DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ESPACIAL A TRAVÉS DE LA DANZA PARA POTENCIAR COMPETENCIAS EUCLIDIANAS EMPLEANDO EL MODELO DE VAN HIELE

EPIFANÍA MÓRELO OVIEDO

UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA

ESCUELA DE INGENIERIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

MEDELLÍN

2018

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ESPACIAL A TRAVÉS DE LA DANZA PARA POTENCIAR COMPETENCIAS EUCLIDIANAS EMPLEANDO EL MODELO DE VAN-HIELE

EPIFANÍA MÓRELO OVIEDO

Trabajo de grado para optar el título de magister en Ciencias Naturales y Matemáticas

Asesor

GABRIEL FERNEY VALENCIA CARRASCAL

Magister en Psicopedagogía

UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA

ESCUELA DE INGENIERÍA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

MEDELLÍN

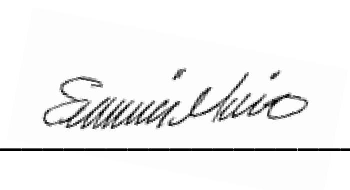
2018

18 de enero de 2018

EPIFANÍA MÓRELO OVIEDO

"Declaro que esta tesis (o trabajo de grado) no ha sido presentada para optar a un título, ya sea en igual forma o con variaciones, en esta o cualquier otra universidad" Art 82 Régimen Discente de Formación Avanzada."

Firma



____

A la memoria de:

Mis hijos:

Edgar Eduardo Lozano

Shirley Lozano Mórelo

Mis nietos:

Stefanny Quinto,

Camilo Andrés Lozano,

María José Lozano,

Luciana Isabel Seca

Mi padre:

Alfonso Mórelo Pitalúa

AGRADECIMIENTOS

Siempre hay nuevos retos, pero lograr graduarse es un hito que debemos celebrar. Uno de los momentos más emocionantes que puede vivir una persona es cuando se gradúa y ve cumplidos todos sus sueños y sus metas académicas.

Agradezco a DIOS, rey del universo y de la infinita misericordia, por colocar en mi camino personas con conocimiento y compromiso que me brindaron asesoría durante el desarrollo y ejecución de todo este trabajo, por conducir mis pasos y hacer de este propósito una realidad y me permitieron culminar un período en el que aprendí en las aulas y de mis compañeros y profesores, personas valiosas e interesantes de las que me llevo gratos recuerdos.

Gracias a mis compañeros por todas las experiencias vividas, a mi asesor y director de tesis Gabriel Ferney Valencia, por sus aportes, su experiencia y orientación para mejorar en este proceso investigativo. Al rector de la Institución Educativa Antonio Roldan Betancur, Jader Alberto Aguirre, por su comprensión en este proceso y por facilitar los espacios para llevar a cabo el desarrollo de la investigación. A mis amigos y compañeros por su paciencia. Al grupo de estudiantes que colaboraron con el trabajo práctico. Al entrenador de danza por su compromiso y constancia para que este trabajo culminara con éxito.

Finalmente, quiero hacer un reconocimiento muy especial a mis familiares, en especial a mis dos hijos y mis cuatro nietos que fueron el motor para no desfallecer en los momentos difíciles, por su paciencia, apoyo incondicional y comprensión durante todo este proceso. Sin ellos, no hubiera podido conseguir lo que he logrado, mil y mil gracias.

CONTENIDO

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE FOTOGRAFÍAS

LISTA DE TABLAS

RESUMEN

Las matemáticas hacen parte de la vida y permiten abordar desde diferentes puntos la manera como se pueden superar las necesidades cotidianas que surgen del relacionarse con el mundo y con los otros, así mismo, permiten la apropiación de conocimientos significativos que facilitan la comprensión del entorno y las representaciones que de él se construyen, lo que ayuda a reconocer que están presentes en las situaciones diarias de la vida.

Con el presente trabajo se pretende evaluar la danza como herramienta mediadora en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, y si los resultados son favorables a esta herramienta convertir este escenario en un nuevo e innovador método para la enseñanza de la geometría, a la vez se pretende inspirar al desarrollo de nuevas propuestas metodológicas.

Lo anterior se fundamenta en la multiplicidad de relaciones existentes entre la práctica de las danzas tradicionales de los pueblos, especialmente la cumbia danza representativa del Urabá antioqueño, y la geometría euclidiana.

Dicha relación no es abstracta, ni etérea, por el contrario es una relación concreta, que se vive y comprende desde la práctica, es cierto que a veces se oculta al observador, pero cuando éste comprende los elementos que la componen, es cuando ante sus ojos se exalta la belleza y perfección de los movimientos, cuando las formas y figuras geométricas muestran que son y hacen parte de la cotidianidad, entonces, su presencia se siente desde las artes como manifestación de la sensibilidad, la pintura, la escultura y la danza, son un legado cultural de los pueblos y las comunidades y un reflejo de sus avances incluso en el conocimiento de la geometría.

La danza clásica es una de las manifestaciones artísticas de la humanidad, en tanto, la cumbia es la danza folclórica propia de los pueblos que conforman la región del Urabá antioqueño, ambas permiten la manifestación del pensar, el sentir y el vivir, por medio de su forma y contenido, la cumbia entonces se expone como alternativa en la búsqueda de estrategias que faciliten el proceso de la enseñanza de la geometría euclidiana, emergiendo desde el sentir corporal y tradicional, minimizando la dificultad que actualmente presentan los estudiantes, y que les ha impedido la aprehensión adecuada de las competencias básicas y la adquisición de conocimientos significativos y duraderos.

Surgen entonces varias inquietudes, ¿Las danzas permiten fortalecer la enseñanza de las matemáticas, la geometría y potenciar el pensamiento espacial?, ¿Las danzas pueden contribuir a que los estudiantes logren alcanzar un mejor nivel de razonamiento, una mejor capacidad de representar, experimentar y hacer ilustraciones mediante la geometría Euclidiana?

Palabras claves

Danza, cumbia, pensamiento espacial, geometría euclidiana, coreografía.

SUMMARY

Mathematics is part of life and enable us to approach from different points how they can outstrip the daily needs that arise from relating to the world and others, likewise, they allow the appropriation of significant knowledge that facilitates the understanding of the environment and the representations that are constructed of it, which helps to recognize that it is present in the daily situations of life.

The present work aims to evaluate dance as a mediating tool in the teaching-learning process of mathematics, and if the results are favorable to this tool, turn this scenario into a new and innovative method for the teaching of geometry, at the same time to inspire the development of new methodological proposals.

The above, is based on the multiplicity of relations existing between the practice of the traditional dances of the town, especially the cumbia representative dance of the Urabá Antioqueño, and the Euclidean geometry.

This relationship is not abstract, nor ethereal, on the contrary it is a concrete relationship, which is lived and understood from the practice, it is true that sometimes it is hidden from the observer, but when he understands the elements that compose it, it is when his eyes the beauty and perfection of the movements is exalted, when the shapes and geometric figures show that they are and are part of everyday life, then, their presence is felt from the arts as a manifestation of sensitivity, painting, sculpture and dance , are a cultural legacy town and communities and a reflection of their progress even in the knowledge of geometry.

Classical dance is one of the artistic manifestations of humanity, while cumbia is the folkloric dance of the town that make up the region of Urabá Antioqueño, both allow the manifestation of thinking, feeling and living, through its form and content, the cumbia is then exposed as an alternative in the search for strategies that facilitate the process of teaching Euclidean geometry, emerging from the bodily and traditional sense, minimizing the difficulty currently presented by students, and that has prevented the adequate apprehension of basic skills and the acquisition of meaningful and lasting knowledge.

Several concerns arise, do the dances allow to strengthen the teaching of mathematics, geometry and enhance spatial thinking? Dances can contribute to students achieve a better level of reasoning, a better ability to represent, experience and to make illustrations using Euclidean geometry?

Keywords

Dance, cumbia, spatial thinking, Euclidean geometry, choreography.

INTRODUCCIÓN

A través de la historia es posible observar que la geometría se ha relacionado con el arte, siendo evidente este hecho en la pintura, la arquitectura, el ballet o la danza, es de destacar que los orígenes de la danza se pierden en el tiempo, tanto en su utilización de forma ritual, como en el acto de socialización, la danza ha sido una forma de expresión inherente al ser humano en todas las culturas, como se demuestra por las pinturas rupestres.

Mucho después del surgimiento de la danza surgió en el antiguo Egipto la geometría, que para encontrarse en sus comienzos, estaba muy desarrollada, allí la utilizaban para medir los terrenos después que eran inundados por las crecidas del río Nilo utilizando el método de la triangulación.

Sin embargo, fueron los griegos quienes extendieron el uso de la geometría a otros campos en los cuales los egipcios no la emplearon. De esas aplicaciones los griegos destacan las relacionadas con las bellas artes y las que dieron lugar a las nuevas ciencias llamadas Trigonometría y Geodesia.

Por otra parte en este proyecto se empleará el modelo educativo de Van-Hiele, según el cual, el aprendizaje de la geometría se logra alcanzando diferentes niveles de razonamiento, en los que no tiene relevancia la edad pero si es importante el tránsito entre un nivel y otro; dado que es imprescindible haber superado el nivel anterior antes de poder pasar al siguiente, y que aunque estos niveles son cinco, esta investigación se apoya sólo en los primeros tres, dado que los demás no aplicación en los primeros grados de escolaridad y por tanto no resultan de utilidad en esta investigación.

Adicionalmente, se empleará la teoría de Gardner en su planteamiento de las inteligencias múltiples, entre ellas, la kinestésica corporal que provee los movimientos del cuerpo, para el aprendizaje de las matemáticas.

Para ello se realizará una investigación de tipo cuantitativo, desarrollada con una mirada experimental, en particular se evaluará el aprendizaje de la geometría y se analizaran los resultados, esperando así obtener una respuesta a la pregunta de investigación propuesta.

Durante el proceso se empleará una metodología con un enfoque holístico, en la cual se diseñaran actividades prácticas y actividades escritas a las que se hará seguimiento por medio de actividades y evaluaciones que finalmente serán tabulados y servirán para el análisis de resultados.

Entre los ritmos propuestos para la enseñanza de la geometría se hará énfasis en la cumbia tradicional dado que posee riquezas culturales, sociales, dancísticas y pedagógicas, debido a la complejidad de sus movimientos y coreografía está llena de conceptos, que aplican tanto en la cumbia como en la geometría. Además, es el baile más representativo de la región, originado por la mezcla triétnica que se da en Colombia.

Inicialmente se supone que el uso de materiales concretos proporcionados por la danza en un contexto real es útil para la enseñanza de la geometría, dado que el pensamiento espacial está fundamentado por imágenes, de ahí la importancia de la manipulación y observación de los objetos a través de actividades que permitan la apropiación de los temas desarrollados a partir de definiciones.

En cuanto a los estudiantes objeto de estudio para llevar a cabo esta investigación, son todos alumnos de grado quinto, con ellos la finalidad es lograr que se apropien de los conceptos geométricos y que desarrollen sus habilidades desde los primeros años de escolaridad de una manera razonada, práctica y sobre todo, con fundamentos reales y concretos.

Para consolidar el objeto matemático a través de procedimientos geométricos el estudiante deberá superar cada nivel propuesto en el modelo de Van-Hiele y dar respuestas a cada uno de los interrogantes que se le efectúen, así como saber establecer comparaciones y relaciones por medio de la observación y manipulación de los objetos construidos con sus propias manos.

1 CAPÍTULO I:

PLANTEMIENTO DEL PROBLEMA

Las matemáticas permiten a los estudiantes ser lógicos, razonar ordenadamente y tener una mente preparada para el pensamiento, la crítica y la abstracción; también permiten configurar actitudes y valores que garanticen solidez en sus fundamentos, seguridad en los procedimientos y confianza en los resultados obtenidos esto generará en ellos una disposición consciente y favorable para emprender acciones que los conduzcan a solucionar los problemas a que se enfrentan cada día.

Por tal razón en las prácticas pedagógicas actuales se requieren maestros dinámicos y comprometidos con los saberes adquiridos por los estudiantes. Desde esta visión, la geometría entra a formar parte de ese conocimiento que en muchas ocasiones no tiene mayor profundización y donde sólo se trabajan algunos aspectos sobre figuras y símbolos.

Para el desarrollo de las temáticas, es importante incluir en la implementación diferentes estrategias y materiales didácticos, como en este caso el problema radica en la construcción de conceptos y abstracciones espaciales, se propone la danza como estrategia en la realización de actividades que cautiven a los estudiantes y les permita utilizar lo que les es inherente por hacer parte de un pueblo, una cultura y una tradición, en sí, lo que viven día a día, para este caso particular la danza y el folklor.

1.1 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Por lo argumentado anteriormente, se utilizará una herramienta innovadora como es el uso de la danza y el método de Van-Hiele, para ayudar a los estudiantes a potenciar las competencias euclidianas, ahora surge la pregunta: **¿Se puede con la danza y el método de Van-Hiele, ayudar a los estudiantes a potenciar las competencias euclidianas?,** y si es así, se debe poder diferenciar si la danza contribuyó más allá de los aportes del modelo de Van-Hiele, este es precisamente nuestro tema de investigación y el objeto principal de ésta tesis es averiguarlo.

1.2 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

1.2.1 Pregunta principal

¿Se puede con la danza, fortalecer el modelo educativo de Van-Hiele para ayudar a los estudiantes a potenciar las competencias euclidianas especialmente en el desarrollo del pensamiento espacial en los primeros niveles de enseñanza?

1.2.2 Preguntas Secundarias

¿Influye la danza favorablemente y por sí sola, el proceso de aprendizaje de la geometría euclidiana?,

¿Trae beneficios implementar el modelo de Van-Hiele para la enseñanza de la geometría en la formación de los alumnos del grado quinto?

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo general

Determinar si al utilizar la danza como herramienta mediadora para la enseñanza de la geometría estableciendo una relación entre ellas y utilizando el modelo de Van-Hiele, se incrementa en los estudiantes el conocimiento propio del pensamiento espacial y el desarrollo de las competencias requeridas en cada nivel de razonamiento.

1.3.2 Objetivos específicos

a. Dar a conocer a los estudiantes la relación que existe entre la danza y la geometría
b. Utilizar la relación entre la danza y la geometría, de forma que prepare al estudiante para resolver situaciones problemas de la vida cotidiana.
c. Diseñar actividades dirigidas a estudiantes de grado quinto, utilizando elementos propios de la danza como herramientas mediadoras para profundizar en temas geométricos.
d. Fomentar en los estudiantes del grado quinto de la Institución Educativa Antonio Roldán Betancur el interés por el aprendizaje de la geometría, a través de la danza.
e. Mejorar el rendimiento académico

1.4 JUSTIFICACIÓN

El presente trabajo de profundización tiene como propósito facilitar a los estudiantes la adquisición y aplicación de conceptos propios de la geometría euclidiana a través la relación que existe entre ella, la danza y el desarrollo del pensamiento espacial, para ello se empleará como modelo educativo el propuesto por los hermanos Van-Hiele.

Surge a partir de la necesidad de incorporar estrategias innovadoras de enseñanza para trabajar e integrar temas de la geometría plana y espacial, lo cual se considera que es posible a través de las prácticas de baile, teniendo en cuenta que los diferentes movimientos del cuerpo y la ejecución coreográficas permite, no sólo un espacio ameno, que usa y desarrolla múltiples inteligencias, sino también establecer comparaciones, hacer conjeturas, intercambiar ideas y comparar las construcciones realizadas con las de otros compañeros.

Las prácticas pedagógicas en sus diferentes experiencias vienen evidenciando algunas problemáticas frente al desarrollo del pensamiento espacial y la geometría, estas carecen de espacio e implementación de estrategias didácticas, que logren un nivel de razonamiento matemático en los estudiantes, dado que las clases se basan en actividades cargadas de complejidad y conceptos memorísticos que convierten las clases en aburridas y alejadas del contexto que rodea a los estudiantes. Situación que impide o dificulta la comprensión y la aprehensión de los conocimientos y conceptos geométricos y el avance en su saber específico.

Uno de los mayores problemas que se perciben en el proceso de aprendizaje de la geometría, es que no hay articulación entre sus conceptos y los procedimientos. En este sentido, las matemáticas deben ser enseñadas en todas sus dimensiones para proveer al estudiante con herramientas concretas de ayuda conducentes a un acercamiento real de su entorno.

1.4.1 Conveniencias

La danza es una actividad de manifestación cultural individual que está llena de posibilidades expresivas, físicas, emocionales, de movimientos corporales y tiene asociado un carácter distorsionador, agradable y de socialización, por estrategia debe ser utilizada como un medio óptimo para la consecución de los objetivos que se propongan desarrollar a partir de ella.

La danza y las matemáticas se relacionan a través del tiempo en el espacio, cada vez que danzamos experimentamos el tiempo y el espacio en una relación irreductible esta tiene sus bases en los pasos y las matemática, en las operaciones básicas y axiomas que son lo que primero se enseñan y aprenden, para luego cuando sea el momento de resolver un problema, o bailar libremente puedan usar esas primeras herramientas de acuerdo a sus capacidades.

Por lo expuesto anteriormente se presenta la danza como una herramienta mediadora que no sólo puede fortalecer dichas competencias, si no también profundizar en nuevos conceptos debido a que ésta por su estructura, manifestación y cercanía a los estudiantes puede ser utilizada para desarrollar actividades que ayuden a aumentar el nivel de razonamiento y la capacidad de representar y experimentar la geometría Euclidiana; según Márquez (2012) la danza, permite mediante una serie de secuencias y diversos movimientos corporales no verbales y un conjunto de patrones determinados que con propósitos rítmicos permite observar y plantear operaciones matemáticas basadas en los movimientos del cuerpo, los cuales juntos con principios de la física pueden llevar a un cálculo exacto del movimiento realizado.

Entre los ritmos propuestos se hace énfasis en la cumbia tradicional. ¿Por qué la cumbia? La cumbia posee muchas riquezas culturales, sociales, dancísticas y pedagógicas, debido a la complejidad de sus movimientos y coreografía. A demás es el baile más representativo de la región, originado por la mezcla triétnica que se da en Colombia, sin embargo, cada cultura puede emplear sus propios bailes folclóricos.

1.4.2 Implicaciones

La educación posee un objetivo claro y es comprender el proceso de enseñanza de las diferentes áreas de conocimiento, objetivo que ha generado una búsqueda constante por parte de los expertos, investigadores y docentes para generar alternativas, herramientas y estrategias que permitan su mejoramiento y, por ende, que los sujetos inmersos en él se beneficien.

Cada área del conocimiento tiene sus retos, problemáticas, falencias y obstáculos, por ello cada una debe ser pensada de manera diferente e individualizada, como en el caso de las matemáticas, en la cual los estudiantes presentan mayores deficiencias y dificultades al momento de apropiarse de los conceptos, contenidos y experiencias necesarias que permitan resolver situaciones problemas en su cotidianidad.

Los lineamientos curriculares planteados por el Ministerio de Educación Nacional (1998) buscan precisamente fortalecer éstas construcciones del aprendizaje, teniendo en cuenta las características y ritmos de cada estudiante, en especial para el pensamiento espacial se debe contemplar la forma como este actúa “en todas sus dimensiones y relaciones espaciales” (p.61).

1.4.3 Relevancias

En este contexto no se ha dado la importancia al trabajo desarrollado con los estudiantes para lograr dicho pensamiento, que les permita hacer representaciones, conjeturas y comparaciones de su entorno y del espacio en el cual se desenvuelven.

Partiendo de esta visión y teniendo presente la importancia de la utilización de diferentes estrategias pedagógicas, como el uso de mediadores didácticos para facilitar el aprendizaje y lograr un nivel de profundización del saber disciplinar, se dio la necesidad de realizar un estudio sobre las prácticas educativas actuales llevadas a cabo con los estudiantes de quinto grado, en donde se observaron dificultades para comprender algunos conceptos relacionados con figuras planas, polígonos y figuras bidimensionales, al igual que los procedimientos geométricos, descomposición de superficies, cálculos y estimaciones de áreas de superficies, entre los temas que se deben desarrollar para alcanzar las competencias básicas en dicho grado.

Con este proyecto se pretende ofrecer esa propuesta innovadora, que permita desarrollar en los niños y niñas destrezas para enfrentar problemas espaciales y mejorar el aprendizaje en el área de la matemática, esto favorecerá la oportunidad de elevar el rendimiento en esta área, como también aportar en los sectores más pobres, social y económicamente para superar las diferencias y contribuir al principio de equidad establecido desde las políticas educacionales.

El investigar y probar un modelo de enseñanza en la geometría apoyado en actividades típicas de la región y que son de gran agrado en la población estudiantil, permitirá validar la estrategia propuesta y facilitará la posible adaptación a otras regiones del país.

1.4.4 Viabilidad

Para la realización de la investigación, se contará con el apoyo del personal directivo de la Institución Educativa Antonio Roldan Betancur, por parte de los padres de familia se recibió la aprobación para efectuar las actividades requeridas durante la ejecución del proyecto.

Este trabajo de investigación se realizará en tres grupos de estudiantes todos ellos de grado quinto, los profesores de geometría y danza que participaran en el proyecto recibieron con anticipación un perfeccionamiento en la enseñanza de la geometría haciendo énfasis en su relación con la danza, también recibieron capacitación en la aplicación del modelo de Van-Hiele.

Como la implementación de este proyecto, estuvo inserta en una propuesta de apoyo a realizar por el equipo de matemática del colegio, los recursos a utilizar serán suministrados por dicha institución educativa.

1.4.5 Valor teórico y consecuencias

Al consultar sobre los trabajos de investigación de didáctica, el uso de mediadores didácticos fuera del aula de clase y el aprendizaje relacionados con la enseñanza de la geometría, se evidencia que existen en escaso número y la mayoría están enfocados a números, operatoria y resolución de problemas. Las dos escuelas psicológicas que más ideas han aportado al respecto, han sido la Escuela Piagetiana y la de los esposos Van-Hiele que a pesar de haber han publicado sus estudios e investigaciones con anterioridad a los años 60, fueron casi ignorados hasta fechas recientes.

A nivel teórico esta investigación pretende dejar un antecedente que motive e inspire a usar diferentes herramientas mediadoras en la enseñanza de la geometría.

Adicionalmente, como resultado de este proyecto quedaran construidas un conjunto de actividades jerarquizadas que responden al modelo de Van-Hiele.

2 CAPÍTULO II:

MARCO REFERENCIAL

El tema de investigación a que se refiere este estudio hace mención al uso de mediadores didácticos que permitan profundizar en las matemáticas, especialmente al pensamiento espacial y la geometría euclidiana; por tal motivo, se buscaron aquellas investigaciones en las que se utilizó la danza como mediador del proceso de aprendizaje con el propósito de identificar las características y beneficios que ofrece en esta construcción.

En la búsqueda de la utilización de la danza y el trabajo en la geometría se citan algunas investigaciones encontradas, que guardan una relación con él y brindan un soporte teórico desde argumentaciones sólidas.

2.1 ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

Hasta hace dos años, en la Institución Educativa Antonio Roldan Betancur, la enseñanza de la estadística y la geometría en los grados de básica primaria, se posponían para el último período las temáticas de estadística y geometría, finalmente debido a dificultades en el aprendizaje de la aritmética básica, los profesores optaban por reforzar esta y los temas de estadística y geometría quedaban en segundo plano. Por tal razón los alumnos del grado quinto, presentaban falencias en temas básicos de la geometría euclidiana, lo cual implico adaptar este año los contenidos para cubrir dichas falencias, lo anterior se pudo evidenciar en el primer a través del primer pre test.

2.2 MARCO TEÓRICO

Para la elaboración del marco teórico se tuvieron en cuenta elementos conceptuales que permiten brindar un soporte fundamental en torno a las temáticas que se orienta en el del trabajo de profundización sobre el desarrollo del pensamiento espacial a través de la danza para la adquisición de competencias euclidianas.

Antes de presentar las referencias teóricas que orienta y define el objeto de estudio de esta investigación, es conveniente recordar que las tres áreas pilares de este proyecto son: La Geometría, la danza y el Modelo educativo de Van-Hiele

2.2.1 Geometría Plana

2.2.1.1 Definición

Gutiérrez y López (2010) definen que la Geometría Plana es una descendencia de la Matemática que surgió como muchas otras ciencias por la necesidad del hombre, está considerada dentro de la geometría euclidiana, pues ésta estudia las figuras a partir de dos dimensiones, que tiene que ver con figuras en un plano. Una parte importante de la geometría plana son las construcciones con regla y compás. Se puede aplicar en los triángulos ya que son una figura plana limitada por tres segmentos, en el cuadrado y en los ángulos. Esta rama se crea gracias a los egipcios y babilonios quienes fueron los primeros en emplear la Geometría sin tener una fundamentación clara de esto, la cual solo les servía para dividir de nuevo sus tierras cuando el río Nilo borraba sus limitaciones de dominios.

En la actualidad la Geometría Plana es la que estudia la relación que existe entre un punto, línea y figuras derivadas conocidas comúnmente como Geometría Euclidiana, debido a que 11 Euclides fue el que se dedicó al estudio de esta ciencia. En el contorno el ingeniero, el arquitecto, el albañil, el carpintero como muchos otros más utilizan la geometría para solucionar dificultades. Los contenidos que ella abarca son las figuras geométricas sencillas como triángulos, cuadriláteros, ángulos, entre otras, así como sus características, y aplicaciones a la vida. En este nivel se hacen cálculos de perímetros y áreas tanto de polígonos como de círculos.

2.2.1.2 Línea

Fernández y Saldarriaga (2007) dicen que la línea es un conjunto finito de puntos, la cual se extiende en ambas direcciones sin tener un punto final, mencionan que las sucesiones dan lugar a clasificarlas, entre estas se tienen:

a) Semi-recta o rayo, esta clase de línea se utiliza en el estudio de vectores para indicar un punto de inicio y su dirección, apunta en un solo sentido.
b) Segmento, esta línea posee inicio y final y va de un punto a otro. Fuente: Fernández y Saldarriaga (2007)
c) Horizontales, se define como la recta que conserva todos sus puntos a un mismo nivel, como ver un líquido en un recipiente que aunque se mueve siempre mantendrá una misma dirección. Fuente: Fernández y Saldarriaga (2007)
d) Verticales, es la línea que representa la caída de un cuerpo Fuente: Fernández y Saldarriaga (2007)
e) Oblicuas, es aquella que al intersectarse con otra línea crea un ángulo que no mide noventa grados.

2.2.1.3 Ángulos

Baldor (2004) menciona que un ángulo es la abertura que forman dos semirrectas, estas también llamadas lados que tienen un mismo origen llamado vértice. Al ángulo se le adjudica una letra griega por dentro de las esquinas que posee, también se pueden colocar tres letras mayúsculas en cada lado del ángulo, con tal que quede la letra en medio del vértice.

Roseveare (2006) define que un ángulo se forma por medio de un rayo alrededor de un punto final, la cual esté punto final forma el vértice del ángulo, un ángulo puede ser positivo y negativo, esto dependerá de donde se inicie el giro del lado terminal, si empieza lo contrario de las manecillas de un reloj esta será positiva, si el giro se realiza en la dirección de las manecillas del reloj esta será negativa. Las figuras siguientes son el ejemplo.

Fuente: Fernández y Saldarriaga (2007)

2.2.1.4 Ángulos según su amplitud

Martínez, Useche y Puerto (2009) clasifican los ángulos del inciso “a a la f” es según su amplitud y los incisos “g, h, i” son según su posesión.

a) Agudo: es aquél que es menor que un recto.
b) Obtuso: Es aquél que es mayor que un ángulo recto y menor que un llano.
c) Recto: Es el que se forma al dividir un ángulo llano en dos ángulos iguales.
d) Plano o Llano: Es el que tiene por lados dos semirectas opuestas.
e) Complementario: Son dos ángulos cuya suma es un recto.
f) Suplementario: Son aquéllos cuya suma es un llano. Fuente: Fernández y Saldarriaga (2007)

g) Opuestos al Vértice: Son dos ángulos tales que los lados de cada uno son dos semirrectas opuestas de los lados del otro.

h) Adyacente: Son dos consecutivos cuyos lados no comunes son semirrectas opuestas.

i) Colaterales: ángulos que tienen un lado en común. Fuente: Fernández y Saldarriaga (2007)

2.2.1.5 Triángulos

Riquenes (2007) define que un triángulo es un polígono de tres lados y tres ángulos.

Los lados son los segmentos que unen dos vértices del triángulo y se indican por la misma letra que el vértice opuesto, pero con letra minúscula. También mencionan que Según sus lados se clasifican en Equiláteros, Isósceles y Escalenos. El primero posee tres lados iguales, el segundo tienen dos lados iguales y el tercero tiene tres lados desiguales.

Fuente: Fernández y Saldarriaga (2007)

También se clasifican por medio de sus ángulos los cuales son: Acutángulos: Sus tres ángulos interiores son agudos, es decir miden menos de 90o . Rectángulos: Tienen un ángulo recto 90º. Obtusángulos: Tienen un ángulo obtuso mayor que 90º y menor que 180º.

Fuente: Fernández y Saldarriaga (2007)

2.2.1.6 Características y propiedades de los triángulos

Jiménez y Opi (2013) nombran las características de los triángulos las cuales son: Que sus ángulos internos deben sumar 180º, solo pueden poseer un ángulo recto o uno obtuso. Un ángulo cualquiera de un triángulo es el suplementario de la suma de los otros dos. En un triángulo rectángulo los dos ángulos agudos son complementarios. El ángulo externo es igual a la suma de los que no son adyacentes y mayor que cualquier otro de ellos. En un triángulo rectángulo la hipotenusa es mayor que cada uno de sus catetos. Un lado de un triángulo es menor que la suma de los otros dos, pero mayor que su diferencia.

2.2.1.7 Cuadriláteros

Camacho (2012) define que las figuras planas también llamados polígonos, están limitadas por cuatro segmentos las cuales se encuentran cerradas de los cuatro lados, los principales elementos son: cuatro lados, cuatro ángulos, cuatro vértices. En ella también se puede notar que las sumas de sus ángulos interiores suman 360º

2.2.1.8 Propiedades y clasificación de los cuadriláteros

Tsijli (2004) presenta las propiedades de los paralelogramos y sus caracterizaciones las cuales son:

a) Cuando dos de sus lados opuestos de un paralelogramo son proporcionados.
b) Un cuadrilátero va hacer un paralelogramo si dos de sus lados opuestos son congruentes.
c) Cuando dos de sus ángulos opuestos son congruentes.
d) Cuando un par de sus lados opuestos son paralelos y congruentes.
e) Cuando sus diagonales se bisecan mutuamente.

Jiménez y Opi (2013) mencionan que los cuadriláteros se clasifican en paralelogramos y son tres grupos:

a) Paralelogramos, estas poseen dos lados semejantes, en este grupo se encuentran el cuadrado, este posee cuatro lados iguales y cada ángulo mide 90º Rectángulo, poseen lados iguales sus cuatro ángulos miden 90º. El rombo, posee cuatro lados iguales y sus ángulos opuestos son semejantes. Las diagonales que tiene son perpendiculares y de distinto tamaño. Romboide, sus ángulos opuestos son iguales y sus lados también. Fuente: Álvarez (2004)
b) Trapecio: En este grupo las figuras poseen dos lados paralelos que se llaman bases. En ellas se encuentra el Isósceles, este posee dos lados iguales y dos ángulos idénticos además lo compone un eje de simetría. El rectángulo, este se caracteriza por tener un ángulo recto. Finalmente el Escaleno, este se distingue al no parecerse a los demás de su grupo. Fuente: Álvarez (2004)
c) Trapezoide: es una figura cuadrilátera que no posee ningún lado paralelo. Fuente: Álvarez (2004)

2.2.1.9 Perímetros y Áreas.

Jiménez, Jiménez y Robles (2006) definen que perímetro es la medida del contorno de las figuras geométricas, y área es la medida de la superficie de cada figura. Enseguida se presenta una sucesión de perímetros y áreas de figuras geométricas.

Perímetros

- Triángulo Equilátero: P = L + L + L = 3L
- Triángulo isósceles: P = l + l + b = 2l + b
- Triángulo escaleno: P= a + b + c
- Cuadrado: P = 4L
- Rectángulo: P= 2b + 2h.

- Trapecio Isósceles: P = B + b + 2L.
- Trapezoide: P = a + b + c + d.
- Romboide: P = 2b + 2l Fuente: Tsijli (2004)

Áreas

- Área de los triángulos: esto se halla por medio de la multiplicación de base por altura divido dos. Fuente: Fernández y Saldarriaga (2007)
- Área de un cuadrado: esta se halla al multiplicar lado por lado Fuente: Tesijli (2004)
- Área de un paralelogramo en ella se encuentra el rectángulo: Esto se halla por la multiplicación de su base por altura. Fuente: Tsijli (2004)
- Área de un trapecio: esta se localiza por medio de la suma de sus bases por la altura dividido dos. Fuente: Tsijli (2004)
- Área de un rombo: en ella se halla en el semiproducto de sus diagonales Fuente: Tsijli (2004)

2.2.1.10 Círculo

Chaparro (2007) menciona que el círculo es una curva cerrada, elaborada sobre una superficie plana cuyos puntos están a una misma distancia denominada “r” de un punto interior llamado centro. En el paso del tiempo los círculos han sido estudiados por muchos matemáticos llegando a obtener conocimientos sobre el radio, circunferencia, diámetro entre otros, se han aplicado en el estudio de la cultura y arquitectura de los romanos, griegos y egipcios. Una de las más aplicadas definiciones del círculo fue en la creación de la rueda, usada hace 5,500 años en la antigua Mesopotamia. Aunque en la actualidad se use el concepto de círculo y circunferencia, pero en entre ellas existe una gran diferencia, la circunferencia es una curva plana y cerrada, cuyos puntos equidistan de un punto interior fijo llamado centro, y el círculo es una superficie plana limitada por una circunferencia.

2.2.1.11 Líneas de la circunferencia

Lira, Jaime, Chávez, Gallegos y Rodríguez (2006) dicen que en una circunferencia se distinguen lo que es radio, cuerda, diámetro, secante y tangente las cuales se define cada una de ellas a continuación.

a) Radio, es la línea interior que une al centro con un punto cualquiera de la circunferencia.
b) Cuerda, es un segmento de recta que une dos puntos cualesquiera de la circunferencia.
c) Diámetro: Es la mayor cuerda de la circunferencia y pasa por el centro. El diámetro es equivalente a dos radios.
d) Secante, es una línea que corta o cruza la circunferencia, tocándola en dos de sus puntos.
e) Tangente, es una línea que toca la circunferencia, solo en un punto que se denomina punto de tangencia. Fuente: Tsijli (2004)

2.2.2 El modelo educativo de Van-Hiele

Para el desarrollo de esta investigación se ha elegido el modelo de Van-Hiele, debido a que es un método que ha demostrado ser útil al estructurar el proceso de aprendizaje de la geometría, este se basa en ir superando cada uno de los cinco niveles propuestos: Visualización, análisis, deducción informal, deducción formal y rigor.

Según el modelo de Van-Hiele, quien desee aprender un nuevo contenido geométrico, deberá pasar secuencialmente por cada uno de dichos niveles de pensamiento, y sólo cuando ha alcanzado un nivel puede avanzar al siguiente nivel.

Los tres primeros niveles de aprendizaje (visualización, análisis y deducción informal) son suficientes y necesarios para alcanzar los objetivos propuestos en la educación básica primaria.

Mientras que los dos niveles superiores (deducción formal, y rigor) son los requeridos para hacer inferencias, producir y demostrar nuevos conocimientos y van más allá de los alcances pretendidos por la educación básica, por dicha razón no serán contemplados en esta investigación.

Una vez se ha alcanzado un nivel es posible permanecer en él, pero si se desea pasar al nivel siguiente es necesario superar los objetivos propuestos planteados en dicho nivel para poder continuar con el proceso de aprendizaje, no obstante, el poseer un mayor o menor dominio de la geometría, determinará si el nivel se supera en más o menos tiempo.

2.2.2.1 Niveles de Van-Hiele

Mediante un enfoque descriptivo se explica las formas en que razonan los alumnos a través de los cinco niveles siguientes:

Primer nivel: Visualización

Las características fundamentales de este nivel son:

1. Los objetos se perciben en su totalidad como una unidad, sin diferenciar sus atributos y componentes.

2. Se describen por su apariencia física mediante características meramente visuales y asemejándoles a elementos familiares del entorno (parece una rueda, es como una ventana, etc.), No hay lenguaje geométrico básico para llamar a las figuras por su nombre correcto.
3. No reconocen de forma explícita componentes y propiedades de los objetos motivo de trabajo

Segundo nivel. Análisis

1. Se perciben las componentes y propiedades (condiciones necesarias) de los objetos y figuras. Esto lo obtienen tanto desde la observación como de la experimentación.
2. De una manera informal pueden describir las figuras por sus propiedades pero no de relacionar unas propiedades con otras o unas figuras con otras. Como muchas definiciones en Geometría se elaboran a partir de propiedades no pueden elaborar definiciones.
3. Experimentando con figuras u objetos pueden establecer nuevas propiedades
4. Sin embargo no realizan clasificaciones de objetos y figuras a partir de sus propiedades.

Tercer nivel: Deducción informal

Al completar este nivel el estudiante ha desarrollado la comprensión y la posibilidad de establecer relaciones a través de implicaciones simples entre casos.

Antes de señalar las características del nivel conviene señalar que, en el anterior nivel, los estudiantes empiezan a generalizar, con lo que inician el razonamiento matemático, señalando qué figuras cumplen una determinada propiedad matemática pero siempre considerará las propiedades como independientes no estableciendo, por tanto, relaciones entre propiedades equivalentes. Alcanzar este nivel significa que...

1. Se describen las figuras de manera formal, es decir, se señalan las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir. Esto es importante pues conlleva entender el significado de las definiciones, su papel dentro de la Geometría y los requisitos que siempre requieren.
2. Realizan clasificaciones lógicas de manera formal ya que el nivel de su razonamiento matemático ya está iniciado. Esto significa que reconocen cómo unas propiedades derivan de otras, estableciendo relaciones entre propiedades y las consecuencias de esas relaciones.
3. Siguen las demostraciones pero, en la mayoría de los casos, no las entienden en cuanto a su estructura. Esto se debe a que su nivel de razonamiento lógico son capaces de seguir pasos individuales de un razonamiento pero no de asimilarlo en su globalidad. Esta carencia les impide captar la naturaleza axiomática de la Geometría.

Cuarto nivel: Deducción formal

Se efectúan las demostraciones formales, usos de axiomas, postulados, y demás

1. En este nivel ya se realizan deducciones y demostraciones lógicas y formales, viendo su necesidad para justificar las proposiciones planteadas.
2. Se comprenden y manejan las relaciones entre propiedades y se formalizan en sistemas axiomáticos, por lo que ya se entiende la naturaleza axiomática de las Matemáticas.

3. Se comprende cómo se puede llegar a los mismos resultados partiendo de proposiciones o premisas distintas lo que permite entender que se puedan realizar distintas forma de demostraciones para obtener un mismo resultado.

Es claro que, adquirido este nivel, al tener un alto nivel de razonamiento lógico, se tiene una visión globalizadora de las Matemáticas.

Quinto nivel: Rigor

Cuando el razonamiento es deductivo, sin ayuda de la intuición.

Se conoce la existencia de diferentes sistemas axiomáticos y se pueden analizar y comparar permitiendo comparar diferentes geometrías.

Se puede trabajar la Geometría de manera abstracta sin necesidad de ejemplos concretos, alcanzándose el más alto nivel de rigor matemático.

2.2.2.2 Fases del paso entre niveles

Cada nivel tiene por objetivo establecer y completar las relaciones que profundicen el concepto, por ello cada nivel debe caracterizarse por tener:

- **Secuencialidad:** en la adquisición de los niveles, no es posible alterar su orden.
- **Especificidad del lenguaje:** cada nivel tiene su lenguaje propio, por ejemplo, designar los elementos y propiedades.
- **Globalidad y localidad:** las investigaciones parecen indicar que el nivel de razonamiento es local, razona en un nivel en un concepto y en otros niveles otro concepto.

- **Instrucción:** la adquisición de sucesivos niveles no es un aspecto biológico, pues intervienen en gran medida los conocimientos recibidos y la experiencia personal. Por lo tanto, no depende de la edad para alcanzar un nivel u otro. (Gutiérrez, y otros 1995).

Los estudios de geometría deben ser continuos (sin períodos de inactividad), uniformes (sin pasar por alto ningún nivel de razonamiento), y diversificados, es decir familiarizando a los alumnos y alumnas de forma simultánea con la geometría uni, bi y tridimensional.

Los contenidos geométricos han de ser tratados cíclicamente en niveles de complejidad creciente. La secuenciación de dichos contenidos a través del currículo estará determinada por el análisis de cada tópico en función de la estructura del modelo, lo que determinará un tratamiento distinto en cada nivel, avanzando desde los aspectos cualitativos a los cuantitativos y abstractos.

El optar por este modelo permite la oportunidad de explicar cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico y cómo es posible ayudar a los alumnos a mejorar su aprendizaje.

A continuación se presentan las pautas a seguir en la planificación de las actividades de aprendizaje, que permiten detectar el progreso del razonamiento por medio de las cinco fases de aprendizaje, como se describen continuación:

- **FASE 1ª:** Preguntas/Información
- **FASE 2ª**: Orientación dirigida
- **FASE 3ª:** Explicación (explicitación)
- **FASE 4ª:** Orientación libre
- **FASE 5ª:** integración

Primera fase: "PREGUNTAS/INFORMACIÓN"

El profesor debe diagnosticar lo que saben los alumnos sobre el tema que se va abordar y la forma de razonar que tienen. Los alumnos entran en contacto con el objetivo propuesto.

Se trata de determinar, o acercarse lo más posible, a la situación real de los alumnos. Se cumpliría la famosa afirmación de Ausubel: "*Si tuviera que reducir toda la Psicología Educativa a un solo principio diría lo siguiente: el factor más importante que el influye en el aprendizaje es lo que el alumno/a sabe. Averígüese esto y enséñese en consecuencia*" (Ausubel 1978).

Está fase es oral y mediante las preguntas adecuadas se trata de determinar el punto de partida de los alumnos/as y el camino a seguir de las actividades siguientes. Se puede realizar mediante un test o preguntas individualizadas utilizando actividades del nivel de partida. Cabe destacar que muchas veces el nivel no lo marca tanto la pregunta coma la respuesta, es decir, diseñamos una pregunta pensando en un nivel concreto y, la respuesta recibida, nos puede señalar un nivel distinto del pensado inicialmente.

Segunda fase: "ORIENTACIÓN DIRIGIDA"

El profesor debe guiar el proceso para que los alumnos vayan descubriendo lo que va a constituir el centro de este nivel. Esta fase es el centro del aprendizaje, que le va a permitir pasar al otro nivel, y construir los elementos propuestos.

El profesor debe planificar las actividades que le permitan establecer las características de este nivel.

Aquí es donde la importancia de la capacidad didáctica del profesor más se va a necesitar. De su experiencia señalan que el rendimiento de los alumnos (resultados óptimos frente a tiempo empleado) no es bueno si no existen una serie de actividades concretas, bien secuenciadas, para que los alumnos/as descubran, comprendan, asimilen y apliquen. Las ideas, conceptos, propiedades y relaciones que serán motivo de su aprendizaje en ese nivel.

Tercera fase: "EXPLICACIÓN (EXPLICITACIÓN)"

Los alumnos deben estar conscientes de las características y propiedades aprendidas anteriormente y consolidan su vocabulario.

Es una fase de interacción (intercambio de ideas y experiencias) entre alumnos y en la que el papel del profesor se reduce en cuanto a contenidos nuevos y, sin embargo, su actuación va dirigida a corregir el lenguaje de los alumnos conforme a lo requerido en ese nivel.

La interacción entre alumnos/as es importante ya que les obliga a ordenar sus ideas, analizarlas y expresarlas de modo comprensible para los demás.

Cuarta fase: "ORIENTACIÓN LIBRE"

En esta fase se logran afianzar los aspectos básicos y las actividades que permitan resolver situaciones nuevas con los conocimientos adquiridos anteriormente, en ella aparecen actividades más complejas fundamentalmente referidas a aplicar lo anteriormente adquirido, tanto respecto a contenidos como al lenguaje necesario.

Estas actividades deberán ser idealmente con problemas abiertos, para que puedan ser abordables de diferentes maneras y puedan ser resueltas de con diferentes respuestas válidas conforme a la interpretación del enunciado. Esta idea les obliga a una mayor necesidad de justificar sus respuestas utilizando un razonamiento y lenguaje cada vez más potente.

Quinta fase: “INTEGRACIÓN”

La primera idea importante es que, en esta fase, no se trabajan contenidos nuevos sino que sólo se sintetizan los ya trabajados. Se trata de crear una red interna de conocimientos aprendidos o mejorados que sustituya a la que ya se poseía.

En esta fase se pretende elevar el nivel de conocimiento del estudiante, invitándole a realizar inferencias empleado cualquiera de los elementos previamente aprendidos, lo cual es necesario para alcanzar el nivel de rigor

Niveles y fases en el Modelo de Van-Hiele

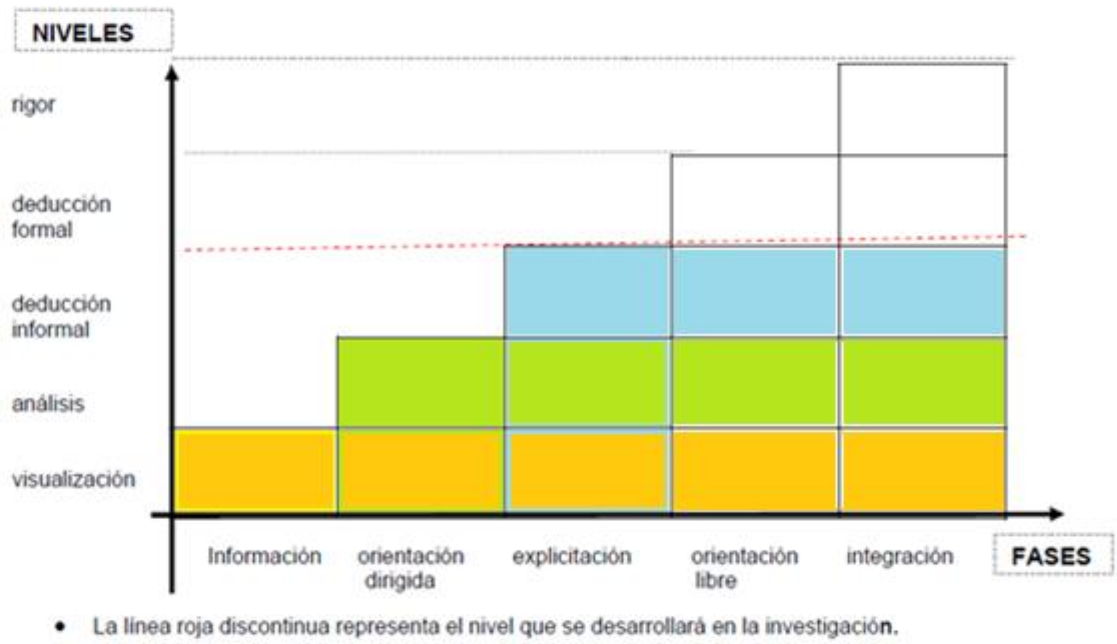


Gráfico 1: Esquema del Modelo de Van-Hiele

Propiedades de los niveles

Para el correcto funcionamiento del modelo, es necesario describir una serie de propiedades globales a todos los niveles. Según el trabajo de Blanco (2015) cada nivel debe ser:

- **Secuencial:** Cada nivel se debe recorrer en un orden. No se puede saltar niveles, sino que es un proceso en el que es necesario haber adquirido las destrezas del nivel anterior. Van-Hiele (1986, citado por Jaime, 1993, p.51) afirma que “el pensamiento del segundo nivel no es posible sin el del nivel básico; el pensamiento del tercer nivel no es posible sin el pensamiento del segundo nivel"

- **Progresivo:** El progreso de un nivel a otro depende más de los contenidos y de la forma de impartición por parte del profesor que de la edad. Existe continuidad en la adquisición de los niveles, no se produce de manera brusca, sino que existe un período de transición en el que se mezclan razonamientos de dos niveles consecutivos (Jaime, 1993)

- **Intrínseco y extrínseco:** Los objetos inherentes en un nivel pasan a ser objetos de estudio explícitos en el siguiente. A medida que se avanza en niveles, la concreción, demostración y determinación de los conceptos es más avanzada.

- **Lingüístico:** Cada nivel tiene su propio lenguaje y símbolos. Este léxico no se refiere solo a las palabras y conceptos matemáticos, sino también a las expresiones y a los significados que se les da por parte de los estudiantes. Esta propiedad lleva a conclusión de que dos personas de diferentes niveles no se entienden. Esto es fácil verlo simplemente en la relación entre un profesor y un alumno, ya que el docente debe buscar un lenguaje más apropiado en la enseñanza para que el alumno comprenda el tema. Al igual que cuando el profesor plantea una serie de ejercicios, este espera que el alumno responda en un determinado nivel, sin embargo lo hará en otro más bajo cuyas respuestas pueden no ser tan rigurosas (Jaime, 1993)

- Ajustado: Los materiales, contenidos… deben ser acordes al nivel del alumno para que sea capaz de comprender y progrese al siguiente nivel. El profesorado debe poner al alcance de los alumnos todos aquellos recursos que crea necesarios para el desarrollo en el razonamiento del estudiante.

2.2.2.3 Evaluación en el modelo de Van-Hiele

La correcta evaluación del nivel de razonamiento de Van-Hiele obliga a evaluar cómo razonan los estudiantes cuando realizan cada uno de dichos procesos. Estos autores detallan las características de cada proceso matemático en cada nivel de Van-Hiele (tabla 1), que es necesario tener en cuenta en la construcción de test para evaluar los niveles de razonamiento.

Tabla 1: Procesos matemáticos en cada nivel de razonamiento

Procesos	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Reconocimiento y descripción	De atributos físicos	De propiedades matemáticas	
Uso de definiciones		Definiciones con estructura simple	Definiciones con cualquier estructura
Formulación de definiciones	Listado de propiedades físicas	Listado de propiedades matemáticas	Conjunto de propiedades necesarias y suficientes
Clasificación	Exclusiva basada en atributos físicos	Inclusiva (exclusiva) si la estructura lógica es simple (compleja)	Inclusiva o exclusiva de acuerdo con las definiciones usadas
Demostración		Empírica, verificación en ejemplos	Deductiva, abstracta, informal

La evaluación es una de las claves de este modelo ya que la asignación de niveles, el punto de partida para la didáctica, el seguimiento del avance en las fases, debe hacerse con una evaluación adecuada.

Como ya se señaló anteriormente el test-actividades es la herramienta que se considera más útil para realizarla y, para ello se deben tener en cuenta algunas ideas previas, así apuntamos que...

1. El nivel de razonamiento de los alumnos depende del área de las Matemáticas que se trate.
2. Se debe evaluar cómo los alumnos contestan y el porqué de sus respuestas, más que lo que no contestan o contestan bien o mal.
3. En las preguntas no está el nivel de los alumnos sino que está en sus respuestas.
4. En unos contenidos se puede estar en un nivel y, en otros diferentes, en nivel distinto.
5. Cuando se encuentran en el paso de un nivel a otro puede resultar difícil determinar la situación real en que se encuentran.

2.2.3 La danza

Las artes, incluida la danza desarrollan competencias claves en el proceso educativo

Según el documento publicado por el Ministerio de Educación Nacional Colombiano “serie lineamientos curriculares Educación Artística”, (2014) y producido por varios equipos de especialistas y revisado en el Ministerio de la Cultura por Marta Adelaida Jaramillo y en el Ministerio de Educación por Stella Angarita Pinzón, el aprendizaje de las artes en la escuela tiene consecuencias cognitivas que preparan a los alumnos para la vida: entre otras el desarrollo de habilidades como el análisis, la reflexión, el juicio crítico y en general lo que denominamos el pensamiento holístico; justamente lo que determinan los requerimientos del siglo XXI. Ser "educado" en este contexto significa utilizar símbolos, leer imágenes complejas, comunicarse creativamente y pensar en soluciones antes no imaginadas.

La educación en las artes perfecciona las competencias claves del desarrollo cognitivo como son:

- Percepción de relaciones
- Atención al detalle.
- Promoción de la idea de que los problemas pueden tener muchas soluciones y las preguntas muchas respuestas
- Desarrollo de la habilidad para cambiar la direccionalidad cuando aún se esta en proceso.
- Desarrollo de la habilidad para tomar decisiones en ausencia de reglas
- Imaginación como fuente de contenido
- Habilidad para desenvolverse dentro de las limitaciones de un contexto.

- Habilidad para percibir y enfocar el mundo desde un punto de vista ético y estético.

La danza en la Institución Educativa Antonio Roldán Betancur de Necoclí

La Institución Educativa Antonio Roldán Betancur de Necoclí cuenta con práctica de la danza y es acogida por los estudiantes, en especial por los niños y niñas de básica primaria lo que permite su apropiación para trabajar desde dicha actividad otras asignaturas, en este caso, la geometría. Aunque no existen evidencias significativa de trabajos que demuestren el desarrollo de la técnica de la danza para la construcción y elaboración de conceptos geométricos.

La danza como herramienta mediadora para potenciar en los estudiantes las competencias euclidianas

Según Martin (2005), la danza es, un arte visual que se desarrolla en el tiempo y en el espacio y se asocia a la música e incluso a la palabra y como acción se trata de la ejecución de movimientos al ritmo de la **música** que permite la expresión, expresión que implica la interacción de diversos elementos como tiempo, espacio, ritmo, figuras, mímica, canto y movimiento del cuerpo; movimiento como plantean Pérez y Merino (2009) que requiere de un adecuado manejo del espacio y de las nociones rítmicas y la intencionalidad; por ejemplo la música de ritmo lento y tranquilo requiere de pasos pausados y poco estridentes y es importante tener en cuenta que el predominio del ritmo o del uso del espacio puede variar de acuerdo a la danza en cuestión.

Según los trabajos de Hernández y Torres (2009); Arteaga y Cols (1999) y Castañer (2000), consideran que la danza es una manifestación artística y cultural que está compuesta de movimiento corporales, ritmo, música, expresión, comunicación y lenguaje que tiene como intención la manifestación de los sentimientos, pensamientos, ideas y creencias de que quien la goza y la práctica; así mismo, Cuéllar (1998), considera la danza como lenguaje del cuerpo y una actividad psicomotriz que combina armoniosamente movimientos en el espacio que una audición musical crea y ordena, permitiendo el desarrollo y coordinación de la destreza física, actividad intelectual y expresión de emociones y sentimientos.

En esta lógica García Ruso (1997) citado por Hernández (2009) propone la danza desde un perspectiva integral, en la que contempla los siguientes aspectos: a. La danza es un actividad humana universal que se ha desarrollado y vivido a lo largo de la historia de la humanidad, de los pueblos y ha sido vivido por personas de todas las edades y sexos; b. La danza es una actividad motora que se centra en el cuerpo como un instrumento que a través de técnicas corporales específicas permite la expresión de ideas, emociones y sentimientos; expresión que se configura por una estructura rítmica; c. La danza es una actividad polimórfica que busca y pude presentar múltiples formas según los períodos que se han implementado como lo arcaico, clásico, moderno, popular y postmoderno; d. La danza es un actividad polivalente que permite abarcar diferentes dimensiones como el arte, la educación, el ocio y la terapia; d. La danza es una actividad compleja en la que se conjuga e interrelaciona factores biológicos, psicológicos, sociológicos, históricos, estéticos, morales, políticos, técnicos, geográficos, porque aún la expresión y la técnica y puede ser individual o colectiva.

Para Laban (1978) la danza es una composición de movimientos, y estos están formados por elementos y hace una descripción geométrica del movimiento y del espacio donde se desenvuelve el bailarín, afirma que el ser humano al moverse por el espacio, su kinesfera también se desplaza, la lleva consigo como un caparazón. Dentro de ella tenemos las zonas normales, es decir las que puede alcanzar con cada extremidad o cada parte del cuerpo, sin muchos movimientos adicionales (si tiene ayuda de alguna otra parte del cuerpo las denomina súper-zonas). Las mismas están interconectadas por gestos que crean trayectorias en el espacio. Estos caminos pueden formar líneas cerradas, que las llama circuitos o anillos si vuelven al punto inicial y líneas o curvas abiertas si conducen de un punto a otro de la kinesfera. También pueden tener forma de zigzag, de círculos, de espiral o de polígonos que estén contenidos o no en un plano, entre otras formas.

Cada movimiento está dirigido a un cierto punto en el espacio que rodea el cuerpo y específica las direcciones principales como las dimensionales: arriba, abajo, derecha, izquierda, hacia adelante y hacia atrás. Si se los ubica en la kinesfera forman los vértices de un octaedro. Las cuatro diagonales: arriba derecha adelante, arriba izquierda adelante, abajo derecha adelante, abajo izquierda adelante, arriba derecha atrás, arriba izquierda atrás, abajo derecha atrás, abajo izquierda atrás. Si se los ubica en la kinesfera forman los vértices de un cubo, también forma.

Doce diametrales: arriba derecha, arriba izquierda, abajo derecha, abajo izquierda, adelante derecha, adelante izquierda, atrás derecha, atrás izquierda, arriba adelante, arriba atrás, abajo adelante, abajo atrás. Si se los ubica en la kinesfera forman los vértices de un icosaedro.

La división del espacio que realiza Laban (2011), demuestra que cada extremidad o parte del cuerpo puede moverse desde cualquiera de estos 27 puntos de orientación hacia cualquier otro. Estas son las consideradas principales. Aunque manifiesta que en la realidad existen infinitas direcciones.

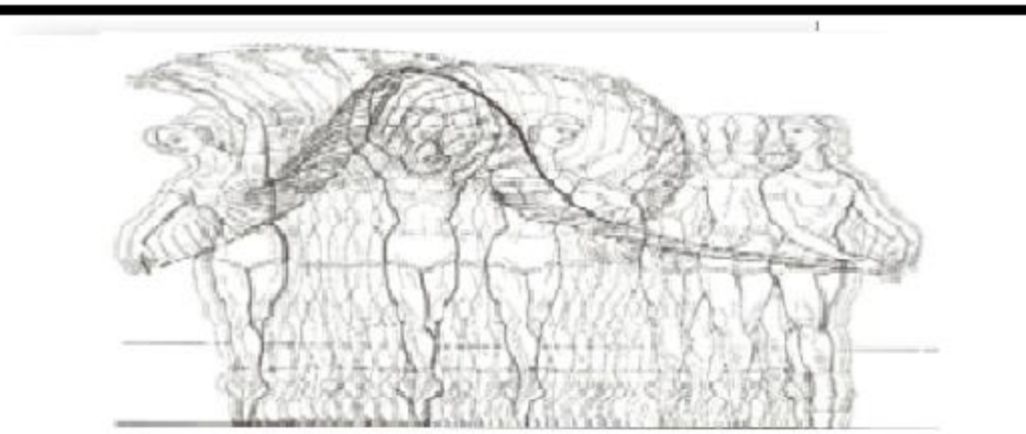
Rodolfo Dinzel (2011) introduce el término “compás de danza”, el nombre hace alusión a los brazos del instrumento de Geometría, el compás, pensando que los pies de los bailarines lo imitan y describen así, en el suelo, una circunferencia. En el Tango el mango de este artefacto se encuentra en las rodillas, que deberán estar lo más juntas posible y así, media circunferencia es trazada por el hombre y la otra mitad por la mujer.

Para ejecutar bien este baile la pareja deberá mantenerse dentro de ella. El autor amplía el concepto diciendo que en la Danza Clásica el mango de este compás está en la pelvis y en la contemporánea, en el plexo solar. En el Vals, comenta que hay dos circunferencias, una completa para el hombre y otra para la mujer, compartiendo solo una pequeña parte.

Viviana y Arteaga (1997), plantean que la danza como actividad, estrategia y manifestación cultural individual está lleno de posibilidades expresivas, físicas, emocionales, de movimiento y tiene asociado un carácter distorsionador, agradable y de socialización, lo que permite ser utilizado como un medio óptimo para la consecución de los objetivos que se propongan desarrollar a partir de ella. Por tal motivo se escoge esta, como una alternativa para profundizar en conceptos de la geometría Euclidiana, con un carácter experimental e intuitivo, ya que el espacio donde los niños desarrollan su existencia está lleno de elementos geométricos, con significado concreto como puertas, ventanas, mesas, pelotas, etc; y su entorno cotidiano, en su barrio, en su casa, en su colegio, en sus espacios de juego, aprende a organizar mentalmente el espacio que le rodea y a orientarse en él; contexto que Vizan (2007) plantea como el adecuado y útil para el aprendizaje y la enseñanza de la geometría, pues permite que su contexto adquiera significación dado que los pone a despertar su curiosidad e interés por ser fuente inagotable de objetos susceptibles de observación y manipulación.

La danza y las matemáticas se relacionan a través del tiempo en el espacio. Cada vez que danzamos, experimentamos el tiempo y el espacio en una relación irreductible esta tiene sus bases en los pasos y las matemática, en las operaciones básicas y axiomas que son lo que primero se enseñan y aprenden, para luego cuando sea el momento de resolver un problema, o bailar libremente, puedan usar esas primeras herramientas de acuerdo a sus capacidades.

Boccioni (2015) cita a Lincoln Edward Kirstein, estadounidense nacido en 1907, fue coreógrafo, bailarín, escritor y co-fundador de New York City Ballet. Escribió más de quinientos libros, artículos y monografías sobre las artes, además de críticas, poesías, novelas, trabajos históricos y autobiográficos, el cual afirma que la danza tiene un gran contenido geométrico. Esta cita se hace debido al interés, la obra llamada “Classic Ballet, Basic Technique and Terminology”. En él hay más de seiscientos dibujos que describen e ilustran en detalle la posición adecuada del cuerpo, su punto de equilibrio, el movimiento, la actitud de cada posición y pasos en el repertorio de la Danza Clásica. A continuación se muestra un dibujo bajo la denominación de desarrollo espacial del movimiento. Que representa el desarrollo espacial del Pas de bourrée on pointes (en puntas). Allí se observan las curvas y líneas de esta danza. El autor afirma en su libro que “el Ballet (Danza Clásica) es una síntesis de anatomía humana, geometría sólida y composición musical



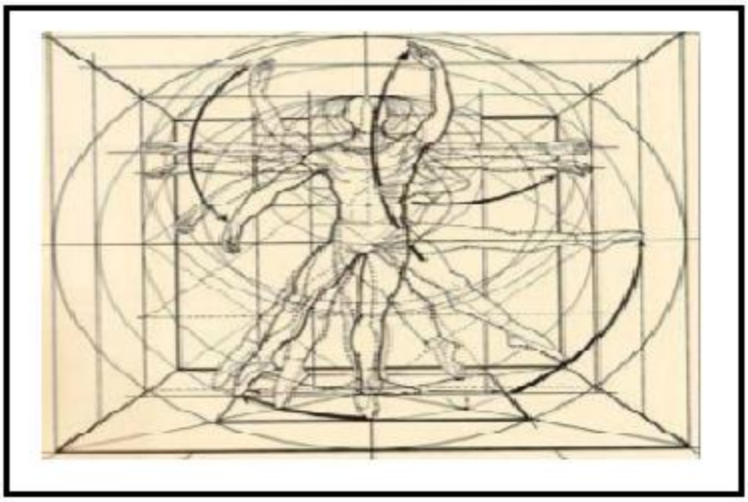
Desarrollo espacial del pas de bourrée on pointes

Imagen extraída de http://thegirlwiththeleatherrucksack.blogspot.com.ar/2011/05/classic- ballet.html

Figura 1: Desarrollo espacial

En la búsqueda de más datos geométricos presentes en la Danza, hallamos a Torija Ángel (2012) quien expresa que la Danza Clásica es enormemente geométrica por la capacidad del cuerpo, desde él se dibuja líneas rectas y curvas imaginarias en el suelo o en el aire. Al mismo tiempo que las articulaciones, como las de las caderas y hombros o la misma espina dorsal permiten sin desplazamiento movernos en la tercera dimensión y así podemos visualizarnos, dentro de un cubo que, a su vez, incluye un circulo y diferentes líneas transversales, que obedecen a los diferentes movimientos. Este cubo este círculo son parte de los movimientos de la danza y acompañan al bailarín hasta en sus desplazamientos. En la gráfica se muestra algunas figuras que se muestran a través de los movimientos de brazos, pierna y cuerpo.

Pas de bourrée: Paso que se utiliza para desplazarse. Hay algunas variaciones del pas de bourrée y se lo efectúa en distintas direcciones. Puede ser con cambios de piernas o sin éste (Vaganova, 1945, p. 85). 8Kirstein, L; Stuart, M. (2004). The Classic Ballet: Basic Technique and Terminology. New York: Alfred. a. Knopf. p. 4 (traducida por María Torija Ánge.



El espacio del bailarín de Danza Clásica. Dibujo de Carlus Dyer.

Imagen extraída desde http://www.mudanx.nl/PhD/4.4.2.html

Así mismo, Latorre (2013) realizó investigación en el marco de la Etnomatemática basada en la concepción del Doctor Ubiratan D’Ambrosio y explora los aspectos geométricos de los diseños de las danzas de los bailes religiosos del norte de Chile. El objetivo es identificar relaciones geométricas en el marco de la geometría Plana; más específicamente, en las transformaciones isométricas, puesto que se encuentran en los programas de estudio de Enseñanza Básica y Media de Chile. La investigación se interesa también en el aspecto histórico, social y en la expresión de la fe popular del folklore chileno, puesto que el marco de la etnomatemática, permite explicar, entender y relacionar sentimientos y mitos, con utilización de símbolos corporales. El explicar, entender y relacionar es el “matema” y la utilización de símbolos corporales es el “tica”. Así se procura entender los “ticas” de “matema” en el “etno” chileno; en consecuencia, se busca la relación entre las coreografías de esas danzas y las transformaciones geométricas

En la revista Marthi Mag de Montreal, Canadá, se encontraron tres artículos en francés del matemático Robert Bilinski (2007). Citado por Boccioni (2015), Según el autor, la danza es una herramienta muy útil para interpretar, visualizar y entender las matemáticas. Él observa el uso de la aritmética en ella. Para contar los tiempos musicales, así como para contar los pasos, el famoso “1, 2, 3… 1, 2, 3”. También la utilización de los números primos en la cantidad de bailarines, que crea un efecto de exclusión. Además Introduce el término de proporcionalidad explicando que los coreógrafos y los directores utilizan dicho concepto. Cuando hay un solo bailarín en el escenario el público enfoca su atención un 100% en las acciones de este. En cambio si hay dos, cada uno representa el 50% de la acción y así sucesivamente. La cantidad y la proporción entre bailarines extras y principales en una escena generan distintas emociones. Una acción dramática con una bailarina que colapsa en un escenario vacío no genera el mismo efecto que si hubiese otro bailarín u otros.

Luego expone las simetrías presentes en las coreografías. En la mayoría de las danzas se busca la simetría, pues se relaciona con el orden y la seguridad, por el contrario, su ruptura genera un desequilibrio y perturba al espectador.

Complejizado el tema, en la revista se nombra una conferencia de Matemáticas en 2004 en Montreal, donde el matemático francés, Jean-Jacques Dahan, expuso la representación matemática de los campos de vectores utilizando el software Cabri Geometry3. Él vio la semejanza de estos con los pasos de baile. Karin Waehner (1993) muestra además que se encuentran todos los elementos de un campo vectorial: atractores, repelentes y fuerza. Los bailarines representan el movimiento de las partículas en un campo vectorial. Esto sirve para resaltar la estructura del espacio en el que se mueven siendo el mismo de dos dimensiones.

Siguiendo con las investigaciones de especialistas encontramos a Erik Stern, licenciado en Biología, y Karl Schaffer, profesor de Matemática. En 1989 después de haber trabajado 3 años en la danza encontraron varias relaciones entre esta y la Matemática. Karl Schaffer, Erik Stern y Scott Kim (2001) escribieron un libro llamado Math Dance, dirigido a docentes que trabajan con alumnos de 4 a 12 años de edad. En la introducción del libro exponen varias ideas. Identifican que al momento de crear una coreografía o investigar un problema matemático, se realiza una “exploración creativa de los patrones en el espacio y tiempo con la mirada puesta en el potencial estético” (p. 5).

Observan vínculos como el siguiente:

La Matemática y la danza tratan sobre conceptos codificados, tales como simetría, conciencia espacial, problemas de conteo y patrones. Además notamos similitudes estéticas: la necesidad de consistencia interna, el objetivo de lograr un equilibrio entre el análisis y la intuición, el cual puede ser abstracto así como mundano. (Schaffer, Stern, Kim, 2001, p. 6).

La cumbia

Es un ritmo musical y baile folclórico y tradicional de Colombia. Posee contenidos de tres vertientes culturales, principalmente indígena y negra africana y, en menor medida, blanca (española), siendo fruto del largo e intenso mestizaje entre estas culturas durante la Conquista y la Colonia. El investigador Guillermo Abadía Morales en su "Compendio del folclor colombiano", volumen 3, #7, publicado en 1962, afirma que "ello explica el origen en la conjugación zamba del aire musical por la fusión de la melancólica flauta indígena gaita o caña de millo, es decir, Tolo o Kuisí, de las etnias Cunas y Koguis, respectivamente, y la alegre e impetuosa resonancia del tambor africano. El ayuntamiento etnográfico ha quedado simbolizado en los distintos papeles que corresponden en el baile de la cumbia a cada sexo".

Además, en la cumbiael cuerpo tiene más libertad de moverse y marcar diferentes figuras. Aquí los bailarines con sus cuerpos se desplazan y pueden realizar diferentes movimientos obligados por las formas geométricas como cuadrados, triángulos, pentágonos, heptágonos, círculos, decágonos y diferentes figuras más.

2.2.4 Enfoque holístico

Este enfoque filosófico parte de los principios aristotélicos de la unidad del holos, mediante el cual se pretende comprender la realidad como única, aunque se exprese de diversas maneras. En consecuencia, la comprensión, estudio y vivencia de la realidad está supeditada a múltiples factores, como consecuencia de las relaciones naturales, que son dinámicas y que a su vez propician nuevas comprensiones. De tal manera, que las visiones limitadas de los paradigmas tradicionales son sustituidas por nociones integradoras, las cuales propician una comprensión más global e integradora de la realidad.

En este orden de ideas, la concepción gerencial de la investigación desde el enfoque holístico, parte de la necesidad de un sistema organizacional que involucre a los estudiantes y los docentes como posibles investigadores, capaces de analizar el mercado laboral, el contexto sociocultural, económico y político como parte de un todo, a fin de diseñar redes de problemas investigativos que realmente se ajusten al contexto, de distribuir a estudiantes y docentes alrededor de las funciones y tareas planteadas según cada áreas de conocimiento y líneas de investigación, para producir conocimientos que respondan la realidad del entorno.

El enfoque holístico se constituye así, como una posición metodológica y epistemológica según la cual el organismo debe ser estudiado no solo como la suma de las partes sino como una totalidad organizada, de modo que es el "todo" lo que permite distinguir y comprender sus "partes", y no al contrario, pues se asume que las partes por si mismas no tienen entidad ni significado alguno al margen del todo, por lo que difícilmente se puede aceptar que el todo sea solo la "suma" de tales partes, asumiéndose entonces que "el todo es algo más que la suma de las partes".

Álvarez (1999), en su ponencia titulada "Retos de la Investigación Holística en América Latina", presentada en las I Jornadas de Investigación Holística en la Universidad Simón Bolívar, señala que el desarrollo y la autonomía científica y tecnológica es derivada de la praxis investigativa, y al ser articulada bajo un enfoque holístico permite generar un conocimiento científico de carácter metódico, universal, sistemático e innovador, comunicable y aplicable al entorno real del investigador.

Lo anterior obedece a que la investigación holística por su versatilidad y aplicabilidad permitirá a los investigadores, encontrar una propuesta integradora para desarrollar investigaciones diversas y dar respuesta a las más variadas preguntas sin cercenar las ideas ni restringir sus interrogantes planteando también la participación necesaria de los actores sociales en el eje ordenador de la gestión de conocimientos.

Sobre la base de las consideraciones anteriores, es importante abordar desde la perspectiva de Hurtado (2003) los principios filosóficos del enfoque holístico, que orientan y direccionan el abordaje investigativo y las estrategias en cuanto a la gestión de conocimientos. Cabrera. (2015)

2.3 MARCO LEGAL

Contenido curricular y Forma de Evaluación

El ministerio de educación nacional de Colombia, divulgo un documento llamado: "*Foro educativo nacional 2014: ciudadanos matemáticamente competentes*", en el cual cita:

"La evaluación debe ser formativa, continua, sistemática y flexible, centrada en el propósito de producir y recoger información necesaria sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje que tienen lugar en el aula y por fuera de ella" (MEN, 1998) (p.27)

El mismo documento incluye en el ANEXO 2: Ejemplos e Instrumentos para la evaluación del aprendizaje, (p. 51) y a partir de la página 28 se encuentran, entre otros, los siguientes textos:

¿Cómo debo evaluar?

Para abordar esta pregunta en principio debemos hacer la distinción entre dos procesos: el de valoración y el de evaluación. Por valoración se entiende la interpretación comprensiva que hace el profesor de la actividad del estudiante, tanto en el trabajo individual como en la interacción con otros cuando participa en tareas que propician la actividad matemática y sus aplicaciones en diversos ámbitos. La valoración también implica considerar varias fuentes de información, no sólo unas pruebas parciales y finales, ya que requiere datos de distinta naturaleza que permitan obtener información cualitativa y cuantitativa que se integra para caracterizar el proceso de aprendizaje del estudiante. Finalmente, la valoración también contempla la disposición que el estudiante tiene frente a su aprendizaje y frente a las matemáticas mismas. En consecuencia, la evaluación es el proceso que representar los resultados de la valoración con el fin de comunicarlos y usarlos en la retroalimentación de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

¿Qué debo evaluar?

La evaluación de competencias se focaliza en comprender y valorar el desarrollo logrado en los procesos matemáticos, en los conceptos básicos y en el uso en la formulación y resolución de situaciones problema. Para ello se identifican desempeños que dan cuenta de los estados de desarrollo de los procesos generales de la actividad matemática, de la comprensión de los objetos matemáticos, de la capacidad de transferencia de un conocimiento ya adquirido a otras situaciones, de las formas de participar y las actitudes frente a ellas, del cumplimiento de las normas, de la actitud desarrollada con relación a las matemáticas.

¿Por qué debo evaluar?

Además de valorar y caracterizar los procesos de los estudiantes, las razones más importantes para evaluar tienen que ver con el uso de sus resultados. Se incluyen cinco preguntas que pueden servir para discutir el uso dado a los resultados de la evaluación.

1. ¿Utilizamos los resultados de la evaluación y la descripción de los procesos de valoración individual para asegurar la oportunidad a todos los estudiantes de desarrollar su potencial como aprendices de las ideas y prácticas matemáticas?
2. ¿Usamos la información obtenida acerca del desempeño y nivel de competencia desarrollado por los estudiantes para re-orientar las decisiones curriculares que tomamos como docentes?
3. ¿Los resultados de la evaluación sirven para reorientar el diseño y adaptación de las actividades y tareas que integran el ambiente de aprendizaje?
4. ¿Discutimos y hacemos partícipe a los estudiantes de los resultados de la valoración y construimos con ellos, a partir de los resultados obtenidos, rutas de mejoramiento?
5. ¿Compartimos los instrumentos de valoración y sus resultados con los demás agentes educativos, para vincular a los padres de familia y a la comunidad en los nuevos procesos emprendidos para abordar la enseñanza, el aprendizaje y el seguimiento y la valoración de los aprendizajes

¿Cuándo debo evaluar?

Valorar el desempeño del estudiante mientras aprende, considerando una diversidad de estrategias de evaluación y acompañamiento por parte del profesor, con el fin de que el estudiante vincule conocimientos pre-existentes, sus aprendizajes recientes y sus habilidades para resolver problemas en situaciones significativas sugiere que la evaluación no debe concentrarse sólo en los resultados que se observan generalmente al final de un segmento de instrucción. Al considerar los énfasis en los distintos tipos de valoración que requiere el proceso de evaluación y la diversidad de instrumentos que podemos usar para hacer evaluación formativa, es posible reafirmar que la valoración debe ser un proceso permanente. Si definimos criterios claros de evaluación desde el principio y los socializamos con los estudiantes, en el momento de la valoración, los estudiantes mismos pueden ayudarnos a identificar cuáles son los aspectos que deben mejorar para que la evaluación tenga un efecto formativo. También permitirá hacer que el momento evaluativo, pueda asumirse como un momento de autoevaluación y sus resultados como una oportunidad de mejorar.

2.4 HIPOTESIS

2.4.1 H 0 Hipótesis Nula

A través del uso de la danza como herramienta mediadora para la enseñanza de la geometría y usando el modelo de Van-Hiele, **no es posible** mejorar el aprendizaje de la geometría euclidiana

2.4.2 H 1 Hipótesis Alternativa

A través del uso de la danza como herramienta mediadora para la enseñanza de la geometría y usando el modelo de Van-Hiele, **es posible** mejorar el aprendizaje de la geometría euclidiana.

Esta hipótesis es de segundo grado, ya que se está hablando de causa y efecto. (Si el niño estudia danza será mejor en geometría)

2.4.3 Docimasia de las hipótesis.

También llamada prueba de significación estadística, se refiere a la comparación de los resultados obtenidos en dos o más grupos sometidos a tratamientos diferentes.

Se aplicaran las siguientes pruebas:

- Para comparar el Grupo **G1VHD**, con el grupo **G2VH**, se empleará la prueba *t Student* de diferentes medias.
- Para comparar el Grupo **G1VHD**, con el grupo **G3**, se empleará la prueba *t Student* de diferentes medias.
- Para comparar el Grupo **G2VH**, con el grupo **G3**, se empleará la prueba *t Student* de diferentes medias.
- Para comparar los tres grupos independientes prueba de análisis de varianza (ANOVA)

2.5 IDENTIFICACIÓN DE VARIABLES

2.5.1 Primera Variable Independiente

Aprendizaje geométrico que sustenta el modelo de Van-Hiele

El aprendizaje geométrico es el proceso en el cual la persona construye la noción de espacio, establece relaciones espaciales e incorpora conceptos geométricos.

El modelo propuesto por Van-Hiele propone que esta construcción del aprendizaje geométrico sea coherente con el desarrollo evolutivo, que se describe a continuación.

- El primer nivel o visualización es el de simple reconocimiento de las figuras, que son distinguidas por medio de su forma global y no por el análisis de sus propiedades.
- El segundo nivel o análisis es el estudio de las formas, del conocimiento de las partes que lo componen, de sus propiedades básicas, y se comienza a establecer relaciones intuitivas.
- El tercero o deducción informal es el de relacionar y clasificar figuras en forma lógica pero muy sencilla.

Como se mencionó antes, los niveles cuarto y quinto no son evaluables en la educación básica primaria y no se contemplan en esta investigación.

2.5.2 Segunda Variable Independiente

Aprendizaje geométrico que emplea la danza como herramienta mediadora

El aprendizaje geométrico con la danza como herramienta mediadora es el proceso en el cual la persona construye la noción de espacio, establece relaciones espaciales a través de la danza e incorpora estos conceptos a la geometría.

Ésta construcción del aprendizaje geométrico a través de la danza debe ser coherente con el desarrollo evolutivo, que se describe a continuación.

- El primer nivel o visualización es el de simple reconocimiento de las figuras, formadas por los movimientos del cuerpo y coreográficas vistos en la danza, distinguidas por medio de su forma global y no por el análisis de sus propiedades.

- El segundo nivel o análisis es el estudio de las formas, que se dibujan con el movimiento corporal o grupal, del conocimiento de las partes que lo componen, de sus propiedades básicas, y se comienza a establecer relaciones intuitivas.
- El tercero o deducción informal es el de relacionar y clasificar figuras en forma lógica pero muy sencilla, en este nivel relaciona la danza con la geometría, pudiendo crear movimientos corporales y coreográficos basados en la geometría y viceversa

2.5.3 Variable Dependiente

Aprendizaje de la Geometría Plana

Es el aprendizaje geométrico que permite la construcción de la imaginación espacial y el desarrollo de un lenguaje geométrico en los niños, a través del estudio de formas de una, dos y tres dimensiones, el análisis de sus representaciones y el inicio del estudio de las transformaciones tales como reflexiones, rotaciones, traslaciones, ampliaciones y reducciones.

Este aprendizaje geométrico se va incorporando por medio del conocimiento de las formas geométricas, a través de variadas actividades, que permiten el reconocimiento de las características más relevantes, los nombres de cada uno de ellos, clasificaciones considerando diversos criterios, se representan a través de dibujos, se reconocen en otras formas y en objetos del mundo que nos rodea y que no se realiza por un desarrollo evolutivo.

3 CAPÍTULO III:

METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

El marco referencial finalizó con el planteamiento de la hipótesis, (relacionada con el problema y los objetivos propuestos), y la definición de variables, este capítulo, comienza con la modalidad de la investigación y enfoque, presentando la metodología de la investigación, caracterizando como y porque se eligió muestra, y continúan el diseño, los instrumentos que se emplean y el desarrollo de la metodología.

3.1 MODALIDAD DE LA INVESTIGACIÓN Y ENFOQUE

Según los objetivos planteados en ésta investigación, que busca obtener y aplicar nuevos conocimientos, es necesario optar por hacer una **investigación de tipo aplicada,** por el grado de profundización necesaria para los análisis y el poco material teórico referente al uso de la danza como herramienta mediadora para la enseñanza de la geometría se trata de una investigación **exploratoria,** además, es una **investigación cuantitativa** basada en el estudio y análisis de los puntajes obtenidos en evaluaciones que emplearon diferentes procedimientos basados de medición.

Las variables objeto de estudio, que proporcionan los resultados de las evaluaciones, son manipuladas cambiando la metodología empleada en el proceso de formación para cada uno de los grupos de niños, así:

- **Grupo 1DVH:** Los estudiantes practican la danza y ésta se emplea como herramienta mediadora, además se emplea el modelo de Van-Hiele como teoría de enseñanza y aprendizaje de la geometría.

- **Grupo 2VN:** Los estudiantes no practican la danza pero intervienen como espectadores y esto se emplea como herramienta mediadora, también son capacitados mediante el modelo propuesto por Van-Hiele.

- **Grupo 3:** Los estudiantes reciben la formación tradicional y son ajenos tanto a la danza, como al modelo de Van-Hiele.

Por el grado mayor de manipulación de las variables, el proceso de investigación debe considerarse como **cuasi-experimental,** pues no se posee un control total sobre todas las variables, lo cual es evidente si se considera que el objeto de estudio son personas.

Éste proyecto de investigación pretende demostrar una hipótesis inicial, por tanto se trata de un método **hipotético-deductivo** lo que le da un carácter verdaderamente científico, pues los hechos son observados mediante la inducción.

Según el período temporal en que se realiza esta investigación es de tipo **transversal**, por ello se comparan el nivel de conocimientos adquiridos por los tres grupos diferentes de estudiantes al finalizar cada nivel (período), y ellos se encuentran en el mismo grado (quinto) de escolaridad.

En resumen, la modalidad de investigación es **aplicada, exploratoria, cuantitativa, cuasi-experimental, hipotético-deductiva y transversal**

3.2 POBLACION Y MUESTRA

3.2.1 Universo

114 alumnos de grado 5º de educación básica, del colegio Antonio Roldan Betancur, del municipio de Necoclí en Antioquia

3.2.2 Muestra

El proceso de selección de los estudiantes de los grados Quinto A y Quinto C, se realizó teniendo en cuenta el bajo desempeño de los mismos en las pruebas internas y externas que se les practicaron, en ellas se evidencio la dificultad para responder preguntas relacionadas con los pensamientos: métricos, geométricos y espaciales.

Igualmente, es necesario aclarar, que la conformación del grupo de danza al cual ingresaron los 18 estudiantes objeto de estudio (**G1DVH**: Grupo 1 Danza, Van-Hiele), no fue totalmente al azar debido a que los alumnos se incorporaron por voluntad propia, sin embargo no existe en ese momento una diferenciación en cuanto a la variable dependiente.

El grupo **G2VH** (Van-Hiele) se conformó por descarte con los demás alumnos del Grado 5A que no se inscribieron en danza, pero a los que se les guiara empleando el método de Van-Hiele.

Por otra parte al curso que no tiene intervención (Grado 5C) que cuenta con 37 estudiantes y permanecerá unido, se le denominará **G3**

Como puede verse, fueron seleccionados 72 estudiantes para la muestra, organizados en tres grupos (**G1DVH, G2VH** y **G3**) como se dijo anteriormente, y que se describen detalladamente a continuación en el diseño metodológico

3.3 DISEÑO METODOLÓGICO

Por tratarse de un verdadero diseño experimental se optó por emplear la prueba previa (Pretest) y posterior (Postest), lo cual se constituye en el método elegido para comparar los tres grupos participantes y medir el grado de cambio que se produce como resultado de las intervenciones.

Lo anterior es consecuencia de la hipótesis y de las variables conceptuales derivadas de ellas, de los objetivos, de las preguntas, y de la elección de la muestra. Por tanto esta investigación cuasi experimental emplea un diseño con tres grupos, así:

Tabla 2: Diseño Metodológico

Grado	**5A**	**5A**	**5C**
Grupo	**G1DVH**	**G2VH**	**G3**
Estudiantes	18	17	37
Danza como mediadora	**Con**	**Sin**	**Sin**
Modelo Van-Hiele	**Con**	**Con**	**Sin**
Geometría	**Con**	**Con**	**Con**

Donde el grupo **G3** servirá como grupo de control, y los Grupos **G1DVH** y **G2VH,** serán intervenidos con las variables independientes, como se describió anteriormente.

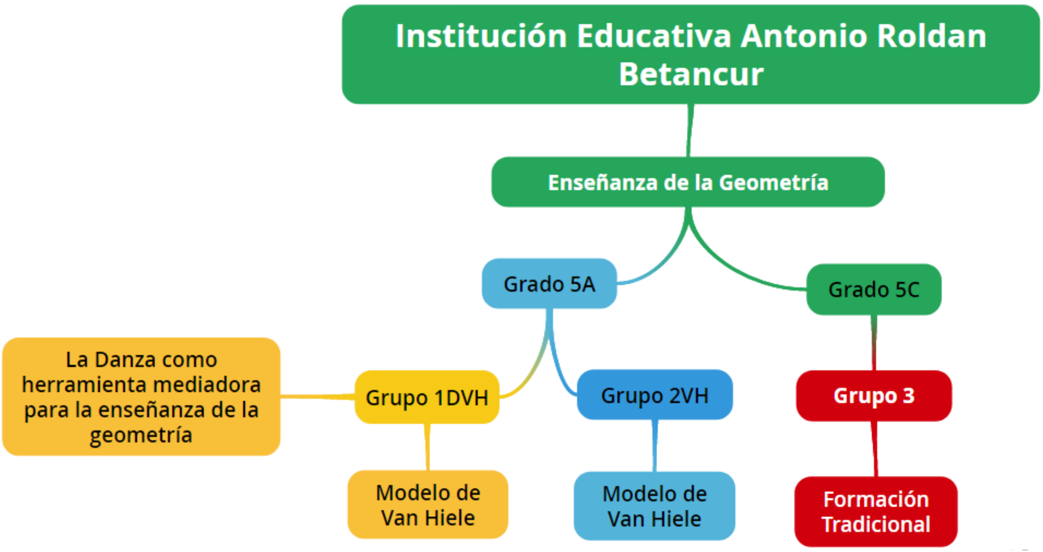


Gráfico 2: Modelo de investigación

El esquema anterior sintetiza y representa el diseño del modelo de investigación que se aplica en este estudio.

3.4 ETAPAS EN EL DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÒN

La investigación se efectuó en el transcurso del año 2017, durante cuatro períodos, en cada período se desarrollaron los contenidos de acuerdo a los derechos básicos de aprendizaje, estipulados para el grado quinto, según los lineamientos curriculares del ministerio de educación, a través del programa todos aprender, y adaptado a las necesidades propias de los estudiantes, así:

Tabla 3: Etapas en el desarrollo de la Investigación

ETAPAS	DESCRIPCIÓN	ACTIVIDADES	ACTORES
Delimitación del Problema	Definir el objeto de estudio y escoger una metodología adecuada al mismo	Revisar de investigaciones anteriores	Investigador Tutor
Revisión teórica	Ubicar el objeto de estudio en el marco del conocimiento desarrollado en el área	Consultar fuentes, bibliográficas y digitales	Investigador

ETAPAS	DESCRIPCIÓN	ACTIVIDADES	ACTORES
Elaboración de instrumento	Establecer criterios organizados de los datos que se necesitan para la investigación	Elaboración, Valoración, y diseño final de las pruebas (Pretest y test periódicos)	
Diagnóstico	Acercarse a la realidad de cada grupo a través de la recolección de datos	Aplicar el pretest	
Desarrollo de la temática	Cada período tiene sus propias temáticas y objetivos, así: **Primer Período:** rectas, ángulos y tipos de líneas **Segundo Período:** triángulos y cuadriláteros **Tercer Período**: Polígonos regulares e irregulares **Cuarto Período:** Plano Cartesiano	Se pasa por los tres niveles de Van-Hiele y sus fases, como se evidencia en la **Tabla 10**: Etapas del trabajo de campo. Al finalizar cada período se realiza el test correspondiente	
Análisis de datos	Agrupar resultados de acuerdo con los resultados que permitan inferir la situación real de la cuestión	La elaboración de análisis estadístico se realizó con Microsoft Excel	
Redacción de conclusiones y elaboración del informe	Extraer resultados de investigación y ordenarlos en un todo coherente y comprensible	Elaboración y compaginación del informe final	

3.5 INSTRUMENTOS PARA RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

3.5.1 Instrumentos

La recolección de la información pertinente a la relación de las variables involucradas en la investigación, implicó la construcción de un instrumento “prueba objetiva” (*ver Elaboración del instrumento de evaluación*

Prueba objetiva) y un procedimiento para la “realización de la prueba”.

3.5.2 Pretest, prueba de diagnóstico de competencias

Como instrumento de diagnóstico al iniciar el primer período, se creó y efectuó un Pretest de geometría, (ver ANEXO 1: TEST DE DIAGNÓSTICO, pág.139), el cual se diseñó especialmente para obtener una calificación inicial promedio de cada grupo. Ésta calificación al final será utilizada como parámetro de comparación al confrontar los promedios de diagnóstico de cada grupo con los promedios de las notas finales obtenidas en las Pruebas por el mismo grupo.

Adicionalmente, éste test permitirá detectar si existen diferencias iniciales significativas entre los tres grupos objeto de estudio en torno a sus conocimientos y conceptos previos de geometría.

Analizar los resultados de los test y compararlos, mediante las técnicas estadísticas adecuadas permitirá observar cuantitativamente las diferencias (si las hubiera) en las evaluaciones de cada grupo, con estos análisis se quiere verificar o no si la hipótesis inicial es cierta.

3.5.3 Elaboración del instrumento de evaluación

Prueba objetiva

Dado que la investigación se desarrolla durante prácticamente todo el año escolar, la prueba objetiva se divide en 6 Pruebas, atendiendo los temas específicos de cada período académico.

Las Pruebas serán presentadas por los estudiantes al final de cada tema, estas son objetivas pues al momento del estudiante presentarlas no se diferencia si él está en danza, si sobre él se ha aplicado el modelo de Van-Hiele o si es parte del programa regular del colegio, las Pruebas de geometría fueron consideradas como las de mayor ponderación en cada período al interior de la institución.

Otra característica relevante de las evaluaciones es que cumplen con los lineamientos dados por el Ministerio de Educación Nacional (MEN), como se expuso en el marco legal “Contenido curricular y Forma de Evaluación” (P. 44) y también incorporan las recomendaciones de evaluar todos los niveles y fases del modelo de Van-Hiele para los tres grupos (G1DVH, G2VH y G3), y a pesar de que el Grupo 3 no empleaba el método de Van-Hiele si era pertinente emplear el mismo esquema de evaluación, dado que esto no falsea en manera alguna los resultados obtenidos.

En definitiva las notas empleadas para hacer seguimiento y análisis a los estudiantes objeto de estudio de esta investigación, son las calificaciones de las Pruebas obtenidas como parte de la evaluación realizada a cada estudiante de geometría, ellas se agruparan y promediaran en cada uno de los cuatro períodos académicos, clasificadas en los tres niveles de aprendizaje de Van-Hiele, como se ve en la siguiente tabla:

Tabla 4: Diseño tabla de calificaciones promedio por grupo

Periodo	Niveles	G1DVH	G2VH	G3	Promedio
1	Nivel 1: Visualización				
	Nivel 2: Análisis				
	Nivel 3: Deducción informal				
	Nota promedio periodo 1				
2	Nivel 1: Visualización				
	Nivel 2: Análisis				
	Nivel 3: Deducción informal				
	Nota promedio periodo 2				
3	Nivel 1: Visualización				
	Nivel 2: Análisis				
	Nivel 3: Deducción informal				
	Nota promedio periodo 3				
4	Nivel 1: Visualización				
	Nivel 2: Análisis				
	Nivel 3: Deducción informal				
	Nota promedio periodo 4				
	PROMEDIO DEL GRUPO				

Fuente: Propia

Los test o prueba objetiva, se focalizan en la evaluación de los tres niveles de razonamiento de cada tema desarrollado en cada período. Teniendo en cuenta especificar los indicadores de desempeño, como se muestra en las siguientes tablas:

Tabla 5: Evaluación del nivel I: Visualización

Periodo	Evaluación del Nivel 1	Test de Control Nº	Pregunta Nº
1	Reconocer las clases de líneas (rectas, semirrectas y segmentos, Paralelas, secantes, perpendiculares y tangentes)	1	1
	Identificar ángulos y tipos de líneas, en un set de trazos geométricos y en los objetos del entorno		2
	Identificar los tipos de ángulos en dibujos o en los objetos del entorno		3
	Identifica los elementos que conforman una circunferencia	2	7
2	Reconocer las clases de triángulos según sus lados	3	1
	Reconocer las clases de triángulos según sus ángulos		2
	Reconocer las clases de triángulos según sean congruentes o semejantes, Según sus ángulos y según sus lados		4
3	Reconoce los tipos de Cuadriláteros	4	1
	Reconoce las partes de un polígono	5	1
	Reconoce los tipos de polígonos según sus lados Regulares, Irregulares, cóncavos o convexos		2
	Reconoce los ejes de Simetría		5
4	Reconoce las partes del Plano Cartesiano	6	1
	Identifica las coordenadas el plano cartesiano		6
	Identifica en que cuadrante están ubicados elementos en el plano cartesiano		8
	Identifica la medida de un ángulo de rotación en el plano cartesiano		9
		TOTAL ITEMS	**15**

Tabla 6: Evaluación del nivel II: Análisis

Periodo	Evaluación del Nivel 2	Test de Control Nº	Pregunta Nº
1	Dibuja y construye ángulos siguiendo instrucciones	1	4
	Dibuja ángulos de medidas exactas y los identifica	2	1
	Establecer relación entre los tipos de líneas rectas		2
	Dibuja y reconoce los ángulos formados entre dos rectas paralelas y transversales		3
	Resuelve problemas en los cuales debe identificar ángulos según su tipo		4
	Diferencia Círculos Tangentes y secantes		8
2	Diferencia las clases de triángulos según sean congruentes o semejantes	3	3
	Establece que la suma de los ángulos internos de un triángulo es de 180º		5
	Establece que la suma de los ángulos exteriores de un triángulo es de 360º		6
	Diferencia los conceptos de cóncavo y convexo en polígonos	4	2
	Dibuja cualquier cuadrilátero siguiendo instrucciones		3
3	Establece las partes de un polígono e identifica sus medidas observando la figura	5	6
	Relaciona a través de análisis las fórmulas de áreas de figuras geométricas con la propia figura		7
4	Comprende los conceptos de congruencia y semejanza	6	2
	Diferencia entre los movimientos de rotación y traslación en el plano cartesiano		7
	Reconoce el punto medio entre dos figuras ubicadas en el plano cartesiano		10
		TOTAL ITEMS	**16**

Tabla 7: Evaluación del nivel III: Deducción informal

Periodo	Evaluación del Nivel 3	Test de Control Nº	Pregunta Nº
1	Resuelve problemas lógicos con ángulos formados por dos líneas paralelas y una secante, establece sus propiedades	2	4
	Resuelve problemas en los cuales debe identificar ángulos según su tipo, diferencia sus propiedades		5
	Resuelve problemas en los cuales debe identificar tipos de líneas		6
2	Deduce a partir de dos ángulos dados otras características del triangulo	3	7
	Deduce el valor de un ángulo interior de un triángulo conociendo dos de sus ángulos		8
	Calcula perímetros y áreas de un rectángulo	4	4
	Resuelve problemas de perímetros y áreas con figuras planas		5
	Resuelve problemas integrando conceptos de triángulos, rectángulos y perímetros		6
	Diferencia los tipos de cuadriláteros (cóncavos y convexos) y establece relaciones entre sus propiedades		2
	Construye cualquier tipo de cuadrilátero respetando sus propiedades según instrucciones		3
	Resuelve problemas sobre perímetros integrando los conceptos de cuadriláteros y triángulos		5
3	Resuelve problemas dibujando cualquier polígono y diferenciando sus propiedades	5	3
	Deduce áreas y semejanzas entre fórmulas de triángulos, rombos, trapecios y rectángulos		4
4	Deduce como es cualquier polígono según propiedades dadas	6	3
	Calcula el área de polígonos regulares y deduce los criterios con que se calcula		4
	Ubica coordenadas en el plano Cartesiano		2
	Resuelve problemas construyendo figuras en el plano cartesiano y entiende el concepto de simetría		3
	Construye un polígono mediante coordenadas e identifica simetrías		4
	Grafica ejes de simetría en el plano cartesiano		5
	Define los conceptos de congruencia y semejanza		6
	Deduce y construye caminos para ir de un punto a otro en el plano cartesiano		11
	Resuelve situaciones problemáticas de ubicación en el plano cartesiano		12
	Calcula distancias en el plano cartesiano		13
		TOTAL ITEMS	**23**

Tabla 8: Resumen preguntas de evaluación de los 3 niveles por período

NIVEL	PERÍODOS				ITEMS	
	PRIMERO	SEGUNDO	TERCERO	CUARTO	Cantidad	Porcentaje
1. Visualización	4	3	4	4	15	27,80%
2. Análisis	6	5	2	3	16	29,60%
3. Deducción Informal	3	8	2	10	23	42,60%
Total Ítems	13	16	8	17	54	100,00%
Porcentaje	24,10%	29,60%	14,80%	31,50%	100,00%	

3.5.4 Validez Interna

Se prestó especial atención a las siguientes fuentes, para evaluar el grado de influencia que tiene la aplicación de los modelos didácticos (Van-Hiele y Danza) en el aprendizaje geométrico, y ejercer un control en la explicación de que esta influencia, sólo se debe a la presencia o ausencia de las variables independientes.

Tabla 9: Validez Interna

Historia	**Maduración**
Se empleó el mismo docente de geometría en los tres grupos, y se tuvo en cuenta que mantener el mismo contenido curricular. Apoyo del equipo directivo y los docentes de danza y dirección de grupo en el desarrollo del proceso. Entrega a los docentes, de una planificación para desarrollar el modelo didáctico. Capacitación en el tema geométrico y el modelo didáctico. Entrega de materiales para cada uno de los alumnos	Desarrollo de la experiencia en los cuatro períodos académicos, con una duración total alrededor de 10 meses. Intensidad de 1 hora semanal para la enseñanza de la geometría, en las horas de la mañana. Para evitar afectación por los festivos, ninguno de los grupos tenia clases de geometría programadas para los días lunes. Las actividades motivadoras que requieren el uso de material concreto, dibujos y construcciones geométricas fueron empleadas por igual en los tres grupos
Inestabilidad	**Administración de Pruebas**
Aplicación de pruebas de seguimiento objetiva durante el transcurso del período, para medir el nivel de aprendizaje geométrico de los niños.	Aplicación del instrumento por un evaluador, en las mismas condiciones (horario, tiempo asignado, instrucciones, etc.)
Instrumentación	**Selección**
Aplicación del instrumento de diagnóstico al principio del año, y de las pruebas al término de cada período.	De grado quinto se eligieron los dos grupos con menor rendimiento académico en geometría del año anterior, dado que era muy similar en ambos

3.5.4.1 Objetivos

Al comenzar la investigación

Determinar el nivel de razonamiento geométrico en que se encuentran los alumnos, en los temas básicos de ángulos, cuadriláteros, polígonos y conceptos de circunferencias y plano cartesiano.

Al finalizar la investigación

Evaluar el nivel de razonamiento alcanzado después de haber implementado las diversas metodologías de enseñanza, aplicadas a cada grupo, habiendo sido el mismo contenido geométrico, para la variable dependiente en cada grupo.

3.5.4.2 Elaboración de las pruebas

Cada una de las pruebas se diseñó conservando un equilibrio en cuanto a las diferentes temáticas y fue estructurada de forma que el alumno necesitara hacer uso de los conocimientos adquiridos y habilidades de: “visualización”, “análisis” y “deducción informal” para resolverla. El resultado de la prueba, al final revelará no sólo el desempeño del estudiante frente a cada uno de los niveles y objetivos propuestos, sino también en las dos fases evaluables: “Explicitación” e Integración” propuestas en el modelo de Van-Hiele.

Por lo anterior, se definieron los objetivos generales y los indicadores en cada nivel de razonamiento.

Se realizó la determinación de ítems de la prueba que recogen los indicadores, la ponderación del grado de dificultad de los ítems, y la preparación de los ítems para la prueba.

En cuanto a las fechas se estableció que se debían aplicar durante o al final de cada período, justamente luego de completar una temática importante, así:

- **Primer Período:** Una prueba de Rectas y ángulos, otra prueba de tipos de líneas y círculos
- **Segundo Período:** Una prueba de triángulos y otra de Cuadriláteros
- **Tercer Período:** Una prueba de Polígonos regulares e irregulares.
- **Cuarto Período:** Una prueba de Plano cartesiano

Para algunas pruebas se contemplan varios elementos que pueden no pertenecer al período en desarrollo sino a los anteriores.

El contenido de estas pruebas puede verse en el ANEXO 3: PRUEBAS . (pág. 141)

3.6 VALORACIÓN Y VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO

La validez del instrumento de prueba radica en que el contenido de cada uno de los test, constituye una muestra representativa de los elementos del constructo que se pretende evaluar.

El instrumento debe medir la comprensión y habilidades de cada alumno de acuerdo a los indicadores establecidos previamente en el tema en curso.

3.6.1 Validez

La validez del contenido de la prueba, debe considerar el grado en que la prueba representa una muestra adecuada del contenido temático.

1. **Relevancia**: si todos los ítems están dentro del dominio de interés.
2. **Representatividad**, muestra aleatoria del universo (los ítems representan o reproducen proporcionales las características esenciales del universo).

La validez fue otorgada por dos expertos, del área de matemáticas, que efectuaron una revisión y análisis de los ítems en particular y de la prueba en general

3.6.2 Confiabilidad.

El análisis de los ítems permite:

- Identificar ítems débiles o defectuosos.
- Determinar el grado de dificultad de cada ítem.
- Determinar la capacidad discriminante.
- Determinar intercorrelaciones entre ítems
- Determinar el tamaño final de la prueba.
- Establecer límites de tiempo.

4 CAPITULO IV:

TRABAJO DE CAMPO

Muchas veces pensamos en la matemáticas como algo abstracto, que no podemos relacionar con nada y que es un enemigo para varios, hasta incluso la esquivamos a la hora de seguir con algún estudio superior, será porque cuando es enseñada no se muestra toda su belleza y la gran cantidad de aplicaciones que tiene.

Vivimos en un mundo matematizado, conocer y poder entender su lenguaje nos convierte en privilegiados y buenos pensantes, debemos abrir nuestra mente y darle paso a esta ciencia que tiene tantas maravillas y de la cual solo conocemos tan pocas.

Poder ver como los movimientos de la danza folclórica contienen tanta geometría, tantas figuras, transformaciones geométricas, como el cuerpo mismo es un volumen que se mueve en diferentes direcciones, como los movimientos se proyectan y como se mezcla esa técnica con el sentimiento es algo que pocos conocen.

A continuación se presentan algunas prácticas de baile que dan cuenta de la relaciones que existen entre la danza y la geometría, durante el desarrollo del pensamiento espacial y una gama de movimientos que ayudan a los estudiantes a desarrollar competencias euclidianas de una forma divertida. A un que todavía queda mucha geometría por descubrir y también mucha danza para bailar y movimientos por realizar.

4.1 ETAPAS DEL TRABAJO DE CAMPO

Dado que la investigación se realizó durante los meses de enero a noviembre del año 2017, el trabajo de campo se dividió en períodos según los contenidos académicos, como se muestra a continuación:

Tabla 10: Etapas del trabajo de campo

<table>
<tr><th colspan="2">ETAPA</th><th>DESCRIPCIÓN DE LA ETAPA</th><th>INICIA</th><th>FINALIZA</th></tr>
<tr><td rowspan="5">1er Período</td><td rowspan="3">Diagnos-tico</td><td>Diseño y validación de test</td><td colspan="2" rowspan="3">Tercera semana de Enero</td></tr>
<tr><td>Diagnóstico y conformación de los grupos</td></tr>
<tr><td>Aplicación del test</td></tr>
<tr><td>Desarrollo</td><td>Rectas, ángulos y tipos de líneas</td><td>Enero</td><td>Marzo</td></tr>
<tr><td>Toma de Datos</td><td>Aplicación de los Test No1 al finalizar cada fase evaluable de Van-Hiele</td><td colspan="2">Marzo</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2do Período</td><td>Desarrollo</td><td>Triángulos y cuadriláteros</td><td>Abril</td><td>Junio</td></tr>
<tr><td>Toma de Datos</td><td>Aplicación de los Test No 2 al finalizar cada fase evaluable de Van-Hiele</td><td colspan="2">Mayo</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3er Período</td><td>Desarrollo</td><td>Polígonos</td><td>Julio</td><td>Septiembre</td></tr>
<tr><td>Toma de Datos</td><td>Aplicación de los Test No 3 al finalizar cada fase evaluable de Van-Hiele</td><td colspan="2">Septiembre</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4to Período</td><td>Desarrollo</td><td>Plano Cartesiano</td><td>Octubre</td><td>Noviembre</td></tr>
<tr><td>Toma de Datos</td><td>Aplicación de los Test No 3 al finalizar cada fase evaluable de Van-Hiele</td><td colspan="2">Noviembre</td></tr>
</table>

4.2 CONFORMACIÓN DE LOS GRUPOS

Para conformar los grupos objeto de investigación, se tomó en cuenta tanto el rendimiento como los resultados en las pruebas internas y externas obtenidas por cada grado el año anterior. Como resultado de este análisis se optó por elegir el grado de mejor rendimiento (Quinto C), como referente de comparación, sin intervenir en él con el Modelo de Van-hiele (salvo en las pruebas) o con la danza, este grupo lo conforman 37 estudiantes y como se dijo se le nombró: **G3**.

Igualmente se optó por dividir el grado de más bajo rendimiento el año anterior, (Quinto A), con el propósito de hacer la selección del grupo de danza de acuerdo a las habilidades y disposición de ellos para el baile. En ningún momento se tomó en consideración su desempeño en académico. Con esta estrategia se conformó el grupo de danza con diez y ocho estudiantes (la mitad del grupo), a este grupo se le nombró: **G1VH** (Grupo G1 Danza-Van-Hiele)

Los 17 estudiantes restantes del Grado Quinto A, conforman el llamado: **G2VH** (Grupo 2 Van-Hiele)

4.3 DIAGNÓSTICO DE COMPETENCIAS

Se realizó un pretest o prueba de diagnóstico de competencias, (ver ANEXO 1: TEST DE DIAGNÓSTICO), a los estudiantes de los tres grupos (**G1VHD**, **G2VH**, **G3**) para obtener una nota que será la evidencia los conocimientos y conceptos previos. (Ver ANEXO 1: TEST DE DIAGNÓSTICO, pág.139), el puntaje máximo de éste test de diagnóstico es de cincuenta puntos, (ver pág. 140) para efectos de acoplar al sistema de calificación tradicional se divide por diez

4.4 PAUTAS PARA EL DESARROLLO DE ACTIVIDADES

Las actividades propuestas deben conducir al estudiante a cumplir con una de las siguientes acciones:

- Identificar
- Relacionar
- Clasificar
- Describir
- Definir
- Dibujar o construir
- Reflexionar
- Analizar
- Inducir
- Deducir
- Demostrar
- Resolver situaciones problemáticas

Con el fin de desarrollar las siguientes destrezas en geometría:

Reconocimiento (destrezas visuales), Comunicación (destrezas verbales), Representación (destrezas manuales), Razonamiento (destrezas lógicas), Síntesis y aplicación de las destrezas anteriores

4.5 PRIMER PERÍODO: RECTAS, ÁNGULOS Y TIPOS DE LÍNEAS

Este período corresponde a los meses enero, febrero y marzo

4.5.1 Objetivos fundamentales

- Caracterizar y comparar los tipos de rectas y ángulos, manejando un lenguaje geométrico.
- Dibujar todo tipo de líneas y ángulos de acuerdo a características dadas.
- Resolver problemas que integren los conceptos de líneas y ángulos

4.5.2 Objetivos específicos

Tabla 11: Objetivos Específicos del primer período

Nivel I, Visualización
• Reconocer las clases de líneas (rectas, semirrectas y segmentos, Paralelas, secantes, perpendiculares y tangentes) • Identificar ángulos y tipos de líneas, en un set de trazos geométricos y en los objetos del entorno • Identificar los tipos de ángulos en dibujos o en los objetos del entorno • Identifica los elementos que conforman una circunferencia
Nivel II, Análisis: Objetivos Específicos
• Dibuja y construye ángulos siguiendo instrucciones • Dibuja ángulos de medidas exactas y los identifica • Establecer relación entre los tipos de líneas rectas • Dibuja y reconoce los ángulos formados entre dos rectas paralelas y transversales • Resuelve problemas en los cuales debe identificar ángulos según su tipo • Diferencia Círculos Tangentes y secantes
Nivel III, Deducción informal
• Resuelve problemas lógicos con ángulos formados por dos líneas paralelas y una secante, establece sus propiedades • Resuelve problemas en los cuales debe identificar ángulos según su tipo, diferencia sus propiedades • Resuelve problemas en los cuales debe identificar tipos de líneas

4.5.3 Actividades generales: “Rectas, ángulos y tipos de líneas”

4.5.3.1 Actividad 1, Reconocimiento de tipos de líneas

En esta actividad se les presentó a los participantes la siguiente figura:

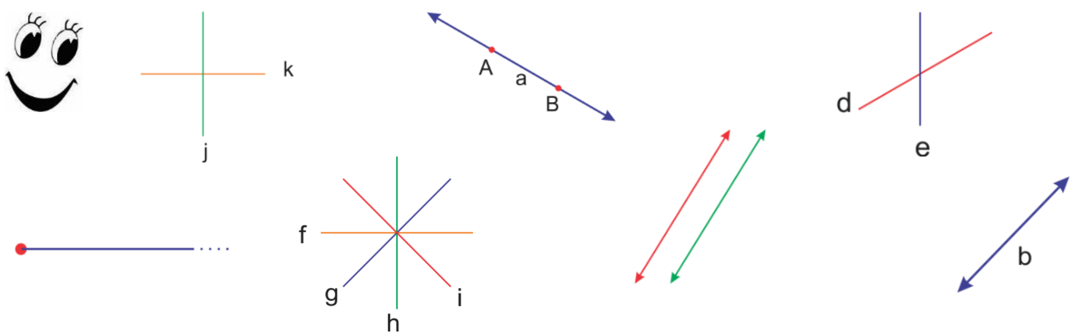


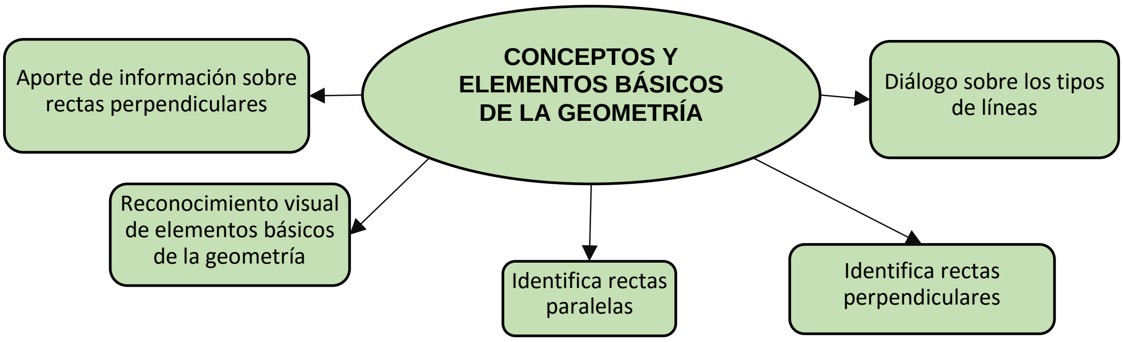
Gráfico 3: Tipos de líneas

A continuación se solicitó que definieran con sus palabras cada uno de los elementos encontrados en la figura.

Al comienzo se sintieron nerviosos y con dudas pero después fueron tomando confianza a medida que observaban y respondían la actividades, que se llevó a cabo en forma grupal.

Los estudiantes realizaron el ejercicio correctamente, luego en la actividad escrita se desarrolló un ejercicio similar para que reforzaran estos conceptos.

En las respuestas dadas por los estudiantes, éstos sostienen que: “una recta es una línea que no tiene fin, que un segmento de recta tiene inicio y tiene fin, que dos rectas paralelas son aquellas que tienen la misma distancia y que no se encuentran en un punto, que dos rectas perpendiculares son aquellas que se cruzan y forman ángulos rectos”



Fuente: Elaboración propia

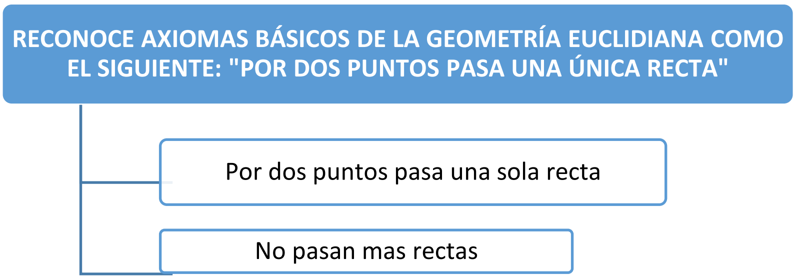
Gráfico 4: Objetivos de visualización en tipos de líneas

En el anterior esquema se muestra la relación entre el objetivo y el nivel I de razonamiento.

4.5.3.2 Actividad 2, Reconocimiento de axiomas básicos

En el nivel 2 "análisis", fase de "orientación libre" se induce a los estudiantes a reconocer axiomas básicos de la geometría euclidiana como el siguiente: "Por dos puntos pasa una única recta".

Para poder establecer la respuesta a este interrogante, se entregó una hoja de papel en la cual se encontraban dos puntos dibujados, un lápiz y una regla para que trazaran todas las posibles rectas que pasaran por estos dos puntos. El ejercicio realizado por la estudiante resultó sencillo, puesto que no dudó en trazar una única recta y afirmó que por estos puntos sólo podía pasar una sola recta. Esta misma respuesta fue ratificada en la actividad escrita, en la cual demostró seguridad en la respuesta proporcionada, al igual que el resto de sus compañeros.



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 5: Axioma de los dos puntos

4.5.3.3 Actividad 3, Creación de ángulos

En esta actividad uno de los alumnos dibuja un ángulo, el otro debe medirlo y describir a qué tipo de ángulo corresponde, argumentando el porqué de su clasificación.

Fuente: Elaboración propia

Fotografía 1: Actividad práctica, construcción y medición de ángulos.

4.5.4 Actividad diferenciadora del primer período, Grupo G1DVH

El primer período se realizó en los meses de enero, febrero y marzo

4.5.4.1 “Las líneas y ángulos mi cuerpo”

En estos tres meses a través de las prácticas de baile, se enseñó a los estudiantes la relación existente entre la danza y la geometría así: Al primer período se le dio el nombre de**:** *“Las líneas y ángulos de mi cuerpo”*,

Se inicia con actividades motivadoras como juegos de rondas, que conlleven al reconocimiento del cuerpo, la expresión corporal que este ofrece, para ir adquiriendo conciencia de sus esquemas y retroalimentar nociones de posición: arriba, abajo, detrás, adentro, afuera, entre otros, expresar sentimientos e ideas con su cuerpo y los movimientos que este ofrece, destacando la función de las articulaciones y la forma en que cambian, se destacó en especial, el tipo de movimientos de brazos y piernas, los ángulos que forman y se enseñó el movimiento de los brazos manteniéndolos paralelos, el ángulo recto que forma el codo al sostener una vela, un pañuelo, y la línea recta continua que se forma cuando se unen de las manos con los brazos extendidos horizontalmente.

En la etapa de diseño de las coreografías, se representó cada bailarín como un punto, La distancia entre las parejas como un segmento y el escenario como un planograma

Durante este período se llevaran a cabo las actividades de visualización (observando videos de danza), análisis (planeando una coreografía (formando líneas paralelas, perpendiculares, secantes) y creando a través de la deducción informal toda la coreografía para plasmarla en un escenario, dando solución a un objetivo de danza y geometría.

4.5.4.2 Actividad 1: Coreografía de Alineación, líneas del movimiento.

El grupo de danza representa a través de la coreografía diferentes alineaciones, como se aprecia en el siguiente collage:

Fuente: Elaboración propia

Fotografía 2: líneas y la coreografìa

Los movimientos en grupos e individuales marcan distintos tipos de líneas, en esta práctica se establecen la relación entre la coreografía y la alineación entre grupos o individualmente.

Seguidamente, se solicitó a los estudiantes de danza que identificaran en la coreografía los momentos puntuales en los que se representaron líneas sobre el escenario.

Entre las respuestas obtenidas se resaltan las siguientes:

Al realizar los movimientos se formaban líneas paralelas, perpendiculares y secantes tanto a nivel individual con los movimientos sobre el piso como también se podían apreciar en la formación con los compañeros.

Posteriormente esta situación fue descrita de manera teórica, los estudiantes representaron en hoja de papel, sus observaciones, la mayor parte de ellos indicaron que “las líneas que se formaron perpendiculares, con de ángulos rectos de 90º e identificaron líneas paralelas y secantes. Durante estas actividades sólo un estudiante presentó dificultad para realizar correctamente el razonamiento, los demás sorprendieron con la precisión de la interpretación.

4.5.4.3 Grupo G2VH

Recibieron la capacitación tradicional pero teniendo cuidado de pasar por todos los niveles de Van-Hiele.

4.5.4.4 El grupo G3

Durante este período se les enseñaron los mismos contenidos, pero la profesora del grupo siguió las pautas de la formación tradicional siendo ajena a los métodos propuestos en el modelo de Van-Hiele y en la danza

4.5.4.5 Actividades a realizar

Actividades donde puedan manipular, colorear, doblar, dibujar, construir y elaborar ángulos, rectas y segmentos regulares.

4.5.5 Nivel I: “Visualización” - Fases

4.5.5.1 Primera fase: “Preguntas/Información”

Se realizó un diálogo de diagnóstico para determinar el nivel de conocimiento en que se encuentran los alumnos frente a los conceptos “líneas” y “ángulos”.

4.5.5.2 Segunda fase: “Orientación Dirigida”

- ✓ En el aula de clase, construyen diferentes clases de líneas y ángulos empleado geoplanos.
- ✓ Construyen líneas paralelas, perpendiculares, secantes y tangentes
- ✓ Pegando palillos sobre una cartulina, construyen todos los tipos de líneas y ángulos posibles
- ✓ Seleccionan de un set de líneas geométricas las que rectas, los segmentos, los puntos, líneas paralelas, perpendiculares, secantes y tangentes
- ✓ Reconocen objetos y elementos cotidianos en su entorno que generan ángulos y líneas, tales como puertas, tijeras, ventanas, articulaciones del cuerpo y demás.

En el desarrollo de las actividades se destacan las propiedades de las líneas y ángulos según su amplitud

4.5.5.3 Tercera fase: “Explicitación”

- Denominan las rectas paralelas, perpendiculares, secantes y tangentes según el caso
- Denominan a las ángulos de menos de 90º como “ángulos agudos”, a los de 90º como “rectos”, a los de 180º como “llanos” y obtusos a los ángulos entre 90º y 180º
- Denominan en cualquier ángulo sus lados y vértices
- Dibujan y miden ángulos, agudos, rectos, obtusos y llanos
- Denominan en un set de formas ángulos rectos, llanos, obtusos y agudos

4.5.5.4 Cuarta Fase: “Orientación Libre”

- En dibujos reconocen los que son líneas y ángulos.
- Representan formas de ángulos y líneas usando movimientos en el espacio.
- Exploran las características de las líneas y ángulos al realizar clasificaciones con distintos criterios.
- Descubren procedimientos para seleccionar los ángulos que tienen medidas iguales.
- Descubren procedimientos para seleccionar las líneas que son perpendiculares, secantes o paralelas.

4.5.5.5 Quinta Fase: “Integración”

- Resuelven problemas a través de la manipulación y medición de ángulos y líneas.

4.5.6 Nivel II: “Análisis” - Fases

Descubrir a través de la observación y la experimentación las características de las líneas y los ángulos, distinguir las características de las propiedades y generalizarlas en tipos de líneas y ángulos

4.5.6.1 Segunda fase: “Orientación Dirigida”

- Crear una lista de las propiedades de los ángulos
- Crear una lista comparativa de las propiedades y entre los tipos de líneas paralelas, perpendiculares y secantes.
- Confeccionar una lista de propiedades de los ángulos
- Determinar el nº de rectas que pasan por un punto, que se necesitan para construir un ángulo
- .Determina los ángulos que se forman al cortar dos líneas paralelas con una secante

4.5.6.2 Tercera fase: “Explicitación”

- Denominan los ángulos por su nombre exacto según su medida (acutángulo, rectángulo, obtusángulo)
- Denominan a los ángulos formados con dos líneas secantes como suplementarios y a los formados por líneas perpendiculares como rectos.
- Denomina correctamente ángulos adyacentes y opuestos por el vértice

4.5.6.3 Cuarta fase: “Orientación libre”

- Agrupan los ángulos y las líneas de diferentes formas, indicando la propiedad o las propiedades que hayan considerado en cada caso.
- Miden, colorean, doblan, cortan para identificar propiedades de los ángulos, las líneas y otras relaciones geométricas.
- Comparan líneas, ángulos, y segmentos en diversas figuras de acuerdo a las propiedades que los caracterizan.

4.5.6.4 Quinta Fase: “Integración”

- Identifican y trazan una figura (triángulo o cuadrilátero), dada una descripción oral o escrita de sus propiedades.
- Asocian propiedades con tipos de triángulos o cuadriláteros.
- Resuelven problemas geométricos que requieran el conocimiento de propiedades de figuras, relaciones o aproximaciones intuitivas

4.5.7 Nivel III: “Deducción Informal” - Fases

En este nivel los estudiantes deben comenzar a establecer una serie de relaciones.

4.5.7.1 Tercera fase: “Explicitación”

Usan lenguaje de comparación, cuantificación e implicación: utilizando los términos: todos, algunos, último, si…entonces, ninguno, porque…etc., para:

- ✓ Encontrar propiedades comunes o diferenciadoras entre los tipos de ángulos
- ✓ Encontrar propiedades comunes o diferenciadoras entre los tipos Líneas

4.5.7.2 Cuarta fase: “Orientación Libre”

- ✓ Seleccionan ángulos pertenecientes a más de una clase (por ejemplo agudo y opuesto por el vértice, obtuso y alterno interno) y usan propiedades que determinan si una clase de ángulo está contenida en otra clase.
- ✓ Clasifican ángulos de acuerdo a una variedad de atributos matemáticamente precisos.
- ✓ Descubren nuevas propiedades por simples argumentos deductivos, por medio de diagramas, cortes de papeles, por evidencias empíricas.

4.5.7.3 Quinta Fase: “Integración”

- ✓ Siguen simples argumentos deductivos relacionados con las líneas y ángulos
- ✓ Reconocen informalmente diferencias entre una proposición verdadera y su contraria.
- ✓ Identifican y usan estrategias de razonamiento intuitivas para resolver problemas.

4.6 SEGUNDO PERÍODO: TRIÁNGULOS Y CUADRILÁTEROS

Continuando la secuencia tradicional en el aprendizaje de la geometría euclidiana, se incorporan como temas de aprendizaje los conceptos de “triángulos” y “cuadriláteros”.

4.6.1 Objetivos fundamentales

- Caracterizar y comparar triángulos y cuadriláteros, manejando un lenguaje geométrico, que incorpore las nociones de ángulos, líneas paralelas y perpendiculares.
- Dibujar todo tipo de triángulos y cuadriláteros de acuerdo a características dadas.
- Percibir los factores que permanecen constantes en las formas geométricas de dos dimensiones sometidas a transformaciones de tamaño y forma
- Resolver situaciones problemas utilizando los conceptos de triángulos y cuadriláteros

4.6.2 Objetivos específicos

Tabla 12: Objetivos Específicos del segundo período

Nivel I, Visualización
• Reconocer las clases de triángulos según sus lados • Reconocer las clases de triángulos según sus ángulos • Reconocer las clases de triángulos según sean congruentes o semejantes, Según sus ángulos y según sus lados • Reconoce los tipos de cuadriláteros
Nivel II, Análisis: Objetivos Específicos
• Diferencia las clases de triángulos según sean congruentes o semejantes • Establece que la suma de los ángulos internos de un triángulo es de 180º • Establece que la suma de los ángulos exteriores de un triángulo es de 360º • Diferencia los conceptos de cóncavo y convexo en polígonos • Dibuja cualquier cuadrilátero siguiendo instrucciones
Nivel III, Deducción informal
• Deduce a partir de dos ángulos dados otras características del triangulo • Deduce el valor de un ángulo interior de un triángulo conociendo dos de sus ángulos • Calcula perímetros y áreas de un rectángulo • Resuelve problemas de perímetros y áreas con figuras planas • Resuelve problemas integrando conceptos de triángulos, rectángulos y perímetros

4.6.3 Actividades generales: “Triángulos y cuadriláteros”

4.6.3.1 Actividad 1: Construcción y reconocimiento de triángulos

Actividad desarrollada en el nivel II de análisis, en las fases de explicitación y orientación dirigida.

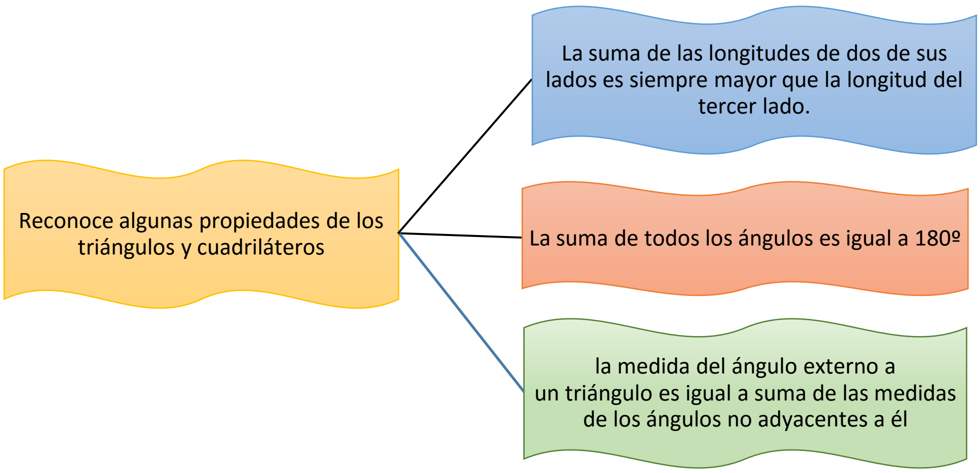
Se indica cómo construir diferentes tipos de triángulos, posteriormente se conforman grupos de trabajo con cuatro alumnos cada uno, los estudiantes deben construir un triángulo según el tamaño de sus lados y otro diferente según sus ángulos, luego pasan lo dibujado al compañero de su derecha, éste debe identificar y explicar a qué tipo de triangulo corresponde lo dibujado por el primer niño, además cada uno debe medir los tres ángulos del triángulo y sus lados

4.6.3.2 Actividad 2: Reconoce propiedades de los triángulos

Actividad desarrollada en el nivel II de análisis, en las fases de explicitación y orientación dirigida.

Los cuestionamientos utilizados con los estudiantes permitieron un efecto estimulante para obtener la información y lograr un razonamiento adecuado que condujo al logro del propósito de este objetivo. Los alumnos observan y desarrollan el ejercicio sobre las propiedades de los triángulos, con el fin de establecer la relación entre estos tres elementos. Los estudiantes compararon las figuras y luego, concluyeron que si era posible reconocer varias características comunes en los triángulos.

Finalmente, los estudiantes definieron los elementos de un triángulo de la siguiente forma “un vértice es el punto donde se unen dos lados en una figura plana y el número de vértices depende del número de lados de la figura.



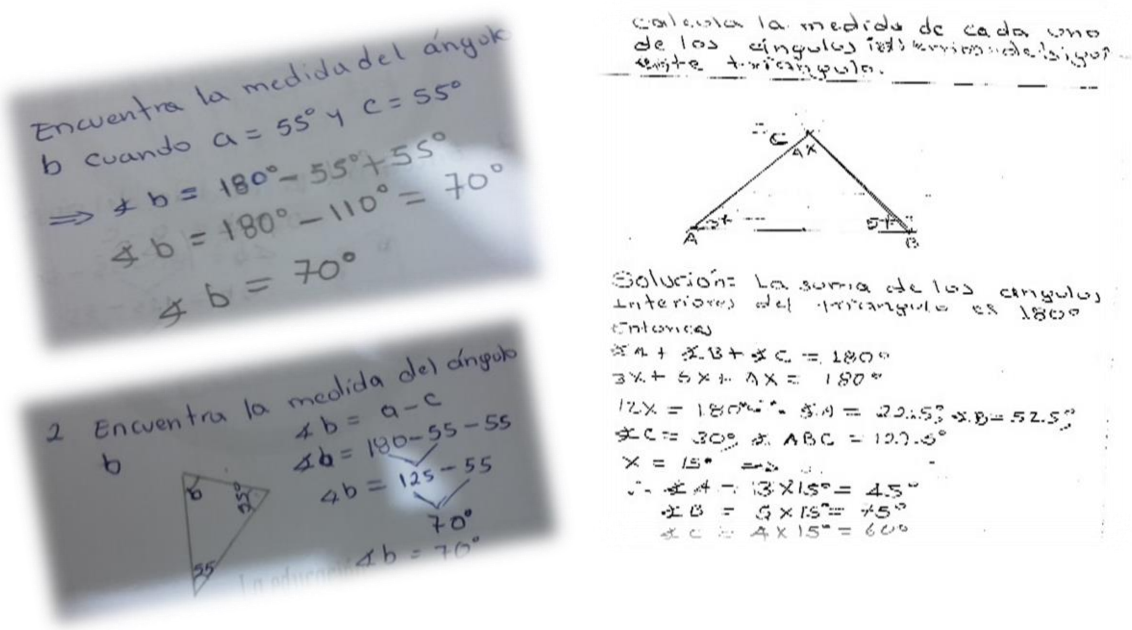
Fuente: Elaboración propia

Gráfico 6: Propiedades de los triángulos

4.6.3.3 Actividad 3. Reconoce las medidas de los ángulos internos de los triángulos.

A los estudiantes, para esta actividades, se le presentó un triángulo equilátero con las siguientes medidas : a= 55º y c= 55º uno de ellos afirmó lo siguiente: “se sabe que la suma de todos los ángulos de un triángulo es siempre 180°, Así que si conoces dos de las tres medidas del triángulo, ya solo te falta encontrar las medidas del otro lado y solo es sumar las medidas que ya conoces y restar ese valor a la medida total de los lados internos del triángulo equilátero. (55º+55º=110º) y a eso se le resta (180º-110º=70º)”

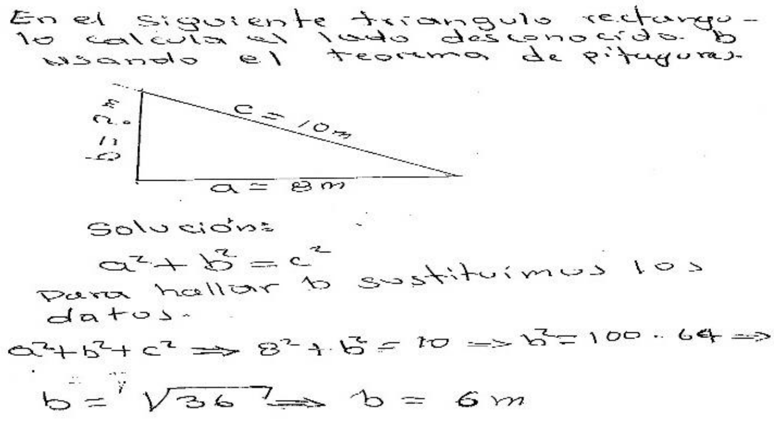
La Fotografía 3: Soluciones dadas a ejercicios sobre ángulos, muestra la forma en que otros estudiantes resolvieron la inquietud planteada.



Fotografía 3: Soluciones dadas a ejercicios sobre ángulos
Fuente: Elaboración propia

4.6.3.4 Actividad 4. Comprender el concepto del teorema de Pitágoras.

Los cuestionamientos utilizados con la estudiante permitieron un efecto estimulante para obtener la información y lograr un razonamiento adecuado que condujera al logro del propósito de este objetivo. Una de las estudiantes observó y desarrollo el ejercicio que se muestra a continuación, para hallar las medidas del lado desconocido del triángulo rectángulo. La estudiante expreso: “Si es posible hallar dichas medidas, partiendo de que ya conocía la longitud de dos de los lados del triángulo y utilizó el razonamiento que se muestra a continuación en la Fotografía 5Fotografía 4.



Fuente: Elaboración propia

Fotografía 4: Teorema de Pitágoras, solución dada al ejercicio propuesto

4.6.4 Actividad diferenciadora del Segundo período

El segundo período se realizó durante los meses de abril, mayo y junio.

Grupo G1DVH: "Las formas de mi cuerpo"

Éste trimestre se denominó *"Las formas de mi cuerpo"*, en él se realizaron actividades en las cuales la temática está basada en el descubrimiento de habilidades, expresiones corporales y ubicación del espacio en el que se van a desarrollar las prácticas.

Se vinculó esta etapa de la danza con la enseñanza de los triángulos y cuadriláteros, empleando los brazos mientras realizan los juegos de rondas y baile.

En las actividades previas de preparación se les enfatizo en el reconocimiento de las formas creadas con los brazos y el propio cuerpo, en especial la formación de Triángulos equiláteros, isósceles y escalenos, rectángulos, agudos y obtusos.

Los Cuadriláteros se conformaban al unir las manos directamente a las manos de la pareja, en los movimientos mientras estaban unidos pasaban sucesivamente por diferentes tipos de Cuadriláteros (Trapecios, Rombos, Romboides, Cuadrados y rectángulos).

Actividad 1, Observación de Vídeo

Esta actividad corresponde al nivel de razonamiento visualización

El objetivo de ésta actividad es desarrollar en los estudiantes competencias euclidianas relacionadas con el reconocimiento de puntos, rectas, segmentos, recta paralela, recta perpendicular y plano, para ello se presentó a los alumnos el siguiente video:

Fotografía 5: Jasmine Flower

Perteneciente al grupo de danza "Jasmine Flower", (APDA 2014) , fuente https://youtu.be/OAubMCrY9E4), luego se pidió que comunicaran sus ideas y que debatieran entre ellos las figuras que observadas, tanto a nivel individual como de la coreografía representada por el grupo

Después de preguntar a los estudiantes que figuras visualizaron, se recibieron las siguientes apreciaciones:

- **Lindy**: Están haciendo flores.
- **Mario**: El grupo formaba un cuadrado.
- **Katerine**: Se movían formando líneas
- **Katerine**: los brazos forman figuras.
- **María Liz**: Con las piernas hicieron ángulos.
- **Mari Ángel**: Con los abanicos hicieron círculos y medios círculos.
- **Alan**. Hicieron una fila en forma de V
- **Sofía**: movían las piernas y los brazos al tiempo
- **María**: Giraban
- **Mario**: Hacían olas
- **Sofía**: Unas bajaban y otras subían
- **María**: se juntaban y se separaban.
- **Sergio:** hacían flores redondas con los abanicos y los brazos.
- **Andrés Felipe**: Se partían en grupos

Coreografía

- Doce de los niños danzan a ritmo de cumbia conformando 4 grupos de 3 personas, mientras bailan, cada grupo realiza diferentes tipos de triángulos, a la vez los cuatro grupos se mueven formando los diferentes cuadriláteros, luego cambian a tres grupos de cuatro y se invierte el proceso.

4.6.4.1 Grupo G2VH

Recibieron la capacitación tradicional pero teniendo cuidado de pasar por todos los niveles de Van-Hiele.

4.6.4.2 El grupo G3

Durante este período se les enseñaron los mismos contenidos, pero la profesora del grupo siguió las pautas de la formación tradicional y era ajena a los métodos propuestos en el modelo de Van-Hiele y en la danza

4.6.5 Nivel I: "Visualización" - Fases

4.6.5.1 Primera fase: "Preguntas/Información"

Se realizó un diálogo de diagnóstico para determinar el nivel de conocimiento en que se encuentran los alumnos frente a los conceptos "triángulos" y "cuadriláteros".

4.6.5.2 Segunda fase: "Orientación Dirigida"

- ✓ En el aula de clase, construyen triángulos y cuadriláteros empleado geoplanos.
- ✓ Pegando palillos sobre una cartulina, construyen todos los tipos de triángulos y cuadriláteros posibles
- ✓ Seleccionan de un set de figuras geométricas las que tienen cuatro lados.

En el desarrollo de las actividades se destacan las propiedades de los triángulos y cuadriláteros, según sus lados y ángulos

4.6.5.3 Tercera fase: "Explicitación"

- Denominan a las figuras cerradas de tres lados como "triángulos" y a las cerradas de como 4 lados "cuadriláteros"
- Denominan en cualquier triángulo o cuadrilátero, sus lados, vértices y ángulos

- Dibujan y cuentan el nº de vértices, lados y ángulos, tanto en los triángulos como en los cuadriláteros
- Dibujan y determinan el nº de vértices, ángulos y lados de los triángulos y cuadriláteros
- Dibujan diagonales de un cuadrilátero
- Seleccionan desde el set de figuras geométricas el triángulo, triángulo equilátero, triangulo isósceles, triangulo escaleno cuadrado, rectángulo, rombo y romboide, y los describen según el tipo de ángulos.

4.6.5.4 Cuarta Fase: "Orientación Libre"

- En dibujos reconocen los que son triángulos y cuadriláteros.
- Anticipan, formas usando piezas de rompecabezas.
- Exploran las características de los triángulos y cuadriláteros al realizar clasificaciones con distintos criterios.
- Descubren procedimientos para seleccionar los triángulos y cuadriláteros que tienen lados iguales.
- Descubren procedimientos para seleccionar los triángulos y cuadriláteros que tienen ángulos iguales.

4.6.5.5 Quinta Fase: "Integración"

- Resuelven problemas a través de la manipulación de triángulos y cuadriláteros, la medición y el conteo.

4.6.6 Nivel II: “Análisis” - Fases

Descubrir a través de la observación y la experimentación las características de los triángulos y cuadriláteros, distinguir las características de las propiedades y generalizarlas en tipos de triángulos y cuadriláteros

4.6.6.1 Segunda fase: “Orientación Dirigida”

- Crear una lista de las propiedades de los Triángulos
- Crear una lista comparativa de las propiedades y diferencia entre los cuadriláteros cóncavos y convexos.
- Confeccionar una lista de propiedades de los trapecios y rombos
- Determinar las diferencias entre el trapecio y el trapezoide, el rombo y el romboide
- Determinar el nº de rectas paralelas en cada cuadrilátero y clasificarlas en grupos según el número de rectas paralelas.

4.6.6.2 Tercera fase: “Explicitación”

- Denominan los triángulos por su nombre exacto según sus lados o ángulos (Equilátero, isósceles, escaleno o acutángulo, rectángulo, obtusángulo)
- Denominan a los cuadriláteros con 2 pares de lados paralelos “paralelogramos” y con el nombre exacto a los cuadriláteros que tienen solo un par de rectas paralelas como “trapecios” y “trapezoides” y los que no tienen lados paralelos.
- Crean una lista con los nombres de los cuadriláteros que son paralelogramos. (cuadrado, rectángulo, rombo y romboide.

4.6.6.3 Cuarta fase: “Orientación libre”

- Agrupan los triángulos y cuadriláteros de diferentes formas, indicando la propiedad o las propiedades que hayan considerado en cada caso.
- Miden, colorean, doblan, cortan para identificar propiedades de los cuadriláteros y otras relaciones geométricas.
- Comparan figuras de acuerdo a las propiedades que las caracterizan (cuadrado, rectángulo, trapecio, trapezoide, rombo y romboide).
- Reconocen los ejes de simetría y su número en cuadriláteros
- Clasifican y reclasifican de acuerdo a las propiedades que caracterizan los triángulos y los cuadrilateros.

4.6.6.4 Quinta Fase: “Integración”

- Identifican y trazan una figura (triángulo o cuadrilátero), dada una descripción oral o escrita de sus propiedades.
- Asocian propiedades con tipos de triángulos o cuadriláteros.
- Resuelven problemas geométricos que requieran el conocimiento de propiedades de figuras, relaciones o aproximaciones intuitivas

4.6.7 Nivel III: “Deducción Informal” - Fases

En este nivel los estudiantes deben comenzar a establecer una serie de relaciones.

4.6.7.1 Tercera fase: “Explicitación”

Usan lenguaje de comparación, cuantificación e implicación: utilizando los términos: todos, algunos, último, si…entonces, ninguno, porque…etc., para:

- ✓ Encontrar propiedades comunes o diferenciadoras entre los tipos triángulos
- ✓ Encontrar propiedades comunes o diferenciadoras entre los tipos Cuadriláteros

4.6.7.2 Cuarta fase: “Orientación Libre”

- ✓ Seleccionan triángulos y cuadriláteros pertenecientes a más de una clase y usan propiedades que determinan si una clase de figuras está contenida en otra clase.
- ✓ Ordenan triángulos y cuadriláteros de acuerdo a una variedad de atributos matemáticamente precisos.
- ✓ Descubren nuevas propiedades de los triángulos y cuadriláteros por simples argumentos deductivos, por medio de diagramas, cortes de papeles, por evidencias empíricas.

4.6.7.3 Quinta Fase: “Integración”

- ✓ Siguen simples argumentos deductivos relacionados con los triángulos y rectángulos.
- ✓ Reconocen informalmente diferencias entre una proposición verdadera relacionada con los triángulos y cuadriláteros y su contraria.
- ✓ Identifican y usan estrategias de razonamiento intuitivas para resolver problemas.

4.7 TERCER PERÍODO: POLÍGONOS

El tercer período se realizó en los meses de julio, agosto y septiembre, éste período presentó una interrupción que afecto a los tres grupos por igual, esta afectación consistió en un cese de actividades por parte del magisterio con una duración de 37 días de los cuales 21 eran laborables.

4.7.1 Objetivos fundamentales

- Caracterizar y comparar polígonos regulares e irregulares, manejando un lenguaje geométrico, que incorpore las nociones de apotema y diagonales.
- Dibujar todo tipo de polígonos de acuerdo a características dadas.
- Percibir los factores que permanecen constantes en las formas geométricas de dos dimensiones sometidas a transformaciones de tamaño y forma
- Resolver situaciones problemas utilizando los conceptos de polígonos regulares

4.7.2 Objetivos específicos

Tabla 13: Objetivos Específicos del tercer período

Nivel I, Visualización
• Reconoce las partes de un polígono • Reconoce los tipos de polígonos según sus lados Regulares, Irregulares, cóncavos o convexos • Reconoce los ejes de Simetría
Nivel II, Análisis: Objetivos Específicos
• Establece las partes de un polígono e identifica sus medidas observando la figura • Relaciona a través de análisis las fórmulas de áreas de figuras geométricas con la propia figura • Comprende los conceptos de congruencia y semejanza

Nivel III, Deducción informal
• Diferencia los tipos de cuadriláteros (cóncavos y convexos) y establece relaciones entre sus propiedades • Construye cualquier tipo de cuadrilátero respetando sus propiedades según instrucciones • Resuelve problemas sobre perímetros integrando los conceptos de cuadriláteros y triángulos • Resuelve problemas dibujando cualquier polígono y diferenciando sus propiedades • Deduce áreas y semejanzas entre fórmulas de triángulos, rombos, trapecios y rectángulos • Deduce como es cualquier polígono según propiedades dadas • Calcula el área de polígonos regulares y deduce los criterios con que se calcula

4.7.3 Actividades generales: "Polígonos regulares e irregulares"

4.7.3.1 Actividad 1: Reconocer las partes de un polígono

Esta actividad se desarrolla en el nivel 1 de visualización, en las fases de orientación dirigida y explicitación.

Los estudiantes en este ejercicio observaron algunos polígonos regulares y reconocieron en ellos elementos que los identifican como los lados, vértices y los ángulos. Cada elemento lo resaltaron utilizando un color diferente indicado, luego se mostraron dos figuras que ellos mismos construyeron, una elaborada con palillos y plastilina y la otra recortada en papel iris.

Fuente: Elaboración propia

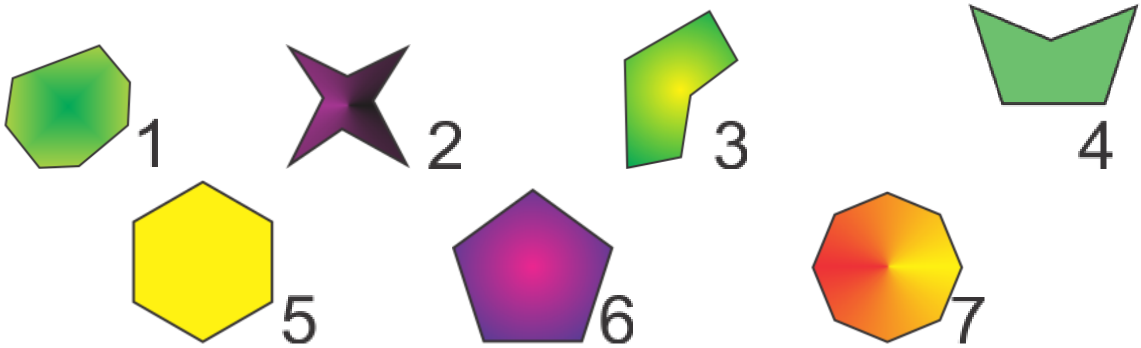
Fotografía 6: Actividad práctica, elementos de los polígonos

Con base en la pregunta realizada sobre cuántos lados, vértices y ángulos posee la estructura realizada con palillos y plastilina, ellos antes de responder observaron la figura y contaron estos elementos y luego cada uno por separado afirmaron. “Esa figura tiene 6 lados, 6 vértices y 6 ángulos. La respuesta fue acertada por todos.

4.7.3.2 Actividad 2: Identificación de tipos de polígonos

Para esta actividad se establecen como objetivos que los estudiantes describan, comparen y encuentren diferencias y semejanzas entre los polígonos regulares e irregulares

Como orientación se les indica observar los siguientes polígonos:



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 7: Polígonos

1) ¿Cuáles de las figuras tienen igual número de ángulos?
2) ¿Qué nombre reciben esos polígonos?
3) ¿Cuántas figuras son iguales en la gráfica?
4) ¿Cuántas figuras hay diferentes el grafica?

Estudiantes desarrollando un test identificando clases de polígonos.

Fuente: Elaboración propia

Fotografía 7: Actividad práctica, construcción de polígonos

4.7.4 Actividad diferenciadora del tercer período

4.7.4.1 Grupo G1DVH: “*Las formas de mi grupo*”

En esta etapa se le introduce al niño la pre danza a través del ritmo y recibe el nombre de: “Las formas de mi grupo” en ella se toma en cuenta la coordinación de movimientos del cuerpo y del grupo, los movimientos deben ser coordinados e ir de acuerdo con el ritmo de la música.

Nuevamente entran en juego todos los niveles de Van-Hiele, realizando una actividad que contiene elementos como: prácticas de baile, observación, diálogo con los estudiantes y un test escrito sobre representación de figuras geométricas, medidas de ángulos, y la relación danza – coreografía y polígonos.

En este período a través de la danza se enfatiza en cada uno de los tipos de polígonos, y su aporte a los diseños coreográficos, se destaca el hecho de que en la danza aparecen figuras uniendo los puntos donde se encuentran las parejas o el bailarín independiente, pero también que se realizan polígonos a través del desplazamiento en el escenario, y la formación de coreografías de grupo que se cortan o son tangenciales.

4.7.4.2 Grupo G2VH

Recibieron la capacitación tradicional pero teniendo cuidado de pasar por todos los niveles de Van-Hiele.

4.7.4.3 El grupo G3

Durante este período se les enseñaron los mismos contenidos, pero la profesora del grupo siguió las pautas de la formación tradicional y era ajena a los métodos propuestos en el modelo de Van-Hiele y en la danza

4.7.5 Nivel I: “Visualización” - Fases

4.7.5.1 Primera fase: “Preguntas/Información”

Se realizó un diálogo de diagnóstico para determinar el nivel de conocimiento en que se encuentran los alumnos frente a los conceptos “polígonos regulares” e “irregulares”.

4.7.5.2 Segunda fase: “Orientación Dirigida”

- ✓ En el aula de clase, construyen diferentes polígonos empleado geoplanos.
- ✓ Pegando palillos sobre una cartulina, construyen diversos tipos de polígonos hasta con 12 lados
- ✓ Seleccionan de un set de figuras geométricas las que son polígonos.

En el desarrollo de las actividades se destacan las propiedades de los polígonos regulares e irregulares, según sus lados y ángulos

4.7.5.3 Tercera fase: “Explicitación”

- Denominan a las figuras cerradas de más de cuatro lados como “polígonos”
- Denominan en cualquier polígono, sus lados, vértices, diagonales y ángulos
- Dibujan y cuentan el nº de vértices, lados y ángulos, en cualquier polígono

- Dibujan y determinan el nº de vértices, ángulos y lados de los polígonos
- Dibujan diagonales de polígono
- Seleccionan desde el set de figuras geométricas el pentágono, hexágono, heptágono, eneágono, decágono, endecágono y dodecágono y los describen según el número de lados.

4.7.5.4 Cuarta Fase: “Orientación Libre”

- En dibujos reconocen los polígonos que son regulares e irregulares
- Crean diferentes polígonos usando diferentes tipos de triángulos.
- Exploran las características de los polígonos regulares e irrregulares al realizar clasificaciones con distintos criterios.
- Descubren procedimientos para seleccionar polígonos que tienen lados iguales.

4.7.5.5 Quinta Fase: “Integración”

- Resuelven problemas a través de la manipulación de ángulos, triángulos, cuadriláteros y polígonos.

4.7.6 Nivel II: “Análisis” - Fases

Descubrir a través de la observación y la experimentación las características de los polígonos regulares e irregulares, distinguir las características de las propiedades y generalizarlas en tipos de polígonos

4.7.6.1 Segunda fase: “Orientación Dirigida”

- Crear una lista de las propiedades de los polígonos

- Crear una lista comparativa de las propiedades y diferenciar entre los polígonos cóncavos y convexos.
- Confeccionar una lista de propiedades de los polígonos cóncavos y convexos
- Determinar el nº de diagonales en cada polígono.

4.7.6.2 Tercera fase: “Explicitación”

- Denominan los polígonos por su nombre exacto según sus lados
- Clasifican los polígonos como regulares o irregulares
- Determinan la suma de los ángulos interiores de cualquier polígono
- Encuentran propiedades de semejanzas entre los polígonos

4.7.6.3 Cuarta fase: “Orientación libre”

- Agrupan los polígonos de diferentes formas, indicando la propiedad o las propiedades que hayan considerado en cada caso.
- Miden, colorean, doblan, cortan para identificar propiedades de los polígonos y otras relaciones geométricas.
- Comparan polígonos de acuerdo a las propiedades que los caracterizan
- Reconocen los ejes de simetría y su número en los polígonos regulares
- Clasifican y reclasifican polígonos de acuerdo a las propiedades que las caracterizan.

4.7.6.4 Quinta Fase: “Integración”

- Identifican y trazan una polígono, dada una descripción oral o escrita de sus propiedades.

- Asocian propiedades con tipos de polígonos.
- Resuelven problemas geométricos que requieran el conocimiento de propiedades de los polígonos, relaciones o aproximaciones intuitivas

4.7.7 Nivel III: “Deducción Informal” - Fases

En este nivel los estudiantes deben comenzar a establecer una serie de relaciones.

4.7.7.1 Tercera fase: “Explicitación”

Usan lenguaje de comparación, cuantificación e implicación: utilizando los términos: todos, algunos, último, si…entonces, ninguno, porque…etc., para:

- ✓ Encontrar propiedades comunes o diferenciadoras entre los tipos polígonos regulares
- ✓ Encontrar propiedades comunes o diferenciadoras entre los tipos polígonos irregulares

4.7.7.2 Cuarta fase: “Orientación Libre”

- ✓ Seleccionan figuras pertenecientes a más de una clase de polígonos y usan propiedades que determinan si una clase de polígono está contenida en otra clase.
- ✓ Ordenan polígonos de acuerdo a una variedad de atributos matemáticamente precisos.
- ✓ Descubren nuevas propiedades para los polígonos por simples argumentos deductivos, por medio de diagramas, cortes de papeles, por evidencias empíricas.

4.7.7.3 Quinta Fase: “Integración”

- ✓ Siguen simples argumentos deductivos relacionados con los polígonos.
- ✓ Reconocen informalmente diferencias entre una proposición verdadera relacionada con los polígonos y su contraria.
- ✓ Identifican y usan estrategias de razonamiento intuitivas para resolver problemas con polígonos y otras figuras geométricas.

4.8 CUARTO PERÍODO: PLANO CARTESIANO

El cuarto período se realizó en los meses de octubre y noviembre.

4.8.1 Objetivos Fundamentales

- Caracterizar las partes del plano cartesiano, manejando un lenguaje geométrico, que incorpore las nociones de ejes y cuadrantes.
- Representar cualquier punto dado en el plano cartesiano.
- Percibir los factores que permanecen constantes al desplazarse vertical u horizontalmente en el plano cartesiano
- Resolver situaciones problemas utilizando los conceptos de plano cartesiano

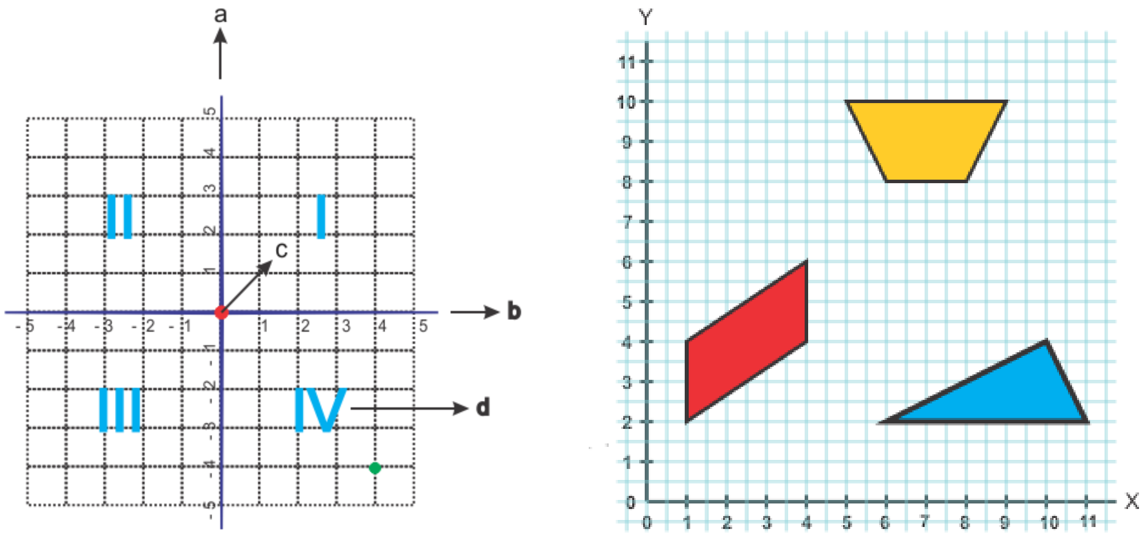
4.8.2 Objetivos específicos

Tabla 14: Objetivos Específicos del cuarto período

Nivel I, Visualización
• Reconoce las partes del plano cartesiano • Identifica las coordenadas el plano cartesiano • Identifica en que cuadrante están ubicados elementos en el plano cartesiano • Identifica la medida de un ángulo de rotación en el plano cartesiano
Nivel II, Análisis: Objetivos Específicos
• Diferencia entre los movimientos de rotación y traslación en el plano cartesiano • Reconoce el punto medio entre dos figuras ubicadas en el plano cartesiano
Nivel III, Deducción informal
• Ubica coordenadas en el plano Cartesiano • Resuelve problemas construyendo figuras en el plano cartesiano y entiende el concepto de simetría • Construye un polígono mediante coordenadas e identifica simetrías • Grafica ejes de simetría en el plano cartesiano • Define los conceptos de congruencia y semejanza • Deduce y construye caminos para ir de un punto a otro en el plano cartesiano • Resuelve situaciones problemáticas de ubicación en el plano cartesiano • Calcula distancias en el plano cartesiano

4.8.3 Actividades generales: “Plano cartesiano”

4.8.3.1 Actividad 1: Afianzar concepto de plano cartesiano en los estudiantes.



Fuente: Elaboración propia

Gráfico 8: Plano Cartesiano

Responde de acuerdo con la definición anterior y marca con una X la opción que no corresponda.

1) Un plano cartesiano está formado por 4 cuadrantes
2) Un plano cartesiano lo conforman: una línea horizontal y otra vertical
3) Lo compone un sistema de coordenadas
4) El plano cartesiano sirve para analizar matemáticamente figuras geométricas
5) Un plano cartesiano lo conforman tres líneas rectas.
6) El plano cartesiano está compuesto por puntos.
7) ¿Qué relación observas entre la primera actividad con la segunda?

4.8.4 Actividad diferenciadora del cuarto período

4.8.4.1 Grupo G1DVH: “La integración con el mundo”

El cuarto período recibe el nombre de *“La integración con el mundo”,* se lleva acabo el montaje coreográfico con el baile de la cumbia tradicional, utilizando todos los pasos y elementos que esta requiere, con el propósito de establecer reacción entre danza y geometría a través de la ejecución de movimientos seleccionados durante el diseño de la coreografía y representación los temas o contenidos trabajados durante el año escolar, ya que este baile contribuye al desarrollo físico e intelectual del estudiante y a su desenvolvimiento en la vida social, a través del trabajo corporal, factor que se puede analizar a través de ella así como la elasticidad, la resistencia, la creatividad, el equilibrio, y el espacio entre otros.

En este período cada estudiante deberá crear un modelo de bailarín, teniendo en cuenta todos los movimientos realizados en las prácticas de los períodos anteriores, los pasos y elementos característicos del baile de la cumbia tradicional y los conceptos geométricos que de ello se deriven y se presentará a través de una exposición ante todos los compañeros del grupo.

Se resalta la importancia de entender el escenario como un plano, en el cual se debe tener un punto de referencia como origen y una cuadricula imaginaria que permita a los bailarines encontrar otros puntos de referencia, marcados con objetos decorativos del escenario, en los ejes “X”, “Y”, que les ayude a desplazarse con exactitud al lugar correcto en el momento adecuado. De ésta manera, la formación de coreografías de grupo, pueden ser mejor ejecutadas, realizando movimientos simétricos, de rotación, traslación y reflexión.

4.8.4.2 Grupo G2VH

Recibieron la capacitación tradicional pero teniendo cuidado de pasar por todos los niveles de Van-Hiele.

4.8.4.3 El grupo G3

Durante este período se les enseñaron los mismos contenidos, pero la profesora del grupo siguió las pautas de la formación tradicional y era ajena a los métodos propuestos en el modelo de Van-Hiele y en la danza

Se realizó una prueba de diagnóstico para determinar el nivel de conocimiento en que se encuentran de los alumnos en el concepto: Plano Cartesiano.

4.8.5 Nivel I: “Visualización” – Fases

Actividades donde puedan moverse, reflejar objetos, girar, ubicar, construir secuencias de movimientos.

4.8.5.1 Primera fase: “Preguntas/Información”

Se realizó un diálogo de diagnóstico para determinar el nivel de conocimiento en que se encuentran los alumnos frente al concepto “plano cartesiano”.

4.8.5.2 Segunda fase: “Orientación Dirigida”

- ✓ En el aula de clase, construyen un plano cartesiano.

- ✓ Con una tabla, puntillas y lana construyen un plano cartesiano con sus cuatro cuadrantes, los ejes X e Y los marcan con lana de color diferente
- ✓ Ubican objetos en diferente punto del plano, en sentido vertical u horizontal

En el desarrollo de las actividades se destacan las propiedades de los cuadrantes y las partes del plano cartesiano.

4.8.5.3 Tercera fase: “Explicitación”

- Denominan los ejes por sus nombres X abscisas, Y ordenadas
- Denominan los puntos mediante coordenadas X e Y
- Denominan una línea como paralela, perpendicular o secante a cualquiera de los dos ejes.
- Dibujan figuras en el plano siguiendo las coordenadas dadas
- Definen rutas a través de coordenadas
- Distinguen ejes de simetría entre dos figuras

4.8.5.4 Cuarta Fase: “Orientación Libre”

- En el plano cartesiano reconocen las coordenadas de los vértices y el centro de figuras geométricas
- Crean diferentes polígonos usando coordenadas.
- Exploran las características del plano para crear simetrías.
- Descubren procedimientos para ampliar o reducir una figura en el plano.

4.8.5.5 Quinta Fase: “Integración”

- Resuelven problemas señalando puntos exactos de ubicación a través del uso del plano cartesiano.
- Calculan áreas visualmente utilizando las medidas de las cuadriculas del plano.

4.8.6 Nivel II: “Análisis” - Fases

Descubrir a través de la observación y la experimentación las características de los cuadrantes del plano, distinguiendo las características de las propiedades y generalizarlas en cada cuadrante

4.8.6.1 Segunda fase: “Orientación Dirigida”

- Crear una tabla con los signos más “+” y menos “-“ para cada cuadrante
- Determinar cualquier punto mediante coordenadas en el plano.
- Encontrar un punto dado en el plano, siguiendo un recorrido
- Trazar líneas paralelas y perpendiculares a los ejes
- Determinar el área de polígonos representados en el plano.
- Trazar ejes de simetría, antes de crear figuras simétricas

4.8.6.2 Tercera fase: “Explicitación”

- Denominan los puntos por su nombre exacto
- Describen con términos geométricos las partes del plano
- Guían mediante coordenadas a otra persona para moverse de un punto a otro en el plano

4.8.6.3 Cuarta fase: “Orientación libre”

- Relacionar el plano con las calles y carreras de una ciudad.
- Realizar figuras y movimientos en el plano siguiendo instrucciones
- Dibujar objetos en el plano siguiendo coordenadas
- Relacionan tiempo espacio y diferentes unidades de medida utilizando los ejes (X, Y)
- Encontrar semejanzas entre los cuadrantes

4.8.6.4 Quinta Fase: “Integración”

- Amplia y reduce figuras utilizando las características del plano.
- Crea un plano para mostrar la ubicación de los compañeros en el salón
- Interpreta un gráfico de barras utilizando el plano

4.8.7 Nivel III: “Deducción Informal” - Fases

En este nivel los estudiantes deben comenzar a establecer una serie de relaciones.

4.8.7.1 Tercera fase: “Explicitación”

Usan lenguaje de comparación, cuantificación e implicación: utilizando los términos: todos, algunos, último, si…entonces, ninguno, porque…etc., para:

- ✓ Compara gráficos de barras utilizando el plano
- ✓ Mide perímetros y áreas de figuras utilizando las características del plano.
- ✓ Encuentra propiedades comunes o diferenciadoras entre objetos al interior del plano cartesiano

4.8.7.2 Cuarta fase: “Orientación Libre”

- ✓ Encuentre propuestas de utilización del plano cartesiano para representar diferentes situaciones, (Puntos alcanzados por los equipos en un torneo, ingresos por ventas de boletos a diferentes partidos, etc.)
- ✓ Descubre nuevas formas de aprovechar el plano cartesiano como herramienta de representación de datos estadísticos
- ✓ Representa en el plano cartesiano escenarios como canchas y mapas.

4.8.7.3 Quinta Fase: “Integración”

- ✓ Utiliza el plano cartesiano para representar los espacios de escenarios como canchas y mapas e indicar las zonas en las cuales debe moverse un jugador, un bailarín o un actor.
- ✓ Reconocen informalmente diferencias entre una proposición verdadera relacionada con los planos cartesianos y su contraria.
- ✓ Identifican y usan estrategias de razonamiento intuitivas para resolver problemas con el plano cartesiano.
- ✓ Soluciona problemas construyendo planos cartesianos, representando diferentes situaciones en los ejes, (Tiempo, Distancia; Cantidades, valores)
- ✓ Crea el juego de batalla de barcos integrando los conceptos de ubicación en el plano.

5 CAPÍTULO V:

ANÁLISIS DE RESULTADOS Y DERIVACIONES

5.1 ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE LAS PRUEBAS

En las siguientes tablas se presenta la tabulación del resultado obtenido por cada alumno en el pretest

Tabla 15: Puntajes obtenidos en pretest y postest por grupo

PUNTAJES PRETEST								PUNTAJE POSTEST							
GRUPO 5A				GRUPO 5C				GRUPO 5A				GRUPO 5C			
Nº	G1DVH	Nº	G2VH	Nº	G3	Nº	G3	Nº	G1DVH	Nº	G2VH	Nº	G3	Nº	G3
1	3,0	1	2,0	1	3,0	20	3,8	1	4,1	1	3,6	1	3,3	20	4,0
2	2,0	2	2,8	2	2,0	21	3,0	2	3,6	2	3,3	2	2,9	21	3,3
3	2,5	3	2,7	3	3,0	22	2,5	3	4,3	3	3,7	3	3,5	22	3,3
4	3,0	4	3,0	4	2,8	23	3,3	4	3,9	4	3,6	4	3,1	23	3,7
5	4,1	5	4,0	5	3,0	24	2,8	5	4,4	5	4,1	5	3,3	24	2,9
6	3,0	6	2,0	6	2,4	25	2,0	6	3,8	6	3,6	6	3,2	25	3,0
7	3,5	7	4,2	7	2,6	26	2,0	7	4,1	7	3,9	7	2,8	26	3,0
8	3,0	8	3,0	8	2,0	27	3,0	8	4,4	8	3,4	8	3,0	27	2,7
9	2,0	9	2,9	9	3,0	28	2,6	9	3,8	9	3,4	9	3,2	28	3,7
10	3,0	10	3,6	10	3,7	29	3,0	10	3,9	10	3,8	10	3,8	29	3,3
11	2,0	11	2,4	11	3,0	30	3,1	11	4,3	11	3,4	11	3,5	30	3,4
12	2,0	12	2,6	12	3,1	31	2,0	12	4,1	12	3,7	12	3,6	31	3,4
13	2,3	13	2,4	13	2,8	32	4,0	13	3,6	13	3,0	13	3,0	32	4,4
14	3,0	14	3,0	14	4,2	33	2,9	14	3,9	14	3,8	14	4,5	33	3,4
15	2,9	15	3,6	15	3,6	34	3,0	15	4,8	15	3,5	15	3,8	34	3,5
16	3,0	16	3,6	16	2,1	35	2,2	16	4,1	16	3,5	16	2,9	35	3,3
17	3,5	17	3,5	17	2,5	36	2,0	17	4,4	17	3,7	17	3,3	36	3,2
18	2,0			18	3,0	37	3,0	18	4,2			18	2,9	37	3,3
				19	2,8							19	3,1		

Tabla 16: Puntajes obtenidos en pruebas postest primer y segundo período

PUNTAJES PERIODO 1								PUNTAJES PERIODO 2							
GRUPO 5A				GRUPO 5C				GRUPO 5A				GRUPO 5C			
Nº	G1DVH	Nº	G2VH	Nº	G3	Nº	G3	Nº	G1DVH	Nº	G2VH	Nº	G3	Nº	G3
1	4,4	1	4,0	1	4,1	20	4,4	1	4,0	1	3,7	1	3,0	20	3,2
2	3,9	2	3,2	2	3,8	21	3,9	2	3,5	2	3,2	2	2,9	21	2,8
3	4,8	3	3,9	3	3,6	22	3,9	3	4,6	3	3,9	3	3,6	22	3,4
4	4,2	4	4,0	4	3,9	23	4,1	4	3,8	4	3,7	4	2,8	23	3,3
5	4,3	5	4,3	5	3,9	24	3,3	5	4,5	5	4,0	5	3,0	24	2,8
6	4,4	6	3,9	6	4,1	25	4,2	6	3,8	6	3,3	6	3,1	25	3,2
7	4,1	7	4,1	7	4,0	26	4,3	7	4,4	7	3,9	7	2,2	26	3,1
8	4,7	8	3,2	8	4,2	27	4,0	8	4,9	8	3,5	8	3,2	27	2,2
9	4,4	9	3,8	9	4,3	28	4,2	9	4,0	9	3,7	9	3,7	28	3,4
10	3,9	10	4,1	10	4,1	29	3,9	10	3,9	10	4,0	10	3,5	29	3,0
11	4,8	11	3,5	11	4,4	30	4,1	11	4,4	11	3,3	11	3,1	30	3,1
12	4,3	12	3,9	12	4,8	31	3,9	12	4,4	12	4,1	12	3,1	31	3,0
13	3,7	13	3,5	13	4,0	32	4,9	13	4,0	13	3,0	13	3,5	32	4,2
14	3,9	14	3,9	14	4,7	33	4,0	14	4,3	14	4,0	14	4,6	33	3,1
15	4,6	15	3,5	15	4,3	34	4,0	15	4,9	15	3,4	15	3,3	34	3,3
16	4,5	16	3,5	16	3,9	35	4,0	16	4,4	16	3,5	16	2,9	35	2,9
17	4,2	17	3,8	17	4,3	36	3,7	17	4,3	17	4,1	17	3,1	36	2,8
18	4,7			18	3,8	37	4,0	35	4,2			18	3,0	37	2,7
				19	4,6							19	3,2		

Tabla 17: Puntajes obtenidos en pruebas postest tercer y cuarto período

PUNTAJES PERIODO 3								PUNTAJES PERIODO 4							
GRUPO 5A				GRUPO 5C				GRUPO 5A				GRUPO 5C			
Nº	G1DVH	Nº	G2VH	Nº	G3	Nº	G3	Nº	G1DVH	Nº	G2VH	Nº	G3	Nº	G3
1	4,2	1	3,4	1	2,9	20	3,8	1	3,9	1	3,5	1	3,4	20	4,4
2	3,5	2	3,6	2	2,1	21	2,9	2	3,4	2	3,1	2	2,6	21	3,7
3	3,9	3	3,4	3	3,0	22	2,7	3	3,8	3	3,5	3	3,6	22	3,0
4	3,8	4	3,5	4	2,7	23	3,5	4	3,9	4	3,4	4	3,2	23	3,9
5	4,3	5	3,9	5	2,9	24	2,5	5	4,4	5	4,0	5	3,5	24	3,0
6	3,6	6	3,8	6	2,3	25	2,1	6	3,3	6	3,5	6	3,1	25	2,6
7	3,9	7	3,9	7	2,2	26	2,1	7	3,9	7	4,0	7	2,6	26	2,5
8	3,9	8	3,6	8	2,1	27	2,2	8	3,9	8	3,4	8	2,6	27	2,4
9	3,3	9	3,1	9	2,1	28	3,3	9	3,3	9	3,1	9	2,5	28	3,9
10	4,0	10	3,7	10	3,5	29	3,0	10	4,0	10	3,5	10	4,2	29	3,5
11	4,0	11	3,5	11	2,9	30	2,9	11	4,1	11	3,4	11	3,6	30	3,6
12	3,8	12	3,4	12	3,1	31	3,0	12	3,9	12	3,3	12	3,5	31	3,6
13	3,3	13	2,9	13	2,0	32	3,8	13	3,6	13	2,7	13	2,5	32	4,5
14	3,9	14	3,8	14	4,1	33	2,8	14	3,7	14	3,4	14	4,7	33	3,6
15	4,7	15	3,6	15	3,5	34	3,1	15	4,9	15	3,6	15	4,1	34	3,5
16	3,7	16	3,5	16	2,1	35	2,8	16	3,9	16	3,5	16	2,6	35	3,7
17	4,6	17	3,4	17	2,6	36	2,8	17	4,4	17	3,5	17	3,0	36	3,5
18	4,0			18	2,2	37	3,1	18	3,9			18	2,5	37	3,6
				19	2,2							19	2,5		

5.2 FRECUENCIAS PRETEST E INTERVALOS DE CLASE

Para las marcas de clase se agruparon las notas en seis rangos,

Tabla 18: Frecuencias por marcas de clase

Rango	Intervalo [LI	LS)	Marca de Clase x_i	Grupo 1 n_i	h_i%	N_i	H_i%	$n_i.x_i$	Grupo 2 n_i	h_i%	N_i	H_i%	$n_i.x_i$
Muy Bajo	2,0	2,5	2,25	7	38,9%	7	38,9%	15,75	4	23,5%	4	22,2%	9,00
Bajo	2,5	3,0	2,75	8	44,4%	15	83,3%	22,00	7	41,2%	11	61,1%	19,25
Medio bajo	3,0	3,5	3,25	2	11,1%	17	94,4%	6,50	1	5,9%	12	66,7%	3,25
Medio	3,5	4,0	3,75	0	0,0%	17	94,4%	-	4	23,5%	16	88,9%	15,00
Superior	4,0	4,5	4,25	1	5,6%	18	100,0%	4,25	1	5,9%	17	94,4%	4,25
Muy Superior	4,5	5,0	4,75	0	0,0%	18	100,0%	-	0	0,0%	17	94,4%	-
				18	100,0%			48,50	17	100,0%			50,75

Rango	Intervalo [LI	LS)	Marca de Clase x_i	Grupo 3 n_i	h_i%	N_i	H_i%	$n_i.x_i$
Muy Bajo	2,0	2,5	2,25	11	29,7%	11	29,7%	24,75
Bajo	2,5	3,0	2,75	18	48,6%	29	78,4%	49,50
Medio bajo	3,0	3,5	3,25	3	8,1%	32	86,5%	9,75
Medio	3,5	4,0	3,75	4	10,8%	36	97,3%	15,00
Superior	4,0	4,5	4,25	1	2,7%	37	100,0%	4,25
Muy Superior	4,5	5,0	4,75	0	0,0%	37	100,0%	-
				37	100,0%			103,25

5.3 FRECUENCIAS RELATIVAS POR GRUPO

Al lado izquierdo de la Tabla 19: Frecuencias relativas por grupo, pretest y postest y del Gráfico 9, se evidencia como en los niveles muy bajo y bajo se concentran más del 60% de los estudiantes, lo cual es comprensible si se entiende que ésta evaluación es de diagnóstico de competencias para determinar los conocimientos que tienen los estudiantes previamente al proceso, la línea verde representa el promedio y en ella se observa que los tres grupos se encuentran muy cerca de él.

Tabla 19: Frecuencias relativas por grupo, pretest y postest

FRECUENCIAS RELATIVAS (Hi%) - PRETEST				
Rango	**G1VHD**	**G2VH**	**G3**	**Promedio**
Muy Bajo	38,9%	23,5%	29,7%	30,7%
Bajo	44,4%	41,2%	48,6%	44,8%
Medio bajo	11,1%	5,9%	8,1%	8,4%
Medio	0,0%	23,5%	10,8%	11,4%
Superior	5,6%	5,9%	2,7%	4,7%
Muy Superior	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%

FRECUENCIAS RELATIVAS (Hi%) - POSTEST				
Rango	**G1VHD**	**G2VH**	**G3**	**Promedio**
Muy Bajo	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
Bajo	0,0%	0,0%	18,9%	6,3%
Medio bajo	0,0%	29,4%	56,8%	28,7%
Medio	38,9%	64,7%	18,9%	40,8%
Superior	55,6%	5,9%	2,7%	21,4%
Muy Superior	5,6%	0,0%	2,7%	2,8%

A la derecha, se presentan los mismos datos pero Postest, es decir al finalizar el proceso, en ella se destaca que la mayor parte de los estudiantes de los grupos **G2VH** y **G3** se trasladaron a los niveles medio bajo y medio, en tanto que el grupo **G1VHD** se trasladó a los niveles medio y superior, esto es un indicador diferencial de rendimiento que muestra que la mayor parte de los estudiantes del **G1VHD,** tuvieron mejor desempeño en geometría.

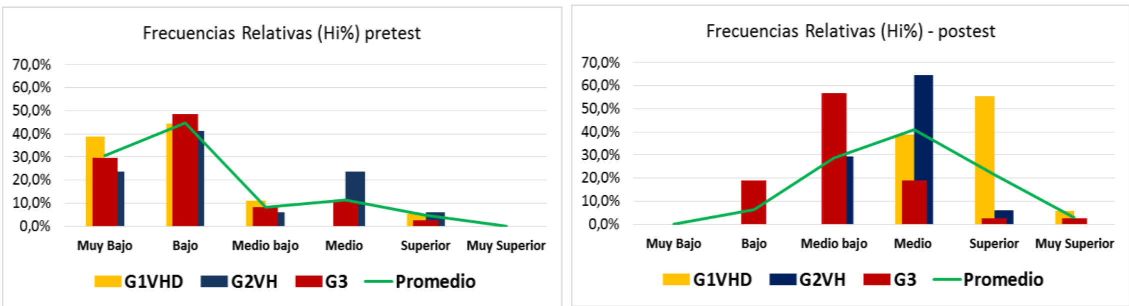


Gráfico 9: Frecuencias relativas por grupo, pretest y postest

5.4 ANALISIS DE PROMEDIOS

La Tabla 20 presenta los promedios obtenidos por cada uno de los grupos, en pretest y postest. En el pretest se evaluaron los fundamentos de todos los temas correspondientes al grado quinto, puesto que el diagnóstico no sólo pretendía detectar los conocimientos previos, sino también evaluar si tenían conocimientos avanzados para su nivel educativo.

El postest en cambio evalúa cada período una temática, al final se obtiene la nota definitiva promedio de todas las temáticas, siendo ésta es la que se ha de comparar con el pretest.

Tabla 20: Promedios de las pruebas pretest y postest por grupo

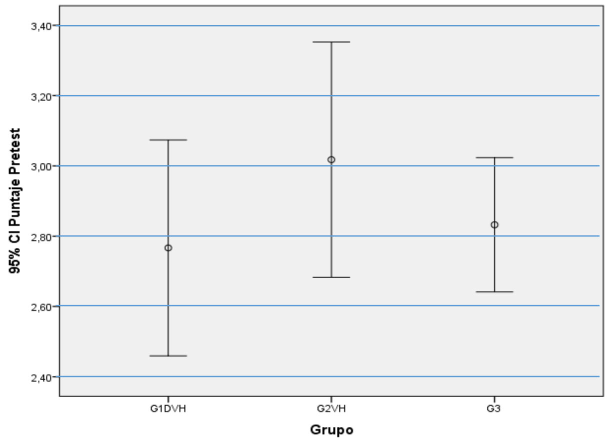
GRUPO	Nº Estudiantes	PRETEST	POSTEST				
			1er Periodo	2do Periodo	3er Periodo	4to Periodo	Definitiva
G1DVH	18	**2,77**	4,33	4,25	3,91	3,89	**4,09**
G2VH	17	**3,02**	3,77	3,66	3,53	3,44	**3,60**
G3	37	**2,83**	4,10	3,14	2,78	3,32	**3,33**
Promedio	**72**	**2,87**	4,07	3,68	3,41	3,55	**3,68**

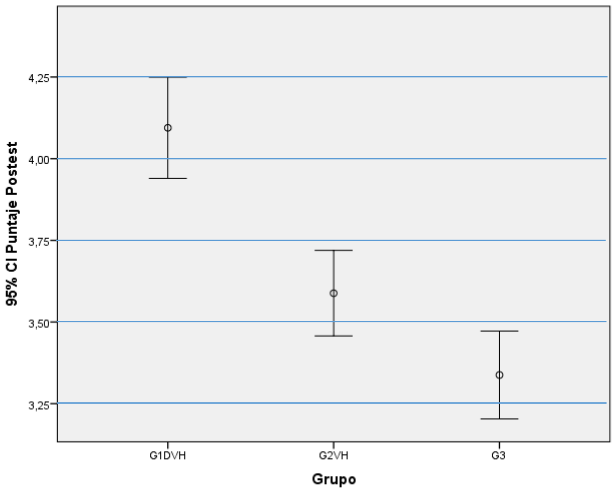
Si se observan las medias del pretest, se nota que no hay variaciones significativas, por lo cual puede considerarse que los grupos inician en igualdad de condiciones, al transcurrir los periodos se evidencia que las medias en cada grupo se van alejando, hasta hacerse notarias en la definitiva.

5.4.1 Análisis de Medias

Los gráficos que se muestran a continuación fueron creados con un nivel de confianza del 95%, en el Gráfico 11 se han representado las medias del pretest y del postest por grupo, en el pretest (arriba) se comprueba que las medias se solapan, esto quiere decir que los conceptos de geometría que tiene los estudiantes de los tres grupos en este punto son bastante semejantes.

Gráfico 10: Medias pretest y postest





En cambio en el gráfico del postest (abajo), se observa claramente que las medias no se solapan, esto nos indica que los estudiantes del grupo **G1DVH**, alcanzaron un nivel superior a la media de los grupos **G2VH** y **G3**.

Tabla 21: Media Aritmética por grupo

Media Aritmética por Grupo			
Etapa	**G1DVH**	**G2VH**	**G3**
Diagnóstico Inicial	**2,77**	**3,02**	**2,83**
1er Período	4,33	3,77	4,10
2do Período	4,25	3,66	3,14
3er Período	3,91	3,53	2,78
4to Período	3,89	3,44	3,32
Definitiva	**4,09**	**3,60**	**3,33**

Fuente: Elaboración propia

Como las variables independientes *"Aprendizaje geométrico que sustenta el modelo de Van-Hiele"* y *"danza como herramienta mediadora para la enseñanza de la geometría"*, se aplicaron a la variable dependiente *"aprendizaje de la geometría plana"*, se puede decir que fueron las causantes de tal variación.

Dicha observación se analiza con mayor exactitud empleando las Pruebas T Student comparando cada uno de los grupos.

El valor más relevante en la prueba T Student, es la significación muestral de la hipótesis nula es decir, el p-valor, en los siguientes análisis gráficos se muestra como **Sig (bilateral)** destacado con un recuadro rojo, éste valor permite decidir la aceptación o no de la hipótesis nula.

- Si $p \geq \alpha$, se acepta la hipótesis nula.
- Si $p \leq \alpha$, se rechaza la hipótesis nula.

5.4.2 Prueba T Student PRETEST

5.4.2.1 Grupos G1DVH – G2VH

Estadísticas de grupo - PRETEST G1DVH - G2VH

	Grupo	N	Media	Desviación estándar	Media de error estándar
Puntaje Pretest	G1DVH	18	2,7667	,61739	,14552
	G2VH	17	3,0176	,65119	,15794

Prueba de muestras independientes PRETEST G1DVH - G2VH

		Prueba de Levene de igualdad de varianzas		prueba t para la igualdad de medias						
									95% de intervalo de confianza de la diferencia	
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	Inferior	Superior
Puntaje Pretest	Se asumen varianzas iguales	,006	,937	-1,171	33	,250	-,25098	,21442	-,68722	,18526
	No se asumen varianzas iguales			-1,169	32,591	,251	-,25098	,21476	-,68811	,18615

Fuente: Elaboración propia

Gráfico 11: Pruebas T Student PRETEST Grupo G1DVH y G2VH

5.4.2.2 Grupos G1DVH – G3

Estadísticas de grupo PRETEST G1DVH - G3

	Grupo	N	Media	Desviación estándar	Media de error estándar
Puntaje Pretest	G1DVH	18	2,7667	,61739	,14552
	G3	37	2,8324	,57255	,09413

Prueba de muestras independientes PRETEST G1DVH - G3

		Prueba de Levene de igualdad de varianzas		prueba t para la igualdad de medias						
									95% de intervalo de confianza de la diferencia	
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	Inferior	Superior
Puntaje Pretest	Se asumen varianzas iguales	,504	,481	-,390	53	,698	-,06577	,16877	-,40428	,27275
	No se asumen varianzas iguales			-,379	31,589	,707	-,06577	,17331	-,41897	,28743

Fuente: Elaboración propia

Gráfico 12: Pruebas T Student PRETEST Grupo G1DVH y G3

Igualmente se realizó otro análisis de las varianzas, esta vez entre los grupos **G1DVH** y **G3**. Igual que en el caso anterior puede observarse en el gráfico que el P-valor resultante es superior al nivel de significación 0.05, por lo que se considera que las diferencias obtenidas en las variaciones de la muestra se dan sobre la base de un muestreo aleatorio de una población con varianzas iguales. Por lo tanto, la hipótesis nula de igualdad de varianzas se acepta y se concluye que no hay una diferencia entre las variaciones en la población de los grupos **G1DVH** y **G3**, al momento de comenzar la investigación.

5.4.2.3 Grupos G2VH – G3

Estadísticas de grupo PRETEST G2VH - G3

	Grupo	N	Media	Desviación estándar	Media de error estándar
Puntaje Pretest	G2VH	17	3,0176	,65119	,15794
	G3	37	2,8324	,57255	,09413

Prueba de muestras independientes PRETEST G2VH - G3

		Prueba de Levene de igualdad de varianzas		prueba t para la igualdad de medias						
									95% de intervalo de confianza de la diferencia	
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	Inferior	Superior
Puntaje Pretest	Se asumen varianzas iguales	,575	,452	1,057	52	,295	,18521	,17517	-,16629	,53672
	No se asumen varianzas iguales			1,007	27,824	,322	,18521	,18386	-,19151	,56194

Fuente: Elaboración propia

Gráfico 13: Pruebas T Student PRETEST Grupo G2VH y G3

5.4.3 Análisis de las pruebas T Student PRETEST

Para verificar que al comenzar la investigación las varianzas poblacionales eran iguales (homogeneidad de varianza u homocedasticidad), se realizó un análisis de las varianzas de los Grupos **G1DVH** y **G2VH, G1DVH y G3, G2VH y G3**. Como puede observarse en los resultados de los gráficos anteriores, el P-valor resultante (enmarcado en rojo) en todos los casos es superior al nivel de significación 0.05, por lo que se considera que las diferencias obtenidas en las variaciones de la muestra se dan sobre la base de un muestreo aleatorio de una población con varianzas iguales. Por lo tanto, se concluye que no hay una diferencia entre las variaciones en la población de los grupos **G1DVH**, **G2VH** y **G3**, al momento de comenzar la investigación.

5.4.4 Análisis ANOVA Pretest

Descriptivos PRETEST

Puntaje Pretest

	N	Media	Desviación estándar	Error estándar	95% del intervalo de confianza para la media		Mínimo	Máximo
					Límite inferior	Límite superior		
G1DVH	18	2,7667	,61739	,14552	2,4596	3,0737	2,00	4,10
G2VH	17	3,0176	,65119	,15794	2,6828	3,3525	2,00	4,20
G3	37	2,8324	,57255	,09413	2,6415	3,0233	2,00	4,20
Total	72	2,8597	,60133	,07087	2,7184	3,0010	2,00	4,20

ANOVA PRETEST

Puntaje Pretest

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Entre grupos	,607	2	,304	,836	,438
Dentro de grupos	25,066	69	,363		
Total	25,673	71			

Fuente: Elaboración propia

Gráfico 14: Análisis ANOVA PRETEST, Grupos G1DVH, G2VH y G3

Como puede observarse el nivel de significancia retornado por la prueba ANOVA de PRETEST, al analizar los tres grupos es mayor que 0,05 otro indicador que evidencia no existe diferencia significativa en las medias del pretest entre los tres grupos, por tanto se pueden considerar en igualdad de condiciones.

5.4.5 Prueba T Student POSTEST

5.4.5.1 G1DVH – G2VH

Estadísticas de grupo POSTEST G1DVH - G2VH

	Grupo	N	Media	Desviación estándar	Media de error estándar
Puntaje Postest	G1DVH	18	4,0956	,30596	,07212
	G2VH	17	3,6000	,24548	,05954

Prueba de muestras independientes POSTEST G1DVH - G2VH

		Prueba de Levene de igualdad de varianzas		prueba t para la igualdad de medias						
									95% de intervalo de confianza de la diferencia	
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	Inferior	Superior
Puntaje Postest	Se asumen varianzas iguales	,900	,350	5,265	33	,000	,49556	,09412	,30407	,68704
	No se asumen varianzas iguales			5,299	32,185	,000	,49556	,09352	,30511	,68600

Fuente: Elaboración propia

Gráfico 15: Pruebas T Student POSTEST Grupo G1DVH y G2VH

5.4.5.2 Grupos G1DVH – G3

Estadísticas de grupo POSTEST G1DVH - G3

	Grupo	N	Media	Desviación estándar	Media de error estándar
Puntaje Postest	G1DVH	18	4,0956	,30596	,07212
	G3	37	3,3346	,40220	,06612

Prueba de muestras independientes POSTEST G1DVH - G3

		Prueba de Levene de igualdad de varianzas		prueba t para la igualdad de medias						
									95% de intervalo de confianza de la diferencia	
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	Inferior	Superior
Puntaje Postest	Se asumen varianzas iguales	,519	,474	7,079	53	,000	,76096	,10749	,54537	,97655
	No se asumen varianzas iguales			7,778	43,184	,000	,76096	,09784	,56367	,95825

Fuente: Elaboración propia

Gráfico 16: Pruebas T Student POSTEST Grupo G1DVH y G3

5.4.5.3 Grupos G2VH – G3

Estadísticas de grupo POSTEST G2VH - G3

	Grupo	N	Media	Desviación estándar	Media de error estándar
Puntaje Postest	G2VH	17	3,6000	,24548	,05954
	G3	37	3,3346	,40220	,06612

Prueba de muestras independientes POSTEST G2VH - G3

		Prueba de Levene de igualdad de varianzas		prueba t para la igualdad de medias					95% de intervalo de confianza de la diferencia	
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	Inferior	Superior
Puntaje Postest	Se asumen varianzas iguales	2,203	,144	2,507	52	,015	,26541	,10586	,05298	,47783
	No se asumen varianzas iguales			2,983	47,615	,004	,26541	,08898	,08647	,44434

Fuente: Elaboración propia

Gráfico 17: Pruebas T Student POSTEST Grupo G2VH y G3

5.4.6 Análisis de las pruebas T Student POSTEST

Nótese que en la primera fila, enmarcada en rojo se observa el valor de la significación muestral, sig. (Bilateral), o P-valor resultante éste es menor que 0.05, esto quiere decir no se puede asumir que las varianzas sean iguales, por tanto se debe revisar P-Valor (sig. Bilateral) en la segunda fila, donde se observa que P-Valor es 0.000 menor que 0.05 por lo cual se acepta la hipótesis alternativa dado que si existen diferencias significativas.

Resumiendo, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa

5.4.7 Análisis ANOVA postest

Descriptivos POSTEST

Puntaje Postest

	N	Media	Desviación estándar	Error estándar	95% del intervalo de confianza para la media		Mínimo	Máximo
					Límite inferior	Límite superior		
G1DVH	18	4,0956	,30596	,07212	3,9434	4,2477	3,58	4,78
G2VH	17	3,6000	,24548	,05954	3,4738	3,7262	3,03	4,06
G3	37	3,3346	,40220	,06612	3,2005	3,4687	2,71	4,52
Total	72	3,5875	,46564	,05488	3,4781	3,6969	2,71	4,78

Prueba de homogeneidad de varianzas

Puntaje Postest

Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
1,277	2	69	,285

ANOVA

Puntaje Postest

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Entre grupos	7,015	2	3,508	28,885	,000
Dentro de grupos	8,379	69	,121		
Total	15,395	71			

Fuente: Elaboración propia

Gráfico 18: Análisis ANOVA POSTEST, Grupos G1DVH, G2VH y G3

Como puede observarse el nivel de significancia retornado por la prueba ANOVA de POSTEST, al analizar los tres grupos es menor que 0,05 otro indicador de que existe diferencia significativa en las medias del pretest entre los tres grupos, por tanto se pueden considerar que los tres grupos son significativamente diferentes.

Comparaciones múltiples

Variable dependiente: Puntaje Postest

Scheffe

(I) Grupos	(J) Grupos	Diferencia de medias (I-J)	Error estándar	Sig.	Intervalo de confianza al 95%	
					Límite inferior	Límite superior
G1DVH	G2VH	,49556*	,11786	,000	,2007	,7904
	G3	,76096*	,10014	,000	,5104	1,0115
G2VH	G1DVH	-,49556*	,11786	,000	-,7904	-,2007
	G3	,26541*	,10211	,040	,0100	,5209
G3	G1DVH	-,76096*	,10014	,000	-1,0115	-,5104
	G2VH	-,26541*	,10211	,040	-,5209	-,0100

*. La diferencia de medias es significativa en el nivel 0.05.

Un análisis post Hoc de comparaciones múltiples muestra que todos los niveles de significancia fueron menores a 0.05, lo que claramente confirma que los tres grupos se encuentran en diferente nivel de preparación, siendo notablemente superior el Grupo de danza **G1DVH**, seguido del grupo al que se aplicó el modelo Van-Hiele **G2VH**, mientras que el grupo de control se encuentra en un nivel significativamente inferior.

5.5 RESULTADO FINAL DEL ANÁLISIS

	HIPÓTESIS
RECHAZADA	**H0 Hipótesis Nula:** A través del uso de la danza como herramienta mediadora para la enseñanza de la geometría y usando el modelo de Van-Hiele, **no es posible** mejorar el aprendizaje de la geometría euclidiana
ACEPTADA	**H1 Hipótesis Alternativa:** A través del uso de la danza como herramienta mediadora para la enseñanza de la geometría y usando el modelo de Van-Hiele, es posible mejorar el aprendizaje de la geometría euclidiana.

6 CONCLUSIONES

Según el análisis de los datos obtenidos mediante el instrumento de evaluación, pruebas pretest y postest, los resultados de la investigación permitieron llegar a las siguientes conclusiones:

- ✓ El modelo de Van-Hiele incide positivamente en la enseñanza de la geometría plana al verificarse estadísticamente en esta investigación, comparando el rendimiento académico de los grupos **G2VH** y **G3**
- ✓ Existe un mejor rendimiento escolar después de aplicar el modelo de Van-Hiele, con la danza como herramienta mediadora y la diferencia es manifiesta al comparar resultados del pretest y postest de los grupos **G1DVH** y **G3**
- ✓ Se evidencian las ventajas al aplicar los niveles y fases del modelo Van-Hiele, pues el alumno se vuelve más participativo y se esfuerza para deducir y expresar oralmente o por escrito sus propias definiciones, fijando su atención en evitar ambigüedades o definiciones inexactas, además, al analizar definiciones de los compañeros va adquiriendo cierta rigurosidad, pues cuestiona la exactitud de las definiciones buscando en ellas incoherencias o ambigüedades.
- ✓ Se resalta que los conceptos de la geometría que se aplican a la danza y los conceptos de la danza que se llevan a la geometría se fortalecen mutuamente, el potencial coreográfico que aporta la geometría a la danza, se convierte en un factor de aprendizaje bidireccional, pues quienes practican danza aprenden a observar detalles geométricos y emplean estos conceptos para facilitar el desarrollo de los movimientos, pues en la mente de los integrantes del grupo de danza se crean estructuras geométricas que les permiten recordar mejor las secuencias de movimientos.

Con lo anterior se comprobó el progreso de habilidades, destrezas y razonamiento lógico del estudiante que práctica danza y esto fue un factor diferenciador de aprendizaje.

Los resultados obtenidos motivan a pensar que es posible, encontrar muchas otras herramientas mediadoras que permitan comprender y aplicar los conocimientos geométricos, que trasladan a la realidad de los estudiantes conceptos teóricos de la geometría.

Durante el desarrollo de esta investigación se fueron haciendo evidentes las diferencias entre los grupos al finalizar cada período, dicha diferencia se mantuvo y fue ampliando a largo del año escolar, lo cual es comprensible si se entiende que el tener desarrolladas las competencias de un período contribuye a facilitar y alcanzar las competencias de los períodos siguientes.

Las prácticas de baile y el desarrollo de las diferentes coreografías permitieron que los 18 estudiantes que participaron en el proceso investigativo, afianzaran conceptos de la geometría euclidiana, conocieran elementos nuevos de las matemáticas y potenciaran los niveles de razonamiento I, II y III

Los movimientos técnicos permitieron que los estudiantes afianzaran los procesos cognitivos de memoria y creatividad, así mismo, el desarrollo motriz y la facilidad de seguir secuencias, la ubicación del espacio y el tiempo.

Los resultados que dieron mayor sentido a este proceso de investigación, en correspondencia con los objetivos propuestos y a la pregunta planteada en el estudio fueron los siguientes:

Al finalizar esta investigación puede decirse que se alcanzó el logro del aprendizaje de conocimientos conceptuales y procedimentales en el área de Geometría Plana.

7 RESPUESTA A LAS PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

7.1 PREGUNTA PRINCIPAL

¿Se puede con la danza, fortalecer el modelo educativo de Van-Hiele para ayudar a los estudiantes a potenciar las competencias euclidianas, especialmente en el desarrollo del pensamiento espacial en los primeros niveles de enseñanza?

En una palabra **Sí,** los resultados obtenidos a través de ésta investigación comprueban este hecho, pero más allá pude observar como docente los beneficios que trajo a los estudiantes el haber integrado la danza al modelo de Van-Hiele, entre otros:

- ✓ Aportes a la Didáctica y la lúdica
- ✓ Aumento de interés en las temáticas, repercutiendo en una mayor motivación por aprender geometría
- ✓ Facilidad para comprender y recordar conceptos
- ✓ Capacidad para solucionar situaciones problemáticas planteadas
- ✓ Apropiación de conceptos y vocabulario
- ✓ Aportes a la educación holista por medio de la integración de diversos saberes

7.2 PREGUNTAS SECUNDARIAS

¿Influye la danza favorablemente y por sí sola, el proceso de aprendizaje de la geometría euclidiana?

Podría decirse sin lugar a dudas que si aporta, pero es relevante que quien enseña danza comprenda y transmita los conceptos geométricos de forma adecuada, para que la riqueza de la geometría de la danza se haga visible a los estudiantes.

¿Trae beneficios implementar el modelo de Van-Hiele para la enseñanza de la geometría en la formación de los alumnos del grado quinto?

Nuevamente la respuesta es sí, por las razones mencionadas anteriormente.

8 RECOMENDACIONES

Con base en las conclusiones, es importante recomendar el empleo del modelo de Van-Hiele y la danza en la enseñanza de la geometría.

Continuar con el empleo de la danza como herramienta mediadora para la enseñanza de la geometría en la institución, y pensar en integrar de forma holista otras herramientas mediadoras de aprendizaje para que éste se realice de forma bidireccional entre la materia de estudio y la herramienta mediadora. Lo cual contribuye a fortalecer las competencias interactuando entre la teoría y la práctica

Buscar que docentes de diferentes áreas se involucren en otras metodologías integradoras del conocimiento, donde el alumno sea participe en los salones, y comprendan que ningún saber es un caso aislado, sino que por el contrario se integra con muchos otros saberes, con el fin de elevar la educación a un nivel constructivista.

Motivar a otros docentes para que investiguen las ventajas al aplicar los niveles y fases del modelo Van-Hiele.

Destacar como función primordial del educador el establecer medios para que el educando llegue a razonar y desarrollar sus propias habilidades.

Dado que la práctica de la danza permite una mayor comprensión y aprehensión de conceptos por medio de la motricidad y la percepción visual, al crear y diseñar las coreografías con los movimientos adecuados se afianzan conceptos geométricos que están implícitos en ella, se recomienda su uso para ayudar a los estudiantes a descubrir propiedades, elementos y características comunes que sirvieren para avanzar por cada nivel de razonamiento con seguridad.

El empleo de herramientas mediadoras, permite llevar fuera del aula los conceptos y el vocabulario técnico en este caso léxico geométrico, de forma que los términos y conceptos se convierten en parte del vocabulario habitual, su uso frecuente refuerza el aprendizaje y fija los datos en la memoria de largo plazo, por tal razón se recomienda aumentar el uso de herramientas mediadoras.

Se sugiere continuar con la elaboración de guías didácticas propias, dado que ellas se pueden adaptar para todos los grados y niveles de la educación básica, con ejemplos que reflejen la realidad del contexto en que viven nuestros estudiantes, actualmente muchas actividades proceden de otras culturas, lo que se evidencia porque es frecuente encontrar problemas con términos foráneos (euros, dólares, pies).

9 BIBLIOGRAFÍA

Abad Carlés, Ana (2004). Historia del ballet y de la danza moderna. Alianza Editorial: Madrid.

Alberich Bayarri, Ángel. Las matemáticas en el antiguo Egipto, recuperado en el mes de agosto de 2017 de: http://www.ciencianet.com/mategipto.html

Alvarez-Gayou, J, (2003), Cómo hacer investigación cualitativa, México: Paidós.

Arrieta, M. (2003) Capacidad espacial y educación matemática: tres problemas para el futuro de la investigación. Tomado de: https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2268872

Ausubel, D, Novak, J y Hanesian, H. (1983). Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo, México: Ed.Trillas.

Barrera (2015) investigación holística o comprensión holística de la investigación: Revista Internacional Magisterio, recuperado en el mes de agosto de 2017 de:http://www.monografias.com/trabajos39/investigacion-holistica/investigacion-holistica3.shtml#ixzz4ttK3OjYN

Bellorín, C (2012) La matemática está inmersa en la danza. Tomado de: http://mathclubvirtual.ning.com/profiles/blogs/la-matem-tica-est-inmersa-en-la-danzae

Bernal, C. (2016). Metodología de la investigación, Colombia: Pearson.

Canelones, P. (2014) Movimiento corporal: Una de las expresiones de la salud. Tomado de: http://psiconeuroinmunologia.over-blog.com/article-movimiento-corporal-una-de las-expresiones-de-la-salud-124244890.html

Festival de cumbia (2003) Historia de la cumbia. Tomado de: http://www.colombia.com/turismo/ferias_fiestas/2003/junio/festival_cumbia/cumbia.asp

Fouz, F. (2013) Modelo de Van-Hiele para la didáctica de la Geometría.

García, H. (1997) La danza en la escuela. Tomado de: https://books.google.com.co/books/about/La_danza_en_la_escuela.html?id=s3EdPFYs6_8C&redir_esc=y

Gardner, H. (1993) Inteligencias múltiples. La teoría en la práctica. Barcelona: Paidos**.**

González y Arévalo (2011) Desarrollo del pensamiento geométrico espacial en niños de segundo de primaria. Tomado de: http://funes.uniandes.edu.co/2283/1/GonzalezDesarrolloAsocolme2011.pdf

Gutiérrez, A. (2006). La investigación sobre enseñanza y aprendizaje de la geometría. Recuperado en el mes de junio de 2017 de: http://www.altascapacidades.org/download/La%20investigaci%C3%B3n%20sobre%

20ense%C3%B1anza%20y%20aprendizaje%20de%20la%20geometr%C3%ADa.pdf

Hernández, R (2013) La danza y su valor educativo. Tomado de: http://www.efdeportes.com/efd138/la-danza-y-su-valor-educativo.htm

http://iesmarchetti.tuc.infd.edu.ar/sitio/upload/danza_y_matematica-Lopez_J.pdf

Latorre, D. (2013). Danzas religiosas: ¿alguna relación con la Matemática?. Recuperado en el mes de agosto de 2017 de: http://funes.uniandes.edu.co/6684/1/Latorre2012Danzas.pdf

López, C. (2013) Las matemáticas y la danza folclórica. Tomado de:

López, H. (2015) Expresión corporal y educación infantil. Tomado de: file:///C:/Users/Epimorelo/Downloads/DialnetLaExpresionCorporalEnEducacionInfantil-5367747.pdf

Maris Boccioni, M. (2015). Investigación sobre el aprendizaje de la modelización geométrica de la interpretación de la danza clásica, en un contexto de geometría dinámica. Recuperado en el mes de agosto de 2017 de http://ria.utn.edu.ar/bitstream/handle/123456789/1481/Tesina%20Boccioni%20Mariela%202015.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Martín. M (2010) Expresión corporal infantil. Tomado de: http://www.auladelpedagogo.com/2010/12/la-expresion-corporal-en-educacion-infantil/

Matemáticas para ti (2015) Contenidos de Educación Básica. Tomado de: https://matematicasparaticharito.wordpress.com/tag/ejercicios-resueltos-de-perimetro-y-area-de-poligonos-regulares-de-mas-de-cuatro-lados/

Ministerio de Educación Nacional (1998) Lineamientos curriculares para el área de matemáticas.

Morales, C (2012) El desarrollo del pensamiento espacial y la competencia matemática. Una aproximación desde el estudio de los cuadriláteros. Tomado de: http://www.udla.edu.co/revistas/index.php/amazonia-investiga/article/view/6

Morena, M. (2014) Aplicación del teorema de Pitágoras. Tomado de: https://www.google.com.co/webhp?sourceid=chromeinstant&ion=1&espv=2&ie=UTF-8#q=Maira+Ang%C3%A9lica+morena+(2014)+aplicaci%C3%B3n+del+teorema+

Padilla, C., & Zurdo, R. (2009). Desarrollo de la creatividad a través de la danza improvisación y la danza contacto. Valores y aplicaciones en Educación Primaria y Secundaria Expresión Corporal y educación. Sevilla: Wanceulen

Palacios. (2006) Características del método cuantitativo, recuperado en el mes de agosto de 2017 de: http://www.monografias.com/trabajos38/investigacion-cualitativa/investigacion-cualitativa2.shtml

Pérez y Gardey. (2011) Cumbia. Tomado de http://definicion.de/cumbia/

Pérez, J y Merino, M (2009) Geometría. Tomado de: http://definicion.de/geometria/

Rodríguez, M y Ricardo, L. (2009) El modelo holístico para el proceso de enseñanza-aprendizaje de geometría en arquitectos de la escuela cubana**.** Tomado de: Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa

Romero, E. (2012) Importancia de la inteligencia cenestésico corporal. Tomado de: http://es.slideshare.net/cicatsalud/estimulacin-de-la-inteligencia-cinestsico-corporal cicatsalud

Sánchez, L. (2015) La teoría de las inteligencias múltiples en la educación. Tomado de: http://unimex.edu.mx/Investigacion/DocInvestigacion/La_teoria_de_las_inteligencias_multiples_en_la_educacion.pdf

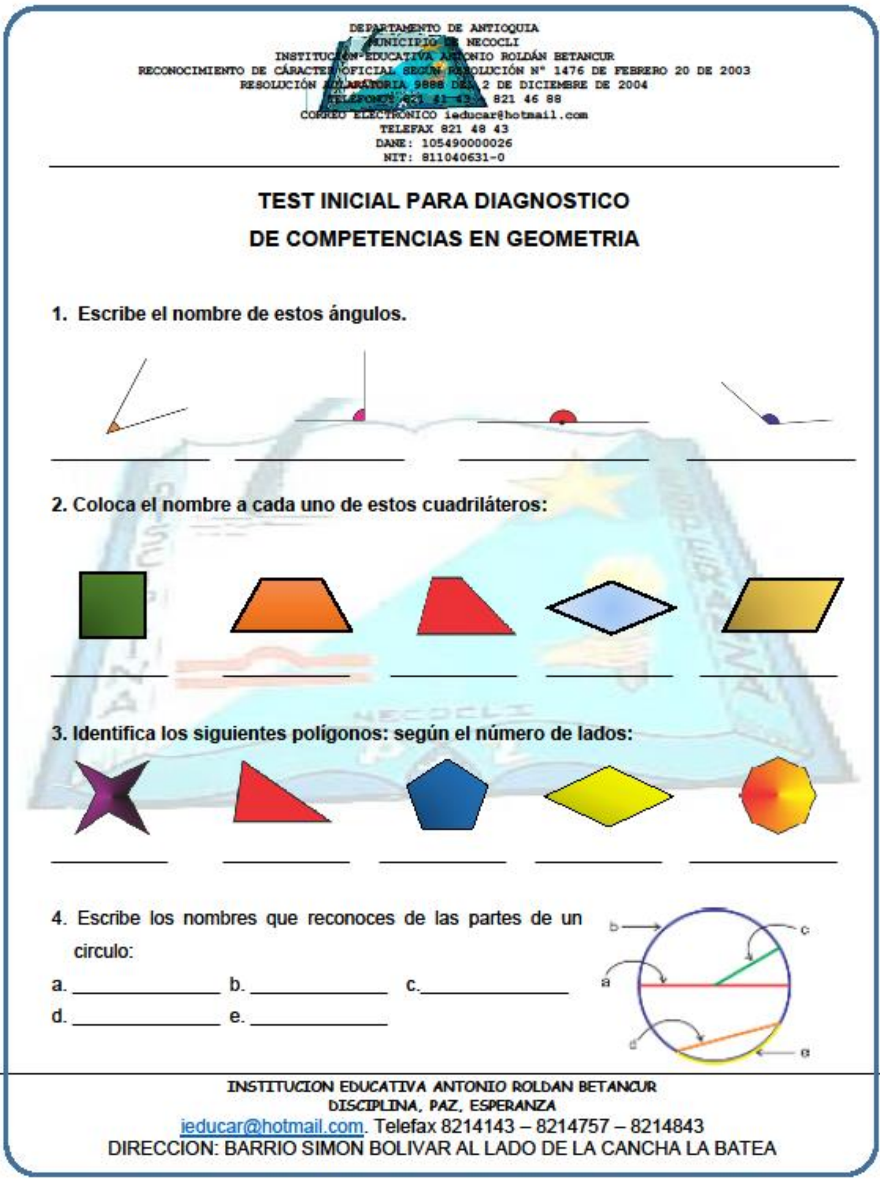
Vargas, G y Gamboa, R (2012) El modelo de Van-Hiele y la enseñanza de la geometría. Recuperado en el mes de agosto de 2017 de: ElModeloDeVanHieleYLaEnsenanzaDeLaGeometria-4945319%20(1).pdf

Vélez, D. (2013) Coreografía y elementos de la danza. Tomado de: http://danzasdianavelez.blogspot.com.co/2013/05/coreografia-y-elementos-de-la-danza.html

Vizan. (2007) Importancia de la geometría en el currículum. Tomado de: https://lauravizan.wordpress.com/2007/11/19/importancia-de-la-geometria-en-el-curriculum/

10 ANEXOS

10.1 ANEXO 1: TEST DE DIAGNÓSTICO


DEPARTAMENTO DE ANTIOQUIA
MUNICIPIO DE NECOCLI
INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO ROLDÁN BETANCUR
RECONOCIMIENTO DE CÁRACTER OFICIAL SEGÚN RESOLUCIÓN N° 1476 DE FEBRERO 20 DE 2003
RESOLUCIÓN ACLARATORIA 9888 DEL 2 DE DICIEMBRE DE 2004
TELEFONOS 821 41 43 – 821 46 88
CORREO ELECTRONICO ieducar@hotmail.com
TELEFAX 821 48 43
DANE: 105490000026
NIT: 811040631-0

TEST INICIAL PARA DIAGNOSTICO
DE COMPETENCIAS EN GEOMETRIA

1. Escribe el nombre de estos ángulos.

__________ __________ __________ __________

2. Coloca el nombre a cada uno de estos cuadriláteros:

________ ________ ________ ________ ________

3. Identifica los siguientes polígonos: según el número de lados:

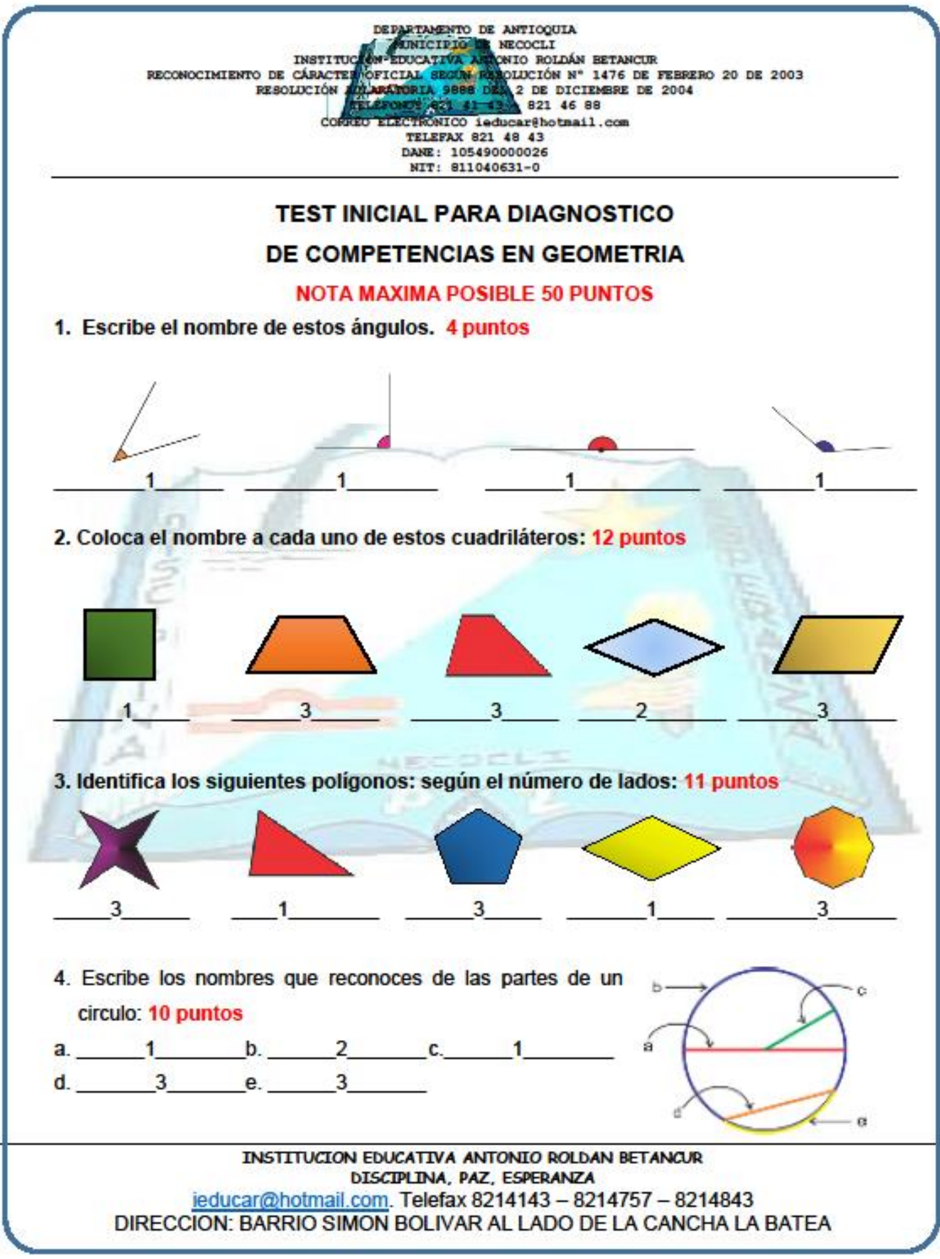
________ ________ ________ ________ ________

4. Escribe los nombres que reconoces de las partes de un circulo:

a. __________ b. __________ c.__________
d. __________ e. __________

INSTITUCION EDUCATIVA ANTONIO ROLDAN BETANCUR
DISCIPLINA, PAZ, ESPERANZA
ieducar@hotmail.com. Telefax 8214143 – 8214757 – 8214843
DIRECCION: BARRIO SIMON BOLIVAR AL LADO DE LA CANCHA LA BATEA

10.2 ANEXO 2: EVALUACION DEL TEST DE DIAGNÓSTICO



DEPARTAMENTO DE ANTIOQUIA
MUNICIPIO DE NECOCLI
INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO ROLDÁN BETANCUR
RECONOCIMIENTO DE CÁRACTER OFICIAL SEGÚN RESOLUCIÓN N° 1476 DE FEBRERO 20 DE 2003
RESOLUCIÓN ACLARATORIA 9888 DEL 2 DE DICIEMBRE DE 2004
TELEFONOS 821 41 43 - 821 46 88
CORREO ELECTRONICO ieducar@hotmail.com
TELEFAX 821 48 43
DANE: 105490000026
NIT: 811040631-0

TEST INICIAL PARA DIAGNOSTICO

DE COMPETENCIAS EN GEOMETRIA

NOTA MAXIMA POSIBLE 50 PUNTOS

1. Escribe el nombre de estos ángulos. 4 puntos

_______1______ _______1______ _______1______ _______1______

2. Coloca el nombre a cada uno de estos cuadriláteros: 12 puntos

_____1_____ _____3_____ _____3_____ _____2_____ _____3_____

3. Identifica los siguientes polígonos: según el número de lados: 11 puntos

_____3_____ _____1_____ _____3_____ _____1_____ _____3_____

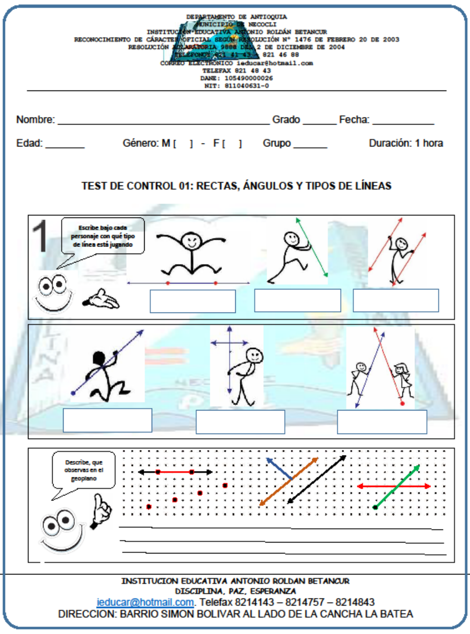
4. Escribe los nombres que reconoces de las partes de un circulo: **10 puntos**

a. ______1______ b. ______2______ c. ______1______
d. ______3______ e. ______3______

INSTITUCION EDUCATIVA ANTONIO ROLDAN BETANCUR
DISCIPLINA, PAZ, ESPERANZA
ieducar@hotmail.com. Telefax 8214143 – 8214757 – 8214843
DIRECCION: BARRIO SIMON BOLIVAR AL LADO DE LA CANCHA LA BATEA

10.3 ANEXO 3: PRUEBAS

Para ver las pruebas completas en formato PDF, pulse doble clic sobre la imagen



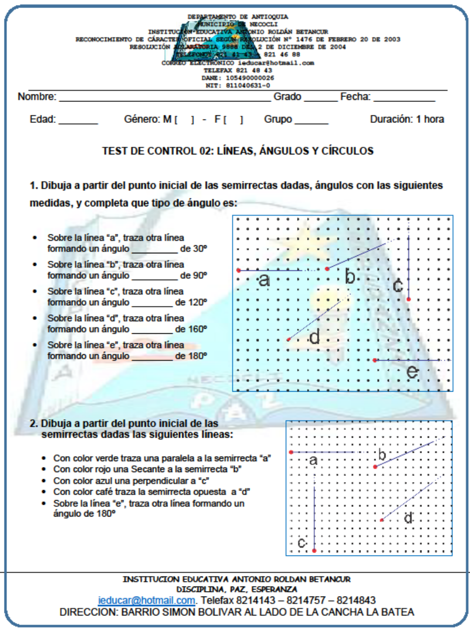
DEPARTAMENTO DE ANTIOQUIA
MUNICIPIO DE NECOCLI
INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO ROLDÁN BETANCUR
RECONOCIMIENTO DE CÁRACTER OFICIAL SEGÚN RESOLUCIÓN N° 1476 DE FEBRERO 20 DE 2003
RESOLUCIÓN ACLARATORIA 9888 DEL 2 DE DICIEMBRE DE 2004
TELEFONOS 821 41 43 – 821 46 88
CORREO ELECTRONICO ieducar@hotmail.com
TELEFAX 821 48 43
DANE: 105490000026
NIT: 811040631-0

Nombre: ______________________ Grado ______ Fecha: __________

Edad: _______ Género: M [ ] - F [ ] Grupo ______ Duración: 1 hora

TEST DE CONTROL 01: RECTAS, ÁNGULOS Y TIPOS DE LÍNEAS

INSTITUCION EDUCATIVA ANTONIO ROLDAN BETANCUR
DISCIPLINA, PAZ, ESPERANZA
ieducar@hotmail.com. Telefax 8214143 – 8214757 – 8214843
DIRECCION: BARRIO SIMON BOLIVAR AL LADO DE LA CANCHA LA BATEA



DEPARTAMENTO DE ANTIOQUIA
MUNICIPIO DE NECOCLI
INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO ROLDÁN BETANCUR
RECONOCIMIENTO DE CÁRACTER OFICIAL SEGÚN RESOLUCIÓN N° 1476 DE FEBRERO 20 DE 2003
RESOLUCIÓN ACLARATORIA 9888 DEL 2 DE DICIEMBRE DE 2004
TELEFONOS 821 41 43 – 821 46 88
CORREO ELECTRONICO ieducar@hotmail.com
TELEFAX 821 48 43
DANE: 105490000026
NIT: 811040631-0

Nombre: ______________________ Grado ______ Fecha: __________

Edad: _______ Género: M [ ] - F [ ] Grupo ______ Duración: 1 hora

TEST DE CONTROL 02: LÍNEAS, ÁNGULOS Y CÍRCULOS

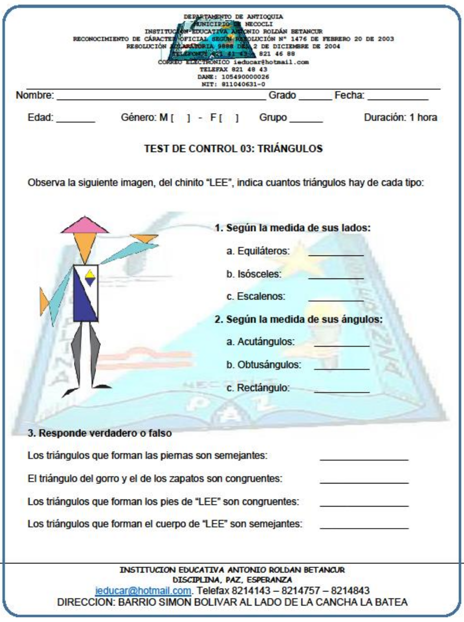
1. Dibuja a partir del punto inicial de las semirrectas dadas, ángulos con las siguientes medidas, y completa que tipo de ángulo es:

- Sobre la línea "a", traza otra línea formando un ángulo ________ de 30º
- Sobre la línea "b", traza otra línea formando un ángulo ________ de 90º
- Sobre la línea "c", traza otra línea formando un ángulo ________ de 120º
- Sobre la línea "d", traza otra línea formando un ángulo ________ de 160º
- Sobre la línea "e", traza otra línea formando un ángulo ________ de 180º

2. Dibuja a partir del punto inicial de las semirrectas dadas las siguientes líneas:

- Con color verde traza una paralela a la semirrecta "a"
- Con color rojo una Secante a la semirrecta "b"
- Con color azul una perpendicular a "c"
- Con color café traza la semirrecta opuesta a "d"
- Sobre la línea "e", traza otra línea formando un ángulo de 180º

INSTITUCION EDUCATIVA ANTONIO ROLDAN BETANCUR
DISCIPLINA, PAZ, ESPERANZA
ieducar@hotmail.com. Telefax 8214143 – 8214757 – 8214843
DIRECCION: BARRIO SIMON BOLIVAR AL LADO DE LA CANCHA LA BATEA



DEPARTAMENTO DE ANTIOQUIA
MUNICIPIO DE NECOCLI
INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO ROLDÁN BETANCUR
RECONOCIMIENTO DE CÁRACTER OFICIAL SEGÚN RESOLUCIÓN N° 1476 DE FEBRERO 20 DE 2003
RESOLUCIÓN ACLARATORIA 9888 DEL 2 DE DICIEMBRE DE 2004
TELEFONOS 821 41 43 – 821 46 88
CORREO ELECTRONICO ieducar@hotmail.com
TELEFAX 821 48 43
DANE: 105490000026
NIT: 811040631-0

Nombre: ______________________ Grado ______ Fecha: __________

Edad: _______ Género: M [ ] - F [ ] Grupo ______ Duración: 1 hora

TEST DE CONTROL 03: TRIÁNGULOS

Observa la siguiente imagen, del chinito "LEE", indica cuantos triángulos hay de cada tipo:

1. Según la medida de sus lados:

a. Equiláteros: __________

b. Isósceles: __________

c. Escalenos: __________

2. Según la medida de sus ángulos:

a. Acutángulos: __________

b. Obtusángulos: __________

c. Rectángulo: __________

3. Responde verdadero o falso

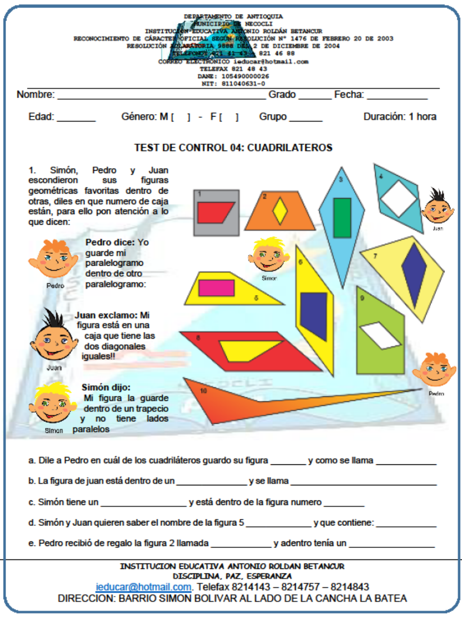
Los triángulos que forman las piernas son semejantes: ______________

El triángulo del gorro y el de los zapatos son congruentes: ______________

Los triángulos que forman los pies de "LEE" son congruentes: ______________

Los triángulos que forman el cuerpo de "LEE" son semejantes: ______________

INSTITUCION EDUCATIVA ANTONIO ROLDAN BETANCUR
DISCIPLINA, PAZ, ESPERANZA
ieducar@hotmail.com. Telefax 8214143 – 8214757 – 8214843
DIRECCION: BARRIO SIMON BOLIVAR AL LADO DE LA CANCHA LA BATEA



DEPARTAMENTO DE ANTIOQUIA
MUNICIPIO DE NECOCLI
INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO ROLDÁN BETANCUR
RECONOCIMIENTO DE CÁRACTER OFICIAL SEGÚN RESOLUCIÓN N° 1476 DE FEBRERO 20 DE 2003
RESOLUCIÓN ACLARATORIA 9888 DEL 2 DE DICIEMBRE DE 2004
TELEFONOS 821 41 43 – 821 46 88
CORREO ELECTRONICO ieducar@hotmail.com
TELEFAX 821 48 43
DANE: 105490000026
NIT: 811040631-0

Nombre: ______________________ Grado ______ Fecha: __________

Edad: _______ Género: M [ ] - F [ ] Grupo ______ Duración: 1 hora

TEST DE CONTROL 04: CUADRILATEROS

1. Simón, Pedro y Juan escondieron sus figuras geométricas favoritas dentro de otras, diles en que numero de caja están, para ello pon atención a lo que dicen:

Pedro dice: Yo guarde mi paralelogramo dentro de otro paralelogramo:

Juan exclamo: Mi figura está en una caja que tiene las dos diagonales iguales!!

Simón dijo: Mi figura la guarde dentro de un trapecio y no tiene lados paralelos

a. Dile a Pedro en cuál de los cuadriláteros guardo su figura _______ y como se llama ___________

b. La figura de juan está dentro de un ______________ y se llama ______________________

c. Simón tiene un ________________ y está dentro de la figura numero ________

d. Simón y Juan quieren saber el nombre de la figura 5 _____________ y que contiene: ___________

e. Pedro recibió de regalo la figura 2 llamada ____________ y adentro tenía un ________________

INSTITUCION EDUCATIVA ANTONIO ROLDAN BETANCUR
DISCIPLINA, PAZ, ESPERANZA
ieducar@hotmail.com. Telefax 8214143 – 8214757 – 8214843
DIRECCION: BARRIO SIMON BOLIVAR AL LADO DE LA CANCHA LA BATEA

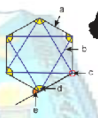
DEPARTAMENTO DE ANTIOQUIA
MUNICIPIO DE NECOCLI
INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO ROLDÁN BETANCUR
RECONOCIMIENTO DE CÁRACTER OFICIAL SEGÚN RESOLUCIÓN N° 1476 DE FEBRERO 20 DE 2003
RESOLUCIÓN ACLARATORIA 9888 DEL 2 DE DICIEMBRE DE 2004
TELEFONOS 821 41 43 - 821 46 88
CORREO ELECTRONICO ieducar@hotmail.com
TELEFAX 821 48 43
DANE: 105490000026
NIT: 811040631-0

Nombre: ______________________________ Grado ______ Fecha: ___________

Edad: _______ Género: M [ ] - F [ ] Grupo ______ Duración: 1 hora

TEST DE CONTROL 05: POLIGONOS

Ayuda a mariana dando nombre a cada una de las partes del polígono:



El nombre del polígono es: ______________________

1. Sus partes son:
a. ______________________
b. ______________________
c. ______________________
d. ______________________
e. ______________________

2. Ayuda a mariana a completar la siguiente tabla (características de los polígonos)

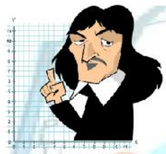
POLIGONO	NOMBRE	TIPO Regular o Irregular	TIPO Cóncavo o convexo	Nº de Lados	Nº de Diagonales
					
					
					
					
					
					

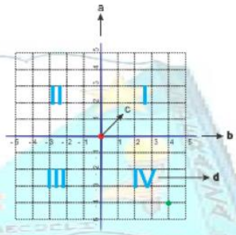
DEPARTAMENTO DE ANTIOQUIA
MUNICIPIO DE NECOCLI
INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO ROLDÁN BETANCUR
RECONOCIMIENTO DE CÁRACTER OFICIAL SEGÚN RESOLUCIÓN N° 1476 DE FEBRERO 20 DE 2003
RESOLUCIÓN ACLARATORIA 9888 DEL 2 DE DICIEMBRE DE 2004
TELEFONOS 821 41 43 - 821 46 88
CORREO ELECTRONICO ieducar@hotmail.com
TELEFAX 821 48 43
DANE: 105490000026
NIT: 811040631-0

Nombre: ______________________________ Grado ______ Fecha: ___________

Edad: _______ Género: M [ ] - F [ ] Grupo ______ Duración: 1 hora

TEST DE CONTROL 06: PLANO CARTESIANO





RENÉ DESCARTES (1596-1650)
"Filósofo, matemático y científico francés."

Fundamentó su pensamiento filosófico en la necesidad de tomar un "punto de partida" sobre el que edificar todo el conocimiento.

En su faceta matemática que le lleva a crear la geometría analítica, comienza tomando un punto de partida:

Dos rectas perpendiculares entre sí, que se cortan en un punto denominado "origen de coordenadas", ideando así las denominadas coordenadas cartesianas.

1. Seguramente don **RENÉ DESCARTES** estaría encantado si pudiera saber que tú reconoces las partes, de un plano cartesiano, muéstrale que si lo sabes:

a. ________________ b. ________________

c. ________________

d. Los números romanos I, II, III y IV representan cada uno de los cuatro ______________ que conforman el plano cartesiano