

**DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UNA ANTENA TRIANGULAR TIPO
PARCHE**

**JOSE LEONARDO RIVERA MORA
EDGAR GIOVANNI ACELA GARCIA**

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA
ESCUELA DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA
SECCIONAL BUCARAMANGA
2013**

**DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UNA ANTENA TRIANGULAR
TIPO PARCHE**

**EDGAR GIOVANNI ACELA GARCÍA
JOSE LEONARDO RIVERA MORA**

**Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar por el
título de
Ingeniero Electrónico.**

**Director
FABIO ALONSO GUZMÁN SERNA
Ingeniero Electrónico**

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA
ESCUELA DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA
SECCIONAL BUCARAMANGA
2013**

Nota de aceptación

Firma del Jurado

Firma del Jurado

Bucaramanga, Septiembre del 2013

Quiero agradecer a Dios y mi padre que están en el cielo. Por tantas bendiciones recibidas en todo momento y guiarme para crecer día a día por el camino indicado.

A mi madre Madime Mora Valderrama. Por ser esa muestra de lucha, amor y entrega por sus hijos, lo cual siempre ha sido mi gran motivación para dar cada paso en este camino que empiezo.

A mi abuela y ángel, Blanca Valderrama. A quien agradezco, por estar conmigo en las buenas y en las malas, dándome consejos sabios y apoyándome en los momentos más difíciles.

A mi hermano David Rivera Mora. Por cuidar de mi desde que era un niño y ser para mí, un ejemplo de fortaleza, honestidad y responsabilidad.

Al director de este proyecto Fabio Guzmán Serna. Por brindarnos la confianza y siempre guiarnos en el desarrollo de este trabajo. Infinitas gracias ingeniero.

A mi compañero de tesis Giovanni Acela García. Más que agradecer, presentar mi admiración por su capacidad como profesional y calidad como persona.

Por ultimo darle gracias a mi familia y a todas aquellas personas cercanas que de una u otra forma hacen parte de mi crecimiento como persona y como profesional.

José Leonardo Rivera Mora

A Dios que todo lo puede. A mis papás y hermanas que me apoyaron de todas las formas posible en el transcurso de mi vida personal y profesional.

A mi compañero del proyecto José Rivera por ser un gran apoyo y un ejemplo de lo que es ser una persona recta y responsable.

Al ingeniero Fabio Guzmán que estuvo pendiente en todo momento del proyecto y siempre brindó una mano para el desarrollo satisfactorio de éste.

Por último a todas las personas que de alguna u otra forma sirvieron de soporte para alcanzar este logro.

Edgar Giovanni Acela García

AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan sus agradecimientos a:

Dios por darnos la sabiduría y responsabilidad para realizar este proyecto y lo más importante, por bendecirnos.

Al Ingeniero Fabio Alonso Guzmán Serna por ser nuestra fuente de información y apoyo durante todo el desarrollo de este objetivo.

A la Universidad Pontificia Bolivariana por formarnos como profesionales y personas integras hacia todo lo que nos rodea.

A todas las personas y familiares que aportaron de distintas formas al cumplimiento de este logro.

GLOSARIO

Antena: Es un dispositivo cuyo objetivo es transmitir y recibir ondas electromagnéticas al espacio libre. Para transmitir, transforma voltajes en ondas y para recibir, realiza la acción contraria.

Micrsotrip: Comunes en las antenas tipo parche, es una tecnología usada en las antenas por medio de una línea de transmisión para transmitir señales de microondas.

Patrón de radiación: Es una representación gráfica de las propiedades de radiación de una antena en función de coordenadas espaciales.

Fractal: Objeto geométrico en donde su estructura original se repite a distintas escalas.

Permitividad: Es una constante física que demuestra como el campo eléctrico afecta y se ve afectado por el medio.

Permeabilidad: Es la capacidad de un material, de permitirle a un flujo que lo atravesase sin que afecte su estructura interna.

Constante dieléctrica: Es una propiedad macroscópica de un medio dieléctrico relacionado con la permitividad eléctrica del medio.

Lóbulos de radiación: Es el área del patrón de radiación rodeada por regiones de baja intensidad de radiación.

Directividad: Fenómeno de las *ondas* que proporciona información sobre el comportamiento de la radiación en función de la dirección

Ganancia: Indica la cantidad de señal captada que se concentra en el alimentador.

Eficiencia: Es la medida de la pérdida de potencia en una antena.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN.....	13
OBJETIVOS.....	16
I. MARCO TEÓRICO	17
1.1 LAS ANTENAS	17
1.1.1 Definición	17
1.1.2 Reseña histórica.....	19
1.1.3 Tipos de antenas	20
1.1.3.1 Antenas de apertura	20
1.1.3.2 Antenas de hilo	20
1.1.3.3 Antenas Microstrip	22
1.1.3.4 Antenas de arreglo.....	22
1.2 ANTENAS MICROSTRIP.....	23
1.2.1 Características.....	23
1.3 ANTENA MICROSTRIP TRIANGULAR EQUILATERA	25
1.3.1 Representación de campos para una antena microstrip triangul	26
1.3.2 Frecuencia de resonancia	30
1.3.3 Impedancia de entrada por alimentación coaxial de una antena microstrip triangular equilátera	30
1.3.4 Impedancia de entrada por alimentación de línea microstrip de una antena triangular equilátera	33
1.3.5 Campo eléctrico en zona lejana	36
1.4 LA GEOMETRÍA FRACTAL	37
1.4.1 Propiedades	38
1.4.1.1 La Autosimilitud	38
1.4.1.2 La Dimensión Extraña	39
1.4.2 Ejemplos clásicos	40
1.4.2.1 El Conjunto de Cantor	40
1.4.2.2 La Curva de Koch.....	40
II. METODOLOGÍA	43
2.1 DESARROLLO DEL PROYECTO.....	43
2.2 CARACTERISTICAS DE LA ANTENA.....	43
2.2.1 Antena Triangular Completa.....	43

2.2.1.1 Dimensiones.....	43
2.2.1.2 Impedancia de entrada	43
2.2.1.3 Línea alimentación	43
2.2.1.4 Línea de acople	44
2.2.2 Antena triangular con geometría fractal	44
2.2.2.1 Dimensiones.....	44
2.2.2.2 Impedancia de entrada	44
2.2.2.3 Línea alimentación	44
2.2.2.4 Línea de acople	44
2.3 CONSTRUCCIÓN DE LAS ANTENAS.....	45
2.3.1 Antena número 1	45
2.3.2 Antena número 2	48
2.3.3 Antena número 3	51
2.3.4 Antena número 4	54
III. ALGORITMO DE PROGRAMACIÓN	57
3.1 SOFTWARE MATHEMATICA 9	57
3.2 DESARROLLO DEL ALGORITMO	59
3.2.1 Dimensiones.....	59
3.2.2 Impedancia de entrada	60
3.2.3 Impedancia de acople	60
3.2.4 Ancho de la línea de alimentación y acople.....	61
3.2.5 Campos eléctricos en θ y en ϕ	61
IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS	68
4.1 ANTENA 2.....	68
4.2 ANTENA 4.....	77
4.3 ANTENA 3.....	85
4.3.1 Para sumatoria desde 0 a 10.....	86
4.3.2 Para sumatoria desde 0 a 20.....	94
4.4 Análisis de las antenas diseñadas	107
4.5 Análisis de potencia mitad	110
OBSERVACIONES Y CONCLUSIONES.....	119
BIBLIOGRAFÍA.....	120

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Antena como dispositivo de transición.....	18
Figura 2. Circuito equivalente de Thevenin de una antena.....	18
Figura 3. Configuración de las antenas de apertura.	21
Figura 4. Configuración de las antenas de hilo.	21
Figura 5. Configuración de algunas de las formas de antenas microstrip.	22
Figura 6. Configuración de las antenas de arreglo.....	23
Figura 7. Elementos de antena microstrip.	25
Figura 8. Configuración de la antena equitriangular microstrip.	26
Figura 9. Sistema de coordenadas, pared magnética y alimentación por sonda coaxial de antena equitriangular microstrip.	29
Figura 10. Patrones del campo con pared magnética para los modos TM_{10} y TM_{11}	29
Figura 11. Circuito equivalente de parche microstrip.	33
Figura 12. Alimentación por línea microstrip.	35
Figura 13. Fractales.....	38
Figura 14. La autosimilitud.....	39
Figura 15. Dimensiones de la geometría fractal y clásica.	40
Figura 16. Descripción del Conjunto de Cantor.	40
Figura 17. Descripción de la Curva de Koch.	41
Figura 18. Descripción del Triángulo de Sierpinski.	41
Figura 19. Diagramas de flujo las características de las antenas.....	45
Figura 20. Antena número 1.....	46
Figura 21. Patrón de radiación en 2D de la antena número 1.....	47
Figura 22. Patrón de radiación en el plano 3D de la antena número 1.....	47
Figura 23. Patrón de radiación en el plano cartesiano de la antena número 1.....	48
Figura 24. Antena número 2.....	49
Figura 25. Patrón de radiación en 2D de la antena número 2.....	50
Figura 26. Patrón de radiación en el plano 3D de la antena número 2.....	50
Figura 27. Patrón de radiación en el plano cartesiano de la antena número 2.....	51
Figura 28. Antena número 3.....	52
Figura 29. Patrón de radiación en 2D de la antena número 3.....	53
Figura 30. Patrón de radiación en el plano 3D de la antena número 3.....	53
Figura 31. Patrón de radiación en el plano cartesiano de la antena número 3.....	54
Figura 32. Antena número 4.....	55
Figura 33. Patrón de radiación en 2D de la antena número 4.....	56
Figura 34. Patrón de radiación en el plano cartesiano de la antena número 4.....	56
Figura 35. Longitud del triángulo de 5GHz.	59
Figura 36. Longitud efectiva.	60
Figura 37. Impedancia de entrada del parche.....	60
Figura 38. Impedancia de la línea de acople.....	61
Figura 39. Ancho línea de alimentación y acople.	61

Figura 40. Algoritmo para cm_n	62
Figura 41. Algoritmos para f_x y f_y	63
Figura 42. Algoritmo para f_x	63
Figura 43. Algoritmo para el cálculo de f_y	64
Figura 44. Grafica polar del campo eléctrico en θ	64
Figura 45. Grafica polar del campo eléctrico en ϕ	65
Figura 46. Lista de datos para el campo eléctrico.	66
Figura 47. Lista de datos para el campo magnético.....	66
Figura 48. Gráfica Polar del campo eléctrico para $f = 5\text{GHz}$	67
Figura 49. Gráfica Polar del campo eléctrico para $f = 10\text{GHz}$	67
Figura 50. Gráfica Error antena 2	76
Figura 51. Grafica Error antena 4.....	85
Figura 52. Gráfica del error en porcentaje del campo eléctrico para $n = m = 0$ hasta n y $m = 10$	94
Figura 53. Error campo magnético de antena 3.....	107
Figura 54. Evolución del error en cada una de las antenas	108
Figura 55. Grafica de desviación estándar de las antenas diseñadas	109
Figura 56. Gráfica del promedio para las antenas diseñadas.....	109

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Características de la antena número 1	45
Tabla 2. Características de la antena número 2	48
Tabla 3. Características de la antena número 3	51
Tabla 4. Error Antena 2	68
Tabla 5. Resumen de la tabla 4	76
Tabla 6. Error Antena 4	77
Tabla 7. Resumen tabla 6	84
Tabla 8. Error del campo eléctrico para $n=m=0$ a 10.	86
Tabla 9. Resumen de tabla 8	93
Tabla 10. Error Campo Eléctrico Antena 3	94
Tabla 11. Resumen de tabla 10	102
Tabla 12. Tendencia de sumatoria a mayor rango de evaluación	102
Tabla 13. Error Campo Magnético Antena 3	103
Tabla 14. Resumen de tabla 13	106
Tabla 15. Resumen de antenas diseñadas	107
Tabla 16. Valores para cálculo de potencia mitad	110
Tabla 17. Análisis de datos de potencia media	118

RESUMEN GENERAL

TÍTULO: DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UNA ANTENA TRIANGULAR TIPO PARCHE

AUTOR(ES): EDGAR GIOVANNI ACELA GARCÍA
JOSE LEONARDO RIVERA MORA

FACULTAD: Ingeniería Electrónica

DIRECTOR(A): Esp. FABIO ALONSO GUZMÁN SERNA

RESUMEN

Este proyecto consiste en el diseño y construcción y por último, el análisis de una antena triangular fractal tipo parche de tecnología microstrip, partiendo de los cálculos hechos en el software llamado mathematica 9. Se comparan los resultados del patrón de radiación de la antena diseñada, obtenido por medio del kit de lab-volt junto al software LVADM-ANT y el patrón de radiación realizado en el software Mathematica 9.

PALABRAS CLAVES: Mathematica, Microstrip, Lab-Volt, Patrón de radiación.

GENERAL ABSTRACT

TITLE: DESIGN AND CONSTRUCTION OF A
TRIANGULAR ANTENA TYPE PATCH

AUTHOR (S): EDGAR GIOVANNI ACELA GARCÍA
JOSE LEONARDO RIVERA MORA

FACUTLY: Electronic Engineering

DIRECTOR: Esp. FABIO ALONSO GUZMÁN SERNA

ABSTRACT

This project involves the design and construction and finally the analysis of a triangular patch fractal antenna of microstrip technology, based on the calculations made in the software called Mathematica9. We compare the results of the radiation pattern of the antenna designed, obtained through lab-volt kit with the software LVADM-ANT and the radiation pattern made in the software Mathematica 9.

KEYWORDS: Mathematica, Microstrip, Lab-Volt, radiation pattern.

INTRODUCCIÓN

La propagación de las ondas electromagnéticas es el principio físico por el cual funcionan las comunicaciones inalámbricas. Las antenas son dispositivos que cumplen un papel relevante dentro de este tipo de comunicación. Las antenas microstrip o tipo parche, son antenas impresas, las cuales forman parte del grupo de antenas planas. Las antenas, antenas microstrip, y para el estudio de este proyecto, las antenas microstrip de forma triangular por geometría fractal, son estudiadas detalladamente en el capítulo 1.

Debido a la variedad de antenas existentes y a su gran utilidad en los avances tecnológicos de hoy en día, el presente proyecto centra sus objetivos en el diseño y construcción de una antena tipo microstrip de forma triangular empleando el método o geometría fractal, la cual es explicada con más detalle en el segundo capítulo.

Se elaboró un algoritmo entorno a mathematica 9, con el cual se logró realizar una comparación entre los resultados obtenidos experimentalmente y los arrojados por la simulación. Los resultados del algoritmo en mathematica 9 se puede observar en el capítulo 3. En el capítulo 4 se realiza un análisis detallado de los datos arrojados en la comparación realizada en los capítulos anteriores.

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

- Modelar y construir una antena tipo parche triangular.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Realizar un algoritmo para el diseño de la antena, el patrón de radiación, y línea de alimentación; empleando un método matemático.
- Construir la antena con base en los resultados obtenidos en el algoritmo.
- Comprobar experimentalmente los parámetros de la antena diseñada.
- Comparar los resultados obtenidos experimentalmente con los obtenidos en el algoritmo.

I. MARCO TEÓRICO

1.1 LAS ANTENAS

Las antenas y sistemas de antenas son la base de los sistemas de comunicación inalámbrica. Estos han evolucionado de forma rápida y eficiente. En estos sistemas de comunicación cada vez se hace más complejo su análisis y depende, en gran medida, de las investigaciones y avances que ingenieros de diferentes ramas puedan contribuir.

1.1.1 Definición. Basado en el diccionario de Webster, una antena se define como un dispositivo metálico que recibe y radia ondas de radio. Por otro lado, la definición estándar de términos de antena IEEE, la define como un medio para recibir o irradiar ondas de radio. En otras palabras, la antena es la estructura de transición entre el espacio libre y un dispositivo guiado. El dispositivo guiado, también llamado línea de transmisión puede tomar la forma de una línea coaxial o guía de onda, y esto es usado para transportar energía electromagnética de la fuente transmisora a la antena o de la antena a la receptora. Todo esto se observa en la figura 1. [1]

La figura 2 muestra el circuito equivalente de Thevenin para una línea de transmisión del sistema de la figura 1. Donde V_g es un generador ideal, la línea de transmisión es una línea con características de impedancia Z_c y Z_A [$Z_A = (R_L + R_r) + jX_A$] es la antena representada por una carga conectada a la línea de transmisión, donde R_L es una resistencia de carga usada para representar una conducción y pérdida del dieléctrico con la antena, mientras R_r es usada para representar la parte imaginaria de la impedancia asociada con la radiación de la antena. [1]

Figura 1. Antena como dispositivo de transición¹.

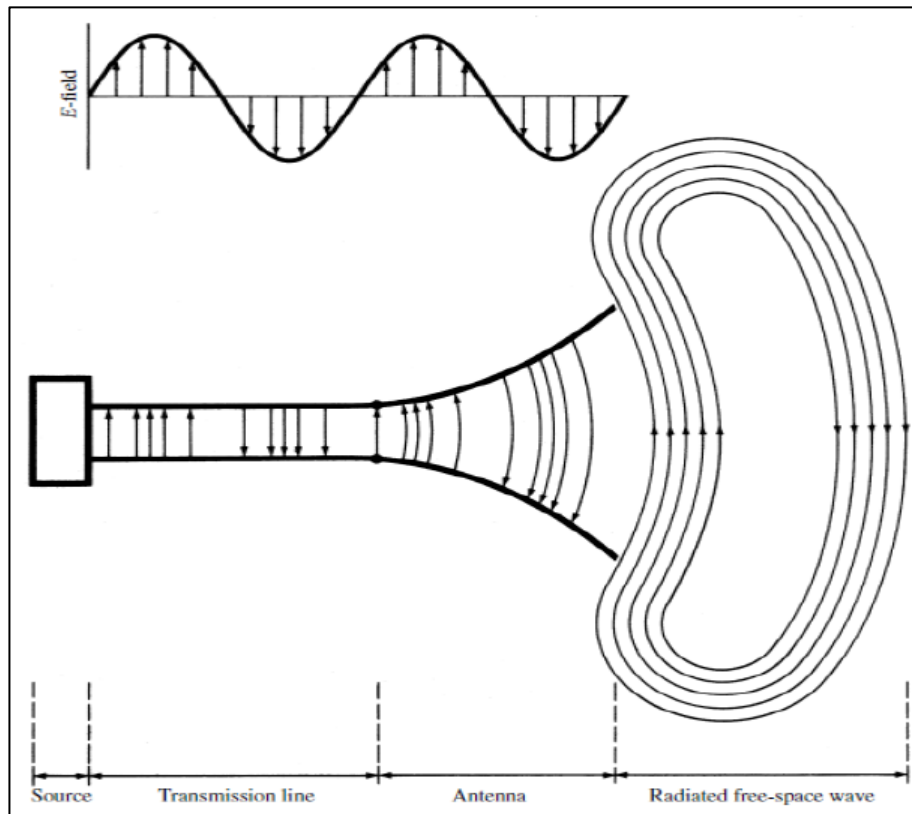
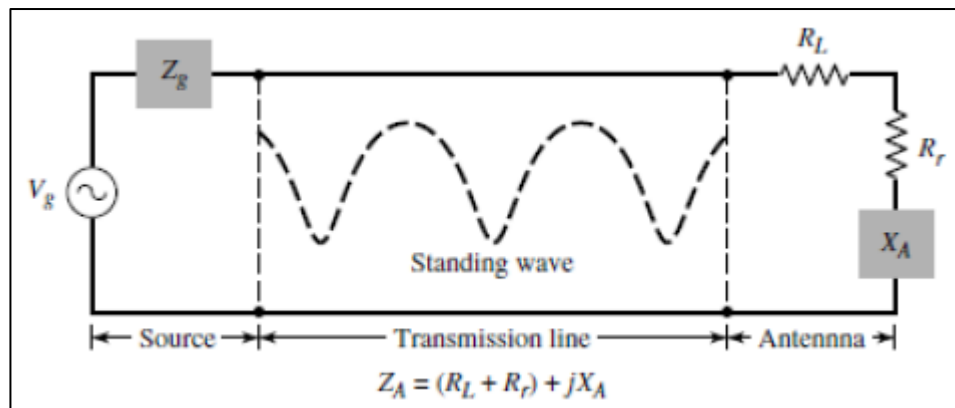


Figura 2. Circuito equivalente de Thevenin de una antena¹.



¹Constantine A. Balanis, Antenna Theory, Analysis and Design, Segunda Edición, John Wiley y Sons, 1997.

1.1.2 Reseña histórica. Con los primeros avances logrados con el telégrafo y el teléfono, se pudo establecer una comunicación, por medio de cables. Este tipo de comunicación solo existía entre los puntos que enlazaban los hilos, por lo tanto la solución a esta limitante se logró por medio de una serie de avances a través de los años. [2]

Faraday, en 1835 observó que la corriente eléctrica se propaga como si existiesen partículas discretas de electricidad. En 1867, James Clerk Maxwell presentó su teoría electromagnética, en donde predecía por medio de cálculos matemáticos, la probabilidad de crear ondas electromagnéticas y propagarlas en el espacio, a una velocidad de $3 \times 10^8 \text{ m/s}$. Heinrich Hertz, en el año 1887 corroboró experimentalmente la teoría expuesta por James Clerk Maxwell, radiando y estudiando las ondas electromagnéticas por medio de un oscilador y un resonador (Este resonador solo operaba para distancias muy cortas), obteniendo de esta forma la primera transmisión sin cables. Por esta razón fue llamada con el nombre de onda hertziana. [2]

En 1890 el francés Édouard Branly, fabricó el cohesor (cohesor), el cual consta de un tubo de cristal dentro del cual se encuentran limaduras de hierro, lo suficientemente apretadas, entre dos polos metálicos. Al detectarse la presencia de una onda hertziana la conductividad entre las limaduras de hierro aumenta, y la corriente que pasa por este dispositivo se puede notar con el sonido de un timbre eléctrico. Este cohesor permite detectar las ondas radiadas a distancias considerables. [2]

Entre los años (1859 - 1905), fue el ruso Popov el encargado de encontrar un sistema que podría radiar y captar las ondas. A este sistema se le dio el nombre de antena, constituida por un hilo metálico.

El oscilador de Hertz, el detector de Branly, y la antena de Popov, lograron tres elementos indispensables para realizar un sistema de comunicación. Este sistema no era lo suficientemente seguro y comercial. Fue así como en 1895, Guillermo Marconi, nacido en Bolonia (Italia) y con tan solo 20 años de edad, realizó experimentos definitivos, por los cuales se le dio el título de inventor de la radiocomunicación. Marconi elaboró un sistema en el cual, empleando un alambre vertical o “antena” y un detector, el cual permitía detectar señales muy débiles, logró establecer comunicación a distancia de 2400 m. En 1896 obtuvo la primera patente de un sistema de telegrafía inalámbrica. [2]

En el año 2011, Yahya Khraisat, Melad Olaimat y Sharief Abdel-Razeq, conforme la investigación en el artículo llamado Comparison between Rectangular and Triangular Patch Antennas Arrays realizada en el

departamento de electrónica y eléctrica de la universidad Al – Huson se lleva a cabo una comparación entre la antena rectangular y triangular, en donde se concluye que un parche rectangular de ancho w tiene un efecto menor en la frecuencia de resonancia y patrón de radiación de la antena rectangular.

En el año 2012, Naveen Kumar Saxena, Bhoopendra Singh y Nitendar Kumar, según la investigación en el artículo cuyo título es Microstrip triangular patch antenna fabricated on LiTiZn ferrite substrate and tested in the X band range realizada en la jornada internacional de electrónica y comunicaciones, la antena microstrip triangular es físicamente más pequeña, teniendo propiedades similares de radiación al parche rectangular pero tiene una baja pérdida de radiación.

1.1.3 Tipos de antenas. En la gran variedad de antenas existentes en la actualidad, las cuales poseen características diferentes dependientes de su aplicación (antenas por cable, antenas de apertura, antenas microstrip, entre otras). En esta sección se describirá las propiedades más relevantes de cada una de las antenas mencionadas. Cabe resaltar que existen otros tipos de antenas que se derivan de las nombradas anteriormente.

1.1.3.1 Antenas de apertura. Las antenas de apertura son aquellas que utilizan superficies o aperturas para direccionar el haz electromagnético de forma que concentran la emisión y recepción de su sistema radiante en una dirección [3]. Este tipo de antenas es utilizado para aplicaciones de aeronaves y naves espaciales ya que se pueden introducir dentro de la superficie de las aeronaves o nave espacial. Este tipo de antenas pueden ser cubiertas con un material dieléctrico con el fin de protegerlas de las peligrosas condiciones del ambiente [1]. Algunas formas de este tipo de antenas son mostradas en la figura 3.

1.1.3.2 Antenas de hilo. Este tipo de antenas son muy comunes ya que son utilizadas en automóviles, edificios, aviones, etc. Existen varias formas de antenas de hilo en las que se encuentran, el dipolo, monopolo, lazo circular, hélice, entre otras [1]. Algunas formas de esta antena son presentadas en la figura 4. Estas son antenas cuyos elementos radiantes son conductores de hilo que tienen una sección despreciable respecto a la longitud de onda de trabajo[3].

Figura 3. Configuración de las antenas de apertura².

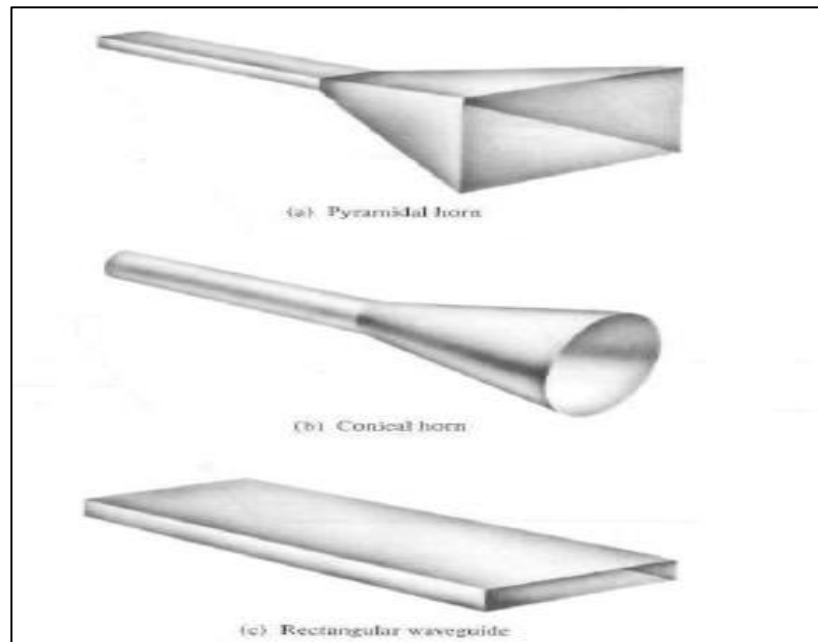
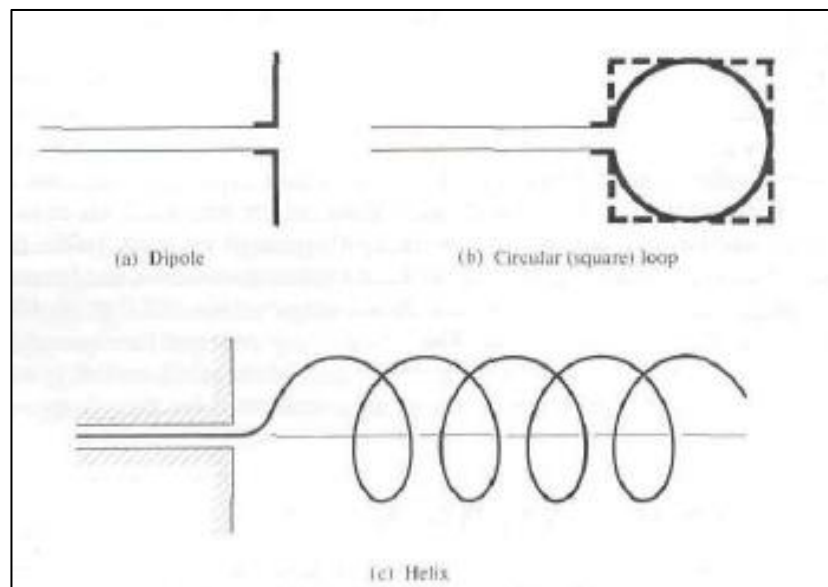


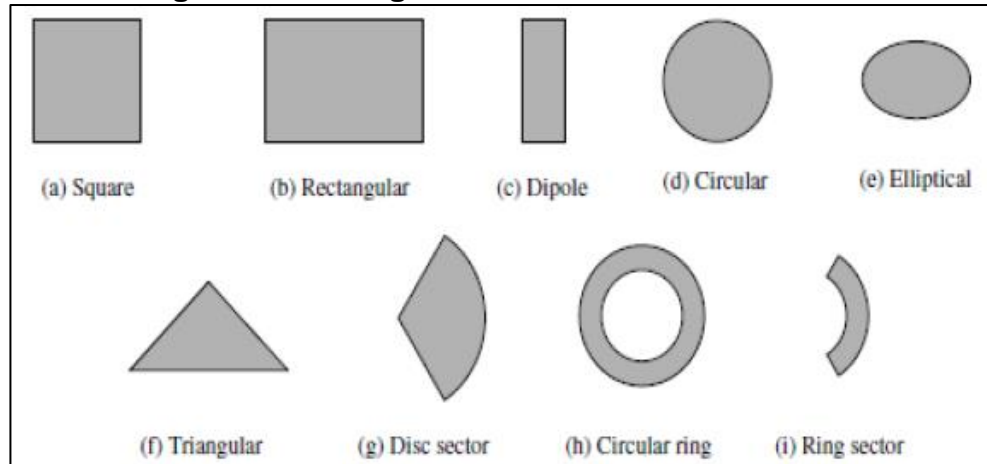
Figura 4. Configuración de las antenas de hilo².



²Constantine A. Balanis, Antenna Theory, Analysis and Design, Segunda Edición, John Wiley y Sons, 1997.

1.1.3.3 Antenas Microstrip. Las antenas microstrip empezaron a ser populares desde el año 1970, empleándolas en aplicaciones de naves espaciales. Hoy en día son utilizadas para aplicaciones comerciales. Estas antenas consisten en un parche metálico dentro de un sustrato tierra. El parche metálico puede tomar diferentes formas, mostradas en la figura 5[1]. En la sección 1.2 se profundizará este tipo de antena.

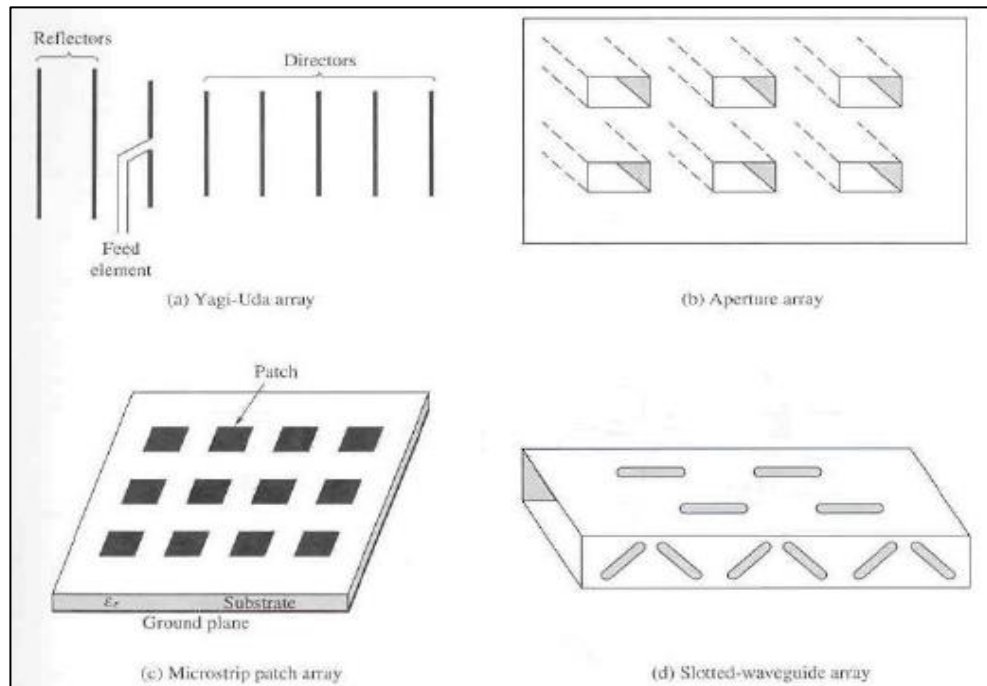
Figura 5. Configuración de algunas de las formas de antenas microstrip³.



1.1.3.4 Antenas de arreglo. Algunas aplicaciones requieren ciertas características de radiación que no pueden ser conseguidas por un elemento simple. Por esta razón se fabrican arreglos de antenas idénticas dando como resultado las características de radiación deseada y propia para cada arreglo [1]. La característica principal de las antenas de arreglo es que su diagrama de radiación es modificable, pudiendo adaptarlo a diferentes aplicaciones/necesidades. Esto se consigue controlando de manera individual la amplitud y fase de la señal que alimenta a cada uno de los elementos del array [3]. Algunas configuraciones de este tipo de antena son mostradas en la figura 6.

³Constantine A. Balanis, Antenna Theory, Analysis and Design, Segunda Edición, John Wiley y Sons, 1997.

Figura 6. Configuración de las antenas de arreglo⁴.



1.2 ANTENAS MICROSTRIP

Las antenas microstrip desde sus hallazgos, han tenido mucha acogida en diferentes campos de aplicación, en las que ésta se puede aplicar. Todo esto debido a sus grandes características propias, como son: perfil bajo, peso ligero, fácil ajuste a la estructura del montaje, simple fabricación e integrable a dispositivo de estado sólido. Cabe resaltar que con los últimos avances realizados a este tipo de antenas se ha logrado no solo mejorar su ancho de banda, sino también simplificar el proceso de diseño por medio de técnicas de análisis numéricos [4].

1.2.1 Características. Las antenas microstrip o tipo parche consisten en la radiación de un parche metálico o un arreglo de parches, situado en un lado de la capa delgada no conductora del panel del sustrato, con un plano metálico de tierra situado en el otro lado del panel. Este parche metálico se fabrica en una lámina de cobre delgado o de cobre-aluminio, figura 8. Cada parche se puede diseñar con diferentes geometrías, las más comunes son las rectangulares o la circular. Generalmente el panel del sustrato tiene un grosor en el rango de $0.01 - 0.05$ la longitud de onda en el libre espacio (λ_0) y la constante dieléctrica del

⁴Constantine A. Balanis, Antenna Theory, Analysis and Design, Segunda Edición, John Wiley y Sons, 1997.

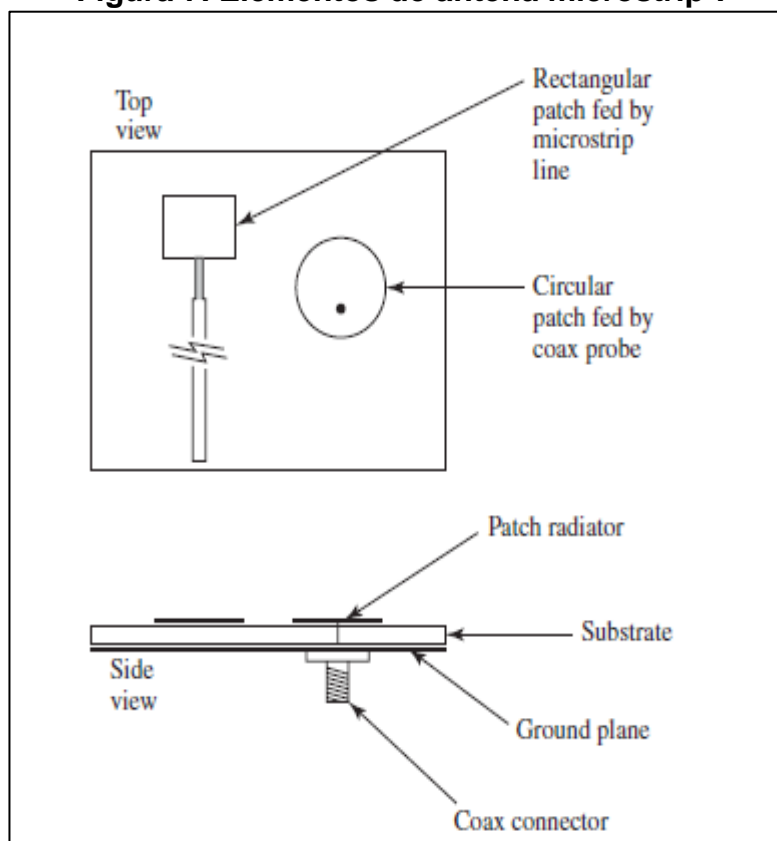
material debe ser alta para lograr dimensiones pequeñas. El material del sustrato debe ser de baja pérdida de inserción, con una pérdida tangencial aproximada de 0.005, en particular, para la aplicación de arreglos. El material del sustrato puede estar dividido en tres categorías dependiendo de su constante dieléctrica [4].

1. Con constante dieléctrica (ϵ_r) en el rango de 1.0 – 2.0. Este tipo de material puede ser aire, espuma de poliestireno dieléctrico de nido de abeja.
2. Teniendo constante dieléctrica ϵ_r , dentro del rango de 2.0 – 4.0, es un material que consiste en fibra de vidrio, reforzada con teflón.
3. Con un ϵ_r entre 4 y 10. El material puede consistir de cerámica, cuarzo o aluminio.

En el mercado se puede conseguir materiales con una constante dieléctrica mayor a 10, pero se debe tener cuidado ya que con estos materiales se puede reducir significativamente la eficiencia de radiación.

Aunque una antena microstrip puede ser alimentada por diversos métodos, los más utilizados son los alimentados por sonda coaxial o bien sea por línea de transmisión microstrip, mostrados en la figura 7. Para un arreglo de parches, se puede combinar ya sea con líneas microstrip localizadas dentro del mismo lado de los parches, o con micro líneas diseñadas en capas separadas, colocadas detrás del plano tierra [4].

Figura 7. Elementos de antena microstrip⁵.

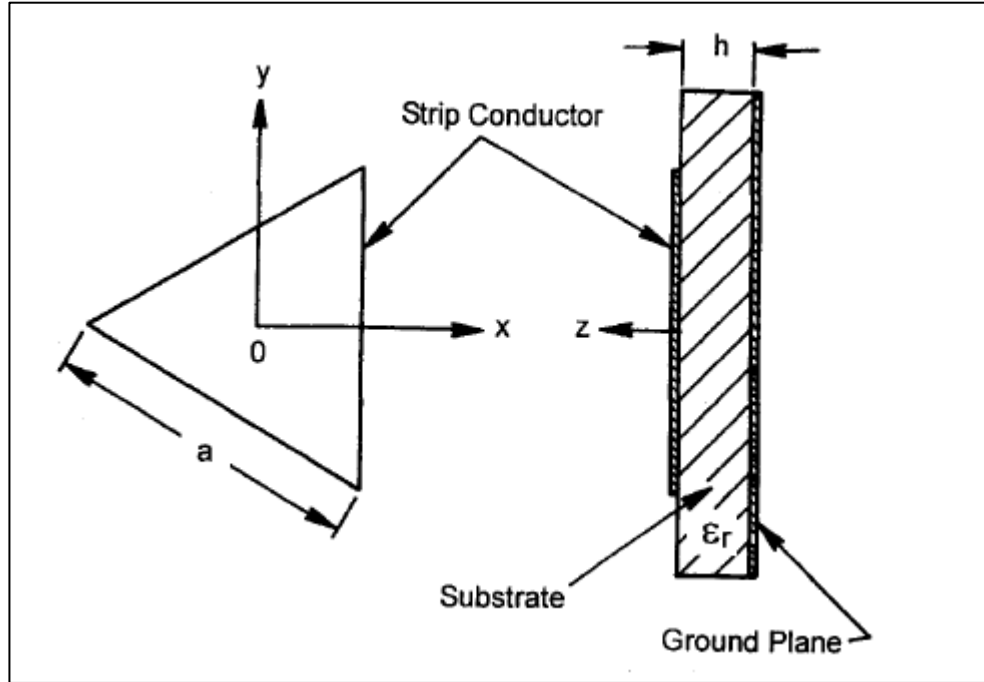


1.3 ANTENA MICROSTRIP TRIANGULAR EQUILATERA

Como se mencionó anteriormente las antenas microstrip se pueden diseñar con diferentes formas. En este capítulo, se estudiarán las antenas microstrip con forma equilátero o triángulo de lados iguales (ángulos de 60°). Esta forma triangular, abarca un conductor de forma triangular contenido en un sustrato dieléctrico acoplado a una tierra. En la figura 8, se muestra la configuración básica de una antena microstrip triangular.

⁵Constantine A. Balanis, Modern antenna handbook, John Wiley y Sons, 2008.

Figura 8. Configuración de la antena equitriangular microstrip⁶.



1.3.1 Representación de campos para una antena microstrip triangular. El análisis de campo en un parche triangular está basado en el modelo de cavidad, en donde se considera que el triángulo está rodeado por una pared magnética a lo largo de su periferia. Figura 9. Si se considera un resonador triangular con pared magnética encontrado en uno de sus lados, con un material dieléctrico de permitividad ϵ_r , y un grosor h ($h \ll \lambda_0$), por lo tanto no hay variación de los campos a lo largo de la dirección z . La solución para los campos TE en una guía de onda triangular equilátera ha sido descrita por Schelkunoff y Akaiwa, donde por principio de dualidad, el patrón del campo TM (transversal magnético) con condiciones de fronteras magnéticas son iguales para el modo TE (transversal eléctrico) con condiciones de fronteras eléctricas [5]. La distribución de los campos eléctricos y magnéticos, para los modos TM_{mnl} está dada por [7]:

$$E_z = A_{m,n,l} T(x, y) \quad (1.1)$$

$$H_x = \frac{j}{\omega \mu_0 \mu_e} \frac{\delta E_z}{\delta y} \quad (1.2)$$

$$H_y = \frac{-j}{\omega \mu_0 \mu_e} \frac{\delta E_z}{\delta x} \quad (1.3)$$

⁶Artech house INC, Microstrip Antenna Design Handbook, John Wiley y Sons, Ramesh Garg, Prakash Bhartia, Inder Bahl, Apisak Ittipiboon, 2001.

$$H_z = E_x = E_y = 0 \quad (1.4)$$

Donde $A_{m,n,l}$ es una constante.

El término $T(x, y)$, está definido por:

$$T(x,y) = \cos \left[\left(\frac{2\pi x}{\sqrt{3}a} + \frac{2\pi}{3} \right) l \right] * \cos \left[\frac{2\pi(m-n)y}{3a} \right] + \cos \left[\left(\frac{2\pi x}{\sqrt{3}a} + \frac{2\pi}{3} \right) m \right] * \cos \left[\frac{2\pi(n-l)y}{3a} \right] + \cos \left[\left(\frac{2\pi x}{\sqrt{3}a} + \frac{2\pi}{3} \right) n \right] * \cos \left[\frac{2\pi(l-m)y}{3a} \right] \quad (1.5)$$

Donde, a es la longitud del lado del triángulo y m, n, l debe satisfacer la siguiente ecuación:

$$m + n + l = 0 \quad (1.6)$$

La cual satisface la ecuación de onda:

$$\left(\frac{\delta^2}{\delta x^2} + \frac{\delta^2}{\delta y^2} + k_{m,n,l}^2 \right) E_z \quad (1.7)$$

Donde

$$k_{m,n,l} = \frac{4\pi}{3a} \sqrt{m^2 + mn + n^2} \quad (1.8)$$

La completa solución de la onda estacionaria está dada por:

$$E_z = A_{m,n,l} T(x, y) \quad (1.9)$$

$$H_x = \frac{-jA_{m,n,l}}{\omega\mu_0\mu_e} \left\{ \frac{2\pi(m-n)}{3a} \cos \left[\left(\frac{2\pi x}{\sqrt{3}a} + \frac{2\pi}{3} \right) l \right] \sin \left[\frac{2\pi(m-n)y}{3a} \right] + \frac{2\pi(m-l)}{3a} \cos \left[\left(\frac{2\pi x}{\sqrt{3}a} + \frac{2\pi}{3} \right) m \right] \sin \left[\frac{2\pi(n-l)y}{3a} \right] + \frac{2\pi(l-m)}{3a} \cos \left[\left(\frac{2\pi x}{\sqrt{3}a} + \frac{2\pi}{3} \right) n \right] \sin \left[\frac{2\pi(l-m)y}{3a} \right] \right\} \quad (1.10)$$

$$\begin{aligned}
H_y = \frac{-jA_{m,n,l}}{\omega\mu_0\mu_e} \left\{ \frac{2\pi l}{\sqrt{3}a} \sin \left[\left(\frac{2\pi x}{\sqrt{3}a} + \frac{2\pi}{3} \right) l \right] \cos \left[\frac{2\pi(m-n)y}{3a} \right] \right. \\
+ \frac{2\pi m}{\sqrt{3}a} \sin \left[\left(\frac{2\pi x}{\sqrt{3}a} + \frac{2\pi}{3} \right) m \right] \cos \left[\frac{2\pi(n-l)y}{3a} \right] \\
\left. + \frac{2\pi n}{\sqrt{3}a} \sin \left[\left(\frac{2\pi x}{\sqrt{3}a} + \frac{2\pi}{3} \right) n \right] \cos \left[\frac{2\pi(l-m)y}{3a} \right] \right\} \quad (1.11)
\end{aligned}$$

En la figura 10, se muestra el patrón de los campos para los dos primeros modos (transversal magnético uno uno (TM11) y uno cero (TM10)). La expresión del patrón de campo anterior está dada de forma general. Para el caso del modo TM_{10} es [5]:

$$E_z = A_{1,0,-1} \left[2 \cos \left(\frac{2\pi x}{\sqrt{3}a} + \frac{2\pi}{3} \right) \cos \left(\frac{2\pi y}{3a} \right) + \cos \left(\frac{4\pi y}{3a} \right) \right] \quad (1.12)$$

$$H_x = -jA_{1,0,-1}\zeta_e \left[\cos \left(\frac{2\pi x}{\sqrt{3}a} + \frac{2\pi}{3} \right) \sin \left(\frac{2\pi y}{3a} \right) + \sin \left(\frac{4\pi y}{3a} \right) \right] \quad (1.13)$$

$$H_y = j\sqrt{3}A_{1,0,-1}\zeta_e \left[\sin \left(\frac{2\pi x}{\sqrt{3}a} + \frac{2\pi}{3} \right) \cos \left(\frac{2\pi y}{3a} \right) \right] \quad (1.14)$$

Dónde:

$$A_{1,0,-1} = 1; 28 \text{ línea equipotencial} \quad (1.15)$$

$$k = \frac{4\pi}{3a} \quad (1.16)$$

$$\zeta_e = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\mu_0 \mu_e}} \quad (1.17)$$

Figura 9. Sistema de coordenadas, pared magnética y alimentación por sonda coaxial de antena equitriangular microstrip⁷.

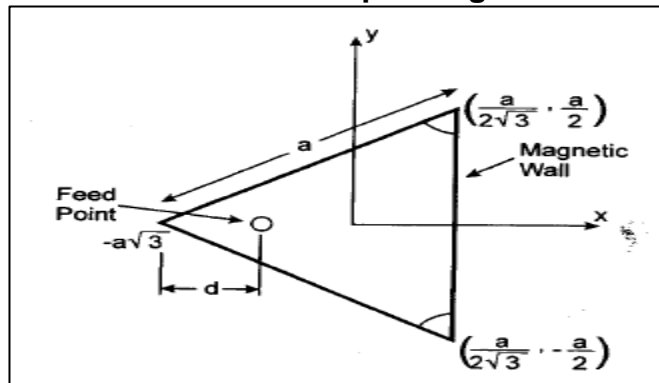
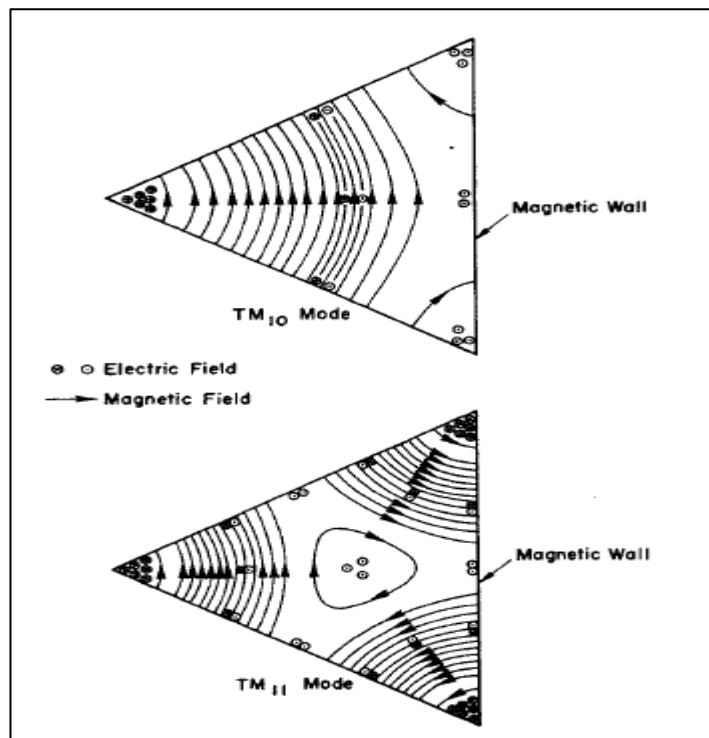


Figura 10. Patrones del campo con pared magnética para los modos TM_{10} y TM_{11} ⁸.



⁷Artech house INC, Microstrip Antenna Design Handbook, John Wiley y Sons, Ramesh Garg, Prakash Bhartia, Inder Bahl, Apisak Ittipiboon, 2001.

1.3.2 Frecuencia de resonancia. La frecuencia de resonancia obtenida por el modelo de cavidad con pared magnética perfecta está dada por [7]:

$$f_{mn} = \frac{2c}{3a\epsilon_r^{\frac{1}{2}}} (m^2 + mn + n^2)^{\frac{1}{2}} \quad (1.18)$$

Donde, mn se refiere al modo TM_{mn}

Para el modo TM_{10} la frecuencia de resonancia está dada por [5]:

$$f_{10} = \frac{2c}{3a_e\epsilon_r^{\frac{1}{2}}} \quad (1.19)$$

Se sugiere que la longitud del lado a sea remplazado por su valor efectivo [7]:

$$a_e = a + h(\epsilon_r)^{-\frac{1}{2}} \quad (1.20)$$

La permitividad del dieléctrico ϵ_r debe ser reemplazada por su valor efectivo ϵ_e , y está dado por [7]:

$$\epsilon_e = \frac{(\epsilon_r + 1)}{2} + \frac{(\epsilon_r - 1)}{2} \left(1 + \frac{12h}{a}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad (1.21)$$

1.3.3 Impedancia de entrada por alimentación coaxial de una antena microstrip triangular equilátera. La alimentación de manera coaxial es ubicada a una distancia d desde la punta del triángulo. Las coordenadas para la punta del triángulo son $\left(-a/\sqrt{3}, 0\right)$, como se muestra en la figura 9.

Las ecuaciones para los campos internos y radiación de la antena microstrip triangular, alimentado de manera coaxial. Estos toman la forma de una serie infinita doble que comprende los distintos modos excitados. Si se desea las características de un modo de resonancia particular, se pueden analizar mediante las ecuaciones presentadas a continuación de esta sección [8].

La alimentación es modelada por una corriente ribbon efectiva con ancho w a lo largo de eje x , esta dada por [8]:

$$\vec{J} = \hat{z}J(x)\delta(y) \quad (1.22)$$

Donde

$$J(x) = \begin{cases} 1, & -a/\sqrt{3} + g - \frac{1}{2}w < x < -a/\sqrt{3} + g + \frac{1}{2}w \\ 0, & \text{Para otras opciones} \end{cases} \quad (1.23)$$

El campo magnético para los modos de transversal magnética TM dentro de la cavidad es asumida en dirección z y está dada por la siguiente formula [8]:

$$E_z = j\omega\mu \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=n}^{\infty} c_{mn} \left[\cos\left(\frac{2\pi x_1}{\sqrt{3}a}\right) \cos\left(\frac{2\pi(m-n)y}{3a}\right) + \cos\left(\frac{2\pi m x_1}{\sqrt{3}a}\right) \cos\left(\frac{2\pi(n-l)y}{3a}\right) + \cos\left(\frac{2\pi n x_1}{\sqrt{3}a}\right) \cos\left(\frac{2\pi(l-m)y}{3a}\right) \right] \quad (1.24)$$

Donde

$$x_1 = x + \frac{a}{\sqrt{3}} \quad (1.25)$$

$$c_{mn} = \frac{c'_{mn}}{(k^2 - k_{mn}^2)} \quad (1.26)$$

$$k_{mn} = \frac{4\pi}{3a} (m^2 + mn + n^2)^{1/2} \quad (1.27)$$

$$c'_{mn} = c''_{mn} \frac{4\sqrt{3}}{27a^2} \left\{ \left(g + \frac{1}{2}w \right) \left[j_0 \left(\frac{2\pi l}{\sqrt{3}a} \left(g + \frac{1}{2}w \right) \right) + j_0 \left(\frac{2\pi m}{\sqrt{3}a} \left(g + \frac{1}{2}w \right) \right) + j_0 \left(\frac{2\pi n}{\sqrt{3}a} \left(g + \frac{1}{2}w \right) \right) \right] - \left(g - \frac{1}{2}w \right) \left[j_0 \left(\frac{2\pi l}{\sqrt{3}a} \left(g - \frac{1}{2}w \right) \right) + j_0 \left(\frac{2\pi m}{\sqrt{3}a} \left(g - \frac{1}{2}w \right) \right) + j_0 \left(\frac{2\pi n}{\sqrt{3}a} \left(g - \frac{1}{2}w \right) \right) \right] \right\} \quad (1.28)$$

$$j_0(x) = \frac{\sin x}{x} \quad (1.29)$$

$$c''_{mn} = \begin{cases} 1 & \text{si } m = n = 0 \\ 6 & \text{si } (m = 0 \text{ y } n \neq 0) \text{ o } (m \neq 0 \text{ y } n = 0) \text{ o } (m = n \neq 0) \\ 12 & \text{si } m \neq n \neq 0 \end{cases} \quad (1.30)$$

Por tanto la impedancia de entrada localizada a una distancia d desde la punta del triángulo es:

$$z = R + jX = -j\omega\mu \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=n}^{\infty} \frac{4\sqrt{3}hc''_{mn}}{27a^2} \left[\cos\left(\frac{2\pi ld}{\sqrt{3}a}\right) j_0\left(\frac{\pi lw}{\sqrt{3}a}\right) + \cos\left(\frac{2\pi md}{\sqrt{3}a}\right) j_0\left(\frac{\pi mw}{\sqrt{3}a}\right) + \cos\left(\frac{2\pi nd}{\sqrt{3}a}\right) j_0\left(\frac{\pi nw}{\sqrt{3}a}\right) \right]^2 \left[\frac{(\omega^2 - \omega_r^2)\mu_0\varepsilon + j\delta_{eff}k^2}{(\omega^2 - \omega_f^2)^2\mu_0^2\varepsilon^2 + \delta_{eff}^2k^4} \right] \quad (1.31)$$

Dónde:

$$\delta_{eff} = \frac{P_r + P_d + P_c}{2\omega W_E} \quad (1.32)$$

Los términos P_r, P_d, P_c son las pérdidas de radiación, pérdidas del dieléctrico y pérdidas del cobre respectivamente. W_E es la energía almacenada en la cavidad [7]:

$$W_E = \left(\frac{\varepsilon h}{2}\right) \int \int |E_z|^2 dx dy \quad (1.33)$$

$$P_r = \frac{1}{4\eta_0} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} (|E_{\theta}|^2 + |E_{\phi}|^2) r^2 \sin \theta d\theta d\phi \quad (1.34)$$

$$P_d = \frac{1}{2} (\omega \varepsilon h \tan \delta) \iint |E_z|^2 dx dy \quad (1.35)$$

$$P_c = R_s \frac{\varepsilon}{\mu} \iint |E_z|^2 dx dy \quad (1.36)$$

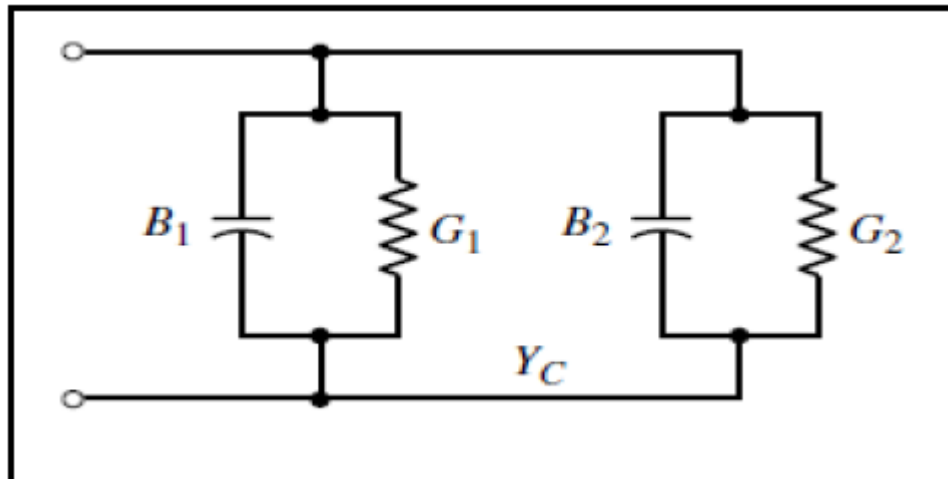
δ es la pérdida tangencial

R_s es la superficie resistiva

1.3.4 Impedancia de entrada por alimentación de línea microstrip de una antena triangular equilátera. Este tipo de alimentación consiste en conectar el parche directamente a una línea microstrip, diseñada con una impedancia característica para su óptimo funcionamiento. Este método es de fácil construcción. Dependiendo de las características del sustrato, este método podría no ser la mejor opción, ya que para sustratos demasiado finos obtiene una baja frecuencia, en relación al ancho de banda y al acoplamiento [9]. A continuación se mostrarán las ecuaciones para conseguir este tipo de alimentación. En la figura 12, se muestra la alimentación por línea microstrip para una antena triangular.

El circuito equivalente para un parche microstrip es mostrado en la figura 11.

Figura 11. Circuito equivalente de parche microstrip⁸.



⁸Constantine A. Balanis., Antenna Theory, Analysis and Design, Segunda Edition, John Wiley and Sons, 1997.

La admitancia Y estaría dada por [9]:

$$Y_1 = G_1 + jB_1 \quad (1.37)$$

Donde por una ranura de anchura finita W [9]:

$$G_1 = \frac{a}{120\lambda_0} \left[1 - \frac{1}{24} (k_0 h)^2 \right]; \quad \frac{h}{\lambda_0} < \frac{1}{10} \quad (1.38)$$

$$B_1 = \frac{a}{120\lambda_0} [1 - 0.636 \ln(k_0 h)]; \quad \frac{h}{\lambda_0} < \frac{1}{10} \quad (1.39)$$

La admitancia total de entrada de la antena microstrip y la impedancia de entrada están dadas por [9]:

$$Y_{in} = Y_1 + \tilde{Y}_2 = 2G_1 \quad (1.40)$$

$$Z_{in} = \frac{1}{Y_{in}} = R_{in} = \frac{1}{2G_1} \quad (1.41)$$

El cálculo del ancho de la línea microstrip se conoce como W_0 y se puede calcular mediante la siguiente ecuación [9]:

$$Z_c = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_{reff}}} \ln \left[\frac{8h}{W_0} + \frac{W_0}{4h} \right]; \quad \frac{W_0}{h} > 1 \quad (1.42)$$

$$Z_c = \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_{reff} \left[\frac{W_0}{h} + 1.393 + 0.667 \ln \left(\frac{W_0}{h} + 1.444 \right) \right]}}; \quad \left(\frac{W_0}{h} < 1 \right) \quad (1.43)$$

Una vez teniendo la impedancia de entrada y de alimentación, se puede obtener la impedancia de acople en la siguiente ecuación:

$$Z_L = \sqrt{Z_c * Z_{in}} \quad (1.44)$$

Otro modelo que nos permite calcular el ancho y largo de una línea microstrip es el modelo de wheeler [9].

$$Wl = \frac{4h}{\frac{e^A}{2} - e^{-A}} ; \quad \frac{W}{h} \leq 2 \quad (1.45)$$

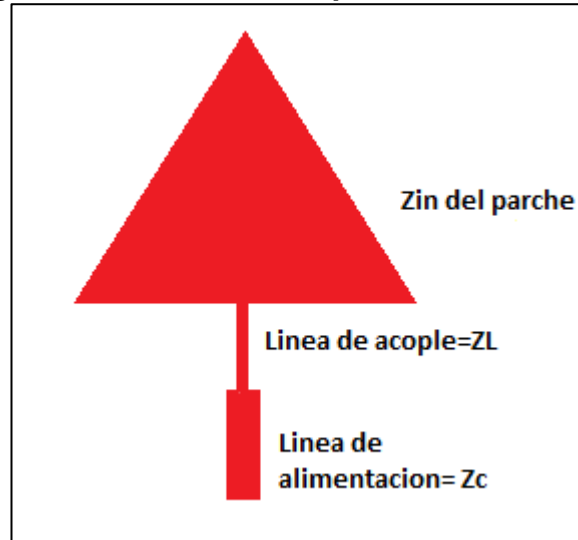
$$Wl = h \left[\frac{\epsilon_r - 1}{\pi * \epsilon_r} \left(\log(B - 1) + 0.39 - \frac{0.61}{\epsilon_r} \right) + \frac{2}{\pi} (B - 1 - \log(2B - 1)) \right] ; \quad \frac{W}{h} \geq 2 \quad (1.46)$$

Dónde:

$$A = \sqrt{(2\epsilon_r) + 1} * \frac{\pi z m}{\eta} + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} * \frac{0.23 + 0.11}{\epsilon_r} \quad (1.47)$$

$$B = \frac{\pi \eta}{2 * z m * \sqrt{\epsilon_r}} \quad (1.48)$$

Figura 12. Alimentación por línea microstrip.



1.3.5 Campo eléctrico en zona lejana. El campo eléctrico lejano está dado por un punto $P(r, \theta, \phi)$ a una distancia r (por lo general $r=1$) [7], [8].

$$\mathbf{E}_\theta = [-j * \mathbf{w} \zeta (f_x * \cos[\theta] * \cos[\phi] + f_y * \cos[\theta] * \sin[\phi])] \quad (1.49)$$

$$E_\phi = [-j * w * \zeta [(-f_x * \sin[\phi] + f_y * \cos[\phi])] \quad (1.50)$$

Dónde:

$$\zeta = 120\pi$$

$$\begin{aligned} f_x = & \left(\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=n}^{\infty} (c_{xy} * 2 * j * w * \mu_0 * c_{mn} * \left(-\frac{j * x_1}{(n-l)^2 * b^2 - (x_1)^2} * \right. \right. \\ & (e^{j * \sqrt{3} * (\frac{a}{2}) * x_1} * \left(\frac{(n-l) * b}{j * x_1} * \sin\left[\frac{2 * (n-l) * \pi}{3}\right] + \cos\left[\frac{2 * (n-l) * \pi}{3}\right] \right) - 1) + \frac{j * x_2}{(n-l)^2 * b^2 - (x_2)^2} * \\ & (e^{j * \sqrt{3} * (\frac{a}{2}) * x_2} * \left(\frac{(n-l) * b}{j * x_2} * \sin\left[\frac{2 * (n-l) * \pi}{3}\right] + \cos\left[\frac{2 * (n-l) * \pi}{3}\right] \right) - 1) - \frac{j * x_1}{(l-m)^2 * b^2 - (x_1)^2} * \\ & (e^{j * \sqrt{3} * (\frac{a}{2}) * x_1} * \left(\frac{(l-m) * b}{i * x_1} * \sin\left[\frac{2 * (l-m) * \pi}{3}\right] + \cos\left[\frac{2 * (l-m) * \pi}{3}\right] \right) - 1) + \\ & \frac{j * x_2}{(l-m)^2 * b^2 - (x_2)^2} * (e^{j * \sqrt{3} * (\frac{a}{2}) * x_2} * \left(\frac{(l-m) * b}{j * x_2} * \sin\left[\frac{2 * (l-m) * \pi}{3}\right] + \cos\left[\frac{2 * (l-m) * \pi}{3}\right] \right) - \\ & 1) - \frac{j * x_1}{(m-n)^2 * b^2 - (x_1)^2} * (e^{j * \sqrt{3} * (\frac{a}{2}) * x_1} * \left(\frac{(m-n) * b}{j * x_1} * \sin\left[\frac{2 * (m-n) * \pi}{3}\right] + \\ & \cos\left[\frac{2 * (m-n) * \pi}{3}\right] \right) - 1) + \frac{j * x_2}{(m-n)^2 * b^2 - (x_2)^2} * (e^{j * \sqrt{3} * (\frac{a}{2}) * x_2} * \left(\frac{(m-n) * b}{j * x_2} * \\ & \sin\left[\frac{2 * (m-n) * \pi}{3}\right] + \cos\left[\frac{2 * (m-n) * \pi}{3}\right] \right) - 1) \left. \right) \end{aligned} \quad (1.51)$$

$$\begin{aligned} f_y = & \left(\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=n}^{\infty} ((c_{xy} * 2 * j * w * \mu_0 * c_{mn}) * \left(-\frac{j * x_1}{\sqrt{3} * ((n-l)^2 * b^2 - x_1^2)} * \right. \right. \\ & ((e^{j * \sqrt{3} * (\frac{a}{2}) * x_1} * \left(\frac{(n-l) * b}{j * x_1} * \sin\left[\frac{2 * (n-l) * \pi}{3}\right] + \cos\left[\frac{2 * (n-l) * \pi}{3}\right] \right) - 1) - \frac{j * x_2}{\sqrt{3} * ((n-l)^2 * b^2 - x_2^2)} * \\ & ((e^{j * \sqrt{3} * (\frac{a}{2}) * x_2} * \left(\frac{(n-l) * b}{j * x_2} * \sin\left[\frac{2 * (n-l) * \pi}{3}\right] + \cos\left[\frac{2 * (n-l) * \pi}{3}\right] \right) - 1) - \frac{j * x_1}{\sqrt{3} * ((l-m)^2 * b^2 - x_1^2)} * \\ & ((e^{j * \sqrt{3} * (\frac{a}{2}) * x_1} * \left(\frac{(l-m) * b}{j * x_1} * \sin\left[\frac{2 * (l-m) * \pi}{3}\right] + \cos\left[\frac{2 * (l-m) * \pi}{3}\right] \right) - 1) - \frac{j * x_2}{\sqrt{3} * ((l-m)^2 * b^2 - x_2^2)} * \\ & ((e^{j * \sqrt{3} * (\frac{a}{2}) * x_2} * \left(\frac{(l-m) * b}{j * x_2} * \sin\left[\frac{2 * (l-m) * \pi}{3}\right] + \cos\left[\frac{2 * (l-m) * \pi}{3}\right] \right) - 1) - \frac{j * x_1}{\sqrt{3} * ((m-n)^2 * b^2 - x_1^2)} * \\ & ((e^{j * \sqrt{3} * (\frac{a}{2}) * x_1} * \left(\frac{(m-n) * b}{j * x_1} * \sin\left[\frac{2 * (m-n) * \pi}{3}\right] + \cos\left[\frac{2 * (m-n) * \pi}{3}\right] \right) - 1) - \\ & \frac{j * x_2}{\sqrt{3} * ((m-n)^2 * b^2 - x_2^2)} * ((e^{j * \sqrt{3} * (\frac{a}{2}) * x_2} * \left(\frac{(m-n) * b}{i * x_2} * \sin\left[\frac{2 * (m-n) * \pi}{3}\right] + \cos\left[\frac{2 * (m-n) * \pi}{3}\right] \right) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 1) + e^{j\sqrt{3}(\frac{a}{2})ko\sin[\theta]\cos[\phi]} * \left(\frac{(-1)^l 3a}{\pi((m-n)^2 - v^2)} * ((m-n) * \sin[\frac{(m-n)\pi}{3}] * \cos[\frac{\pi v}{3}] - \right. \\
& v * \cos[\frac{(m-n)\pi}{3}] * \sin[\frac{\pi v}{3}]) + \frac{(-1)^m 3a}{\pi((n-l)^2 - v^2)} * ((n-l) * \sin[\frac{(n-l)\pi}{3}] * \cos[\frac{\pi v}{3}] - v * \\
& \cos[\frac{(n-l)\pi}{3}] * \sin[\frac{\pi v}{3}]) + \frac{(-1)^n 3a}{\pi((l-m)^2 - v^2)} * ((l-m) * \sin[\frac{(l-m)\pi}{3}] * \cos[\frac{\pi v}{3}] - v * \\
& \left. \cos[\frac{(l-m)\pi}{3}] * \sin[\frac{\pi v}{3}]) \right) \text{ (1.52)}
\end{aligned}$$

Dónde:

$$c_{xy} = \frac{e_0 h e^{-jko r}}{4\pi r} * e^{\frac{-jko a \sin[\theta] \cos[\phi]}{\sqrt{3}}} \quad (1.53)$$

$$b = \frac{4 * \pi}{3 * \sqrt{3} * a} \quad (1.54)$$

$$k_0 = w * \sqrt{\mu_0 * e_0} \quad (1.55)$$

$$x_1 = k_0 * \sin[\theta] * \left(\cos[\phi] + \frac{\sin[\phi]}{\sqrt{3}} \right) \quad (1.56)$$

$$x_2 = k_0 * \sin[\theta] * \left(\cos[\phi] - \frac{\sin[\phi]}{\sqrt{3}} \right) \quad (1.57)$$

$$v = \frac{3 * k_0 * a * \sin[\theta] * \sin[\phi]}{2 * \pi} \quad (1.58)$$

1.4 LA GEOMETRÍA FRACTAL

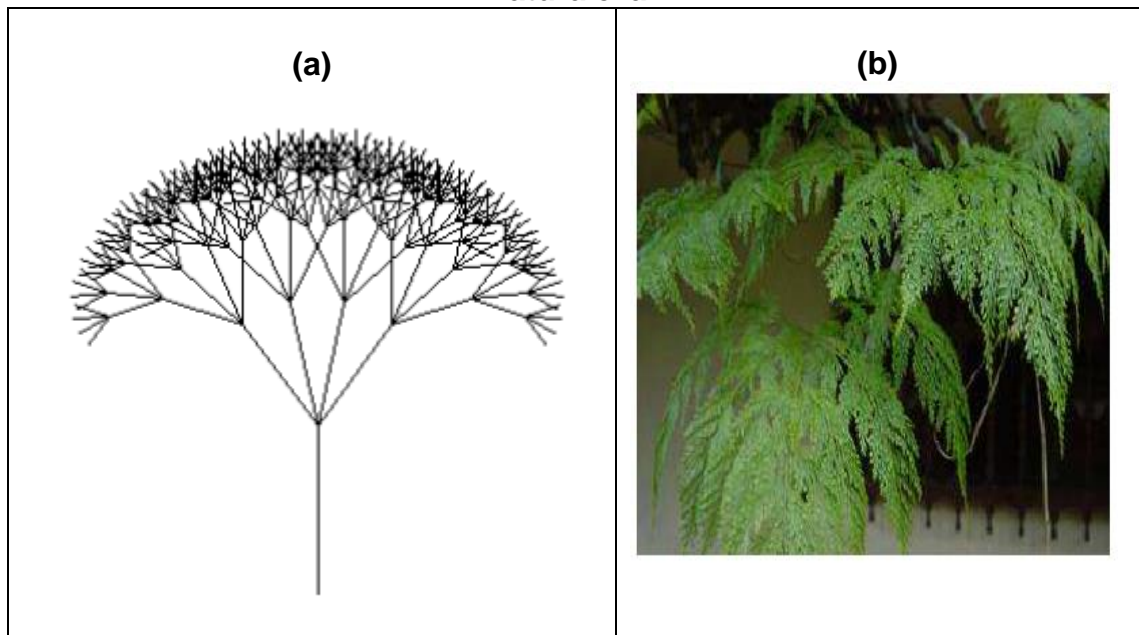
La geometría fractal nace en la década de los años setenta y se aplica en las áreas del análisis matemático, la geometría, la topología y la matemática aplicada. [12]

En el año 2000, Jungmin Chang, Sungtae Jung y Sangseol Lee, investigando en el paper cuyo título es Triangular Fractal Antenna realizado en la universidad Han Yang de Corea, titulada como antena fractal triangular se encontró que la antena con estructura fractal representa características de frecuencias independientes, describe la forma indefinible por geometría euclidiana y que Mandelbrot introdujo geometría fractal con una dimensión fraccionaria.

Un fractal es una especie de figura geométrica la cual en su desarrollo espacial se va reproduciendo a si mismo cada vez a una escala menor. Los fractales aparecen en el arte, pintura fractal, escultura fractal, en la música. Se encuentran en aplicaciones técnicas como la compresión de imágenes y en la naturaleza hay aproximados fractales, como la coliflor, los helechos, entre otros. [13]

La figura 13 muestra un ejemplo de la geometría fractal en la naturaleza.

Figura 13. Fractales. a) Geometría Fractal. b) Helecho, fractal en la naturaleza⁹

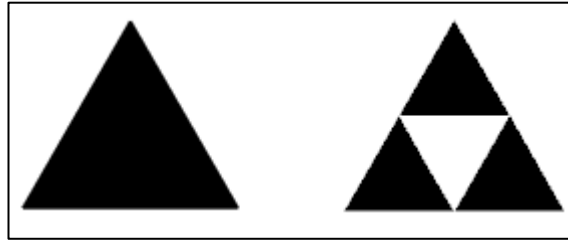


1.4.1 Propiedades

1.4.1.1 La Autosimilitud. Consiste en dividir una determinada figura en subfiguras que se asemejen a la figura original tomando como base la unión de los puntos medios de cada lado de ésta. La figura 14 muestra un ejemplo de esta propiedad aplicando el Triángulo de Sierpinski que se explicará a fondo más adelante.

⁹SABOGAL Sonia, ARENAS Gilberto; Una introducción a la geometría fractal, Bucaramanga, 2011, Universidad Industrial de Santander, Escuela de matemáticas.

Figura 14. La autosimilitud¹⁰.



Esta figura muestra la primera iteración para la construcción de la figura total. Por lógica la construcción nunca va a terminar y tendrá n iteraciones con n subfiguras dentro de la figura original. [12]

1.4.1.2 La Dimensión Extraña. A diferencia de la geometría clásica (dimensiones enteras), la geometría fractal posee dimensiones fraccionarias entre 1 y 2. Para el triángulo de la figura 14, la dimensión es aproximadamente 1.5 aplicando la ecuación (1.59) para una dimensión del fractal [uis]

$$Ds = \frac{\ln N}{\ln n} \quad (1.59)$$

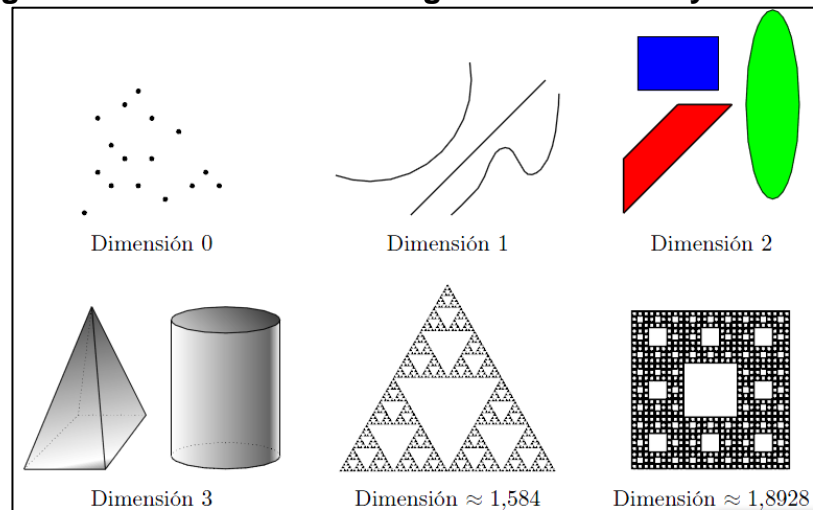
Donde N es el número de subfiguras y n el factor de ampliación de la figura original.

Lo anterior explica que el triángulo fractal no es exactamente ni una curva clásica, ni una superficie, sino algo intermedio. [12]

En la figura 15 se puede observar las distintas dimensiones que corresponden a la geometría clásica y geometría fractal

¹⁰SABOGAL Sonia, ARENAS Gilberto; Una introducción a la geometría fractal, Bucaramanga, 2011, Universidad Industrial de Santander, Escuela de matemáticas.

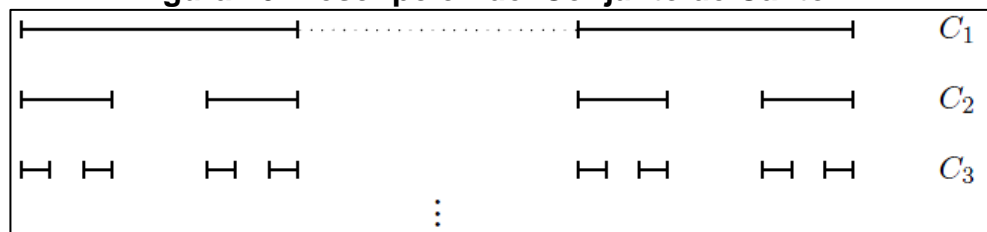
Figura 15. Dimensiones de la geometría fractal y clásica¹¹.



1.4.2 Ejemplos clásicos

1.4.2.1 El Conjunto de Cantor. Para los estudios en las distintas áreas de las matemáticas, este conjunto es el ejemplo más usado. Consiste en dividir un segmento de intervalo $[0,1]$ en tres intervalos iguales, se elimina el intervalo medio y se continua el proceso con los intervalos que no se eliminaron. [13] La figura 16 representa el ejemplo del conjunto de Cantor.

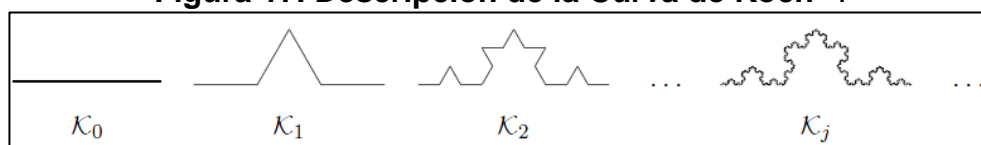
Figura 16. Descripción del Conjunto de Cantor¹².



1.4.2.2 La Curva de Koch. Se forma partiendo de un segmento unidad K_0 , el cual se divide en tres partes iguales. La parte central se sustituye por dos segmentos del mismo tamaño que el elemento eliminado, que junto con dicha parte anulada formarían un triángulo equilátero, obteniendo así la poligonal K_1 . [13] El proceso continua para cada segmento formado. El límite de este proceso es llamado Curva de Koch y puede observarse en la figura 17.

¹¹SABOGAL Sonia, ARENAS Gilberto; Una introducción a la geometría fractal, Bucaramanga, 2011, Universidad Industrial de Santander, Escuela de matemáticas.

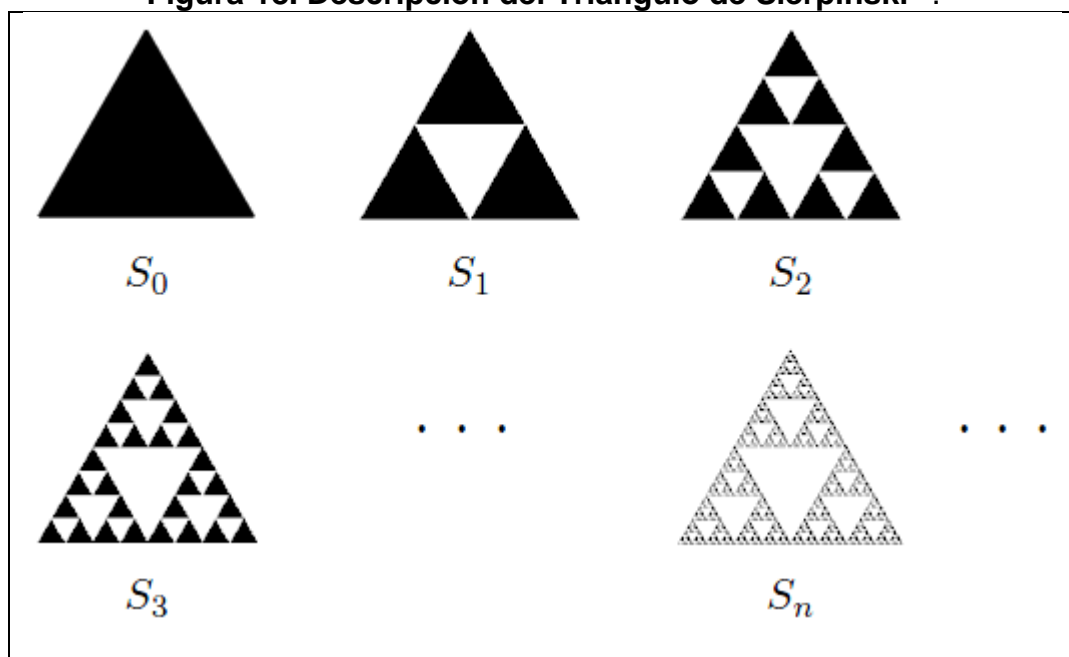
Figura 17. Descripción de la Curva de Koch¹³.



1.4.2.3 El Triángulo de Sierpinski. El Triángulo de Sierpinski consiste en tomar un triángulo equilátero, tomar los puntos medios de cada vértice y así formar otro triángulo de igual Angulo pero más pequeño, en dimensiones, que el original. El proceso continúa y es infinito debido a que habrá n triángulos dentro del triángulo original. A cada toma de puntos medios se les llama iteración. Para este proyecto se usó una iteración, como se muestra en la figura 14 del numeral 1.4.1.1.

La descripción del Triángulo de Sierpinski se observa con claridad en la figura 18.

Figura 18. Descripción del Triángulo de Sierpinski¹².



Este ejemplo fue empleado en este proyecto para la construcción de la antena triangular tipo parche.

¹²SABOGAL Sonia, ARENAS Gilberto; Una introducción a la geometría fractal, Bucaramanga, 2011, Universidad Industrial de Santander, Escuela de matemáticas.

Para el desarrollo del proyecto se tuvieron en cuenta las siguientes características propias de la geometría fractal aplicado al triángulo de Sierpinski:

- Teniendo en cuenta que el triángulo es equilátero y por ende sus ángulos iguales a 60 grados, se mantiene una relación de 2 veces la frecuencia principal para cada iteración realizada.
- En cada iteración del triángulo, como es equilátero, el ángulo se va a mantener.

Debido a las características mencionadas anteriormente de un triángulo equilátero, se puede analizar que el ancho de la línea de acople y alimentación son independientes de la frecuencia.

Se debe tener en cuenta que para hallar la impedancia de entrada, se debe utilizar la frecuencia principal, es decir, la frecuencia de la figura base del fractal.

II. METODOLOGÍA

2.1 DESARROLLO DEL PROYECTO

Para el diseño y construcción de la antena triangular microstrip, se manejaron 2 sustratos dieléctricos con distintas características y además se implementó el modelo de cavidad para hallar las dimensiones de la antena y el modelo de línea de transmisión para diseñar las líneas de alimentación y acople con sus respectivas impedancias sabiendo que esta antena trabaja a una frecuencia de 10GHz y posteriormente simular el patrón de radiación de esta antena en el programa Mathematica 9. En este apartado resaltaremos la antena triangular completa y antena triangular fractal sabiendo que la antena fractal será la antena final, por ende la que se analiza y se compara con los resultados teóricos arrojados por el software.

2.2 CARACTERÍSTICAS DE LA ANTENA

2.2.1 Antena Triangular Completa

2.2.1.1 Dimensiones. Como se mencionó en la introducción del desarrollo del proyecto, se implementó el modelo de cavidad para calcular las dimensiones de la antena triangular. Con la ecuación (1.19), explicada en la sección 1.3.2, teniendo la frecuencia de trabajo (f_r), la constante dieléctrica del sustrato (ϵ_r), la velocidad de la luz en el vacío (c) y el grosor del sustrato (h) se pudo hallar un lado del triángulo (a). Sabiendo que nuestro diseño es un triángulo equilátero, todos sus lados van a ser iguales. Como se van a manejar valores efectivos para el diseño de la antena triangular, la ecuación (1.20) permite hallar el lado efectivo del triángulo (a_e).

2.2.1.2 Impedancia de entrada. La impedancia de entrada se calcula partiendo del circuito equivalente de una antena. Con la ecuación (1.38) se calcula la conductancia del circuito equivalente y posteriormente, con la ecuación (1.41), se calcula la impedancia de entrada de la antena.

2.2.1.3 Línea alimentación. La línea de alimentación posee una impedancia Z_c de 50 ohmios ya que el conector para coaxial requiere de este valor de impedancia. El largo de la línea es un valor escogido por el diseñador ya que no va a influir en el patrón de radiación de la antena. Para hallar el ancho de la línea de alimentación, se utilizó la ecuación (1.45) o (1.46), dependiendo de la condición.

2.2.1.4 Línea de acople. Utilizando la ecuación (1.44) se calcula la impedancia de acople. Una vez teniendo la impedancia, se utiliza la ecuación (1.45) o (1.46), dependiendo de la condición, para hallar su ancho. La longitud de la línea de acople equivale a λ/x , siendo λ , la longitud de onda del sustrato, y x , un valor entre 2 y 6.

2.2.2 Antena triangular con geometría fractal

2.2.2.1 Dimensiones. Para calcular las dimensiones, al igual que en el caso anterior, se utiliza el modelo de cavidad.

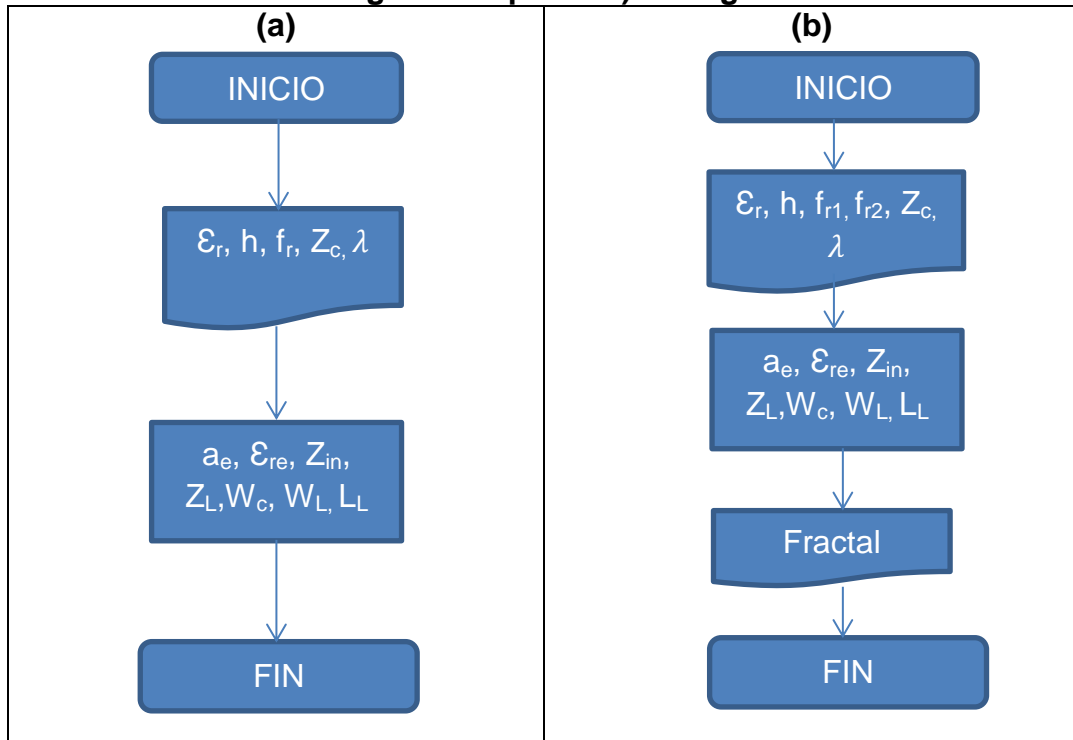
2.2.2.2 Impedancia de entrada. La impedancia de entrada se calcula de igual manera a la de un triángulo completo.

2.2.2.3 Línea alimentación. La línea de alimentación se calcula igual a la de un triángulo completo debido a que la teoría del fractal indica que los anchos de la línea no dependen de la frecuencia. La longitud, al igual que en el caso anterior, es determinada por el diseñador.

2.2.2.4 Línea de acople. Se utiliza el mismo proceso que un triángulo completo como se explicó anteriormente en el cálculo de la línea de alimentación para un triángulo fractal. Al igual que el triángulo completo, la longitud de la línea de acople equivale a λ/x , siendo λ , la longitud de onda del sustrato, y x , un valor entre 2 y 6.

El proceso del cálculo de las características de las antenas explicadas anteriormente, se pueden observar en los diagramas de flujo de la figura 19.

Figura 19. Diagramas de flujo las características de las antenas. a) Triangulo completo. b) Triangulo fractal



2.3 CONSTRUCCIÓN DE LAS ANTENAS

Basado en lo anterior, se calculan todas las características de las antenas a probar y así proceder a construirlas.

2.3.1 Antena número 1. La antena número 1 es un triángulo equilátero completo y las características para su construcción se observan en la tabla 1

Tabla 1. Características de la antena número 1

Característica	Valor
Frecuencia de trabajo (f_r)	10 GHz
Constante dieléctrica efectiva (ϵ_r)	3.5716
Grosor del sustrato (h)	0.8 mm
Ancho efectivo de la antena (a_e)	10.01 mm
Impedancia de alimentación (Z_c)	50 Ω
Impedancia de entrada (Z_{in})	180.5746 Ω
Impedancia de acople (Z_L)	95.0196 Ω
Ancho línea de alimentación (W_{o_c})	2.16 mm
Ancho línea de acople (W_{o_L})	0.82 mm
Longitud línea de alimentación (L_c)	20 mm
Longitud línea de acople (L_L)	5mm

El sustrato dieléctrico para la construcción de la antena número 1 es un FR4, cuyo material es fibra de vidrio y al ser resistente y flexible, posee una buena resistencia mecánica. [10]

Con los datos de la tabla 1 se construyó la antena número 1, la cual se puede apreciar en la figura 20.

Figura 20. Antena número 1

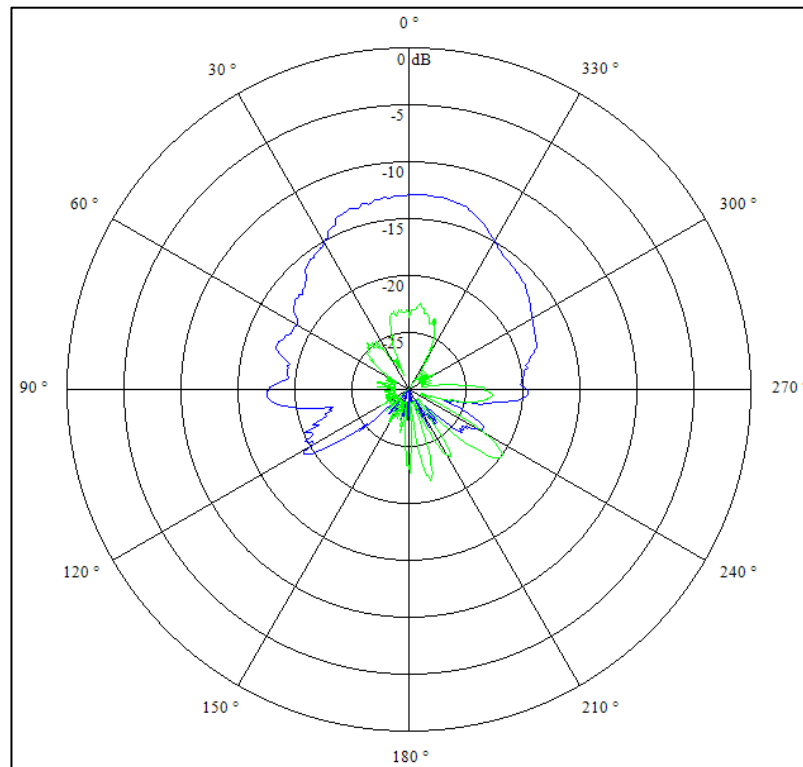


Utilizando el kit de medición de Lab-Volt modelo 8092, se procede a la medición de la antena número 1. [14]

Los resultados arrojados por el software LVDAM-ANT de Lab-Volt fueron buenos debido a que el patrón de radiación resultante mostró una buena simetría y el lóbulo principal que se esperaba. La figura 21 muestra el patrón de radiación en 2D de la antena número 1.

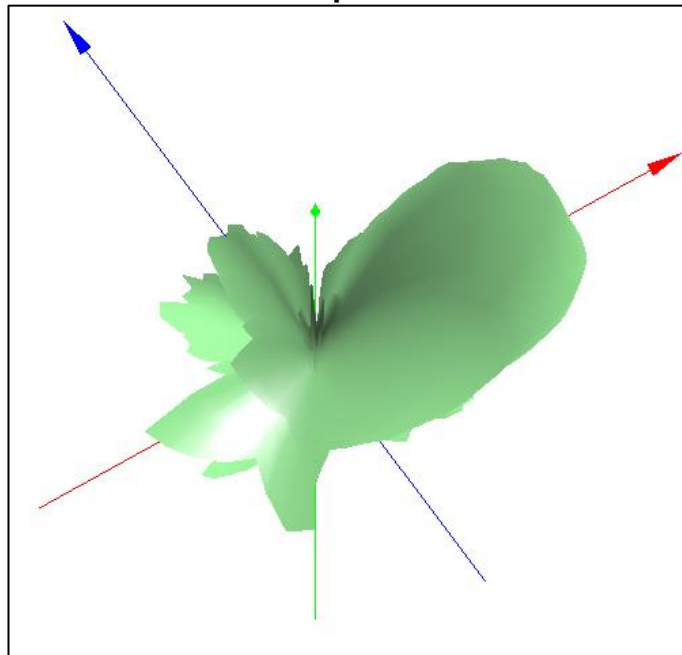
El trazo verde es el campo magnético y el azul es el campo eléctrico.

Figura 21. Patrón de radiación en 2D de la antena número 1¹³.



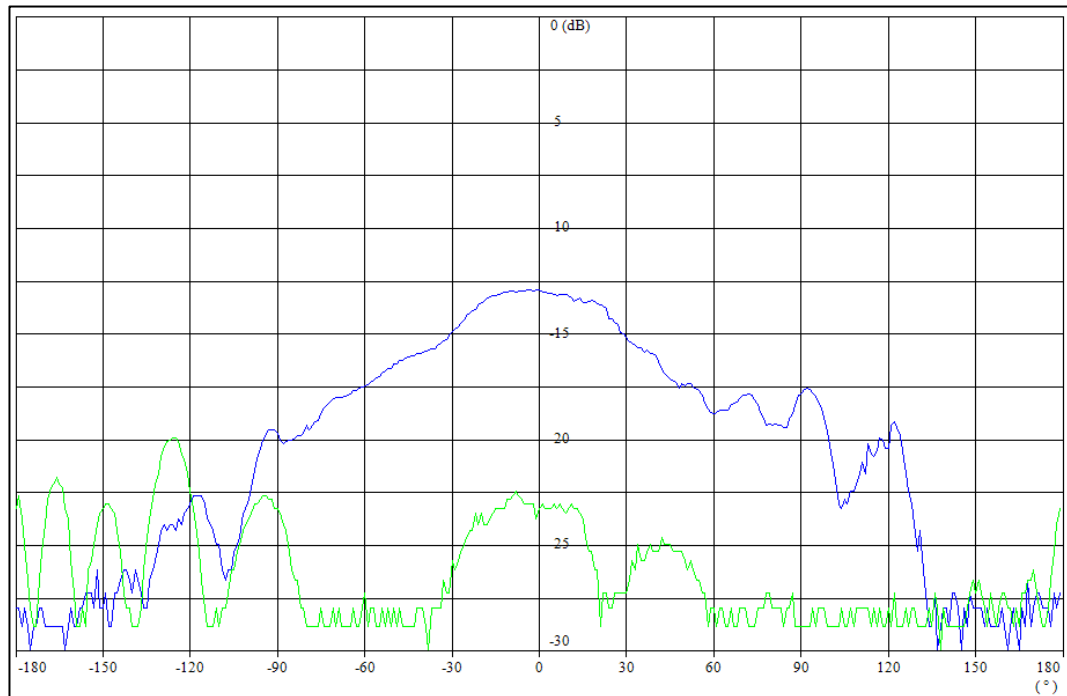
El software LVDAM-ANT tiene una opción para ver el patrón de radiación en plano 3D y cartesiano, como se observa en la figura 22 y 23 respectivamente.

Figura 22. Patrón de radiación en el plano 3D de la antena número 1¹⁴.



¹³ Lab-Volt

Figura 23. Patrón de radiación en el plano cartesiano de la antena número 1¹⁴.



2.3.2 Antena número 2. La antena número 2 también es un triángulo equilátero completo y las características para su construcción se observan en la tabla 2.

Tabla 2. Características de la antena número 2

Característica	Valor
Frecuencia de trabajo (f_r)	10 GHz
Constante dieléctrica efectiva (ϵ_r)	2.15
Grosor del sustrato (h)	0.38 mm
Ancho efectivo de la antena (a_e)	13.1 mm
Impedancia de alimentación (Z_c)	50 Ω
Impedancia de entrada (Z_{in})	137.4844 Ω
Impedancia de acople (Z_L)	82.91 Ω
Ancho línea de alimentación (W_{o_c})	1.46 mm
Ancho línea de acople (W_{o_L})	0.74 mm
Longitud línea de alimentación (L_c)	30 mm
Longitud línea de acople (L_L)	5mm

¹⁴ Lab-Volt

El sustrato dieléctrico para la construcción de la antena número 2 es un RT Duroid 5880. Este material posee bajas pérdidas eléctricas y baja absorción de la humedad. Son resistentes a los disolventes y reactivos, calientes o frías, utilizados normalmente en la realización de circuitos impresos.

Este sustrato se consiguió en la empresa llamada ROGERS Corporation de Estados Unidos. [17]

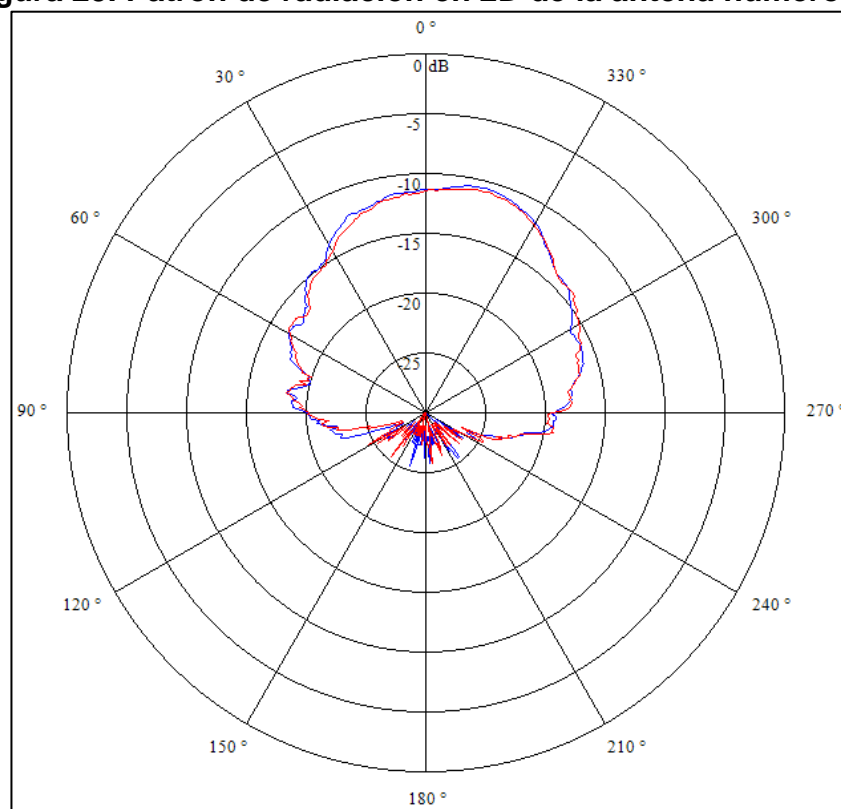
Con los datos de la tabla 2 se construyó la antena número 2, la cual se puede apreciar en la figura 24.

Figura 24. Antena número 2



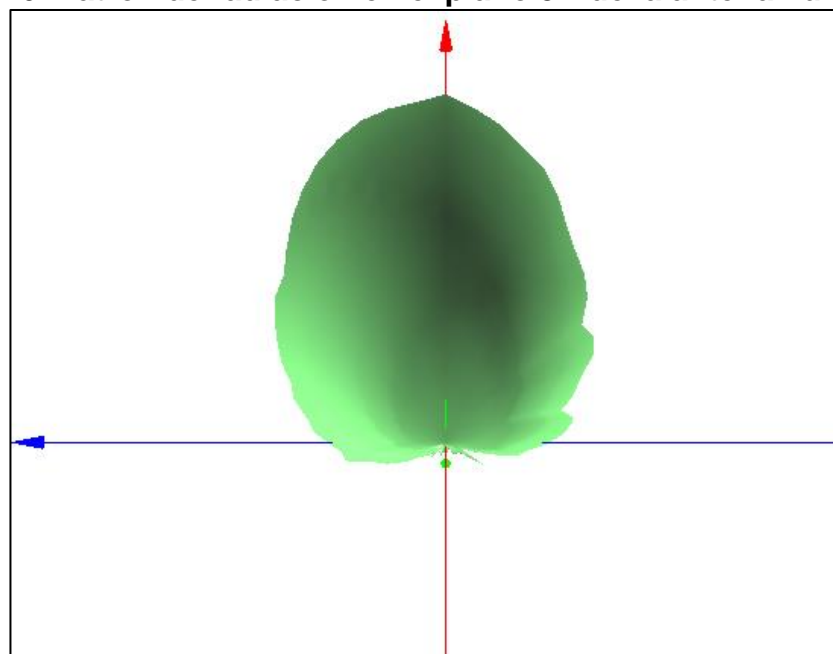
La figura 25 muestra el patrón de radiación en 2D de la antena número 2. Siendo el trazo azul y rojo el campo eléctrico.

Figura 25. Patrón de radiación en 2D de la antena número 2¹⁵.



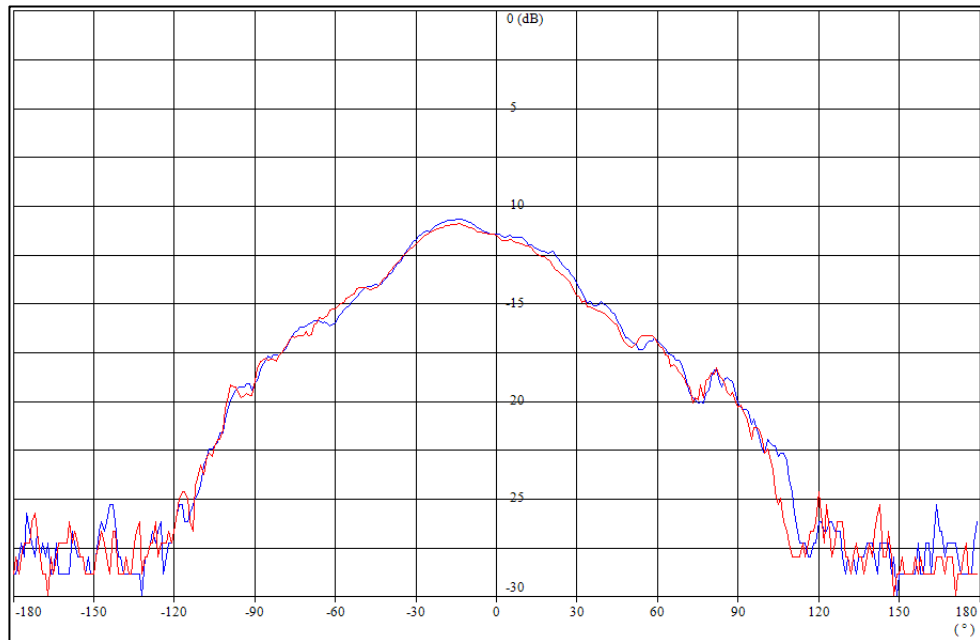
El plano 3D y cartesiano, se observa en la figura 26 y 27 respectivamente.

Figura 26. Patrón de radiación en el plano 3D de la antena número 2¹⁶.



¹⁵ Lab-Volt

Figura 27. Patrón de radiación en el plano cartesiano de la antena número 2¹⁶.



2.3.3 Antena número 3. La antena número 3 es una antena realizada con geometría fractal, ya explicada en la sección 1.4. Esta antena es multifrecuencia, es decir, trabaja a dos frecuencias y en esta antena los anchos de las líneas de acople y alimentación son independientes de la frecuencia debido a que en cada iteración, el ángulo del triángulo equilátero se mantiene. Las características para su construcción se observan en la tabla 3.

Tabla 3. Características de la antena número 3

Característica	Valor
Frecuencia de trabajo para $n=0$ (f_{r0})	5 GHz
Frecuencia de trabajo para $n=1$ (f_{r1})	10 GHz
Constante dieléctrica efectiva (ϵ_r)	2.1366
Grosor del sustrato (h)	0.38 mm
Ancho efectivo de la antena para $n=0$ (a_e)	27.14 mm
Impedancia de alimentación (Z_c)	50 Ω
Impedancia de entrada (Z_{in})	132.05 Ω
Impedancia de acople (Z_L)	81.255 Ω
Ancho línea de alimentación (W_{oc})	1.22 mm
Ancho línea de acople (W_{oL})	0.52 mm
Longitud línea de alimentación (L_c)	20 mm
Longitud línea de acople (L_L)	5 mm

El sustrato dieléctrico para la construcción de la antena número 3 también es un RT Duroid 5880. [17]

¹⁶ Lab-Volt

Con los datos de la tabla 3 se construyó la antena número 3, la cual se puede apreciar en la figura 28.

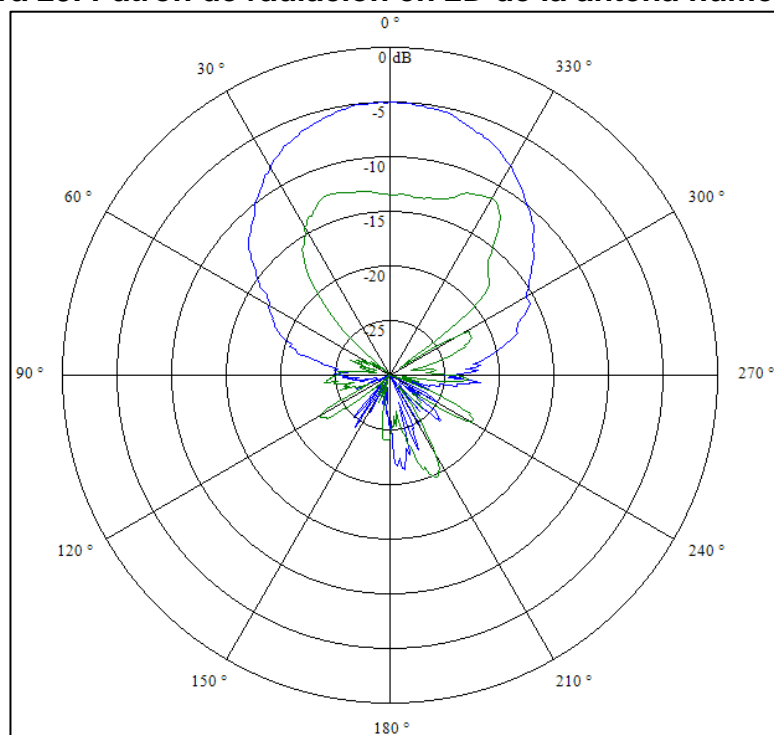
Figura 28. Antena número 3



Los resultados del patrón de radiación de la antena 3 fueron mejor que los resultados que se esperaban. En comparación con las antenas anteriores, la antena 3 presentó una excelente simetría y lóbulo principal y además se obtuvo una mejor ganancia que las antenas anteriores. En el capítulo 4 se profundizará más este patrón.

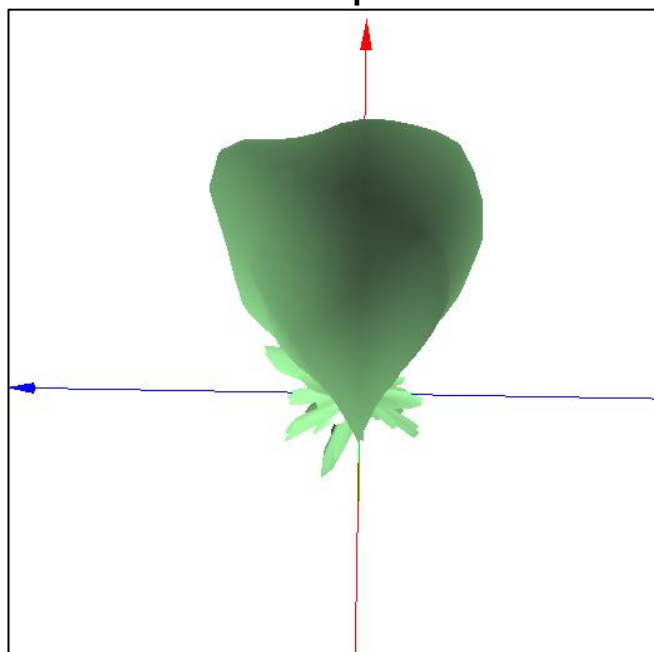
La figura 29 muestra el patrón de radiación en 2D de la antena número 3. Siendo el trazo verde el campo magnético y el azul el campo eléctrico.

Figura 29. Patrón de radiación en 2D de la antena número 3¹⁷.



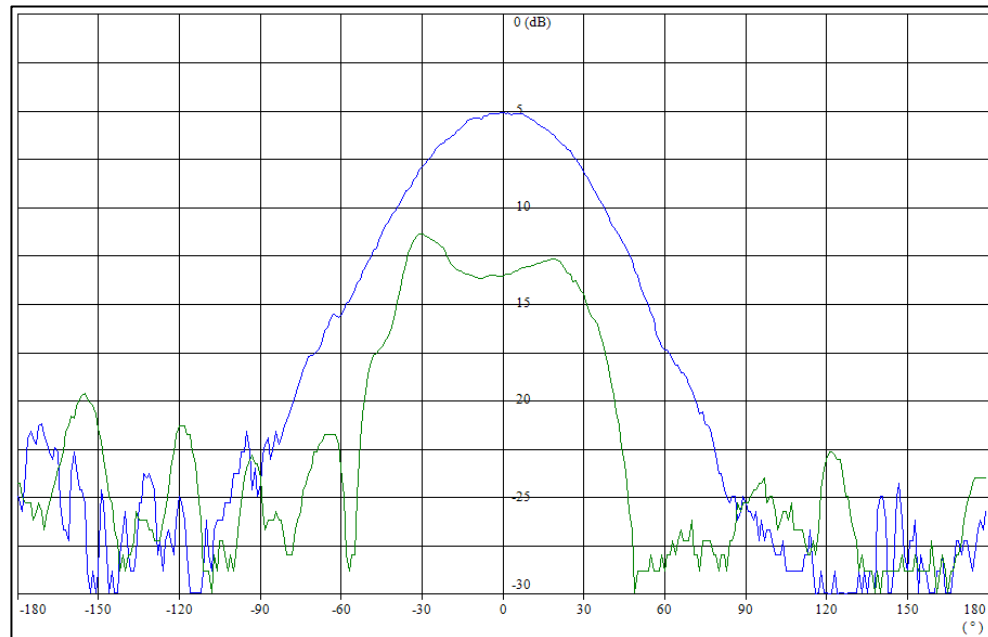
El plano 3D y cartesiano del patrón de radiación, se observa en la figura 30 y 31 respectivamente.

Figura 30. Patrón de radiación en el plano 3D de la antena número 3¹⁸.



¹⁷ Lab-Volt

Figura 31. Patrón de radiación en el plano cartesiano de la antena número 3¹⁸.



2.3.4 Antena número 4. Como una prueba extra para este proyecto, la antena número 4 es una antena también realizada con geometría fractal y se diferencia a la anterior en que ésta trabaja a frecuencias de 10 GHz y 20 GHz con el fin de demostrar que las antenas fractales son multifrecuencia y pueden ser desarrolladas por el Lab-Volt. Las características para su construcción se observan en la tabla 2.4.

Tabla 2.4 Características de la antena número 4

Característica	Valor
Frecuencia de trabajo para $n=0$ (f_{r0})	10 GHz
Frecuencia de trabajo para $n=1$ (f_{r1})	20 GHz
Constante dieléctrica efectiva (ϵ_r)	2.15
Grosor del sustrato (h)	0.38 mm
Ancho efectivo de la antena para $n=0$ (a_e)	13.1 mm
Impedancia de alimentación (Z_c)	50 Ω
Impedancia de entrada (Z_{in})	137.4844 Ω
Impedancia de acople (Z_L)	82.91 Ω
Ancho línea de alimentación (W_c)	1.46 mm
Ancho línea de acople (W_L)	0.74 mm
Longitud línea de alimentación (L_c)	30 mm
Longitud línea de acople (L_L)	5mm

¹⁸ Lab-Volt

El sustrato dieléctrico para la construcción de la antena número 4 también es un RT Duroid 5880. [17]

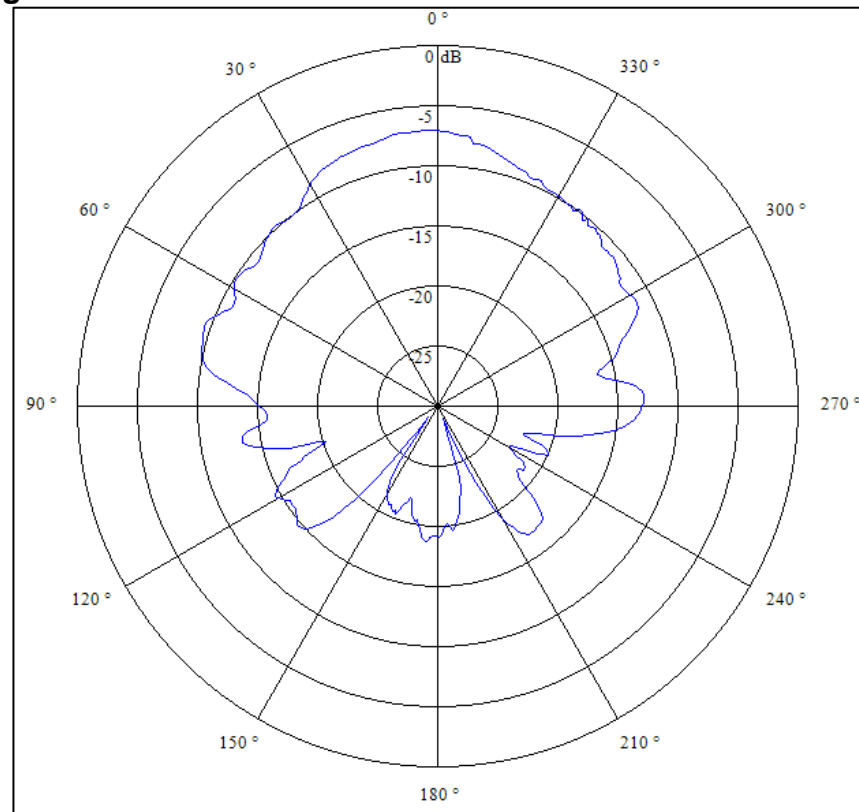
Con los datos de la tabla 2.4 se construyó la antena número 4, la cual se puede apreciar en la figura 32.

Figura 32. Antena número 4



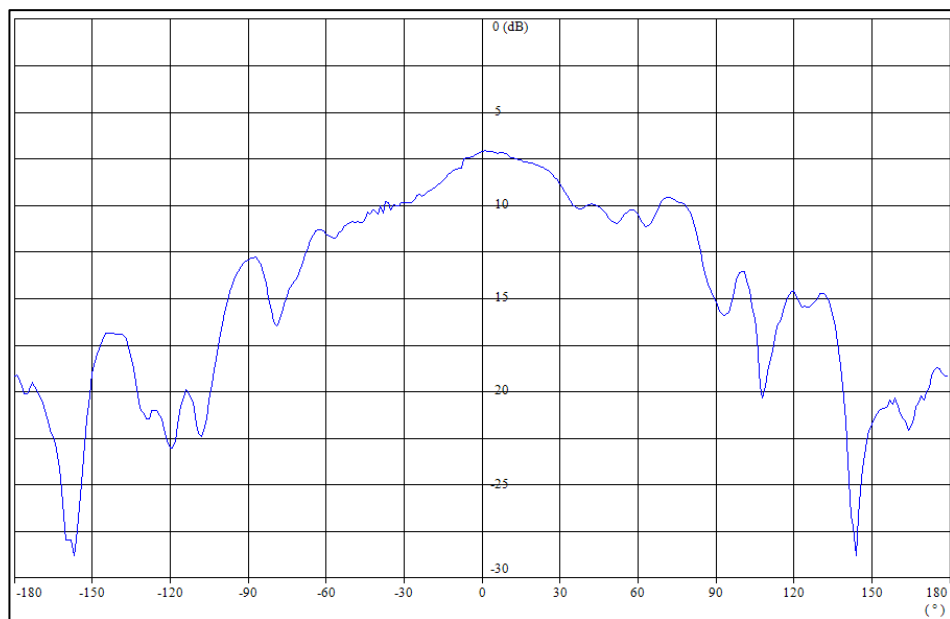
La figura 33 muestra el patrón de radiación (campo eléctrico) en 2D de la antena número 4.

Figura 33. Patrón de radiación en 2D de la antena número 4¹⁹.



El plano cartesiano del patrón de radiación, se observa en la figura 34.

Figura 34. Patrón de radiación en el plano cartesiano de la antena número 4²⁰.



¹⁹ Lab-Volt

III. ALGORITMO DE PROGRAMACIÓN

3.1 SOFTWARE MATHEMATICA 9

Se utilizó el software Mathematica 9 de Wolfram para llevar a cabo el algoritmo de programación.

Antes de explicar los comandos utilizados para el algoritmo, hay que resaltar que las ecuaciones usadas para el diseño de la antena, Mathematica las toma como entradas (In[n]) y al oprimir simultáneamente shift+Enter, Mathematica arroja un resultado al cual le da una etiqueta de salida llamada out[n].

Los comandos que se utilizaron para el desarrollo del algoritmo fueron los siguientes [15], [16]:

- En Mathematica el usuario puede realizar operaciones aritméticas, de forma similar a una calculadora:

$$\begin{array}{ll} x^y & \text{Potencia} \\ -x & \text{Menos} \\ x/y & \text{Division} \\ x\ y\ z\ o\ x * y * z & \text{Producto} \\ x + y + z & \text{Suma} \end{array}$$

- Los argumentos de todas las funciones en mathematica se colocan entre corchetes. Por ejemplo:

$\text{Sin}[x]$
 $\text{Cos}[x]$
 $\text{Log}[x]$

- Los nombres de las funciones a utilizar dentro de mathematica empiezan con letra mayúscula. Por ejemplo:

$\text{PolarPlot}[]$
 $\text{Table}[]$
 $\text{Abs}[]$
 $\text{SphericalPlot3D}[]$

- Clear: Borra los valores y definiciones de determinadas variables. Su correcta implementación es:

`Clear = [symbol1, symbol2, ...]`

- En el software mathematica el usuario puede aproximar el resultado u obtener un resultado numérico, utilizando el siguiente comando:

`Exp//N o N[Expr]` *Valor numerico para Exp*

`N[Expr, n]` *Valor numerico de expresion calculado para n digito de precision*

- El comando PolarPlotes utilizado para graficar en coordenadas polares, este genera una gráfica polar de una curva, con radio r en función de un ángulo θ . La forma apropiada de utilizar es:

`PolarPlot[r, {θ, θmin, θmax}]`

- El comando Table, Elabora una tabla de una expresión específica, evaluada dentro de unos límites y con un número determinado de pasos. La correcta aplicación de este comando es:

`Table[expr, {i, imin, imax, di}]`

- Con el comando [Expr]//TableForm, obtenemos el resultado en forma de columna. Este comando es utilizado de la siguiente forma:

`[Expr]//TableForm`

- SphericalPlot3D[]: Este comando genera una gráfica en 3D, sobre los rangos específicos de coordenadas esféricas. Este comando es utilizado de la siguiente forma:

`SphericalPlot3D [r, {θ, θmin, θmax}, {φ, φmin, φmax}]`

3.2 DESARROLLO DEL ALGORITMO

El algoritmo se realizó para la antena con geometría fractal debido a que es la antena que se va a analizar y comparar con los resultados experimentales.

3.2.1 Dimensiones. Se traspasaron las ecuaciones para hallar el lado del triángulo original, que es el de la frecuencia de 5GHz. La figura 35 muestra esta parte del algoritmo.

Figura 35. Longitud del triángulo de 5GHz²⁰.

```
In[1]:= c = 3 * 1011 ;  
f1 = 5 * 109 ;  
f2 = 5 * 109 ;  
er = 2.2 ;  
h = 0.38 ;  
ko =  $\frac{2 * \pi}{\lambda}$  ;  
zc = 50 ;  
 $\lambda = \frac{c}{f2 * \sqrt{e_{eff}}}$  ;  
 $a = \left( \frac{2 * c}{3 * f1 * \sqrt{er}} \right) // N$   
Out[9]= 26.968
```

Como se requieren valores efectivos, la figura 36 muestra la longitud efectiva del triángulo en milímetros.

²⁰ Wolfram

Figura 36. Longitud efectiva²¹.

```

In[20]:= c = 3 * 1011;
         f1 = 5 * 109;
         f2 = 5 * 109;
         er = 2.2;
         h = 0.38;
         ko =  $\frac{2 * \pi}{\lambda}$ ;
         zc = 50;
          $\lambda = \frac{c}{f2 * \sqrt{eeff}}$ ;
         a =  $\left( \frac{2 * c}{3 * f1 * \sqrt{er}} \right)$ ;
         ae =  $\left( a + h * (er)^{-\frac{1}{2}} \right) // N$ 

Out[29]= 27.2242

```

3.2.2 Impedancia de entrada. Se traspasaron la ecuaciones para la impedancia de entrada del parche, sabiendo que, posteriormente, los anchos de la línea de alimentación y acople son independientes de la frecuencia. La figura 37 muestra el algoritmo para calcular la impedancia.

Figura 37. Impedancia de entrada del parche²².

```

ae =  $\left( a + h * (er)^{-\frac{1}{2}} \right)$ ;

eeff =  $\left( \frac{1}{2} * (er + 1) + \frac{1}{2} * (er - 1) * \left( 1 + \frac{12 * h}{a} \right)^{\frac{1}{2}} \right)$ ;

 $\lambda_o = \frac{c}{f2}$ ;

g1 =  $\left( \frac{ae}{120 * \lambda_o} * \left( 1 - \frac{1}{24} * (ko * h)^2 \right) \right)$ ;

zin =  $\frac{1}{2 * g1}$ 

Out[71]= 132.311

```

3.2.3 Impedancia de acople. Como ya se conoce el valor de la impedancia de alimentación ($Z_c = 50\Omega$). Se aplica la ecuación 1.44 en el algoritmo mostrado en la figura 38.

²¹ Wolfram

Figura 38. Impedancia de la línea de acople²².

```
zc = 50;
zin =  $\frac{1}{2 * g1}$ ;
zl =  $\sqrt{zin * zc}$ 
Out[86]= 81.3185
```

3.2.4 Ancho de la línea de alimentación y acople. Con las ecuaciones (1.45) y (1.46) se establece el algoritmo para hallar los anchos de estas líneas. Esto se muestra en la figura 39.

Figura 39. Ancho línea de alimentación y acople²³.

```
zc = 50;
zin =  $\frac{1}{2 * g1}$ ;
zl =  $\sqrt{zin * zc}$ ;
bc =  $\frac{\pi * 120 * \pi}{2 * zc * \sqrt{eeff}}$ ;
bl =  $\frac{\pi * 120 * \pi}{2 * zl * \sqrt{eeff}}$ ;
wc =  $\left( \left( \frac{eeff - 1}{\pi * eeff} \right) * \left( \text{Log}[bc - 1] + 0.39 - \frac{0.61}{eeff} \right) + \frac{2}{\pi} * (bc - 1 - \text{Log}[2 * bc - 1]) \right) * h$ 
wl =  $\left( \left( \frac{eeff - 1}{\pi * eeff} \right) * \left( \text{Log}[bl - 1] + 0.39 - \frac{0.61}{eeff} \right) + \frac{2}{\pi} * (bl - 1 - \text{Log}[2 * bl - 1]) \right) * h$ 
Out[105]= 1.18626
Out[106]= 0.524902
```

Siendo Out[105] el ancho de la línea de alimentación wc y Out[106] el ancho de la línea de acople.

3.2.5 Campos eléctricos en θ y en ϕ . Para llegar al patrón de radiación, se requieren de los campos eléctricos en ϕ y en θ y así proceder a las comparaciones con los resultados experimentales.

Con la ecuación (1.26) se logra hallar cm_n , figura 40.

²² Wolfram

Figura 40. Algoritmo para cmn^{23} .

$$\begin{aligned}
 k &= \sqrt{w^2 * \mu_o * e_o * e_r}; & x5 &= \frac{2 * \pi * (n)}{\sqrt{3} * a} * (d - wa); \\
 d &= 0; \\
 \mu_o &= (1.256 * 10^{-6}); & jo1 &= \frac{\sin[x]}{x}; \\
 e_o &= (8.85 * 10^{-12}); & jo2 &= \frac{\sin[x1]}{x1}; \\
 e_r &= 2.2; & jo3 &= \frac{\sin[x2]}{x2}; \\
 w &= (6.281 * 10^{10}); & jo4 &= \frac{\sin[x3]}{x3}; \\
 kmn &= \frac{4 * \pi}{3 * a} * (1^2 + 0 + 0)^{\frac{1}{2}}; & jo5 &= \frac{\sin[x4]}{x4}; \\
 a &= 13.1 * 10^{-3}; & jo6 &= \frac{\sin[x6]}{x6}; \\
 m &= 1; \\
 n &= 0; \\
 l &= (-1); \\
 cmn3 &= 6; \\
 wa &= \frac{a}{2}; \\
 x &= \frac{2 * \pi * (l)}{\sqrt{3} * a} * (d + wa); & cmn2 &= \left(cmn3 * \left(\frac{4 * \sqrt{3}}{27 * a^2} \right) * (((d + wa) * (jo1 + jo2 + jo3)) - ((d - wa) * (jo4 + jo5 + jo6))) \right); \\
 x1 &= \frac{2 * \pi * (m)}{\sqrt{3} * a} * (d + wa); & cmn1 &= \frac{cmn2}{(k^2 - kmn^2)} \\
 x2 &= \frac{2 * \pi * (n)}{\sqrt{3} * a} * (d + wa); & & 0.00143145 \\
 x3 &= \frac{2 * \pi * (l)}{\sqrt{3} * a} * (d - wa); \\
 x4 &= \frac{2 * \pi * (m)}{\sqrt{3} * a} * (d - wa);
 \end{aligned}$$

Se sabe que las ecuaciones de $E\theta$ y $E\phi$ requieren de las componentes f_x y f_y . Las figuras 41, 42 y 43 muestran los algoritmos para calcular dichas componentes.

²³ Wolfram

Figura 41. Algoritmos para fx y fy²⁴.

```

Clear[w, eo, h, b, ϕ, cxy, ko, x1, x2, v, μo, cmn, a, l, ζ, r, i, xa, fx, fy, etheta, efi, grafical, grafica2, tabla];
w = (6.281*10^10);
eo = (8.85*10^-12);
h = (0.38*10^-3);
b =  $\frac{4*\pi}{3*\sqrt{3}*a}$ ;
ϕ = 90 °;
cxy =  $\left( \frac{eo*h*e^{-i*ko*r}}{4*\pi*r} * e^{\frac{-i*ko*a*\sin[\theta]*\cos[\phi]}{\sqrt{3}}} \right)$ ;
ko = w*sqrt(μo*eo);
x1 =  $\left( ko*\sin[\theta] * \left( \cos[\phi] + \frac{\sin[\phi]}{\sqrt{3}} \right) \right)$ ;
x2 =  $\left( ko*\sin[\theta] * \left( \cos[\phi] - \frac{\sin[\phi]}{\sqrt{3}} \right) \right)$ ;
v =  $\left( \frac{3*ko*a*\sin[\theta]*\sin[\phi]}{2*\pi} \right)$ ;
μo = (1.256*10^-6);
cmn = 0.00143145;
a = (13.1*10^-3);
l = (-1);
ζ = (120*π);
r = 1;
i = I;
xa = ((-i)*w*ζ);

```

Figura 42. Algoritmo para fx²⁵.

```

fx =

$$\left( \sum_{n=0}^2 \sum_{m=n}^2 \left( cxy * 2 * i * w * \mu o * cmn * \left( -\frac{i * x1}{(n - (l))^2 * b^2 - (x1)^2} * \left( e^{i*\sqrt{3}*(\frac{a}{2})+x1} * \left( \frac{(n - (l)) * b}{i * x1} * \sin\left[\frac{2*(n - (l)) * \pi}{3}\right] + \cos\left[\frac{2*(n - (l)) * \pi}{3}\right] \right) - 1 \right) + \right. \right. \right.$$


$$\frac{i * x2}{(n - (l))^2 * b^2 - (x2)^2} * \left( e^{i*\sqrt{3}*(\frac{a}{2})+x2} * \left( \frac{(n - (l)) * b}{i * x2} * \sin\left[\frac{2*(n - (l)) * \pi}{3}\right] + \cos\left[\frac{2*(n - (l)) * \pi}{3}\right] \right) - 1 \right) -$$


$$\frac{i * x1}{(l - (m))^2 * b^2 - (x1)^2} * \left( e^{i*\sqrt{3}*(\frac{a}{2})+x1} * \left( \frac{(l - (m)) * b}{i * x1} * \sin\left[\frac{2*(l - (m)) * \pi}{3}\right] + \cos\left[\frac{2*(l - (m)) * \pi}{3}\right] \right) - 1 \right) +$$


$$\frac{i * x2}{(l - (m))^2 * b^2 - (x2)^2} * \left( e^{i*\sqrt{3}*(\frac{a}{2})+x2} * \left( \frac{(l - (m)) * b}{i * x2} * \sin\left[\frac{2*(l - (m)) * \pi}{3}\right] + \cos\left[\frac{2*(l - (m)) * \pi}{3}\right] \right) - 1 \right) -$$


$$\frac{i * x1}{(m - (n))^2 * b^2 - (x1)^2} * \left( e^{i*\sqrt{3}*(\frac{a}{2})+x1} * \left( \frac{(m - (n)) * b}{i * x1} * \sin\left[\frac{2*(m - (n)) * \pi}{3}\right] + \cos\left[\frac{2*(m - (n)) * \pi}{3}\right] \right) - 1 \right) +$$


$$\left. \frac{i * x2}{(m - (n))^2 * b^2 - (x2)^2} * \left( e^{i*\sqrt{3}*(\frac{a}{2})+x2} * \left( \frac{(m - (n)) * b}{i * x2} * \sin\left[\frac{2*(m - (n)) * \pi}{3}\right] + \cos\left[\frac{2*(m - (n)) * \pi}{3}\right] \right) - 1 \right) \right) \right);$$

```

²⁴Wolfram

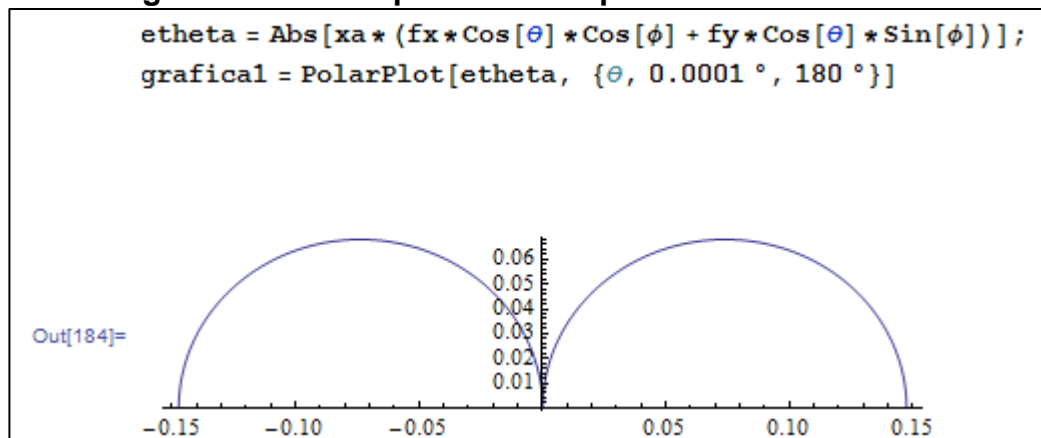
Figura 43. Algoritmo para el cálculo de f_y ²⁵.

$$\begin{aligned}
 f_y = & \left(\sum_{n=0}^2 \sum_{m=n}^2 \left((cxy * 2 * i * w * \mu o * cmn) * \left(-\frac{i * x1}{\sqrt{3} * ((n-1)^2 * b^2 - x1^2)} * \left(\left(e^{i * \sqrt{3} * (\frac{a}{2}) * x1} \right) * \left(\frac{(n-1) * b}{i * x1} * \sin\left[\frac{2 * (n-1) * \pi}{3}\right] + \cos\left[\frac{2 * (n-1) * \pi}{3}\right] \right) - 1 \right) - \right. \right. \\
 & \frac{i * x2}{\sqrt{3} * ((n-1)^2 * b^2 - x2^2)} * \left(\left(e^{i * \sqrt{3} * (\frac{a}{2}) * x2} \right) * \left(\frac{(n-1) * b}{i * x2} * \sin\left[\frac{2 * (n-1) * \pi}{3}\right] + \cos\left[\frac{2 * (n-1) * \pi}{3}\right] \right) - 1 \right) - \\
 & \frac{i * x1}{\sqrt{3} * ((1-m)^2 * b^2 - x1^2)} * \left(\left(e^{i * \sqrt{3} * (\frac{a}{2}) * x1} \right) * \left(\frac{(1-m) * b}{i * x1} * \sin\left[\frac{2 * (1-m) * \pi}{3}\right] + \cos\left[\frac{2 * (1-m) * \pi}{3}\right] \right) - 1 \right) - \\
 & \frac{i * x2}{\sqrt{3} * ((1-m)^2 * b^2 - x2^2)} * \left(\left(e^{i * \sqrt{3} * (\frac{a}{2}) * x2} \right) * \left(\frac{(1-m) * b}{i * x2} * \sin\left[\frac{2 * (1-m) * \pi}{3}\right] + \cos\left[\frac{2 * (1-m) * \pi}{3}\right] \right) - 1 \right) - \\
 & \frac{i * x1}{\sqrt{3} * ((m-n)^2 * b^2 - x1^2)} * \left(\left(e^{i * \sqrt{3} * (\frac{a}{2}) * x1} \right) * \left(\frac{(m-n) * b}{i * x1} * \sin\left[\frac{2 * (m-n) * \pi}{3}\right] + \cos\left[\frac{2 * (m-n) * \pi}{3}\right] \right) - 1 \right) - \\
 & \frac{i * x2}{\sqrt{3} * ((m-n)^2 * b^2 - x2^2)} * \left(\left(e^{i * \sqrt{3} * (\frac{a}{2}) * x2} \right) * \left(\frac{(m-n) * b}{i * x2} * \sin\left[\frac{2 * (m-n) * \pi}{3}\right] + \cos\left[\frac{2 * (m-n) * \pi}{3}\right] \right) - 1 \right) + \\
 & e^{i * \sqrt{3} * (\frac{a}{2}) * k o * \sin[\theta] * \cos[\phi]} * \left(\frac{(-1)^1 * 3 * a}{\pi * ((m-n)^2 - v^2)} * \left((m-n) * \sin\left[\frac{(m-n) * \pi}{3}\right] * \cos\left[\frac{\pi * v}{3}\right] - v * \cos\left[\frac{(m-n) * \pi}{3}\right] * \sin\left[\frac{\pi * v}{3}\right] \right) + \right. \\
 & \frac{(-1)^n * 3 * a}{\pi * ((n-1)^2 - v^2)} * \left((n-1) * \sin\left[\frac{(n-1) * \pi}{3}\right] * \cos\left[\frac{\pi * v}{3}\right] - v * \cos\left[\frac{(n-1) * \pi}{3}\right] * \sin\left[\frac{\pi * v}{3}\right] \right) + \\
 & \left. \left. \frac{(-1)^n * 3 * a}{\pi * ((1-m)^2 - v^2)} * \left((1-m) * \sin\left[\frac{(1-m) * \pi}{3}\right] * \cos\left[\frac{\pi * v}{3}\right] - v * \cos\left[\frac{(1-m) * \pi}{3}\right] * \sin\left[\frac{\pi * v}{3}\right] \right) \right) \right) \right);
 \end{aligned}$$

Utilizando los comandos PolarPlot ya explicados en la sección anterior, se grafican las ecuaciones (1.49) y (1.50) correspondientes a los campos eléctricos.

La figura 44 muestra el campo eléctrico en theta.

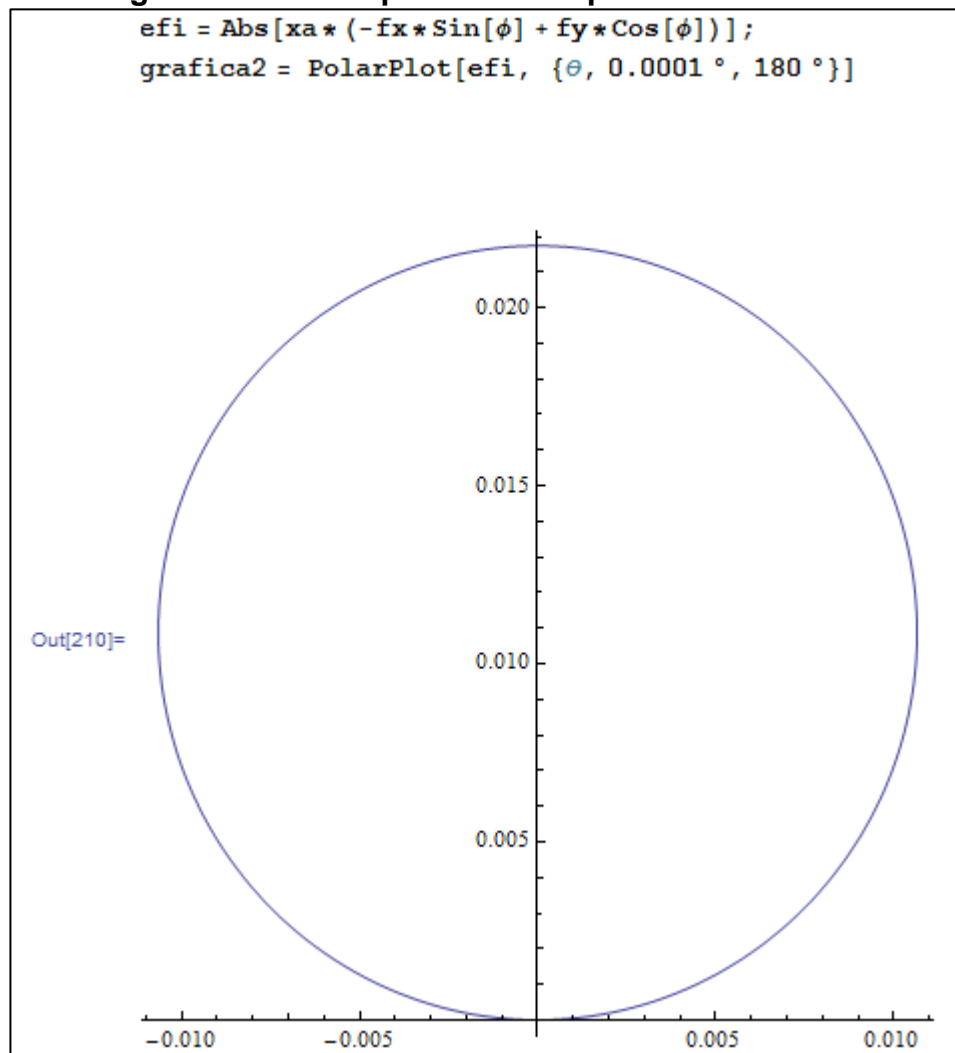
Figura 44. Grafica polar del campo eléctrico en theta²⁶.



²⁵Wolfram

El campo eléctrico en fi se observa en la figura 45.

Figura 45. Grafica polar del campo eléctrico en fi²⁶.



Para llevar a cabo la comparación entre los datos arrojados por Mathematica y el Lab-Volt se necesitan una lista de datos de la gráfica resultante. Se utilizó el comando `table` para lograr obtener este listado. La lista de datos para la gráfica polar del campo eléctrico se observa en la figura 46.

²⁶Wolfram

Figura 46. Lista de datos para el campo eléctrico²⁷.

$\text{tabla} = \text{Table}[\text{efi}, \{\theta, 0.0001^\circ, 180^\circ, 1^\circ\}]$
$\text{Out}[282] = \left\{ 3.63854 \times 10^{-8}, 0.000363876, 0.000727634, 0.00109123, 0.00145458, 0.00181176, 0.00218021, 0.00254233, 0.00290388, 0.00326476, 0.00362491, 0.00398422, \right.$
$0.00434263, 0.00470004, 0.00505637, 0.00541152, 0.00576543, 0.00611798, 0.0064691, 0.0068187, 0.00716669, 0.00751296, 0.00785744, 0.00820004,$
$0.00854064, 0.00887917, 0.00921552, 0.0095496, 0.00988131, 0.0102106, 0.0105372, 0.0108613, 0.0111825, 0.0115009, 0.0118163, 0.0121287, 0.0124378,$
$0.0127437, 0.0130462, 0.0133453, 0.0136407, 0.0139325, 0.0142205, 0.0145045, 0.0147846, 0.0150605, 0.0153323, 0.0155997, 0.0158627, 0.0161212,$
$0.016375, 0.0166241, 0.0168684, 0.0171078, 0.0173421, 0.0175713, 0.0177953, 0.0180139, 0.0182272, 0.0184349, 0.0186371, 0.0188335, 0.0190242, 0.019209,$
$0.0193879, 0.0195608, 0.0197275, 0.0198881, 0.0200424, 0.0201904, 0.020332, 0.0204671, 0.0205957, 0.0207177, 0.0208331, 0.0209417, 0.0210436,$
$0.0211387, 0.0212269, 0.0213082, 0.0213826, 0.02145, 0.0215105, 0.0215638, 0.0216102, 0.0216494, 0.0216815, 0.0217065, 0.0217244, 0.0217351, 0.0217387,$
$0.0217351, 0.0217244, 0.0217065, 0.0216815, 0.0216494, 0.0216101, 0.0215638, 0.0215104, 0.02145, 0.0213826, 0.0213082, 0.0212269, 0.0211387,$
$0.0210436, 0.0209417, 0.020833, 0.0207177, 0.0205957, 0.0204671, 0.020332, 0.0201904, 0.0200424, 0.0198881, 0.0197275, 0.0195607, 0.0193879,$
$0.019209, 0.0190242, 0.0188335, 0.018637, 0.0184349, 0.0182272, 0.0180139, 0.0177952, 0.0175713, 0.0173421, 0.0171077, 0.0168684, 0.0166241,$
$0.016375, 0.0161211, 0.0158626, 0.0155996, 0.0153322, 0.0150605, 0.0147845, 0.0145045, 0.0142204, 0.0139324, 0.0136407, 0.0133452, 0.0130462,$
$0.0127437, 0.0124378, 0.0121286, 0.0118162, 0.0115008, 0.0111824, 0.0108612, 0.0105372, 0.0102105, 0.00988125, 0.00954953, 0.00921545, 0.0088791,$
$0.00854057, 0.00819997, 0.00785738, 0.00751289, 0.00716662, 0.00681863, 0.00646903, 0.00611791, 0.00576535, 0.00541145, 0.0050563, 0.00469997,$
$0.00434256, 0.00398415, 0.00362483, 0.00326469, 0.0029038, 0.00254226, 0.00218014, 0.00181753, 0.00145451, 0.00109116, 0.000727561, 0.000363803 \}$

El listado de datos para el campo magnético, se observa en la figura 47.

Figura 47. Lista de datos para el campo magnético²⁸.

$\text{tabla} = \text{Table}[\text{etheta}, \{\theta, 0.0001^\circ, 180^\circ, 1^\circ\}]$
$\text{Out}[288] = \left\{ 0.147379, 0.147349, 0.14726, 0.14711, 0.146901, 0.146633, 0.146306, 0.145921, 0.145477, 0.144975, 0.144416, 0.143801, 0.143129, 0.142402, 0.141621, 0.140786, \right.$
$0.139897, 0.138957, 0.137966, 0.136924, 0.135834, 0.134695, 0.133509, 0.132277, 0.131001, 0.12968, 0.128318, 0.126914, 0.125469, 0.123986, 0.122466,$
$0.120909, 0.119316, 0.11769, 0.116031, 0.114341, 0.11262, 0.11087, 0.109093, 0.107289, 0.105459, 0.103606, 0.101729, 0.09983, 0.0979103, 0.0959708,$
$0.0940125, 0.0920366, 0.0900439, 0.0880355, 0.0860123, 0.0839752, 0.0819252, 0.079863, 0.0777894, 0.0757054, 0.0736116, 0.0715087, 0.0693974,$
$0.0672785, 0.0651524, 0.0630199, 0.0608814, 0.0587376, 0.0565888, 0.0544356, 0.0522784, 0.0501176, 0.0479536, 0.0457867, 0.0436172, 0.0414455,$
$0.0392719, 0.0370965, 0.0349196, 0.0327415, 0.0305622, 0.028382, 0.026201, 0.0240193, 0.021837, 0.0196543, 0.0174712, 0.0152878, 0.0131042,$
$0.0109204, 0.00873643, 0.00655235, 0.0043682, 0.002184, 2.18423 \times 10^{-7}, 0.00218444, 0.00436864, 0.00655279, 0.00873686, 0.0109208, 0.0131047,$
$0.0152883, 0.0174717, 0.0196548, 0.0218375, 0.0240197, 0.0262014, 0.0283824, 0.0305626, 0.0327419, 0.0349201, 0.0370969, 0.0392723, 0.041446,$
$0.0436177, 0.0457871, 0.047954, 0.050118, 0.0522788, 0.054436, 0.0565892, 0.058738, 0.0608819, 0.0630203, 0.0651529, 0.0672789, 0.0693978,$
$0.0715091, 0.073612, 0.0757058, 0.0777899, 0.0798634, 0.0819256, 0.0839756, 0.0860127, 0.0880359, 0.0900443, 0.092037, 0.0940129, 0.0959712,$
$0.0979107, 0.0998304, 0.101729, 0.103606, 0.10546, 0.107289, 0.109093, 0.110871, 0.11262, 0.114341, 0.116031, 0.11769, 0.119317, 0.120909, 0.122466,$
$0.123987, 0.12547, 0.126914, 0.128318, 0.129681, 0.131001, 0.132278, 0.133509, 0.134695, 0.135834, 0.136925, 0.137966, 0.138957, 0.139898,$
$0.140786, 0.141621, 0.142402, 0.143129, 0.143801, 0.144416, 0.144975, 0.145477, 0.145921, 0.146306, 0.146633, 0.146902, 0.14711, 0.14726, 0.147349 \}$

²⁷Wolfram

Las siguientes figuras muestran la gráfica polar del campo eléctrico para frecuencias de 10GHz y 20GHz. Esto se hizo con el fin de observar que tanto se diferencia el lóbulo principal del campo con la frecuencia de 10GHz.

Figura 48. Gráfica Polar del campo eléctrico para $f = 5\text{GHz}$ ²⁸

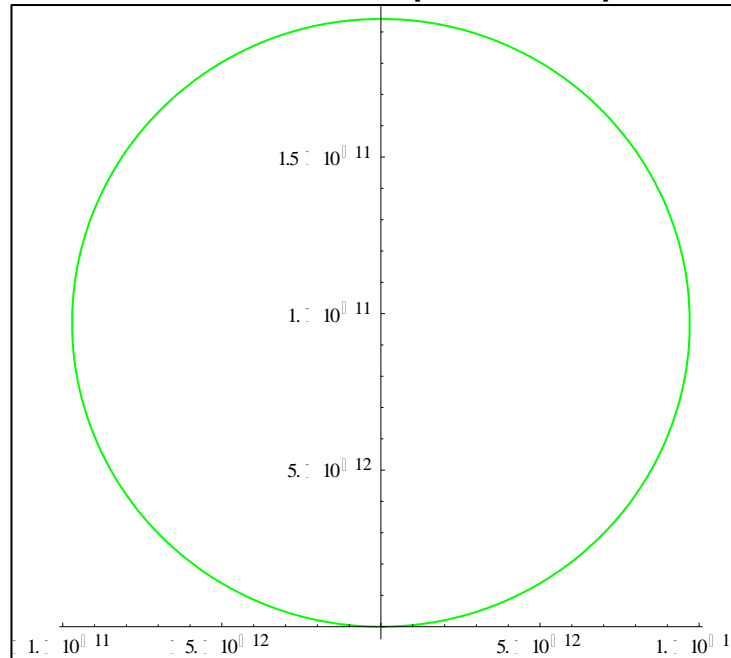
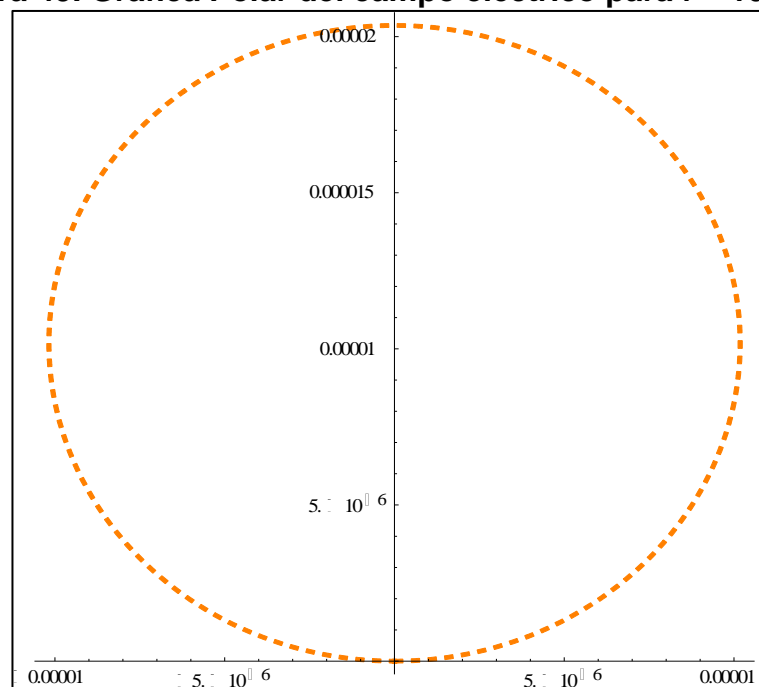


Figura 49. Gráfica Polar del campo eléctrico para $f = 10\text{GHz}$ ²⁸



²⁸ Wolfram

IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS

El análisis de resultados consiste en la comparación numérica punto a punto del campo eléctrico de las antenas 2 y 4, y el campo eléctrico y magnético de la antena 3 mostradas en el capítulo anterior. Los datos a comparar son los del software LVDAM-ANT vs el software Mathematica 9. Posteriormente se analizan los resultados obtenidos.

Para el caso de las antenas mencionadas anteriormente, el comportamiento de las antenas se ve influenciado, por las iteraciones de las sumatorias de la ecuación (1.51) y (1.52). En este proyecto se realizaron sumatorias desde $n = m = 0$ hasta $n y m = 20$, ya que para valores mayores de las sumatorias, el software mathematica 9, se tarda demasiado en arrojar una respuesta. A continuación se muestran los datos arrojados por cada una de las antenas diseñadas y su análisis detallado.

4.1 ANTENA 2

Como ya se mencionó en el capítulo II, la antena número dos es una antena de forma triangular equilátera, fabricada con el material RT Duroid 5880 y unas condiciones de diseño específicas. Para esta antena, se compara el campo eléctrico real y simulado usando la sumatoria desde $n = m = 0$ hasta $n y m = 20$. La tabla 4 muestra el porcentaje de error que hay en la comparación entre el campo eléctrico normalizado real y simulado.

Tabla 4. Error Antena 2

ANGULO	E – MATHEMATICA 9 NORMALIZADO	E-LAB NORMALIZADO	ERROR %
0	1,65805E-06	0,543447582	54,3445924
1	0,01658149	0,548549194	53,1967704
2	0,03315812	0,567820526	53,4662406
3	0,049728177	0,57909129	52,9363113
4	0,066288515	0,581284007	51,4995492
5	0,082835706	0,560788886	47,7953181
6	0,099366604	0,553528717	45,4162114
7	0,11587778	0,56550058	44,96228

8	0,132366089	0,567820526	43,5454437
9	0,148827817	0,563157216	41,4329399
10	0,165259532	0,560788886	39,5529354
11	0,181658092	0,543447582	36,1789491
12	0,198019779	0,530091637	33,2071858
13	0,214341165	0,524474767	31,0133602
14	0,230618247	0,521599817	29,098157
15	0,246847596	0,57909129	33,2243694
16	0,263025496	0,587751004	32,4725508
17	0,279147945	0,596131473	31,6983528
18	0,295212371	0,602251234	30,7038863
19	0,311210198	0,600226159	28,9015961
20	0,327145144	0,604261557	27,7116413
21	0,343005774	0,604261557	26,1255783
22	0,358792088	0,602251234	24,3459146
23	0,374498371	0,608240727	23,3742356
24	0,390121763	0,612165993	22,204423
25	0,405656548	0,61986543	21,4208882
26	0,42109701	0,631068594	20,9971584
27	0,436443149	0,640120644	20,3677495
28	0,451683531	0,647194045	19,5510514
29	0,466821014	0,650678737	18,3857723
30	0,481844166	0,659248367	17,7404201
31	0,496755845	0,659248367	16,2492522
32	0,51154176	0,660939232	14,9397473

33	0,526204768	0,665967624	13,9762857
34	0,540739153	0,667629543	12,689039
35	0,555133482	0,670932728	11,5799246
36	0,569390613	0,672574091	10,3183478
37	0,583501972	0,670932728	8,74307559
38	0,597461842	0,667629543	7,01677013
39	0,611267364	0,669284632	5,80172682
40	0,624912822	0,664298624	3,93858019
41	0,638389642	0,660939232	2,25495906
42	0,651697822	0,664298624	1,26008022
43	0,664828789	0,667629543	0,28007545
44	0,677776825	0,680685656	0,2908831
45	0,690541931	0,685478757	0,50631739
46	0,703112674	0,694910531	0,82021427
47	0,715489053	0,701092081	1,43969719
48	0,727662494	0,707193376	2,04691172
49	0,739627279	0,713219258	2,64080218
50	0,751383411	0,720652034	3,07313764
51	0,762919453	0,726523107	3,63963468
52	0,774238267	0,738077298	3,61609685
53	0,785325559	0,743767507	4,15580523
54	0,796184188	0,752200543	4,39836454
55	0,806805579	0,754985684	5,18198951
56	0,817186875	0,756373646	6,08132289
57	0,827322358	0,759140038	6,81823196

58	0,837206311	0,760519429	7,66868822
59	0,846838735	0,759140038	8,76986976
60	0,856211056	0,760519429	9,56916269
61	0,865317556	0,770090028	9,52275273
62	0,874158235	0,779526026	9,4632209
63	0,882730235	0,787515106	9,52151286
64	0,891022123	0,795418213	9,56039101
65	0,899039616	0,808412375	9,06272408
66	0,90677128	0,821203673	8,55676073
67	0,914214257	0,828788992	8,5425265
68	0,921371406	0,845013138	7,63582677
69	0,928231293	0,860975695	6,7255598
70	0,934796776	0,875503722	5,9293054
71	0,941062139	0,889853951	5,12081882
72	0,947021666	0,900509546	4,65121197
73	0,952678214	0,9122527	4,04255145
74	0,958026068	0,922739417	3,52866507
75	0,963062368	0,930845623	3,22167445
76	0,967784257	0,940061412	2,77228445
77	0,972191734	0,945795424	2,63963103
78	0,976281941	0,943504146	3,27777949
79	0,980052021	0,957208199	2,28438215
80	0,983499114	0,967421741	1,60773728
81	0,986623221	0,97307377	1,35494505
82	0,989424341	0,97871036	1,07139812

83	0,991896759	0,984331638	0,75651208
84	0,994043332	0,987698124	0,63452071
85	0,995861202	0,994416137	0,14450651
86	0,997350369	0,995534617	0,18157522
87	0,998507975	0,996651884	0,18560907
88	0,999336878	0,997767922	0,15689556
89	0,999834219	1	0,01657806
90	1	1	0
91	0,999834219	0,995534617	0,42996029
92	0,999336878	0,991060043	0,82768342
93	0,998507975	0,986577063	1,19309116
94	0,997350369	0,977583568	1,97668006
95	0,995861202	0,969684193	2,61770091
96	0,994043332	0,961754196	3,22891352
97	0,991896759	0,953792202	3,81045572
98	0,989424341	0,945795424	4,36289176
99	0,986623221	0,942357662	4,42655587
100	0,983499114	0,935460405	4,80387086
101	0,980052021	0,934307959	4,57440616
102	0,976281941	0,934307959	4,19739822
103	0,972191734	0,933155078	3,9036656
104	0,967784257	0,932000959	3,57832972
105	0,963062368	0,922739417	4,03229509
106	0,958026068	0,920415126	3,76109414
107	0,952678214	0,923900358	2,87778559

108	0,947021666	0,926218941	2,08027243
109	0,941059281	0,919251811	2,18074698
110	0,934793918	0,919251811	1,55421065
111	0,928231293	0,921577401	0,66538912
112	0,921368547	0,919251811	0,21167364
113	0,914214257	0,913421863	0,07923941
114	0,906768422	0,902866693	0,39017286
115	0,899036758	0,891042421	0,79943371
116	0,891022123	0,889853951	0,11681722
117	0,882727377	0,88030626	0,2421117
118	0,874158235	0,873095202	0,10630325
119	0,865317556	0,870682098	0,53645428
120	0,856208198	0,865839359	0,96311613
121	0,846835877	0,867051341	2,02154634
122	0,837206311	0,858535567	2,13292556
123	0,827319499	0,862193637	3,48741376
124	0,817184016	0,864625144	4,74411274
125	0,806805579	0,854865165	4,80595856
126	0,79618133	0,838805048	4,26237187
127	0,785325559	0,828788992	4,34634333
128	0,774235408	0,814832019	4,05966104
129	0,762919453	0,809700267	4,67808133
130	0,751380552	0,800641394	4,92608422
131	0,739627279	0,790158939	5,05316599
132	0,727659635	0,778186073	5,05264377

133	0,715486194	0,764637873	4,91516782
134	0,703109815	0,750802957	4,76931419
135	0,690539073	0,740929264	5,03901914
136	0,677776825	0,723595822	4,58189967
137	0,66482593	0,714714822	4,98888912
138	0,651694964	0,71620559	6,45106268
139	0,638386783	0,707193376	6,88065931
140	0,624909964	0,707193376	8,22834124
141	0,611264506	0,708706672	9,74421662
142	0,597458984	0,71620559	11,8746607
143	0,583499114	0,708706672	12,5207558
144	0,569387755	0,705675305	13,628755
145	0,555130624	0,6995541	14,4423477
146	0,540736295	0,690219463	14,9483168
147	0,526201909	0,685478757	15,9276848
148	0,511538901	0,670932728	15,9393827
149	0,496752987	0,662622711	16,5869724
150	0,481841308	0,652408609	17,0567301
151	0,466818156	0,636528955	16,97108
152	0,451680672	0,636528955	18,4848283
153	0,436437432	0,631068594	19,4631162
154	0,421094152	0,627377445	20,6283293
155	0,40565369	0,62364374	21,799005
156	0,390118905	0,614109255	22,399035
157	0,374495512	0,614109255	23,9613743

158	0,35878923	0,616039944	25,7250714
159	0,343002915	0,625516229	28,2513313
160	0,327142285	0,631068594	30,3926309
161	0,31120734	0,631068594	31,9861254
162	0,295206654	0,636528955	34,1322301
163	0,279144515	0,631068594	35,1924079
164	0,263022066	0,625516229	36,2494163
165	0,246844166	0,61986543	37,3021264
166	0,230614817	0,616039944	38,5425126
167	0,214337735	0,606258074	39,1920339
168	0,198016635	0,604261557	40,6244922
169	0,181654948	0,602251234	42,0596286
170	0,165256388	0,596131473	43,0875085
171	0,148824387	0,596131473	44,7307086
172	0,132362659	0,589871005	45,7508346
173	0,115874636	0,574646238	45,8771602
174	0,09936346	0,563157216	46,3793756
175	0,082832562	0,543447582	46,0615021
176	0,066285085	0,538214365	47,1929279
177	0,049724747	0,535544716	48,5819969
178	0,03315469	0,530091637	49,6936947
179	0,016578174	0,532837686	51,6259512

Resumen de la tabla 4, cálculos de errores máximos y mínimos y desviación estándar son presentados en la siguiente tabla:

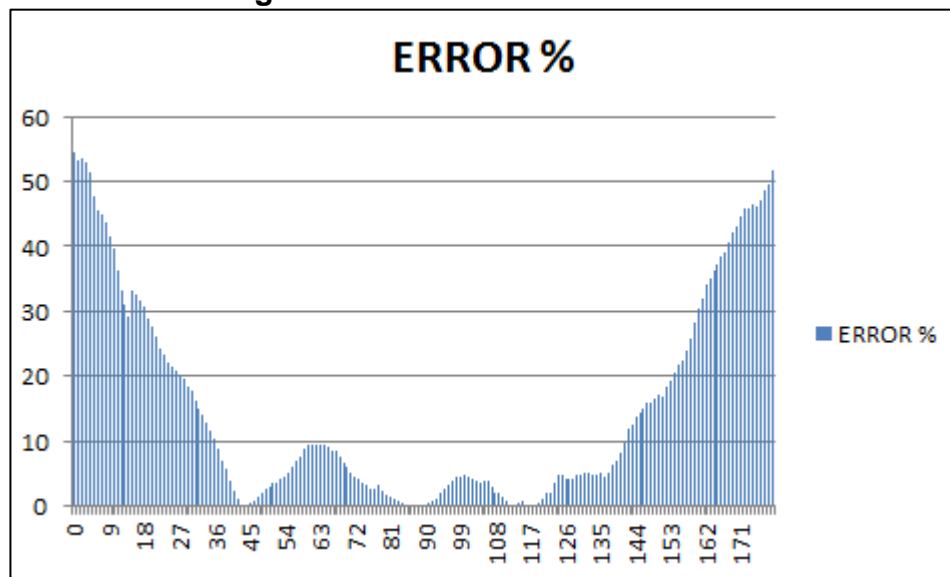
Tabla 5. Resumen de la tabla 4

ERROR MINIMMO %	ERROR MAX %	DESVIACION ESTANDAR
0	54,3445924	2,742002661

Como se puede observar en la tabla 5, con esta antena se obtuvo un error máximo bastante significativo, y un error mínimo de 0%. En el patrón de radiación de la figuras 26, 27, 28 se puede observar que no es del todo simétrica, ya que en el lugar de medición existen muchos factores que perturban la radiación (Ruido externo ya que no se cuenta con la cámara anecoica, ruido generado por el cable de alimentación, marcos metálicos existentes en el laboratorio, reflexión causada por los cables), sin embargo esta antena alcanza una magnitud de radiación máxima de aproximadamente -10 dB, la cual es aceptable (ver figura 26).

Otro análisis realizado a la tabla 5, es que esta antena posee una desviación estándar de 2.742002661, lo cual esto nos indica que los datos obtenidos en la comparación del campo eléctrico, están cerca o próximos al valor promedio. En la figura 48 se adjunta una gráfica en donde se puede observar el comportamiento del error en porcentaje, de la antena 2.

Figura 50. Gráfica Error antena 2²⁹



²⁹ Microsoft Excel

4.2 ANTENA 4

La antena número cuatro, es una antena de forma triangular equilátera utilizando geometría fractal, mostrada en el capítulo II. Construida de igual manera con material RT Duroid 5880. Esta antena a diferencia de la anterior es una antena multibanda la cual trabaja en el rango de 10Ghz a 20Ghz. Para esta antena, se comparan el campo eléctrico real y simulado usando la sumatoria desde $n = m = 0$ hasta n y $m = 20$.

Para esta antena, se comparan el campo eléctrico real y simulado usando la sumatoria de 0 a 20. La tabla 6 muestra el porcentaje de error, que arrojo la comparación entre el campo eléctrico normalizado real y simulado.

Tabla 6. Error Antena 4

ANGULO	E-LAB NORMALIZADO	E - MATHEMATICAS 9 NORMALIZADO	ERROR %
0	0,448614013	1,65805E-06	44,8612355
1	0,444291888	0,01658149	42,7710398
2	0,445378799	0,03315812	41,2220678
3	0,546318034	0,049728177	49,6589857
4	0,535330958	0,066288515	46,9042443
5	0,518854915	0,082835706	43,6019209
6	0,498107463	0,099366604	39,8740859
7	0,470304994	0,11587778	35,4427214
8	0,45075028	0,132366089	31,8384191
9	0,434300113	0,148827817	28,5472296
10	0,428572123	0,165259532	26,3312591
11	0,434300113	0,181658092	25,2642021
12	0,448614013	0,198019779	25,0594234
13	0,461198486	0,214341165	24,6857321
14	0,476237466	0,230618247	24,5619219

15	0,488755045	0,246847596	24,1907449
16	0,495324943	0,263025496	23,2299447
17	0,501788031	0,279147945	22,2640086
18	0,510851689	0,295212371	21,5639318
19	0,523243526	0,311210198	21,2033328
20	0,541273692	0,327145144	21,4128548
21	0,557104514	0,343005774	21,4098741
22	0,576565991	0,358792088	21,7773902
23	0,593972339	0,374498371	21,9473968
24	0,608728871	0,390121763	21,8607108
25	0,619462208	0,405656548	21,380566
26	0,624029574	0,42109701	20,2932564
27	0,625547608	0,436443149	18,910446
28	0,620224516	0,451683531	16,8540985
29	0,611807141	0,466821014	14,4986127
30	0,606414343	0,481844166	12,4570176
31	0,601767835	0,496755845	10,5011989
32	0,600214173	0,51154176	8,86724138
33	0,604094057	0,526204768	7,78892896
34	0,617935619	0,540739153	7,71964667
35	0,620986514	0,555133482	6,58530318
36	0,6353698	0,569390613	6,59791864
37	0,640627016	0,583501972	5,71250437
38	0,647356181	0,597461842	4,98943394
39	0,649592059	0,611267364	3,83246953

40	0,645116754	0,624912822	2,02039317
41	0,649592059	0,638389642	1,12024178
42	0,646609957	0,651697822	0,50878654
43	0,645116754	0,664828789	1,97120347
44	0,658502714	0,677776825	1,92741111
45	0,679843456	0,690541931	1,06984751
46	0,675448151	0,703112674	2,76645229
47	0,687147887	0,715489053	2,83411656
48	0,68568914	0,727662494	4,19733531
49	0,672513036	0,739627279	6,71142437
50	0,705309772	0,751383411	4,60736388
51	0,676914289	0,762919453	8,60051645
52	0,719755069	0,774238267	5,44831975
53	0,717592272	0,785325559	6,77332866
54	0,687147887	0,796184188	10,9036301
55	0,70965057	0,806805579	9,71550096
56	0,70603367	0,817186875	11,1153204
57	0,705309772	0,827322358	12,2012586
58	0,714706875	0,837206311	12,2499436
59	0,718313442	0,846838735	12,8525294
60	0,717592272	0,856211056	13,8618784
61	0,716149904	0,865317556	14,9167652
62	0,718313442	0,874158235	15,5844793
63	0,728393419	0,882730235	15,4336816
64	0,747768284	0,891022123	14,3253839

65	0,749200675	0,899039616	14,9838941
66	0,741318251	0,90677128	16,5453029
67	0,748484668	0,914214257	16,5729589
68	0,759220189	0,921371406	16,2151217
69	0,768513341	0,928231293	15,9717951
70	0,774228537	0,934796776	16,0568239
71	0,783512328	0,941062139	15,7549811
72	0,791365631	0,947021666	15,5656035
73	0,804217236	0,952678214	14,8460978
74	0,815646274	0,958026068	14,2379794
75	0,832093043	0,963062368	13,0969325
76	0,847854316	0,967784257	11,9929941
77	0,860059671	0,972191734	11,2132063
78	0,868691508	0,976281941	10,7590433
79	0,877338737	0,980052021	10,2713284
80	0,879502909	0,983499114	10,3996205
81	0,882390668	0,986623221	10,4232552
82	0,942819187	0,989424341	4,6605154
83	0,946496003	0,991896759	4,54007555
84	0,950913974	0,994043332	4,31293577
85	0,957554498	0,995861202	3,83067035
86	0,964210488	0,997350369	3,31398804
87	0,978316806	0,998507975	2,01911683
88	0,985026253	0,999336878	1,43106245
89	0,995498029	0,999834219	0,43361908

90	1	1	0
91	0,99774796	0,999834219	0,20862597
92	0,99774796	0,999336878	0,15889179
93	0,991004514	0,998507975	0,75034606
94	0,988013678	0,997350369	0,9336691
95	0,980551564	0,995861202	1,53096376
96	0,984279744	0,994043332	0,97635872
97	0,987266368	0,991896759	0,46303905
98	0,977572839	0,989424341	1,18515023
99	0,974597069	0,986623221	1,2026152
100	0,952388349	0,983499114	3,11107648
101	0,945760428	0,980052021	3,42915928
102	0,93914731	0,976281941	3,71346316
103	0,937679946	0,972191734	3,45117882
104	0,935479844	0,967784257	3,23044129
105	0,923772924	0,963062368	3,9289444
106	0,921582836	0,958026068	3,6443232
107	0,91720682	0,952678214	3,54713944
108	0,913564792	0,947021666	3,34568739
109	0,908471644	0,941059281	3,2587637
110	0,904112417	0,934793918	3,06815006
111	0,892512463	0,928231293	3,57188298
112	0,891788663	0,921368547	2,95798845
113	0,881668413	0,914214257	3,25458443
114	0,872292523	0,906768422	3,44758989

115	0,861497097	0,899036758	3,75396608
116	0,847854316	0,891022123	4,31678072
117	0,832093043	0,882727377	5,06343334
118	0,8177902	0,874158235	5,6368035
119	0,800646921	0,865317556	6,46706347
120	0,779227855	0,856208198	7,69803426
121	0,758504821	0,846835877	8,83310558
122	0,739883827	0,837206311	9,73224845
123	0,723356864	0,827319499	10,3962636
124	0,704585948	0,817184016	11,2598069
125	0,6995119	0,806805579	10,7293679
126	0,694428331	0,79618133	10,1752999
127	0,692973956	0,785325559	9,2351603
128	0,695881956	0,774235408	7,83534526
129	0,703137138	0,762919453	5,97823155
130	0,71037332	0,751380552	4,10072325
131	0,713984972	0,739627279	2,56423073
132	0,70965057	0,727659635	1,80090655
133	0,704585948	0,715486194	1,09002468
134	0,6995119	0,703109815	0,35979154
135	0,691518878	0,690539073	0,0979805
136	0,683498351	0,677776825	0,57215261
137	0,672513036	0,66482593	0,76871055
138	0,659983227	0,651694964	0,8288263
139	0,651080824	0,638386783	1,26940407

140	0,645116754	0,624909964	2,020679
141	0,643622207	0,611264506	3,2357701
142	0,650336789	0,597458984	5,28778057
143	0,664415516	0,583499114	8,0916402
144	0,675448151	0,569387755	10,6060396
145	0,682037229	0,555130624	12,6906605
146	0,68933454	0,540736295	14,8598246
147	0,690791259	0,526201909	16,458935
148	0,68422927	0,511538901	17,2690369
149	0,672513036	0,496752987	17,5760049
150	0,657761878	0,481841308	17,592057
151	0,64287401	0,466818156	17,6055854
152	0,634617237	0,451680672	18,2936564
153	0,6353698	0,436437432	19,8932368
154	0,643622207	0,421094152	22,2528055
155	0,659983227	0,40565369	25,4329537
156	0,677646817	0,390118905	28,7527912
157	0,70168799	0,374495512	32,7192477
158	0,72047581	0,35878923	36,168658
159	0,731987334	0,343002915	38,8984419
160	0,738448987	0,327142285	41,1306702
161	0,735578212	0,31120734	42,4370872
162	0,731987334	0,295206654	43,678068
163	0,726955087	0,279144515	44,7810572
164	0,719034376	0,263022066	45,601231

165	0,715428351	0,246844166	46,8584185
166	0,714706875	0,230614817	48,4092057
167	0,70965057	0,214337735	49,5312835
168	0,696608644	0,198016635	49,8592009
169	0,682768331	0,181654948	50,1113383
170	0,659243372	0,165256388	49,3986984
171	0,627064124	0,148824387	47,8239737
172	0,600214173	0,132362659	46,7851514
173	0,56690307	0,115874636	45,1028435
174	0,534476773	0,09936346	43,5113313
175	0,510851689	0,082832562	42,8019127
176	0,495324943	0,066285085	42,9039857
177	0,482068921	0,049724747	43,2344174
178	0,474271593	0,03315469	44,1116902
179	0,465278378	0,016578174	44,8700204

Resumen de la tabla 6, cálculos de errores máximos y mínimos, y desviación estándar son presentados en la siguiente tabla:

Tabla 7. Resumen tabla 6

ERROR MINIMMO %	ERROR MAX %	DESVIACION ESTANDAR
0	50,1113383	2,546703027

Como se puede observar en la tabla 7, con esta antena se mantiene al igual que la antena 2, un error máximo en bastante significativo, y un error mínimo de 0%. En el patrón de radiación de la figuras 33 y 34, se puede observar que existe una buena simetría, aunque las diferentes perturbaciones existentes dentro del laboratorio, afectan significativamente este diagrama de radiación. En la figura 34 se puede observar algunos picos no deseados debido a los factores ya mencionados. Con la antena 4 se logra una magnitud de radiación

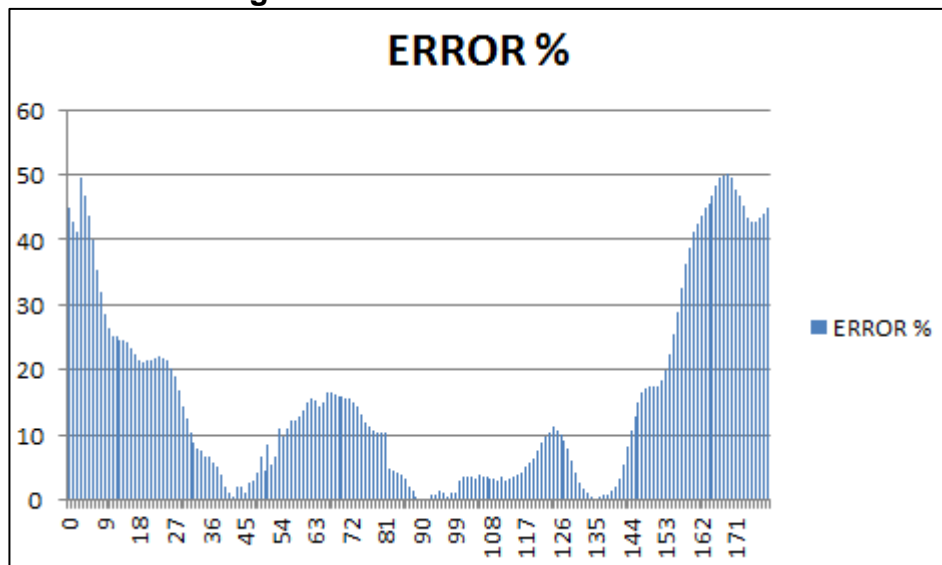
máxima, en 90° de aproximadamente -7 dB (ver figura 33), mejorando significativamente a los resultados obtenidos en la antena 2.

Otro análisis realizado a la tabla 7, es que esta antena posee una desviación estándar de aproximadamente 2.546703027, mejorando de esta manera los resultados de la antena 2, como también, lograr valores cada vez más cercanos al valor promedio en la comparación realizada.

Con la antena número 4, no solo se logró una mayor magnitud de radiación, menor desviación estándar, mejor simetría, sino también una antena multibanda utilizando el método de fractales (ver figura 33 y figura 34).

En la figura 49 se adjunta una gráfica en donde se puede observar el comportamiento del error en porcentaje, de esta antena.

Figura 51. Grafica Error antena 4³⁰



4.3 ANTENA 3

La antena número tres, es una antena de forma triangular equilátera utilizando el método de fractal. Mostrada en el capítulo II. Construida de igual manera con material RT Duroid 5880. Esta antena al igual que la anterior es una antena multibanda, pero esta trabaja en el rango de 5Ghz a 10Ghz. La antena número tres fue la antena que mejor comportamiento en términos generales se obtuvo. Por esta razón, se escogió la misma, para el análisis de las ecuaciones (1.51) y (1.52).

³⁰ Microsoft excel

Para esta antena, se compara el campo eléctrico real y simulado con diferentes límites en la sumatoria (desde $n = m = 0$ hasta $n y m = 10$ y desde $n = m = 0$ hasta $n y m = 20$) y se analiza el campo magnético. A continuación se realiza un detallado análisis de esta antena.

4.3.1 Para sumatoria desde 0 a 10. La tabla 8 muestra el porcentaje de error, que arrojó la comparación entre el campo eléctrico normalizado real y simulado.

Tabla 8. Error del campo eléctrico para $n=m=0$ a 10.

ANGULO	E-LAB NORMALIZADO	E – MATHEMATICA 9 NORMALIZADO	ERROR ABS
0	0,19661601	1,65805E-06	19,66143517
1	0,208039046	0,01658149	19,1457556
2	0,221404986	0,03315812	18,82468655
3	0,227083206	0,049728177	17,7355029
4	0,230607186	0,066288515	16,43186704
5	0,219388132	0,082835706	13,65524262
6	0,227083206	0,099366604	12,77166022
7	0,233957094	0,11587778	11,80793145
8	0,227083206	0,132366089	9,471711664
9	0,230607186	0,148827817	8,177936897
10	0,237155822	0,165259532	7,189628918
11	0,240221929	0,181658092	5,856383731
12	0,246014264	0,198019779	4,79944845
13	0,250105977	0,214341165	3,576481239
14	0,256529837	0,230618247	2,591159018
15	0,261370429	0,246847596	1,452283271
16	0,268222753	0,263025496	0,519725752

17	0,274668968	0,279147945	0,447897735
18	0,279781898	0,295212371	1,543047311
19	0,285653968	0,311210198	2,555623074
20	0,286607484	0,327145144	4,05376594
21	0,287554453	0,343005774	5,545132049
22	0,29035664	0,358792088	6,843544826
23	0,292194095	0,374498371	8,230427612
24	0,300190383	0,390121763	8,993137953
25	0,308623631	0,405656548	9,703291702
26	0,311882882	0,42109701	10,92141285
27	0,319784475	0,436443149	11,66586733
28	0,325881749	0,451683531	12,58017811
29	0,32512964	0,466821014	14,16913745
30	0,322092523	0,481844166	15,97516428
31	0,32512964	0,496755845	17,16262056
32	0,330339897	0,51154176	18,12018624
33	0,337576108	0,526204768	18,862866
34	0,341111778	0,540739153	19,96273753
35	0,346665912	0,555133482	20,84675704
36	0,354783451	0,569390613	21,46071623
37	0,363971513	0,583501972	21,95304593
38	0,368464808	0,597461842	22,89970338
39	0,38036939	0,611267364	23,08979745
40	0,387694888	0,624912822	23,72179341
41	0,395484847	0,638389642	24,29047945

42	0,402555835	0,651697822	24,91419866
43	0,414689651	0,664828789	25,01391376
44	0,41867366	0,677776825	25,9103165
45	0,432135881	0,690541931	25,84060505
46	0,446969952	0,703112674	25,61427219
47	0,458321347	0,715489053	25,7167706
48	0,465279441	0,727662494	26,23830524
49	0,47589695	0,739627279	26,37303292
50	0,489042412	0,751383411	26,23409988
51	0,496352334	0,762919453	26,65671193
52	0,506743286	0,774238267	26,7494981
53	0,518630243	0,785325559	26,6695316
54	0,535086496	0,796184188	26,10976917
55	0,553528845	0,806805579	25,32767348
56	0,559155715	0,817186875	25,80311599
57	0,569894937	0,827322358	25,74274201
58	0,592411147	0,837206311	24,47951645
59	0,601640053	0,846838735	24,51986825
60	0,626856611	0,856211056	22,9354445
61	0,642906362	0,865317556	22,24111937
62	0,651226301	0,874158235	22,29319337
63	0,670050584	0,882730235	21,26796507
64	0,682161539	0,891022123	20,88605842
65	0,703401432	0,899039616	19,56381841
66	0,725974658	0,90677128	18,07966219

67	0,738465752	0,914214257	17,57485053
68	0,753806357	0,921371406	16,75650484
69	0,759322453	0,928231293	16,89088392
70	0,779352498	0,934796776	15,54442774
71	0,783841646	0,941062139	15,72204935
72	0,800803374	0,947021666	14,62182913
73	0,817402086	0,952678214	13,52761278
74	0,834209048	0,958026068	12,38170192
75	0,854786269	0,963062368	10,82760989
76	0,871490942	0,967784257	9,62933148
77	0,89574977	0,972191734	7,644196419
78	0,92112489	0,976281941	5,515705089
79	0,932435691	0,980052021	4,761632996
80	0,938766425	0,983499114	4,473268909
81	0,94321794	0,986623221	4,340528115
82	0,942581386	0,989424341	4,6842955
83	0,934964219	0,991896759	5,693254011
84	0,959254908	0,994043332	3,478842403
85	0,965731572	0,995861202	3,012962968
86	0,983398768	0,997350369	1,395160054
87	0,988023718	0,998507975	1,048425681
88	0,986039141	0,999336878	1,329773699
89	0,989348371	0,999834219	1,04858486
90	1	1	0
91	0,994662124	0,999834219	0,517209514

92	0,98537868	0,999336878	1,395819716
93	0,992002126	0,998507975	0,650584856
94	0,972897152	0,997350369	2,445321711
95	0,98142241	0,995861202	1,443879173
96	0,98142241	0,994043332	1,262092172
97	0,98142241	0,991896759	1,047434881
98	0,988023718	0,989424341	0,140062336
99	0,97093847	0,986623221	1,568475045
100	0,95088874	0,983499114	3,261037374
101	0,941944989	0,980052021	3,810703217
102	0,928024592	0,976281941	4,825734928
103	0,912400016	0,972191734	5,979171758
104	0,890859194	0,967784257	7,692506279
105	0,879323067	0,963062368	8,373930093
106	0,860131483	0,958026068	9,789458478
107	0,853009034	0,952678214	9,966917969
108	0,837128024	0,947021666	10,98936414
109	0,823751765	0,941059281	11,73075162
110	0,807075418	0,934793918	12,77184992
111	0,789472615	0,928231293	13,87586779
112	0,769303007	0,921368547	15,20655407
113	0,755459386	0,914214257	15,87548711
114	0,740102217	0,906768422	16,66662045
115	0,724352109	0,899036758	17,46846483
116	0,717340622	0,891022123	17,36815012

117	0,692752075	0,882727377	18,99753017
118	0,673729077	0,874158235	20,04291578
119	0,658006442	0,865317556	20,73111136
120	0,639274594	0,856208198	21,69336037
121	0,618089627	0,846835877	22,87462503
122	0,600613745	0,837206311	23,65925663
123	0,590874205	0,827319499	23,64452944
124	0,567338063	0,817184016	24,98459536
125	0,553528845	0,806805579	25,32767348
126	0,538164231	0,79618133	25,80170992
127	0,523781551	0,785325559	26,15440074
128	0,511918843	0,774235408	26,23165656
129	0,502074254	0,762919453	26,08451999
130	0,486423088	0,751380552	26,49574638
131	0,466878641	0,739627279	27,27486383
132	0,457246211	0,727659635	27,04134238
133	0,450769865	0,715486194	26,47163293
134	0,442057661	0,703109815	26,10521544
135	0,432135881	0,690539073	25,84031922
136	0,42375614	0,677776825	25,40206852
137	0,415830746	0,66482593	24,89951845
138	0,408369646	0,651694964	24,33253179
139	0,397262715	0,638386783	24,11240687
140	0,381599756	0,624909964	24,33102082
141	0,374780529	0,611264506	23,64839769

142	0,360722204	0,597458984	23,67367799
143	0,349398803	0,583499114	23,41003108
144	0,344597398	0,569387755	22,47903575
145	0,336862561	0,555130624	21,82680625
146	0,326631221	0,540736295	21,41050738
147	0,321326091	0,526201909	20,48758181
148	0,304460886	0,511538901	20,70780152
149	0,300190383	0,496752987	19,65626034
150	0,294008562	0,481841308	18,78327457
151	0,291278349	0,466818156	17,55398067
152	0,291278349	0,451680672	16,04023231
153	0,287554453	0,436437432	14,88829789
154	0,283725988	0,421094152	13,73681643
155	0,278776359	0,40565369	12,68773311
156	0,278776359	0,390118905	11,13425458
157	0,272560633	0,374495512	10,19348791
158	0,272560633	0,35878923	8,622859661
159	0,269323128	0,343002915	7,367978753
160	0,263704955	0,327142285	6,343733056
161	0,260182536	0,31120734	5,102480374
162	0,25528062	0,295206654	3,992603362
163	0,250105977	0,279144515	2,903853752
164	0,244604817	0,263022066	1,841724941
165	0,246014264	0,246844166	0,08299024
166	0,238704468	0,230614817	0,808965028

167	0,237155822	0,214337735	2,281808647
168	0,235574055	0,198016635	3,755741965
169	0,227083206	0,181654948	4,542825824
170	0,221404986	0,165256388	5,614859765
171	0,212870878	0,148824387	6,404649126
172	0,212870878	0,132362659	8,05082188
173	0,205436409	0,115874636	8,956177369
174	0,202683526	0,09936346	10,33200663
175	0,199754578	0,082832562	11,69220161
176	0,202683526	0,066285085	13,63984405
177	0,202683526	0,049724747	15,29587789
178	0,193222981	0,03315469	16,0068291

Resumen de la tabla 9, cálculos de errores máximos y mínimos, y desviación estándar son presentados en la siguiente tabla:

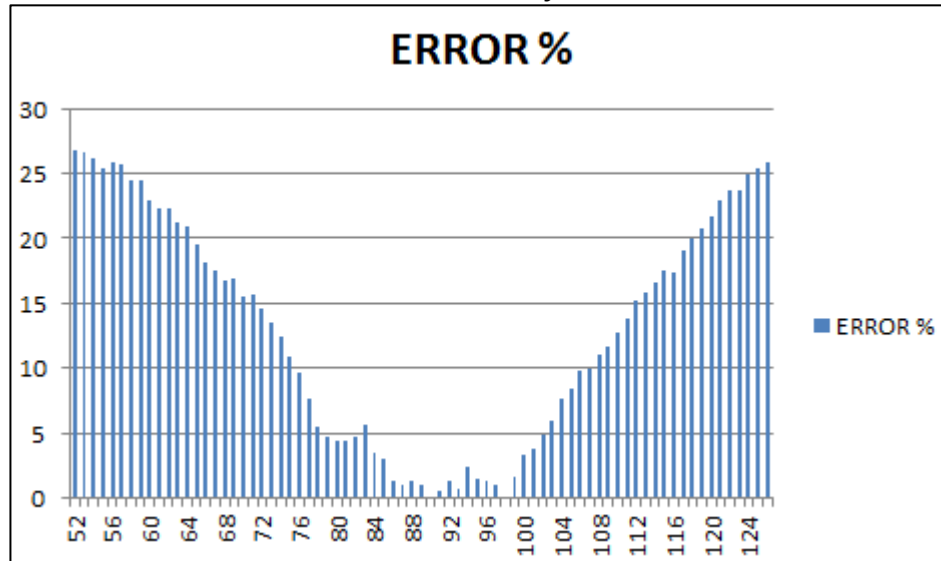
Tabla 9. Resumen de tabla 8

ERROR MINIMMO %	ERROR MAX %	DESVIACION ESTANDAR
0	27,7748638	1,473453871

Como se puede observar en la tabla 8, con estos límites de sumatoria se obtuvo una disminución en el porcentaje de error máximo (27.774%), y un error mínimo de 0%. En el patrón de radiación de la figuras 29, 30 y 31, se puede observar que el lóbulo principal es muy simétrico y directivo, respecto a las antenas analizadas anteriormente, aun con las diferentes perturbaciones existentes dentro del laboratorio (ver figura 29). En la figura 30 se puede observar algunos picos no deseados debido a los factores ya mencionados anteriormente. En la figura 29 se muestra una magnitud de radiación máxima, en 90° de aproximadamente -5 dB, mejorando significativamente a los resultados obtenidos en la antenas anteriores (ver figura 29).

En la tabla 9, se observa que esta antena posee una desviación estándar de aproximadamente 1.473453871, lo cual indica que los datos están más cercanos al valor promedio. Por todas estas razones esta fue la antena escogida en este proyecto. En la figura 50 se adjunta una gráfica de la antena 3 en donde se puede observar el comportamiento del error en porcentaje y de la potencia mitad para esta iteración.

Figura 52. Gráfica del error en porcentaje del campo eléctrico para $n = m = 0$ hasta $n y m = 10$ ³¹



4.3.2 Para sumatoria desde 0 a 20. La tabla 10 muestra el porcentaje de error que arrojó la comparación entre el campo eléctrico normalizado real y simulado.

Tabla 10. Error Campo Eléctrico Antena 3

ANGULO	E-LAB NORMALIZADO	E - MATHEMATICAS 9 NORMALIZADO	ERROR %
0	0,19661601	1,68368E-06	19,6614326
1	0,208039046	0,016837638	19,1201407
2	0,221404986	0,033669798	18,7735188
3	0,227083206	0,050493936	17,658927
4	0,230607186	0,067306822	16,3300364
5	0,219388132	0,084103811	13,5284321

³¹ Microsoft Excel

6	0,227083206	0,100881477	12,6201728
7	0,233957094	0,117635909	11,6321185
8	0,227083206	0,134362702	9,27205039
9	0,230607186	0,151058433	7,95487525
10	0,237155822	0,167718945	6,94368769
11	0,240221929	0,184340323	5,58816064
12	0,246014264	0,200918165	4,50960989
13	0,250105977	0,217448558	3,26574194
14	0,256529837	0,233927833	2,26020042
15	0,261370429	0,250350365	1,10200636
16	0,268222753	0,26671542	0,15073332
17	0,274668968	0,283014438	0,83454702
18	0,279781898	0,299247418	1,94655203
19	0,285653968	0,315404577	2,97506095
20	0,286607484	0,331488362	4,48808771
21	0,287554453	0,347488988	5,99345344
22	0,29035664	0,36340401	7,30473697
23	0,292194095	0,379230982	8,70368872
24	0,300190383	0,394962567	9,47721831
25	0,308623631	0,410593872	10,1970241
26	0,311882882	0,426122453	11,4239571
27	0,319784475	0,441545863	12,1761388
28	0,325881749	0,456854319	13,097257
29	0,32512964	0,472045375	14,6915735
30	0,322092523	0,48711414	16,5021616

31	0,32512964	0,502055721	17,6926081
32	0,330339897	0,516867673	18,6527776
33	0,337576108	0,531542659	19,3966551
34	0,341111778	0,546078232	20,4966455
35	0,346665912	0,560467056	21,3801144
36	0,354783451	0,574704238	21,9920787
37	0,363971513	0,588787333	22,481582
38	0,368464808	0,602711448	23,424664
39	0,38036939	0,616469247	23,6099858
40	0,387694888	0,630058284	24,2363396
41	0,395484847	0,643473667	24,798882
42	0,402555835	0,656708058	25,4152223
43	0,414689651	0,669761458	25,5071807
44	0,41867366	0,682621637	26,3947977
45	0,432135881	0,695291042	26,3155161
46	0,446969952	0,707762334	26,0792382
47	0,458321347	0,720030622	26,1709275
48	0,465279441	0,732091014	26,6811573
49	0,47589695	0,743938619	26,8041669
50	0,489042412	0,755570991	26,652858
51	0,496352334	0,766980793	27,0628459
52	0,506743286	0,778163132	27,1419846
53	0,518630243	0,789118009	27,0487766
54	0,535086496	0,799838086	26,475159
55	0,553528845	0,810318472	25,6789627

56	0,559155715	0,820554274	26,1398559
57	0,569894937	0,830545494	26,0650556
58	0,592411147	0,840284793	24,7873646
59	0,601640053	0,849767279	24,8127226
60	0,626856611	0,858990508	23,2133897
61	0,642906362	0,867952032	22,504567
62	0,651226301	0,876646961	22,542066
63	0,670050584	0,885070403	21,5019819
64	0,682161539	0,893219912	21,1058373
65	0,703401432	0,901090596	19,7689164
66	0,725974658	0,908682455	18,2707797
67	0,738465752	0,915988152	17,7522401
68	0,753806357	0,923007687	16,920133
69	0,759322453	0,929738614	17,0416161
70	0,779352498	0,936176041	15,6823543
71	0,783841646	0,942315077	15,8473431
72	0,800803374	0,948158167	14,7354793
73	0,817402086	0,953697974	13,6295888
74	0,834209048	0,958934498	12,472545
75	0,854786269	0,963867739	10,908147
76	0,871490942	0,96849036	9,6999418
77	0,89574977	0,972804806	7,70550359
78	0,92112489	0,976806185	5,56812946
79	0,932435691	0,980494498	4,80588073
80	0,938766425	0,983867299	4,51008742

81	0,94321794	0,986924588	4,37066481
82	0,942581386	0,989661473	4,70800864
83	0,934964219	0,992080399	5,71161808
84	0,959254908	0,994178922	3,49240147
85	0,965731572	0,995957041	3,02254695
86	0,983398768	0,997412311	1,40135427
87	0,988023718	0,998544731	1,05210128
88	0,986039141	0,999351855	1,33127142
89	0,989348371	0,999838575	1,04902044
90	1	1	0
91	0,994662124	0,999838575	0,51764509
92	0,98537868	0,999351855	1,39731743
93	0,992002126	0,998542285	0,65401587
94	0,972897152	0,997409865	2,45127134
95	0,98142241	0,995954596	1,45321857
96	0,98142241	0,994178922	1,27565124
97	0,98142241	0,992080399	1,06579895
98	0,988023718	0,989661473	0,16377547
99	0,97093847	0,986922142	1,59836716
100	0,95088874	0,983867299	3,29785588
101	0,941944989	0,980494498	3,85495095
102	0,928024592	0,976806185	4,8781593
103	0,912400016	0,97280236	6,04023435
104	0,890859194	0,96849036	7,7631166
105	0,879323067	0,963865293	8,45422265

106	0,860131483	0,958934498	9,88030154
107	0,853009034	0,953697974	10,068894
108	0,837128024	0,948155721	11,1027697
109	0,823751765	0,942315077	11,8563312
110	0,807075418	0,936173595	12,9098177
111	0,789472615	0,929736168	14,0263554
112	0,769303007	0,923007687	15,3704681
113	0,755459386	0,915988152	16,0528766
114	0,740102217	0,908680009	16,8577792
115	0,724352109	0,901090596	17,6738487
116	0,717340622	0,893217466	17,5876844
117	0,692752075	0,885067957	19,2315882
118	0,673729077	0,876644516	20,2915439
119	0,658006442	0,867949587	20,9943145
120	0,639274594	0,858988062	21,9713468
121	0,618089627	0,849764833	23,1675206
122	0,600613745	0,840282347	23,9668602
123	0,590874205	0,830543048	23,9668843
124	0,567338063	0,820551828	25,3213765
125	0,553528845	0,810316026	25,6787181
126	0,538164231	0,79983564	26,167141
127	0,523781551	0,789115563	26,5334012
128	0,511918843	0,778160686	26,6241843
129	0,502074254	0,766978347	26,4904093
130	0,486423088	0,755568546	26,9145457

131	0,466878641	0,743936174	27,7057532
132	0,457246211	0,732088568	27,4842357
133	0,450769865	0,720028176	26,9258311
134	0,442057661	0,707759888	26,5702227
135	0,432135881	0,695288596	26,3152715
136	0,42375614	0,682619191	25,8863052
137	0,415830746	0,669756566	25,3925821
138	0,408369646	0,656705612	24,8335967
139	0,397262715	0,643471221	24,6208507
140	0,381599756	0,630055838	24,8456083
141	0,374780529	0,616466802	24,1686273
142	0,360722204	0,602709002	24,1986799
143	0,349398803	0,588784887	23,9386084
144	0,344597398	0,574701792	23,0104394
145	0,336862561	0,56046461	22,3602049
146	0,326631221	0,546075787	21,9444566
147	0,321326091	0,531540213	21,0214122
148	0,304460886	0,516865227	21,2404341
149	0,300190383	0,502053275	20,1862892
150	0,294008562	0,487111694	19,3103131
151	0,291278349	0,472040483	18,0762134
152	0,291278349	0,456849427	16,5571078
153	0,287554453	0,441540971	15,3986518
154	0,283725988	0,426120007	14,2394019
155	0,278776359	0,410591426	13,1815067

156	0,278776359	0,394960121	11,6183762
157	0,272560633	0,379228536	10,6667903
158	0,272560633	0,363401564	9,08409305
159	0,269323128	0,347486542	7,81634139
160	0,263704955	0,33148347	6,77785149
161	0,260182536	0,315402131	5,5219595
162	0,25528062	0,299242526	4,39619057
163	0,250105977	0,283011992	3,29060145
164	0,244604817	0,266710529	2,2105712
165	0,246014264	0,250347919	0,43336556
166	0,238704468	0,233924409	0,47800585
167	0,237155822	0,217445378	1,97104431
168	0,235574055	0,200914741	3,46593141
169	0,227083206	0,184336899	4,27463074
170	0,221404986	0,167715765	5,36892208
171	0,212870878	0,151055254	6,18156244
172	0,212870878	0,134359522	7,85113557
173	0,205436409	0,117632485	8,78039247
174	0,202683526	0,100878053	10,1805473
175	0,199754578	0,084100387	11,5654191
176	0,202683526	0,067303398	13,5380128
177	0,202683526	0,050490756	15,219277
178	0,193222981	0,033666374	15,9556607

Resumen de la tabla 10, cálculos de errores máximos y mínimos, y desviación estándar son presentados en la siguiente tabla:

Tabla 11. Resumen de tabla 10

ERROR MINIMMO %	ERROR MAX %	DESVIACION ESTANDAR
0	27.7057532	1,462777186

Como se puede observar en la tabla 11, se puede concluir que entre mayor sean los límites en los que se evalúan las sumatorias de las ecuaciones (1.51) y (1.52), el error en la comparación de los datos reales y teóricos, disminuye. Por esta razón, todas las antenas analizadas en este capítulo se compararon con límites de sumatoria desde $n = m = 0$ hasta $n y m = 20$, ya que para valores mayores, se incrementa el tiempo de procesamiento significativamente y la disminución del error es poco relevante. En la siguiente tabla se muestra lo anteriormente dicho:

Tabla 12. Tendencia de sumatoria a mayor rango de evaluación

	ERROR MINIMMO %	ERROR MAX %	PROMEDIO	DESVIACION ESTANDAR
$n = m = 0$ hasta $n y m = 20$	0	27.7057532	1,49769655	1,462777186
$n = m = 0$ hasta $n y m = 10$	0	27,7748638	1,48768111	1,473453871

En la tabla 12 se puede observar que con estos límites de sumatoria se obtuvo una disminución mínima en comparación con los límites evaluados anteriormente. La desviación estándar es menor para $n y m = 20$, por tanto el promedio de error más acertado es de 1.49769655 y no el de $n y m = 10$ aunque sea menor.

En la tabla 12, se observa que esta antena posee una desviación estándar de 1,462777186 lo cual nos indica que los datos están poco dispersos en referencia con el promedio, lo cual es un resultado satisfactorio.

Posteriormente se compara el campo magnético real y simulado usando la sumatoria desde $n = m = 0$ hasta $n y m = 20$. La tabla 13 muestra el

porcentaje de error que hay en la comparación entre el campo magnético normalizado real y simulado.

Tabla 13. Error Campo Magnético Antena 3

ANGULO	H LAB VOLT NORMALIZADO	H - MATHEMATICAS 9 NORMALIZADO	ERROR %
0	1	1	0
1	0,998772923	0,99983499	0,10620667
2	0,992624291	0,999324958	0,6700667
3	0,98521808	0,998469904	1,32518242
4	0,979019405	0,99728483	1,8265425
5	0,969051374	0,995754735	2,67033604
6	0,965297172	0,993894618	2,85974468
7	0,959016906	0,991696981	3,26800753
8	0,94891207	0,989161823	4,02497529
9	0,937451908	0,986289143	4,88372354
10	0,916816919	0,983093943	6,62770245
11	0,893146049	0,979561223	8,64151732
12	0,878409344	0,975705982	9,72966375
13	0,868911057	0,971528221	10,2617163
14	0,860689824	0,967020439	10,6330615
15	0,855165625	0,962197637	10,7032012
16	0,850998306	0,957059816	10,606151
17	0,845409175	0,951606975	10,6197801
18	0,845409175	0,945839115	10,042994
19	0,842600467	0,939763735	9,71632683
20	0,836952291	0,933388337	9,64360454
21	0,834112385	0,92671292	9,26005349

22	0,832688349	0,919737484	8,70491346
23	0,832688349	0,912469529	7,97811804
24	0,835533306	0,904909057	6,93757504
25	0,838368057	0,897071067	5,870301
26	0,841192194	0,888948059	4,77558654
27	0,842600467	0,880547534	3,79470673
28	0,841192194	0,871876992	3,06847984
29	0,839781167	0,862936434	2,31552664
30	0,839781167	0,853740859	1,39596917
31	0,838368057	0,844282768	0,59147107
32	0,844005935	0,834569661	0,94362741
33	0,844005935	0,824609038	1,93968966
34	0,846810142	0,8144009	3,24092418
35	0,850998306	0,803960248	4,70380587
36	0,856550031	0,79327958	6,32704513
37	0,860689824	0,782373898	7,83159251
38	0,86617946	0,771235702	9,49437581
39	0,868911057	0,759887493	10,9023565
40	0,87163518	0,74832027	12,331491
41	0,87163518	0,736544534	13,5090646
42	0,874350851	0,724564785	14,9786066
43	0,878409344	0,712385524	16,602382
44	0,88245082	0,700011251	18,2439569
45	0,883794332	0,687447965	19,6346366
46	0,889148958	0,674700169	21,4448789

47	0,891816003	0,661772361	23,0043642
48	0,895802532	0,648669792	24,713274
49	0,897128202	0,635398462	26,1729739
50	0,897128202	0,621961373	27,5166829
51	0,894475137	0,608364523	28,6110614
52	0,889148958	0,594612413	29,4536545
53	0,878409344	0,580709544	29,76998
54	0,864809882	0,566661166	29,8148716
55	0,84820879	0,552471779	29,573701
56	0,844005935	0,538145134	30,5860801
57	0,821199616	0,52368723	29,7512385
58	0,825528837	0,509102569	31,6426268
59	0,812460824	0,49439415	31,8066675
60	0,791618329	0,479567973	31,2050356
61	0,785535992	0,464627789	32,0908203
62	0,755742349	0,449578099	30,616425
63	0,739368733	0,434422651	30,4946082
64	0,724144638	0,419166698	30,4977941
65	0,718955569	0,403813988	31,514158
66	0,710166782	0,388368273	32,1798509
67	0,688275554	0,372834052	31,5441502
68	0,667030695	0,357215826	30,9814869
69	0,648608647	0,341516595	30,7092052
70	0,622181369	0,325741609	29,643976
71	0,600533018	0,309893868	29,063915

72	0,576743305	0,293977874	28,2765431
73	0,553101662	0,277996625	27,5105038
74	0,533185666	0,261954622	27,1231044
75	0,506412143	0,245855616	26,0556527
76	0,488542547	0,229703356	25,883919
77	0,467723864	0,213500844	25,422302
78	0,442042019	0,197253328	24,4788691
79	0,426073474	0,18096306	24,5110414
80	0,379257006	0,16463379	21,4623217
81	0,394137778	0,148270017	24,5867761
82	0,394137778	0,131873992	26,2263786
83	0,394137778	0,115450216	27,8687562
84	0,394137778	0,099002438	29,513534
85	0,394137778	0,082533658	31,160412
86	0,406344679	0,066047478	34,0297201
87	0,394137778	0,049547347	34,4590431
88	0,394137778	0,03303679	36,1100988

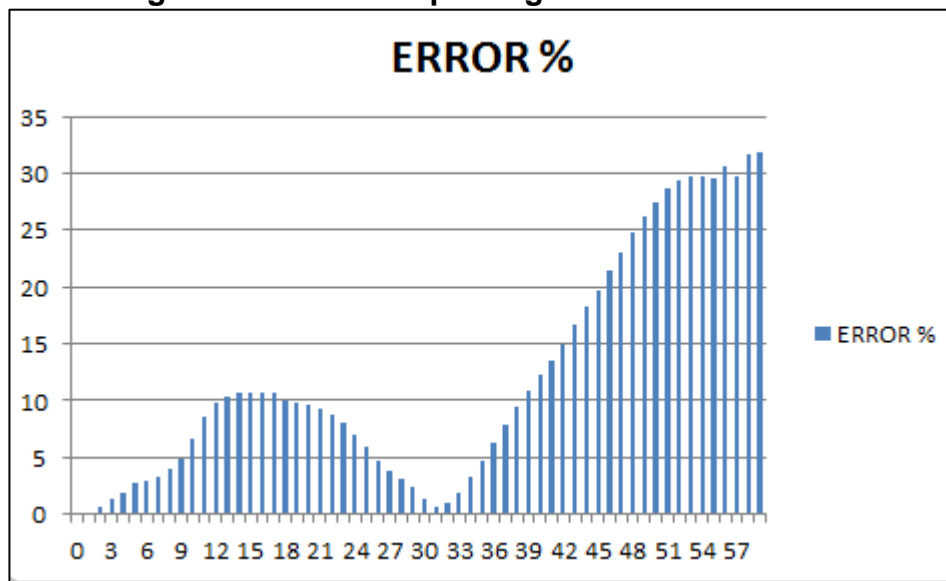
Resumen de la tabla 13, cálculos de errores máximos y mínimos, desviación estándar y promedio son presentados en la siguiente tabla:

Tabla 14. Resumen de tabla 13

ERROR MINIMMO %	ERROR MAX %	DESVIACION ESTANDAR
0	36,1100988	2,237710132

En la figura se muestra el comportamiento del error para el campo magnético de la antena 3.

Figura 53. Error campo magnético de antena 3³²



4.4 Análisis de las antenas diseñadas

En la siguiente tabla se muestran los resultados para todas las antenas diseñadas y analizadas anteriormente.

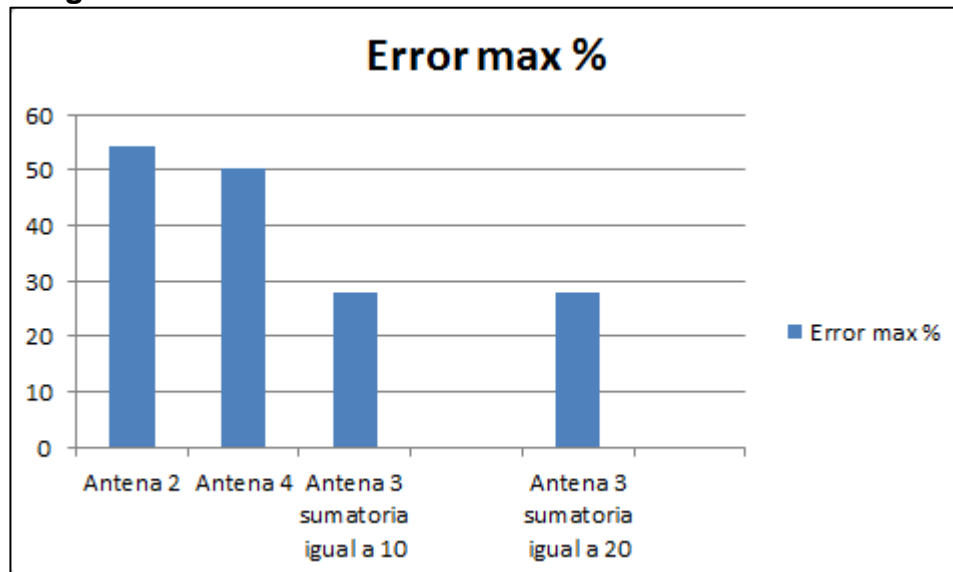
Tabla 15. Resumen de antenas diseñadas

	Error max %	Error min %	Promedio	Desviación estándar
Antena 2	54,3445924	0	1,83597463	2,742002661
Antena 4	50,1113383	0	1,74241834	2,546703027
Antena 3 sumatoria igual a 10	27,7748638	0	1,48768111	1,473453871
Antena 3 sumatoria igual a 20	27,7057532	0	1,49769655	1,462777186

En la siguiente figura, muestra la disminución del error máximo a través del desarrollo del proyecto.

³² Microsoft Excel

Figura 54. Evolución del error en cada una de las antenas³³



En la figura 52 se puede observar que teniendo en cuenta que se realizó un barrido de 180°, se obtuvo un error máximo relativamente pequeño, y este disminuyó significativamente en la antena 3 (antena triangular fractal de 5Ghz – 10Ghz). La cual fue la escogida para los cálculos realizados.

Esta disminución del error es debido al número de iteraciones en las sumatorias para las componentes f_x y f_y , mostradas en las ecuaciones (1.51) y (1.52). A medida que el número de la sumatoria va aumentando, el error decrece por lo que si se tuvieran computadoras con más potencia, se lograría disminuir más el error debido a que se podrían colocar hasta infinitas iteraciones en dichas sumatorias y el cual las resolvería con más rapidez y facilidad.

En la figura 53 se muestra un gráfico de la desviación estándar de las antenas diseñadas.

³³ Microsoft Excel

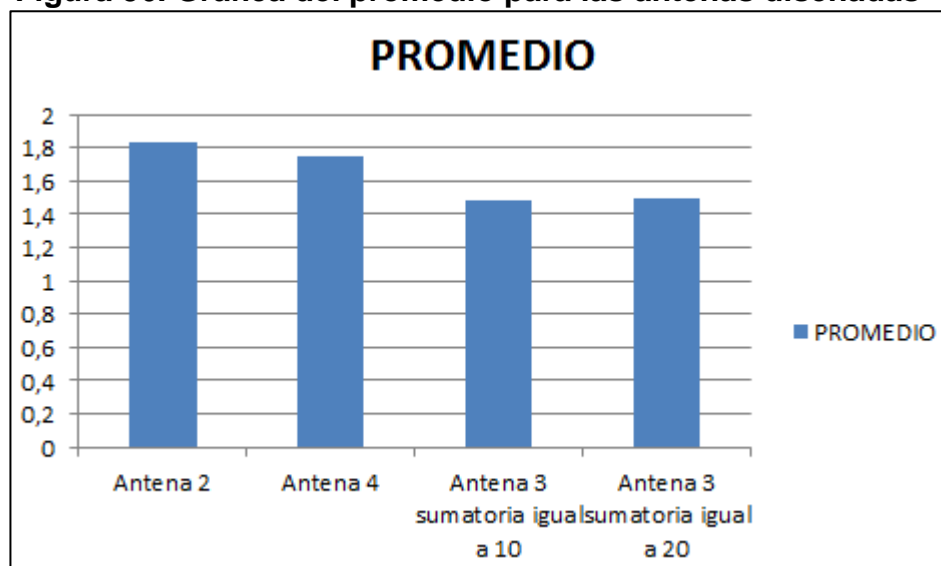
Figura 55. Grafica de desviación estándar de las antenas diseñadas³⁴



Como se puede observar en la figura anterior con el diseño de la antena 3 (antena fractal triangular de 5Ghz-10Ghz), se obtuvo una desviación estándar, realmente baja, lo cual nos indica que los datos están cerca al valor promedio.

Por lo explicado en el análisis de la figura 52, la desviación estándar también tiende a decrecer y a medida que ésta va llegando a cero, va haber más exactitud en los resultados.

Figura 56. Gráfica del promedio para las antenas diseñadas³³



³⁴ Microsoft Excel

En la Figura 54 se puede observar que el promedio disminuyo significativamente entre las antenas 2 y 4 y la antena 3. Cabe resaltar que la antena 3 con iteración n y $m = 10$ tiene un promedio menor que la antena con iteración n y $m = 20$, pero con una desviación estándar más elevado.

4.5 Análisis de potencia mitad

Para hallar la potencia mitad de campo eléctrico o magnético, se realiza un barrido desde 0° hasta 180° y se localizan los dos ángulos en donde la magnitud del patrón de radiación es igual a -3dB . En la siguiente tabla se muestran los dos ángulos en donde la potencia radiada es -3dB , para la antena 3, la cual fue la escogida.

Tabla 16. Valores para cálculo de potencia mitad

ANGULO	E - LAB VOLT NORMALIZADO EN DB
1	-6,81855147
2	-6,548126033
3	-6,438149831
4	-6,37127164
5	-6,587868699
6	-6,438149831
7	-6,308637814
8	-6,438149831
9	-6,37127164
10	-6,249662101
11	-6,193873497
12	-6,090397119
13	-6,018759287
14	-5,90862114
15	-5,827435495
16	-5,715043836

17	-5,61190405
18	-5,531803887
19	-5,441597394
20	-5,427124728
21	-5,412799023
22	-5,370682379
23	-5,343285656
24	-5,226032244
25	-5,105708231
26	-5,060084616
27	-4,951426239
28	-4,869399609
29	-4,879434374
30	-4,920193561
31	-4,879434374
32	-4,810389708
33	-4,716282988
34	-4,671032855
35	-4,600888613
36	-4,500366461
37	-4,389326061
38	-4,336039851
39	-4,197944404
40	-4,115099252
41	-4,028701518

42	-3,951738735
43	-3,822768027
44	-3,781243609
45	-3,643796724
46	-3,49721672
47	-3,388299146
48	-3,322861368
49	-3,224870783
50	-3,106534755
51	-3,042099315
52	-2,952119969
53	-2,851421619
54	-2,71576009
55	-2,56859743
56	-2,52467232
57	-2,44205201
58	-2,273767786
59	-2,206632592
60	-2,028317897
61	-1,918522766
62	-1,862680679
63	-1,738924098
64	-1,661127703
65	-1,52796752
66	-1,390785391

67	-1,316696414
68	-1,227402042
69	-1,195737577
70	-1,08266068
71	-1,057716661
72	-0,964741055
73	-0,875642581
74	-0,787251038
75	-0,681424628
76	-0,597371226
77	-0,478132948
78	-0,356814821
79	-0,303811113
80	-0,274424514
81	-0,253879478
82	-0,256811408
83	-0,292050094
84	-0,180659703
85	-0,151435703
86	-0,072703401
87	-0,052326299
88	-0,061058455
89	-0,046507571
90	0
91	-0,023244192

92	-0,063968383
93	-0,034873971
94	-0,119330681
95	-0,081440295
96	-0,081440295
97	-0,081440295
98	-0,052326299
99	-0,128082911
100	-0,218702952
101	-0,259744601
102	-0,324405151
103	-0,398147157
104	-0,501909337
105	-0,55851534
106	-0,654351559
107	-0,690463691
108	-0,77208119
109	-0,842036421
110	-0,930858801
111	-1,026629303
112	-1,139025702
113	-1,217888787
114	-1,307082947
115	-1,400502709
116	-1,44274575

117	-1,594221647
118	-1,715147089
119	-1,817698546
120	-1,94312555
121	-2,089485449
122	-2,214047334
123	-2,285049691
124	-2,461580785
125	-2,56859743
126	-2,690851713
127	-2,808498023
128	-2,907988845
129	-2,992320487
130	-3,129858192
131	-3,307959938
132	-3,398498842
133	-3,460451251
134	-3,545210786
135	-3,643796724
136	-3,728839963
137	-3,810834027
138	-3,889465466
139	-4,009221941
140	-4,183919119
141	-4,262229802

142	-4,428271246
143	-4,56678587
144	-4,626880066
145	-4,725472537
146	-4,85942306
147	-4,930540089
148	-5,16468493
149	-5,226032244
150	-5,316400216
151	-5,356917954
152	-5,356917954
153	-5,412799023
154	-5,471008835
155	-5,547440585
156	-5,547440585
157	-5,645368702
158	-5,645368702
159	-5,697263503
160	-5,788817099
161	-5,84721857
162	-5,929821532
163	-6,018759287
164	-6,115349954
165	-6,090397119
166	-6,221394526

167	-6,249662101
168	-6,278725426
169	-6,438149831
170	-6,548126033
171	-6,718837482
172	-6,718837482
173	-6,873225844
174	-6,931815491
175	-6,995032594
176	-6,931815491
177	-6,931815491
178	-7,13941221
179	-7,063811219

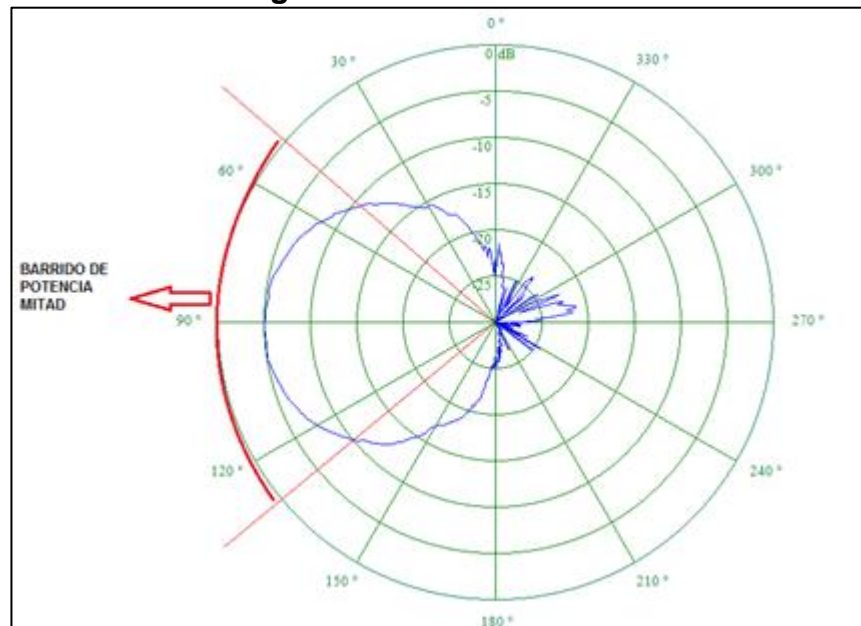
Con los datos obtenidos en la tabla anterior se puede calcular el rango en grados, en donde se encuentra la potencia mitad:

$$Potencia\ mitad = 121^{\circ} - 60^{\circ}$$

$$Potencia\ mitad = 61^{\circ}$$

Este resultado nos indica que los datos obtenidos desde 60° hasta 121° hacen parte de la potencia mitad.

Figura 55. Potencia Media.



A continuación se muestra y se analiza el promedio y desviación estándar de la potencia mitad.

Tabla 17. Análisis de datos de potencia media

PROMEDIO P. MEDIA	DESVIACION ESTANDAR P. MEDIA
1,200645562	0,983147196

En la tabla anterior se puede observar que la desviación estándar es muy baja (aproximadamente 0.983), lo cual nos indica que los datos están muy cercanos al valor promedio, y recordando que el barrido de la potencia mitad es donde se encuentra la mayor intensidad de potencia radiada, este es un resultado satisfactorio.

OBSERVACIONES Y CONCLUSIONES

- En el análisis realizado a una antena microstrip de forma triangular con geometría fractal, se puede concluir que basado en el modelo de cavidad se puede obtener una antena eficiente, en donde se evidencian las características propias del método de fractal (autosimilaridad y dimensión fraccionaria).
- Después de un estudio realizado a cada una de las propiedades de la geometría fractal mencionadas anteriormente, se pudo corroborar y analizar, que en una antena triangular con geometría fractal, se puede obtener un comportamiento multibanda, en donde el rango de frecuencia está dado por el número de iteraciones realizadas.
- Para demostrar que en una antena triangular equilátera, donde se mantiene ángulos de 60° , el factor de frecuencia es igual a dos, se elaboraron dos antenas una que radia en la banda de 5 – 10 Ghz y otra en la banda de 10 – 20 Ghz.
- Al realizar las pruebas experimentales, se logra analizar para los rangos de frecuencias establecidos, (Antena fractal uno: 5 – 10 Ghz, antena fractal dos: 10 – 20 Ghz) un patrón de radiación estable y una ganancia considerable.
- Al contrarrestar los resultados del lóbulo principal arrojados por el equipo LVDAM – ANT, y los obtenidos en el algoritmo realizado en mathematica 9. Se puede concluir la confiabilidad del modelo matemático y la efectividad del equipo utilizado ya que se obtuvo un error mínimo.
- Para próximos proyectos en diseños y elaboración de antenas por método de fractales, sería conveniente contar con equipos, para el análisis específico de antenas multibandas (sistemas de elaboración y medición que trabajen en bandas diferentes a 1GHZ y 10 GHZ), e indudablemente adquirir o fabricar una cámara anecoica o semianecoica, en la cual se podría trabajar en un ambiente libre de ruido y por consiguiente obtener patrones de radiación con poca distorsión.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Constantine A. Balanis; Antenna Theory, Analysis and Design; Segunda Edición, John Wiley y Sons; 1997.
- [2] Cienciafacil <<http://www.cienciafacil.com/paghistoriaradio.html>> [Citado en 10 de Septiembre de 2013].
- [3] Wikipedia <http://es.wikipedia.org/wiki/Antena#Antenas_de_apertura> [Citado en 10 de Septiembre de 2013].
- [4] Constantine A. Balanis, Modern antenna handbook, John Wiley y Sons, 2008.
- [5] Ramesh Garg, Prakash Bhartia, Inder Bahl, Apisak Ittipiboon; Microstrip Antenna Design Handbook, Artech House; 2001.
- [6] J. Helszajn, D. S. James (2003). Planar triangular resonators with magnetic walls. IEEE, 2.
- [7] K. -F. Lee, Luk, Kwai-Man, J. S. Dahele (2002). Characteristics of the equilateral triangular patch antenna. IEEE, 11.
- [8] J. R. James, P. S. Hall; Handbook of Microstrip Antennas, Peter Peregrinus; 1989.
- [9] SARMIENTO Luis, QUINTERO Gustavo; Análisis del patrón de radiación de una antena tipo parche de arreglo matricial de parches rectangulares, Bucaramanga, 2012, Trabajo de grado (Ingeniero Electrónico), Universidad Pontificia Bolivariana, Escuela Ingenierías, Facultad de ingeniería electrónica.
- [10] MARTINEZ Sergio, JIMENEZ Rosa; análisis de la simulación del patrón de radiación en una antena tipo parche, Bucaramanga, 2010, Trabajo de grado (Ingeniero Electrónico), Universidad Pontificia Bolivariana, Escuela Ingenierías, Facultad de ingeniería electrónica.
- [11] ALVAREZ Yuli, MURILLO Adriana; Arreglo lineal de parche rectangular para una antena microstrip, Bucaramanga, 2012, Trabajo de grado (Ingeniero Electrónico), Universidad Pontificia Bolivariana, Escuela Ingenierías, Facultad de ingeniería electrónica.

- [12] SABOGAL Sonia, ARENAS Gilberto; Una introducción a la geometría fractal, Bucaramanga, 2011, Universidad Industrial de Santander, Escuela de matemáticas.
- [13] Joaquín González Álvarez; La Geometría Fractal. Obtenido de http://www.casanchi.com/mat/03_gfractal01.pdf.
- [14] Lab-Volt <<http://www.labvolt.com/>> [Citado en 10 de Septiembre de 2013].
- [15] Manual Mathematica
<http://www.uji.es/~planelle/APUNTS/IAQ/manual_math.pdf> [Citado en 10 de Septiembre de 2013].
- [16] Wolfram<<http://www.wolfram.com/mathematica/>> [Citado en 10 de Septiembre de 2013].
- [17] Rogers Corporation<<http://www.Rogerscorp.com/>> [Citado en 11 de Septiembre de 2013].
- [18] Datasheet RT Duroid 5880. Obtenido de <https://www.rogerscorp.com/documents/606/acm/RT-duroid-5870-5880-Data-Sheet.aspx>.
- [19] Datasheet sustrato dieléctrico FR4. Obtenido de <http://www.isola-group.com/wp-content/uploads/2012/09/FR406-High-Performance-Epoxy-Laminate-and-Prepreg-Data-Sheet-Isola.pdf>
- [20] S. H. KHRAISAT, M. OLAIMAT, N. ABDEL-RAZEQ: Comparison between Rectangular and Triangular Patch Antennas Arrays, Universidad Al-Huson, Jordan.
- [21] CHANG JUNGMIN, JUNG SUNGTAE, LEE SANGSEOL: Triangular Fractal Antenna, Universidad Hanyang, Seoul.
- [22] Yoshihiko Akaiwa (1974). Operation Modes of a Waveguide Y Circulator. IEEE
- [23] M. Cuhaci, D. S. James (1977). Radiation from Triangular and Circular Resonators in Microstrip. IEEE.

- [24] Joseph Helszajn, Davis. S. James (1978). Planar Triangular Resonators with Magnetic Walls. IEEE, 2.
- [25] Joseph Helszajn, Davis. S. James (1979). Circulators Using Planar Triangular Resonators. IEEE, 2.
- [26] Yasuo Susuki, Taneaki Chiba (1984). Computer Analysis Method for Arbitrarily Shaped Microstrip Antenna with Multiterminals. IEEE, 6.
- [27] Jashwant S. Dahele, Kai Fong Lee (1987). On the Resonant Frequencies of the Triangular Patch Antenna. IEEE, 1.
- [28] Ramesh Garg, Stuart A. Long (1988). An Improved Formula for the Resonant Frequencies of the Triangular Patch Antenna. IEEE, 4.
- [29] Nan-Xian Chen, Guang-Ying Li, Norbert N. Bojarski (1991). Correction to "Closed Form Approximations to the Inverse Black Body Radiation Problem". IEEE, 9.
- [30] Xu Gang (1989). On the Resonant Frequencies of Microstrip Antennas. IEEE, 2.
- [31] Nirum Kumprasert, Wiwat Kiranon (1994). Simple and Accurate Formula for the Resonant Frequency of the Equilateral Triangular Microstrip Patch Antenna. IEEE, 8.
- [32] Wei chen, Kai-Fong Lee, Jashwant S. Dahele (1992). Theoretical and Experimental Studies of the Resonant Frequencies of the Equilateral Triangular Microstrip Patch Antenna. IEEE, 10.
- [33] Kai-Fong Lee, Kwai-Man Luk, Jashwant S. Dahele (1988). Characteristics of the Equilateral Triangular Microstrip Patch Antenna. IEEE, 11.
- [34] Kerim Güney (1994). Input Impedance of an Equilateral Triangular Microstrip Antenna. IEEE.
- [35] P. Mythili, A. Das (1998). Simple approach to determine resonant frequencies of microstrip antennas. IEEE.
- [36] K. -L. Wu, J. Litva, R. Fralich, C. Wu (1991). Full wave analysis of arbitrarily shaped line-fed microstrip antennas using triangular finite-element method. IEEE, 5