 0,8812698 | 1,0988129 | S         |
| 68              | 0,9432365 | 1,6324459 | S         |
| 69              | 0,9432365 | 1,3870022 | S         |
| 70              | 0,9432365 | 1,7639248 | S         |
| 71              | 3,7694036 | 0,9979517 | S         |
| 72              | 0,0781867 | 0,9979517 | S         |
| 73              | 0,1749909 | 0,9979517 | S         |
| 74              | 0,6994829 | 0,9979517 | S         |
| 75              | 1,239172  | 0,5898899 | S         |
| 76              | 0,3367306 | 3,4668645 | S         |
| 77              | 0,5053261 | 3,1714880 | S         |
| 78              | 0,6472448 | 2,3614740 | S         |
| 79              | 0,6240065 | 2,1785850 | S         |

| DATOS DEPURADOS |            |           |           |
|-----------------|------------|-----------|-----------|
| Filas           | KTSPC      | Rv/Ct     | Categoría |
| 80              | 0,9432365  | 1,7093615 | S         |
| 81              | 0,9432365  | 1,3168410 | S         |
| 82              | 0,9432365  | 1,8621229 | S         |
| 83              | 0,9432365  | 0,4091090 | S         |
| 84              | 0,9432365  | 1,0480423 | S         |
| 85              | 0,9432365  | 1,0203753 | S         |
| 86              | 0,9432365  | 1,1558278 | S         |
| 87              | 0,9432365  | 2,5320322 | S         |
| 88              | 2,2220587  | 0,9979517 | S         |
| 89              | 1,00468555 | 0,3793752 | S         |
| 90              | 1,00468555 | 1,4277710 | S         |
| 91              | 3,0633242  | 1,7701821 | S         |
| 92              | 0,9432365  | 0,1576880 | S         |
| 93              | 0,9432365  | 0,2475457 | S         |
| 94              | 0,9432365  | 0,9979517 | S         |
| 95              | 1,00468555 | 0,4431302 | S         |
| 96              | 0,0690334  | 0,9979517 | S         |
| 97              | 0,1156229  | 3,7414482 | S         |
| 98              | 0,0643401  | 1,5508578 | S         |
| 99              | 0,4591935  | 0,9979517 | S         |
| 100             | 0,2139326  | 0,9979517 | S         |
| 101             | 0,4310085  | 0,9979517 | S         |
| 102             | 0,9432365  | 3,0039607 | S         |
| 103             | 2,1299936  | 1,4837414 | S         |
| 104             | 1,5870426  | 1,2708277 | S         |
| 105             | 0,9432365  | 0,8330809 | S         |
| 106             | 3,9936794  | 0,9979517 | S         |
| 107             | 0,3445147  | 2,4857392 | S         |
| 108             | 0,6921968  | 0,9077702 | S         |
| 109             | 0,0796759  | 1,6497555 | S         |
| 110             | 0,9432365  | 1,9267525 | S         |
| 111             | 0,9432365  | 0,9881123 | S         |
| 112             | 0,9432365  | 0,8801504 | S         |
| 113             | 0,9432365  | 1,6660322 | S         |
| 114             | 0,9482611  | 3,7974890 | S         |
| 115             | 1,2550944  | 2,2992766 | S         |
| 116             | 1,0335364  | 2,2496857 | S         |
| 117             | 1,1127811  | 3,2192349 | S         |
| 118             | 0,9300422  | 0,6609624 | S         |
| 119             | 3,0002678  | 0,3670735 | S         |

| DATOS DEPURADOS |            |           |           |
|-----------------|------------|-----------|-----------|
| Filas           | KTSPC      | Rv/Ct     | Categoría |
| 120             | 0,9432365  | 0,2840783 | S         |
| 121             | 0,9432365  | 0,1653865 | S         |
| 122             | 0,7934657  | 0,0495252 | S         |
| 123             | 1,00468555 | 1,9243933 | S         |
| 124             | 1,6258208  | 0,5589076 | S         |
| 125             | 1,00468555 | 0,9557753 | S         |
| 126             | 2,9961605  | 3,5430771 | S         |
| 127             | 0,9432365  | 1,4991510 | S         |
| 128             | 0,9432365  | 0,4646513 | S         |
| 129             | 0,9432365  | 0,2697267 | S         |
| 130             | 0,9432365  | 1,0038038 | S         |
| 131             | 0,9432365  | 0,4877029 | S         |
| 132             | 0,9432365  | 0,3182397 | S         |
| 133             | 0,357836   | 1,9032921 | S         |
| 134             | 0,1284398  | 0,9979517 | S         |
| 135             | 3,2461395  | 0,6289624 | S         |
| 136             | 0,9432365  | 0,0791725 | S         |
| 137             | 2,2510267  | 0,0293666 | S         |
| 138             | 0,695736   | 1,6052219 | S         |
| 139             | 0,1383153  | 0,6579883 | S         |
| 140             | 0,1335296  | 2,5512768 | S         |
| 141             | 0,1737175  | 2,1871943 | S         |
| 142             | 0,2128344  | 0,9979517 | S         |
| 143             | 0,1477511  | 0,9979517 | S         |
| 144             | 3,3827909  | 1,4916962 | S         |
| 145             | 0,5048282  | 3,0642503 | S         |
| 146             | 0,5681529  | 1,9540735 | S         |
| 147             | 2,3830749  | 1,0480423 | S         |
| 148             | 0,9432365  | 1,3860878 | S         |
| 149             | 3,9358142  | 2,5036994 | S         |

| DATOS DEPURADOS |             |           |           |
|-----------------|-------------|-----------|-----------|
| Filas           | KTSPC       | Rv/Ct     | Categoría |
| 150             | 0,3939539   | 0,9979517 | S         |
| 151             | 0,1100675   | 0,2498823 | S         |
| 152             | 0,1272475   | 0,4640287 | S         |
| 153             | 0,177757    | 0,9979517 | S         |
| 154             | 0,6364673   | 1,4089916 | S         |
| 155             | 1,7751053   | 0,7013167 | S         |
| 156             | 0,1156252   | 1,8105773 | S         |
| 157             | 2,2439435   | 2,8479375 | S         |
| 158             | 0,3882838   | 3,5161708 | S         |
| 159             | 0,865377    | 1,0826163 | S         |
| 160             | 1,0118505   | 2,0848201 | S         |
| 161             | 1,83143     | 1,3253945 | S         |
| 162             | 2,3706008   | 0,0529146 | S         |
| 163             | 0,9432365   | 0,2973778 | S         |
| 164             | 0,6362889   | 0,7861733 | S         |
| 165             | 1,8752066   | 0,5831325 | S         |
| 166             | 1,2192429   | 0,7371657 | S         |
| 167             | 1,1315493   | 0,7482727 | S         |
| 168             | 0,9416895   | 2,3546028 | S         |
| 169             | 0,399943    | 0,5662096 | S         |
| 170             | 0,1082253   | 1,9677514 | S         |
| 171             | 0,9432365   | 4,3366762 | S         |
| 172             | 1,28358638  | 0,6391016 | S         |
| 173             | 0,9432365   | 3,1386081 | S         |
| 174             | 0,12558046  | 0,9979517 | S         |
| 175             | 0,22761045  | 4,1487769 | S         |
| 176             | 0,13477638  | 0,9979517 | S         |
| 177             | 0,9432365   | 3,8303751 | S         |
| 178             | 0,77834141  | 1,4267750 | S         |
| 179             | 0,1603953   | 0,9979517 | S         |
| 180             | 0,03503247  | 0,9979517 | S         |
| 181             | 1,39403751  | 0,9979517 | S         |
| 182             | 0,88782094  | 6,5972272 | S         |
| 183             | 2,45913075  | 0,6889776 | S         |
| 184             | 0,9432365   | 1,1320585 | S         |
| 185             | 0,9432365   | 0,2628944 | S         |
| 186             | 0,9432365   | 0,3519522 | S         |
| 187             | 1,424754474 | 0,1614274 | S         |
| 188             | 2,441998792 | 0,1067410 | S         |
| 189             | 0,9432365   | 1,0480423 | S         |



| DATOS DEPURADOS |              |            |           |
|-----------------|--------------|------------|-----------|
| Filas           | KTSPC        | Rv/Ct      | Categoría |
| 190             | 0,641076072  | 0,9979517  | S         |
| 191             | 2,085628255  | 0,1137486  | S         |
| 192             | -0,03097830  | 0,6663995  | Q         |
| 193             | 0,943236536  | -0,8458783 | Q         |
| 194             | -0,30928950  | 0,6663995  | Q         |
| 195             | -0,31761420  | -0,5914064 | Q         |
| 196             | 0,94323654   | -0,3279945 | Q         |
| 197             | 0,94323654   | -1,0545167 | Q         |
| 198             | 0,94323654   | -1,4027892 | Q         |
| 199             | -0,34332860  | -2,3007104 | Q         |
| 200             | -0,31324340  | -6,6107504 | Q         |
| 201             | -0,16101780  | -1,0264237 | Q         |
| 202             | -0,24697550  | -0,2020539 | Q         |
| 203             | -0,14532750  | -9,8678098 | Q         |
| 204             | -0,00533230  | 0,9979517  | Q         |
| 205             | 0,94323654   | 0,0530594  | Q         |
| 206             | -0,02838710  | -0,9666397 | Q         |
| 207             | 0,94323654   | 0,0174941  | Q         |
| 208             | 0,94323654   | 0,0579007  | Q         |
| 209             | -0,0424223   | 0,6663995  | Q         |
| 210             | -0,62006321  | -0,2329125 | Q         |
| 211             | 0,943236536  | 0,0112422  | Q         |
| 212             | -0,381858201 | 0,6663995  | Q         |
| 213             | -0,026391672 | 0,6663995  | Q         |
| 214             | -0,936586215 | -2,6491358 | Q         |
| 215             | -0,60405992  | -5,9404117 | Q         |
| 216             | -0,634451461 | -4,1315110 | Q         |

### Anexo D. Resumen de la clasificación de la función discriminante para datos originales de la fuente

| Número del caso | Grupo real | Grupo superior     |       |              |   | Segundo grupo superior |              |   |
|-----------------|------------|--------------------|-------|--------------|---|------------------------|--------------|---|
|                 |            | Grupo pronosticado | Grupo | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para centroide | Grupo                  | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para centroide |
| 1               | S          | S                  | 1     | 0,983        | 0,077   | 1                      | 0,017        | 4,172   |
| 2               | S          | S                  | 1     | 0,972        | 0,264   | 1                      | 0,028        | 3,267   |
| 3               | S          | S                  | 1     | 0,972        | 0,257   | 1                      | 0,028        | 3,29  |
| 4               | S          | S                  | 1     | 1            | 4,397   | 1                      | 0            | 19,515  |
| 5               | S          | S                  | 1     | 0,999        | 0,94  | 1                      | 0,001        | 10,825  |
| 6               | S          | S                  | 1     | 0,995        | 0,062   | 1                      | 0,005        | 6,606   |
| 7               | S          | S                  | 1     | 0,984        | 0,075   | 1                      | 0,016        | 4,189   |
| 8               | S          | S                  | 1     | 0,991        | 0   | 1                      | 0,009        | 5,438   |
| 9               | S          | S                  | 1     | 0,981        | 0,106   | 1                      | 0,019        | 3,979   |
| 10              | S          | S                  | 1     | 0,998        | 0,319   | 1                      | 0,002        | 8,328   |
| 11              | S          | S                  | 1     | 0,991        | 0   | 1                      | 0,009        | 5,347   |
| 12              | Q          | S**                | 1     | 0,933        | 0,816   | 1                      | 0,067        | 2,01  |
| 13              | Q          | S**                | 1     | 0,796        | 2,099   | 1                      | 0,204        | 0,76  |
| 14              | Q          | S**                | 1     | 0,509        | 4,082   | 1                      | 0,491        | 0,09  |
| 15              | S          | S                  | 1     | 0,959        | 0,458   | 1                      | 0,041        | 2,702   |
| 16              | S          | S                  | 1     | 0,949        | 0,6   | 1                      | 0,051        | 2,39  |
| 17              | S          | S                  | 1     | 0,968        | 0,317   | 1                      | 0,032        | 3,089   |
| 18              | S          | S                  | 1     | 0,979        | 0,139   | 1                      | 0,021        | 3,795   |
| 19              | S          | S                  | 1     | 0,964        | 0,378   | 1                      | 0,036        | 2,911   |
| 20              | S          | S                  | 1     | 0,93         | 0,847   | 1                      | 0,07         | 1,961   |
| 21              | S          | S                  | 1     | 0,96         | 0,441   | 1                      | 0,04         | 2,743   |
| 22              | S          | S                  | 1     | 0,975        | 0,204   | 1                      | 0,025        | 3,493   |
| 23              | S          | S                  | 1     | 1            | 2,722   | 1                      | 0            | 15,766  |
| 24              | S          | S                  | 1     | 0,999        | 1,052   | 1                      | 0,001        | 11,197  |
| 25              | S          | S                  | 1     | 0,986        | 0,046   | 1                      | 0,014        | 4,434   |
| 26              | S          | S                  | 1     | 0,948        | 0,611   | 1                      | 0,052        | 2,369   |
| 27              | S          | S                  | 1     | 0,937        | 0,761   | 1                      | 0,063        | 2,097   |
| 28              | S          | S                  | 1     | 0,997        | 0,263   | 1                      | 0,003        | 8,031   |
| 29              | S          | S                  | 1     | 0,966        | 0,361   | 1                      | 0,034        | 2,958   |
| 30              | S          | S                  | 1     | 0,973        | 0,25  | 1                      | 0,027        | 3,317   |

| Número del caso | Grupo real | Grupo superior     |       |              |   | Segundo grupo superior |              |   |
|-----------------|------------|--------------------|-------|--------------|---|------------------------|--------------|---|
|                 |            | Grupo pronosticado | Grupo | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para | Grupo                  | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para centroide |
| 31              | S          | S                  | 1     | 0,976        | 0,189                                     | 1                      | 0,024        | 3,556   |
| 32              | S          | S                  | 1     | 0,977        | 0,185                                     | 1                      | 0,023        | 3,573   |
| 33              | S          | S                  | 1     | 0,997        | 0,221                                     | 1                      | 0,003        | 7,788   |
| 34              | S          | S                  | 1     | 0,944        | 0,676                                     | 1                      | 0,056        | 2,245   |
| 35              | S          | S                  | 1     | 0,997        | 0,24                                      | 1                      | 0,003        | 7,897   |
| 36              | S          | S                  | 1     | 0,995        | 0,058                                     | 1                      | 0,005        | 6,565   |
| 37              | S          | S                  | 1     | 0,94         | 0,725                                     | 1                      | 0,06         | 2,159   |
| 38              | S          | S                  | 1     | 0,996        | 0,094                                     | 1                      | 0,004        | 6,9   |
| 39              | S          | S                  | 1     | 0,999        | 0,658                                     | 1                      | 0,001        | 9,809   |
| 40              | S          | S                  | 1     | 1            | 2,57                                      | 1                      | 0            | 15,396  |
| 41              | S          | S                  | 1     | 0,932        | 0,828                                     | 1                      | 0,068        | 1,99  |
| 42              | Q          | S**                | 1     | 0,901        | 1,173                                     | 1                      | 0,099        | 1,532   |
| 43              | S          | S                  | 1     | 1            | 2,514                                     | 1                      | 0            | 15,258  |
| 44              | S          | S                  | 1     | 0,953        | 0,55                                      | 1                      | 0,047        | 2,494   |
| 45              | S          | S                  | 1     | 0,939        | 0,74                                      | 1                      | 0,061        | 2,133   |
| 46              | S          | S                  | 1     | 0,997        | 0,283                                     | 1                      | 0,003        | 8,14  |
| 47              | S          | S                  | 1     | 0,999        | 0,905                                     | 1                      | 0,001        | 10,706  |
| 48              | S          | S                  | 1     | 0,999        | 1,302                                     | 1                      | 0,001        | 11,984  |
| 49              | S          | S                  | 1     | 0,984        | 0,075                                     | 1                      | 0,016        | 4,189   |
| 50              | Q          | Q                  | 1     | 0,537        | 0,048                                     | 0                      | 0,463        | 4,414   |
| 51              | Q          | S**                | 1     | 0,894        | 1,252                                     | 1                      | 0,106        | 1,445   |
| 52              | S          | S                  | 1     | 0,998        | 0,346                                     | 1                      | 0,002        | 8,462   |
| 53              | S          | S                  | 1     | 0,979        | 0,147                                     | 1                      | 0,021        | 3,755   |
| 54              | S          | S                  | 1     | 0,984        | 0,075                                     | 1                      | 0,016        | 4,189   |
| 55              | S          | S                  | 1     | 0,968        | 0,316                                     | 1                      | 0,032        | 3,091   |
| 56              | S          | S                  | 1     | 0,968        | 0,32                                      | 1                      | 0,032        | 3,081   |
| 57              | S          | S                  | 1     | 0,983        | 0,09                                      | 1                      | 0,017        | 4,082   |

| Número del caso | Grupo real | Grupo superior     |       |              |   | Segundo grupo superior |              |   |
|-----------------|------------|--------------------|-------|--------------|---|------------------------|--------------|---|
|                 |            | Grupo pronosticado | Grupo | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para | Grupo                  | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para centroide |
| 58              | S          | S                  | 1     | 1            | 5,86                                      | 1                      | 0            | 22,482  |
| 59              | S          | S                  | 1     | 0,978        | 0,154                                     | 1                      | 0,022        | 3,717   |
| 60              | S          | S                  | 1     | 0,972        | 0,259                                     | 1                      | 0,028        | 3,282   |
| 61              | S          | S                  | 1     | 1            | 1,692                                     | 1                      | 0            | 13,117  |
| 62              | S          | S                  | 1     | 0,956        | 0,511                                     | 1                      | 0,044        | 2,579   |
| 63              | S          | S                  | 1     | 0,968        | 0,324                                     | 1                      | 0,032        | 3,069   |
| 64              | S          | S                  | 1     | 0,952        | 0,558                                     | 1                      | 0,048        | 2,477   |
| 65              | S          | S                  | 1     | 0,99         | 0,003                                     | 1                      | 0,01         | 5,122   |
| 66              | Q          | S**                | 1     | 0,742        | 2,502                                     | 1                      | 0,258        | 0,546   |
| 67              | Q          | S**                | 1     | 0,632        | 3,253                                     | 1                      | 0,368        | 0,267   |
| 68              | S          | S                  | 1     | 0,995        | 0,055                                     | 1                      | 0,005        | 6,532   |
| 69              | S          | S                  | 1     | 0,984        | 0,062                                     | 1                      | 0,016        | 4,289   |
| 70              | S          | S                  | 1     | 0,993        | 0,017                                     | 1                      | 0,007        | 6,007   |
| 71              | S          | S                  | 1     | 0,991        | 0,001                                     | 1                      | 0,009        | 5,265   |
| 72              | S          | S                  | 1     | 0,995        | 0,046                                     | 1                      | 0,005        | 6,425   |
| 73              | S          | S                  | 1     | 1            | 2,406                                     | 1                      | 0            | 14,991  |
| 74              | S          | S                  | 1     | 0,942        | 0,693                                     | 1                      | 0,058        | 2,214   |
| 75              | S          | S                  | 1     | 0,95         | 0,593                                     | 1                      | 0,05         | 2,404   |
| 76              | S          | S                  | 1     | 0,976        | 0,186                                     | 1                      | 0,024        | 3,57  |
| 77              | S          | S                  | 1     | 0,981        | 0,118                                     | 1                      | 0,019        | 3,912   |
| 78              | S          | S                  | 1     | 0,999        | 0,823                                     | 1                      | 0,001        | 10,42   |
| 79              | S          | S                  | 1     | 0,999        | 0,686                                     | 1                      | 0,001        | 9,915   |
| 80              | S          | S                  | 1     | 0,997        | 0,163                                     | 1                      | 0,003        | 7,422   |
| 81              | S          | S                  | 1     | 0,995        | 0,074                                     | 1                      | 0,005        | 6,723   |
| 82              | S          | S                  | 1     | 0,994        | 0,032                                     | 1                      | 0,006        | 6,25  |
| 83              | S          | S                  | 1     | 0,99         | 0,005                                     | 1                      | 0,01         | 5,062   |
| 84              | S          | S                  | 1     | 0,995        | 0,076                                     | 1                      | 0,005        | 6,746   |

| Número del caso | Grupo real | Grupo superior     |       |              |   | Segundo grupo superior |              |   |
|-----------------|------------|--------------------|-------|--------------|---|------------------------|--------------|---|
|                 |            | Grupo pronosticado | Grupo | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para | Grupo                  | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para centroide |
| 85              | S          | S                  | 1     | 0,962        | 0,421                                     | 1                      | 0,038        | 2,794   |
| 86              | S          | S                  | 1     | 0,984        | 0,075                                     | 1                      | 0,016        | 4,189   |
| 87              | S          | S                  | 1     | 0,984        | 0,067                                     | 1                      | 0,016        | 4,248   |
| 88              | S          | S                  | 1     | 0,987        | 0,03                                      | 1                      | 0,013        | 4,611   |
| 89              | S          | S                  | 1     | 0,998        | 0,495                                     | 1                      | 0,002        | 9,145   |
| 90              | S          | S                  | 1     | 0,998        | 0,305                                     | 1                      | 0,002        | 8,252   |
| 91              | S          | S                  | 1     | 0,96         | 0,446                                     | 1                      | 0,04         | 2,731   |
| 92              | S          | S                  | 1     | 0,941        | 0,717                                     | 1                      | 0,059        | 2,173   |
| 93              | S          | S                  | 1     | 0,991        | 0   | 1                      | 0,009        | 5,385   |
| 94              | Q          | Q                  | 1     | 0,938        | 0,785                                     | 0                      | 0,062        | 10,282  |
| 95              | Q          | Q                  | 1     | 1            | 13,049                                    | 0                      | 0            | 35,201  |
| 96              | Q          | Q                  | 1     | 0,636        | 0,002                                     | 0                      | 0,364        | 5,184   |
| 97              | S          | S                  | 1     | 1            | 2,519                                     | 1                      | 0            | 15,271  |
| 98              | S          | S                  | 1     | 0,945        | 0,655                                     | 1                      | 0,055        | 2,284   |
| 99              | S          | S                  | 1     | 0,952        | 0,566                                     | 1                      | 0,048        | 2,461   |
| 100             | Q          | S**                | 1     | 0,63         | 3,266                                     | 1                      | 0,37         | 0,264   |
| 101             | S          | S                  | 1     | 0,984        | 0,075                                     | 1                      | 0,016        | 4,189   |
| 102             | S          | S                  | 1     | 0,963        | 0,394                                     | 1                      | 0,037        | 2,867   |
| 103             | S          | S                  | 1     | 0,942        | 0,703                                     | 1                      | 0,058        | 2,197   |
| 104             | S          | S                  | 1     | 0,999        | 0,883                                     | 1                      | 0,001        | 10,629  |
| 105             | S          | S                  | 1     | 0,973        | 0,239                                     | 1                      | 0,027        | 3,354   |
| 106             | S          | S                  | 1     | 0,967        | 0,344                                     | 1                      | 0,033        | 3,007   |
| 107             | S          | S                  | 1     | 0,952        | 0,555                                     | 1                      | 0,048        | 2,483   |
| 108             | Q          | Q                  | 1     | 1            | 31,125                                    | 0                      | 0            | 62,406  |
| 109             | Q          | S**                | 1     | 0,935        | 0,786                                     | 1                      | 0,065        | 2,057   |
| 110             | S          | S                  | 1     | 0,965        | 0,366                                     | 1                      | 0,035        | 2,945   |
| 111             | S          | S                  | 1     | 0,999        | 1,008                                     | 1                      | 0,001        | 11,054  |

| Número del caso | Grupo real | Grupo superior     |       |              |   | Segundo grupo superior |              |   |
|-----------------|------------|--------------------|-------|--------------|---|------------------------|--------------|---|
|                 |            | Grupo pronosticado | Grupo | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para | Grupo                  | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para centroide |
| 112             | S          | S                  | 1     | 0,999        | 0,643                                     | 1                      | 0,001        | 9,751   |
| 113             | S          | S                  | 1     | 0,996        | 0,1                                       | 1                      | 0,004        | 6,95  |
| 114             | S          | S                  | 1     | 0,979        | 0,144                                     | 1                      | 0,021        | 3,77  |
| 115             | S          | S                  | 1     | 1            | 2,876                                     | 1                      | 0            | 16,134  |
| 116             | S          | S                  | 1     | 0,995        | 0,083                                     | 1                      | 0,005        | 6,802   |
| 117             | S          | S                  | 1     | 0,973        | 0,244                                     | 1                      | 0,027        | 3,339   |
| 118             | S          | S                  | 1     | 0,977        | 0,173                                     | 1                      | 0,023        | 3,627   |
| 119             | S          | S                  | 1     | 0,996        | 0,101                                     | 1                      | 0,004        | 6,962   |
| 120             | S          | S                  | 1     | 0,983        | 0,079                                     | 1                      | 0,017        | 4,164   |
| 121             | S          | S                  | 1     | 0,98         | 0,122                                     | 1                      | 0,02         | 3,888   |
| 122             | S          | S                  | 1     | 0,994        | 0,023                                     | 1                      | 0,006        | 6,113   |
| 123             | S          | S                  | 1     | 1            | 2,289                                     | 1                      | 0            | 14,697  |
| 124             | S          | S                  | 1     | 0,998        | 0,572                                     | 1                      | 0,002        | 9,469   |
| 125             | S          | S                  | 1     | 0,998        | 0,339                                     | 1                      | 0,002        | 8,425   |
| 126             | S          | S                  | 1     | 1            | 1,564                                     | 1                      | 0            | 12,755  |
| 127             | S          | S                  | 1     | 0,973        | 0,247                                     | 1                      | 0,027        | 3,325   |
| 128             | S          | S                  | 1     | 0,998        | 0,426                                     | 1                      | 0,002        | 8,84  |
| 129             | S          | S                  | 1     | 0,954        | 0,531                                     | 1                      | 0,046        | 2,534   |
| 130             | S          | S                  | 1     | 0,946        | 0,647                                     | 1                      | 0,054        | 2,299   |
| 131             | S          | S                  | 1     | 0,922        | 0,951                                     | 1                      | 0,078        | 1,811   |
| 132             | S          | S                  | 1     | 0,996        | 0,1                                       | 1                      | 0,004        | 6,954   |
| 133             | S          | S                  | 1     | 0,989        | 0,013                                     | 1                      | 0,011        | 4,874   |
| 134             | S          | S                  | 1     | 0,983        | 0,091                                     | 1                      | 0,017        | 4,08  |
| 135             | S          | S                  | 1     | 1            | 7,146                                     | 1                      | 0            | 24,94   |
| 136             | S          | S                  | 1     | 0,992        | 0,002                                     | 1                      | 0,008        | 5,598   |
| 137             | S          | S                  | 1     | 0,964        | 0,377                                     | 1                      | 0,036        | 2,914   |
| 138             | S          | S                  | 1     | 0,953        | 0,545                                     | 1                      | 0,047        | 2,505   |

| Número del caso | Grupo real | Grupo superior     |       |              |   | Segundo grupo superior |              |   |
|-----------------|------------|--------------------|-------|--------------|---|------------------------|--------------|---|
|                 |            | Grupo pronosticado | Grupo | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para | Grupo                  | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para centroide |
| 139             | S          | S                  | 1     | 0,984        | 0,073                                     | 1                      | 0,016        | 4,204   |
| 140             | S          | S                  | 1     | 0,966        | 0,359                                     | 1                      | 0,034        | 2,964   |
| 141             | S          | S                  | 1     | 0,956        | 0,5                                       | 1                      | 0,044        | 2,604   |
| 142             | S          | S                  | 1     | 0,99         | 0,006                                     | 1                      | 0,01         | 5,042   |
| 143             | S          | S                  | 1     | 0,946        | 0,64                                      | 1                      | 0,054        | 2,312   |
| 144             | S          | S                  | 1     | 0,999        | 0,957                                     | 1                      | 0,001        | 10,882  |
| 145             | S          | S                  | 1     | 0,939        | 0,739                                     | 1                      | 0,061        | 2,136   |
| 146             | S          | S                  | 1     | 0,99         | 0,002                                     | 1                      | 0,01         | 5,172   |
| 147             | S          | S                  | 1     | 0,99         | 0,002                                     | 1                      | 0,01         | 5,17  |
| 148             | S          | S                  | 1     | 0,915        | 1,021                                     | 1                      | 0,085        | 1,717   |
| 149             | S          | S                  | 1     | 0,994        | 0,037                                     | 1                      | 0,006        | 6,318   |
| 150             | S          | S                  | 1     | 0,991        | 0   | 1                      | 0,009        | 5,325   |
| 151             | S          | S                  | 1     | 0,952        | 0,556                                     | 1                      | 0,048        | 2,481   |
| 152             | S          | S                  | 1     | 0,948        | 0,62                                      | 1                      | 0,052        | 2,35  |
| 153             | S          | S                  | 1     | 1            | 2,611                                     | 1                      | 0            | 15,498  |
| 154             | S          | S                  | 1     | 0,998        | 0,577                                     | 1                      | 0,002        | 9,487   |
| 155             | S          | S                  | 1     | 0,993        | 0,009                                     | 1                      | 0,007        | 5,826   |
| 156             | S          | S                  | 1     | 0,998        | 0,43                                      | 1                      | 0,002        | 8,86  |
| 157             | S          | S                  | 1     | 0,991        | 0,001                                     | 1                      | 0,009        | 5,263   |
| 158             | S          | S                  | 1     | 1            | 6,853                                     | 1                      | 0            | 24,39   |
| 159             | S          | S                  | 1     | 0,963        | 0,395                                     | 1                      | 0,037        | 2,863   |
| 160             | S          | S                  | 1     | 0,85         | 1,661                                     | 1                      | 0,15         | 1,065   |
| 161             | S          | S                  | 1     | 0,889        | 1,302                                     | 1                      | 0,111        | 1,392   |
| 162             | S          | S                  | 1     | 0,95         | 0,59                                      | 1                      | 0,05         | 2,41  |
| 163             | S          | S                  | 1     | 0,986        | 0,044                                     | 1                      | 0,014        | 4,454   |
| 164             | S          | S                  | 1     | 0,937        | 0,767                                     | 1                      | 0,063        | 2,087   |
| 165             | Q          | Q                  | 1     | 0,567        | 0,028                                     | 0                      | 0,433        | 4,636   |

| Número del caso | Grupo real | Grupo superior     |       |              |   | Segundo grupo superior |              |   |
|-----------------|------------|--------------------|-------|--------------|---|------------------------|--------------|---|
|                 |            | Grupo pronosticado | Grupo | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para | Grupo                  | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para centroide |
| 166             | S          | S                  | 1     | 0,993        | 0,006                                     | 1                      | 0,007        | 5,736   |
| 167             | S          | S                  | 1     | 0,983        | 0,085                                     | 1                      | 0,017        | 4,121   |
| 168             | S          | S                  | 1     | 1            | 3,044                                     | 1                      | 0            | 16,527  |
| 169             | S          | S                  | 1     | 0,999        | 0,945                                     | 1                      | 0,001        | 10,842  |
| 170             | S          | S                  | 1     | 0,933        | 0,811                                     | 1                      | 0,067        | 2,017   |
| 171             | S          | S                  | 1     | 0,984        | 0,073                                     | 1                      | 0,016        | 4,204   |
| 172             | S          | S                  | 1     | 0,997        | 0,214                                     | 1                      | 0,003        | 7,748   |
| 173             | S          | S                  | 1     | 0,997        | 0,258                                     | 1                      | 0,003        | 8,003   |
| 174             | S          | S                  | 1     | 0,937        | 0,762                                     | 1                      | 0,063        | 2,096   |
| 175             | S          | S                  | 1     | 0,992        | 0,002                                     | 1                      | 0,008        | 5,6   |
| 176             | S          | S                  | 1     | 0,955        | 0,519                                     | 1                      | 0,045        | 2,561   |
| 177             | S          | S                  | 1     | 0,965        | 0,369                                     | 1                      | 0,035        | 2,936   |
| 178             | S          | S                  | 1     | 0,992        | 0,004                                     | 1                      | 0,008        | 5,685   |
| 179             | S          | S                  | 1     | 0,984        | 0,069                                     | 1                      | 0,016        | 4,239   |
| 180             | Q          | S**                | 1     | 0,932        | 0,829                                     | 1                      | 0,068        | 1,989   |
| 181             | S          | S                  | 1     | 0,982        | 0,097                                     | 1                      | 0,018        | 4,037   |
| 182             | S          | S                  | 1     | 0,998        | 0,347                                     | 1                      | 0,002        | 8,469   |
| 183             | S          | S                  | 1     | 0,933        | 0,81                                      | 1                      | 0,067        | 2,019   |
| 184             | S          | S                  | 1     | 0,986        | 0,038                                     | 1                      | 0,014        | 4,517   |
| 185             | S          | S                  | 1     | 1            | 3,434                                     | 1                      | 0            | 17,422  |
| 186             | S          | S                  | 1     | 0,983        | 0,08                                      | 1                      | 0,017        | 4,153   |
| 187             | S          | S                  | 1     | 0,999        | 1,188                                     | 1                      | 0,001        | 11,632  |
| 188             | Q          | Q                  | 1     | 0,518        | 0,064                                     | 0                      | 0,482        | 4,276   |
| 189             | S          | S                  | 1     | 0,946        | 0,643                                     | 1                      | 0,054        | 2,307   |
| 190             | S          | S                  | 1     | 1            | 1,616                                     | 1                      | 0            | 12,903  |
| 191             | S          | S                  | 1     | 0,947        | 0,634                                     | 1                      | 0,053        | 2,325   |
| 192             | Q          | S**                | 1     | 0,932        | 0,827                                     | 1                      | 0,068        | 1,991   |
| 193             | S          | S                  | 1     | 1            | 2,343                                     | 1                      | 0            | 14,833  |
| 194             | S          | S                  | 1     | 0,989        | 0,012                                     | 1                      | 0,011        | 4,899   |
| 195             | S          | S                  | 1     | 0,949        | 0,608                                     | 1                      | 0,051        | 2,375   |
| 196             | S          | S                  | 1     | 0,939        | 0,74                                      | 1                      | 0,061        | 2,132   |
| 197             | S          | S                  | 1     | 0,992        | 0   | 1                      | 0,008        | 5,466   |
| 198             | S          | S                  | 1     | 1            | 10,612                                    | 1                      | 0            | 31,118  |
| 199             | S          | S                  | 1     | 0,997        | 0,258                                     | 1                      | 0,003        | 8,002   |



| Número del caso | Grupo real | Grupo superior     |       |              |   | Segundo grupo superior |              |   |
|-----------------|------------|--------------------|-------|--------------|---|------------------------|--------------|---|
|                 |            | Grupo pronosticado | Grupo | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para | Grupo                  | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para centroide |
| 200             | S          | S                  | 1     | 0,986        | 0,036                                     | 1                      | 0,014        | 4,546   |
| 201             | S          | S                  | 1     | 0,953        | 0,551                                     | 1                      | 0,047        | 2,491   |
| 202             | S          | S                  | 1     | 0,958        | 0,47                                      | 1                      | 0,042        | 2,674   |
| 203             | S          | S                  | 1     | 0,973        | 0,246                                     | 1                      | 0,027        | 3,33  |
| 204             | S          | S                  | 1     | 0,984        | 0,075                                     | 1                      | 0,016        | 4,189   |
| 205             | Q          | S**                | 1     | 0,933        | 0,815                                     | 1                      | 0,067        | 2,011   |
| 206             | S          | S                  | 1     | 0,993        | 0,016                                     | 1                      | 0,007        | 5,987   |
| 207             | Q          | S**                | 1     | 0,932        | 0,826                                     | 1                      | 0,068        | 1,993   |
| 208             | S          | S                  | 1     | 0,984        | 0,075                                     | 1                      | 0,016        | 4,189   |
| 209             | S          | S                  | 1     | 0,974        | 0,22                                      | 1                      | 0,026        | 3,428   |
| 210             | Q          | S**                | 1     | 0,891        | 1,276                                     | 1                      | 0,109        | 1,419   |
| 211             | Q          | S**                | 1     | 0,933        | 0,81                                      | 1                      | 0,067        | 2,018   |
| 212             | S          | S                  | 1     | 0,989        | 0,01                                      | 1                      | 0,011        | 4,933   |
| 213             | Q          | Q                  | 1     | 0,984        | 2,223                                     | 0                      | 0,016        | 14,528  |
| 214             | Q          | Q                  | 1     | 1            | 11,377                                    | 0                      | 0            | 32,419  |
| 215             | Q          | Q                  | 1     | 0,997        | 5,018                                     | 0                      | 0,003        | 20,802  |
| 216             | S          | S                  | 1     | 0,984        | 0,075                                     | 1                      | 0,016        | 4,189   |

### Anexo E. Resumen de la validación de la función discriminante

| Número del caso | Grupo real | Grupo superior     |       |              |   | Segundo grupo superior |              |   |
|-----------------|------------|--------------------|-------|--------------|---|------------------------|--------------|---|
|                 |            | Grupo pronosticado | Grupo | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para centroide | Grupo                  | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para centroide |
| 1               | S          | S                  | 2     | 0,983        | 1,375   | 1                      | 0,017        | 5,43  |
| 2               | S          | S                  | 2     | 0,971        | 0,77  | 1                      | 0,029        | 3,749   |
| 3               | S          | S                  | 2     | 0,972        | 0,413   | 1                      | 0,028        | 3,43  |
| 4               | S          | S                  | 2     | 1            | 11,702  | 1                      | 0            | 27,274  |
| 5               | S          | S                  | 2     | 0,999        | 2,652   | 1                      | 0,001        | 12,543  |
| 6               | S          | S                  | 2     | 0,995        | 0,849   | 1                      | 0,005        | 7,36  |
| 7               | S          | S                  | 2     | 0,983        | 0,076   | 1                      | 0,017        | 4,171   |
| 8               | S          | S                  | 2     | 0,991        | 0,031   | 1                      | 0,009        | 5,442   |
| 9               | S          | S                  | 2     | 0,981        | 0,108   | 1                      | 0,019        | 3,964   |
| 10              | S          | S                  | 2     | 0,998        | 0,588   | 1                      | 0,002        | 8,569   |
| 11              | S          | S                  | 2     | 0,991        | 1,234   | 1                      | 0,009        | 6,542   |
| 12              | Q          | S**                | 2     | 0,942        | 1,926   | 1                      | 0,058        | 3,432   |
| 13              | Q          | S**                | 2     | 0,806        | 2,61  | 1                      | 0,194        | 1,392   |
| 14              | Q          | S**                | 2     | 0,526        | 5,209   | 1                      | 0,474        | 1,348   |
| 15              | S          | S                  | 2     | 0,959        | 0,926   | 1                      | 0,041        | 3,148   |
| 16              | S          | S                  | 2     | 0,949        | 1,325   | 1                      | 0,051        | 3,085   |
| 17              | S          | S                  | 2     | 0,968        | 0,558   | 1                      | 0,032        | 3,312   |
| 18              | S          | S                  | 2     | 0,979        | 0,167   | 1                      | 0,021        | 3,807   |
| 19              | S          | S                  | 2     | 0,964        | 0,922   | 1                      | 0,036        | 3,431   |
| 20              | S          | S                  | 2     | 0,93         | 0,886   | 1                      | 0,07         | 1,99  |
| 21              | S          | S                  | 2     | 0,96         | 0,843   | 1                      | 0,04         | 3,124   |
| 22              | S          | S                  | 2     | 0,975        | 0,218   | 1                      | 0,025        | 3,492   |
| 23              | S          | S                  | 2     | 1            | 2,952   | 1                      | 0            | 16,078  |
| 24              | S          | S                  | 2     | 0,999        | 1,612   | 1                      | 0,001        | 11,756  |
| 25              | S          | S                  | 2     | 0,985        | 0,077   | 1                      | 0,015        | 4,444   |
| 26              | S          | S                  | 2     | 0,948        | 0,617   | 1                      | 0,052        | 2,365   |
| 27              | S          | S                  | 2     | 0,936        | 1,8   | 1                      | 0,064        | 3,096   |
| 28              | S          | S                  | 2     | 0,997        | 2,053   | 1                      | 0,003        | 9,792   |
| 29              | S          | S                  | 2     | 0,965        | 0,668   | 1                      | 0,035        | 3,247   |
| 30              | S          | S                  | 2     | 0,972        | 0,396   | 1                      | 0,028        | 3,447   |

| Número del caso | Grupo real | Grupo superior     |       |              |   | Segundo grupo superior |              |   |
|-----------------|------------|--------------------|-------|--------------|---|------------------------|--------------|---|
|                 |            | Grupo pronosticado | Grupo | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para | Grupo                  | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para centroide |
| 31              | S          | S                  | 2     | 0,976        | 0,2                                       | 1                      | 0,024        | 3,553   |
| 32              | S          | S                  | 2     | 0,976        | 0,256                                     | 1                      | 0,024        | 3,627   |
| 33              | S          | S                  | 2     | 0,997        | 3,797                                     | 1                      | 0,003        | 11,334  |
| 34              | S          | S                  | 2     | 0,943        | 0,798                                     | 1                      | 0,057        | 2,354   |
| 35              | S          | S                  | 2     | 0,997        | 0,473                                     | 1                      | 0,003        | 8,101   |
| 36              | S          | S                  | 2     | 0,995        | 0,159                                     | 1                      | 0,005        | 6,635   |
| 37              | S          | S                  | 2     | 0,94         | 0,86                                      | 1                      | 0,06         | 2,28  |
| 38              | S          | S                  | 2     | 0,996        | 0,221                                     | 1                      | 0,004        | 6,997   |
| 39              | S          | S                  | 2     | 0,999        | 4,098                                     | 1                      | 0,001        | 13,253  |
| 40              | S          | S                  | 2     | 1            | 3,989                                     | 1                      | 0            | 16,918  |
| 41              | S          | S                  | 2     | 0,931        | 0,858                                     | 1                      | 0,069        | 2,009   |
| 42              | Q          | S**                | 2     | 0,916        | 3,011                                     | 1                      | 0,084        | 3,715   |
| 43              | S          | S                  | 2     | 1            | 4,074                                     | 1                      | 0            | 16,92   |
| 44              | S          | S                  | 2     | 0,952        | 1,181                                     | 1                      | 0,048        | 3,099   |
| 45              | S          | S                  | 2     | 0,938        | 1,735                                     | 1                      | 0,062        | 3,091   |
| 46              | S          | S                  | 2     | 0,997        | 0,531                                     | 1                      | 0,003        | 8,359   |
| 47              | S          | S                  | 2     | 0,999        | 1,487                                     | 1                      | 0,001        | 11,28   |
| 48              | S          | S                  | 2     | 0,999        | 7,258                                     | 1                      | 0,001        | 18,027  |
| 49              | S          | S                  | 2     | 0,983        | 0,076                                     | 1                      | 0,017        | 4,171   |
| 50              | Q          | Q                  | 2     | 0,528        | 0,659                                     | 0                      | 0,472        | 4,95  |
| 51              | Q          | S**                | 2     | 0,901        | 1,52                                      | 1                      | 0,099        | 1,867   |
| 52              | S          | S                  | 2     | 0,998        | 5,323                                     | 1                      | 0,002        | 13,422  |
| 53              | S          | S                  | 2     | 0,979        | 0,487                                     | 1                      | 0,021        | 4,073   |
| 54              | S          | S                  | 2     | 0,983        | 0,076                                     | 1                      | 0,017        | 4,171   |
| 55              | S          | S                  | 2     | 0,968        | 0,556                                     | 1                      | 0,032        | 3,313   |
| 56              | S          | S                  | 2     | 0,968        | 0,564                                     | 1                      | 0,032        | 3,308   |
| 57              | S          | S                  | 2     | 0,982        | 0,093                                     | 1                      | 0,018        | 4,066   |
| 58              | S          | S                  | 2     | 1            | 6,364                                     | 1                      | 0            | 23,326  |
| 59              | S          | S                  | 2     | 0,978        | 0,195                                     | 1                      | 0,022        | 3,741   |
| 60              | S          | S                  | 2     | 0,972        | 0,418                                     | 1                      | 0,028        | 3,425   |

| Número del caso | Grupo real | Grupo superior     |       |              |   | Segundo grupo superior |              |   |
|-----------------|------------|--------------------|-------|--------------|---|------------------------|--------------|---|
|                 |            | Grupo pronosticado | Grupo | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para centroide | Grupo                  | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para centroide |
| 61              | S          | S                  | 2     | 1            | 1,723   | 1                      | 0            | 13,167  |
| 62              | S          | S                  | 2     | 0,955        | 1,071   | 1                      | 0,045        | 3,115   |
| 63              | S          | S                  | 2     | 0,968        | 0,81  | 1                      | 0,032        | 3,532   |
| 64              | S          | S                  | 2     | 0,952        | 1,203   | 1                      | 0,048        | 3,096   |
| 65              | S          | S                  | 2     | 0,99         | 0,137   | 1                      | 0,01         | 5,23  |
| 66              | Q          | S**                | 2     | 0,753        | 3,133   | 1                      | 0,247        | 1,294   |
| 67              | Q          | S**                | 2     | 0,646        | 4,116   | 1                      | 0,354        | 1,249   |
| 68              | S          | S                  | 2     | 0,995        | 1,23  | 1                      | 0,005        | 7,671   |
| 69              | S          | S                  | 2     | 0,984        | 0,074   | 1                      | 0,016        | 4,281   |
| 70              | S          | S                  | 2     | 0,993        | 0,078   | 1                      | 0,007        | 6,041   |
| 71              | S          | S                  | 2     | 0,991        | 0,024   | 1                      | 0,009        | 5,263   |
| 72              | S          | S                  | 2     | 0,995        | 0,136   | 1                      | 0,005        | 6,486   |
| 73              | S          | S                  | 2     | 1            | 12,62   | 1                      | 0            | 25,501  |
| 74              | S          | S                  | 2     | 0,941        | 1,597   | 1                      | 0,059        | 3,083   |
| 75              | S          | S                  | 2     | 0,949        | 1,304   | 1                      | 0,051        | 3,087   |
| 76              | S          | S                  | 2     | 0,976        | 0,258   | 1                      | 0,024        | 3,625   |
| 77              | S          | S                  | 2     | 0,981        | 0,353   | 1                      | 0,019        | 4,126   |
| 78              | S          | S                  | 2     | 0,999        | 3,536   | 1                      | 0,001        | 13,142  |
| 79              | S          | S                  | 2     | 0,999        | 2,483   | 1                      | 0,001        | 11,705  |
| 80              | S          | S                  | 2     | 0,996        | 0,901   | 1                      | 0,004        | 8,128   |
| 81              | S          | S                  | 2     | 0,995        | 0,733   | 1                      | 0,005        | 7,349   |
| 82              | S          | S                  | 2     | 0,994        | 0,11  | 1                      | 0,006        | 6,299   |
| 83              | S          | S                  | 2     | 0,99         | 0,02  | 1                      | 0,01         | 5,054   |
| 84              | S          | S                  | 2     | 0,995        | 0,191   | 1                      | 0,005        | 6,831   |
| 85              | S          | S                  | 2     | 0,961        | 0,479   | 1                      | 0,039        | 2,839   |
| 86              | S          | S                  | 2     | 0,983        | 0,076   | 1                      | 0,017        | 4,171   |
| 87              | S          | S                  | 2     | 0,984        | 0,068   | 1                      | 0,016        | 4,229   |
| 88              | S          | S                  | 2     | 0,987        | 0,034   | 1                      | 0,013        | 4,594   |
| 89              | S          | S                  | 2     | 0,998        | 0,862   | 1                      | 0,002        | 9,488   |

| Número del caso | Grupo real | Grupo superior     |       |              |   |       | Segundo grupo superior |   |
|-----------------|------------|--------------------|-------|--------------|---|-------|------------------------|---|
|                 |            | Grupo pronosticado | Grupo | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para centroide | Grupo | Probabilidad           | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para centroide |
| 90              | S          | S                  | 2     | 0,998        | 2,276   | 1     | 0,002                  | 10,198  |
| 91              | S          | S                  | 2     | 0,96         | 0,509   | 1     | 0,04                   | 2,782   |
| 92              | S          | S                  | 2     | 0,94         | 0,849   | 1     | 0,06                   | 2,292   |
| 93              | S          | S                  | 2     | 0,991        | 0,028   | 1     | 0,009                  | 5,388   |
| 94              | Q          | Q                  | 2     | 0,936        | 0,863   | 0     | 0,064                  | 10,285  |
| 95              | Q          | Q                  | 2     | 1            | 18,281  | 0     | 0                      | 40,641  |
| 96              | Q          | Q                  | 2     | 0,631        | 0,182   | 0     | 0,369                  | 5,326   |
| 97              | S          | S                  | 2     | 1            | 6,779   | 1     | 0                      | 19,699  |
| 98              | S          | S                  | 2     | 0,945        | 0,771   | 1     | 0,055                  | 2,387   |
| 99              | S          | S                  | 2     | 0,951        | 0,658   | 1     | 0,049                  | 2,541   |
| 100             | Q          | S**                | 2     | 0,641        | 3,926   | 1     | 0,359                  | 1,022   |
| 101             | S          | S                  | 2     | 0,983        | 0,076   | 1     | 0,017                  | 4,171   |
| 102             | S          | S                  | 2     | 0,963        | 0,445   | 1     | 0,037                  | 2,906   |
| 103             | S          | S                  | 2     | 0,941        | 1,626   | 1     | 0,059                  | 3,084   |
| 104             | S          | S                  | 2     | 0,999        | 4,905   | 1     | 0,001                  | 14,677  |
| 105             | S          | S                  | 2     | 0,973        | 1,631   | 1     | 0,027                  | 4,703   |
| 106             | S          | S                  | 2     | 0,966        | 0,625   | 1     | 0,034                  | 3,27  |
| 107             | S          | S                  | 2     | 0,952        | 1,195   | 1     | 0,048                  | 3,097   |
| 108             | Q          | Q                  | 2     | 1            | 54,513  | 0     | 0                      | 88,718  |
| 109             | Q          | S**                | 2     | 0,944        | 1,839   | 1     | 0,056                  | 3,419   |
| 110             | S          | S                  | 2     | 0,965        | 0,681   | 1     | 0,035                  | 3,241   |
| 111             | S          | S                  | 2     | 0,999        | 1,643   | 1     | 0,001                  | 11,687  |
| 112             | S          | S                  | 2     | 0,999        | 1,883   | 1     | 0,001                  | 10,977  |
| 113             | S          | S                  | 2     | 0,996        | 0,456   | 1     | 0,004                  | 7,276   |
| 114             | S          | S                  | 2     | 0,979        | 0,149   | 1     | 0,021                  | 3,759   |
| 115             | S          | S                  | 2     | 1            | 14,931  | 1     | 0                      | 28,594  |
| 116             | S          | S                  | 2     | 0,995        | 1,62  | 1     | 0,005                  | 8,303   |
| 117             | S          | S                  | 2     | 0,973        | 0,302   | 1     | 0,027                  | 3,382   |
| 118             | S          | S                  | 2     | 0,977        | 1,617   | 1     | 0,023                  | 5,027   |
| 119             | S          | S                  | 2     | 0,996        | 0,234   | 1     | 0,004                  | 7,064   |

| Número del caso | Grupo real | Grupo superior     |       |              |   | Segundo grupo superior |              |   |
|-----------------|------------|--------------------|-------|--------------|---|------------------------|--------------|---|
|                 |            | Grupo pronosticado | Grupo | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para centroide | Grupo                  | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para centroide |
| 120             | S          | S                  | 2     | 0,983        | 0,079   | 1                      | 0,017        | 4,146   |
| 121             | S          | S                  | 2     | 0,98         | 0,125   | 1                      | 0,02         | 3,874   |
| 122             | S          | S                  | 2     | 0,994        | 0,091   | 1                      | 0,006        | 6,152   |
| 123             | S          | S                  | 2     | 1            | 3,55  | 1                      | 0            | 16,038  |
| 124             | S          | S                  | 2     | 0,998        | 0,606   | 1                      | 0,002        | 9,48  |
| 125             | S          | S                  | 2     | 0,998        | 0,495   | 1                      | 0,002        | 8,553   |
| 126             | S          | S                  | 2     | 1            | 2,062   | 1                      | 0            | 13,275  |
| 127             | S          | S                  | 2     | 0,972        | 0,263   | 1                      | 0,028        | 3,327   |
| 128             | S          | S                  | 2     | 0,998        | 6,844   | 1                      | 0,002        | 15,254  |
| 129             | S          | S                  | 2     | 0,954        | 0,615   | 1                      | 0,046        | 2,606   |
| 130             | S          | S                  | 2     | 0,945        | 0,761   | 1                      | 0,055        | 2,4   |
| 131             | S          | S                  | 2     | 0,921        | 1,005   | 1                      | 0,079        | 1,854   |
| 132             | S          | S                  | 2     | 0,996        | 0,232   | 1                      | 0,004        | 7,055   |
| 133             | S          | S                  | 2     | 0,988        | 0,857   | 1                      | 0,012        | 5,686   |
| 134             | S          | S                  | 2     | 0,982        | 0,091   | 1                      | 0,018        | 4,063   |
| 135             | S          | S                  | 2     | 1            | 9,1   | 1                      | 0            | 27,428  |
| 136             | S          | S                  | 2     | 0,992        | 0,04  | 1                      | 0,008        | 5,61  |
| 137             | S          | S                  | 2     | 0,964        | 0,424   | 1                      | 0,036        | 2,949   |
| 138             | S          | S                  | 2     | 0,953        | 0,632   | 1                      | 0,047        | 2,58  |
| 139             | S          | S                  | 2     | 0,984        | 0,074   | 1                      | 0,016        | 4,186   |
| 140             | S          | S                  | 2     | 0,965        | 0,402   | 1                      | 0,035        | 2,995   |
| 141             | S          | S                  | 2     | 0,956        | 0,576   | 1                      | 0,044        | 2,668   |
| 142             | S          | S                  | 2     | 0,989        | 0,995   | 1                      | 0,011        | 5,996   |
| 143             | S          | S                  | 2     | 0,946        | 1,441   | 1                      | 0,054        | 3,081   |
| 144             | S          | S                  | 2     | 0,999        | 8,329   | 1                      | 0,001        | 18,322  |
| 145             | S          | S                  | 2     | 0,939        | 0,877   | 1                      | 0,061        | 2,261   |
| 146             | S          | S                  | 2     | 0,99         | 3,316   | 1                      | 0,01         | 8,423   |
| 147             | S          | S                  | 2     | 0,99         | 0,259   | 1                      | 0,01         | 5,4   |
| 148             | S          | S                  | 2     | 0,914        | 1,591   | 1                      | 0,086        | 2,258   |
| 149             | S          | S                  | 2     | 0,994        | 2,284   | 1                      | 0,006        | 8,521   |

| Número del caso | Grupo real | Grupo superior     |       |              |   | Segundo grupo superior |              |   |
|-----------------|------------|--------------------|-------|--------------|---|------------------------|--------------|---|
|                 |            | Grupo pronosticado | Grupo | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para centroide | Grupo                  | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para centroide |
| 150             | S          | S                  | 2     | 0,991        | 1,715   | 1                      | 0,009        | 6,996   |
| 151             | S          | S                  | 2     | 0,952        | 1,198   | 1                      | 0,048        | 3,096   |
| 152             | S          | S                  | 2     | 0,947        | 1,383   | 1                      | 0,053        | 3,083   |
| 153             | S          | S                  | 2     | 1            | 9,081   | 1                      | 0            | 22,198  |
| 154             | S          | S                  | 2     | 0,998        | 2,26  | 1                      | 0,002        | 11,157  |
| 155             | S          | S                  | 2     | 0,993        | 0,623   | 1                      | 0,007        | 6,408   |
| 156             | S          | S                  | 2     | 0,998        | 2,939   | 1                      | 0,002        | 11,351  |
| 157             | S          | S                  | 2     | 0,991        | 0,024   | 1                      | 0,009        | 5,261   |
| 158             | S          | S                  | 2     | 1            | 15,023  | 1                      | 0            | 33,354  |
| 159             | S          | S                  | 2     | 0,963        | 0,758   | 1                      | 0,037        | 3,206   |
| 160             | S          | S                  | 2     | 0,848        | 2,067   | 1                      | 0,152        | 1,438   |
| 161             | S          | S                  | 2     | 0,887        | 1,786   | 1                      | 0,113        | 1,845   |
| 162             | S          | S                  | 2     | 0,949        | 1,296   | 1                      | 0,051        | 3,087   |
| 163             | S          | S                  | 2     | 0,986        | 0,289   | 1                      | 0,014        | 4,676   |
| 164             | S          | S                  | 2     | 0,936        | 0,914   | 1                      | 0,064        | 2,22  |
| 165             | Q          | Q                  | 2     | 0,563        | 0,12  | 0                      | 0,437        | 4,697   |
| 166             | S          | S                  | 2     | 0,992        | 1,06  | 1                      | 0,008        | 6,754   |
| 167             | S          | S                  | 2     | 0,983        | 1,585   | 1                      | 0,017        | 5,578   |
| 168             | S          | S                  | 2     | 1            | 3,602   | 1                      | 0            | 17,199  |
| 169             | S          | S                  | 2     | 0,999        | 3,54  | 1                      | 0,001        | 13,453  |
| 170             | S          | S                  | 2     | 0,933        | 0,966   | 1                      | 0,067        | 2,159   |
| 171             | S          | S                  | 2     | 0,984        | 0,087   | 1                      | 0,016        | 4,199   |
| 172             | S          | S                  | 2     | 0,997        | 0,339   | 1                      | 0,003        | 7,843   |
| 173             | S          | S                  | 2     | 0,997        | 0,971   | 1                      | 0,003        | 8,687   |
| 174             | S          | S                  | 2     | 0,937        | 0,907   | 1                      | 0,063        | 2,227   |
| 175             | S          | S                  | 2     | 0,992        | 3,783   | 1                      | 0,008        | 9,319   |
| 176             | S          | S                  | 2     | 0,955        | 0,6   | 1                      | 0,045        | 2,63  |
| 177             | S          | S                  | 2     | 0,965        | 0,434   | 1                      | 0,035        | 2,989   |
| 178             | S          | S                  | 2     | 0,992        | 1,405   | 1                      | 0,008        | 7,046   |
| 179             | S          | S                  | 2     | 0,984        | 0,233   | 1                      | 0,016        | 4,381   |

| Número del caso | Grupo real | Grupo superior     |       |              |   | Segundo grupo superior |              |   |
|-----------------|------------|--------------------|-------|--------------|---|------------------------|--------------|---|
|                 |            | Grupo pronosticado | Grupo | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para centroide | Grupo                  | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para centroide |
| 180             | Q          | S**                | 2     | 0,941        | 1,966   | 1                      | 0,059        | 3,438   |
| 181             | S          | S                  | 2     | 0,982        | 0,19  | 1                      | 0,018        | 4,111   |
| 182             | S          | S                  | 2     | 0,998        | 0,635   | 1                      | 0,002        | 8,728   |
| 183             | S          | S                  | 2     | 0,933        | 0,997   | 1                      | 0,067        | 2,191   |
| 184             | S          | S                  | 2     | 0,986        | 1,715   | 1                      | 0,014        | 6,149   |
| 185             | S          | S                  | 2     | 1            | 5,292   | 1                      | 0            | 19,459  |
| 186             | S          | S                  | 2     | 0,983        | 0,344   | 1                      | 0,017        | 4,394   |
| 187             | S          | S                  | 2     | 0,999        | 1,914   | 1                      | 0,001        | 12,365  |
| 188             | Q          | S**                | 2     | 0,502        | 5,735   | 1                      | 0,498        | 1,682   |
| 189             | S          | S                  | 2     | 0,945        | 1,45  | 1                      | 0,055        | 3,081   |
| 190             | S          | S                  | 2     | 1            | 5,838   | 1                      | 0            | 17,213  |
| 191             | S          | S                  | 2     | 0,946        | 1,422   | 1                      | 0,054        | 3,082   |
| 192             | Q          | S**                | 2     | 0,938        | 0,982   | 1                      | 0,062        | 2,34  |
| 193             | S          | S                  | 2     | 1            | 3,648   | 1                      | 0            | 16,222  |
| 194             | S          | S                  | 2     | 0,989        | 0,132   | 1                      | 0,011        | 4,996   |
| 195             | S          | S                  | 2     | 0,948        | 1,346   | 1                      | 0,052        | 3,084   |
| 196             | S          | S                  | 2     | 0,938        | 1,737   | 1                      | 0,062        | 3,091   |
| 197             | S          | S                  | 2     | 0,991        | 0,243   | 1                      | 0,009        | 5,68  |
| 198             | S          | S                  | 2     | 1            | 17,008  | 1                      | 0            | 38,725  |
| 199             | S          | S                  | 2     | 0,997        | 3,464   | 1                      | 0,003        | 11,18   |



| Número del caso | Grupo real | Grupo superior     |       |              |   | Segundo grupo superior |              |   |
|-----------------|------------|--------------------|-------|--------------|---|------------------------|--------------|---|
|                 |            | Grupo pronosticado | Grupo | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para centroide | Grupo                  | Probabilidad | Distancia de Mahalanobis al cuadrado para centroide |
| 200             | S          | S                  | 2     | 0,986        | 0,038   | 1                      | 0,014        | 4,528   |
| 201             | S          | S                  | 2     | 0,952        | 0,64  | 1                      | 0,048        | 2,568   |
| 202             | S          | S                  | 2     | 0,958        | 0,539   | 1                      | 0,042        | 2,73  |
| 203             | S          | S                  | 2     | 0,972        | 0,981   | 1                      | 0,028        | 4,036   |
| 204             | S          | S                  | 2     | 0,983        | 0,076   | 1                      | 0,017        | 4,171   |
| 205             | Q          | S**                | 2     | 0,939        | 0,966   | 1                      | 0,061        | 2,358   |
| 206             | S          | S                  | 2     | 0,993        | 4,027   | 1                      | 0,007        | 9,94  |
| 207             | Q          | S**                | 2     | 0,938        | 0,98  | 1                      | 0,062        | 2,342   |
| 208             | S          | S                  | 2     | 0,983        | 0,076   | 1                      | 0,017        | 4,171   |
| 209             | S          | S                  | 2     | 0,974        | 0,33  | 1                      | 0,026        | 3,522   |
| 210             | Q          | S**                | 2     | 0,907        | 3,335   | 1                      | 0,093        | 3,835   |
| 211             | Q          | S**                | 2     | 0,942        | 1,91  | 1                      | 0,058        | 3,429   |
| 212             | S          | S                  | 2     | 0,989        | 2,578   | 1                      | 0,011        | 7,446   |
| 213             | Q          | Q                  | 2     | 0,983        | 2,847   | 0                      | 0,017        | 15,019  |
| 214             | Q          | Q                  | 2     | 1            | 14,302  | 0                      | 0            | 35,445  |
| 215             | Q          | Q                  | 2     | 0,997        | 5,652   | 0                      | 0,003        | 21,316  |
| 216             | S          | S                  | 2     | 0,983        | 0,076   | 1                      | 0,017        | 4,171   |