

Notas de la Aprobación

Firma del Presidente del Jurado

Firma del Jurado

Firma del Jurado

Medellín,

Dedicatoria

A todos aquellos que no lo logran, a todos aquellos que no perduran, a todos aquellos que abandonaron el camino. Acá los espero al final de la ruta.

Agradecimiento

A mi familia por apoyarme de forma incondicional.

A mis colegas por ayudarme con las dudas que tuve en su momento.

A Fabio Castrillón por tenerme la paciencia que me tuvo y ayudarme de la forma lo hizo.

A María Elena Sierra por estar allí para responder cada duda.

A todos ellos Gracias.

CONTENIDO

	pag.
LISTADO DE ECUACIONES	8
LISTADO DE PROCEDIMIENTOS	10
LISTADO DE GRÁFICAS	11
GLOSARIO	12
RESUMEN	13
INTRODUCCIÓN	14
1. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	15
1.1 PROCESOS INTEGRADORES	17
1.2 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD	19
1.3 SISTEMAS DE CONTROL AUTOMÁTICO	21
1.4 SINTONIZACIÓN DE CONTROLADORES	22
1.4.1 REGLAS HEURÍSTICAS.	22
1.4.2 REGLAS BASADAS EN LA RESPUESTA DEL SISTEMA.	23
1.4.3 REGLAS BASADAS EN LOS MODELOS MATEMÁTICOS DE LOS PROCESOS.	23
2. JUSTIFICACIÓN	25
3. OBJETIVOS	26
3.1 GENERAL	26
3.2 ESPECÍFICOS	26
4. MATERIALES Y MÉTODOS	27
5. RESULTADOS	30
6. CONCLUSIONES	39

pag.

7. RECOMENDACIONES

41

LISTADO DE ECUACIONES

	pag.
Ecuación 1. Expresión propuesta por Chen y Seborg para la ganancia del controlador	16
Ecuación 2. Expresión propuesta por Chen y Seborg para el tiempo muerto	16
Ecuación 3. Función de transferencia de un sistema integrador con tiempo muerto.	18
Ecuación 4. Estructura de un controlador PID	22
Ecuación 5. Expresión de Ziegler y Nichols para la ganancia del controlador	23
Ecuación 6. Expresión de Ziegler y Nichols para tiempo integral del controlador	23
Ecuación 7. Correlación encontrada entre el parámetro t_c y los parámetros del sistema para las condiciones críticas	31
Ecuación 8. Correlaciones para el cálculo de los parámetros últimos del controlador	32
Ecuación 9. Correlación encontrada entre el parámetro t_c y los parámetros del sistema.	32
Ecuación 10. Correlaciones para el cálculo de los parámetros óptimos según ICE	32

LISTADO DE TABLAS

	pag.
Tabla 1. Algunas de las expresiones para la sintonización de controladores encontradas en la literatura	15
Tabla 2. Recomendaciones publicadas por Seborg	16
Tabla 3. Definición de los indicadores evaluados	29
Tabla 4. Parámetros del proceso obtenidos a través del diseño de experimentos	30
Tabla 5. Valores de los rangos de aplicación comprobados	33
Tabla 6. Expresiones utilizadas para las comparaciones.	33
Tabla 7. Valores utilizados para los parámetros del controlador según cada autor.	34
Tabla 8. Resultado de los indicadores para cambios en el punto de control y las perturbaciones	38
Tabla 9. Resultado del indicador de robustez seleccionado.	38

LISTADO DE PROCEDIMIENTOS

	pag.
Procedimiento 1. Análisis algebraico del modelo de un tanque de almacenamiento.	20
Procedimiento 2. Aplicación del criterio de Bode para sistemas lineales e invariantes en el tiempo	31

LISTADO DE GRÁFICAS

	pag.
Gráfica 1. Tanque con salida constante generada por una bomba de desplazamiento positivo.	17
Gráfica 2. Aproximación de un sistema integrador con tiempo muerto a un sistema de primer orden con tiempo muerto	18
Gráfica 3. Comparación de algunas respuestas de sistemas a un escalón unitario.	19
Gráfica 4. Comportamiento de un sistema integrador a un escalón en la variable manipulada	21
Gráfica 5. Estructura de control por modelo interno.	24
Gráfica 6. Ciclo de control del nivel de colas en una torre de destilación	27
Gráfica 7. Prueba calculando los valores de ICE variado el parámetro t_c de las expresiones de Chen y Seborg.	31
Gráfica 8. Estrategia de control de un sistema con perturbación.	34
Gráfica 9. Respuesta del sistema ante un cambio en el punto de control, utilizando los resultados del estudio para la sintonización	35
Gráfica 10. Respuesta del sistema ante un cambio en el punto de control, utilizando la propuesta de Seborg.	35
Gráfica 11. Respuesta del sistema ante un cambio en el punto de control, utilizando la propuesta de Ziegler y Nichols.	36
Gráfica 12. Respuesta del sistema ante perturbaciones sintonizando de acuerdo a las expresiones presentadas aquí	36
Gráfica 13. Respuesta del sistema a perturbaciones de acuerdo a las recomendaciones de Ziegler y Nichols	37
Gráfica 14. Respuesta del sistema ante perturbaciones al aplicar las expresiones propuestas por Seborg	37

GLOSARIO

Controlador: (c) Equipo electrónico, eléctrico o mecánico utilizado para el calcular o realizar los ajustes de manera automática en un sistema durante la operación.

Derivativo: (D ó D) Comportamiento referente a la derivada con respecto al tiempo.

Función de transferencia: (G) Abstracción matemática obtenida al aplicar la transformada de Laplace sobre el modelo lineal de un sistema o proceso invariable en el tiempo, con condiciones iniciales nulas.

Ganancia: (K) Constante propia del proceso o sistema, referente a la magnitud de la respuesta del mismo frente a estímulos, como perturbaciones o cambios en el punto de control. Debido a la linealización puede cambiar según el punto inicial.

Integral: (I o i) Referente al comportamiento integral de un controlador.

Parámetro de Sintonía: (t) Elemento presente en algunas expresiones de sintonización resultante de las operaciones matemáticas aplicadas al modelo del sistema para su sintonización. Este parámetro suele darle flexibilidad al método de sintonización.

Perturbación: (d) Elemento externo al sistema que genera una variación en el comportamiento.

Proceso: (p) Operación o secuencia de operaciones en las cuales ocurre un cambio de energía, estado, composición, dimensión u otras propiedades.

Proporcional: (P) Referente al comportamiento lineal de un controlador

Retraso o tiempo Muerto: (θ) Tiempo transcurrido entre un cambio en el punto de control o una perturbación y el momento en el que se observa el cambio en el sistema.

Sistema: (s) Conjunto de procesos u operaciones unitarias, entre los que se incluyen los controladores y equipos de control.

Tiempo: (τ) Concepto físico referente a la duración o separación de los eventos.

Último o Crítico: (u) Valor limite en el cual es sistema se considera críticamente estable. En este punto el sistema oscila de forma armónica con amplitud constante.

RESUMEN

En este trabajo se obtuvo una nueva regla de sintonía para procesos integradores con tiempo muerto (IPD), partiendo de la metodología propuesta por Chen y Seborg en 2002 y utilizando un método de optimización de la integral del cuadrado del error (ICE) frente a perturbaciones.

Los experimentos numéricos fueron dirigidos por un diseño experimental tipo factorial y los resultados fueron procesados mediante la teoría estadística de análisis de regresión.

Adicionalmente basado en el trabajo presentado por Chen y Seborg en 2002. Se determinó una función explícita para el valor crítico o último del parámetro de sintonización, en términos de constantes del modelo del proceso.

Para fines de evaluación y comparación, la regla se aplicó al sistema de control de nivel de colas en una columna de destilación típica, junto con otros dos métodos de sintonía propuestos en la literatura y se utilizaron cinco índices para medir el desempeño y robustez de los mismos.

Palabras Clave: Controlador PID, Sintonización de controladores, Procesos integradores con tiempo muerto, Atenuación del efecto de las perturbaciones.

INTRODUCCIÓN

Los controladores PID¹ se encuentran en el mercado y la industria desde principios del siglo veinte. En la actualidad esta estrategia de control de procesos, es una de las más comunes y utilizadas en la práctica. Debido a su popularidad se han desarrollado métodos para la sintonización desde mediados del siglo pasado. Sin embargo, no se suelen sintonizar de manera adecuada y en algunos casos son instalados conservando las condiciones de fábrica.²

En el presente trabajo se tomó un modelo base, como lo es un integrador con tiempo muerto, y se desarrolló una correlación para facilitar la sintonización de los controladores PI, basado en las expresiones propuestas en el 2002 por Chen y Seborg.³

¹ Siglas en ingles de Proporcional Integral Derivativo referentes a la función de transferencia del controlador

² Van Overschee, Peter, *et al.* 1998. RaPID: THE END OF HEURISTIC TUNNING. *KU Leuven*. [En línea] Octubre de 1998. [Citado el: 28 de 09 de 2012.]
<ftp://ftp.esat.kuleuven.be/pub/SISTA/vanoverschee/reports/rapid.ps.Z+&cd=1&hl=es-419&ct=clnk>.

³ Chen, Dan y Seborg, Dale E. 2002. PI/PID Controller Design Based on Direct Synthesis Disturbance Rejection. *Industrial & Engineering Chemistry Research*. 2002, Vol. 41, págs. 4807-4822.

1. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

En la industria química es común encontrar procesos con alta capacitancia y poco retardo, adicionalmente existen sistemas inestables que se modelan mejor como integradores con tiempo muerto. Algunos de los más comunes son los tanques de almacenamiento con salida constante, los reactores por lotes exotérmicos y las torres de destilación en el subsistema de nivel de colas. Ya sea por motivos económicos, seguridad o complejidad presente en estas etapas, es recomendable el uso de controladores automáticos para obtener un funcionamiento óptimo en planta.

Estos sistemas han sido abordados por varios autores desde distintos puntos de vista. Ziegler y Nichols, en 1942⁴ publicaron un método empírico desarrollado a partir de pruebas sobre el comportamiento de una válvula, obteniendo expresiones explícitas para el cálculo de los parámetros de los controlares P, PI y PID. Chien y Fruehauf en 1991 desarrollaron varias ecuaciones basadas en control con modelo interno (IMC del inglés "internal model control"), para la sintonización de controladores en varios tipos de sistemas, entre los que se encuentran los integradores con tiempo muerto (Tabla 1).⁵

Tabla 1. Algunas de las expresiones para la sintonización de controladores encontradas en la literatura

Autor	K_c	T_i
Ziegler y Nichols	$\frac{0.9}{K\theta}$	3.33θ
Chien y Fruehauf	$\frac{1}{K} \frac{2t_c + \theta}{(t_c + \theta)^2}$	$2t_c + \theta$

Fuente: O'Dwyer, Aidan. 2006. Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules. Singapore : Imperial College Press, 2006.

Posteriormente Chen y Seborg⁶ en el 2002 se basaron en la síntesis directa para la atenuación de perturbaciones, presentando una serie de ecuaciones aplicadas

⁴ Ziegler, John y Nichols, Nathaniel. 1942. Optimun Settings for Automatic Controllers. En: *Transactions of the ASME*. 1942, Vol. 64, págs. 759-768.

⁵ Chien, I-Lung y Fruehauf, P. S. 1990. Consider IMC Tunning to Improve Controller Performance. *Chemical Engineering Process*. 1990, Vol. 86, págs. 33-41.

⁶ Chen, Op. cit. p. 4807-4822.

en la sintonización de controladores PI y PID en diversos procesos. El método de síntesis directa entrega un resultado igual al presentado por Chien y Fruehauf⁷ para sistemas integradores con tiempo muerto (Ecuación 1 y Ecuación 2)

Ecuación 1. Expresión propuesta por Chen y Seborg para la ganancia del controlador

$$K_c = \frac{1}{K} \frac{2t_c + \theta}{(t_c + \theta)^2}$$

Fuente: Chen, Op. cit. p 4807-4822.

Ecuación 2. Expresión propuesta por Chen y Seborg para el tiempo muerto

$$\tau_I = 2t_c + \theta$$

Fuente: Chen, Op cit. p. 4807-4822.

En lo referente a procesos integradores con tiempo muerto, el trabajo publicado inicialmente por Chen y Seborg no presenta reglas o algún tipo de guías para la selección del parámetro t_c . Sin embargo en el 2003 Seborg publicó en conjunto con otros autores, un grupo de recomendaciones empíricas para la selección del valor del parámetro,⁸ las cuales son vagas y están constituidas por rangos del valor aplicable en relación al tiempo muerto. Agregado a esto, son generales y no específicas para una estructura, proceso o indicador de desempeño. (Tabla 2)

Tabla 2. Recomendaciones publicadas por Seborg

Autor Inicial	Recomendación
Riviera	$\frac{t_c}{\theta} > 0.8$ y $t_c > 0.1\theta$
Chien y Fruehauf	$\tau > t_c > \theta$
Skogestad	$t_c = \theta$

Fuente: Seborg, Dale E., Edgar, Thomas F. y Mellichamp, Duncan A. 2003. Process Dynamics and Control. 2 ed. s.l. : John Wiley & Sons, Inc., 2003.

⁷ Chien, Op. cit. p. 36

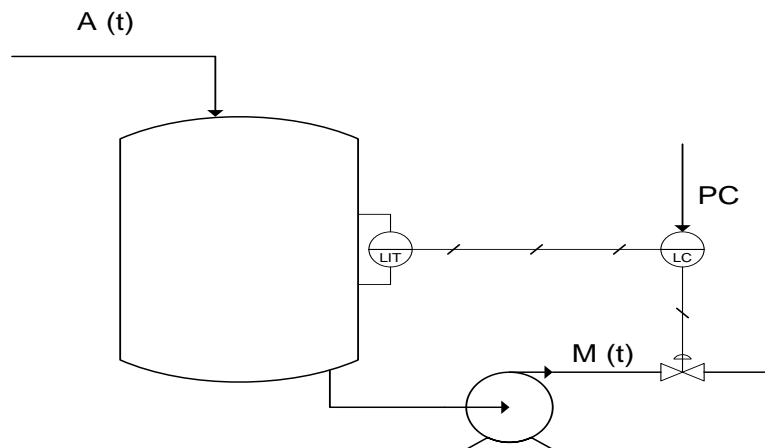
⁸ Seborg, Op. cit. p. 307

Recientemente en 2010 David Di Ruscio, realizó un estudio acerca de la sintonización de controladores PI para sistemas integradores con tiempo muerto, en el cual propuso un conjunto de expresiones para la sintonía basado en una aproximación de Padé. Este método también posee un parámetro de sintonía, para el cual, el autor sugiere utilizar un rango de valores.⁹

1.1 PROCESOS INTEGRADORES

Se denomina un sistema integrador a cualquier proceso que en su función de transferencia tenga una “S” aislada¹⁰ en el denominador, un ejemplo común es un sistema de control de nivel en el que la velocidad de flujo del líquido no dependa de la altura o posición de este (Gráfica 1, Ecuación 3).

Gráfica 1. Tanque con salida constante generada por una bomba de desplazamiento positivo.



Fuente: Creado con Microsoft Visio, basado en Smith, Carlos A. y Corripio, Armando B. *Principles and Practice of Automatic Process Control*. s.l. : John Wiley & Sons inc., 2006. ISBN 0-471-43190-7 p. 252.

⁹ Di Ruscio, David. On Tuning PI Controllers for Integrating Plus Time Delay Systems. *En*: Modeling, Identification and Control. 2010, Vol. 31, No 4, p. 155

¹⁰ Smith, Carlos A. y Corripio, Armando B. *Principles and Practice of Automatic Process Control*. s.l. : John Wiley & Sons inc., 2006. ISBN 0-471-43190-7.

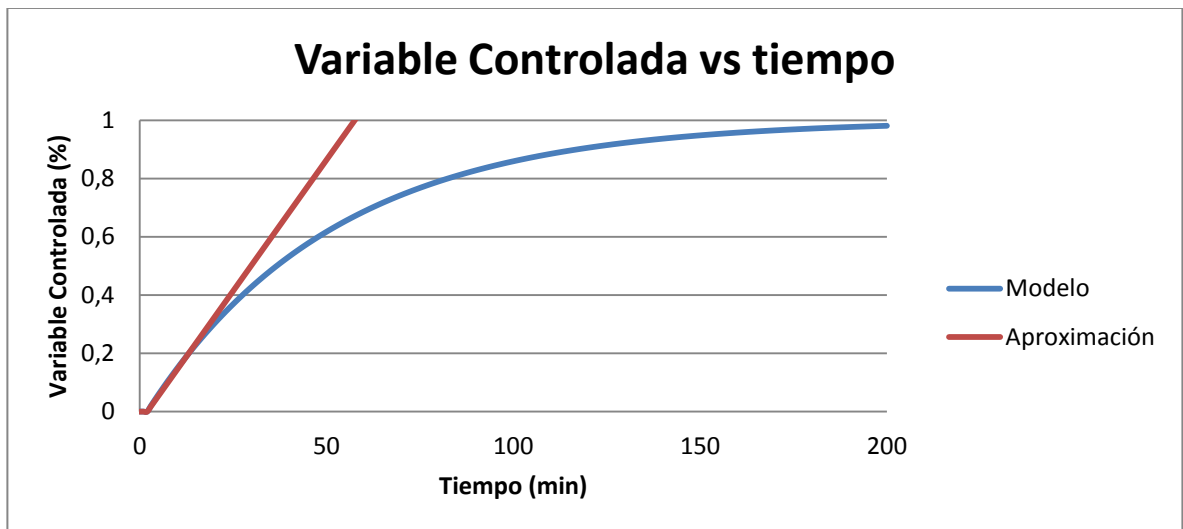
Ecuación 3. Función de transferencia de un sistema integrador con tiempo muerto.

$$G_p(s) = K \frac{e^{-\theta s}}{s}$$

Fuente: Chien, Op. cit. p. 36

Como se mencionó anteriormente, existen situaciones en las que no se desea trasladar todas las características de un sistema al controlador. Caso específico, el de una torre de destilación en el subsistema del nivel de colas, el cual se comporta como un sistema de orden superior con tiempo muerto teniendo una constante de tiempo con magnitudes altas, la cual de ser utilizada en la sintonización de un controlador PI o PID, entregaría resultados pocos satisfactorios con tiempos de estabilización igualmente elevados. Si se observa la gráfica de respuesta de éste sistema se aprecia que el inicio posee una forma similar a la de un integrador con tiempo muerto, por ende la aproximación a éste modelo mantendría el proceso operando de forma similar a la inicial, reduciendo considerablemente los tiempos de estabilización (Gráfica 2)¹¹

Gráfica 2. Aproximación de un sistema integrador con tiempo muerto a un sistema de primer orden con tiempo muerto



Fuente: Simulación de la respuesta de los procesos por Chien y Fruehauf¹²

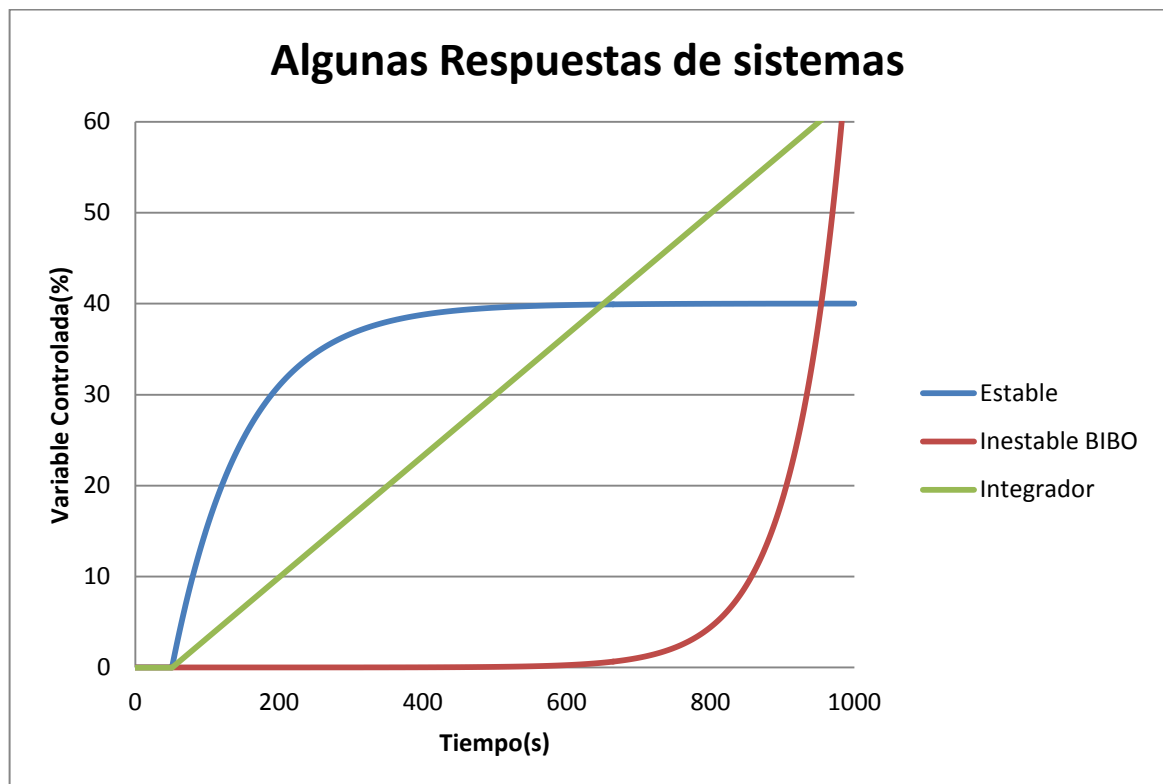
¹¹ Chien, Op cit. p. 35-36

¹² Ibid., p. 35

1.2 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

Uno de los inconvenientes de los sistemas integradores con tiempo muerto, es la respuesta inestable que presentan según la definición BIBO, a una entrada finita, debería entregar una salida acotada¹³. (Gráfica 3)

Gráfica 3. Comparación de algunas respuestas de sistemas a un escalón unitario.



Fuente: Simulación en Matlab

En el caso del sistema de control de nivel de un tanque de almacenamiento el resultado del análisis algebraico entrega un comportamiento lineal ante un cambio limitado como lo es un escalón (Gráfica 4, Procedimiento 1).

¹³ Smith, Carlos A. y Corripio, Armando B. 2006. *Principles and Practice of Automatic Process Control*. s.l. : John Wiley & Sons inc., 2006. p. 33

Procedimiento 1. Análisis algebraico del modelo de un tanque de almacenamiento.

$$\frac{dh}{dt} = \frac{F_1(t) - F_2(t)}{A}$$

Al aplicar un escalón

$$F_1(t) - F_2(t) = u(t)$$

Donde

$$u(t) = \begin{cases} t < t_0 \Rightarrow u(t) = 0 \\ t \geq t_0 \Rightarrow u(t) = 1 \end{cases}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{u(t)}{A}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{0}{A} = 0$$

Implicando un valor constante en la altura h

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{A}$$

$$\int \frac{dh}{dt} dt = \int \frac{1}{A} dt$$

$$h = \frac{t}{A}$$

$$h = A^{-1}t$$

Ecuación de una línea recta.

Gráfica 4. Comportamiento de un sistema integrador a un escalón en la variable manipulada



Fuente: Simulación en Matlab

Estos sistemas se conocen comúnmente como no-auto-reguladores y en la práctica suelen llegar hasta un valor extremo¹⁴, que en la mayoría de los casos es una situación no deseada, exigiendo una supervisión constante y en varias situaciones algún sistema de control automático.

1.3 SISTEMAS DE CONTROL AUTOMÁTICO

Existen infinidad de opciones para aplicar sistemas automáticos de control a los diversos procesos. En lo referente a equipos físicos existen algunos como los PLC, de alta complejidad, y otros tan sencillos como la válvula apagada, comúnmente utilizadas en los baños. En cuanto a estrategias de control existen una gran variedad y no suelen estar ligados al hardware. Sin embargo, la más utilizada sigue siendo el PID.¹⁵

Aunque los equipos encendido-apagado son de alta aplicación a nivel doméstico y relativamente de bajo costo, no siempre son aplicables en la industria en donde en muchas situaciones se requiere un control más preciso o complejo. Esto obliga al uso de otras estrategias y hardware para el control, siendo el más distribuido en la industria el clásico PID en alguna de sus diversas aplicaciones y equipos.

¹⁴ Ibid., p. 251

¹⁵ O'Dwyer, Aidan. Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules. Singapore : Imperial College Press, 2006. p. 2.

Un controlador PID tradicional funciona combinando tres acciones, una acción proporcional, que entrega un valor dependiendo de la magnitud de la perturbación, la integral que corrige el error estacionario del sistema y la derivativa que predice el comportamiento (Ecuación 4).¹⁶

Ecuación 4. Estructura de un controlador PID

$$G_c(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s \right)$$

Fuente: O'Dwyer, Aidan. Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules. Singapore : Imperial College Press, 2006.

1.4 SINTONIZACIÓN DE CONTROLADORES

Cada una de las tres acciones presente en un controlador PID, requiere de la preselección de un valor específico para el sistema en el cual se desea instalar. Este proceso es complejo y en la mayoría de casos el ingeniero o técnico encargado de la instalación decide omitirlo.¹⁷

Para realizar esta labor se han desarrollado diversas reglas de sintonización entre las más comunes se encuentran: reglas heurísticas, reglas basadas en la respuesta del sistema y reglas basadas en los modelos matemáticos de los proceso; cada una de las cuales utiliza una estrategia diferente.

1.4.1 Reglas Heurísticas. Fueron antes de la publicación de Ziegler y Nichols en 1942, las únicas formas para sintonizar los controladores, estas reglas consisten en una serie de instrucciones para inducir el funcionamiento deseado al sistema, en la actualidad debido a la cantidad de reglas desarrolladas se ha reducido su aplicación y se prefiere el uso de reglas de carácter analítico. En algunos casos por limitaciones físicas o técnicas no es posible desarrollar un modelo del sistema, obligando al uso de estas. Smith y Corripio,¹⁸ detallan un procedimiento a seguir en caso de ser necesario el uso de reglas heurísticas.

¹⁶ Smith, Carlos A. y Corripio, Armando B. Principles and Practice of Automatic Process Control. s.l. : John Wiley & Sons inc., 2006. ISBN 0-471-43190-7.

¹⁷ O'Dwyer. Op cit., p. 176-186

¹⁸ Smith, Carlos A. y Corripio, Armando B. Principles and Practice of Automatic Process Control. s.l. : John Wiley & Sons inc., 2006. ISBN 0-471-43190-7. p. 267.

1.4.2 Reglas Basadas en la Respuesta del Sistema. Las reglas basadas en la respuesta del sistema utilizan la experimentación y el análisis de datos para la sintonización de los controladores. Algunas como las propuestas de Ziegler y Nichols son completamente experimentales (Ecuación 5 y Ecuación 6). En la mayoría de situaciones se opta por estudiar el comportamiento de la salida del proceso y aproximar un modelo para su posterior sintonización. Una opción para observar el comportamiento, consiste en introducir un escalón al sistema y registrar los valores de la variable a controlar.¹⁹

Ecuación 5. Expresión de Ziegler y Nichols para la ganancia del controlador

$$K_c = \frac{0.9}{K\theta}$$

Fuente: Ziegler, John y Nichols, Nathaniel. Optimun Settings for Automatic Controllers. En: Transactions of the ASME. 1942, Vol. 64, págs. 759-768.

Ecuación 6. Expresión de Ziegler y Nichols para tiempo integral del controlador

$$\tau_I = 3.33\theta$$

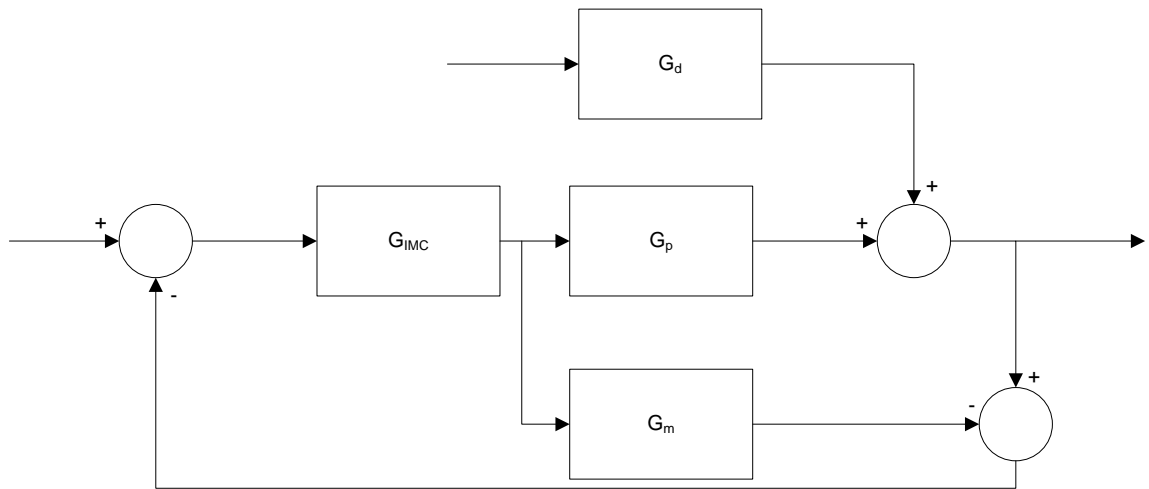
Fuente: Ziegler, John y Nichols, Nathaniel. Optimun Settings for Automatic Controllers. En: Transactions of the ASME. 1942, Vol. 64, págs. 759-768.

1.4.3 Reglas Basadas en los Modelos Matemáticos de los procesos. Entre las más comunes se encuentran los controles por modelo interno (Gráfica 5) y las basadas en síntesis directa. Las cuales consisten en un análisis algebraico del modelo del sistema en el cual se le obliga a tener la respuesta deseada. Estas no siempre son aplicables debido a la alta complejidad presente en algunos procesos. Adicionalmente el resultado obtenido a través de este método no necesariamente es un controlador de estructura PID. Sin embargo es posible introducir al sistema un tipo de respuesta específica siempre que el proceso no sea de orden mayor.²⁰

¹⁹ Seborg, Op. cit. p. 322

²⁰ Chen, Op. cit. p. 4807

Gráfica 5. Estructura de control por modelo interno.



Fuente: Chien, I-Lung y Fruehauf, P. S. Consider IMC Tuning to Improve Controller Performance. Chemical Engineering Process. 1990, Vol. 86, págs. 33-41.

2. JUSTIFICACIÓN

La popularidad de los controladores PID, que convierte en la estrategia de control automático de mayor aplicación a nivel industrial, exige el desarrollo de diversos métodos de sintonización para cada proceso y sistema. Sin embargo la mayoría de los equipos por diversos motivos no son sintonizados al momento de la instalación. Para compensar esta situación es necesario desarrollar métodos de simple aplicación, optimizados para ciertas respuestas del sistema y para diversos modelos.

Con el objetivo a ayudar en este proceso extenso, en el presente trabajo se planeó desarrollar un método optimizado para la sintonización de controladores. En el camino también se desarrollaron algunas expresiones simples para el cálculo de valores críticos de los parámetros del controlador. Estos valores críticos son de gran utilidad al querer ajustar los controladores a los diversos sistemas, y al estudiar los límites del sistema, así como la robustez y la seguridad en la práctica.

3. OBJETIVOS

3.1 GENERAL

Desarrollar una regla de sintonización de controladores PI para procesos integradores con tiempo muerto, basado el método de sintonización presentado por Chen y Seborg.

3.2 ESPECÍFICOS

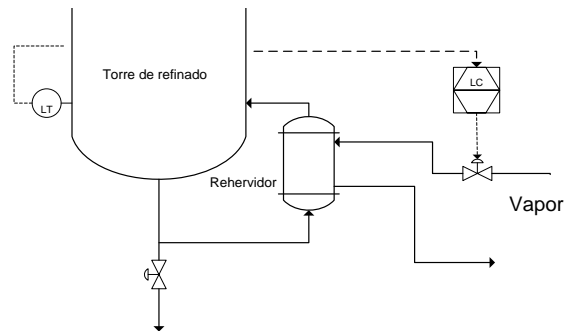
- Obtener una correlación para los parámetros últimos de un controlador PI para procesos integradores con tiempo muerto a partir de análisis algebraico.
- Obtener una correlación para los valores óptimos del parámetro de sintonía t_c , con respecto a la integral del cuadrado del error.
- Comparar varios indicadores de desempeño de la regla propuesta, con los de algunos métodos de sintonización comunes en la literatura.

4. MATERIALES Y MÉTODOS

Con el objetivo de desarrollar una correlación para el ajuste de controladores PI en sistemas integradores con tiempo muerto, se seleccionó la regla de sintonización propuesta por Chen y Seborg,²¹ enfocada en el rechazo de perturbaciones (Ecuación 1 y Ecuación 2)

Las simulaciones se realizaron tomando como base el modelo de una torre de destilación en el subsistema del nivel de colas propuesto por Chien y Fruehauf²² en el año de 1991. (Gráfica 6)

Gráfica 6. Ciclo de control del nivel de colas en una torre de destilación



Fuente: Chien, I-Lung y Fruehauf, P. S. Consider IMC Tunning to Improve Controller Performance. Chemical Engineering Process. 1990, Vol. 86, págs. 33-41

En el desarrollo de las pruebas, y con el fin de reducir el número de simulaciones sin sacrificar la calidad de los resultados, se aplicó un diseño de experimento tipo factorial²³ para la orientación de los parámetros del proceso. Y el método de

²¹ Ibid., p.4813

²² Chien, Op cit. p. 35-36

²³ Edgar, Thomas F., Himmelblau, David M. y Lasdon, Leon. Optimization of Chemical processes. New York : McGraw-Hill, 2001. p. 62

Newton para las optimizaciones necesarias. Los cálculos y procesos iterativos se llevaron a cabo en el software Matlab y su complemento Simulink.

Para obtener una guía de trabajo y valores iniciales en el método de Newton,...ver Anexo A... se calcularon los valores críticos del parámetro “ t_c ” presente en la propuesta de Chen y Seborg²⁴. Este procedimiento se realizó utilizando el criterio de estabilidad de Bode para sistemas lineales e invariantes en el tiempo, generando un sistema de ecuaciones no lineales.

De los valores críticos se obtiene una correlación a partir de la cual se toma un límite inferior para la evaluación de los valores del parámetro t_c óptimos con respecto a la integral del cuadrado del error. De forma similar, se halla una expresión empírica entre los valores óptimos y los parámetros del sistema.

Por último se realizó una comparación entre las correlaciones encontradas y los métodos de sintonización existentes en la literatura. En esta se evaluó el tiempo de respuesta, el trabajo de la variable manipulada, integral del valor absoluto del error, la integral del cuadrado del error y robustez.

La robustez se evaluó calculando la razón entre el parámetro crítico del sistema aplicable al controlador y el valor del parámetro para el cual se sintonizó²⁵. (Tabla 3)

²⁴ Chen, Op. cit. p. 4813

²⁵ Riggs, James B. Information Bridge: DOE Scientific and Technical Information. *OSTI, Office of Scientific and Technical Information, USDOE*. [En línea] 3 de Agosto de 1998. [Citado el: 15 de Octubre de 2012.] <http://www.osti.gov/bridge/purl.cover.jsp?purl=/656606-XX7xny/webviewable/656606.pdf>, p. 13

Tabla 3. Definición de los indicadores evaluados

Indicador	Expresión
Tiempo de respuesta	$\%Error(t) < 10$ $\frac{d(\%Error(t))}{dt} \cong 0$
Trabajo de la variable manipulada	$\int \left \frac{dv}{dt} \right d\tau$
Integral del valor absoluto del error	$\int \%Error d\tau$
Integral del cuadrado del error	$\int (\%Error)^2 d\tau$
Robustez	$\frac{K_u}{K} \wedge \frac{\theta_u}{\theta} *$

* Riggs, James B. Information Bridge: DOE Scientific and Technical Information. *OSTI, Office of Scientific and Technical Information, USDOE* . [En línea] 3 de Agosto de 1998. [Citado el: 15 de Octubre de 2012.] <http://www.osti.gov/bridge/purl.cover.jsp?purl=/656606-XX7xny/webviewable/656606.pdf>, p. 13

5. RESULTADOS

Basados en el modelo presentado por Chien²⁶ se genera un rango [0.1, 0.3] para la ganancia y el rango [4.4, 10.4] en el tiempo muerto. Tomados estos valores se aplicó el diseño de experimento obteniendo varias condiciones del sistema para su posterior simulación (Tabla 4).

Tabla 4. Parámetros del proceso obtenidos a través del diseño de experimentos

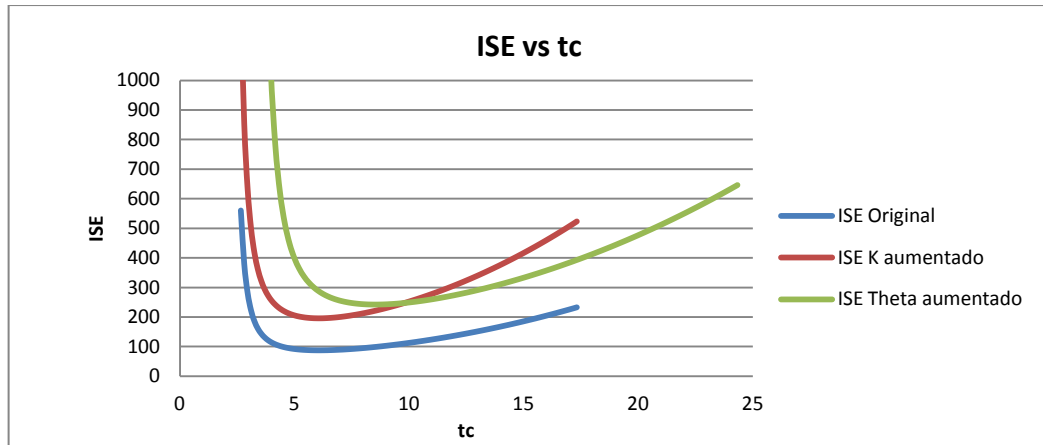
Ensayo	K	Θ
1	0.1	4.4
2	0.3	4.4
3	0.1	10.4
4	0.3	10.4
5	0.2	7.4

Por el criterio de estabilidad de Bode para sistemas lineales e invariantes en el tiempo,²⁷ se calculó una correlación entre el valor t_c y los valores críticos (Procedimiento 2), estos últimos se utilizaron como valor inicial para el método numérico. Posteriormente se realizaron una serie de pruebas para comprobar la aplicabilidad del método newton para calcular los valores óptimos, estas pruebas mostraron poca variación del valor buscado con respecto a K (Gráfica 7).

²⁶ Chien, Op cit. p. 35-36

²⁷ Smith, Carlos A. y Corripio, Armando B. *Principles and Practice of Automatic Process Control*. s.l. : John Wiley & Sons inc., 2006. ISBN 0-471-43190-7. p. 291

Gráfica 7. Prueba calculando los valores de ICE variado el parámetro t_c de las expresión de Chen y Seborg.



Fuente: Datos Resultado de las simulaciones en los programas informáticos.

Procedimiento 2. Aplicación del criterio de Bode para sistemas lineales e invariantes en el tiempo

$$G_s(s) = G_c(s)G_p(s)$$

$$G_s(s) = \frac{KK_c e^{-s\theta} (1 + 1/\tau_i s)}{s}$$

$$G(s) = \frac{KK_c e^{-s\theta} (1 + \tau_i s)}{s * \tau_i s}$$

$$\|G(s)\| = 1$$

$$\angle G(s) = -\pi$$

$$\frac{KK_{cu}(1)\sqrt{1 + \tau_{iu}^2 w_u^2}}{\tau_{iu} w_u^2} = 1$$

$$-\pi = 0 + \tan^{-1}(w_u \tau_{iu}) + 0 - \theta w_u - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}$$

$$\tan^{-1}(w_u \tau_{iu}) - \theta w_u = 0$$

$$\tan^{-1}(w_u \tau_{iu}) = \theta w_u$$

Las correlaciones obtenidas fueron lineales, independientes de la ganancia del proceso, con un coeficiente de determinación r^2 igual al 100%(Ecuación 7).

Ecuación 7. Correlación encontrada entre el parámetro t_c y los parámetros del sistema para las condiciones críticas

$$t_{c|u} = 0.3489\theta$$

Fuente: Resultado aplicación el método de Newton y regresión de los datos encontrados

Sustituyendo t_c último en las ecuaciones originales de Chen y Seborg, se pueden obtener unas correlaciones prácticas para el cálculo de los parámetros críticos del controlador en un proceso determinado (Ecuación 8)

Ecuación 8. Correlaciones para el cálculo de los parámetros últimos del controlador

$$K_{c|u} = \frac{0.933}{K\theta}$$
$$\tau_{i|u} = 1.6979\theta$$

Fuente: Resultado aplicación el método de Newton y regresión de los datos encontrados

Utilizando el método de Newton y variando el parámetro t_c para cada uno de los sistemas generados en el diseño del experimento, se obtuvieron los valores óptimos de t_c con respecto a la integral del cuadrado del error. (Ecuación 9)

Ecuación 9. Correlación encontrada entre el parámetro t_c y los parámetros del sistema.

$$t_c = 0.82\theta$$

Fuente: Resultado aplicación el método de Newton y regresión de los datos encontrados

Se realizó una sustitución de la correlación encontrada entre t_c y Theta, obteniendo como resultado ecuaciones para el cálculo de los valores óptimos del controlador según los parámetros del sistema (Ecuación 10). El rango de aplicación de esta depende de los valores entregados en el diseño de experimentos. (Tabla 5)

Ecuación 10. Correlaciones para el cálculo de los parámetros óptimos según ICE

$$K_c = \frac{0.797}{K\theta}$$

$$\tau_i = 2.64\theta$$

Fuente: Resultado aplicación el método de Newton y regresión de los datos encontrados

Tabla 5. Valores de los rangos de aplicación comprobados

Parámetro	Mínimo	Máximo
Kp	0.1	0.3
θ	4.4	10.4

Fuente: Datos calculados al utilizar el diseño factorial de experimentos.²⁸

A continuación, tomando estas correlaciones como una base para la sintonización de controladores, se realizaron comparaciones entre varios métodos encontrados en la literatura (Tabla 6). Para esto se utilizó el proceso presentado por Chien y Fruehauf para el control del nivel de colas de una torre de destilación. El cual posee una ganancia $K=0.2$ y un tiempo muerto (θ) de 7.4^{29}

Tabla 6. Expresiones utilizadas para las comparaciones.

	K	τ_i	t_c
Propuesta	$\frac{0.797}{K\theta}$	2.64θ	0.82θ
Ziegler y Nichols	$\frac{0.9}{K\theta}$	3.33θ	
Chen y Seborg (Skogestad)	$\frac{1}{K} \frac{2t_c + \theta}{(t_c + \theta)^2}$	$2t_c + \theta$	θ

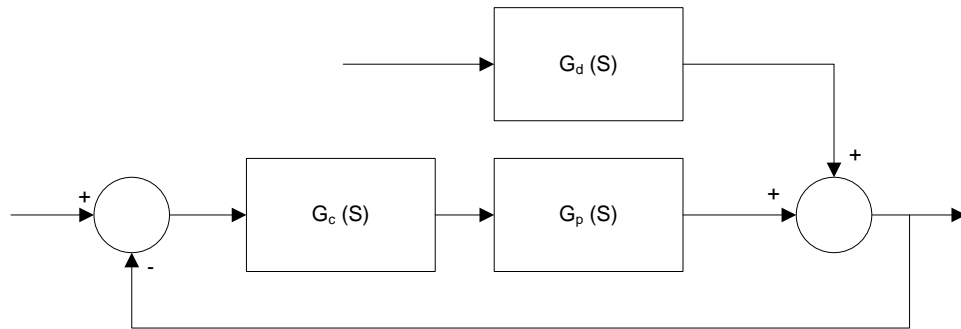
Fuente: O'Dwyer, Aidan. Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules. Singapore : Imperial College Press, 2006.

Las simulaciones se realizaron induciendo un cambio en el punto de control de magnitud igual al 1% del rango de la variable controlada y una perturbación con la misma función de transferencia del proceso (**Gráfica 8**)

²⁸ Edgar, . Op cit. p. 62

²⁹ Chien, Op cit. p. 36

Gráfica 8. Estrategia de control de un sistema con perturbación.



Fuente: Seborg, Dale E., Edgar, Thomas F. y Mellichamp, Duncan A. Process Dynamics and Control. 2 ed. s.l. : John Wiley & Sons, Inc., 2003.

Se comparó con Ziegler y Nichols³⁰, las expresiones propuestas por Seborg* para los valores de t_c . Calculando los valores de los parámetros del controlador con las fórmulas entregadas por cada autor (Tabla 7)

Tabla 7. Valores utilizados para los parámetros del controlador según cada autor.

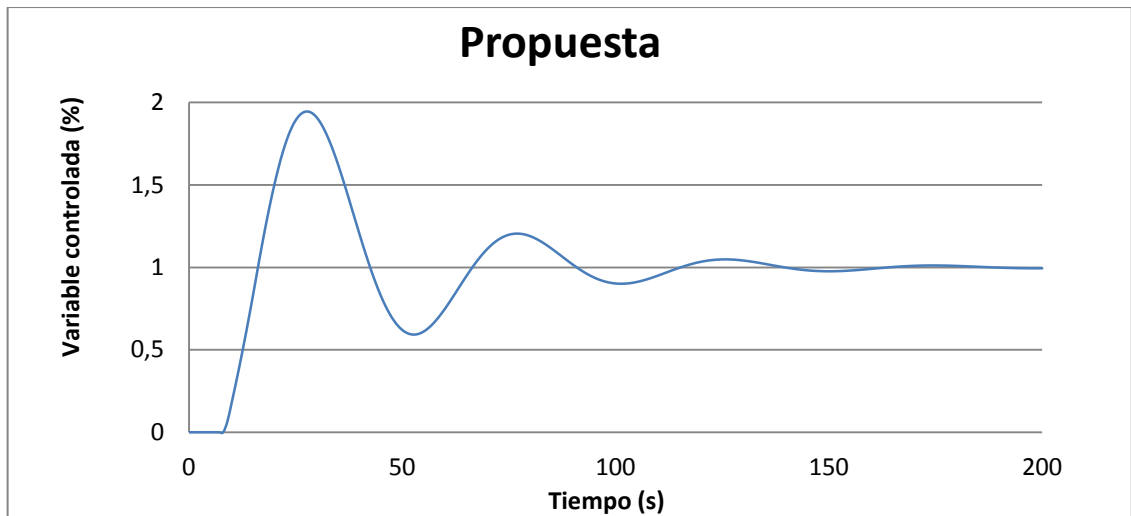
	K_c	T_i
Ziegler y Nichols	0.61	24.64
Chen y Seborg	0.13	22.20
Propuesta	0.13	19.54

Fuente: Resultados de las expresiones de cada autor

La primera de las comparaciones fue una grafica de variable controlada vs tiempo, para analizar la respuesta de cada uno de los métodos (Gráfica 9, Gráfica 10, Gráfica 11, Gráfica 12, Gráfica 13 y Gráfica 14)

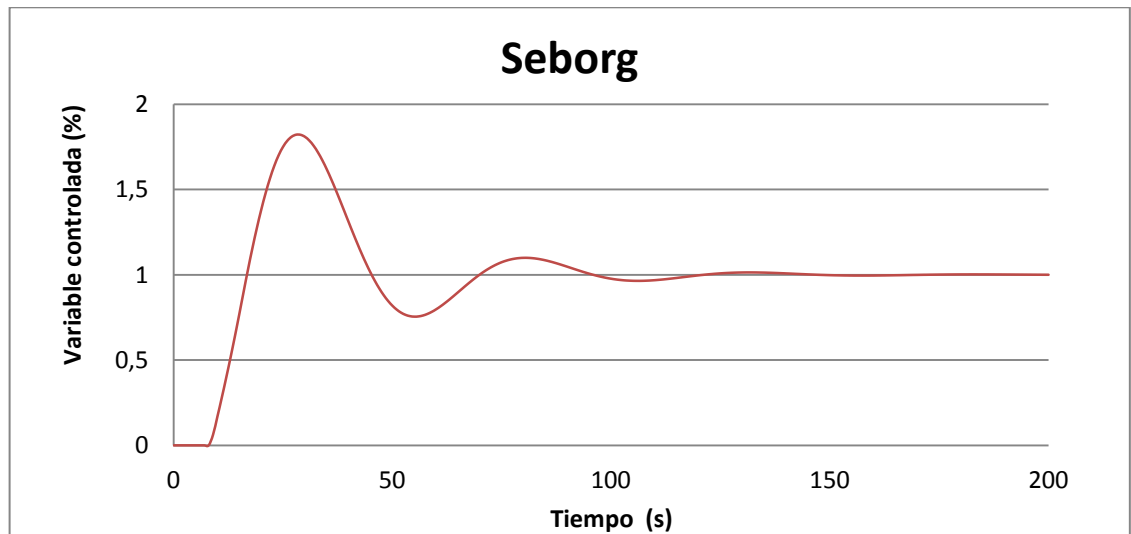
³⁰ Ziegler, Op. cit., p. 759-768

Gráfica 9. Respuesta del sistema ante un cambio en el punto de control, utilizando los resultados del estudio para la sintonización



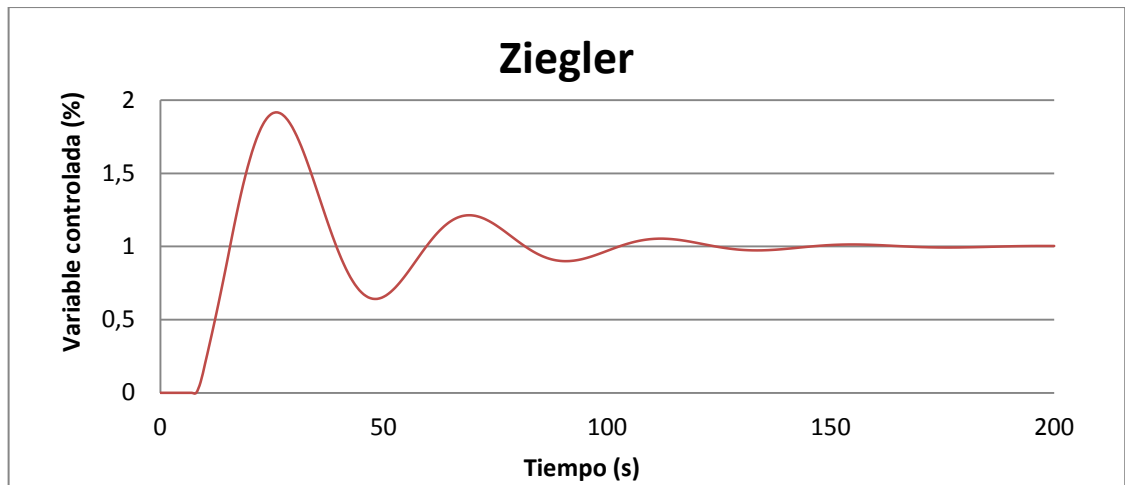
Fuente: Simulación en Simulink®

Gráfica 10. Respuesta del sistema ante un cambio en el punto de control, utilizando la propuesta de Seborg.



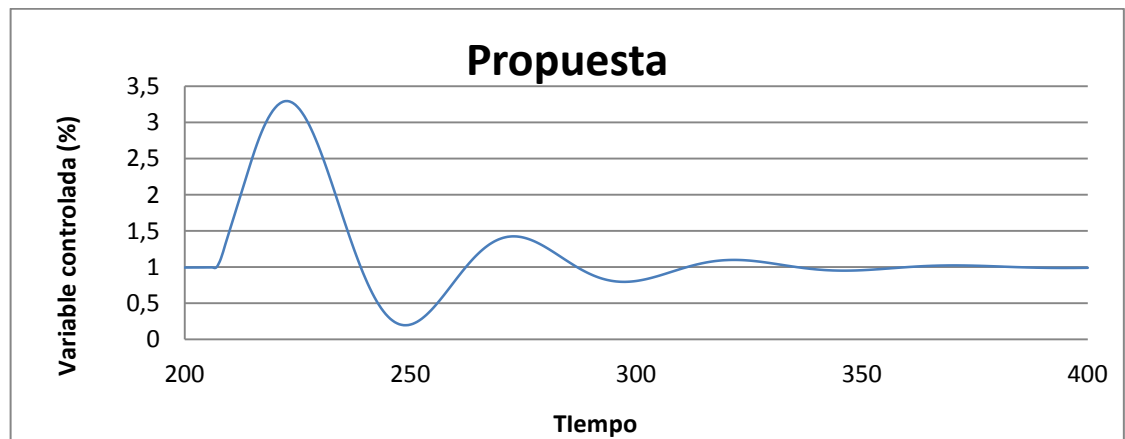
Fuente: Simulación en Simulink®

Gráfica 11. Respuesta del sistema ante un cambio en el punto de control, utilizando la propuesta de Ziegler y Nichols.



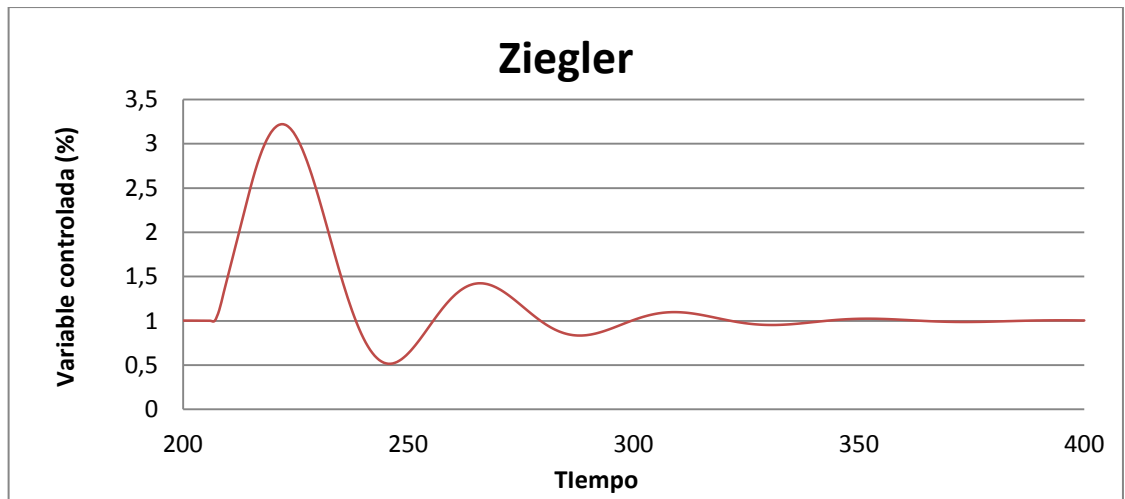
Fuente: Simulación en Simulink®

Gráfica 12. Respuesta del sistema ante perturbaciones sintonizando de acuerdo a las expresiones presentadas aquí



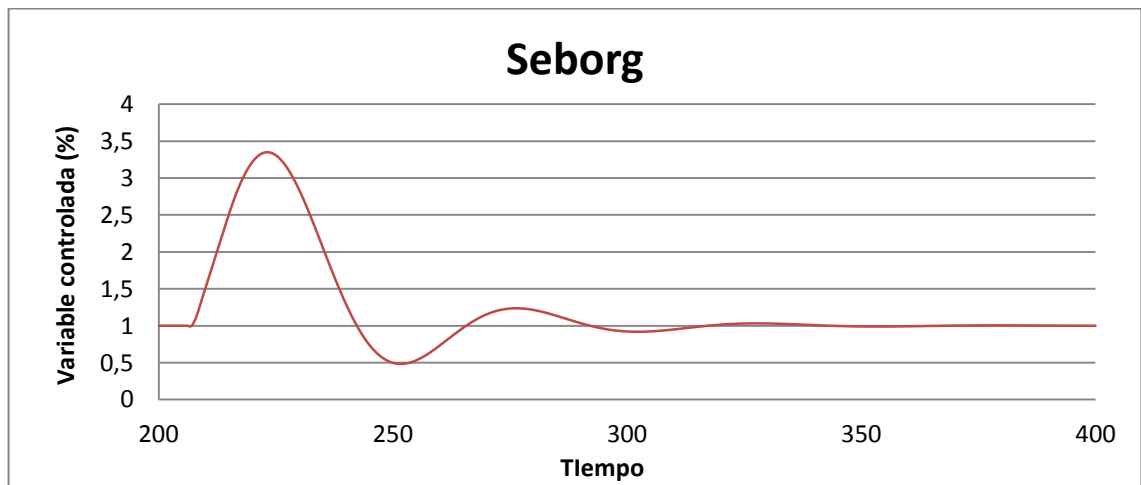
Fuente: Simulación en Simulink®

Gráfica 13. Respuesta del sistema a perturbaciones de acuerdo a las recomendaciones de Ziegler y Nichols



Fuente: Simulación en Simulink®

Gráfica 14. Respuesta del sistema ante perturbaciones al aplicar las expresiones propuestas por Seborg



Fuente: Simulación en Simulink®

El indicador tiempo de respuesta se comparó evaluando la duración hasta obtener una oscilación no mayor al 10% de la oscilación máxima, con un escalón del 1% para cambios en el punto de control y una perturbación con función de transferencia igual a la del proceso. De forma similar, se realizó para los otros indicadores. (Tabla 3, Tabla 8)

Tabla 8. Resultado de los indicadores para cambios en el punto de control y las perturbaciones

Indicador	Cambios en el punto de control			Perturbaciones		
	Propuesta	Ziegler y Nichols	Chen y Seborg	Propuesta	Ziegler y Nichols	Chen y Seborg
ICE	24.28	21.60	20.43	87.21	73.98	91.11
TVM	2.60	2.80	1.85	4.51	4.41	3.45
Ts	124.29	131.94	104.64	121.38	108.78	101.98
IAE	39.26	35.08	32.41	68.01	57.22	61.95

Fuente: Simulación en Simulink®

Como indicador de la robustez de los métodos de sintonía de controladores, se utilizó una razón entre K crítica y óptima (K_u/K) y θ crítica sobre θ óptima (θ_u/θ), obteniendo un valor cuantitativo de la robustez del sistema (Tabla 9). El método utilizado para calcular estos valores críticos, fue el mismo que se utilizó para los valores iniciales (Procedimiento 2).

Tabla 9. Resultado del indicador de robustez seleccionado.

	Punto de control	
	K_u/K	θ_u/θ
Propuesta	9.213082	40.91777
Ziegler y Nichol	8.182562	46.04866
Chen y Seborg	9.807579	49.24584

Fuente: Simulación en Simulink®

6. CONCLUSIONES

La metodología utilizada, permitió desarrollar un conjunto de expresiones de sintonización basado en el trabajo presentado por Chen y Seborg³¹. El resultado fueron correlaciones de fácil aplicación en la práctica, las cuales presentaron un comportamiento aceptable al comparar con los desarrollos propuestos por otros autores.

Al evaluar la integral del cuadrado del error para el rechazo de cambios en el punto de control, el modelo con las recomendaciones entregadas por Seborg y otros³², presentó la menor magnitud en el indicador. En contraste, para el trabajo de la variable manipulada, Ziegler y Nichols³³ presentó el valor menos favorable del conjunto comparado. Esta situación reiteró en el tiempo de respuestas, presentando un valor de 131 segundos en comparación con los 124 segundos de la propuesta (Tabla 8).

Para el rechazo de perturbaciones, la propuesta presenta una ligera mejora en la integral del cuadrado del error, al compararla con la entregada por Chen y Seborg³⁴, sin embargo Ziegler y Nichols³⁵ entregan un resultado ligeramente superior.

En lo referente al trabajo de la variable manipulada, la diferencia entre la propuesta y los resultados de Ziegler y Nichols³⁶ es despreciable a nivel industrial.

³¹ Chen, Op. cit. p. 4813

³² Seborg, Op. cit. p. 322

³³ Ziegler, Op. cit., p. 759-768

³⁴ Chen, Op. cit. p. 4813

³⁵ Ziegler, Op. cit., p. 759-768

³⁶ Ibid., p. 759-768

En lo referente a la robustez, la propuesta presenta mejor repuesta ante discrepancias en la ganancia al comparar con Ziegler y Nichols. Y una notoria desventaja al contrastarla con el trabajo de Chen y Seborg.

Adicionalmente y en línea con los objetivos, se desarrolló un conjunto de expresiones útiles para el cálculo de los valores últimos de los parámetros del controlador (Ecuación 7, Ecuación 9). Estas expresiones así como las correlaciones obtenidas para el cálculo de los valores óptimos presentaron un comportamiento lineal, independiente de la magnitud de la ganancia del sistema.

7. RECOMENDACIONES

El estudio realizado se enfocó en la minimización del indicador ICE, el cual le da mucha importancia a los picos y desprecia oscilaciones menores, esto se refleja en los otros indicadores con un notorio desmejoramiento en los resultados obtenidos.

El procedimiento utilizado durante el trabajo, puede aplicarse para optimizar frente a otros indicadores como lo son el trabajo de la variable manipulada y el tiempo de respuesta, esto permitiría la optimización de la regla de sintonización de acuerdo a las necesidades del proceso específico.

Para la selección final del método de sintonización de un sistema automático de control, es necesario considerar los requisitos del proceso. En caso de utilizar las expresiones de Chen y Seborg³⁷ se debe tomar en cuenta que el valor de t_c no debería ser menor al valor calculado en las correlaciones obtenidas al principio del trabajo (Ecuación 7).

³⁷ Chen, Op. cit. p. 4813

BIBLIOGRAFIA

Chen, Dan y Seborg, Dale E. PI/PID Controller Design Based on Direct Synthesis Disturbance Rejection. *Industrial & Engineering Chemistry Research*. 2002, Vol. 41, págs. 4807-4822.

Chien, I-Lung y Fruehauf, P. S. Consider IMC Tuning to Improve Controller Performance. *Chemical Engineering Process*. 1990, Vol. 86, págs. 33-41.

Di Ruscio, David. On Tuning PI Controllers for Integrating Plus Time Delay Systems. En: *Modeling, Identification and Control*. 2010, Vol. 31, No 4, págs. 145-164

Edgar, Thomas F., Himmelblau, David M. y Lasdon, Leon. *Optimization of Chemical processes*. New York : McGraw-Hill, 2001.

O'Dwyer, Aidan. *Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules*. Singapore : Imperial College Press, 2006.

Riggs, James B. *Information Bridge: DOE Scientific and Technical Information*. OSTI, Office of Scientific and Technical Information, USDOE . [En línea] 3 de Agosto de 1998. [Citado el 15 de Octubre de 2012.] <http://www.osti.gov/bridge/purl.cover.jsp?purl=/656606-XX7xny/webviewable/656606.pdf>.

Seborg, Dale E., Edgar, Thomas F. y Mellichamp, Duncan A. *Process Dynamics and Control*. 2 ed. s.l. : John Wiley & Sons, Inc., 2003.

Smith, Carlos A. y Corripio, Armando B. *Principles and Practice of Automatic Process Control*. s.l. : John Wiley & Sons inc., 2006. ISBN 0-471-43190-7.

Van Overschee, Peter, et. al.. *RaPID: THE END OF HEURISTIC TUNNING*. KU Leuven. [En línea] Octubre de 1998. [Citado el 28 de 09 de 2012.]

<ftp://ftp.esat.kuleuven.be/pub/SISTA/vanoverschee/reports/rapid.ps.Z+&cd=1&hl=es-419&ct=clnk>.

Ziegler, John y Nichols, Nathaniel. Optimun Settings for Automatic Controllers. En: Transactions of the ASME. 1942, Vol. 64, págs. 759-768.