AVANCES EN INVESTIGACION FORMATIVA

Memorias del I Encuentro de Investigación Formativa, 2010

Universidad Pontificia Bolivariana

Escuela de Ingenierías

Facultad de Ingeniería Industrial

Grupo de Investigación en Sistemas Aplicados en la Industria (GISAI)

2010

PRÓLOGO

Hablar de la investigación formativa en el entorno académico implica necesariamente hacer un ejercicio de reflexión e interiorización acerca de nuestro quehacer docente en aras de construir los pilares básicos del proceso investigativo desde el aula, es si se quiere, la posibilidad manifiesta del encuentro y desencuentro con el alumno y el docente en un permanente dialogo de saberes acerca de los múltiples objetos de estudio que tanto la realidad como la ciencia y la técnica nos convocan a problematizar desde nuestro claustro académico, es entonces, una imperiosa necesidad de abordar desde las pequeñas dudas hasta los complejos problemas la voluntad inquebrantable de la academia por formar en el hacer y en el pensar para servir a una sociedad ávida de soluciones que nos demanda día a día ingentes esfuerzos por vincularnos estrechamente a sus cotidianidades, es entonces hablar sobre el cómo volvernos y volver al otro y a lo otro con la clara vocación de seguirnos sorprendiendo, extrañando y curioseando en nuestra permanente búsqueda de la verdad histórica que nos convoca hoy y siempre.

Siendo así, la Dirección de la Facultad de Ingeniería industrial a través de su **Grupo de Investigación Sistemas Aplicados en la Industria (GISAI)** de la Universidad Pontificia Bolivariana considerando importante y necesario dar a conocer ante la comunidad académica de nuestra universidad los resultados parciales y finales de los proyectos de aula en el marco del desarrollo de nuestro proceso de investigación formativa que actualmente adelanta la Escuela de Ingenierías y en especifico la Facultad de Ingeniería Industrial, han realizado este nuestro **I ENCUENTRO DE INVESTIGACION FORMATIVA EN INGENIERIA INDUSTRIAL**.

Evento que conto con la participación activa de docentes, investigadores, estudiantes, egresados y comunidad en general para generar un diálogo de saberes donde se permita visualizar el quehacer investigativo desde nuestra aulas, donde tuvo asidero el debate, la sana critica y la confrontación respetuosa y dignificante de las ideas propias del fundamento investigativo y del espíritu crítico y científico de nuestra Universidad.

Colocamos entonces hoy a consideración de los lectores el resultado del trabajo en equipo y las publicaciones derivadas en forma de ponencias que fueron enviadas y presentadas en este **I ENCUENTRO DE INVESTIGACION FORMATIVA EN INGENIERIA INDUSTRIAL**.

Msc. Javier Darío Fernández Ledesma

Director Grupo de Investigación GISAI

Universidad Pontificia Bolivariana, Facultad de Ingeniería Industrial

PROGRAMACION NO LINEAL POR MEDIO DE SOLVER Y LINGO

Andrés Álzate Ríos

Mónica Ángel Pineda

Docente: Javier Darío Fernández Ledesma

Área: Optimización

RESUMEN

A la hora de formular un problema de programación no lineal virtualmente se da el mismo proceso que un problema de programación lineal. En ambos casos se debe identificar la variable, sin embargo los procedimientos matemáticos en ambos casos son muy diferentes y es de vital importancia entender cuáles son las diferencias para poder entender las dificultades que se pueden encontrar a la hora de resolver problemas de programación no lineal.

Existen diferentes herramientas para resolver problemas de programación no lineal, cada una lleva un proceso determinado, con opciones y requerimientos distintos. Excel y Lingo son dos opciones que son de gran utilidad en este tipo de problemas, sin embargo es indispensable asegurarse que los datos con que se cuenta y los tipos de resultados o informes de los que precisamos, para tomar una decisión respecto a cuál es el más adecuado. Excel es una herramienta familiar y muy optima cuando se trata de problemas sin muchas restricciones y sin necesidad de un análisis demasiado profundo, pero cuando se trata de problemas complejos con varias restricciones lingo será una mejor opción.

INTRODUCCION

Hoy en día el uso de funciones lineales es bastante apropiado para tomar decisiones en diferentes problemas de optimización, sin embargo constantemente nos encontramos con problemas con una función objetivo y restricciones que no pueden ser modelados adecuadamente, estos problemas son llamados problemas de programación no lineal. Este tipo de problemas de problemas se puede resolver mediante diferentes procedimientos, por lo que por medio de este trabajo se darán a conocer algunos para que así se cuenten con diferentes opciones de acuerdo a los requerimientos que plantea el problema.

OBJETIVO GENERAL

Entender el concepto de programación no lineal y realizar una comparación entre algunas herramientas para su resolución.

MARCO TEORICO

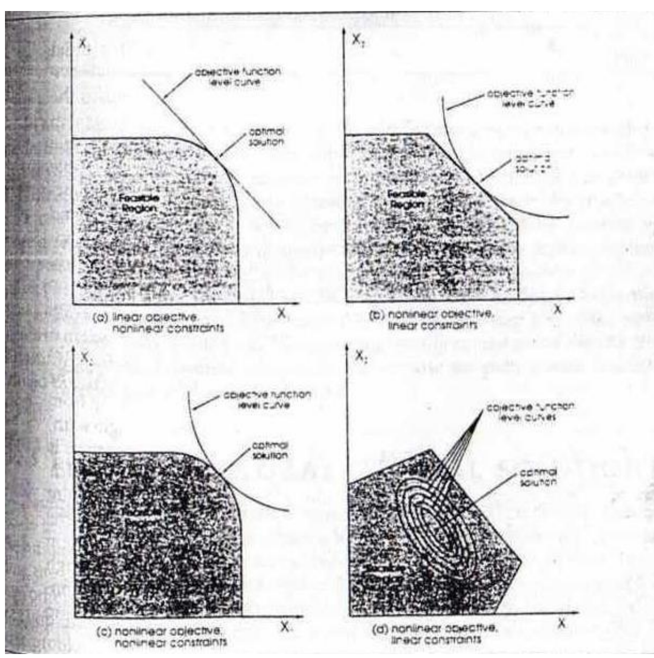
Naturaleza de programación de problema no lineales

En la siguiente figura se puede observar que en la grafica (a) se presenta un problema con una función objetivo lineal y una región factible no lineal. Teniendo en cuanta que las líneas límite de la región factible no son rectas, se puede deducir que al menos una de las restricciones en este problema debe ser no lineal, esta curva que se presenta hace que la única solución óptima no se encuentre en un punto de una esquina de la región factible.

En la segunda grafica (b), se muestra un problema con una función objetivo no lineal y con restricciones lineales. Debido a la naturaleza de la función objetivo, las curvas de nivel asociadas con el objetivo también son no lineales, por lo que en el grafico se puede observar que las FO no lineales pueden causar que una solución optima a un problema de programación no lineal ocurra en un punto que no es la esquina de la región factible aunque todas las restricciones sean lineales.

En el tercer grafico (c), se muestra un problema con una FO y restricciones no lineales y se observa otra vez que la solución óptima a este problema de programación no lineal ocurre en una solución que no es el punto de la esquina de una solución factible.

Finalmente en el cuarto grafico (d), se observa otro problema con FO no lineal y restricciones lineales. La solución óptima de este problema ocurre en un punto en el interior de la región factible.



Los anteriores gráficos ilustran la mayor diferencia entre problemas de programación lineal y no lineal. Una solución optima de un problema lineal, siempre ocurre en los puntos de la esquina de su región óptima, pero esto no se aplica a problemas de programación no lineal. La solución optima a problemas no lineales pueden no ocurrir en el límite de la región factible, por lo que la estrategia de búsqueda de los puntos de la esquina de la región factible utilizado por el método simplex para resolver problemas lineales no funcionara para programación de problemas no lineales, por esta razón es necesario acudir a otra estrategia como GENERALIZED REDUCE GRADIENT (GRG).

METODOLOGIA

Se resolverán problemas de programación no lineal clásicos como el de la localización y problemas financieros por medio de dos herramientas para este fin, solver y LINGO, se analizarán las ventajas y desventajas de cada una de ellas.

DESARROLLO Y DISCUSION

Problema de localización-EXCEL

Se resolverá un NLP en la herramienta de Excel (Solver), explicando los pasos más relevantes, a continuación el enunciado del problema.

Una compañía eléctrica desea ubicar una nueva torre en determinada área, la idea es que esté lo más cerca posible de las ya existentes y que no se encuentre a más de 40 millas de cada una de ellas.

Como datos solo se tienen las coordenadas X y Y de cada torre, así:

TORRE	**X**	**Y**
Cleveland	5	45
Akron	12	21
Youngstown	52	21
Canton	17	5

Para la solución, se debe tener presente la ecuación que representa la distancia entre dos puntos de un plano cartesiano

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad \text{(Ec 1)}$$

Se procede al planteamiento de la función objetivo y sus restricciones

Minimizar:

$$\sqrt{(5-X)^2+(45-Y)^2}+\sqrt{(12-\mathrm{X})^2+(21-\mathrm{Y})^2}+\sqrt{(52-\mathrm{X})^2+(21-\mathrm{Y})^2}+\sqrt{(17-\mathrm{X})^2+(5-\mathrm{Y})^2}$$

Sujeto a:

$$\sqrt{(5-X)^2+(45-Y)^2}\leq 40$$

$$\sqrt{(12-X)^2+(21-Y)^2}\leq 40$$

$$\sqrt{(52-X)^2+(21-Y)^2}\leq 40$$

$$\sqrt{(17-X)^2+(5-Y)^2}\leq 40$$

Donde X ,Y ≥ 0

X: Representa la coordenada en X de la nueva torre

Y: Representa la coordenada en Y de la nueva torre

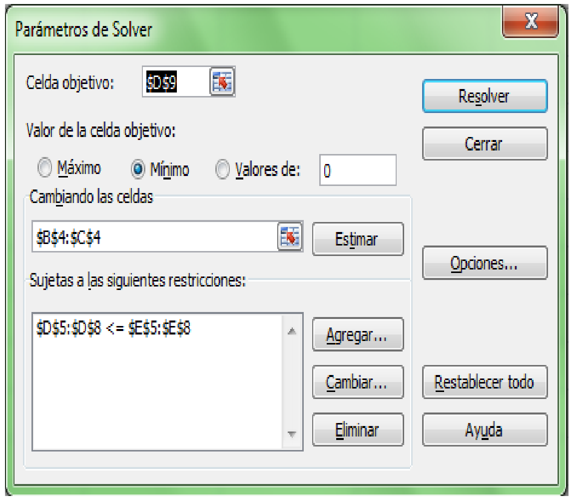
Para resolver este problema por medio de solver se hace necesario traducir la función objetivo y las restricciones a relaciones entre celdas en Excel de la siguiente forma:

	A	B	C	D	E
1					
2					
3	TORRE	X	Y	Distancia	Maxima
4	Nueva	0	0	a la Nueva	permitida
5	Cleveland	5	45	=RAIZ((B5-$B$4)^2+(C5-$C$4)^2)	40
6	Akron	12	21	=RAIZ((B6-$B$4)^2+(C6-$C$4)^2)	40
7	Youngstown	52	21	=RAIZ((B7-$B$4)^2+(C7-$C$4)^2)	40
8	Canton	17	5	=RAIZ((B8-$B$4)^2+(C8-$C$4)^2)	40
9			Total	=SUMA(D5:D8)	

Grafico 1. Problema de localización- formulas.

De la celda D5 hasta la D8 están las distancias de cada una de las torres con respecto a la torre Nueva; allí se aplico la formula de la ecuación 1 mostrada anteriormente; así que la matriz D5:E8 ayudará a construir las restricciones y la celda D9 es la función objetivo, la cual se minimizará, todo está en términos de las celdas B4 y C4 las cuales representan los valores a hallar, es decir las coordenadas de la torre Nueva (están en 0 porque a partir de este valor empezará la iteración).

El siguiente paso es abrir la ventana de solver y asignar la función objetivo y las restricciones.



Grafica 2- Solver-localización

El resultado se puede observar en la hoja de cálculo en las celdas B4 y C4

	A	B	C	D	E
1					
2					
3	TORRE	X	Y	Distancia	Maxima
4	Nueva	12	21	a la Nueva	permitida
5	Cleveland	5	45	25,05674523	40
6	Akron	12	21	0,200027249	40
7	Youngstown	52	21	39,79997275	40
8	Canton	17	5	16,7044808	40
9			Total	81,76122604	
10					

Grafica 3. Resultado final – localización

Además la herramienta cuenta con la opción de realizar informes adicionales como de límites y sensibilidad, esto se puede realizar luego de hacer clic en el botón resolver de la grafica 2. Estos informes quedan resueltos en hojas a partes.

Microsoft Excel 12.0 Informe de sensibilidad
Hoja de cálculo: [EOQ.xlsx]Locaciones
Informe creado: 19/05/2010 8:50:05

Celdas cambiantes

Celda	Nombre	Valor Igual	Gradiente reducido
$B$4	Nueva X	12,20002725	0
$C$4	Nueva Y	20,99999814	0

Restricciones

Celda	Nombre	Valor Igual	Multiplicador de Lagrange
$D$5	Cleveland a la Nueva	25,05674523	0
$D$6	Akron a la Nueva	0,200027249	0
$D$7	Youngstown a la Nueva	39,79997275	0
$D$8	Canton a la Nueva	16,7044808	0

Grafica 4. Informe sensibilidad-locación

Además si se requiere se pueden cambiar algunas opciones, tales como modificar el tiempo máximo, el número de iteraciones, la precisión del modelo, la convergencia y se puede elegir entre el método de la tangente y la cuadrática para realizar los cálculos.

Problema financiero-EXCEL

El problema consiste en hallar la tasa mínima a la cual año tras año se pueda pagar una prima, tal como muestra la tabla.

año	**prima**
1	423
2	457
3	489
4	516
5	530
6	558
7	595
8	618
9	660

10	716

Además se tiene que el impuesto anual es de 28% sobre las ganancias y que la cantidad inicial invertida son 600.

Ahora plasmando la información anterior a la herramienta de Excel se tiene lo siguiente.

	A	B	C
1			
2			
3		cantidad invertida	6000
4		impuesto	0,28
5		retorno nominal trimestral	
6			
7	año	balance inicial	ganancias
8	1	=C3	=B8*(1+$C$5/4)^4-B8
9	2	=F8	=B9*(1+$C$5/4)^4-B9
10	3	=F9	=B10*(1+$C$5/4)^4-B10
11	4	=F10	=B11*(1+$C$5/4)^4-B11
12	5	=F11	=B12*(1+$C$5/4)^4-B12
13	6	=F12	=B13*(1+$C$5/4)^4-B13
14	7	=F13	=B14*(1+$C$5/4)^4-B14
15	8	=F14	=B15*(1+$C$5/4)^4-B15
16	9	=F15	=B16*(1+$C$5/4)^4-B16
17	10	=F16	=B17*(1+$C$5/4)^4-B17

Grafica 5. Financiero-formulas

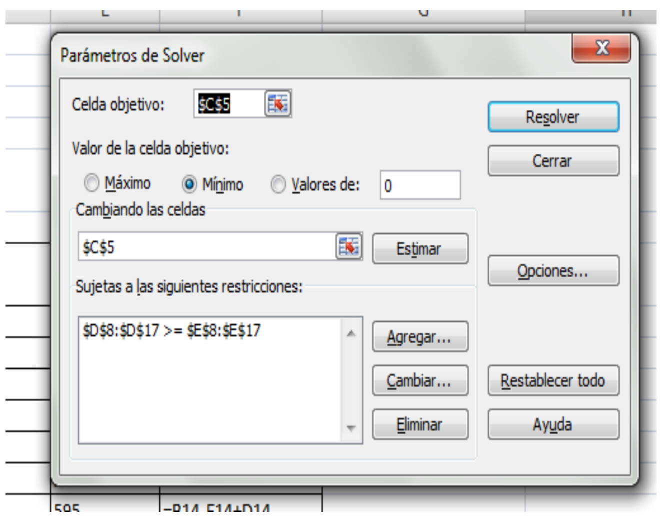
En la columna 4 se paso la tasa nominal a efectiva anual y se multiplicó a la cantidad invertida y se tiene en cuenta solo la ganancia, la cantidad inicial de un año es la final del anterior.

D	E	F
ganancias despues de impuestos	prima	balance final
=(1-$C$4)*C8	423	=B8-E8+D8
=(1-$C$4)*C9	457	=B9-E9+D9
=(1-$C$4)*C10	489	=B10-E10+D10
=(1-$C$4)*C11	516	=B11-E11+D11
=(1-$C$4)*C12	530	=B12-E12+D12
=(1-$C$4)*C13	558	=B13-E13+D13
=(1-$C$4)*C14	595	=B14-E14+D14
=(1-$C$4)*C15	618	=B15-E15+D15
=(1-$C$4)*C16	660	=B16-E16+D16
=(1-$C$4)*C17	716	=B17-E17+D17

Grafica 6. Financiero-formulas 2

En la columna D se le resta el 28% a las ganancias y en la columna F se pone el saldo final teniendo en cuenta que se debe pagar la prima.

Ahora, para resolver el problema por medio de solver se hace lo siguiente, como muestra la grafica



Grafica 7. Solver- problema financiero.

Los resultados se pueden visualizar así en la siguiente grafica.

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3		cantidad	6000			
4		impuest	28%			
5		retorno nominal	13%			
6						
7	año	balance inicial	ganancias	ganancias despues de impuestos	prima	balance final
8	1	6000	837,8	603,2	423,0	6180,2
9	2	6180,208	863,0	621,3	457,0	6344,5
10	3	6344,534	885,9	637,8	489,0	6493,4
11	4	6493,379	906,7	652,8	516,0	6630,2
12	5	6630,189	925,8	666,6	530,0	6766,8
13	6	6766,753	944,9	680,3	558,0	6889,0
14	7	6889,047	961,9	692,6	595,0	6986,6
15	8	6986,635	975,6	702,4	618,0	7071,0
16	9	7071,035	987,3	710,9	660,0	7121,9
17	10	7121,919	994,4	716,0	716,0	7121,9

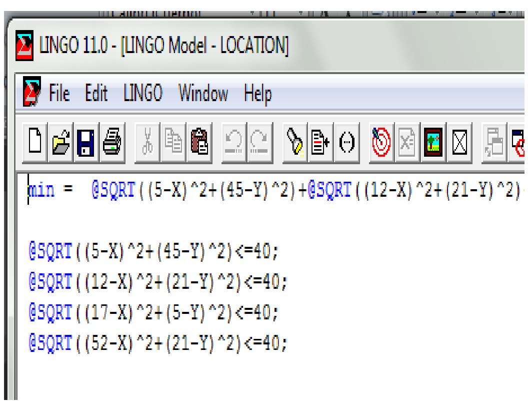
Grafica 8. Solución-problema financiero

Así la tasa mínima a que este proyecto es rentable es del 13% nominal trimestral y los flujos de caja de cada año se muestran en la grafica.

Problema de localización-LINGO

El planteamiento del problema es el mismo que el anterior, lo único que cambia es la herramienta por medio de la cual se resolverá el problema.

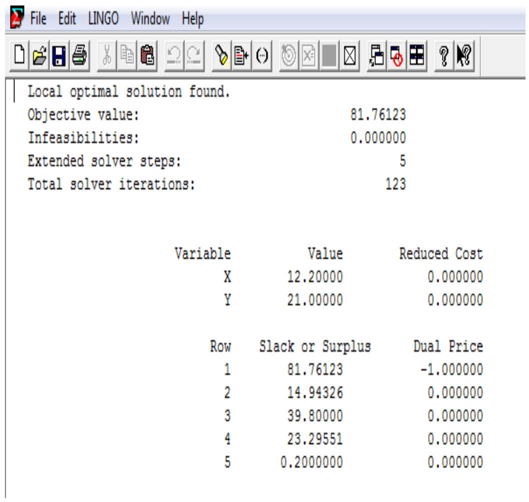
En lingo es más sencillo plasmar el problema, ya que solo basta escribir su planteamiento en el layout del programa teniendo en cuenta el lenguaje propio del programa, el cual es simple.



Grafica 9. Localización-lingo

El primer renglón está incompleto y falta parte de la función objetivo, sin embargo lo mostrado es suficiente para entender cómo se ingresan los problemas a este programa, todos los renglones deben finalizar con “;”.

Para ver la solución se hace clic en el menú de arriba LINGO-solve y a continuación aparece información general del problema como el tiempo de demora, el número de restricciones, la memoria usada, etc., se hace clic en el cuadro close y se pueden ver los resultados así:



Variable	Value	Reduced Cost
X	12.20000	0.000000
Y	21.00000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	81.76123	-1.000000
2	14.94326	0.000000
3	39.80000	0.000000
4	23.29551	0.000000
5	0.2000000	0.000000

Grafica 10- Resultados localización LINGO

Los resultados arrojados son los mismos hallados anteriormente por medio de solver, pero además por medio del menú LINGO- solution se puede ver la solución grafica y además se problema dual.

Para problemas no lineales cuyas funciones objetivo o restricciones tengan una forma poco usual, LINGO, por medio del menú Edit- Paste Function se pueden ingresar numerosas funciones internas del programa como matemáticas, financieras, de probabilidad, etc. y además trae la opción de programar sus propios algoritmos y también extraer datos externos de otros programas, como por ejemplo bases de datos.

CONCLUSION

Si se posee un problema de optimización donde la función objetivo sea relativamente sencilla al igual que sus restricciones de tal forma que no haya mayor problema de “ plasmarlas” en Excel , donde no se cuenten con muchas restricciones ni variables, no se haga indispensable análisis de dualidad, ni análisis grafico, la mejor herramienta para resolverlo es por medio de solver ya que es un lenguaje muy familiar en todo el entorno industrial y es fácil de interpretar, por otro lado si se trata de problemas complejos con funciones mas no tan familiares y donde el tiempo, la precisión y la eficiencia sea un factor indispensable para resolver el modelo ,o sencillamente plasmar las ecuaciones en Excel es sumamente dispendioso, LINGO es la herramienta más adecuada para ello.

BIBLIOGRAFIA

Cliff T. Ragsdale. Modeling and Solving LP Problems in a Spreadsheet. 2007 Aplications. Spreadsheet modeling & decision analysis. A practical introduction to management science. Quinta Edición.