

**DISEÑO, CONSTRUCCIÓN Y PRUEBAS DE UN BANCO PARA MEDIR
DEFLEXIÓN Y ESFUERZO A VIGAS ESTÁTICAMENTE INDETERMINADAS**



CARLOS ALBERTO MANRIQUE

GONZALO FABIAN PALOMINO VELASCO

UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA

FACULTAD INGENIERIA MECANICA

ESCUELA DE INGENIERIAS

FLORIDABLANCA

2019

**DISEÑO, CONTRUCCION Y PRUEBAS DE UN BANCO PARA MEDIR
DEFLEXION Y ESFUERZO A VIGAS ESTATICAMENTE INDETERMINADAS**

CARLOS ALBERTO MANRIQUE

GONZALO FABIAN PALOMINO VELASCO

Trabajo de Grado para optar por el título de Ingeniero Mecánico

Director

Alfonso Santos Jaimes

Ingeniero mecánico

UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA

ESCUELA DE INGENIERIAS

FLORIDABLANCA

2019

NOTA DE ACEPTACIÓN

Firma del presidente del jurado

Firma del Jurado

Firma del jurado

Floridablanca, 18 de marzo de 2019

AGRADECIMIENTOS.

A Dios y a nuestras familias por el apoyo que nos brindaron; por su comprensión y acompañamiento en el transcurso de esta etapa tan importante de nuestra vida.

A Alfonso Santos por ser nuestro director y coordinador en todo el proceso, llevándonos siempre un paso más adelante, promoviendo nuestro espíritu investigativo.

A la Universidad Pontificia Bolivariana, por brindarnos la oportunidad de desarrollar capacidades, competencias y poder optar al título de ingenieros mecánicos.

Y a todos nuestros amigos y personas cercanas que de una u otra forma colaboraron y aportaron para el buen desarrollo del trabajo.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	6
CAPÍTULO 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.	7
1.1 descripción del problema.	7
1.2 objetivos.....	7
CAPÍTULO 2. MARCO TEORICO.	9
2.1 Vigas.....	9
2.2 Fuerza cortante y Momentos Flexionantes.	10
2.3 Vigas estáticamente indeterminadas.	10
2.4 Galgas extensiométricas.....	12
2.5 Indicadores de Caratula.....	13
2.6 Software para Simulación de Desplazamientos.....	14
2.7 Proceso de Diseño de máquinas.....	15
CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA DE DISEÑO.....	16
3.1 IDENTIFICACIÓN DE LOS REQUERIMIENTOS DE DISEÑO.....	17
3.2 POSIBILIDAD DE CALCULAR LA DEFLEXION.....	20
3.3 MATERIALES DE FÁCIL ACCESIBILIDAD.....	20
3.4 PERMITIR EL CAMBIO DE PROBETA.....	21
3.5 DISEÑO PRELIMINAR.....	21
3.6 DISEÑO DETALLADO.....	23
3.7 PROBETA.....	24
3.8 Sistema de Aplicación de la carga.....	24
3.9 SISTEMAS DE MEDICION DE ESFUERZO CORTANTE.....	24
3.10 METODOLOGÍA PARA LA MEDICIÓN DE DEFORMACION Y ESFUERZO CORTANTE EN PROBETAS SOMETIDAS A CARGA TRANSVERSAL.....	28

3.10.1 Esfuerzo Cortante.....	28
3.10.2 Deformación.....	29
CAPÍTULO 4. PROCESO DE CONSTRUCCION.....	30
CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	33
5.1 VIGA DOBLEMENTE EMPOTRADA.	33
CAPÍTULO 6. GUIA BASE DE LABORATORIO	50
ENSAYO A DEFORMACION Y ESFUERZO A VIGAS ETATICAMENTE INDETERMNADAS.....	50
OBJETIVO GENERAL:	50
OBJETIVOS ESPECIFICOS:.....	50
MARCO TEÓRICO:	50
Vigas estáticamente indeterminadas.	51
LEY DE HOOKE.	52
ESFUERZO NOMAL.....	52
EQUIPO Y MATERIAL:.....	52
CÁLCULOS.....	57
CAPÍTULO 7. RECOMENDACIONES.....	61
REFERENCIAS	64

LISTA DE FIGURAS

Ilustración 1. Vigas sometidas a Carga lateral.	9
Ilustración 2. Fuerza cortante y momento flexionante.....	10
Ilustración 3. Ejemplos de vigas estáticamente indeterminadas.	11
Ilustración 4. Extensómetro.....	13
Ilustración 5. Esquema del Modelo Lineal de diseño	17
Ilustración 6. Viga en voladizo	19
Ilustración 7. DCL de la probeta en el primer modelo propuesto	19
Ilustración 8. Ansys.....	20
Ilustración 9. Probeta y placa.....	21
Ilustración 10. Vista Isométrica del bosquejo inicial de equipo didáctico.	22
Ilustración 11. Galgas extensiométricas KFH-1.5-120-C1-11L1M2R.....	25
Ilustración 12. Especificaciones de Galgas KFH-1.5-120-C1-11L1M2R.....	25
Ilustración 13. Ensamble de la estructura.	30
Ilustración 14. Probetas fabricadas.....	31
Ilustración 15. Montaje de medición de deformación.	32
Ilustración 16. Montaje final de sistema de medición de esfuerzo y deformación a vigas estáticamente indeterminadas.....	32
Ilustración 17. Viga doblemente empotrada.....	34
Ilustración 18. Viga sometida a carga W	35
Ilustración 19. Viga sometida a reacción R_b	35
Ilustración 20. Viga sometida a momento R_b	36
Ilustración 21. diagrama cortante y momento flexionante.	39
Ilustración 22. Viga empotrada a un extremo y pivoteada en el otro.	42
Ilustración 23. diagrama cortante y momento flector para viga en voladizo.....	47
Ilustración 24. Imagen galga extensiométrica.	53
Ilustración 25. Transductor.....	53
Ilustración 26. Indicador de carátula	54
Ilustración 27. Banco de deformación.....	55
Ilustración 28. Viga en voladizo ajustada al banco..	56

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Datos viga doblemente empotrada.....	33
Tabla 2. Tabla de comparación de resultados de pruebas con resultados teóricos para la prueba de viga doblemente empotrada.	38
Tabla 3. Tabla comparativa de los valores de esfuerzo flexionante obtenidos de su cálculo teórico y de los obtenidos en las pruebas y valor porcentaje de error esfuerzo flexionante viga doblemente empotrada....	41
Tabla 4. Datos viga en voladizo.....	42
Tabla 5. abla de comparación de resultados de pruebas con resultados teóricos para la prueba de viga en voladizo.	44
Tabla 6. porcentaje de error para las medidas de los dos comparadores para la viga doblemente empotrada.....	¡Error! Marcador no definido.
Tabla 7. Porcentaje de error para las medidas de los dos comparadores para la viga empotrada en un extremo y pivoteada por resorte en el otro extremo.	46
Tabla 8. comparativa de los valores de esfuerzo flexionante obtenidos de manera teórica y de manera práctica.	48
Tabla 9. Toma de datos, Probeta doblemente empotrada.....	58
Tabla 10. Datos y resultados obtenidos del ensayo, probeta doblemente empotrada.....	59
Tabla 11. Probeta empotrada en un extremo y en el otro extremo pivoteado con un resorte.	59
Tabla 12. Datos obtenidos del ensayo, probeta en voladizo.....	60

RESUMEN GENERAL DE TRABAJO DE GRADO

TITULO: DISEÑO, CONSTRUCCION Y COMPROBACION DE UN BANCO PARA MEDIR DEFLEXIÓN Y ESFUERZO A VIGAS ESTÁTICAMENTE INDETERMINADAS.

AUTOR(ES): GONZALO FABIAN PALOMINO VELASCO
CARLOS ALBERTO MANRIQUE PINILLA

PROGRAMA: Facultad de Ingeniería Mecánica

DIRECTOR(A): ALFONSO SANTOS JAIME

RESUMEN

Enfoque para diseñar, construir y probar un banco didáctico para medir deflexiones y esfuerzos en vigas estáticamente indeterminadas. Identificar los antecedentes y plantear las ecuaciones matemáticas necesarias para la elaboración de los diseños y corroborar los resultados obtenidos a través de análisis en programas computacionales; posterior a estudios se propone la construcción del banco mediante la implementación de materiales comercialmente disponibles para evaluación del funcionamiento del banco, así como el desarrollo de una guía de laboratorio para su implementación en la asignatura resistencia de materiales, La fecha estimada de finalización del proyecto es en Enero del año 2019.

PALABRAS CLAVE:

vigas estáticamente indeterminadas, deflexión, deformación, esfuerzo

V° B° DIRECTOR DE TRABAJO DE GRADO

GENERAL SUMMARY OF WORK OF GRADE

TITLE: DESIGN, CONSTRUCTION AND CHECK OF A BANK TO MEASURE DEFLECTION AND EFFORT TO BEAMS STATICLY UNDETERMINED.

AUTHOR(S): GONZALO FABIAN PALOMINO VELASCO
CARLOS ALBERTO MANRIQUE PINILLA

FACULTY: Facultad de Ingeniería Mecánica

DIRECTOR: ALFONSO SANTOS JAIMES

ABSTRACT

Approach to design, build and test a didactic bank to measure deflections and efforts in statically indeterminate beams. To identify the antecedents and to propose the mathematical equations necessary for the elaboration of the designs and to corroborate the results obtained through analysis in computer programs; Post-studies proposes the construction of the bank through the implementation of commercially available materials for evaluation of the functioning of the bank, as well as the development of a laboratory guide for its implementation in the subject Resistance of materials, The estimated date of completion of the project is in January of the year 2019.

KEYWORDS:

statically indeterminate beams, sufficient, deformation, effort.

V° B° DIRECTOR OF GRADUATE WORK

INTRODUCCIÓN

La finalidad de este proyecto es la construcción de un banco de pruebas que permita medir deformaciones mediante deflexión y esfuerzo; así comparar los datos obtenidos con los datos teóricos. Teniendo en cuenta la necesidad de un laboratorio de pruebas en la universidad, que permita hallar deformaciones a vigas estáticamente indeterminadas, se dotará el banco de pruebas a la universidad con el fin de mejorar las condiciones de aprendizaje.

Buscando ejercer todos los conceptos teóricos adquiridos en un ambiente controlado con mediciones exactas; se abarcan parámetros de diseño y desarrollo metodológico para cuantificar la deformación unitaria longitudinal, la deformación y el esfuerzo de la probeta ensayadas en el banco construido a través del uso de galgas extensiométricas. Consecuente al sometimiento de pruebas para corroborar la exactitud entre los datos obtenidos experimentalmente y teóricos, calculados a través de las ecuaciones de esfuerzo y deformación que se encuentran registrada en la literatura, proyectar los resultados en estructuras reales.

CAPÍTULO 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.

Para la Facultad de Ingeniería Mecánica, la necesidad de un Laboratorio exclusivo de resistencia de materiales, con el fin de realizar correctamente las pruebas de dicha asignatura, mediciones y los resultados exactos en las prácticas de laboratorio, además de optimizar el correcto aprendizaje; se plantea la construcción de un banco para medir deflexión estáticamente indeterminadas y cuantificar esfuerzo en probetas a través del uso de galgas extensiométricas.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo General.

Diseñar, Construir y Probar un banco de laboratorio a través de análisis teóricos y simulaciones computacionales para medir esfuerzos y deflexiones en vigas estáticamente indeterminadas.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Consultar información referente a vigas estáticamente indeterminadas y antecedentes de bancos de laboratorio destinados al análisis de este tipo de elementos mecánicos a través de fuentes bibliográficas como libros y bases de datos. **Resultado:** Información recopilada sobre los temas consultados. **Indicador:** Se utilizarán las fuentes bibliográficas disponibles en la Universidad Pontificia Bolivariana.
- Diseñar un banco de laboratorio que permita analizar dos modelos diferentes de vigas estáticamente indeterminadas a través de análisis teóricos y simulaciones computacionales. **Resultado:** Planos detallados, simulaciones

y cálculos teóricos. **Indicador:** Se utilizará el software Ansys para las simulaciones y las ecuaciones teóricas estudiadas en la asignatura resistencia de materiales.

- Construir el banco de laboratorio para la determinación de esfuerzos y deflexiones en vigas estáticamente indeterminadas mediante el uso de materiales y proceso de fabricación disponibles en la región. **Resultado:** Banco de laboratorio construido. **Indicador:** Se construirá en base a los planos detallados obtenidos del objetivo anterior.
- Probar el banco construido a través de ensayos realizados a las vigas estáticamente indeterminadas utilizadas en el diseño del sistema. **Resultado:** Tablas con el reporte de los datos experimentales de esfuerzo y deflexión en los dos sistemas analizados. **Indicador:** Se espera alcanzar un porcentaje de error que no sobrepase el 30% de los valores teóricos o simulados.
- Realizar una guía de laboratorio para la implementación de una práctica dentro de la asignatura resistencia de materiales siguiendo el modelo de las existentes en la actualidad. **Resultado:** Práctica de Laboratorio. **Indicador:** Se basará en las guías de laboratorio utilizadas actualmente en la asignatura

CAPÍTULO 2. MARCO TEORICO.

2.1 VIGAS.

Las vigas siendo elementos fundamentales, se pueden destacar como las partes estructurales en los cuáles se someten cargas transversales; fuerza o momentos que tienen sus vectores perpendiculares al eje longitudinal del elemento y su resistencia genera tensión de compresión y tracción. Teniendo presente éstas características, se pueden clasificar como estructuras planas (ver figura 1), porque se representa por medio de un plano; en este tipo de vigas, todas las cargas y deflexiones ocurren en ese plano, el cual se le denomina plano de deflexión [1-3].

ILUSTRACIÓN 1. VIGAS SOMETIDAS A CARGA LATERAL.

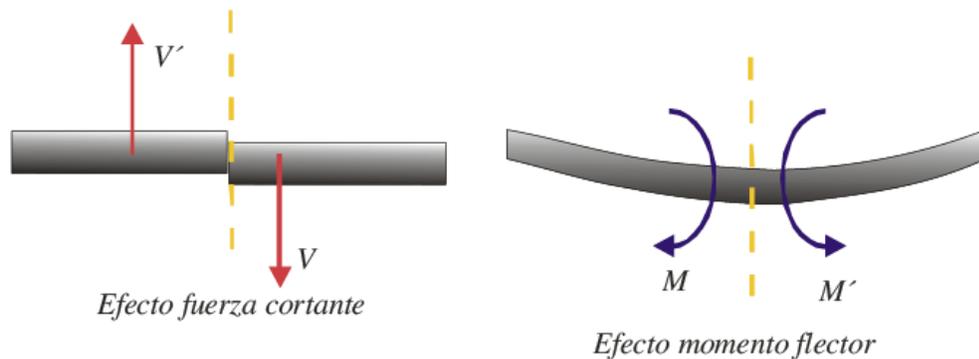


Fuente: Freepik Company S.L. 2018 Recuperado de [["https://www.freepik.es\]](https://www.freepik.es)

2.2 FUERZA CORTANTE Y MOMENTOS FLEXIONANTES.

Las fuerzas cortantes y los momentos flexionantes resultan de aplicar cargas o momentos en una viga; para su medición es necesario cuantificar las fuerzas internas y pares internos que actúan sobre las secciones transversales del elemento, lo cual se logra a través de la elaboración de un diagrama de cuerpo libre (DCL), la aplicación de ecuaciones de equilibrio estático, y el uso del método de las áreas para la obtención de los diagramas de fuerzas cortantes y momentos flectores sobre una viga. Estas fuerzas actúan sobre el plano de la viga (figura 2) [4-6]

ILUSTRACIÓN 2. FUERZA CORTANTE Y MOMENTO FLEXIONANTE.



Fuente: Universidad Militar Nueva Granada, 2018, Recuperado de [<http://virtual.umng.edu.co>]

2.3 VIGAS ESTÁTICAMENTE INDETERMINADAS.

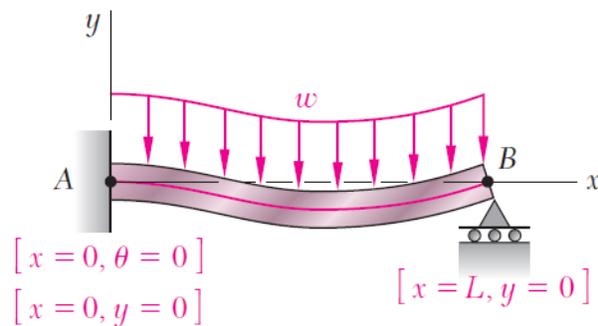
Respecto a las vigas estáticamente indeterminada, entran en esta clasificación en el punto que los momentos flexionantes y las fuerzas cortantes no se pueden determinar debido a que el número de reacciones superan el número de ecuaciones estáticas que se pueden obtener [7], de ahí para lograr la solución de dicho sistema de ecuaciones se requiere obtener ecuaciones adicionales, tal como

las llamadas ecuaciones de compatibilidad, que relacionan la forma en la que se comporta la viga específicamente en dicha aplicación.

El planteamiento principal para realizar el análisis de la viga estáticamente indeterminada es resolver el sistema de ecuaciones, aplicando los métodos de momentos de área y superposición.

El método fundamental para analizar una viga estáticamente indeterminada es resolver las ecuaciones diferenciales de la curva de deflexión, sin embargo, los cuales son genéricos para amplia gama de este tipo de estructuras. Este último método sirve como complemento para ecuaciones de equilibrio con ecuaciones de compatibilidad y ecuaciones de fuerza- desplazamiento.

ILUSTRACIÓN 3. EJEMPLOS DE VIGAS ESTÁTICAMENTE INDETERMINADAS.



Fuente: Beer, 2010, p.540.

La viga de la figura 3 es estáticamente indeterminada teniendo en cuenta que si determinamos las ecuaciones de equilibrio estático sólo es posible encontrar la reacción E_x

$$\sum \vec{F}_x = 0 \quad \sum \vec{F}_y = 0 \quad \sum \vec{M}_A = 0$$

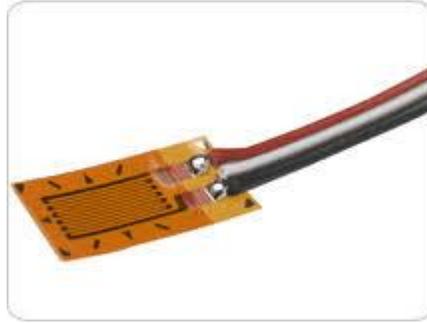
Sin embargo, en un problema estáticamente indeterminado pueden obtenerse las reacciones considerando las deformaciones de la estructura incluida. [1, 6, 7].

2.4 GALGAS EXTENSIOMÉTRICAS

Se conoce como galga extensiométrica o extensómetro es un sensor que mide la deformación, presión, carga, par, posición, etcétera, y se basa en el efecto piezorresistivo, que es una propiedad que poseen algunos materiales la cual es cambiar su valor nominal de la resistencia cuando se les aplican cargas que los someten a esfuerzos y se deforman en dirección de los ejes mecánicos. Un esfuerzo que deforma la galga producirá una variación en su resistencia eléctrica. Esta variación se produce por el cambio de longitud, el cambio originado en la sección o el cambio generado en la resistividad. La galga extensiométrica hace una lectura directa de las deformaciones en cierto punto del material que se está analizando. La unidad que lo representa es la épsilon, que es adimensional y expresa el cambio de la longitud sobre la longitud inicial [8, 9].

En su forma más común, consiste en un estampado de una lámina metálica fijada a una base flexible y aislante, como se observa en la figura 4. La galga se adhiere al objeto cuya deformación se quiere estudiar mediante un adhesivo. Según se deforma el objeto, también lo hace la lámina, provocando así una variación en su resistencia eléctrica. Habitualmente una galga extensiométrica consiste en un alambre muy fino, o más comúnmente un papel metálico, dispuesto en forma de rejilla, que se puede unir por medio de soldadura a un dispositivo que pueda leer la resistencia generada por la galga.

ILUSTRACIÓN 4. EXTENSÓMETRO.



Fuente: <http://spain,ni.com/medidas-sensores>

2.5 INDICADORES DE CARATULA

Un indicador de caratula es un elemento bastante común en el día a día debido a que se utiliza en diversas aplicaciones en la industria, debido a que nos brinda un método de medición efectivo y rápido en piezas de producción masiva.

Gracias a la diversidad de modelos podemos adecuar un medidor en aplicaciones específicas, las características que varían son el intervalo de medición, el valor con el que se pueden graduar, ahí algunos indicadores de caratula que son de tipo palanca y al igual tenemos las opciones de registrar valores en milímetros o en pulgadas.

Existen variedad de puntas de contacto, disponibles con geometrías favorables para distintas aplicaciones. Estas pueden ser usadas con extensiones.

Para poder realizar mediciones los indicadores deben ser empotrados en una base soporte. En la actualidad, están disponibles una gran variedad de modelos

de indicadores digitales, con funciones directas como las salidas de datos, conversión mm/pulg, prefijado, cero ABS, cero INC y otras que facilitan el trabajo aumentando la confiabilidad de las mediciones [10].

2.6 SOFTWARE PARA SIMULACIÓN DE DESPLAZAMIENTOS

Antes de nombrar un software para la simulación en ingeniería es necesario hablar del método matemático en que comúnmente se basan estos y es el método de elementos finitos.

El método de elementos finitos, es un método numérico para la solución de problemas de ingeniería hoy comúnmente empleado para la resolución de problemas que implican un alto grado de complejidad, de matemáticas aplicadas, así como las fisicomatemáticas, ya que la mayoría de los problemas que se representan en estas áreas, comúnmente involucran geometrías complejas, cargas no distribuidas y determinación de propiedades de materiales, por lo que generalmente no es posible obtener alguna solución analítica directamente de expresiones matemáticas.

En el área de ingeniería en la que el uso del método de elementos finitos es aplicado para la solución de problemas destacan: el análisis de estructura problemas de transferencia de calor, flujo de fluidos, transporte de masa, así como el cálculo de potencial electromagnético [11].

Ya que este proyecto tiene un enfoque académico se tendrá en cuenta el software disponible en la institución como lo son: Solid Works y Ansys.

* Solid Works, es un software de diseño CAD 3D (diseño asistido por computadora) para modelar piezas y ensamblajes en 3D y planos en 2D, este

producto ofrece la posibilidad de crear, diseñar, simular, fabricar, publicar y gestionar los datos del proceso de diseño [12].

* Ansys es un ecosistema de programas CAE para diseño, análisis y simulación de partes por elementos finitos FEA, incluye las fases de preparación de meshing o malleo, ejecución y post proceso, el programa ejecuta análisis de piezas sometidas a fenómenos físicos usadas en ingeniería y diseño mecánico, puede resolver problemas físicos sometidos a esfuerzos térmicos, fluidos, vibración y aplicaciones específicas [13].

2.7 PROCESO DE DISEÑO DE MÁQUINAS

Diseñar es un proceso que abarca varias disciplinas y por lo general se suele dividir en tres etapas [14]:

Diseño conceptual:

Es el momento en el cual se realiza la secuencia de pasos a seguir para transformar la materia prima en el resultado deseado.

Es un paso que muchas veces no se le dé la importancia necesaria porque un error en este momento se traslada y amplifican en las etapas siguientes. En esta etapa es de gran ayuda la experiencia de ingeniero de proceso, ya que se debe especificar que procesos unitarios se deben realizar, considerando aspectos de vital importancia como lo son accesibilidad de la materia prima, económicos y ambientales.

Diseño básico: consiste en realizar el diseño concreto del diseño conceptual por la parte de la definición de variables y parámetros para el desarrollo de los equipos.

En esta etapa el ingeniero de procesos debe seleccionar la referencia de los equipos a utilizar, tipos de tuberías, accesorios y materiales a utilizar.

Diseño detallado: parte de la información generada por los ingenieros de proceso en las anteriores etapas de diseño para proceder a los diseños mecánicos, civiles, eléctricos y demás [17].

CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA DE DISEÑO

Para llevar a cabo este proyecto se implementó la metodología utilizada en la ingeniería de diseño. Esta consiste primeramente en describir las características específicas que se desea que cumpla el sistema para satisfacer con la función requerida.

Se debe tener en cuenta que ninguna de las metodologías de diseño se puede incluir de una manera precisa todos los comportamientos posibles, por consiguiente, se deben tomar de manera flexible, y no como un principio innegable e irrefutable.

Los modelos de diseño se suelen dividir mayormente en cuatro grupos.

Modelo descriptivo: dan idea de una secuencia de actividades que se han considerado en el diseño.

Modelo prescriptivo: el modelo de diseño descriptivo recomienda seguir el patrón de actividades seguida en el diseño del sistema.

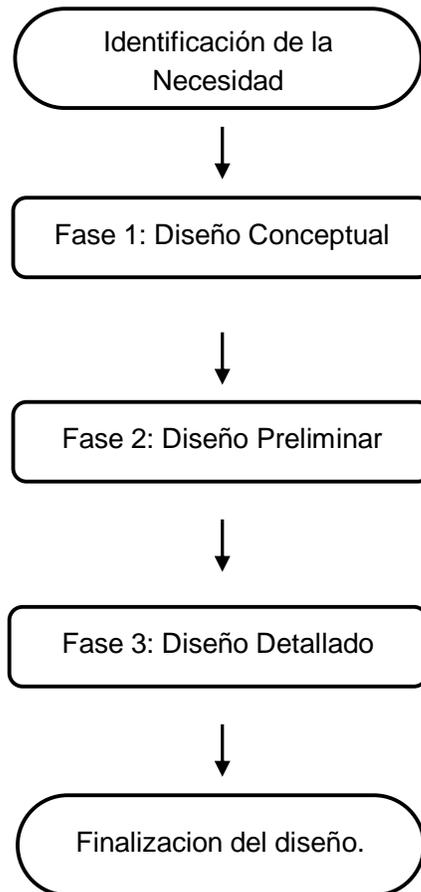
Modelo cognitivo: el modelo cognitivo explica como el diseñador abordo el diseño del sistema.

Modelo computacional: este modelo da a conocer como los sistemas de asistencia a la ingeniería desarrollo las actividades de diseño.

Para el diseño y construcción de banco para medir deflexiones y esfuerzos en vigas estáticamente indeterminadas se utilizó el método lineal que está incluido en la metodología de diseño descriptivo. Debido a que es básico y fácil de interpretar.

En el siguiente esquema se muestra las fases de diseño que se abordaron.

ILUSTRACIÓN 5. ESQUEMA DEL MODELO LINEAL DE DISEÑO



Fuente: Autores del proyecto.

En la primera fase del diseño recolectamos los requerimientos con los que nuestro banco debe cumplir.

3.1 IDENTIFICACIÓN DE LOS REQUERIMIENTOS DE DISEÑO.

Diseño y construcción de un banco para medir deflexiones y esfuerzos en vigas estáticamente indeterminadas sometidos a fuerzas transversales para la verificación de las ecuaciones de esfuerzo deformación es solicitado por el

docente a cargo de la asignatura Resistencia de Materiales, con la idea de relacionar los contenidos teóricos a las prácticas de laboratorio implementadas. Debido a lo anterior los requerimientos de diseño fueron entregados por él docente y se pueden resumir en los siguientes ítems:

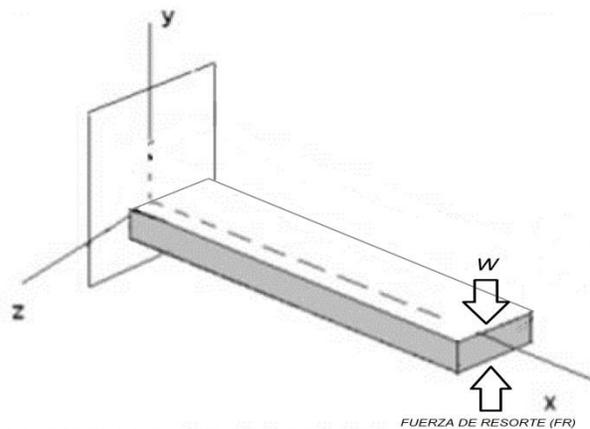
- El banco va a permitir, en lo posible, que la probeta utilizada este sometida solo a fuerzas transversales, es decir, se deben evitar al máximo que estén presentes cargas axiales, momentos flectores y momentos deflectores.
- Al ser un banco didáctico las cargas que se deben utilizar deben ser de magnitud pequeña, es decir que no sobrepasen los 20 N
- El equipo debe permitir cuantificar la deflexión, la cual es necesario para determinar el esfuerzo al cual será sometida la probeta.
- Los materiales utilizados en la construcción del equipo y la probeta deben ser comercialmente disponibles.
- El equipo debe permitir el cambio de la probeta, con el fin de poder desarrollar ensayos con diferentes configuraciones de sección transversal durante la realización de las prácticas con los estudiantes que matriculan la asignatura.
- El acabado final del equipo debe ser de buena calidad, con el fin de garantizar su durabilidad en el tiempo.

3.1.1 Diseño Conceptual: Para cumplir con los requerimientos de cada uno de los ítems citados en el listado anterior el banco se analiza con cada uno de ellos a continuación.

3.1.2 Existencia únicamente de Carga Transversal: Teniendo en cuenta que la deflexión se origina únicamente por la aplicación de una carga (fuerza) transversal al elemento a analizar, se concluyó que la mejor forma de realizar la prueba era ubicando los extremos de la probeta a empotramientos, apoyo el cual

se restringe movimientos en cualquier sentido, lo cual era el requerimiento en la prueba de análisis de vigas doblemente empotradas, y para el análisis de la prueba de viga en voladizo se optó por empotrar uno de los extremos de la viga y el otro extremo soportarlo en un resorte helicoidal.

ILUSTRACIÓN 6. VIGA EN VOLADIZO



Fuente: Autores del proyecto.

Para determinar cuáles cargas están presentes en la probeta se hace necesario realizar el diagrama de cuerpo libre "DCL" de este elemento, el resultado del análisis se presenta en la figura 7

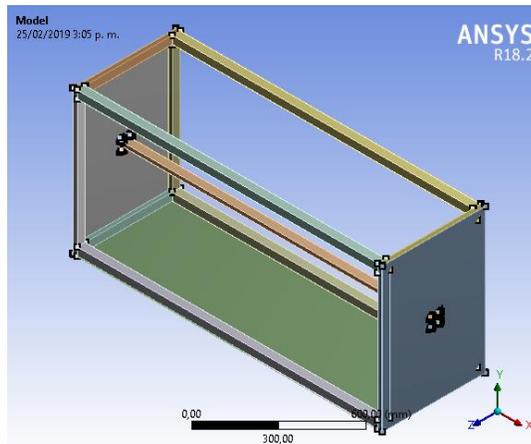
ILUSTRACIÓN 7. DCL DE LA PROBETA EN EL PRIMER MODELO PROPUESTO



Fuente: Autores del proyecto.

Se hicieron análisis en ansys y solidworks para analizar el comportamiento del banco, en la siguiente figura se observa los resultados de ansys.

ILUSTRACIÓN 8. ANSYS.



Fuente: Autores del proyecto.

3.1.3 Carga no mayor a 20N: Para garantizar esta condición se realizó el pesaje de las cargas aplicadas y gracias a la formula $F=m*a$ se pudo determinar la carga en Newton.

3.2 POSIBILIDAD DE CALCULAR LA DEFLEXION

Para el cumplimiento de este requerimiento se emplearon dos comparadores de caratula digitales y una galga extensiométrica con lo cual se registró los datos en cada una de las pruebas.

3.3 MATERIALES DE FÁCIL ACCESIBILIDAD

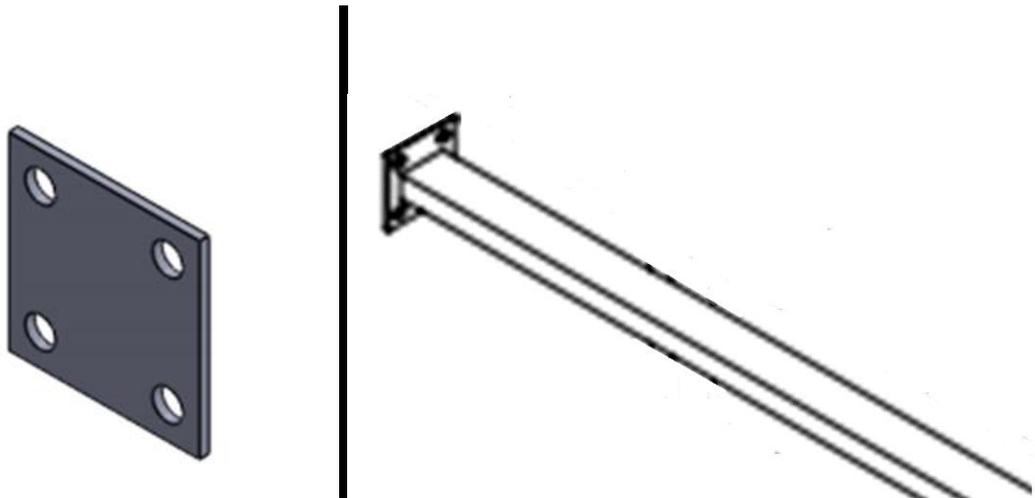
Realizando una búsqueda de nivel comercial en la ciudad de Bucaramanga se pudo concluir que los materiales más adecuados para la construcción del equipo son el aluminio y el acero de sección tubular rectangular o barras tubulares de

sección rectangular o cuadrada; ya que estos son los más fáciles de encontrar, presentan una alta gama de dimensiones y económicamente son los de menor costo.

3.4 PERMITIR EL CAMBIO DE PROBETA

Para cumplir con este requerimiento se optó por que el empotramiento de las probetas se realizara mediante una placa con cuatro agujeros soldada en los extremos que se desean empotrar las probetas y dicha placa se une a las paredes del banco mediante cuatro tornillos como se muestra en la figura.

ILUSTRACIÓN 9. PROBETA Y PLACA.



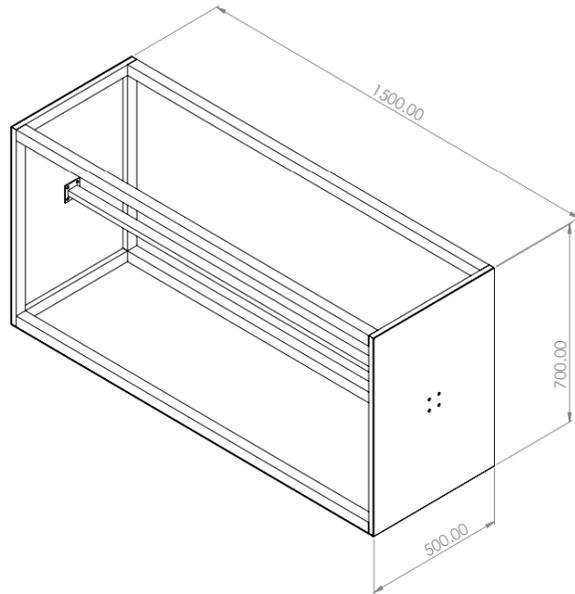
Fuente: Autores del proyecto.

3.5 DISEÑO PRELIMINAR

En base en las definiciones relacionadas en la etapa de diseño conceptual se propone un bosquejo inicial del equipo didáctico para la corroboración de las

ecuaciones de esfuerzo y deformación de elemento sometido a deflexión, el cual se relaciona en figura 10.

ILUSTRACIÓN 10. VISTA ISOMÉTRICA DEL BOSQUEJO INICIAL DE EQUIPO DIDÁCTICO.



Fuente: Autores del proyecto.

El sistema propuesto consta de los siguientes componentes.

* Estructura base: la cual será fabricada de un material de sección tubular cuadrada, la cual como su nombre lo indica, le dará soporte a todos los demás elementos que componen el equipo; adicionalmente tres de las caras de esta estructura serán cubiertas con lámina, el suelo para facilitar el anclaje del comparador de caratula y dos laterales que facilitara el soporte de las probetas que se va a ensayar.

* Probetas a ensayar: elemento que será sometida a una deflexión y sobre el cual se cuantificará el esfuerzo y la deformación que está soportando debido a dicha carga.

* Sistema de aplicación de la carga: a una distancia específica del empotramiento se ajusta la carga para así generar la deflexión de la probeta.

Para determinar el material adecuado para la fabricación de las probetas se analizó teóricamente los módulos de rigidez de algunos materiales a los que teníamos acceso y se determinó debido a la magnitud de las cargas que se requería aplicar que el aluminio era el más adecuado.

Esfuerzos y las deformaciones que se presentan para diferentes materiales encontrados comercialmente. Se relacionan los resultados teóricos para diferentes cargas aplicadas a las probetas asumiendo una carga de 250gr a 1500 gr que fueron las que utilizamos en la prueba física y módulo de elasticidad de 70 GPa lo cual es un valor genérico para el aluminio.

Los análisis realizados en la etapa de diseño conceptual, por lo cual, y con base en las especificaciones requeridas por el solicitante del banco se decide fabricar la probeta en Aluminio de sección transversal tubular rectangular de medidas exteriores 38,2 mm de ancho y 18mm de alto, espesor 1 mm y longitud 1,5 m.

3.6 DISEÑO DETALLADO

Con base en la información suministrada en el diseño preliminar se procede a cuantificar de una manera exacta cada una de las dimensiones, sistemas de unión y proceso de ensamble de cada uno de los componentes que conforman el equipo. Los planos detallados obtenidos del equipo se relacionan en el Anexo 1.

3.7 PROBETA

Debido a la geometría que se determinó para la construcción del banco se concluyó que la mejor opción para la construcción de este elemento sería una sección tubular de aluminio de perfil cuadrado de medidas exteriores 38,2 mm de ancho y 18mm de alto, espesor 1mm. Estas condiciones facilitan la construcción de los componentes que se acoplan a la probeta y permiten adherir de una mejor manera las galgas extensiométricas sobre la superficie externa del tubo.

3.8 SISTEMA DE APLICACIÓN DE LA CARGA

Se realizó dos pruebas con dos probetas una doblemente empotrada longitud 1.50m y otra empotrada en uno de sus extremos y en el otro extremo pivoteada por un resorte, longitud de la probeta 1.20m. La probeta es rectangular sus medidas exteriores 3,82 cm x, 1,8cm, en la probeta doblemente empotrada el peso se ubicó en la mitad a 75m, en la probeta empotrada en un extremo un extremo y en la otra pivoteada se ubicó el peso donde estaba pivoteada, se hicieron varias mediciones con diferentes pesos desde 250 gramos a 1000 gramos.

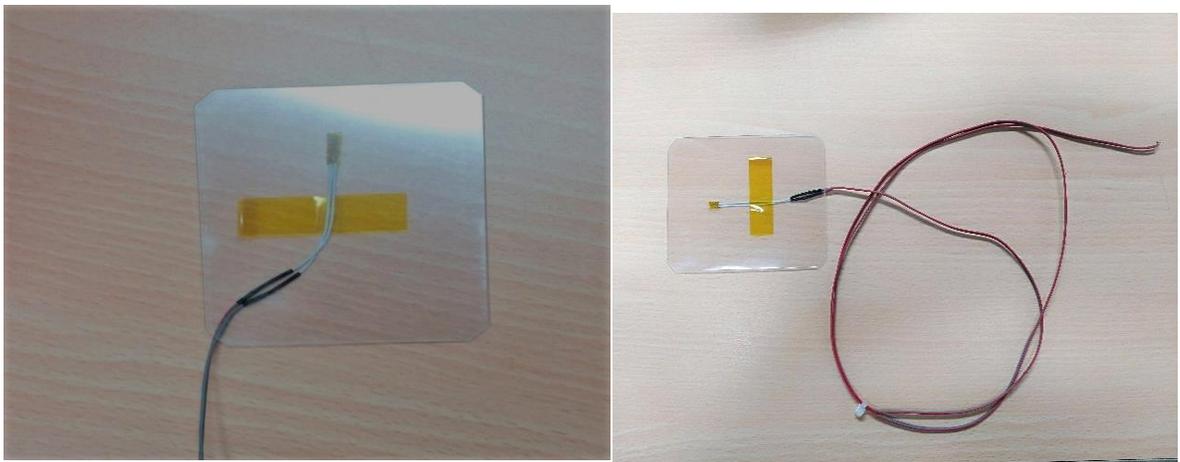
3.9 SISTEMAS DE MEDICION DE ESFUERZO CORTANTE

Para determinar el esfuerzo cortante que está soportando la probeta se implementa el uso de galgas extensiométricas adheridas a ella y a través de un puente de Wheatstone se cuantifica el cambio en la magnitud de la resistencia originado por la deformación presente en la misma deformación aplicada. Esta señal es leída mediante de un transductor que entrega una señal de voltaje, la cual a través de las ecuaciones que caracterizan el puente implementado permiten cuantificar la deformación que se está presentando en la galga.

Por facilidad de implementación se definió la utilización de galgas y transductores de la marca OMEGA Engineering, ya que en la institución se cuenta con equipos de esta casa matriz y ante requerimientos adicionales estos pueden ser utilizados. Las galgas extensiométricas seleccionadas son las siguientes:

* KFH-1.5-120-C1-11L1M2R: Es un indicador de esfuerzo lineal, con una rejilla de 1.5 mm, utilizadas para el análisis de esfuerzos y propósitos generales, con una resistencia interna de 120 ohmios y 1 metro de longitud de cable. La configuración geométrica de esta galga se muestra en la figura 11

ILUSTRACIÓN 11. GALGAS EXTENSIOMÉTRICAS KFH-1.5-120-C1-11L1M2R



Fuente: Autores del proyecto.

Las especificaciones de esta clase de galgas extensiométricas se relacionan en la Ilustración 12. **Especificaciones de Galgas KFH-1.5-120-C1-11L1M2R**



Fuente: Autores del proyecto.

El puente de Wheatstone para la obtención de la deformación a través de la galga KFH-1.5-120-C1-11L1M2R será un montaje de $\frac{1}{4}$ de puente, ya que de las 4 resistencias que lo conforman solo una es variable; cuando el sensor no está sometido a ninguna acción externa su resistencia coincide con las demás del puente, de modo que el puente está equilibrado. Si la galga sufre una variación en su resistencia ΔR , la deformación para un $\frac{1}{4}$ de puente es:

$$\epsilon = \frac{1}{K} \frac{\Delta R}{R}$$

Donde K, es el factor de galga y tiene una magnitud de $1.93 \pm 1.5\%$, y R es la resistencia y tiene un valor de $120.4 \Omega \pm 0.35\%$.

Si el transductor entrega la señal en voltaje la ecuación de la deformación se puede expresar en términos de este parámetro de la siguiente manera

$$\epsilon = \frac{4 * V_{vd}}{K * V_a}$$

Donde V_a es el voltaje de alimentación del equipo y tiene un valor de 10 V y V_{vd} es el voltaje obtenido de la lectura de la galga.

El puente de Wheatstone para la obtención de la deformación a través de la galga KFH-06-120-D17-11L1M2S será un montaje de $\frac{1}{4}$ puente. El factor de galga para este sensor tiene una magnitud de $1.83 \pm 1.5\%$, y una resistencia de $120.4 \Omega \pm 0.35\%$.

La deformación para un $\frac{1}{4}$ puente en función de voltajes es

$$\epsilon = \frac{4 * V_{vd}}{K * V_a}$$

Donde V_a es el voltaje de alimentación del equipo y tiene un valor de 10 V y V_d es el voltaje obtenido de la lectura de la galga.

El indicador utilizado para la lectura de las galgas es el DP-41B, el cual posee una precisión de hasta $\pm 0.005\%$ de lectura y hasta 142 lecturas por segundo; es extremadamente versátil y transmite una gran variedad de rangos de tensión y corriente CC, 9 tipos de termopares, múltiples RTD y señales desde los transductores del calibrados de tensión como celdas de carga y transductores de presión, así como entradas potenciométricas.

3.10 METODOLOGÍA PARA LA MEDICIÓN DE DEFORMACION Y ESFUERZO CORTANTE EN PROBETAS SOMETIDAS A CARGA TRANSVERSAL.

Gracias a los datos obtenidos por los sistemas de medición incluidos en el equipo construido como lo fueron la galga extensiométrica y los dos comparadores de caratula podemos determinar la deformación teórica y el esfuerzo cortante gracias a los procedimientos descritos a continuación.

3.10.1 Esfuerzo Cortante.

El procedimiento requerido para cuantificar el esfuerzo cortante varía si se utiliza la galga KFH-1.5-120-C1-11L1M2R o la galga KFH-06-120-D17-11L1M2S; para el primer tipo se debe realizar los siguientes pasos:

- Determinar la lectura suministrada por la galga a través del indicador, los cual representa el voltaje originado por la deformación de la galga que es exactamente igual a la deformación de la probeta.
- Con el resultado de la lectura y la ecuación de $\frac{1}{4}$ de puente de Wheatstone se obtiene la deformación circunferencial en unidades de longitud
- Con la distancia existente entre el empotramiento de la probeta y el punto de adhesión de la galga, la deformación circunferencial calculada en el paso anterior y la función trigonométrica tangente se puede obtener el ángulo que se forma debido a la deformación en grados.
- El ángulo de deformación se expresa en radianes y este representa la deformación unitaria al cortante originada por las cargas aplicadas.

- El esfuerzo cortante se obtiene de la ley de Hooke, que indica que este parámetro es igual a la deformación unitaria al cortante multiplicado por el módulo de rigidez del material.

Par las galgas KFH-06-120-D17-11L1M2S el procedimiento es el siguiente:

- Determinar la lectura suministrada por la galga a través del indicador, los cual representa el voltaje originado por la diferencia de deformación entre el sensor ubicado en el eje x y el sensor ubicado a 45°
- Con el resultado de la lectura y la ecuación de $\frac{1}{2}$ de puente de Wheatstone se obtiene la diferencia de deformación en unidades de longitud
- Con la ecuación para una roseta rectangular se obtiene la deformación unitaria al cortante originada por las cargas aplicadas
- El esfuerzo cortante se obtiene de la ley de Hooke, que indica que este parámetro es igual a la deformación unitaria al cortante multiplicado por el módulo de rigidez del material.

3.10.2 Deformación.

La deformación se obtiene a partir de los datos arrojados por los comparadores de carátula a través del siguiente procedimiento, los cuales se ubicaron así:

Viga doblemente empotrada, comparador 1 a 0,75 m y comparador 2 a 1 m del empotramiento (A).

Viga en voladizo, comparador 1 a 0,6 m y comparador 2 a 0,9 m del empotramiento (A).

- La lectura del comparador representa la distancia vertical que se mueve la barra utilizada para medir este parámetro.
- Para encontrar la deformación teórica utilizamos las ecuaciones de compatibilidad primeramente para levantar la indeterminación.

- Para analizar la viga doblemente empotrada encontramos las reacciones generadas debido a la carga y uno de los empotramientos los analizamos como si fuera en voladizo.
- Reemplazamos los valores correspondientes en la ecuación para encontrar deflexión en vigas en voladizo.
- Por último realizamos la suma de la deflexión generada por cada una de las reacciones analizadas.

CAPÍTULO 4. PROCESO DE CONSTRUCCION

Teniendo en cuenta la información obtenida del proceso de diseño se procedió a la fabricación del equipo, para la cual se utilizó las instalaciones del laboratorio de procesos mecánicos de la universidad pontificia bolivariana seccional Bucaramanga, el primer paso consistió en la construcción de la estructura base del equipo, el material se compró en el centro de la ciudad de Bucaramanga, se procedió a su corte y ensamble a través de un proceso de soldadura con arco eléctrico, las láminas utilizadas para cubrir el piso y las dos caras laterales donde se coloca las probetas también fueron ensambladas durante este primer paso.

ILUSTRACIÓN 13. ENSAMBLE DE LA ESTRUCTURA.



Fuente: Autores del proyecto.

Para cumplir con la especificación dada por el solicitante del equipo con respecto a la durabilidad del sistema se procedió a realizar la pintura de la estructura con una placa base que lo protege de la oxidación y una laca externa azul que le da un mejor acabado superficial, tal como se observa en la figura 13.

La segunda etapa de la construcción consistió en la fabricación de las dos probetas los sistemas de anclaje a la estructura los dos elementos fueron fabricados en aluminio, la probeta rectangular fue comprada en una ferretería de Bucaramanga, la placa se maquino a través d un proceso de fresado y los agujeros se realizaron por medio de un taladro vertical. La probeta se unió a la placa por medio de un proceso de soldadura oxiacetilénica el resultado obtenido se observa en la figura 14.

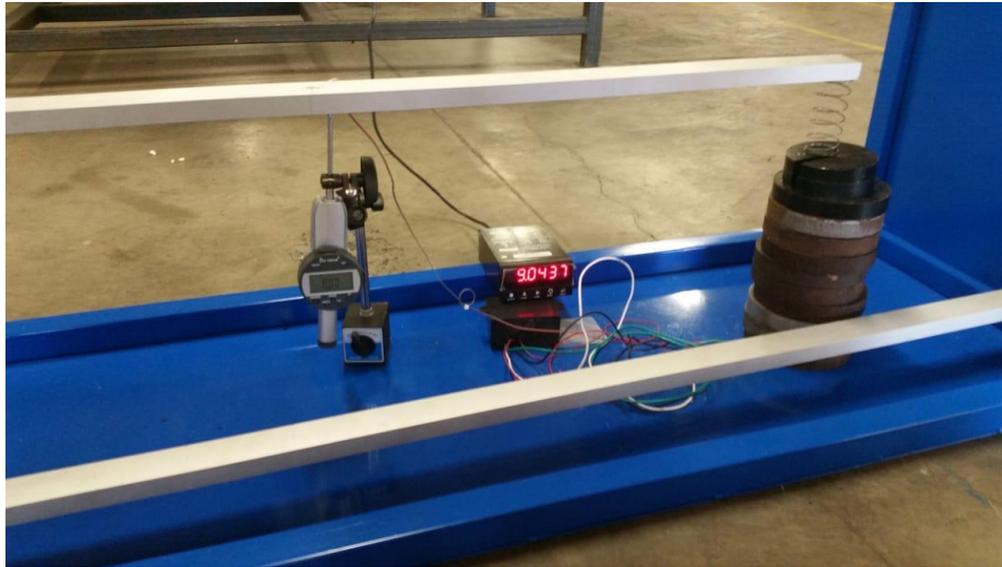
ILUSTRACIÓN 14. PROBETAS FABRICADAS



Fuente: Autores del proyecto.

Por último se procedió a la fabricación del sistema de medición de deformaciones como se muestra en la figura 15

ILUSTRACIÓN 15. MONTAJE DE MEDICIÓN DE DEFORMACIÓN.



Fuente: Autores del proyecto.

Y finalmente se adapta el montaje al sistema de medición para posteriormente hacer las pruebas, como se muestra en la figura 16.

ILUSTRACIÓN 16. MONTAJE FINAL DE SISTEMA DE MEDICIÓN DE ESFUERZO Y DEFORMACIÓN A VIGAS ESTÁTICAMENTE INDETERMINADAS



Fuente: Autores del proyecto.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Las condiciones de los ensayos realizados en el equipo con el fin de determinar la deformación y el esfuerzo cortante que originaban las cargas aplicadas se relacionan en la tabla 1

5.1 VIGA DOBLEMENTE EMPOTRADA.

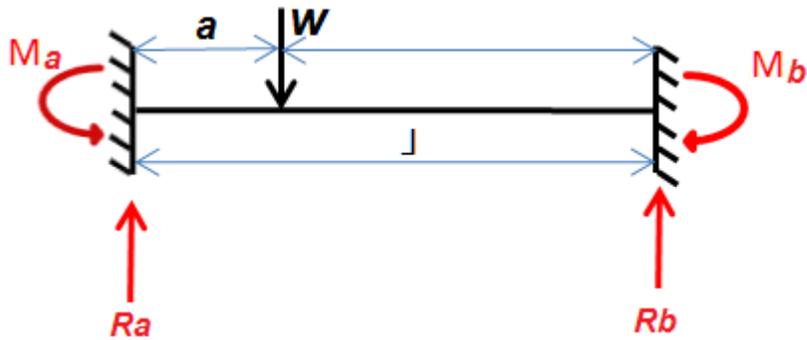
TABLA 1. DATOS VIGA DOBLEMENTE EMPOTRADA.

PESO (g)	COMPARADOR 1 (mm)	COMPARADOR 2 (mm)	GALGA (V)	PROMEDIO COMPARADOR 1 (mm)	PROMEDIO COMPARADOR 2 (mm)	PROMEDIO GALGA (V)
0,25	0,07	0,04	0,0016	0,086666667	0,023333333	3,76667E-05
	0,11	0,02	0,0055			
	0,08	0,01	0,0042			
0,50	0,11	0,09	0,0164	0,12	0,11	0,000162333
	0,13	0,12	0,0161			
	0,12	0,12	0,0162			
0,75	0,21	0,26	0,0172	0,21	0,26	0,000174
	0,19	0,24	0,0173			
	0,21	0,26	0,0177			
1,00	0,27	0,34	0,0183	0,273333333	0,323333333	0,000186
	0,26	0,32	0,0188			
	0,29	0,31	0,0187			
1,25	0,39	0,49	0,0179	0,403333333	0,503333333	0,000182
	0,42	0,53	0,018			
	0,4	0,49	0,0187			
1,50	0,41	0,57	0,0184	0,426666667	0,55	0,000191
	0,45	0,53	0,0192			
	0,42	0,55	0,0197			

Fuente: Autores del Proyecto.

5.1.2 Análisis de viga doblemente empotrada:

ILUSTRACIÓN 17. VIGA DOBLEMENTE EMPOTRADA.



Fuente: Autores del proyecto.

Indeterminación de segundo orden

ECUACIONES DE COMPATIBILIDAD.

$$\delta B = 0$$

$$k_B = 0$$

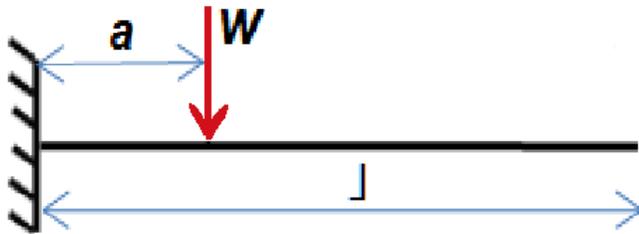
Momento de inercia.

$$I = \frac{1}{12} B \cdot H^3 - \frac{1}{12} b \cdot h^3$$

$$I = \frac{1}{12} 0,0382 \cdot 0,018^3 - \frac{1}{12} 0,0362 \cdot 0,016^3$$

$$I = 6,21 \times 10^{-9}$$

ILUSTRACIÓN 18. VIGA SOMETIDA A CARGA W

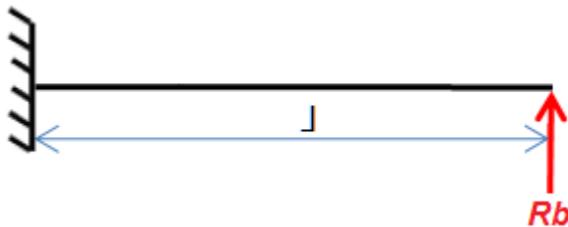


Fuente: Autores del proyecto

$$\delta_{B1} = \frac{W a^2}{6EI} (3L-a) = \frac{9.81(x)(0.5)^2}{6EI} (3(1.5)-0.5) = \frac{9.81(x)}{6EI}$$

$$\theta_{B1} = \frac{W a^2}{2EI} = \frac{9.81(x)(0.5)^2}{2EI} = \frac{9.81(x)}{8EI}$$

ILUSTRACIÓN 19. VIGA SOMETIDA A REACCIÓN R_B.

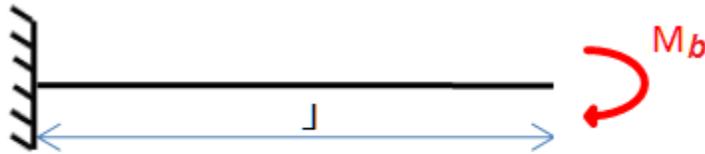


Fuente: Autores del proyecto

$$\delta_{B2} = \frac{WL^2}{3EI} = -\frac{R_b (1.5)^2}{3EI} = -\frac{2.25 R_b}{3EI} = -\frac{0.75 R_b}{EI}$$

$$\theta_{B2} = \frac{WL^2}{2EI} = -\frac{R_b (1.5)^2}{2EI} = -\frac{1.125 R_b}{EI}$$

ILUSTRACIÓN 20. VIGA SOMETIDA A MOMENTO RB.



Fuente: Autores del proyecto

$$\delta_{B3} = \frac{MBL^2}{2EI} = - \frac{MB(1,5)^2}{2EI} = - \frac{1,125 RB}{EI}$$

$$\theta_{B3} = \frac{MB\alpha^2}{EI} = - \frac{MB*1,5}{EI} = - \frac{1,5 MB}{EI}$$

CÁLCULO DE DEFORMACIÓN.

$$1. \quad k_B = \delta_{B1} + \delta_{B2} + \delta_{B3} = \frac{9,81(x)}{6EI} - \frac{0,75RB}{EI} - \frac{1,125 RB}{EI} = 0 \quad (\text{Factorizando y})$$

Cancelando el coeficiente **EI** obtenemos.)

$$\bullet \quad k_B = \delta_{B1} + \delta_{B2} + \delta_{B3} = 1,635(x) - 1,125 RB + 1,125 MB = 0$$

$$2. \quad k_B = \theta_{B1} + \theta_{B2} + \theta_{B3} = \frac{9,81(x)}{8EI} - \frac{1,125 RB}{EI} - \frac{1,5 MB}{EI} = 0 \quad (\text{Factorizando y})$$

Cancelando el coeficiente **EI** obtenemos.)

$$\bullet \quad k_B = \theta_{B1} + \theta_{B2} + \theta_{B3} = 1,22625(x) - 1,125 RB + 1,5 MB = 0$$

SOLUCIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES.

$$1,635(x) - 1,125RB + 1,125 MB = 0 \quad *(-1)$$

$$-1,635(x) + 1,125RB - 1,125 MB = 0$$

$$1,22625(x) - 1,125 RB + 1,5 MB = 0$$

$$-0,40875(x) + 0,375 MB = 0$$

$$-0,40875(x) = -0,375 MB$$

$$MB = \frac{0,40875(x)}{0,375} = 1,09(x)$$

$$RB = 2,543333(x)$$

$$MB = 1,09(x)$$

VERIFICAMOS

$$1,125*(2,543333(x)) - 1,125*(1,09(x)) = 2,86125(x) - 1,22625(x) = 1,635(x)$$

$$1,125*(2,543333(x)) - 1,5*(1,09(x)) = 2,86125(x) - 1,635(x) = 1,22625(x)$$

$$\Sigma Fy = -RA + 9,81(x) - RB = 0$$

$$-RA + 9,81(x) - RB = 0$$

$$-RA + 9,81(x) - 2,543333(x) = 0$$

$$RA = 7,267(x)$$

$$\Sigma MA = 0$$

$$\Sigma MA = MA - 9,81(x)*(0,5) + 2,543333(x)*(1,5) - 1,09(x) = 0$$

$$MA = 2,180005(x)$$

$$\delta_c = \frac{Wa^2}{6EI} (3x-a) - \frac{Wx^2}{6EI} (3L-x) - \frac{Mcx^2}{2EI}$$

$$\delta_{c1} = \frac{9,81(x)(0,5)^2}{6(70*10^9)(6,21*10^{-9})} (3(0,75)-0,5) - \frac{2,543333(x)(0,75)^2}{6(70*10^9)(6,21*10^{-9})} (3(1,5)-0,75) +$$

$$\frac{1,09(x)(0,75)^2}{2(70*10^9)(6,21*10^{-9})}$$

$$\delta_{c1} = 0,001645 x - 0,0021 x - 0,0007052 x = -0,0011602 x \text{ (DEFORMACIÓN TEÓRICA EN EL PUNTO DEL COMPARADOR 1) En términos de la masa (x)}$$

$$\delta c2 = \frac{9,81(x)(0.5)^2}{6(70 \cdot 10^9)(6,21 \cdot 10^{-9})} (3(1)-0,5) - \frac{2,543333 (x)(1)^2}{6(70 \cdot 10^9)(6,21 \cdot 10^{-9})} (3(1,5)-1) - \frac{1,09 (x) (1)^2}{2(70 \cdot 10^9)(6,21 \cdot 10^{-9})}$$

$\delta c2 = 0.00235 x - 0.003413 x - 0.001254 x = -0.002317 x$ **(DEFORMACIÓN TEÓRICA EN EL PUNTO DEL COMPARADOR 1)** En términos de la masa (x)

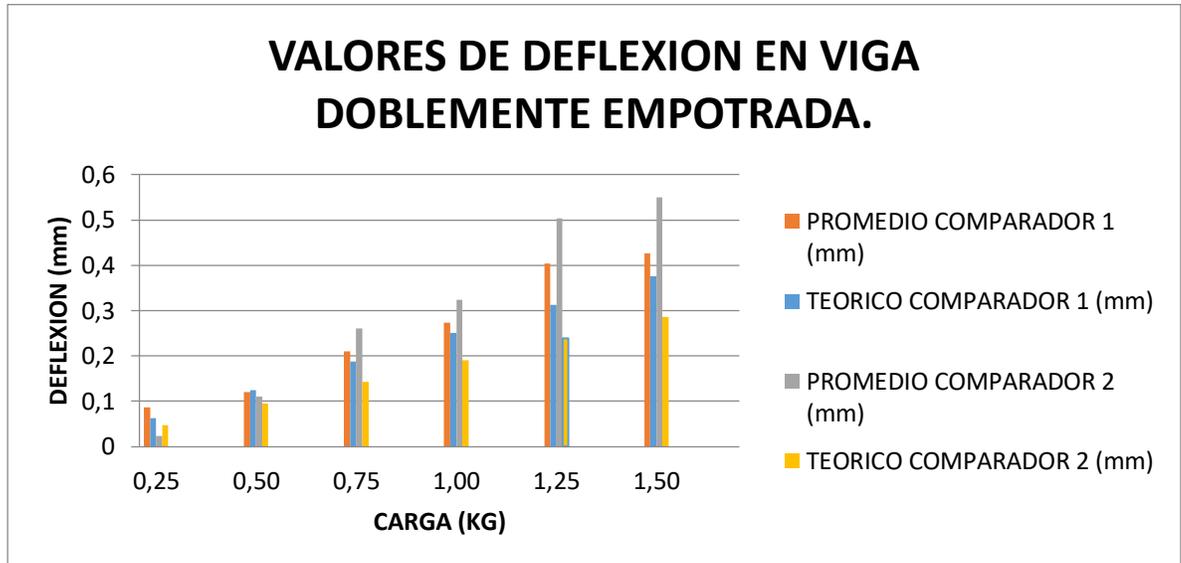
***Este ejercicio se trabaja en el sistema internacional de unidades.**

TABLA N° 2. TABLA DE COMPARACIÓN DE RESULTADOS DE PRUEBAS CON RESULTADOS TEÓRICOS PARA LA PRUEBA DE VIGA DOBLEMENTE EMPOTRADA.

PESO (g)	COMPARADOR 1 (mm)	COMPARADOR 2 (mm)	GALGA (V)	PROMEDIO COMPARADOR 1 (mm)	TEORICO COMPARADOR 1 (mm)	PROMEDIO COMPARADOR 2 (mm)	TEORICO COMPARADOR 2 (mm)
250	0,07	0,04	0,0345	0,086666667	0,06255	0,023333333	0,04775
	0,11	0,02	0,0317				
	0,08	0,01	0,0309				
500	0,11	0,09	0,0293	0,12	0,1251	0,11	0,0955
	0,13	0,12	0,0285				
	0,12	0,12	0,0272				
750	0,21	0,26	0,0193	0,21	0,18765	0,26	0,14325
	0,19	0,24	0,0196				
	0,21	0,26	0,0193				
1000	0,27	0,34	0,0183	0,273333333	0,2502	0,323333333	0,191
	0,26	0,32	0,0188				
	0,29	0,31	0,0187				
1250	0,39	0,49	0,0179	0,403333333	0,31275	0,503333333	0,23875
	0,42	0,53	0,018				
	0,4	0,49	0,0187				
1500	0,41	0,57	0,0184	0,426666667	0,3753	0,55	0,2865
	0,45	0,53	0,0192				
	0,42	0,55	0,0197				

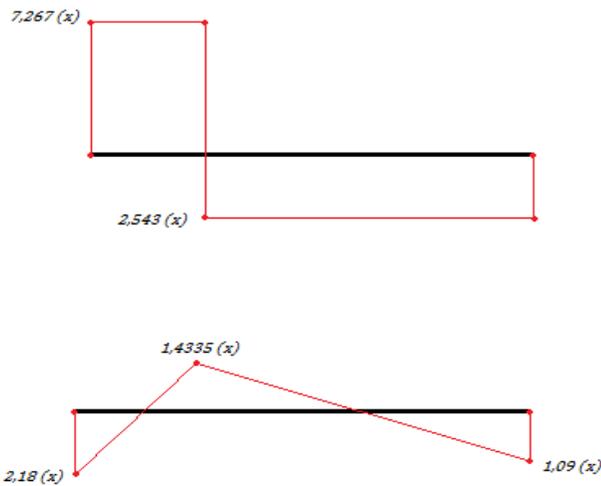
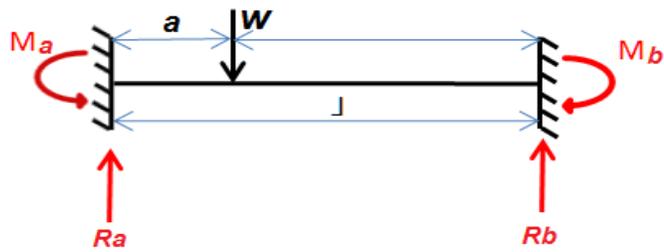
Fuente: Autores del Proyecto.

Grafica No 1. Comparativa de valores teóricos con valores experimentales de deflexión en viga doblemente empotrada.



- **CÁLCULO DE ESFUERZO FLEXIONANTE VIGA DOBLEMENTE EMPOTRADA.**

ILUSTRACIÓN 21. DIAGRAMA CORTANTE Y MOMENTO FLEXIONANTE.



Fuente: autores del proyecto.

Calculo de esfuerzo obtenida teóricamente.

$$\sigma_T = \frac{Mc}{I} = \frac{2,18(x) * (0,009)}{6,21 * 10^{(-9)}} = 3,16(x) * 10^6$$

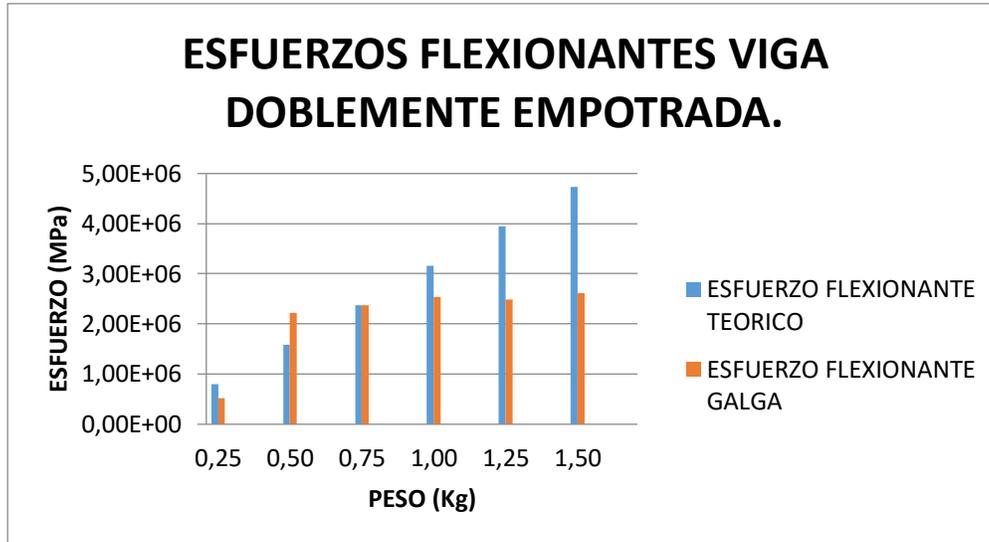
Calculo de esfuerzo obtenido experimentalmente.

$$E = \frac{4V}{K * V_0} = \frac{4V}{2,05 * 10} = 0,195 V$$

$$\sigma_e = E * \varepsilon = 0,195 V * 70 * 10^9 = 1,365 (V) * 10^{10}$$

Resultado del esfuerzo en términos del valor de voltaje (V) obtenido con la galga.

Grafica No 2. Comparativa de valores teóricos y experimentales de esfuerzo flexionante para viga doblemente empotrada.



Fuente: autores del proyecto

Tabla N° 3. Tabla comparativa de los valores de esfuerzo flexionante obtenidos de su cálculo teórico y de los obtenidos en las pruebas y valor porcentaje de error esfuerzo flexionante viga doblemente empotrada.

PESO (g)	PROMEDIO GALGA (V)	ESFUERZO FLEXIONANTE TEORICO	ESFUERZO FLEXIONANTE GALGA	% ERROR ESFUERZO FLEXIONANTE
0,25	3,76667E-05	7,90E+05	5,14E+05	34,87
0,50	0,000162333	1,58E+06	2,22E+06	40,36
0,75	0,000174	2,37E+06	2,38E+06	0,30
1,00	0,000186	3,16E+06	2,54E+06	19,59
1,25	0,000182	3,95E+06	2,49E+06	37,06
1,50	0,000191	4,74E+06	2,61E+06	44,95

Fuente: autores del proyecto

5.2 VIGA EN VOLADIZO.

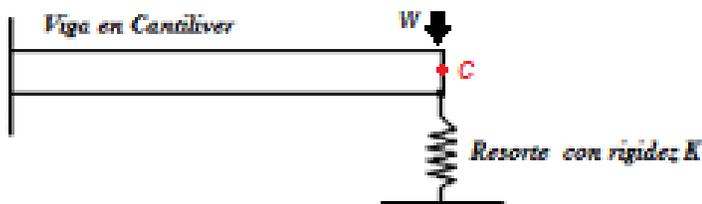
TABLA 4. DATOS DE MEDICIÓN DE DEFORMACIÓN VIGA EN VOLADIZO.

PESO (g)	COMPARADOR 1 (mm)	COMPARADOR 2 (mm)	GALGA (V)	PROMEDIO COMPARADOR 1 (mm)	PROMEDIO COMPARADOR 2 (mm)	PROMEDIO GALGA (V)
0,25	1,22	2,16	0,0254	1,24	2,203333333	0,000250333
	1,3	2,33	0,0247			
	1,2	2,12	0,025			
0,5	2,55	4,56	0,0176	2,533333333	4,513333333	0,000174667
	2,51	4,45	0,0174			
	2,54	4,53	0,0174			
0,75	3,57	6,53	0,0105	3,57	6,53	0,000101
	3,82	6,72	0,0103			
	3,82	6,8	0,0095			
1	5,04	8,99	0,0133	5,016666667	8,94	0,000113667
	4,96	8,84	0,0113			
	5,05	8,99	0,0095			
1,25	6,19	11,03	0,0141	6,243333333	11,13333333	0,000146667
	6,29	11,21	0,0146			
	6,25	11,16	0,0153			
1,5	7,47	13,33	0,0121	7,543333333	13,46333333	0,000128
	7,5	13,4	0,0123			
	7,66	13,66	0,014			

Fuente: Autores del Proyecto.

ANÁLISIS VIGA EN VOLADIZO.

ILUSTRACIÓN 22. VIGA EMPOTRADA A UN EXTREMO Y PIVOTEADA EN EL OTRO.



Fuente: Autores del proyecto

ECUACIONES DE COMPATIBILIDAD.

$$\delta_c = \frac{FR}{K} = \frac{FC}{K} \quad FR=FC$$

$$\delta_c = \frac{WL^3}{3EI} - \frac{FRL^3}{3EI} = \frac{FC}{K}$$

$$\delta_c = \frac{9,81(x)*(1,2)^3}{3*(70*10^9)*(6,21*10^{(-9)})} - \frac{FR*(1,2)^3}{3*(70*10^9)*(6,21*10^{(-9)})} = \frac{FC}{160.1}$$

$$\delta_c = 0,013(x) - 0.00133 FC = \frac{FC}{160.1}$$

$$\delta_c = 0,013(x) = \frac{FC}{160.1} + 0.00133 FC$$

$$\delta_c = 0,013(x) = 0.007576 FC$$

$$FC = 1.716(x)$$

ANÁLISIS ESTÁTICO

$$\Sigma F_y = -RA + 9.81 x - FC = 0$$

$$\Sigma F_y = -RA + 9.81 x - 1.716 x = 0$$

$$RA = 8.094 x$$

$$\Sigma MA = MA - 9.81(x)*(1.2) + 1.716(x)*(1.2) = 0$$

$$MA = 9.7128 x$$

$$\delta_c = \frac{Wx^2}{6EI} (3L - x) - \frac{FC * x^2}{6EI} (3L - x)$$

$$\delta_{c1} = \frac{9,81(x)*(0.6)^2}{6(70*10^9)(6,21*10^{(-9)})} (3(1.2)-0,6) - \frac{1.716(x)*(0.6)^2}{6(70*10^9)(6,21*10^{(-9)})} (3(1.2)-0,6)$$

$\delta_{c1} = 0.004062 x - 0.00071 x = 0.003352 x$ **(DEFORMACIÓN TEÓRICA EN EL PUNTO DEL COMPARADOR 1)** En términos de la masa (x)

$$\delta_{c2} = \frac{9,81(x)(0.9)^2}{6(70*10^9)(6,21*10^{(-9)})} (3(1.2)-0,9) - \frac{1.716(x)(0.9)^2}{6(70*10^9)(6,21*10^{(-9)})} (3(1.2)-0,9)$$

$\delta_{c2} = 0.008226 x - 0.001439 x = 0.006786 x$ (**DEFORMACIÓN TEÓRICA EN EL PUNTO DEL COMPARADOR 2**) En términos de la masa (x)

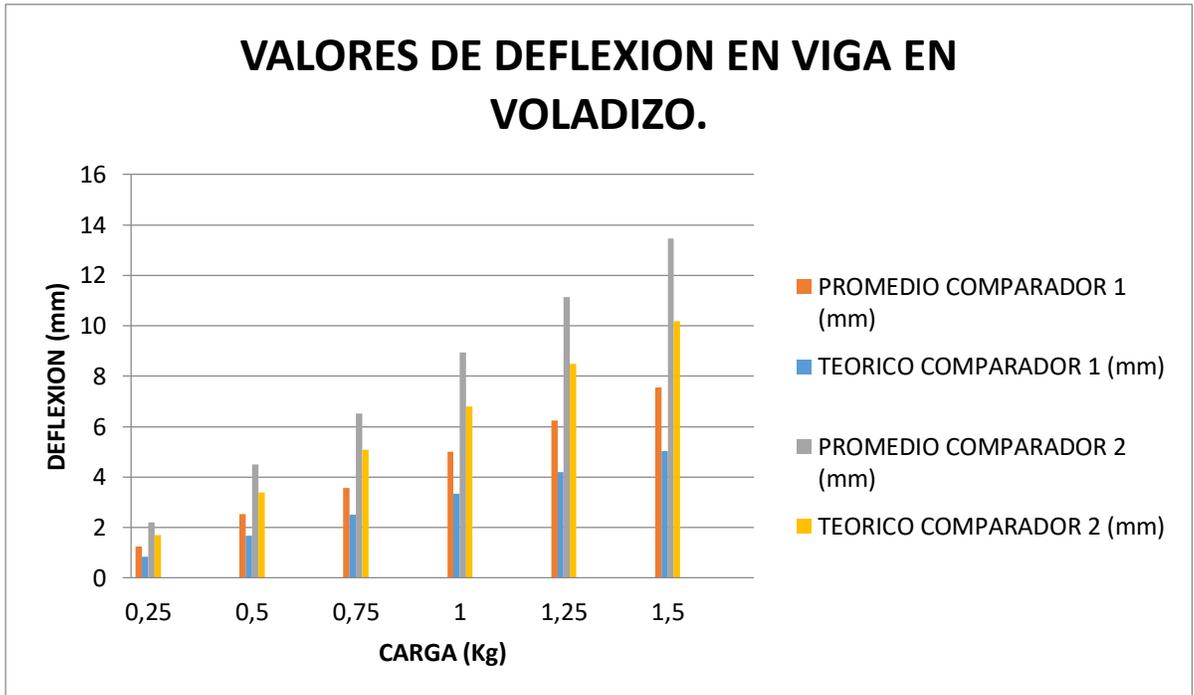
Este ejercicio se trabaja en el sistema internacional de unidades.

Tabla 5. Tabla de comparación de resultados de pruebas con resultados teóricos para la prueba de viga en voladizo.

PESO (g)	COMPARADOR 1 (mm)	COMPARADOR 2 (mm)	GALGA (V)	PROMEDIO COMPARADOR 1 (mm)	TEORICO COMPARADOR 1 (mm)	PROMEDIO COMPARADOR 2 (mm)	TEORICO COMPARADOR 2 (mm)	PROMEDIO GALGA (V)
gr	1,22	2,16	0,0254	1,24	0,838	2,203333333	1,6965	0,025033333
	1,3	2,33	0,0247					
	1,2	2,12	0,025					
500	2,55	4,56	0,0176	2,533333333	1,676	4,513333333	3,393	0,017466667
	2,51	4,45	0,0174					
	2,54	4,53	0,0174					
750	3,57	6,53	0,0105	3,57	2,514	6,53	5,0895	0,0105
	3,82	6,72	0,0103					
	3,82	6,8	0,0095					
1000	5,04	8,99	0,0033	5,016666667	3,352	8,94	6,786	0,0047
	4,96	8,84	0,0013					
	5,05	8,99	0,0095					
1250	6,19	11,03	0,0041	6,243333333	4,19	11,13333333	8,4825	0,004666667
	6,29	11,21	0,0046					
	6,25	11,16	0,0053					
1500	7,47	13,33	0,012	7,543333333	5,028	13,46333333	10,179	0,012766667
	7,5	13,4	0,0123					
	7,66	13,66	0,014					

Fuente: Autores del Proyecto.

Grafica No 3. Comparativa de valores teóricos con valores experimentales de deflexión en viga en voladizo.



PORCENTAJES DE ERROR.

Tabla N° 6. % error para las medidas de los dos comparadores para la viga doblemente empotrada.

PESO (Kg)	PROMEDIO COMPARADOR 1 (mm)	TEORICO COMPARADOR 1 (mm)	% ERROR DEFLEXION EN EL COMP 1	PROMEDIO COMPARADOR 2 (mm)	TEORICO COMPARADOR 2 (mm)	% ERROR DEFLEXION EN EL COMP 2
0.250	0,086666667	0,06255	38,55582201	0,023333333	0,04775	51,13438045
0.500	0,12	0,1251	4,076738609	0,11	0,0955	15,18324607
0.750	0,21	0,18765	11,91047162	0,26	0,14325	81,5008726
1.000	0,273333333	0,2502	9,245936584	0,323333333	0,191	69,28446771
1.250	0,403333333	0,31275	28,96349587	0,503333333	0,23875	110,8202443
1.500	0,426666667	0,3753	13,68682832	0,55	0,2865	91,97207679

Fuente: autores del proyecto.

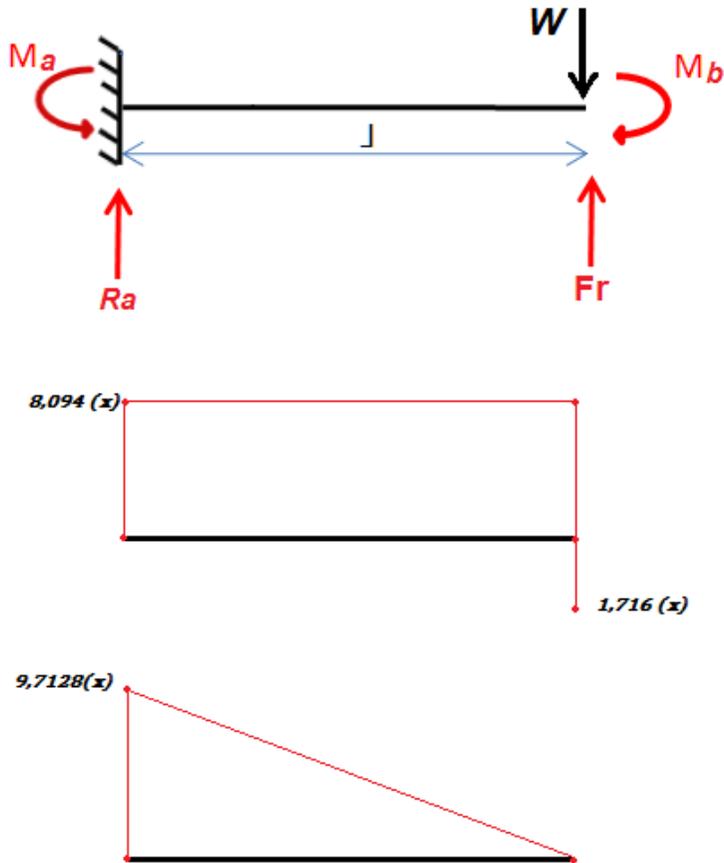
TABLA N° 7. % de error para las medidas de los dos comparadores para la viga empotrada en un extremo y pivoteada por resorte en el otro extremo.

PESO (g)	PROMEDIO COMPARADOR 1 (mm)	TEORICO COMPARADOR 1 (mm)	%ERROR DEFLEXION EN EL COMP 1	PROMEDIO COMPARADOR 2 (mm)	TEORICO COMPARADOR 2 (mm)	%ERROR DEFLEXION EN EL COMP 2
gr	1,24	0,838	47,97136038	2,203333333	1,6965	29,87523332
500	2,533333333	1,676	51,15354018	4,513333333	3,393	33,01896061
750	3,57	2,514	42,00477327	6,53	5,0895	28,30336968
1000	5,016666667	3,352	49,6618934	8,94	6,786	31,7418214
1250	6,243333333	4,19	49,00556881	11,13333333	8,4825	31,25061401
1500	7,543333333	5,028	50,02651816	13,46333333	10,179	32,26577594

Fuente: Autores del Proyecto.

Calculo de fuerza flexionante viga en voladizo.

ILUSTRACIÓN 23. Diagrama cortante y momento flector para viga en voladizo.



Fuente: autores del proyecto.

Calculo de esfuerzo obtenida teóricamente.

$$\sigma_T = \frac{Mc}{I} = \frac{9,7128(x) * (0,009)}{6,21 * 10^{(-9)}} = 14,076 * 10^6$$

Calculo de esfuerzo obtenido experimentalmente.

$$E = \frac{4V}{K * V_0} = \frac{4V}{2,05 * 10} = 0,195 V$$

$$\sigma_e = E * \varepsilon = 0,195 V * 70 * 10^9 = 1,365 (V) * 10^{10}$$

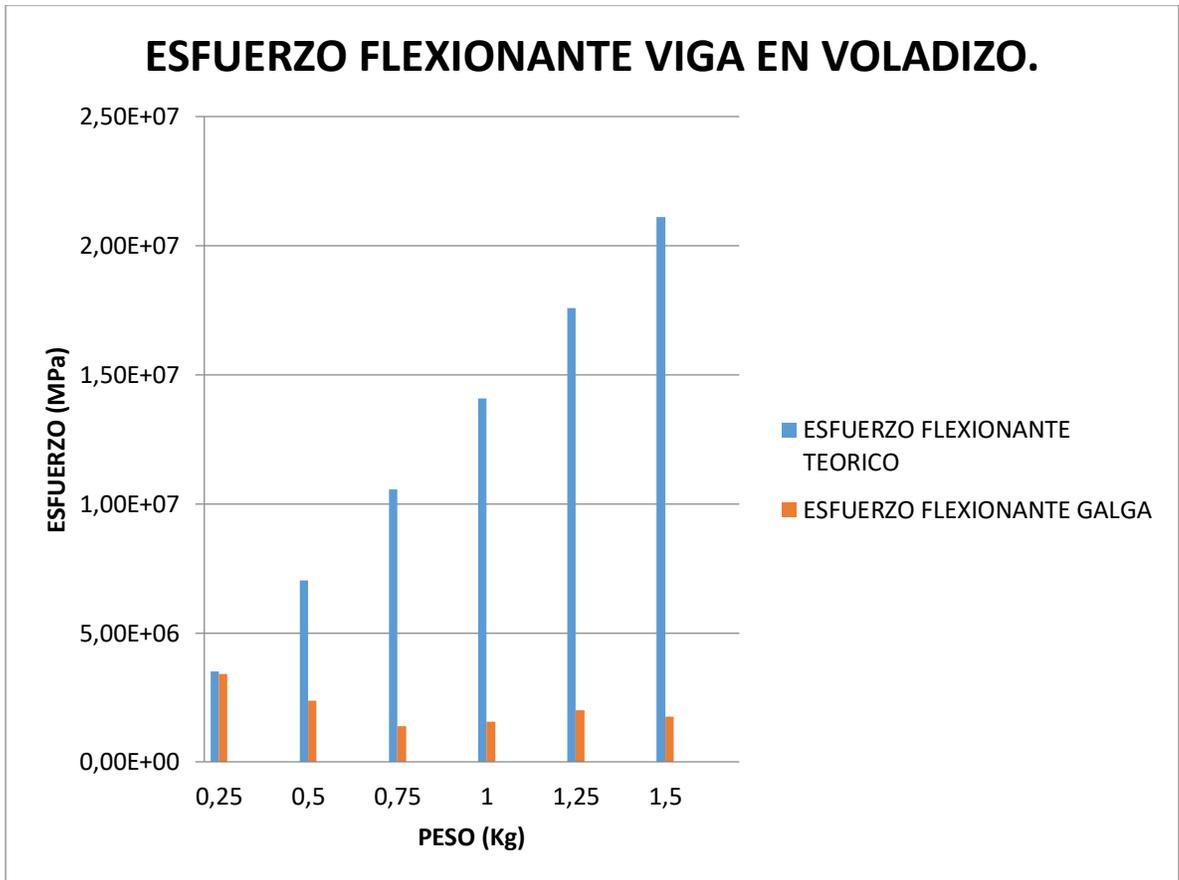
Resultado del esfuerzo en términos del valor de voltaje (V) obtenido con la galga.

TABLA N° 8. Comparativa de los valores de esfuerzo flexionante obtenidos de manera teórica y de manera práctica en viga en voladiza pivoteada con resorte en un extremo.

PESO (g)	PROMEDIO GALGA (V)	ESFUERZO FLEXIONANTE TEORICO	ESFUERZO FLEXIONANTE GALGA	% ERROR ESFUERZO FLEXIONANTE
0,25	0,000250333	3,52E+06	3,42E+06	2,84
0,5	0,000174667	7,04E+06	2,39E+06	66,10
0,75	0,000101	1,06E+07	1,38E+06	86,93
1	0,000113667	1,41E+07	1,55E+06	88,97
1,25	0,000146667	1,76E+07	2,00E+06	88,62
1,5	0,000128	2,11E+07	1,75E+06	91,72

Fuente: autor del proyecto.

Grafica No 4. Comparativa de valores teóricos con valores experimentales de deflexión en viga en voladizo.



Fuente: Autores del proyecto.

CAPÍTULO 6. GUIA BASE DE LABORATORIO

ENSAYO A DEFORMACION Y ESFUERZO A VIGAS ETATICAMENTE INDETERMNADAS

OBJETIVO GENERAL:

- Analizar y determinar la deflexión y deformación a vigas estáticamente indeterminadas.

OBJETIVOS ESPECIFICOS:

- Realizar los cálculos teóricos de la prueba mediante ecuaciones de deformación obtenida por la ley de Hooke.
- Realizar las pruebas experimentales y con los datos obtenidos de voltaje hallar la deformación mediante la fórmula.
- Calcular el porcentaje de error obtenido en las pruebas.

MARCO TEÓRICO:

La deflexión es el desplazamiento en una dirección y cualquier punto sobre el eje de la viga, es de gran importancia el análisis y diseño de estructuras. La determinación de deflexiones es de gran importancia en el análisis de vigas estáticamente indeterminadas.

Las deflexiones, en estructura, se pueden determinar, mediante métodos de cálculos, que se hará mención a los más conocidos. La deflexión se haya realizado las leyes que relacionan las fuerzas y desplazamiento, se realizan dos métodos de cálculos los geométricos y los de energía.

- Método geométrico: la utilización directamente de las ecuaciones de equilibrio, ecuaciones de compatibilidad y leyes constitutivas del material.
- Método de energía: en estos métodos las ecuaciones de equilibrio o de compatibilidad se reemplazan por un principio de energía y se combinan con las leyes constitutivas del material.

Las fuerzas cortantes y los momentos flexionante son el resultado de aplicar cargas o momentos en una viga; para su determinación se requiere cuantificar las fuerzas internas y pares internos que actúan sobre las secciones transversales del elemento, y esto se logra mediante la realización de un diagrama de cuerpo libre (DCL), la aplicación de los ecuaciones de equilibrio estático, y el uso del método de las áreas para la obtención de los diagramas de fuerzas cortantes y momentos flectores sobre una viga. Estas fuerzas actúan sobre el plano de la viga

VIGAS ESTÁTICAMENTE INDETERMINADAS.

Las vigas estáticamente indeterminadas son aquellas en las que los momentos flexionaste y las fuerzas cortantes no se pueden determinar por medio de las ecuaciones de equilibrio estático, porque las cantidades de reacciones exceden al número de ecuaciones independiente de equilibrio, para ello es necesario la obtención de ecuaciones adicionales, las cuales se conocen como ecuaciones de compatibilidad y relacionan la forma como los elementos que conforman un sistema se deforman, por lo cual se expresan en términos de deflexiones y pendientes. El método fundamental para analizar una viga estáticamente indeterminada es resolver las ecuaciones diferenciales de la curva de deflexión, sin embargo, también se utiliza el método de momento de área y el método de superposición, los cuales son aplicables a una amplia variedad de estructuras; este último método sirve como complemento para ecuaciones de equilibrio con ecuaciones de compatibilidad y ecuaciones de fuerza- desplazamiento.

LEY DE HOOKE.

La mayor parte de los elementos mecánicos se diseñan para sufrir deformaciones relativamente pequeñas, las cuales involucran solo la parte recta del diagrama de esfuerzo- deformación unitaria, es decir en el rango elástico del material; en esta región el esfuerzo(σ) es decir directamente proporcional a la deformación unitaria (ϵ), y puede escribirse a través de la ley de HOOKE.

ESFUERZO NORMAL.

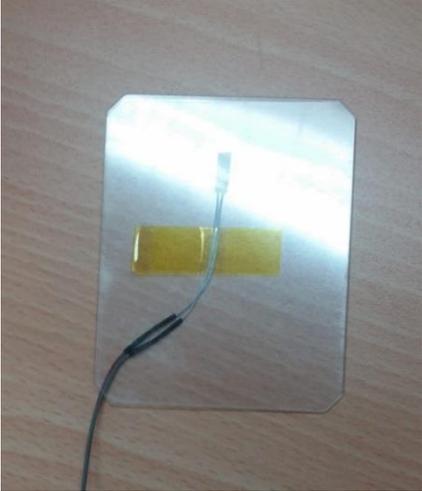
El esfuerzo es una magnitud física con unidades de fuerza por unidad de área; En general los esfuerzos que actúan sobre una superficie plana pueden ser uniforme en el área o pueden variar de intensidad de un punto a otro.

Existen 2 clases de esfuerzo; el esfuerzo normal (σ), que se origina cuando la fuerza es perpendicular al área del elemento y origina un alargamiento, y el esfuerzo cortante (τ) que se origina cuando la fuerza es paralela al área del elemento y origina una tendencia a cortar la pieza.

EQUIPO Y MATERIAL:

Los instrumentos utilizados son: Galgas extensiométricas, traductor y comparador de carátula: la galga es la encargada de recibir la deformación causada por las cargas. El traductor es el encargado de transformar las señales de la galga en valores de voltaje. El Indicador o Comparador de carátula es un instrumento de medición que transforma movimientos lineales de un husillo móvil en movimientos circulares de un puntero. Como su nombre lo indica se utilizan para comparar medidas, que deben encontrarse dentro de cierto intervalo y, que ya sea por desgaste u otras causas pudieron haber variado.

ILUSTRACIÓN 24. Imagen galga extensiométrica.



Fuente: Autores del proyecto.

ILUSTRACIÓN 25. Transductor.



Fuente: Autores del proyecto

ILUSTRACIÓN 26. Indicador de carátula



Fuente: Autores del proyecto.

PROCEDIMIENTO:

El ensayo se realizara para dos tipos de vigas estáticamente indeterminadas; viga doblemente empotrada y viga en voladizo.

- Viga doblemente empotrada: el procedimiento consta de lo siguiente.
 1. Tomar las dimensiones de la probeta de aluminio, diámetro interno diámetro externo y la altura.
 2. La probeta debe limpiarse bien y ajustarse bien en los dos extremos del banco para evitar que sufra algún desplazamiento que altere los resultados debido a la sensibilidad de la galga.
 3. ubique el indicador de caratula y la galga extensiométrica donde se desea tomar la medida de la probeta.

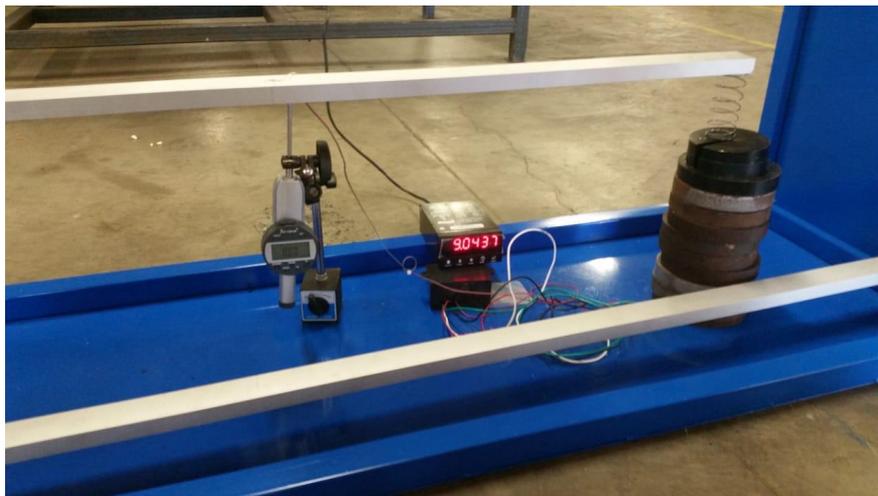
ILUSTRACIÓN 27. Banco de deformación.



Fuente: Autores del proyecto.

4. Dejar que el traductor se estabilice o estabilizarlo y tomar los datos en mV.
 5. Aplicar la primera carga de 250 gr dejar que se estabilice y tomar los datos.
 6. Retire el peso y asegúrese que este estabilizado el indicador, repita el procedimiento 2 veces más con el fin de promediar los valores.
 7. Repita los procedimientos 5 y 6 con pesos 500gr, 750gr y 1000gr
- Viga en voladizo: el procedimiento consta de los siguientes pasos.
 1. La probeta debe limpiarse bien y ajustarse en un extremo del banco, para evitar que sufra algún desplazamiento que altere los resultados debido a la sensibilidad de la galga. en el otro extremo ajustar el resorte,
 2. ubique el indicador de caratula y la galga extensiométrica donde se desea tomar la medida de la probeta.

ILUSTRACIÓN 28. Viga en voladizo ajustada al banco..



Fuente: Autores del proyecto.

3. Dejar que el traductor se estabilice o estabilizarlo y tomar los datos en mV.
4. Aplicar la primera carga de 250 gr dejar que se estabilice y tomar los datos.
5. Retire el peso 4 y asegúrese que este estabilizado el indicador, repita el procedimiento 2 veces más con el fin de promediar los valores.
6. Repita los procedimientos 5 y 6 con pesos 500gr, 750gr y 1000gr

CÁLCULOS.

- Con los resultados de los medidores y la galga se hayan los esfuerzo y deflexiones experimentales.
- Realizar los diagramas de fuerza cortante y momento flector para cada viga ensayada.
- Encontrar la ecuación de compatibilidad pertinente para este caso y levantar la determinación.
- Esfuerzo de deflexión máximo: esfuerzo normal máximo que se presenta en la sección recta de una viga cuando se somete a cargas transversales, se obtiene de la siguiente manera

Calculo de esfuerzo obtenida teóricamente.

$$\sigma_T = \frac{Mc}{I}$$

Donde

M: Momento flector máximo.

Calculo de esfuerzo obtenido experimentalmente.

TABLA 62. Datos obtenidos del ensayo, probeta en voladizo

PESO (g)	PROMEDIO COMPARADO R 1 (mm)	TEORICO COMPARADO R 1 (mm)	%ERROR DEFLEXION EN EL COMP 1	PROMEDIO COMPARADOR 2 (mm)	TEORICO COMPARADOR 2 (mm)	%ERROR DEFLEXION EN EL COMP 2	PROMEDI GALGA (V)	ESFUERZO FLEXIONANTE TEORICO	ESFUERZO FLEXIONANTE GALGA	% ERROR ESFUERZO FLEXIONANTE

Fuente: Autores del proyecto.

OBSERVACIONES Y RECOMENDACIONES PARA EL DESARROLLO DE ESTA PRÁCTICA.

- Recordar la forma como se obtiene el diagrama de esfuerzo cortante y momento flectores sobre una viga.
- Recordar cómo se resuelven los problemas estáticamente indeterminados de vigas sometidas a esfuerzos cortantes.
- Recordar cualquiera de los métodos utilizados para calcular deflexiones sobre una viga.

CAPÍTULO 7. RECOMENDACIONES.

Se presentan las siguientes recomendaciones:

Se debe inspeccionar que el banco este en equilibrio y las probetas se encuentren bien puesta y limpias para no alterar las mediciones.

Se debe inspeccionar los instrumentos de medición antes y después de cada medición, el indicador de caratula y el transductor son muy sensibles al mínimo movimiento.

Se debe garantizar que en todas las mediciones se aplique la carga en el mismo lugar de la probeta de no ser así se puede tener gran injerencia en los datos obtenidos y aumentar el error.

Se debe tener las medidas exactas de las probetas para que el resultado sea el más exacto posible.

CONCLUSIONES.

- La finalidad de este proyecto fue diseñar y construir un banco que permita medir deflexión y esfuerzo a probetas tubular de sección transversal rectangular estáticamente indeterminada la cual se cumplió a cabalidad.
- Se fue muy cuidadoso en la toma de datos en las pruebas del banco sin embargo hubo un gran margen en el porcentaje de error en los datos de las galgas extensiométricas debido a que las galgas son muy sensibles y cualquier factor externo y mal posicionamiento de las galgas o del mismo banco pudo variar la medición y la toma de datos.
- Los porcentajes de error alcanzados en la medida de la galga se debe a la sensibilidad de la galga extensiométricas, a las condiciones del ambiente, la geometría de la probeta, el tipo de pegante en la galga, la posición de la galga, así también como la variación que tenía el transductor en la toma de datos.
- En los cálculos de deformación pudimos concluir que teóricamente podemos hacernos una idea cercana a los valores reales que se pueden obtener ya que el porcentaje de error en ronda entre el 10 al 50% excepto en la prueba de viga doblemente empotrada, comparador de caratula 2 ya que se tuvo problemas con el comparador aunque se debe tener en cuenta que el módulo de elasticidad utilizado es un módulo genérico con lo cual, si se pudiera realizar el ensayo para encontrar el módulo de la barra utilizada podríamos reducir en gran manera el porcentaje de error obtenido.

- En el cálculo de deformación llegamos a la conclusión de que se debe tener en cuenta el peso de la probeta debido a que va a sufrir deformación debido al peso de la misma, en la tabla de resultado se puede evidenciar esto a pesar de la imprecisión de los equipos logramos ver que los datos de la prueba siempre son mayores a los valores teóricos debido a esto.

REFERENCIAS

- [1] Beer F. P., Johnston E. R., DeWolf J.T. y Mazurek D. F. Mecánica de Materiales, Editorial Mc Graw Hill, sexta edición, México 2013.
- [2] Hibbeler R. C. Mecánica de Materiales, Editorial Pearson, octava edición, México 2011.
- [3] Pytel Andrew & Singer, Ferdinand L. Resistencia de Materiales, México: Oxford University press, 1994.
- [4] Beer Ferdinand, Johnston Russell & Eisenberg Elliot. Mecánica Vectorial para Ingenieros: estática. McGraw-Hill Interamericana, Octava edición, México 2007.
- [5] Doebelin E. E., *Sistemas de Medición e Instrumentación: Diseño y Aplicación*, editorial Mc Graw Hill, quinta edición, México 2005.
- [6] Beasley D. E. and Figliola R. S., *Mediciones Mecánicas: Teoría y Diseño*, Editorial Alfaomega, tercera edición, México 2003.
- [7] Mitutoyo. Indicadores de caratula. [En línea]<
<http://www.mitutoyo.com.mx/Descargas/Boletines/BOLETIN%20MAYO%202010.pdf>]> [Citado Mayo de 2010]
- [8] Catarina. Método de elementos finitos. [En línea]<
http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/lim/jimenez_p_a/capitulo2.pdf]> [Citado xx].

- [9] Gere J.M. Mecánica de materiales. Thomson Editores, sexta edición, México D.F. 2006.
- [10] Santos A. Resistencia de Materiales, División de Publicaciones UIS, Bucaramanga 2013.
- [11] Mott R. L. Resistencia de Materiales, Editorial Prentice Hall, quinta edición, México 2009.
- [12] Beer F. P., Johnston E. R., DeWolf J.T. y Mazurek D. F. Mecánica de Materiales, Editorial Mc Graw Hill, sexta edición, México 2013.
- [13] Hibbeler R. C. Mecánica de Materiales, Editorial Pearson, octava edición, México 2011.
- [14] Pytel Andrew & Singer, Ferdinand L. Resistencia de Materiales, México: Oxford University press, 1994.
- [15] Beer Ferdinand, Johnston Russell & Eisenberg Elliot. Mecánica Vectorial para Ingenieros: estática. McGraw-Hill Interamericana, Octava edición, México 2007.
- [16] Doebelin E. E., *Sistemas de Medición e Instrumentación: Diseño y Aplicación*, editorial Mc Graw Hill, quinta edición, México 2005.
- [17] Beasley D. E. and Figliola R. S., *Mediciones Mecánicas: Teoría y Diseño*, Editorial Alfaomega, tercera edición, México 2003.
- [18] Mitutoyo. Indicadores de caratula. [En línea]<
<http://www.mitutoyo.com.mx/Descargas/Boletines/BOLETIN%20MAYO%202010.pdf>]> [Citado Mayo de 2010]
- [19] Catarina. Método de elementos finitos. [En línea]<
http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/lim/jimenez_p_a/capitulo2.pdf]> [Citado xx].
- [20] SOLID-BI. Solid Works. [Página Web]< [https://solid-bi.es/solidworks/]>.
- [21] 3D CAD Portal. Ansys. [Página Web]<
<http://www.3dcadportal.com/ansys.html>]>.

[22] Ingeniería Química. Diseño conceptual, básico y detallado. [Página Web]
<<http://www.ingenieriaquimica.org/disenoprocesos>>.