

AJUSTE DE CONTROLADORES PID PARA SISTEMAS INTEGRADORES CON TIEMPO  
MUERTO

SANTIAGO PUERTA GARCÍA

UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA

ESCUELA DE INGENIERÍAS

MAESTRÍA EN INGENIERÍA

MEDELLÍN

2014

AJUSTE DE CONTROLADORES PID PARA SISTEMAS INTEGRADORES CON TIEMPO  
MUERTO

SANTIAGO PUERTA GARCÍA

UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA

ESCUELA DE INGENIERÍAS

MAESTRÍA EN INGENIERÍA

MEDELLÍN

2014

AJUSTE DE CONTROLADORES PID PARA SISTEMAS INTEGRADORES CON TIEMPO  
MUERTO

SANTIAGO PUERTA GARCÍA

Trabajo de grado para optar al título de Magíster en Ingeniería

Director

NORHA LIGIA POSADA RESTREPO

Magíster en Ingeniería

UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA

ESCUELA DE INGENIERÍAS

MAESTRÍA EN INGENIERÍA

MEDELLÍN

2014

**NOTAS DE ACEPTACIÓN**

---

---

---

---

**Firma**

**Nombre:**

**Presidente del Jurado**

---

**Firma**

**Nombre:**

**Jurado 1**

---

**Firma**

**Nombre:**

**Jurado 2**

**Medellín, 12 Agosto de 2014**

**08/12/2014**

**Santiago Puerta García**

“Declaro que esta tesis (o trabajo de grado) no ha sido presentada para optar a un título, ya sea en igual forma o con variaciones, en esta o cualquier otra universidad” Art 82 Régimen Discente de Formación Avanzada.

Firma

---

A mis padres, mi hermano y toda mi familia.

## **AGRADECIMIENTOS**

El autor del trabajo desea expresar sus agradecimientos a:

MsC. Norha Posada por su asesoría, apoyo, motivación y paciencia durante el desarrollo de este trabajo.

I.Q., MsC. Fabio Castrillón, por proponer el tema de esta tesis y su continuo soporte ante todas las inquietudes.

## CONTENIDO

INTRODUCCIÓN.....	14
1. MARCO TEÓRICO .....	15
1.1 SISTEMA INTEGRADOR CON TIEMPO MUERTO .....	15
1.2 RELACIONES PARA SINTONIZACIÓN DE CONTROLADORES PID.....	16
1.2.1 INTERNAL MODEL CONTROL (IMC) .....	17
1.2.2 SÍNTESIS DIRECTA - DAN CHEN Y DALE R. SEBORG (2002) .....	20
1.2.3 CHIDAMBARAM Y SREE (2003).....	21
1.2.4 TYREUS Y LUYBEN (1996).....	21
2. DISEÑO DE LAS REGLAS DE SINTONÍA.....	23
2.1 SELECCIÓN DEL MÉTODO DE SINTONÍA .....	23
2.2 SELECCIÓN DE LA FUNCIÓN OBJETIVO .....	24
2.3 ANÁLISIS ADIMENSIONAL.....	27
2.4 GENERACIÓN Y ANÁLISIS DE DATOS.....	30
2.4.1 ECUACIÓN PARA $\tau_c$ QUE MINIMIZA LA FUNCIÓN OBJETIVO.....	30
3. ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	32
CONCLUSIONES.....	36
RECOMENDACIONES Y TRABAJOS FUTUROS.....	37
BIBLIOGRAFÍA.....	38
ANEXOS .....	40

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Curva de respuesta sistema integrador con tiempo muerto .....	15
Figura 2. Diagrama de bloques <i>Feedback</i> vs. IMC (Seborg <i>et al.</i> , 2004) .....	17
Figura 3. Diagrama de bloques de estructura de control tipo regulador .....	29
Figura 4. Variación de $m_{F0}$ ante variaciones de $\gamma$ .....	31
Figura 5. Respuesta del sistema ante cambios en la perturbación .....	32
Figura 6. Respuesta del sistema ante cambios en la referencia .....	34

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Parámetros PID obtenidos por los diferentes métodos de sintonía .....	32
Tabla 2. Valores índices de desempeño ante una perturbación.....	33
Tabla 3. Valores índices de desempeño ante un cambio en la referencia.....	34

## GLOSARIO

Control *Feedback*: Control por retroalimentación o control en lazo cerrado. Se mide la variable controlada a la salida del proceso y se compara con el *set-point*.

Controlador Regulador: Controlador entrenado para evaluar la variable de salida con respecto a perturbaciones externas.

Controlador Servo: Controlador entrenado para evaluar la variable de salida con respecto al *set-point*.

DS: Método de sintonía por síntesis directa, del inglés *Direct Synthesis*.

FO: Función Objetivo.

$\gamma$ : Factor de supresión para el TVM.

IAE: Función de desempeño de controladores denominada integral del error absoluto, del inglés *Integral Absolut Error*.

IE: Función de desempeño de controladores denominada error integral, del inglés *Integral Error*.

IMC: Método de sintonía denominado control por modelo interno, del inglés *Internal Model Control*.

IMC-PPC: Modelo de sintonía desarrollado en este trabajo, donde las 3 siglas iniciales corresponden a *Internal Model Control* y las siguientes 3 siglas corresponden a los apellidos de los desarrolladores de este método, es decir, Puerta Posada Castrillón

ISE: Función de desempeño de controladores denominada integral del error cuadrático, del inglés *Internal Squared Error*.

ITAE: Función de desempeño de controladores denominada integral del error absoluto por el tiempo, del inglés *Integral Time Absolute Error*.

$K$ : Constante o ganancia del proceso.

$K_c$ : Constante proporcional de un controlador PID.

$K_u$ : Ganancia última. Valor de ganancia donde se produce una oscilación sostenida.

$m_{FO}$ : Pendiente de la línea recta que relaciona a  $\tau_{cFO}$  y a  $\tau_{cult}$ .

MP: El máximo sobreimpulso, del inglés *Maximum Pulse*, determina el pico máximo de la curva de respuesta de un sistema.

MV: La variable manipulada, del inglés *Manipulated Variable* es la variable que el controlador modifica para afectar el valor de la variable controlada.

Perturbación: Entrada al proceso que no puede ser controlada mediante el control *Feedback*.

PID: Algoritmo de control proporcional, integral, derivativo.

$R^2$ : Variable estadística que indica el coeficiente de determinación.

*Step*: Entrada al sistema tipo escalón.

$\tau_c$ : Constante de tiempo del lazo cerrado utilizada en los métodos IMC y DS.

$\tau_{cult}$ : Valor de  $\tau_c$  que hace que la salida del sistema sea una oscilación sostenida.

$\tau_{cFO}$ : Valor de  $\tau_c$  que minimiza la FO.

$\tau_D$ : Tiempo derivativo de un controlador PID.

$\theta$ : Tiempo muerto del proceso.

$\tau_I$ : Tiempo integral de un controlador PID.

$\tau_u$ : Período último. Período al cual se encuentra una oscilación sostenida de la función analizada.

TVM: Trabajo de la Variable Manipulada.

## RESUMEN

En este trabajo se presentan nuevas reglas de sintonía para controladores PID aplicados a sistemas integradores con tiempo muerto. Se obtienen correlaciones que permiten hallar un valor para el único parámetro de sintonía del controlador  $\tau_c$  que minimiza una Función Objetivo (FO) la cual se define como la combinación lineal entre la Integral del Error Absoluto (IAE) y el Trabajo de la Variable Manipulada (TVM), de esta forma se garantizan índices de desempeño y robustez adecuados para el usuario. Las correlaciones se obtuvieron usando técnicas de análisis dimensional, regresión estadística y optimización.

Con el objeto de estudiar el comportamiento dinámico del sistema se elaboró un código en el software Matlab® y se utilizó la herramienta Simulink® para determinar las diferencias entre las reglas de sintonía propuestas en este trabajo y las de otros autores.

Cabe resaltar que las estrategias de control probadas durante este trabajo representan las más comunes dentro de la teoría de control y las más aplicadas al tipo de sistema propuesto como integrador con tiempo muerto. Finalmente se hace un análisis de los resultados obtenidos

### **PALABRAS CLAVE:**

SISTEMA INTEGRADOR CON TIEMPO MUERTO, CONTROLADOR PID, SINTONÍA, CONTROL POR MODELO INTERNO.

## INTRODUCCIÓN

En la industria química es común encontrar procesos de nivel de líquido con una bomba conectada a la línea de salida, columnas de destilación (Zhang *et al.*, 2008), o medición de la concentración del componente en los sistemas que contienen corrientes de recirculación (Santoro y Oloak, 2012), los cuales se caracterizan por presentar un comportamiento integrador con tiempo muerto.

El control de esta clase de sistemas (integradores con tiempo muerto) puede ser abordado mediante controladores PID (Proporcional Integral Derivativo) los cuales son altamente utilizados en aplicaciones industriales gracias a su notable eficacia y simplicidad de aplicación. Debido a esto es posible afirmar que más del 90% de los lazos de control existentes implican controladores PID (Tavakoli *et al.*, 2003). Sin embargo, la efectividad de cualquier tipo de algoritmo de control depende de la sintonía de sus parámetros, es por esto que en la literatura se encuentran citados una amplia variedad de técnicas de sintonía para sistemas de lazo abierto y lazo cerrado (Nakano *et al.*, 1994; O'Dwyer, 2006).

Autores como Chien y Fruehauf (1990) proponen un método de sintonía denominado IMC (del inglés *Internal Model Control*) que busca hacer un acercamiento a la sintonización de parámetros de un control PID para procesos donde su función de transferencia es de la forma de un integrador puro con tiempo muerto. Tyreus y Luyben (1992) señalan que el método IMC puede dar lugar a un control pobre y a partir de esto proponen un método alternativo haciendo uso de métodos clásicos de respuesta en frecuencia. En el mismo sentido, Chidambaram (1994) propone también un método para obtener la sintonía de los parámetros para un controlador PID especialmente para procesos integradores con tiempo muerto. Luego Wang y Cluett (1997) derivan de los métodos anteriores reglas de sintonía explícitas para procesos integradores con tiempo muerto.

Los métodos propuestos en el párrafo anterior son aplicables únicamente para procesos que presenten tiempo muerto, a excepción del método IMC. El método propuesto por Tyreus y Luyben también tiene una singularidad y es que puede ser usado para procesos integradores sin tiempo muerto sólo si la planta tiene un orden superior a dos (Kaya, 2003).

Este trabajo busca obtener nuevas reglas de sintonía para un controlador PID sintonizado ante cambios en la perturbación para sistemas integradores con tiempo muerto, ya que son sistemas que no se analizan comúnmente en la literatura por su complejidad y por el hecho de incluir en sus características un tiempo en el que su respuesta ante una entrada presenta un tiempo retraso. Las ecuaciones diseñadas garantizan índices de desempeño, lo que se traduce en un beneficio para los usuarios de este tipo de sistemas.

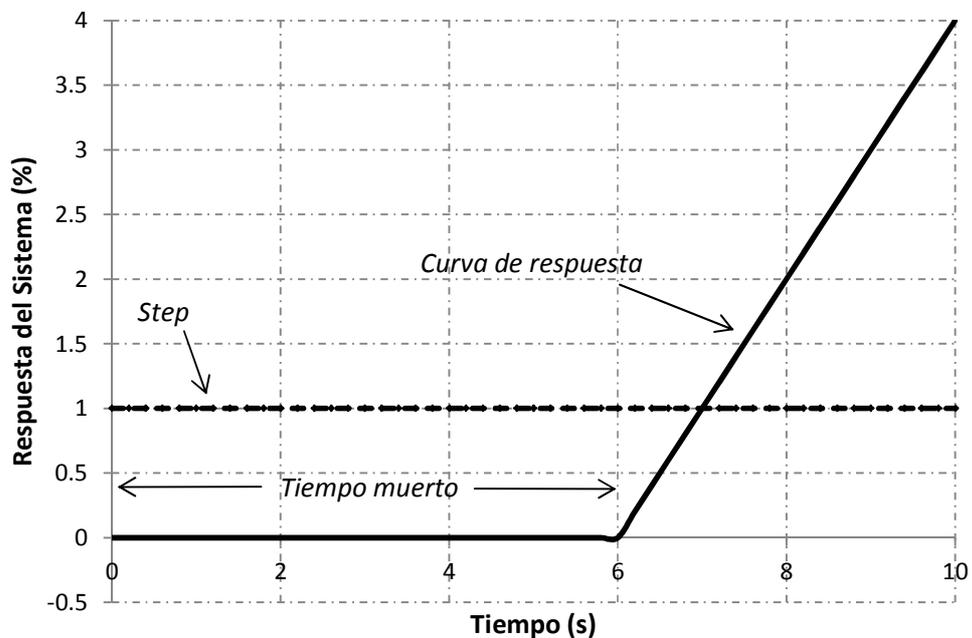
## 1. MARCO TEÓRICO

En esta sección se describen las características de los sistemas integradores con tiempo muerto, el modelo de diseño de controladores IMC enfocado a cambios en la perturbación y algunas técnicas de sintonización de controladores PID.

### 1.1 SISTEMA INTEGRADOR CON TIEMPO MUERTO

Los sistemas integradores con tiempo muerto son sistemas comúnmente encontrados en la modelación de sistemas de nivel de líquidos, tanques de almacenamiento de líquidos, calderas, reactores de la industria química, controles de nivel de columnas de destilación, entre otros (Nageswara *et al.* 2011). En este tipo de sistemas industriales también es común encontrar retardos de tiempo entre las entradas y salidas del proceso que se asocian principalmente con retrasos en el transporte de fluidos, que se pueden reflejar en el sistema de medición como retrasos en el tiempo de medida y que a su vez influyen en el tiempo a la salida del proceso (Santoro y Oloak, 2012), lo que quiere decir que ante una entrada tipo escalón (*step*), la respuesta no es inmediata (Ver Figura 1).

Figura 1. Curva de respuesta sistema integrador con tiempo muerto



Muchos procesos, debido a su comportamiento y variables involucradas, pueden ser modelados como sistemas integradores con tiempo muerto, y pueden ser descritos por la siguiente función de transferencia (Chien *et al.*, 1990), la cual está compuesta sólo por dos parámetros ( $K$  y  $\theta$ ).

$$G(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{s}, \quad (1)$$

donde  $K$  es la constante o ganancia del proceso y  $\theta$  es el tiempo muerto.

Los autores Fuentes y Luyben (1983) reportan un ejemplo, donde se explica que la composición del lazo de control de una columna de destilación de alta pureza tiene una constante de tiempo grande y por lo tanto, la respuesta se asemeja a un sistema integrador puro con tiempo muerto. Este fue un desarrollo que posteriormente permitió que muchos otros procesos químicos e industriales con dinámica similar fueran modelados de esta misma forma.

## 1.2 RELACIONES PARA SINTONIZACIÓN DE CONTROLADORES PID

Los sistemas integradores con tiempo muerto representan de manera adecuada la dinámica de muchos sistemas cuya frecuencia natural está por encima del rango de diseño de diferentes controladores (Aström *et al.*, 1995). Este tipo de sistemas se ven relacionados con un control complejo pero que puede ser abordado por controladores PID, los cuales son altamente utilizados en aplicaciones industriales gracias a su notable eficacia y simplicidad de aplicación. Con respecto a lo anterior, autores como Tavakoli, *et al.* (2003) afirman que más del 90% de los lazos de control implementados son controladores PID.

La efectividad de cualquier tipo de algoritmo de control depende de la sintonía de sus parámetros; para un controlador PID tradicional se han citado en la literatura una gran variedad de técnicas de sintonía para lazo abierto y lazo cerrado (Nakano y Jutan, 1994). Existen métodos basados en criterios de estabilidad, métodos de optimización, el método IMC, método DS (del inglés *Direct Synthesis*), entre otros (Rivera *et al.*, 1986; O'Dwyer, 2006).

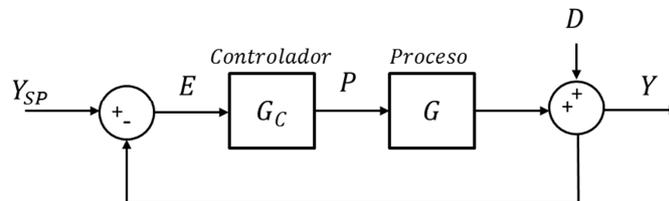
Las expresiones analíticas para la sintonización de controladores PID son derivadas de métodos definidos por diferentes ecuaciones dependiendo de sus autores, éstas son llamadas relaciones de sintonía de controladores o simplemente relaciones de sintonía. A continuación se presentan algunas de las relaciones más utilizadas de acuerdo al tipo de proceso tratado en este documento.

### 1.2.1 INTERNAL MODEL CONTROL (IMC)

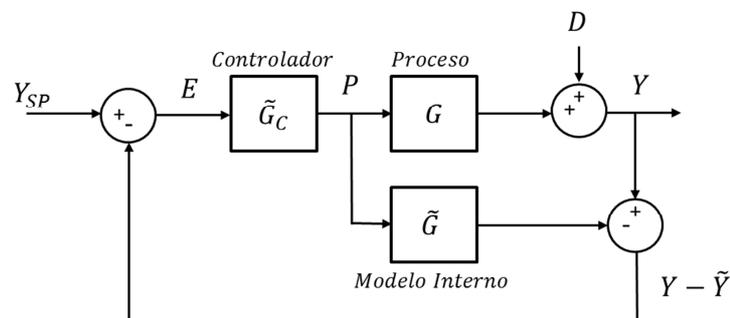
Los métodos de control con modelo interno o IMC, están basados en modelos de procesos supuestos y conducen a expresiones analíticas para la configuración de los controladores. El enfoque de los IMC tiene la ventaja de permitir cierta incertidumbre del modelo y compensaciones entre el rendimiento y la robustez, es decir, permiten un rango específico de variación de los parámetros del proceso y aun así controlar el sistema (García *et al.* 1982).

En la Figura 2 se muestra un comparativo del diagrama de bloques de un control convencional *Feedback* (a) y un IMC (b). El IMC está basado en un diagrama de bloques sencillo (ver Figura 2.a) que consta de un modelo de proceso  $\tilde{G}$  y una salida del controlador llamada  $P$ , que son utilizados para calcular la respuesta del modelo  $\tilde{Y}$ . La respuesta del modelo es derivada de la respuesta actual  $Y$  y la diferencia entre éstas  $Y - \tilde{Y}$ , es usada como señal de alimentación para el controlador del IMC,  $G_C^*$ . En general las dos respuestas del modelo son diferentes  $Y \neq \tilde{Y}$  debido a errores de modelación y perturbaciones desconocidas ( $D \neq 0$ ) que no se tienen en cuenta (Seborg, *et al.*, 2004).

Figura 2. Diagrama de bloques *Feedback* vs. IMC (Seborg *et al.*, 2004)



(a) Control convencional *Feedback*



(b) Control por Modelo Interno (IMC)

Estos dos modelos son iguales si los controladores  $G_c$  y  $G_c^*$  satisfacen la siguiente ecuación.

$$G_c = \frac{G_c^*}{1 - G_c^* \tilde{G}}. \quad (2)$$

En consecuencia, cualquier controlador IMC  $G_c^*$  es equivalente a un controlador *Feedback* estándar  $G_c$ , y viceversa. Utilizando el álgebra de diagrama de bloques, la relación de lazo cerrado para un IMC es:

$$Y = \frac{G_c^* G}{1 + G_c^* (G - \tilde{G})} Y_{sp} + \frac{1 - G_c^* \tilde{G}}{1 + G_c^* (G - \tilde{G})} D. \quad (3)$$

Para el caso especial de un modelo perfecto (sin perturbaciones y errores de modelación),  $\tilde{G} = G$ , la relación se reduce a

$$Y = G_c^* G Y_{sp} + (1 - G_c^* G) D. \quad (4)$$

Los controladores IMC son diseñados en dos pasos:

- Paso 1: El modelo del proceso debe ser factorizado como:

$$\tilde{G} = \tilde{G}_+ \tilde{G}_-, \quad (5)$$

donde  $\tilde{G}_+$  es la función de transferencia que contiene todos los tiempos muertos y los ceros ubicados en el semiplano derecho, y  $\tilde{G}_-$  es la parte invertible del modelo del proceso. Adicionalmente se requiere que  $\tilde{G}_+$  tenga una ganancia en estado estacionario igual a uno, con el fin de garantizar que los dos factores de la ecuación (5) sean únicos.

- Paso 2: El controlador está descrito bajo la siguiente relación:

$$G_c^* = \frac{1}{\tilde{G}_-} f, \quad (6)$$

donde  $f$  es un filtro pasa bajos. Es importante tener en cuenta que las diferentes relaciones de sintonía dependen del tipo de filtro  $f$  y la aproximación del tiempo muerto seleccionados. La ecuación que describe el comportamiento de  $f$  es (Rivera *et al.*, 1986):

$$f = \frac{1}{(\tau_c s + 1)^r}. \quad (7)$$

El parámetro  $r$  es un entero positivo con valor  $r = 1$  para modelos de primer y segundo orden, pero con valor  $r = 2$  para modelos con elementos integradores, y  $\tau_c$  es la constante de tiempo del lazo cerrado. Cabe resaltar que el controlador IMC descrito en (6) está basado en  $\tilde{G}_-$ , es decir, del modelo completo del proceso,  $\tilde{G}$ . Si  $\tilde{G}$  es implementado, el controlador puede contener un término predictivo  $e^{+\theta s}$  (si  $\tilde{G}_+$  contiene tiempo muerto  $\theta$ ), o un polo inestable (si  $\tilde{G}_+$  contiene ceros en el semiplano derecho). De esta forma, si se utiliza la factorización de (5) y utilizando el filtro dado por (7), entonces el controlador resultante  $G_c^*$  será estable e implementable (Goodwin *et al.*, 2001).

La selección del parámetro de diseño  $\tau_c$  es una decisión importante en los métodos de diseño, porque en general al incrementar el  $\tau_c$  se produce una acción de control más conservativa, ya que  $K$  es inversamente proporcional a  $\tau_c$ . En la literatura, se puede encontrar diferentes métodos y criterios para la selección de este parámetro como:

$$\frac{\tau_c}{\theta} > 0.8 \text{ y } \tau_c > 0.1\tau, \quad (\text{Rivera } et al., 1986)$$

$$\tau > \tau_c > \theta, \quad (\text{Chien } et al., 1990)$$

$$\tau_c = \theta. \quad (\text{Skogestad, 2003})$$

Debido a que el método de diseño estándar IMC está basado en la cancelación de polos-cero, el enfoque de los IMC debe ser modificado para procesos que son inestables en lazo abierto. Para situaciones donde el modelo del proceso es perfecto, se puede obtener la siguiente expresión para lazo cerrado:

$$Y = \tilde{G}_+ f Y_{sp} + (1 - f \tilde{G}_+) D. \quad (8)$$

El método IMC puede ser utilizado para sintonizar diferentes tipos de controladores PID, entre ellos, el PID clásico, 2-D, etcétera. A continuación se presenta una forma de sintonía de un controlador PID para un sistema integrador con tiempo muerto donde el filtro fue seleccionado de la siguiente manera:

$$f = \frac{(2\tau_c - C)s + 1}{(\tau_c s + 1)^2}, \quad (9)$$

donde

$$C = \left. \frac{d\tilde{G}_+}{ds} \right|_{s=0}. \quad (10)$$

Finalmente las relaciones de sintonía son:

$$K_c K = \frac{2\tau_c + \theta}{\left(\tau_c + \frac{\theta}{2}\right)^2}, \quad (11)$$

$$\tau_I = 2\tau_c + \theta, \quad (12)$$

$$\tau_D = \frac{\tau_c \theta + \frac{\theta^2}{4}}{2\tau_c + \theta}, \quad (13)$$

donde  $K_c$  es la constante proporcional,  $\tau_I$  el tiempo integral y  $\tau_D$  el tiempo derivativo del controlador PID (Seborg, *et al.* 2004).

### 1.2.2 SÍNTESIS DIRECTA - DAN CHEN Y DALE R. SEBORG (2002)

Los autores utilizan la metodología de síntesis directa para encontrar las relaciones de sintonía de los controladores PID teniendo en cuenta la estabilidad y la robustez. Para un sistema integrador con tiempo muerto, la función de transferencia se convierte en:

$$\frac{y}{D} = \frac{\frac{K e^{-\theta s}}{s}}{1 + \frac{K e^{-\theta s}}{s} K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s\right)}, \quad (14)$$

donde  $D$  es una perturbación del sistema.

Luego de usar el método DS y reorganizar las expresiones, se obtienen los parámetros resultantes para un controlador PID, los cuales de acuerdo con Chen *et al.* (2002) son:

$$K_c = \frac{1}{K} \frac{\theta \left(3\tau_c + \frac{\theta}{2}\right)}{\left(\tau_c + \frac{\theta}{2}\right)^3}, \quad (15)$$

$$\tau_I = 3\tau_c + \frac{\theta}{2}, \quad (16)$$

$$\tau_D = \frac{\frac{3}{2}\tau_c^2\theta + \frac{3}{4}\tau_c\theta^2 + \frac{\theta^3}{8} - \tau_c^3}{\theta\left(3\tau_c + \frac{\theta}{2}\right)} = \frac{\left(\tau_c + \frac{\theta}{2}\right)^3 - 2\tau_c^3}{\theta\left(3\tau_c + \frac{\theta}{2}\right)}, \quad (17)$$

donde  $K_d$  está dado por:

$$K_d = K \frac{\left(\tau_c + \frac{\theta}{2}\right)^3}{\theta}. \quad (18)$$

### 1.2.3 CHIDAMBARAM Y SREE (2003)

Estos autores, consideraron un sistema integrador con tiempo muerto de lazo cerrado en el que proponen una forma diferente de sintonizar los controladores. La metodología utilizada es similar a la síntesis directa y los parámetros del modelo se suponen como conocidos.

Las ecuaciones de sintonía propuesta por los autores son:

$$K_C = \frac{1.2346}{K\tau_c}, \quad (19)$$

$$\tau_I = 4.5\tau_c, \quad (20)$$

$$\tau_D = 0.45\tau_c. \quad (21)$$

### 1.2.4 TYREUS Y LUYBEN (1996)

La procedencia del método de Tyreus y Luyben es el método de Ziegler-Nichols (1942) pero genera configuraciones más conservativas. Las ecuaciones de sintonía de este método son:

$$K_C = \frac{K_u}{2.2}, \quad (22)$$

$$\tau_I = 2.2P_u, \quad (23)$$

$$\tau_D = \frac{P_u}{6.3}, \quad (24)$$

donde  $K_u$  es la ganancia última y  $P_u$  es el período último.

Los autores plantean su modelo y aseguran que este tiene coeficiente de amortiguación alto y constante de tiempo larga.

## 2. DISEÑO DE LAS REGLAS DE SINTONÍA

En este capítulo se selecciona el método de sintonía para el controlador PID y una función objetivo (FO) que garantice un índice de desempeño. En general, se presenta todo el proceso desarrollado para la obtención de las reglas de sintonía que se proponen.

### 2.1 SELECCIÓN DEL MÉTODO DE SINTONÍA

En la literatura existe gran variedad de métodos propuestos para la sintonía de controladores PID, en general, estos métodos concentran el problema en un cambio en el *set-point* o en la respuesta ante perturbaciones en el sistema. Esta última es el objetivo de este trabajo.

Luyben (2003) abordó el diseño de controladores PID utilizando técnicas de análisis de la respuesta en frecuencia para sistemas integradores con tiempo muerto, pero las expresiones obtenidas tenían un alto grado de complejidad. Por otro lado Chen y Seborg (2002) abordaron el diseño de estos controladores utilizando el método DS ante cambios de perturbación, en el cual presentan configuraciones para los parámetros de controladores PID de forma tabulada para algunos modelos de procesos más comunes, entre ellos sistemas con tiempo muerto.

El método de Chen y Seborg (2002) presenta algunas complejidades dentro de su estructura, entre las cuales se puede destacar que en el momento de calcular las expresiones para los parámetros del controlador PID, se pueden encontrar polinomios y términos negativos que significan no causalidades a la hora de implementar el controlador obtenido. Esto debido a los términos negativos, por lo que es importante determinar un rango de valores para el parámetro de sintonía de forma que se obtengan parámetros del PID positivos.

El IMC es otro método muy utilizado para la sintonía de controladores especialmente a nivel industrial ya que, al igual que el método de síntesis directa, utiliza un único parámetro de sintonía ( $\tau_c$ ), el cual tiene una relación con la velocidad de respuesta de lazo cerrado del sistema y con la robustez del lazo de control. A medida en que se pueda incrementar la magnitud de  $\tau_c$ , se aumenta la robustez del lazo de control. Este método, permite reducir los efectos de la perturbación, siempre y cuando se seleccione de forma correcta el filtro pasa bajos a utilizar, buscando que la respuesta en lazo cerrado tenga la menor oscilación o presente un sobreimpulso mínimo (Chien y Fruehauf, 1990)

A diferencia de las ecuaciones anteriores presentadas por Chen y Seborg (2002) para el método de DS, las expresiones de Chien y Fruehauf (1990) no establecen limitaciones en el rango del parámetro  $\tau_c$ , al no presentar términos negativos en sus ecuaciones, la cual es una característica a resaltar.

Igualmente los autores Tyreus y Luyben, proponen un método para la sintonía de controladores PID, en el cual se comparan con el método de Ziegler-Nichols (1942), pero resaltan que su método es eficiente solamente en sistemas con coeficiente de amortiguación alto, es decir, sobreamortiguado y constante de tiempo grande (Luyben, *et al.*, 1997).

De acuerdo a toda la información presentada, el IMC es la opción más interesante, ya que acepta cierta incertidumbre del modelo y genera compensaciones entre el rendimiento y la robustez (García, *et al.*, 1982), lo que permite diseñar controladores PID para diferentes sistemas, algunos de características particulares, en este caso para sistemas integradores con tiempo muerto, además del distintivo que el controlador tiene un único parámetro de sintonía (Rivera, *et al.*, 1986).

Hoy en día los trabajos realizados y las investigaciones que abordan el IMC para sistemas integradores con tiempo muerto son pocos, lo que indica que es un campo de acción atractivo para enfocar este trabajo. Por todo lo expuesto, para el desarrollo de este trabajo, se utilizarán las ecuaciones de Chien y Fruehauf y el método de sintonía IMC.

## 2.2 SELECCIÓN DE LA FUNCIÓN OBJETIVO

Comparar la respuesta de un controlador con otro es de suma importancia, ya que esto permite determinar la calidad del sistema de control en términos de su desempeño. El objetivo de los sistemas de control retroalimentados es minimizar la señal de error, y esto se consigue disminuyendo las desviaciones entre la variable de control y *set-point* (Shinsky, 1994). Existen diferentes funciones de tipo integral para medir el desempeño de un controlador a partir de las cuales se diferencian por la dirección, duración y magnitud que cada una le da al error. Las funciones más utilizadas son:

- Integral del Error (IE): cuando la acción integral y la ganancia del controlador se reducen, disminuye el error integral, pero a su vez el sistema presenta oscilaciones y se reduce el margen de estabilidad del sistema. Esta función no presenta información sobre la estabilidad del lazo de control. A continuación se presenta la expresión matemática que permite evaluar este índice:

$$IE = \int_0^{\infty} e(t)dt ,$$

donde  $e(t)$  es el error en el tiempo.

- Integral del Error Absoluto (IAE, del inglés *Integral Absolute Error*): esta función garantiza una respuesta mucho más estable en comparación a los otros índices de desempeño, siempre y cuando se obtenga una disminución de esta. Los desempeños energéticos de los sistemas están relacionados con la IAE, y es la función de error más utilizada. A continuación se presenta la ecuación para la función IAE:

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt .$$

- Integral del Error Cuadrático (ISE, del inglés *Integral Squared Error*): esta función es utilizada en procesos donde se presentan errores de gran magnitud en el sistema, por lo que se dice que este criterio penaliza los errores grandes. Se debe observar que los errores de gran magnitud causan un mayor impacto en el controlador que los errores de menor medida. La ecuación de esta función es:

$$ISE = \int_0^{\infty} e(t)^2 dt .$$

- Integral del Error Absoluto por el Tiempo (ITAE, del inglés *Integral Time Absolute Error*): esta función es utilizada para corregir errores que se mantienen en el tiempo, aunque tiende a generar grandes picos en los sistemas cuando se minimiza, por lo que no es recomendable para la mayoría de sistemas de control. A continuación la ecuación para la función ITAE:

$$ITAE = \int_0^{\infty} t|e(t)| dt ,$$

donde  $t$  es el tiempo.

Partiendo de las definiciones anteriores, es importante resaltar la importancia de la minimización de éstas en la evaluación del controlador y su resultado, por ejemplo, la minimización del IAE representa de igual manera una minimización en el IE, pero a su vez se obtiene una mayor estabilidad en el sistema (al minimizar únicamente el IE, no se

evalúa la estabilidad). Se debe tener en cuenta también la relación de las funciones con el desempeño energético del sistema, que para el caso del ISE no existe, y como complemento adicional es necesario comentar que en el caso de cambios en la perturbación es muy útil el uso del ITAE (Hwang, *et al.*, 2004).

La integral de cambio de la variable manipulada, es otro índice de desempeño de gran importancia en el momento que se desea pasar de la simulación a la aplicación. La variable manipulada (MV, del inglés *Manipulated Variable*) es la variable más importante después de la variable de control debido a que las grandes variaciones en la MV afectan el desempeño del sistema, ya que variaciones repetitivas con el tiempo causan distorsión en el control y daños de los equipos que componen el sistema, es decir, (afectan la vida útil de los equipos). El sobreimpulso en la MV es un indicador de agresividad de la acción de control y está definido como la cantidad que la MV excede el valor de estado estable. Algunos procesos admiten grandes valores de sobreimpulso en la MV y otros no, por ende es común encontrarse definidos los límites para su variación, además que para este tipo de procesos con acciones de control tan agresivas existen elementos finales de control especiales para soportar estas características (Marlin, 1995).

A la hora de definir una función objetivo (FO) es importante tener en cuenta la información presentada anteriormente haciendo énfasis en los criterios de error y la importancia de la MV. El criterio más utilizado es el IAE, por sus beneficios al sistema y su estrecha relación con el desempeño energético del mismo, por tales motivos, el IAE será utilizado en este trabajo. Finalmente teniendo en cuenta estos dos componentes importantes para el desempeño del sistema de control, la función objetivo seleccionada es:

$$FO = \int_0^{\infty} |e(t)| dt + \gamma \int_0^{\infty} \left| \frac{dVM(t)}{dt} \right| dt,$$

donde IAE corresponde al primer término de la ecuación y el segundo término corresponde a la Integral de la Variable Manipulada o Trabajo de la Variable Manipulada (TVM) en producto con un factor de supresión  $\gamma$ . Siendo IAE y la TVM igual de importantes cuando  $\gamma = 1$ ; pero en el caso en que  $\gamma = 0$ , la función objetivo se reduce al IAE únicamente. Muchos autores y la literatura han utilizado esta función objetivo para el desarrollo de sus investigaciones, trabajos y estudios donde en cada uno de ellos indican el valor de  $\gamma$  que mejor se ajuste a sus necesidades (Klir *et al.*, 1995); (Iglesias, 2006).

## 2.3 ANÁLISIS ADIMENSIONAL

El análisis adimensional es una herramienta matemática que permite simplificar un problema ya que reduce el número de variables involucradas, a una cantidad de variables esenciales denominadas factores, o números adimensionales. Un factor carece de unidades físicas y, típicamente, se define en términos de un producto o una razón entre dos o más cantidades que individualmente poseen unidades, pero que en conjunto al formar parte de la expresión que se haya para cada factor son canceladas (Tavakoli y Flemming, 2003).

La función de transferencia de un sistema integrador con tiempo muerto (Ecuación 1) se supone adimensional, ya que corresponde al porcentaje de salida de un transmisor (%*TO* del inglés *Transmitter Output*) sobre el porcentaje de salida del controlador (%*CO* del inglés *Controller Output*). Esto se puede ver en la siguiente ecuación:

$$G_P(s) = \frac{K_P e^{-\theta s}}{s} [=] \frac{\%TO}{\%CO} . \quad (25)$$

Realizando el mismo procedimiento analítico de la ecuación (25) se realiza el análisis de adimensionalidad de la función de transferencia de un controlador PID en paralelo clásico, el cual se supone también adimensional así como se muestra en la ecuación siguiente.

$$G_C(s) = K_C \left( 1 + \frac{1}{\tau_i s} + \frac{\tau_d s}{\left(\frac{\tau_d}{DG}\right)s + 1} \right) [=] \frac{\%CO}{\%TO}, \quad (26)$$

Los autores Chien y Fruehauf (1990) proponen los parámetros para un controlador PID basados en la sintonización del controlador por el método IMC resaltando como principal ventaja el máximo del rendimiento del controlador. Las ecuaciones (27), (28), y (29) son los parámetros de sintonía propuestos por los autores. Al incluir en dichas ecuaciones las dimensiones de estas, se puede apreciar que ninguna de las 3 es adimensional.

$$K_P K_C = \frac{2\tau_c + \theta}{\left(\tau_c + \frac{\theta}{2}\right)^2} [=] \frac{1}{t}, \quad (27)$$

$$\tau_i = 2\tau_c + \theta [=] t, \quad (28)$$

$$\tau_d = \frac{\tau_c \theta + \frac{\theta^2}{4}}{2\tau_c + \theta} [=] t. \quad (29)$$

Con el fin de adimensionalizar los parámetros del controlador PID y llegar a una expresión adimensional del proceso se definen las siguientes ecuaciones:

$$\tau_c' = \frac{\tau_c}{\theta}, \quad (30)$$

$$\tau_i' = \frac{\tau_i}{\theta}, \quad (31)$$

$$\tau_d' = \frac{\tau_d}{\theta}, \quad (32)$$

$$s' = s\theta, \quad (33)$$

$$t' = \frac{t}{\theta}. \quad (34)$$

De lo anterior se obtienen las siguientes ecuaciones de sintonía del controlador PID con la característica de ser adimensionales debido a los reemplazos efectuados:

$$K_p K_c \theta = K' = \frac{2\tau_c' + 1}{\left(\tau_c' + \frac{1}{2}\right)^2}, \quad (35)$$

$$\tau_i' = 2\tau_c' + 1, \quad (36)$$

$$\tau_d' = \frac{\tau_c' + \frac{1}{4}}{2\tau_c' + 1}. \quad (37)$$

En el sentido de obtener la función de transferencia completa del proceso se procede a llevar las funciones de transferencia de la planta y del controlador a los nuevos términos o ecuaciones definidas (30) a (34) y de esta manera entregar el controlador y la planta adimensionalizados.

Haciendo los respectivos reemplazos en (1) se obtiene:

$$G_P(s') = \frac{\theta K_p e^{-s'}}{s'}, \quad (38)$$

y mediante los mismos reemplazos efectuados anteriormente sobre la ecuación (26), se obtiene:

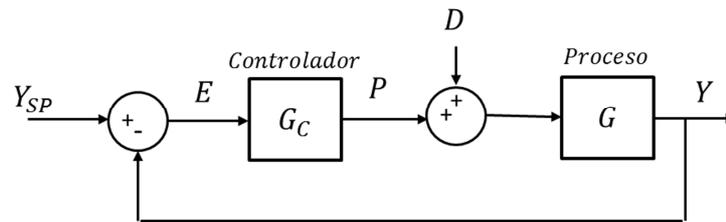
$$G_C(s') = K_C \left( 1 + \frac{1}{\tau_i' s'} + \frac{\tau_d' s'}{\left(\frac{\tau_d'}{DG}\right) s' + 1} \right). \quad (39)$$

Finalmente la función de transferencia en lazo cerrado para un sistema diseñado para trabajar como regulador (ver Figura 3) es la siguiente:

$$G_{CL}(s') = \frac{D}{1 + G_P(s')G_C(s')}, \quad (40)$$

donde  $D$  es la perturbación del sistema.

Figura 3. Diagrama de bloques de estructura de control tipo regulador



Y al reemplazar (38) y (39) en (40) se obtiene la función de transferencia de lazo cerrado de la planta de forma adimensional:

$$G_{CL}(s') = \frac{D}{1 + \left[ \frac{2\tau_c' + 1}{\left(\tau_c' + \frac{1}{2}\right)^2} \right] \left[ \frac{e^{-s'}}{s'} \right] \left[ 1 + \frac{1}{\tau_i' s'} + \frac{\tau_d' s'}{\left(\frac{\tau_d'}{DG}\right) s' + 1} \right]}. \quad (41)$$

## 2.4 GENERACIÓN Y ANÁLISIS DE DATOS

Después de adimensionalizar el sistema y tener todas las ecuaciones relacionadas con el controlador y la planta de forma adimensional, se implementa el IMC realizando un cambio tipo escalón unitario en la perturbación. Para la simulación se utilizó el *software* Matlab® con el aplicativo Simulink® más código como complemento.

### 2.4.1 ECUACIÓN PARA $\tau_c$ QUE MINIMIZA LA FUNCIÓN OBJETIVO

En este apartado se busca encontrar una ecuación o una serie de ecuaciones que permitan hallar un valor para el parámetro de sintonía  $\tau_c$  que minimice la FO definida en la sección 2.3. Es importante resaltar que la FO tiene un parámetro ligado al TVM que es  $\gamma$  el cual es variable por el usuario dependiendo de la aplicación de su proceso.

El procedimiento se inicia igualando  $\gamma$  a cero con el fin de empezar con la FO dándole relevancia únicamente al IAE, pero continuando con la variación de  $\gamma$  con números enteros para encontrar de esta forma la ecuación o grupo de ecuaciones para cada valor utilizado de  $\gamma$ .

En este proceso se obtiene que  $\tau_c/\theta = Kte$ , por medio de un programa en Matlab® se encuentra que el valor para  $\tau_{cult}/\theta = 0.67$ , con  $\tau_{cult}$  como el valor de  $\tau_c$  que hace que la salida del sistema sea una oscilación sostenida, es decir el valor que puede tomar el parámetro de sintonía antes de que la salida del sistema tenga una oscilación creciente. Las expresiones que se presentan a continuación son la relación entre el parámetro  $\tau_c$  que minimiza la FO ( $\tau_{cFO}$ ) y el parámetro  $\tau_c$  último ( $\tau_{cult}$ ):

$$\tau_{cFO|0} = 2.5110\tau_{cult}, \quad (42)$$

$$\tau_{cFO|1} = 5.2183\tau_{cult}, \quad (43)$$

$$\tau_{cFO|2} = 6.4457\tau_{cult}, \quad (44)$$

$$\tau_{cFO|3} = 6.4766\tau_{cult}, \quad (45)$$

$$\tau_{cFO|4} = 7.6062\tau_{cult}, \quad (46)$$

$$\tau_{cFO|5} = 8.7359\tau_{cult}, \quad (47)$$

$$\tau_{cFO|10} = 14.3841\tau_{cult}, \quad (48)$$

$$\tau_{cFO|20} = 25.6806\tau_{cult}, \quad (49)$$

$$\tau_{cFO|30} = 36.9771\tau_{cult}. \quad (50)$$

De lo anterior se observa que todas las ecuaciones obedecen a un modelo de la forma,

$$\tau_{cFO} = m_{FO}\tau_{cult}, \quad (51)$$

donde  $m_{FO}$  es la pendiente de la línea recta que relaciona a  $\tau_{cFO}$  y a  $\tau_{cult}$  (Castellanos, 2012). En estas ecuaciones se utilizó una regresión lineal y el modelo ajustado corresponde a una línea recta que pasa por el origen.

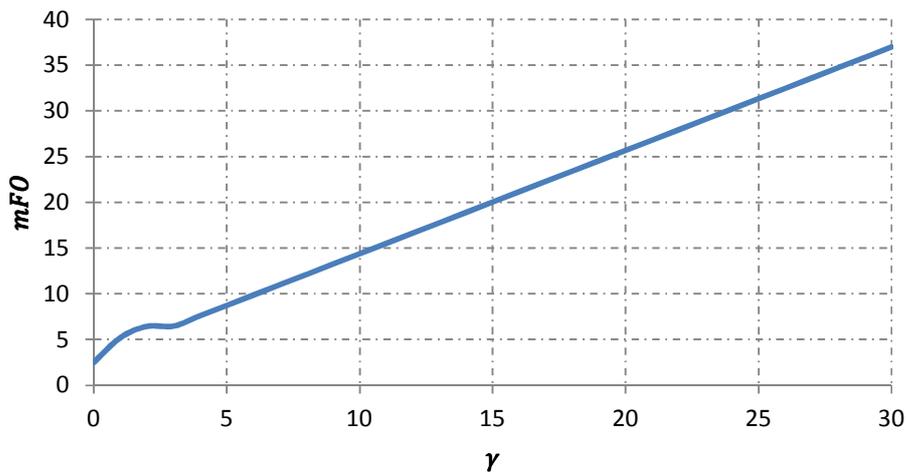
De las ecuaciones (42) a (50) se obtiene una última ecuación, en este caso por tramos, con el fin de hallar una relación entre  $\gamma$  y  $m_{FO}$ , dada por:

$$m_{FO} = \begin{cases} -0.6691\gamma^2 + 3.32\gamma + 2.525, & \gamma[0,3], \\ 1.1217\gamma + 3.2556, & \gamma(3,+\infty). \end{cases} \quad (52)$$

Los coeficientes de determinación  $R^2$  de la función por tramos (52) son: para el intervalo  $\gamma \in [0,3]$  el  $R^2 = 0.9993$  y para el intervalo donde  $\gamma \in (3, +\infty)$  el  $R^2 = 0.9996$ .

El comportamiento de  $m_{FO}$  se presenta en la Figura 4. De la gráfica se observa que la pendiente  $m_{FO}$  presenta un comportamiento lineal con una tendencia cuadrática entre los valores 0 y 3 de  $\gamma$ . Esto muestra entonces que a medida que  $\gamma$  se incrementa la pendiente  $m_{FO}$  crece de forma lineal.

Figura 4. Variación de  $m_{FO}$  ante variaciones de  $\gamma$



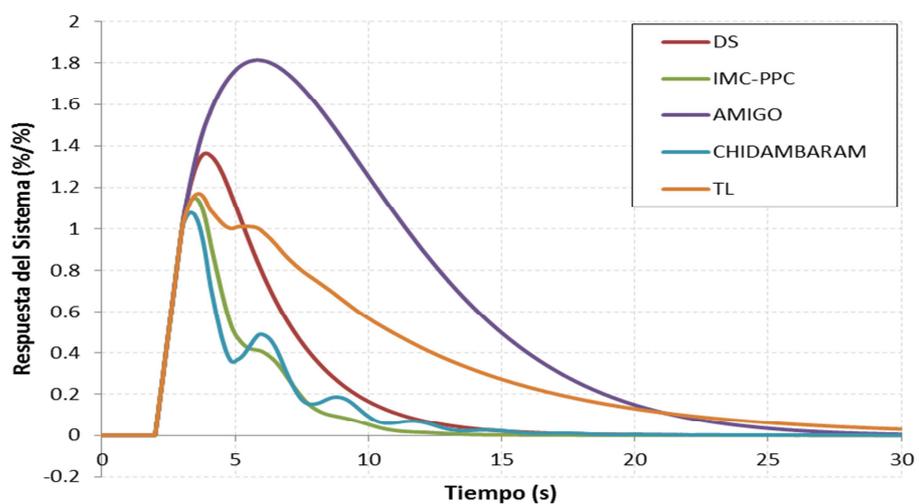
### 3. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para analizar el desempeño de las reglas de sintonía propuestas basadas en IMC (IMC-PPC es la técnica resultante de este trabajo), con otras técnicas reportadas en la literatura como la de Chen y Seborg (DS), Chidambaram, AMIGO y Tyreus y Luyben (TL), se elaboró un programa en Matlab® y Simulink® que permitió simular, para cada una de ellas la respuesta del sistema ante una perturbación (ver Figura 5). En la Tabla 1 se reportan los parámetros obtenidos para un controlador PID utilizando las técnicas de sintonía mencionadas, y en la Tabla 2 se presentan los valores de los índices de desempeño y de la FO obtenidos en las diferentes simulaciones teniendo en cuenta que para las técnicas IMC-PPC y DS se usa  $\gamma = 1$  ya que es el valor de  $\gamma$  con el que se obtuvo el mejor resultado.

Tabla 1. Parámetros PID obtenidos por los diferentes métodos de sintonía

Parámetro PID	DS	IMC-PPC	AMIGO	CHIDAMBARAM	TL
$K_C$	0.7736	1.0638	0.45	1.2346	0.8334
$\tau_I$	4.64	3.76	8	4.5	8.8217
$\tau_D$	0.2993	0.4335	0.5	0.45	0.5537

Figura 5. Respuesta del sistema ante cambios en la perturbación



La Figura 5 muestra el comportamiento de las diferentes técnicas de sintonía evaluadas, donde es posible apreciar para el caso de la técnica AMIGO se presenta un alto Máximo Sobreimpulso (MP) lo cual implica un gran gasto de energía del sistema, mientras que para el caso de IMC-PPC o Chidambaram este mismo índice de desempeño es bajo en comparación con las otras técnicas de sintonía.

Tabla 2. Valores índices de desempeño ante una perturbación

Índice	Método				
	DS	IMC-PPC	AMIGO	CHIDAMBARAM	TL
IAE	5.998	3.534	17.78	3.645	10.39
ITAE	33.83	16.82	160.3	20.06	96.73
TVM	1.722	2.525	1.345	3.977	1.873
FO	7.720	6.059	19.13	7.622	12.26
MP	1.364	1.150	1.8153	1.0787	1.1703
ST	22.505	16.055	>30	23.7922	>30

Mejor resultado
  Peor resultado

Es importante tener en cuenta que mientras los valores registrados en la tabla sean menores (resaltados con color verde), la técnica de sintonía para ese índice particular tiene un mejor desempeño, los valores resaltados con rojo son los máximos para cada índice. En la Tabla 2 se evidencia que el IMC-PPC tiene un muy buen comportamiento en los índices IAE, ITAE, FO, ST y en los otros está muy cerca de los que presentan mejores comportamientos, por lo cual se puede decir que es un buen método de ajuste de controladores tipo regulador, además que se comprueba lo señalado en la Sección 2.2 con respecto al ITAE y su buen desempeño ante perturbaciones.

De la misma forma como se hace el análisis para la respuesta del sistema ante cambios en la perturbación, se hace para un análisis de la respuesta ante cambios en el *set-point*. La Figura 5 muestra el comportamiento de las diferentes técnicas evaluadas para cambios en el *set-point*.

Figura 6. Respuesta del sistema ante cambios en la referencia

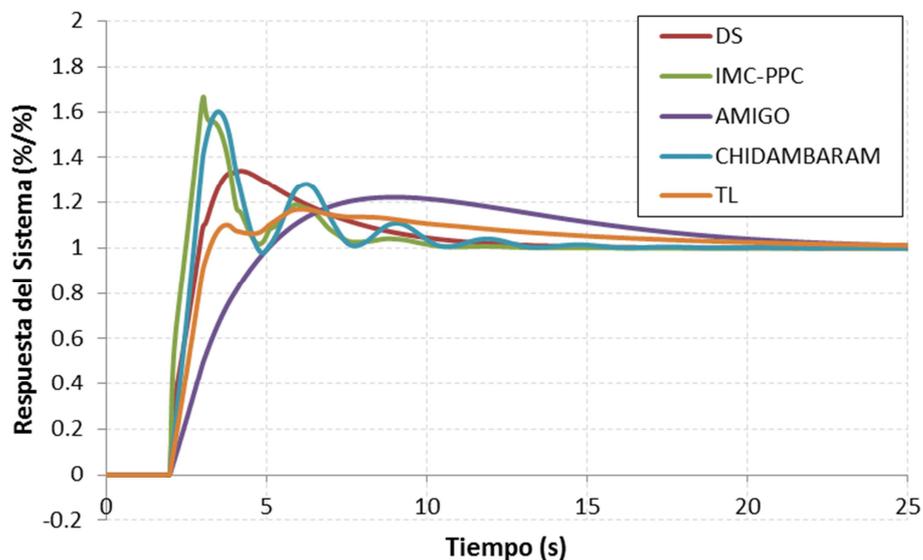


Tabla 3. Valores índices de desempeño ante un cambio en la referencia

Índice	Método				
	DS	IMC-PPC	AMIGO	CHIDAMBARAM	TL
IAE	2.731	2.303	4.383	2.738	3.075
ITAE	7.95	4.882	27.37	7.735	16.95
TVM	4.08	9.383	1.038	6.291	2.393
FO	6.81	11.69	5.421	9.029	5.468
MP	1.3403	1.6655	1.2226	1.5997	1.1692
ST	19.3484	15.1737	>30	21.2236	>30

Mejor resultado
  Peor resultado

De la Figura 6 es posible apreciar la gran cantidad de oscilaciones del método Chidambaram con respecto a los otros, lo que se traduce como altas variaciones en el

actuador para lograr la referencia. Por el contrario, los métodos de sintonía AMIGO o DS presentan la menor cantidad de oscilaciones para lograr el *set-point*.

De la Tabla 3 se evidencia que el método IMC-PPC es el de mejores resultados (los menores valores con respecto a otros métodos) en los índices de desempeño IAE, ITAE y tiempo de estabilización, pero que resulta ser el menos efectivo en los otros 3 índices de desempeño como son TVM, FO y MP en los cuales se destaca el método AMIGO seguido de TL.

## CONCLUSIONES

Se estudiaron las características de los Sistemas Integradores con Tiempo Muerto y las técnicas de sintonía de controladores PID que la literatura reporta para este tipo de procesos. Con base en este análisis se seleccionó el IMC como la técnica de sintonía más apropiada para este trabajo, por lo que se utilizaron las ecuaciones reportadas para ajustar un controlador PID ante cambios en la perturbación. Las expresiones adimensionales que aparecen en las reglas de sintonía son de baja complejidad por lo que el método propuesto es de fácil aplicación.

Se halló una expresión que permite encontrar el valor de  $\tau_C$  que minimiza el IAE y la FO. En este caso, la ecuación encontrada es de tipo polinómica. Y se encuentra que  $\tau_C$  es función de los parámetros del proceso ( $K$  y  $\theta$ ).

Las expresiones desplegadas en las reglas de sintonía son de baja complejidad por lo que el método propuesto IMC-PPC es de fácil aplicación.

Se estudió el desempeño de un controlador PID ajustado con las reglas de sintonía propuestas (IMC-PPC) y se comparó con otros métodos reportados en la literatura. El desempeño del controlador fue sobresaliente ante cambios en la señal perturbadora. De los índices de desempeño analizados, el controlador IMC-PPC obtuvo los mejores resultados para IAE, FO y ST. Estas comparaciones se establecieron para diferentes combinaciones de parámetros del proceso.

Además del análisis ante cambios en la señal perturbadora se hace el análisis para el comportamiento de los diferentes métodos ante cambios en el *set-point*. De esto se obtiene que el método propuesto IMC-PPC resulta ser el más destacado en los índices IAE y ST, lo que lleva a concluir su efectividad en el tiempo de estabilización y al mejor desempeño energético entre todos los métodos.

## RECOMENDACIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En este trabajo se desarrollaron las reglas de sintonía para sistemas integradores con tiempo muerto basadas en el método IMC. Como trabajo futuro se propone utilizar el IMC para encontrar las reglas de sintonía de otro tipo de sistemas que incluyan tiempo muerto pero que no tengan características integradoras.

El método de sintonía que se propone en este trabajo sólo fue probado en simulaciones a través de *software* por lo que sería interesante experimentar en procesos reales el desempeño del desarrollo realizado.

## BIBLIOGRAFÍA

- Aström, K.J y Hagglund, T. 1995.** *PID Controllers; Theory, Design and Tuning.* North Carolina: Instr Soc. America, 1995.
- Castellanos, D. 2012.** *Propuesta de nuevas reglas de sintonía para el ajuste de controladores PI/PID para sistemas con respuesta inversa;* Trabajo de grado para optar al título de Magíster en Ingeniería. Universidad Pontificia Bolivariana
- Chen, Dan y Seborg, Dale E. 2002.** *PI/PID Controller Desing Based on Direct Synthesis And Disturbance Rejection.* Santa Barbara: Department of Chemical Engineering, University of California.
- Chidambaram, M. y Padma, R. 2003.** *A Simple method of tuning PID Controllers for integrator/dead-time processes.* Madras: Department of Chemical Engineering, Indian Institute of Technology, 2003.
- Chidambaram, M. y Sree, R. 2003.** *A simple method of tuning PID controllers for integrator/dead-time processes.* Comput Chem Eng 2003, pág. 27-211.
- Chien, I.L y Fruehauf , P.S. 1990.** *Consider IMC Tuning to Improve controller Performance.* Chem. Eng. Progress.86, October, 1990, pág 33-41.
- Fuentes , C y Luyben, W.L. 1983.** *Control of high purity distillation columns.* Ind Ebg Chem Process Des Dev.
- Garcia, C.E y Monari, M. 1982.** *Internal Model Control I. A Unifying Review and Some New Results.* Ind. Eng. Chem Process.
- Goodwin, G., Graeba, S. y Salgado, M. 2001.** *Control System Design.* Upper Saddle River, NJ, Prentice Hall.
- Hwang J. y Tsay S. 2004.** *Optimal tuning of PID controllers with specified gain and margins.* Departament of Chemical Engineering, National Cheng Kund University.
- Iglesias E. 2006.** *Using fuzzy logic to enhance control performance of sliding mode control and dynamic matrix control.* University of South Florida, 2006.
- Kaya, I. 2003.** *A PI-PD controller design for control of unstable and integrating processes.* ISA Transactions 42 pág. 111–121.
- Klir G. y Yuan B. 1995.** *Fuzzy sets and fuzzy logic. Theory and applications.* Prentice Hall.

- Luyben W. 2003.** *Identification and tuning of integrating processes with deadtime and inverse response.* Industrial Engineering Chemical Research.
- Luyben, Michael L y Luyben, William L. 1997.** *Essentials of Process Control.* Singapore, McGraw-Hill Chemical Engineering Series.
- Marlin, T. 1995.** *Process Control. Designing Processes and Control Systems for Dynamic Performance.* McGraw Hill, 1995. Chemical Engineering Series.
- Nageswara, C.V, Seshagiri , A y Padma, R. 2011.** *Desing of PID Controllers for Pure Integrator Systems with Time Delay.* International Journail of Applied Science and Engineering.
- Nakano, E. y Jutan, A. 1994.** *Application of response surface methodology in controller fine-tuning.* ISA Transactions, 33, pág. 353-366.
- O'Dwyer, A. 2006.** *Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules.* London, Imperial College Press.
- Rivera, D.E, Morari, M y Skogestad, S. 1986.** *Internal Model Control - 4, PID Controller Design.* Ind Eng Chem Process Des Dev.
- Santoro, B. Oloak, D. 2012.** *Closed-loop stable model predictive control of integrating systems with dead time.* Journal of Process Control.
- Seborg, Dale E, Edgar, Thomas F y Mellichamp, Duncan A. 2004.** *Process Dynamics and Control.* USA, Jhon Wiley & Sons, Inc. Vol. Second Edition.
- Shinskey F. 1994.** *Feedback controllers for the process industries.* NY, McGraw Hill, 1994.
- Skogestad, S. 2003.** *Simple Analytic Rules for Model Reduction and PID Controller Tuning.* Modeling, Identification and Control, Vol 25, No. 2, pág 85-120.
- Tavakoli, S y Fleming, P. 2003.** *Optimal Tuning of PI Controllers for First Order Plus Dead Timelong Deadtime Models Using Dimensional Analysis.* Control and Automation Proceedings 4th International Conference on 2003.
- Wang, L. y Cluett, W. 1997.** *Tuning PID controllers for integrating processes.* IEE Proc. Control Theory Appl.144, pág. 385–392.
- Zhang, W., Rieber, J., GU, D. 2008.** *Optimal dead-time compensator design for stable and integrating processes with time delay.* Journal of Process Control, Vol. 18, pág. 449–457.

## ANEXOS

**PROPUESTA DE ANTE PROYECTO TRABAJO DE GRADO**

**AJUSTE DE CONTROLADORES PID PARA SISTEMAS INTEGRADORES CON  
TIEMPO MUERTO**

Estudiante: SANTIAGO PUERTA GARCÍA  
Cédula: 1088.255.789  
Teléfono: 332 61 87  
E mail: santiago.puerta@gmail.com  
Universidad: UPB  
Facultad: Ingenierías

Director: FABIO CASTRILLÓN HERNÁNDEZ  
Cédula: 92.518.498  
Teléfono: 3544522 ext 14014  
E mail: fabio.castrillon@upb.edu.co  
Empresa: UPB

**Mayo de 2012**  
**MAESTRÍA EN INGENIERÍA**  
**UNIVERSIDAD PONTIFICA BOLIVARIANA**

**PRIMERA REVISIÓN**

Recibió (Representante del comité): \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

Lectura y asignación de evaluador comité #: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

Evaluación preliminar asignada a: \_\_\_\_\_

Recomendación: \_\_\_\_\_

Reprobado

Aplazado

Aprobado

Comité #: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Firma Responsable: \_\_\_\_\_

---

---

---

---

**SEGUNDA REVISIÓN**

Recibió (Representante del comité): \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

Lectura y asignación de evaluador comité #: \_\_\_\_\_

Fecha: \_\_\_\_\_

Evaluación preliminar asignada a: \_\_\_\_\_

Recomendación: \_\_\_\_\_

Reprobado

Aplazado

Aprobado

Comité #: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Firma Responsable: \_\_\_\_\_

---

---

---

---

## CONTENIDO DEL PROYECTO

### 1. PARTICIPANTES

#### 1.1 Estudiante

Nombre: Santiago Puerta García

Títulos: Ingeniero Mecatrónico - Escuela de Ingeniería de Antioquia  
Especialista en Automática - UPB

#### 1.2 Director

Nombre: Fabio Castrillón Hernández

Títulos: Ingeniero Químico – UPB  
Especialista en Automática-UPB  
MSc. en Ingeniería - UPB

### 2. MODALIDAD

Modalidad del trabajo de grado: Asistencia a la I+D, según numeral 1.1.2 del Reglamento para Presentación de Trabajo de Grado en Posgrados en Automática UPB.

### 3. TEMA DEL PROYECTO

En este proyecto se presentan nuevas reglas de sintonía para controladores PID en sistemas integradores de primer orden con tiempo muerto por medio de síntesis directa, además de un análisis comparativo entre el desempeño de las reglas obtenidas con algunas reportadas en la literatura.

TIPO	TEÓRICO	EXPERIMENTAL
Trabajo	Búsqueda/Estudio	Simulación
%	30	70

ÁREAS	%
Automatización	10
Teoría de Control	90

## 4. ANTECEDENTES

### 4.1 Estado del arte

En la industria química es común encontrar procesos como sistemas de nivel de líquido con una bomba conectada a la línea de salida, columnas de destilación (Zhang, Rieber y Gu, 2008), o medición de la concentración del componente en los sistemas que contienen corrientes de recirculación (Santoro y Odloak, 2012) donde éstos tienen como característica presentar un comportamiento integrador con tiempo muerto. Además, en este tipo de sistemas industriales también es común encontrar retardos de tiempo entre las entradas y salidas del proceso que se asocian principalmente con retrasos en el transporte de fluidos, que se pueden reflejar en el lazo de control como retrasos de entrada y retrasos de medición que pueden traducirse en retrasos de salida (Santoro y Odloak, 2012).

De lo anterior vale la pena describir que un sistema integrador con tiempo muerto se encuentra modelado por la siguiente función de transferencia, y que a su vez los procesos inestables monotónicos también se aproximan a este modelo (Panda, 2009):

$$G(s) = \frac{K e^{-\theta s}}{s}$$

El complejo control de esta clase de sistemas (integradores con tiempo muerto) puede ser abordado por un tipo de controladores denominado PID (Proporcional Integral Derivativo) los cuales son altamente utilizados en aplicaciones industriales gracias a su notable eficacia y simplicidad de aplicación. Gracias a esto es posible afirmar que más del 90% de los lazos de control existentes implican controladores PID (Tavakoli y Tavakoli, 2003).

Sin embargo, la efectividad de cualquier tipo de algoritmo de control depende de la sintonía de sus parámetros; para un controlador PID tradicional, se han citado en la literatura una gran variedad de técnicas de sintonía para lazo abierto y lazo cerrado (Nakano y Jutan, 1994).

Es así como Chen y Seborg (2002) proponen en su artículo un método de diseño para controladores PID que se basa en síntesis directa y en la especificación de la función de transferencia en lazo cerrado deseada para perturbaciones, donde el tipo de proceso mencionado anteriormente se encuentra abarcado por el método propuesto por estos dos autores.

Mientras tanto en la industria de procesos es común hallar aplicaciones de control predictivo MPC (del inglés *Model Predictive Control*), que son usualmente utilizadas como método de control para sistemas de primer orden con retardos entre sus entradas y salidas, y aún más si esos sistemas son de lazo cerrado y requieren de la sintonía de parámetros para garantizar la estabilidad del sistema (Santoro y Odloak, 2012).

Este tipo de sistemas ha sido estudiado por diferentes métodos, incluso el denominado *FLC* (del inglés *Fuzzy Logic Control* o Control por Lógica Difusa) y ha sido utilizado para controlar procesos integradores que presentan tiempo muerto. Entonces la estrategia de utilizar *FLC* resulta eficaz aunque haya sido reemplazada por métodos tradicionales porque cuentan con una sintonización basada en la identificación de la respuesta dinámica del proceso (Gutierrez y Sanjuán, 2006).

Para finalizar, Shamsuzzoha y Lee (2007) proponen un método de sintonía diferente a los citados anteriormente para controladores de procesos con características integradoras. El algoritmo de diseño se basa en el modelo de control interno *IMC* (del inglés *Internal Model Control*) el cual tiene como principal característica que sólo presenta un parámetro de ajuste único para el rendimiento y la robustez del controlador.

## **5. OBJETIVOS**

General:

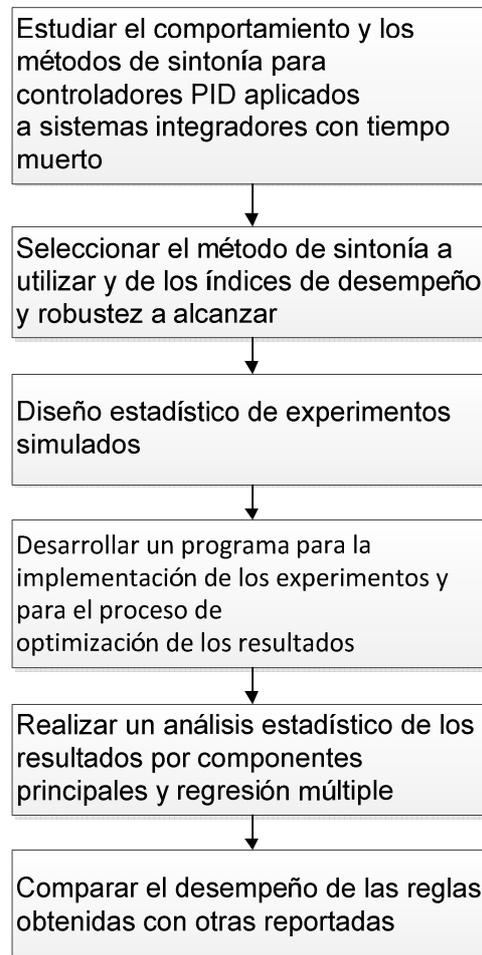
- Generar nuevas reglas de sintonía para controladores PID aplicadas a sistemas integradores con tiempo muerto.

Específicos:

- Estudiar las características de los sistemas integradores con tiempo muerto.
- Estudiar y seleccionar las técnicas de diseño de experimentos apropiadas para el corrimiento de las simulaciones y el ajuste de las reglas de sintonía.
- Desarrollar un programa que permita implementar las técnicas de experimentos seleccionados.
- Realizar el análisis por síntesis directa.
- Generar reglas de sintonía.
- Desarrollar un estudio comparativo de las reglas obtenidas con otras presentadas en la literatura.

## 6. METODOLOGIA

La metodología que se seguirá para la realización del proyecto es la siguiente:



## 7. JUSTIFICACION Y BENEFICIOS

Se presentan a continuación la justificación y beneficios que motivan el desarrollo del tema propuesto:

- Procesos industriales que presentan tiempo muerto y que pueden ser modelados como de primer orden y con características integradoras no son fácilmente controlados, por lo que se requiere un análisis profundo de ello y proponer nuevos parámetros de sintonía (controlador PID) dependiendo de qué se espera del proceso relacionado a índices de desempeño.

## 8. ALCANCE

En el presente trabajo se pretenden proponer parámetros de sintonía para procesos integradores con tiempo muerto mediante síntesis directa, y comparar su comportamiento con estrategias diferentes de control desde el punto de vista de criterios de desempeño.

## 9. TABLA DE CONTENIDO

**Introducción.** Esta sección establece una visión general del estado del arte del tema propuesto.

**Capítulo 1. Sistemas Integradores.** Este capítulo presentará el marco teórico concerniente a Sistemas Integradores donde será posible conocer el modelo y características de este tipo de sistemas.

**Capítulo 2. Métodos de Sintonía.** Este capítulo presentará diferentes estrategias de control o métodos de sintonía para sistemas integradores de primer orden con tiempo muerto.

**Capítulo 3. Diseño Estadístico del Experimento.** En este capítulo se presentará el desarrollo y resultado obtenido del diseño estadístico de experimentos para la posterior simulación del modelo.

**Capítulo 4. Simulación.** Se propone un modelo típico de sistemas integradores de primer orden con tiempo muerto y se realizan las simulaciones pertinentes a los parámetros encontrados en el capítulo anterior para así realizar ajustes sobre estos y validar el desarrollo del experimento.

**Capítulo 5. Análisis de Regresión.** Análisis de regresión de los resultados obtenidos en el capítulo anterior.

**Capítulo 6. Comparación y Análisis de Resultados.** Se entregan los diferentes resultados obtenidos en el capítulo anterior y se compara con respecto a otros resultados obtenidos en la literatura con el fin de entregar conclusiones al respecto.

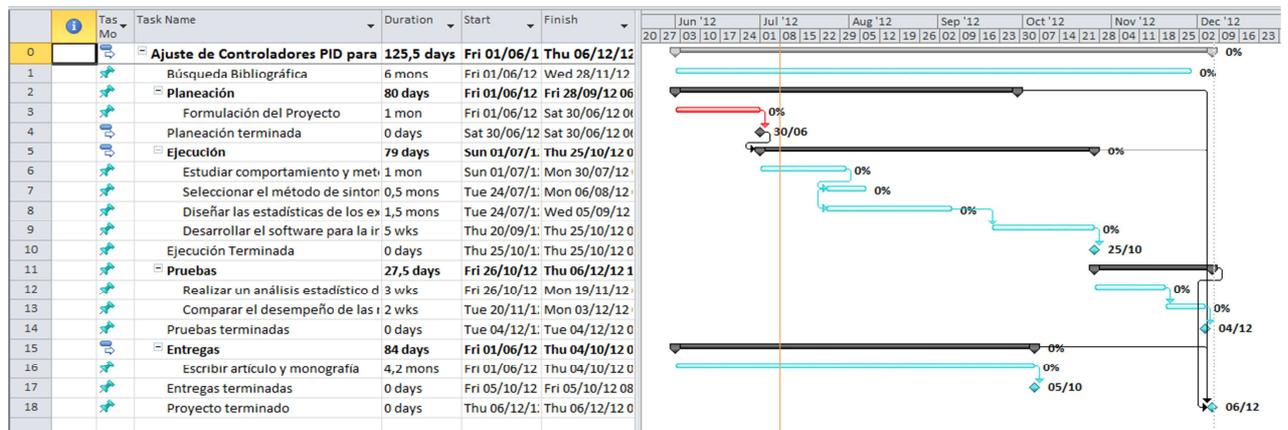
## Conclusiones y recomendaciones.

## Bibliografía.

## 10. PRESUPUESTO RECURSOS Y FINANCIACIÓN

Recurso	Participación (miles de pesos)				Desembolso	
	Estudiante	Servicio UPB	Servicio otras Instituciones	Donación	Si	No
Bibliografía	1000	3000			1000	3000
Telecomunicaciones	1000	1000			1000	1000
Equipos	300				300	
Software	200		800		200	800
Trabajo estudiante (1000 h)	25000					25000
Trabajo director (100 h)		1500		7000		8500
Subtotal	27500	5500	800	7000		
Imprevistos	4080					
TOTALES	31580	5500	800	7000		
GRAN TOTAL					44880	

## 11. CRONOGRAMA Y OCUPACIÓN



## **12. BIBLIOGRAFIA**

- Chen, D. Seborg, D. (2002). PI/PID controller design based on direct synthesis and disturbance rejection. *Industrial & Engineering Chemistry Research*.
- Gutierrez, A. Sanjuán, M. (2006). Ecuaciones de sintonización para controladores difusos basadas en modelos de primer orden más tiempo muerto. *Ingeniería y Desarrollo*, Número 19.
- Nakano, E. Jutan, A. (1994). Application of response surface methodology in controller fine-tuning. *ISA Transactions*.
- Panda, R. (2009). Synthesis of PID controller for unstable and integrating processes. *ScienceDirect, Chemical Engineering Science*.
- Santoro, B. Odloak, D. (2012). Closed-loop stable model predictive control of integrating systems with dead time. *ScienceDirect, Journal of Process Control*.
- Shamsuzzoha, M. Lee, M. (2007). Analytical design of enhanced PID filter controller for integrating and first order unstable processes with time delay. *ScienceDirect, Chemical Engineering Science*.
- Tavakoli, S. Tavakoli, M. (2003). Optimal tuning of PID controllers for first order plus time delay models using dimensional analysis. *The Fourth International Conference on Control and Automation*.
- Zhang, W. Rieber, J. Gu, D. (2008). Optimal dead-time compensator design for stable and integrating processes with time delay, *ScienceDirect, Journal of Process Control*.

## **13. POSIBLES EVALUADORES**

- MSc. Norha Ligia Posada
- MSc. Paula Andrea Ortiz

## ANEXO

### PROPIEDAD INTELECTUAL Y DESTINACIÓN DEL PROYECTO

#### ACTA DE PROPIEDAD INTELECTUAL del Proyecto: CONTROL DE SISTEMAS CON RESPUESTA INVERSA

- Todos los derechos morales sobre este proyecto de grado están depositados al autor de dicho trabajo en primer lugar y al director como coautor, de esta manera todas las publicaciones nacionales e internacionales que genere serán de autoría del aspirante y del director, y se darán los respectivos créditos al Grupo de Automática y Diseño A+D y a la Universidad Pontificia Bolivariana.
- Causales de retiro. El retiro podrá ser voluntario o ser motivado por el incumplimiento de las obligaciones de una de las partes, a criterio del director.
- Todos los partícipes han estudiado y aceptan el "Estatuto de propiedad intelectual" de la Universidad Pontificia Bolivariana, el reglamento de elaboración de trabajos de grado POSGRADOS EN AUTOMÁTICA y el proyecto de tesis de maestría; y se comprometen a cumplir los deberes que estipulan.

#### FIRMA DE LAS PARTES IMPLICADAS

---

IQ.Fabio Castrillón Hernández, MSc.  
Director.  
C.C. 92.518.498

---

IM. Rafael Esteban Vásquez, PhD.  
Director del Grupo de Investigación A+D.  
C.C. 71.791.914

---

IM. Santiago Puerta García  
Estudiante Especialización Grupo A+D.  
C.C. 1088.255.789



## AJUSTE DE CONTROLADORES PID PARA SISTEMAS INTEGRADORES CON TIEMPO MUERTO

Santiago Puerta-García<sup>a</sup>, Norha Posada-Restrepo<sup>b\*</sup>, Fabio Castrillón-Hernández<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Renault-Sofasa, Carrera 49 No. 39SUR-100, Envigado, Colombia

<sup>b</sup>Universidad Pontificia Bolivariana, Circular 1 No. 70-01, 050031, Medellín, Colombia

\*E-mail: norha.posada@gmail.com

### Resumen

En este trabajo se presentan nuevas reglas de sintonía para controladores PID aplicados a sistemas integradores con tiempo muerto. Se obtienen correlaciones que permiten hallar un valor para el único parámetro de sintonía del controlador  $\tau_c$  que minimiza una Función Objetivo (FO) la cual se define como la combinación lineal entre la Integral del valor Absoluto del Error (IAE) y el Trabajo de la Variable Manipulada (TVM), de esta forma se garantizan índices de desempeño y robustez adecuados para el usuario. Las correlaciones se obtuvieron usando técnicas de análisis dimensional, regresión estadística y optimización.

Con el objeto de estudiar el comportamiento dinámico del sistema se elaboró un código en el software Matlab® y se utilizó la herramienta Simulink® para determinar las diferencias entre las reglas de sintonía propuestas en este trabajo y las de otros autores. Finalmente se hace un análisis de los resultados obtenidos.

**Palabras clave:** Sistema Integrador con Tiempo Muerto, Controlador PID, Sintonía, Control por Modelo Interno.

### 1. Introducción

En la industria química es común encontrar procesos de nivel de líquido con una bomba conectada a la línea de salida, columnas de destilación (Zhang, *et al.*, 2008), o medición de la concentración del componente en los sistemas que contienen corrientes de recirculación (Santoro *et al.*, 2012) los cuales se caracterizan por presentar un comportamiento integrador con tiempo muerto.

El control de esta clase de sistemas (integradores con tiempo muerto) puede ser abordado mediante controladores PID (Proporcional, Integral, Derivativo) los cuales son altamente utilizados en aplicaciones industriales gracias a su notable eficacia y simplicidad de aplicación. Gracias a esto es posible afirmar que más del 90% de los lazos de control existentes implican controladores PID (Tavakoli *et al.*, 2003). Sin embargo, la efectividad de cualquier tipo de algoritmo de control depende de la sintonía de sus parámetros, es por esto que en la literatura se encuentran citados una amplia variedad de técnicas de sintonía para sistemas de lazo abierto y lazo cerrado (Nakano *et al.*, 1994; O'Dwyer, 2003).

Luego de la introducción, la sección 2 muestra las características de los sistemas integradores con tiempo muerto y se enuncian diferentes técnicas de sintonía de controladores para este tipo de sistemas. En la sección 3 se presenta el diseño de las reglas de sintonía, la selección del método a utilizar, la escogencia de la función objetivo (FO), el análisis dimensional y la generación y análisis de datos. En la cuatro se analizan los resultados obtenidos en las simulaciones, y finalmente se presentan las conclusiones.

## 2. Sistemas Integradores con Tiempo Muerto

Los sistemas integradores con tiempo muerto son sistemas comúnmente encontrados en la modelación de sistemas de nivel de líquidos, tanques de almacenamiento de líquidos, calderas, reactores, nivel de columnas de destilación, entre otros (Nageswara, *et al.* 2011). En este tipo de sistemas industriales también es común encontrar retardos de tiempo entre las entradas y salidas del proceso que se asocian principalmente con retrasos en el transporte de fluidos, que se pueden reflejar en el sistema de medición como retrasos en el tiempo de medida y que a su vez influyen en el tiempo a la salida del proceso (Santoro *et al.*, 2012; Chien, *et al.*, 1990). Los sistemas integradores con tiempo muerto pueden ser descritos por la función de transferencia mostrada en (1).

$$G(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{s}, \quad (1)$$

donde  $K$  es la constante de integración y  $\theta$  es el tiempo muerto.

Las expresiones para la sintonización de controladores PID son derivadas de métodos definidos por diferentes ecuaciones dependiendo de sus autores, las cuales son llamadas relaciones de sintonía de controladores, y entre estas se encuentran Síntesis Directa (Chen *et al.*, 2002), método de Chidambaram y Sree (2003), AMIGO (2004) método de Tyreus y Luyben (1996), IMC (2002), entre otros.

### 2.1 Internal Model Control (IMC)

Los métodos de control con modelo interno o IMC, están basados en modelos de procesos supuestos y conducen a expresiones analíticas para la configuración de los controladores. El enfoque IMC tiene la ventaja de permitir cierta incertidumbre en el modelo y manejar un compromiso entre el rendimiento y la robustez, es decir soporta variación de los parámetros del proceso y aun así controla el sistema mediante la modificación de un único parámetro de sintonía  $\tau_c$  (García, *et al.*, 1982). Las relaciones de sintonía IMC de un controlador PID para un sistema integrador con tiempo muerto se muestran en la Tabla 1, donde  $K_c$  es la constante proporcional,  $\tau_I$  el tiempo integral,  $\tau_D$  el tiempo derivativo del controlador PID y  $\tau_c$  el parámetro de sintonía del controlador, (Seborg, *et al.* 2004).

Tabla1: Parámetros de sintonía PID, IMC.

Proporcional	Integral	Derivativo
$K_c K = \frac{2\tau_c + \theta}{\left(\tau_c + \frac{\theta}{2}\right)^2}$	$\tau_I = 2\tau_c + \theta$	$\tau_D = \frac{\tau_c \theta + \frac{\theta^2}{4}}{2\tau_c + \theta}$

## 3. Diseño de las Reglas de Sintonía

A pesar que existen gran variedad de métodos propuestos para la sintonía de controladores PID, estos métodos concentran el problema en un cambio en el punto de referencia del sistema o en una variación en la perturbación (regulador). Esta última es el objetivo de este trabajo. De los métodos de ajuste citados, el IMC se selecciona para determinar las reglas de sintonía, debido a que acepta cierta incertidumbre del modelo y genera un compromiso entre el rendimiento y la robustez (García, *et al.*, 1982; Rivera, *et al.*, 1986).

### 3.2 Selección de la Función Objetivo

Existen diferentes funciones para medir el desempeño de un controlador, entre las más utilizadas están, (Shinsky, 1994):

- Máximo sobre paso (MP , del inglés *Maximum Peak*):  $MP[=]\%$
- Tiempo de estabilización (ST, del inglés *Stability Time*):  $ST[=]s$ .
- Integral del Error Absoluto (IAE, del inglés *Integral of Absolute Error*),  $IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt [=]s$ .
- Integral del Error Cuadrático (ISE, del inglés *Integral of the Squared Error*),  $ISE = \int_0^{\infty} e(t)^2 dt [=]s$ .
- Trabajo de la variable manipulada (MV, *Manipulated Variable*),  $MV = \int_0^{\infty} \left| \frac{dVM(t)}{dt} \right| dt [=]min$ .

Teniendo en cuenta los componentes importantes para el desempeño del sistema de control, la función objetivo (FO) seleccionada es de la forma dada en (2).

$$FO = \int_0^{\infty} |e(t)| dt + \gamma \int_0^{\infty} \left| \frac{dVM(t)}{dt} \right| dt, \quad (2)$$

donde el primer término de la ecuación corresponde al IAE y el segundo término corresponde a TVM en producto con un factor de supresión  $0 \leq \gamma \leq +\infty$ , el cual es seleccionado por el usuario dependiendo del proceso. Son varios los autores que en la literatura han reportado la utilización de esta función objetivo para medir el desempeño de diferentes estrategias de control (Gutiérrez, 2006; Iglesias, 2006; López, 2004).

### 3.3 Análisis Adimensional

El análisis dimensional es una herramienta matemática que permite simplificar un problema ya que reduce el número de variables involucradas, a una cantidad de variables esenciales denominadas factores, o números adimensionales. Un factor carece de unidades físicas y, típicamente, se define en términos de un producto o una razón entre dos o más cantidades que individualmente poseen unidades, pero que en conjunto al formar parte de la expresión que se obtiene para cada factor son canceladas (Tavakoli *et al.*, 2003).

Los autores Chien y Fruehauf (1990) proponen los parámetros para un controlador PID basados en la sintonización del controlador por el método IMC resaltando como principal ventaja el máximo del rendimiento del controlador. Se busca, entonces, encontrar una ecuación o una serie de ecuaciones que permitan hallar un valor para un parámetro de sintonía  $\tau_c$  que minimice la FO seleccionada. El procedimiento se inicia igualando  $\gamma$  a cero con el fin de empezar con la FO dándole relevancia únicamente al IAE, pero continuando con la variación de  $\gamma$  con números enteros para encontrar de esta forma la ecuación o grupo de ecuaciones para cada valor de  $\gamma$ .

En el proceso de adimensionalización de la planta y controlador se obtuvo que  $\tau_c/\theta = Kte$ , por medio de un programa en Matlab® se encontró el valor para  $\tau_{cult}/\theta = 0.67$ , con  $\tau_{cult}$  como el valor de  $\tau_c$  que hace que la salida del sistema sea una oscilación sostenida, es decir el valor que puede tomar el parámetro de sintonía antes de que la salida del sistema tenga una oscilación sostenida. Las expresiones que se presentan en la Tabla 2 son la relación entre el parámetro  $\tau_c$  que minimiza la FO ( $\tau_{cFO}$ ) y el parámetro  $\tau_c$  último ( $\tau_{cult}$ ).

Como resultado de las iteraciones se encontró una relación general de la forma (3)

$$\tau_{cFO} = m_{FO} \tau_{cult}, \quad (3)$$

donde  $\tau_{cFO}$  es el valor del parámetro  $\tau_c$  que minimiza la FO y  $m_{FO}$  es la pendiente de la línea recta que relaciona a  $\tau_{cFO}$  y  $\tau_{cult}$  (Castellanos, 2012). El comportamiento de  $m_{FO}$  se presenta en la Figura 1. Donde se observa que la pendiente  $m_{FO}$  presenta un comportamiento cuadrático entre los valores 0 y 3 de  $\gamma$  para posteriormente exhibir una tendencia lineal, entonces a medida que  $\gamma$  se incrementa la pendiente  $m_{FO}$  crece. Finalmente se obtuvieron las siguientes correlaciones que conectan  $\gamma$  y  $m_{FO}$ , (4):

$$m_{FO} = \begin{cases} -0.6691\gamma^2 + 3.32\gamma + 2.525, & \gamma \in [0,3], \\ 1.1217\gamma + 3.2556, & \gamma \in (3, +\infty). \end{cases} \quad (4)$$

Los coeficientes de determinación  $R^2$  de la función por tramos (4) son: para el intervalo  $\gamma \in [0,3]$  el  $R^2 = 0.9993$  y para el intervalo donde  $\gamma \in (3, +\infty)$  el  $R^2 = 0.9996$ .

Tabla 2: Valores de  $m_{FO}$  para diferentes valores de  $\gamma$ .

$\tau_{cFO \gamma}$	$m_{FO}$	$\tau_{cFO \gamma}$	$m_{FO}$	$\tau_{cFO \gamma}$	$m_{FO}$
$\tau_{cFO 0}$	2.5110	$\tau_{cFO 3}$	6.4766	$\tau_{cFO 10}$	14.3841
$\tau_{cFO 1}$	5.2183	$\tau_{cFO 4}$	7.6062	$\tau_{cFO 20}$	25.6806
$\tau_{cFO 2}$	6.4457	$\tau_{cFO 5}$	8.7359	$\tau_{cFO 30}$	36.9771

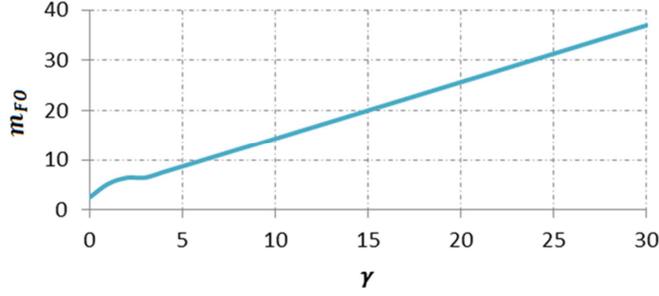


Figura 1: Variación de  $m_{FO}$  con respecto a  $\gamma$

Las expresiones para un controlador IMC adimensionalizadas y utilizando el resultado presentado en (3) se muestran en la Tabla 3, donde el superíndice indica que el factor está adimensionalizado. El proceso de adimensionalización se realiza también a la función de transferencia del proceso mostrada en (1), y su resultado es el expuesto en la ecuación (5), esto con el fin de tener tanto controlador como proceso de forma adimensional y de esta forma realizar las simulaciones:

$$G(s') = \frac{e^{-s'}}{s'}. \quad (5)$$

Tabla 3: Parámetros de sintonía PID, IMC-PPC adimensionalizadas.

Proporcional	Integral	Derivativo
$K_c' = \frac{2\tau_{cFO} + 1}{\left(\tau_{cFO} + \frac{1}{2}\right)^2}$	$\tau_i' = 2\tau_{cFO} + 1$	$\tau_D' = \frac{\tau_{cFO} + \frac{1}{4}}{2\tau_{cFO} + 1}$

#### 4. Resultados

Para analizar el desempeño de las reglas de sintonía propuestas basadas en IMC (IMC-PPC), con otras técnicas reportadas en la literatura como la de Chen y Seborg (DS), Chidambaram, AMIGO y Tyreus y Luyben (TL), se elaboró un programa en Matlab® y Simulink® que permitió simular, para cada una de ellas la respuesta del sistema ante una perturbación (ver Figura 2). En la Tabla 4 se encuentran los parámetros obtenidos para un controlador PID utilizando las técnicas de sintonía mencionadas, y en la Tabla 5 se presentan los valores de los índices de desempeño y de la FO obtenidos en las diferentes simulaciones teniendo en cuenta que para las técnicas IMC-PPC y DS se usa  $\gamma = 1$ .

Tabla 4: Parámetros PID obtenidos por los diferentes métodos de sintonía

Parámetro PID	DS	IMC-PPC	AMIGO	CHIDAMBARAM	TL
$K_c$	0.7736	1.0638	0.45	1.2346	0.8334
$\tau_I$	4.64	3.76	8	4.5	8.8217
$\tau_D$	0.2993	0.4335	0.5	0.45	0.5537

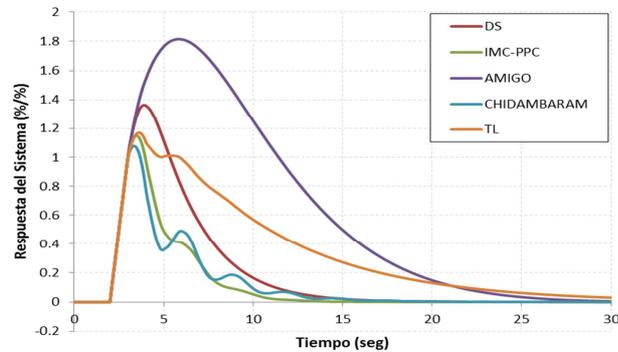


Figura 2: Respuesta del sistema ante cambios en la perturbación

La Figura 2 muestra el comportamiento de las diferentes técnicas de sintonía evaluadas, donde es posible apreciar para el caso de la técnica AMIGO su alto MP lo cual implica un gran gasto de energía del sistema.

Tabla 5: Valores índices de desempeño ante una perturbación

Índice	Método				
	DS	IMC-PPC	AMIGO	CHIDAMBARAM	TL
IAE	5.998	3.534	17.78	3.645	10.39
TVM	1.722	2.525	1.345	3.977	1.873
FO	7.720	6.059	19.13	7.622	12.26
MP	1.364	1.150	1.8153	1.0787	1.1703
ST	22.505	16.055	>30	23.7922	>30

Es importante tener en cuenta que mientras los valores registrados en la tabla sean menores (resaltados con color verde), la técnica de sintonía para ese índice particular tiene un mejor desempeño, los valores resaltados con rojo son los máximos para cada índice. En la Tabla 4 se evidencia que el IMC-PPC tiene un muy buen comportamiento en los índices IAE, FO, ST y en los otros está muy cerca de los que presentan mejores comportamientos, por lo cual se puede decir que es un buen método de ajuste de controladores tipo regulador.

## 5. Conclusiones

Se estudiaron las características de los Sistemas Integradores con Tiempo Muerto y las técnicas de sintonía de controladores PID que la literatura reporta para este tipo de procesos. Con base en este análisis se seleccionó el IMC como la técnica de sintonía más apropiada para este trabajo, por lo que se utilizaron las ecuaciones reportadas para ajustar un controlador PID ante cambios en la perturbación. Las expresiones adimensionales que

aparecen en las reglas de sintonía son de baja complejidad por lo que el método propuesto es de fácil aplicación.

Se halló una expresión que permite encontrar el valor de  $\tau_c$  que minimiza el IAE y la FO. En este caso, la ecuación encontrada es de tipo polinómica, donde resalta que  $\tau_c$  es función de los parámetros del proceso.

Se estudió el desempeño de un controlador PID ajustado con las reglas de sintonía propuestas (IMC-PPC) y se comparó con otros métodos reportados en la literatura. El desempeño del controlador fue sobresaliente ante cambios en la señal perturbadora. De los índices de desempeño analizados, el controlador IMC-PPC obtuvo los mejores resultados para IAE, FO y ST.

## Referencias

- CASTELLANOS, D. (2012) Propuesta de nuevas reglas de sintonía para el ajuste de controladores PI/PID para sistemas con respuesta inversa. *Trabajo de grado para optar al título de Magíster en Ingeniería*. Universidad Pontificia Bolivariana.
- CHEN, D., SEBORG, D. (2002) PI/PID controller design based on direct synthesis and disturbance rejection. *Industrial Engineering Chemical Research*, 41, p.4807-4822.
- CHIDAMBARAM, M., PADMA, R. (2003) A Simple method of tuning PID Controllers for integrator/dead-time processes. *Computers & Chemical Engineering*, 27, p.211–215.
- CHIEN, I., FRUEHAUF, P. (1990) Consider IMC tuning to improve controller performance. *Chemical Engineering Progress*, 86, p.33–41.
- GUTIERREZ, A., SANJUAN, M. (2006) Ecuaciones de sintonización para controladores difusos basadas en modelos de primer orden más tiempo muerto. *Ingeniería & Desarrollo*. Universidad del Norte., 19, p.74-87.
- IGLESIAS, E. (2006) Using fuzzy logic to enhance control performance of sliding mode control and dynamic matrix control. *PhD dissertation*. University of South Florida.
- LOPEZ, R., M.E, S. (2004) Tuning equations for cascaded control systems based on the first order plus dead time approach. *ABCMS Symposium Series in Mechatronics*, 1, p.223-232.
- NAGESWARA, C., SESHAGIRI, A., PADMA, R. (2011) Design of PID controllers for pure integrator systems with time delay. *International Journal of Applied Science and Engineering*, 4, p.241-260.
- NAKANO, E., JUTAN, A. (1994) Application of response surface methodology in controller fine-tuning. *ISA Transactions*, 33, p.353-366.
- O'DWYER, A. (2006) *Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules*. London: Imperial College Press.
- RIVERA, D., MORARI, M., SKOGESTAD, S. (1986) Internal Model Control. 4. PID Controller Design. *Ind. Eng. Chem. Process*, 25, p.252-265.
- SANTORO, B., ODLOAK, D. (2012) Closed-loop stable model predictive control of integrating systems with dead time. *Journal of Process Control*, 22, p.1209–1218.
- SEBORG, D., EDGAR, T., MELLICHAMP, D. (2004) *Process Dynamics and Control*. USA: John Wiley & Sons.
- TAVAKOLI, S., FLEMING, P. (2003) Optimal tuning of PI controllers for first order plus dead time/long dead time models using dimensional analysis. *Control and Automation, Proceedings 4<sup>th</sup> International Conference*.
- ZHANG, W., RIEBER, J., GU, D. (2008) Optimal dead-time compensator design for stable and integrating processes with time delay. *Journal of Process Control*, 18, p.449–457