

**IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS DEL MODELO FRACTAL –
MULTIFRACTAL PARA EL ANÁLISIS DE EVENTOS DE PRECIPITACIÓN
DE CORTA DURACIÓN**



TESIS DE GRADO

A Ω



DAVID JOSEPH SERRANO SUÁREZ

UPB

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA SECCIONAL BUCARAMANGA
ESCUELA DE INGENIERÍAS
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL
BUCARAMANGA**

2012

**IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS DEL MODELO FRACTAL –
MULTIFRACTAL PARA EL ANÁLISIS DE EVENTOS DE PRECIPITACIÓN
DE CORTA DURACIÓN**

DAVID JOSEPH SERRANO SUÁREZ

**TRABAJO DE GRADO PRESENTADO COMO REQUISITO PARA OBTENER
EL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL**

DIRECTOR: VICTOR MANUEL PEÑARANDA VÉLEZ I.C. M.Sc.

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA SECCIONAL BUCARAMANGA
ESCUELA DE INGENIERÍAS
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL
BUCARAMANGA**

2012

Nota de aceptación

Presidente del jurado

Jurado

Jurado

Bucaramanga, Mayo de 2012

DEDICATORIA

Este trabajo esta dedicado a los procesos de cambio y a la fuerza que de ellos se deriva, a la infinita sabiduría de la naturaleza.

AGRADECIMIENTOS

A quienes en diversas circunstancias me han dado instrucción y enseñanzas, a quienes me han apoyado, a quienes me han motivado, gracias...

Al Profesor VICTOR MANUEL PEÑARANDA VELEZ I.C. M.Sc., Docente de Hidrología, Director del Trabajo de Grado, y gran amigo.

Al Laboratorio de computación de la Universidad Pontificia Bolivariana.

A las Directivas de la Universidad Pontificia Bolivariana.

A todos mis Maestros y Amigos de la Universidad Pontificia Bolivariana.

A mi Familia.

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
TABLA DE CONTENIDO	6
LISTA DE TABLAS	7
LISTA DE FIGURAS	8
LISTA DE ANEXOS	10
ABSTRACT	11
RESUMEN	12
1. INTRODUCCIÓN	14
2. JUSTIFICACIÓN	17
3. OBJETIVOS	19
4. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	20
5. METODOLOGÍA	26
6. DELIMITACIÓN	32
7. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	35
8. ANÁLISIS DE DATOS	37
9. RESULTADOS	49
10. ANÁLISIS DE RESULTADOS	53
11. APLICACIONES	57
12. CONCLUSIONES	58
13. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	61
14. ANEXOS	64

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Parámetros del modelo FMF con su espacio de búsqueda.	28
Tabla 2. Valores totales diarios de precipitación de la estación UPB, año 2009.	40
Tabla 3. Valores totales diarios de precipitación de la estación UPB, año 2010.	41
Tabla 4. Valores totales diarios de precipitación de la estación UPB, año 2011.	42
Tabla 5. Tormentas seleccionadas de la estación climatológica UPB.	43
Tabla 6. Calibración de Precipitación tipo 1 con 4, 5, 6 y 7 parámetros	54
Tabla 7. Calibración de Precipitación tipo 2 con 4, 5, 6 y 7 parámetros	54
Tabla 8. Estadísticos resumidos en serie de precipitación de corta duración	55

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Snowflake. Imagen tomada del sitio Word Press: http://findingfaithtoday.files.wordpress.com/2011/03/snowflake.jpg , 2 de marzo de 2011.	14
Figura 2. Estructura fractal reflejada en un árbol. Imagen tomada en el campus UPB. 16 de febrero de 2012.	17
Figura 3. Conjunto de Mandelbrot. Imagen tomada del sitio Crunchlife: http://crunchlife.com/articles/2008/10 , 23 de enero de 2012.	20
Figura 4. Estructura fractal reflejada en un árbol. Imagen tomada en el campus UPB. 16 de febrero de 2012.	26
Figura 5. Sol entre las nubes. Imagen tomada del sitio Mimymundo: http://mimymundo.blogspot.com/2011/08/el-sol-entre-las-nubes.html , 2 de marzo de 2012.	32
Figura 6. Estructura fractal reflejada en un árbol. Imagen tomada en el campus UPB. 16 de febrero de 2012.	35
Figura 7. Pluviómetro, sistema telemétrico con doble cubeta basculante, posee sensores que transmiten la información. Imágenes tomadas en el campus UPB. 3 de Marzo de 2012.	38
Figura 8. Colector digital de datos, programa WeatherLink 5.7. Imagen tomada en el campus UPB. 3 de Marzo de 2012.	39
Figura 9. Universidad Pontificia Bolivariana, Floridablanca, Santander. Imagen tomada en el Google Earth. 10 de Diciembre de 2012.	37
Figura 10. Estadística descriptiva de los datos	47
Figura 11. Estructura fractal multifractal. Una medida multifractal dx es transformada mediante una función de interpolación fractal desarrollando una medida derivada dy .	48

Figura 12. Resultado de calibración de registro de precipitación con 7 parámetros.	49
Figura 13. Resultado de calibración de registro de precipitación con 6 parámetros.	50
Figura 14. Resultado de calibración de registro de precipitación con 5 parámetros.	51
Figura 15. Resultado de calibración de registro de precipitación con 4 parámetros.	52
Figura 16. Movimiento de gotas de agua sobre la roca de un río. Imagen fractal tomada del sitio Deviant ART: http://imagination.deviantart.com/art/under-river-74725464?q=boost%3Apopular%20in%3Afractals&qo=64 , 15 de marzo de 2012.	58

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
Anexo 1. Código de la Aproximación Fractal- Multifractal	64
Anexo 2. Resultados de las simulaciones	70
Anexo 3. Registro histórico diario de datos observados en la estación climatológica UPB	98
Anexo 4. Plano general de localización de la estación	109

ABSTRACT

TITLE: IDENTIFICATION OF PARAMETERS OF FRACTAL-MULTIFRACTAL MODEL ANALYSIS OF SHORT-TERM PRECIPITATION EVENTS.

AUTHOR: David Joseph Serrano Suárez

DIRECTOR: Victor Manuel Peñaranda Vélez

This research has explored the Fractal - Multifractal (FMF) model building for the deterministic description of rainfall events of short-term duration, which provides a target framework to find out a geometric interpretation of the observed rainfall patterns registered on the UPB raingauge and its future implementation on the Santander regions that have no direct rainfall measurements. The FMF algorithm was builded into MATLAB programming environment, likewise, it was used recursively on this program, the Shuffled Complex Evolution (SCE) algorithm for the calibration proceeding. Through a statistical analysis of the available information on hydrological scenarios were recreated to verify the goodness of fit to the observed record FMF. Different schemes of the FMF model show a moderate likelihood for the geometrical and statistical patterns of precipitation, leading to suggest that the uncertainty of the selected objective functions do not allow the full development of the functionality of the model, however, approximations obtained allow an important acceptance of the rainfall's multifractal hypothesis. As a result of the work done, investigations will be conducted shortly to the statistical description of the FMF model to assess the nature of broad levels of uncertainty during the calibration process; however this research is a foreground about the possibility of understanding the nature geometry and its applications to engineering.

KEYWORDS: Rainfall; Fractals; Multifractal; Modelling; Hydrology.

RESUMEN

TÍTULO: IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS DEL MODELO FRACTAL – MULTIFRACTAL PARA EL ANÁLISIS DE EVENTOS DE PRECIPITACIÓN DE CORTA DURACIÓN.

AUTOR: David Joseph Serrano Suárez

DIRECTOR: Victor Manuel Peñaranda Vélez

En esta investigación se ha explorado el acoplamiento del modelo Fractal – Multifractal (FMF) para la descripción determinista de eventos de precipitación de corta duración, el cual concede como marco objetivo la búsqueda de una interpretación geométrica de los patrones observados de precipitación en el campus universitario de la Universidad Pontificia Bolivariana y que se proyecta su implementación sobre la regiones de Santander que no cuentan con medición directa de precipitación. El trabajo de construcción y simulación del modelo fue programado bajo MATLAB, así mismo, se empleó recursivamente sobre este programa, el algoritmo Evolución de Complejos (SCE) para la etapa de calibración. Mediante un análisis estadístico de la información disponible en la estación hidrometeorológica UPB, se recrearon diferentes escenarios hidrológicos para verificar la bondad de ajuste del modelo FMF a los registros observados. Diferentes esquemas del modelo FMF muestran una moderada verosimilitud para la composición geométrica y estadística de los patrones de precipitación, lo cual conlleva a sugerir que la incertidumbre de las funciones objetivos seleccionadas no permiten el desarrollo completo de la funcionalidad del modelo, sin embargo, las aproximaciones obtenidas despiertan una gran aceptación a la hipótesis de la multifractalidad de la precipitación.

Las investigaciones que resultan a consecuencia de los trabajos efectuados serán conducidas próximamente a la descripción estadística del modelo FMF para evaluar la naturaleza de los amplios niveles de incertidumbre durante el proceso de calibración, sin embargo en esta investigación queda un primer plano sobre la posibilidad de entender la geometría de la naturaleza y sus aplicaciones para la ingeniería.

PALABRAS CLAVES: Precipitación; Fractales; Multifractales; Modelación; Hidrología.



Figura 1. Snowflake. Imagen tomada del sitio Word Press: <http://findingfaithtoday.files.wordpress.com/2011/03/snowflake.jpg>, 2 de marzo de 2011.

1. INTRODUCCIÓN

Las precipitaciones hacen parte del equilibrio de nuestro ecosistema, éstas intervienen de manera positiva o negativa según sea el proceso de desarrollo urbano. Es necesario hacer notar que en el ciclo hidrológico la precipitación es el eje central de los demás procesos físicos que pertenecen a este ciclo, y por lo tanto es beneficioso identificar su dinámica espacial y temporal para establecer las respuestas ante los efectos negativos que se inducen intrínsecamente por este proceso.

Con el fin de lograr una percepción de la problemática que se está viviendo en estos casos debido a la falta de alertas tempranas se hará mención de algunos casos donde la precipitación ha causado caos y confusión, lo cual nos señala que se necesita prever con un control previsible para que sea eficaz en estos procesos.



A manera de ejemplo, se pueden ilustrar los siguientes casos:

En Bogotá, se precipitó en 12 horas la lluvia de 9 días, de acuerdo a las estadísticas climatológicas del Ideam, esto causó inundaciones en el barrio Fontibón llegando en algunos lugares la altura del agua hasta los 80 cm. (EL TIEMPO, 1 de mayo de 2011). Esto significa que el proceso de precipitación no es fácil de predecir, por lo que se ha considerado hasta ahora como un proceso aleatorio.

Para hacer referencia a los daños materiales producidos por las precipitaciones, la noticia del cierre total de 3 vías en el departamento de Santander; por causas como: inundación, deslizamiento y daño en la bancada de la vía, es demostrativa. (VANGUARDIA LIBERAL, 13 de abril de 2011). Se presenta además un problema por la falta de predicciones efectivas para la prevención, por ejemplo para el caso de la alerta naranja en Floridablanca, con emergencias en cinco barrios cerca al casco urbano, las cuales no estaban previstas por ningún organismo (VANGUARDIA LIBERAL, 30 de septiembre de 2010).

Esta investigación surge de la necesidad de entender y predecir el comportamiento turbulento que se deriva de este proceso físico en la atmósfera y como un complemento a los estudios de precipitación que revelan que la lluvia es posible estudiarla a través de estructuras fractales y multifractales, es decir que existe una relación matemática entre los registros de los datos de precipitación y los algoritmos de estudio que se han desarrollado; como: el modelo Fractal-Multifractal usado en algunas investigaciones anteriores [e.g. Peñaranda (2008); Puente (2004); Puente & Obregón (1996)].

El trabajo busca revelar las características fractales de la lluvia y esta enfocado con una metodología general, la cual involucra la construcción del estado del arte, procesamiento y análisis de datos, análisis estadístico, programación e implementación del modelo FMF y el análisis de resultados.



La piedra angular sobre la cual esta indagación toma sentido, es planteada mediante la siguiente pregunta: ¿es el modelo Fractal-Multifractal (FMF) una aproximación matemática adecuada para describir las series de tiempo de alta resolución obtenidas en la estación climatológica del campus universitario UPB?

La evaluación del modelo FMF realizada en las precipitaciones de corta duración registradas en la estación climatológica de la UPB, presenta diferentes esquemas que muestran una moderada verosimilitud para la composición geométrica y estadística de los patrones de precipitación.

En los capítulos sucesivos se abordará la temática por medio de los siguientes ítems: justificación, objetivos, revisión bibliográfica, metodología, delimitación, problema de investigación, análisis de datos, resultados, análisis de resultados, aplicaciones y conclusiones.

La consecución de este trabajo es un aporte valioso a futuras investigaciones en este campo, y sirve para complementar los métodos de estudio ya existentes en la hidrología.



Figura 2. Estructura fractal reflejada en un árbol. Imagen tomada en el campus UPB. 16 de febrero de 2012.

2. JUSTIFICACIÓN

El presente proyecto de grado explorará uno de los más importantes tópicos de la ingeniería, el busca dar respuesta a una necesidad por comprender la naturaleza compleja de precipitación, involucrando con ello, un reconocimiento del efecto del cambio climático que se está generando en estos momentos, en los cuales se han visto influenciadas negativamente varias regiones alrededor del mundo. Este estudio corresponde al campo de la ingeniería hidrológica (uno de los campos de acción del ingeniero civil colombiano) y va a ayudar a promover nuevos métodos de estudio para las lluvias, empleando para ello, herramientas fractales y/o multifractales.

El modelo FMF constituye el instrumento para la elaboración de este estudio, con el cuál se quiere simular los datos observados de lluvia tomados de la estación pluviográfica del campus UPB.



Un conocimiento más profundo de la periodicidad de las precipitaciones podrá contribuir a un mejor manejo para una programación adecuada del crecimiento urbano. El propósito es incentivar la aplicación de modelos fractales que permite recrear eventos de precipitación, como un método de ecuaciones que contiene diferentes variables aplicables en el área de influencia.

El aporte final del trabajo de grado va a ser una herramienta que permitirá encontrar características fractales en los registros pluviográficos de la estación climatológica de la UPB e intervenir de ese modo en el estudio de la lluvia, conociendo de esta forma más sobre su comportamiento. Luego de esto es posible analizar los resultados de este método con otros, cómo: funciones estocásticas o teoría del caos, visualizar cómo se puede hacer para unir y ampliar el conocimiento de manera positiva.

El proyecto tiene un impacto social práctico y trascendente, los beneficiarios directos serán las entidades encargadas del estudio climático y los indirectos serán las personas que utilicen este lugar debido a que estarán informadas sobre los efectos indeseados de futuros eventos. Es importante destacar que entre los aportes conceptuales, este proyecto se enlaza al estudio de funciones estocásticas y determinísticas en series de precipitación lo cual contribuye al conocimiento de estos dos modos de análisis.



3. OBJETIVOS

Para el desarrollo del modelo matemático FMF que permita la simulación registros de lluvia de corta duración comparados con los datos observados en la estación pluviográfica, son importantes los siguientes objetivos:

3.1. OBJETIVO PRINCIPAL

Evaluar el Modelo Fractal – Multifractal (FMF) en procesos de precipitación de corta duración a través de MATLAB, para encontrar las similitudes entre los datos observados y simulados.

3.2. OBJETIVOS SECUNDARIOS

- ❖ Diseñar el modelo conceptual y matemático de la aproximación FMF, mediante la construcción de algoritmos de cálculo en MATLAB, que representen la composición matemática de esta aplicación.
- ❖ Implementar el modelo Fractal – Multifractal (FMF) en MATLAB R2008a para la descripción de serie de tiempo de precipitación de registros obtenidos en la estación climatológica del campus universitario UPB.
- ❖ Implementar un modelo de calibración objetiva para analizar los resultados derivados de la aproximación FMF en la representación de series de tiempo de precipitación.

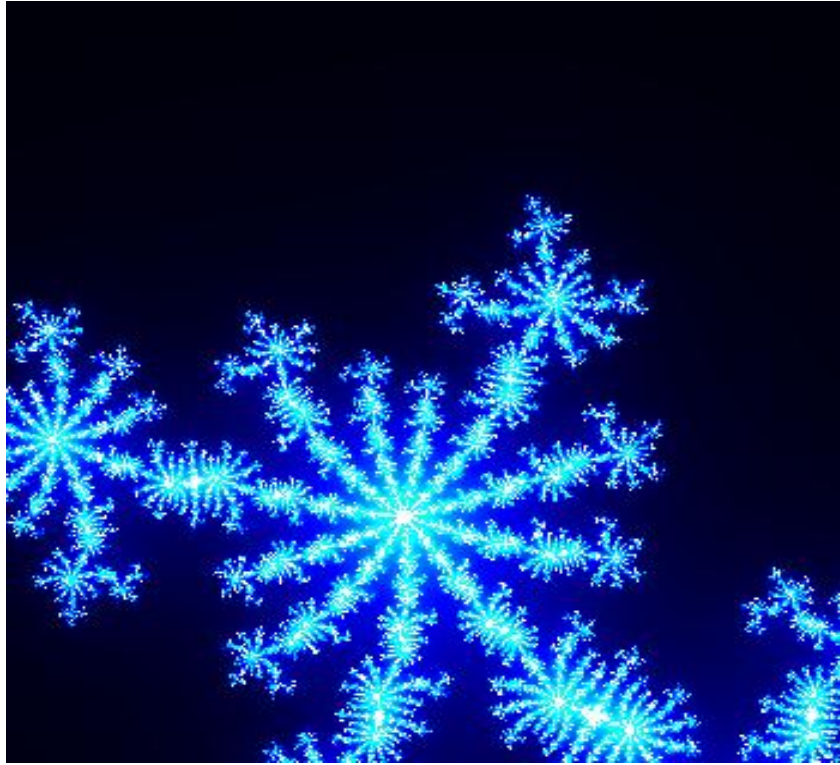


Figura 3. Conjunto de Mandelbrot. Imagen tomada del sitio Crunchlife: <http://crunchlife.com/articles/2008/10>, 23 de enero de 2012.

4. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

En adición a la ineficacia por encontrar una explicación a la naturaleza del fenómeno de la precipitación en la atmósfera, las actuales herramientas matemáticas, muchas de ellas basadas en estructuras lineales no permiten capturar la intermitencia y la aleatoriedad del fenómeno, por lo cual se hace necesario explorar otros esquemas matemáticos que permitan la representación de patrones complejos. Entre estos se puede reconocer tres tópicos de investigación actual: funciones estocásticas, teoría del caos y geometría fractal.



Algunas funciones estocásticas como el modelo mixto para la predicción dinámica de precipitaciones puntuales a través de la implementación del Filtro de Kalman, son aplicadas por Obregón y Rosas¹, este modelo tiene gran importancia para la aplicación en el contexto de los sistemas hidroidformáticos; sin embargo, para conocer suposiciones futuras en este método, se usan intervalos con probabilidades de aproximación a la realidad.

La teoría del caos es un sistema determinista en el cual se definen unas condiciones iniciales, tales condiciones pueden cambiar el comportamiento futuro.

“Una forma de ver el caos es como un comportamiento no periódico a largo plazo en un sistema dinámico (determinístico y no lineal) el cual exhibe sensibilidad a condiciones iniciales. Una de las falencias de este método tiene que ver con la limitación para predecir a largo plazo (debido a las no linealidades) y otra hace referencia a lo que parece como “aleatorio” efectivamente, podría no serlo, puesto que también podría ser la realización de un sistema determinístico altamente complejo (no lineal).”²

La geometría fractal es considerada como un método con el cual es posible describir algunos fenómenos de la naturaleza de forma determinística³, es decir, se trabaja con una relación causa – efecto donde a partir de un condición inicial definida se obtiene un mismo resultado, este método por su complejidad puede generar situaciones de casualidad y azar.

Esta tiene la capacidad de amoldarse a diversos fenómenos naturales, posee gran versatilidad y variedad de formas para representar diferentes sucesos; sin

¹ OBREGÓN, N. y ROSAS, J. (2003). Hacia la predicción de precipitación puntual en tiempo real mediante el filtro de kalman. International Water Association. Memorias del evento: Agua 2003: Usos Múltiples del Agua, para la Vida y el Desarrollo Sostenible. Cartagena de Indias, 29 sept.-3 oct.

² OBREGÓN, Nelson. (2002). Sistemas Complejos Geofísica e Ingeniería. XXVI Congreso Nacional de Ingeniería. Sociedad Colombiana de Ingeniería. Bogotá. Mayo 8-12.

³ MANDELBROT, B.B., (1983). The Fractal Geometry of Nature. W.H. Freeman and Company, San Francisco, 468 p.



embargo, su potencial se está descubriendo hasta ahora debido a su recién aparición y corto recorrido en procesos de investigación.

La necesidad del ser humano por entender un poco más los procesos naturales lo han llevado a comparar los fractales y la naturaleza con éxito, por ejemplo: estudios de fractales para, “Estructuras ramificadas que se encuentran en los seres vivos, como son las redes venosas, la jerarquización de conductos bronquiales, etc...”⁴, del mismo modo se encuentran “Desde cuerpos inframicroscópicos, como las estructuras cristalinas desordenadas y sus efectos en la difracción, hasta las distribuciones multifractales en el espacio interestelar de los cúmulos y las galaxias”⁵; en fin se ha podido observar, que muchos de los elementos naturales (árboles, nubes, tierra, entre otros...) corresponden a una estructuración fractal.

Basándose en investigaciones anteriores, se empezó a aplicar la geometría fractal para la comprensión de algunos fenómenos relacionados con el área de hidrología en lo referente al estudio de las precipitaciones; esto, creo una serie de trabajos importantes, que han logrado un avance significativo en esta rama de la ciencia.

Por un lado se tiene a Nelsón Obregón y Carlos Puente quienes a través de su trabajo titulado: “A Deterministic Geometric Representation of Temporal Rainfall: Results for a Storm in Boston” (Una representación geométrico - determinista de precipitación: Resultados de una tormenta en Boston), muestran que es posible codificar el fenómeno de la tormenta con geometría fractal, realizando un análisis a una serie de precipitaciones en el cual se utilizan funciones de interpolación fractal para un periodo determinado.

⁴ PAREDES BARTOLOMÉ, Carlos. Aplicación de la geometría fractal en las ciencias de la tierra. En: Tesis Doctoral. (1995). P.21. [consultado 23-02-2011]. Disponible en <<http://oa.upm.es/383/>>.

⁵ Ibíd. p. 19.



En este caso se hace referencia a: “el procedimiento que consiste en la representación del fractal-multifractal (FM), presentado por Puente (1992, 1994). La base para el desarrollo de este enfoque es el hecho de que la última evolución de la física reconoce (1) la importancia de los detalles en nuestra capacidad para predecir y (2) la posibilidad de describir al parecer, juegos al azar por medio de simples reglas deterministas.”⁶

En la misma línea de exploración, en el artículo: A new approach to hydrologic modeling: derived distributions revisited, el profesor Puente maneja un modelo que permite determinar las características de un modo más determinístico y parsimonioso, de procesos como la lluvia o el transporte de contaminantes en medios porosos, que aparentemente no tienen un orden.

“El método consiste en utilizar distribuciones derivadas, obtenidas mediante la transformación arbitraria multinomial de medidas multifractales a través de las funciones fractales de interpolación, para representar el fenómeno hidrológico observado.”⁷

En China se encuentra el trabajo denominado: “Multifractal analysis of streamflow records of the East River basin (Pearl River), China”⁸; en el cual usan un análisis multifractal en el Río del Este, para analizar el comportamiento de caudales a diferentes escalas con el uso de cuatro estaciones hidrológicas; se encontró, que la técnica multifractal tiene propiedades similares en las series de caudales de la cuenca del Río del Este en escalas de tiempo más cortos; las actividades para la regulación del depósito de agua sólo influyó en la magnitud de las fluctuaciones.

⁶ OBREGÓN, N., B. SIVAKUMAR AND C. E. PUENTE. (2002). A deterministic geometric representation of temporal rainfall. Sensitivity analysis for a storm in Boston. *Journal of Hydrology* 269/(3-4): p. 224-235.

⁷ PUENTE, Carlos E. (1996). A new approach to hydrologic modeling: derived distributions Revisited. *Journal of Hydrology*; 187: p. 65-80.

⁸ ZHANG, XU, YU, LIU & CHEN. (2009). Multifractal analysis of streamflow records of the East River basin (Pearl River), China. *Physica A*; 388: p. 927-934.



Se llegó a la conclusión de que las variaciones de caudal fueron principalmente los resultados de los cambios climáticos, y variaciones de la precipitación en particular.

Los resultados obtenidos de este estudio proporcionan información valiosa para la evaluación y predicción de los recursos hídricos bajo los efectos de los cambios climáticos y las actividades humanas en la cuenca del Río del Este.

Otro ejemplo significativo viene a ser el estudio de estimación del espectro multifractal para series de precipitación horaria en los andes tropicales de Colombia por parte de Jesús Gómez y Germán Poveda.

Por medio de “datos proporcionados por 47 estaciones pluviográficas ubicadas en diversa zonas se obtiene la precipitación horaria durante varios meses e incluyen el estudio de fenómenos macro-climáticos y astronómicos como: las fases de la luna y los huracanes en el océano Atlántico y Pacífico, y se aplicaron teorías de escalamiento y colas pesadas, análisis de intermitencia, intensidades máximas y valores extremos.”⁹

Al final de esta investigación se concluyó que todas las metodologías presentan resultados satisfactorios en la estimación de la función ($f(\alpha)$) para las medidas binomiales sintéticas y las metodologías presentan estimaciones muy diferentes del espectro para las series temporales de lluvia a escala horaria; se recomienda potencializar el uso del modelo de Renyi (para dar información fundamental a los índices de diversidad, proporcionando conexiones con las dimensiones fractales), dejando de un lado la transformada de Legendre por no constituirse en una función inversa de derivadas y utilizar las definiciones matemáticas para modelar el espectro de singularidades del fenómeno de lluvias.

⁹ GÓMEZ, Jesús, & POVEDA, Germán (2008). Estimación del espectro multifractal para series de precipitación horaria en los andes tropicales de Colombia. Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales; 32, 483-502.



En los múltiples trabajos que se han venido realizando en los últimos años sobre el análisis de la precipitación [e.g. Vandenberghe, De Baets & Verhoest (2011); Zhang et al. (2009); Gómez & Poveda (2008); Peñaranda (2008); Berg et al. (2006); Puente (2004); García et al. (2004); Puente & Obregón (1996)] no se ha logrado establecer matemáticamente un esquema único y preciso para representar series de tiempo. Tal dificultad subyace, según la literatura, en la dificultad de entender y predecir el comportamiento turbulento que se deriva de este proceso físico en la atmósfera.

Los fractales han tomado gran auge en el estudio de precipitaciones debido a que se considera como un método determinístico. Otro ejemplo de estudio es el realizado por Carlos Puente (2004), “Un universo de proyecciones: ¿está Platón en lo correcto?”, en cual se usan funciones de interpolación fractal para describir la lluvia, lo bueno de este método es la precisión con la que se puede estudiar este fenómeno, sin embargo, cada lugar posee distintas condiciones geográficas y climáticas que hacen que su estudio sea diferente y por lo tanto no se sabe si la precipitación en todos los sitios se ajusta al modelo fractal.

Estos trabajos son de gran ayuda para mejorar y optimizar el estudio de las precipitaciones, ya que forman parte de las últimas tecnologías desarrolladas; son avances tanto en física como en matemática e ingeniería que permiten progresar de forma más rápida, dejando las puertas abiertas para las próximas investigaciones.



Figura 4. Estructura fractal reflejada en un árbol. Imagen tomada en el campus UPB. 16 de febrero de 2012.

5. METODOLOGÍA

A continuación se explicará el conjunto de procedimientos requeridos para llevar a cabo la presente investigación:

- a. Construcción del estado del arte de tópicos relacionados al análisis de la precipitación mediante técnicas fractales examinando los últimos avances realizados en el campo que se logren apreciar en revistas científicas internacionales tales como: Hydrology and Earth System Sciences; Water Resources Research; Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales; American Geophysical Union y American Water Resources Association.



- b.** Procesamiento en formato digital plano de las series de tiempo de precipitación procedentes de la estación climatológica del campus universitario UPB, para lo cual se realiza:
- ❖ Recolección de datos a través del pluviómetro: esta recolección se realiza a través de un sistema telemétrico el cual cuenta con un sensor electrónico de pulsos de onda que transmiten la información cada 10min. La información que es transmitida se almacena en un colector digital de datos y al mismo tiempo en una terminal de computadora. Como medida preventiva la información que se almacena en el computador se descarga cada 15 días en un archivo de formato plano para su posterior uso.
 - ❖ Se destaca que el registro máximo disponible que ha sido capturado por la estación UPB cubre aproximadamente un rango de 3 años, esta información será la que se procesará para efectos del desarrollo de esta investigación.
- c.** Análisis estadístico y aprovechamiento funcional con el modelo FM.
- ❖ Para evaluar los eventos de precipitación, se utilizaron algunas medidas de representación gráfica como: series de precipitación, histograma, autocorrelograma y periodograma; los cuales, permiten determinar de la calidad y homogeneidad de los datos registrados en la estación de la UPB.
- d.** Formulación del modelo conceptual y matemático de la aproximación FM, mediante la construcción de algoritmos de cálculo en MATLAB, que representen la composición matemática de esta aplicación.



- ❖ En la programación del modelo FMF se requiere jugar con una serie de parámetros, cada uno de estos posee un significado y también un rango de búsqueda donde se encuentran los mejores resultados.

Tabla 1. Parámetros del modelo FMF con su espacio de búsqueda.

Parámetro	Significado	Espacio de Búsqueda o Valor de Inicio
p_1	Parámetro de intermitencia	[0 , 1]
q_1	Parámetro de intermitencia	[0 , 1]
x_0	Coordenada de la función de interpolación	0
y_0	Coordenada de la función de interpolación	0
x_1	Coordenada de la función de interpolación	[0 , 1]
y_1	Coordenada de la función de interpolación	[-1 , 1]
x_2	Coordenada de la función de interpolación	1
y_2	Coordenada de la función de interpolación	[-1 , 1]
d_1	Parámetro de escalamiento	[-1 , 1]
d_2	Parámetro de escalamiento	[-1 , 1]
Theta	Ángulo de proyección	[0° , 360°]

e. Implementación de un modelo de calibración objetiva para el análisis de los resultados derivados de la aproximación FM en la representación de series de tiempo de precipitación.

- ❖ Para el modelo de calibración objetiva se utilizó el algoritmo de búsqueda el método de Evolución de Complejos (Shuffled Complex Evolution, SCE), con el cual es posible encontrar, a través de una muestra aleatoria, la mejor solución en un espacio de búsqueda.

Esta técnica de optimización esta basada en la síntesis de cuatro conceptos: la combinación de aproximaciones determinísticas y probabilísticas, agrupación, la evolución sistemática de una población de



puntos en el espacio en la dirección del mínimo global y la evolución competitiva¹⁰.

Con el objeto de observar el funcionamiento del algoritmo SCE se realizó pruebas en algunas funciones tales como: Goldstein Price y Lomo de camello de 6 jorobas.

f. Selección y organización los eventos de precipitación: Se consideró como tormenta las precipitaciones cortas que tuvieran una intensidad mayor o igual a 10 mm de lluvia seguida.

g. Indagación de la función objetivo: se usaron dos funciones objetivos principales, el error absoluto y el error cuadrático medio.

1) Suma de errores absolutos (SEA): esta función objetivo compara las diferencias absolutas entre los valores observados por la estación y los simulados en Mat-Lab.

$$FO(\alpha) = \sum_{i=1}^N |obs_i - sim_i(\alpha)|$$

Donde,

FO: Función objetivo

α : Conjunto de parámetros del modelo para ser calibrados

N: Número total de observaciones

obs_i: Lluvia observada en la ordenada *i*.

sim_i: Lluvia simulada en la ordenada *i*.

¹⁰ DUAN, Q., SOROOSHIAN, S., y GUPTA V. (1992). Effective and efficient global optimization for conceptual rainfall – runoff models. *Water Resources Research*. 28. p. 1015 -1031.



2) Error cuadrático medio (ECM): esta función objetivo compara cada una de las diferencias entre los valores observados y simulados, estos valores se elevan al cuadrado y se suman. Finalmente se obtiene la raíz cuadrada del valor final.

$$FO(\alpha) = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^N [obs_i - sim_i(\alpha)]^2 \right)}$$

Donde,

FO: Función objetivo

α : Conjunto de parámetros del modelo para ser calibrados

N: Número total de observaciones

obs_i: Lluvia observada en la ordenada *i*.

sim_i: Lluvia simulada en la ordenada *i*.

h. Selección del número de simulaciones durante la etapa de calibración: Se realizaron 14 simulaciones para cada consideración de parámetros.

Con el programa del algoritmo SCE es necesario decidir el número de parámetros, cada vez que se usa, se adecua ya sea para 4, 5, 6 o 7 parámetros; luego de esto, se coloca una semilla con la cual inicia la búsqueda para encontrar la mejor solución, está se compara con los datos observados que previamente son importados de un archivo de Excel.

Enseguida se comienza a comparar un grupo de datos simulados con el grupo de datos observados a través de la función objetivo y de esta manera se busca el mejor resultado factible en el rango de búsqueda; pero, el algoritmo puede equivocarse o encontrar 3 o más soluciones, entonces se hace necesario cambiar la semilla con la que empieza este a buscar.



En ocasiones dependiendo de la semilla se puede demorar más o menos tiempo en encontrar la solución.

Las 14 simulaciones permiten acercarnos a los puntos sensibles del algoritmo SCE, esto permite establecer si existen dificultades para encontrar las respuestas y analizar la precisión de cada una de estas.

- i. Proceso de captura de resultados y procesamiento de los mismos:
Enseguida de ejecutar el modelo FMF con el método de calibración de parámetros, se toman los resultados de los parámetros calibrados y se introducen en la ecuación del modelo, con el fin de generar un archivo de Excel con los datos simulados; inmediatamente, estos datos se grafican para comparar visualmente la información; este proceso se repite con la calibración para 4, 5, 6 y 7 parámetros.
- j. Análisis de resultados y conclusiones:
Se baso el análisis de resultados en una tabla de estadística donde se puede observar las relaciones entre las simulaciones y los datos observados, aplicando por ejemplo: desviación estándar, coeficiente de asimetría, valor de r^2 entre otras fórmulas matemáticas.
- k. Si se fuese a realizar un análisis regional, no se haría en esta etapa de la investigación.



Figura 5. Sol entre las nubes. Imagen tomada del sitio Mimymundo: <http://mimymundo.blogspot.com/2011/08/el-sol-entre-las-nubes.html>, 2 de marzo de 2012.

6. DELIMITACIÓN

El estudio comprende un análisis de eventos de precipitación capturados por una estación climatológica; se busca simular algunas tormentas de corta duración que se presentan en esta área.

6.1. DELIMITACIÓN GEOGRÁFICA

En el proyecto se usaron datos de la estación pluviográfica ubicada dentro del Campus de la Universidad Pontificia Bolivariana Seccional Bucaramanga (Floridablanca, Santander), en el último piso del edificio I. La estación se encuentra a 1005 metros de elevación, el periodo de estudio de es de mayo del 2009 hasta julio de 2011.



Los registros tomados se encuentran a una resolución de 10 minutos durante los últimos tres años de observación. La caracterización de las tormentas requiere que no se encuentren espacios mayores de 30 min sin lluvia y que la suma de milímetros de precipitación sea mayor de 10 mm; es decir, en el momento que se encuentra un espacio de 30 min sin lluvia se determina que esta precipitación acaba ahí.

No se tomaron en cuenta las precipitaciones apartadas del comportamiento común de las lluvias, como fuertes tormentas, ya que estos fenómenos eventuales están regidos por estudios alternos que requerirían de una disposición mayor de tiempo para su revisión.

6.2. DELIMITACIÓN CONCEPTUAL

El estado del arte es de vital importancia porque permite identificar los resultados de otras investigaciones con base en la geometría fractal, que buscan dar respuesta a la descripción e interpretación de registros meteorológicos; se usará un modelo Fractal-Multifractal propuesto anteriormente por el profesor Carlos E. Puente (2004), (español) en su investigación “Un universo de proyecciones: ¿está Platón en lo correcto?”, la cual trata de un procedimiento geométrico-determinístico que tiene varias aplicaciones geofísicas.

Se pretende recrear experimentos en un ordenador, donde se simularán las precipitaciones haciendo uso de herramientas y tecnología informática, con las cuales se puede visualizar e identificar el modelo que más se adapta a los datos obtenidos.



6.3. DELIMITACIÓN TEMPORAL

El periodo de estudio va desde mayo del 2009 hasta julio de 2011 lo cual constituye un total de 27 meses.

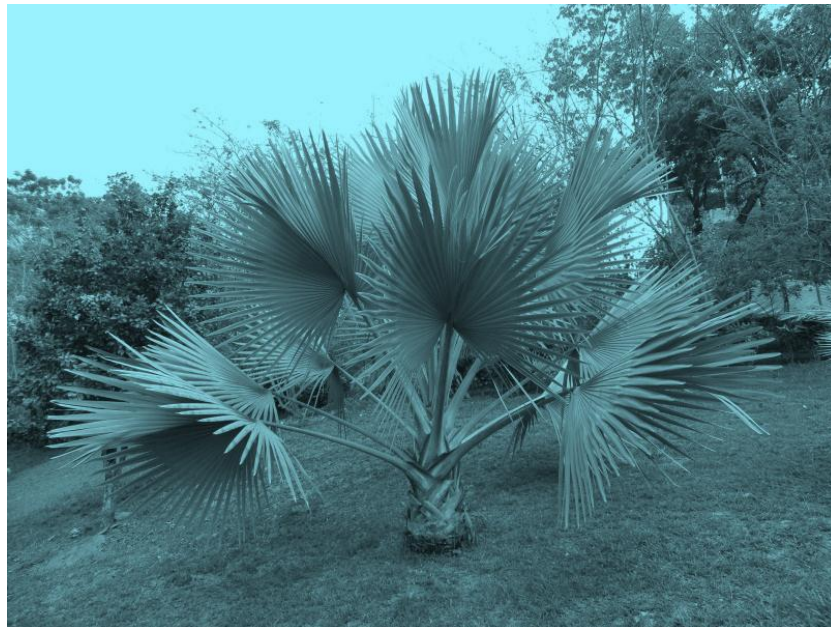


Figura 6. Estructura fractal reflejada en un árbol. Imagen tomada en el campus UPB. 16 de febrero de 2012.

7. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

La problemática presente en este estudio, es la dificultad para optimizar rasgos del modelo FMF que son altamente complejos, teniendo en cuenta una función objetivo que relacione los valores simulados y los observados en la estación climatológica.

La función objetivo genera incertidumbre, debido a que no se sabe cual es la que mejor aprovecha la fortaleza del modelo y que pueda permitir la reproducción de todos los aspectos geométricos de las series de lluvias.



El modelo de calibración debe ser probado con el fin de evaluar su desempeño al encontrar los parámetros que más se adaptan al proceso de simulación.

Es importante tener en cuenta la cantidad de tiempo se requiere para utilizar el modelo FMF; debido a que a diferencia de otros modelos de hidrocencias; este, utiliza un mayor tiempo computacional.

Teniendo en cuenta lo anterior y la delimitación de la investigación surge una pregunta: ¿Es el modelo Fractal-Multifractal (FM) una aproximación matemática adecuada para describir las series de tiempo de alta resolución obtenidas en la estación climatológica del campus universitario UPB?

El problema de investigación aquí propuesto constituye las inquietudes generales por las que se guiarán el desarrollo y resultados del trabajo.



8. ANÁLISIS DE DATOS

8.1. SECTOR DE ESTUDIO

El sector de estudio está localizado en el campus universitario UPB, cuenta con una estación pluviográfica ubicada en el edificio I a 1005 metros de altura sobre el nivel del mar, una visión más amplia del sector involucrado (gran parte de la Universidad) esta plasmada en la figura 7; aquí también se puede observar los edificios aledaños, zonas de parqueaderos, vegetación y algunos espacios deportivos.



Figura 7. Universidad Pontificia Bolivariana, Floridablanca, Santander. Imagen tomada de Google Earth. 10 de Diciembre de 2012.

En la figura 8 se puede apreciar la ubicación del pluviógrafo con doble cubeta basculante; es decir, cuando se llena una cubeta el aparato oscila para hacer el cambio de cubeta; también, un anemómetro con el cual se mide la dirección y la velocidad del viento; aunque, la investigación esta enfocada en los datos de precipitación.



Figura 8. Pluviógrafo, sistema telemétrico con doble cubeta basculante, posee sensores que transmiten la información. Imágenes tomadas en el campus UPB. 3 de Marzo de 2012.

La información del pluviógrafo se transmite a un colector digital (figura 9) ubicado en la oficina de profesores de Ingeniería Civil, esta pasa a una terminal de computadora; aquí, la información de la estación se maneja por medio del programa WeatherLink para manejo de gráficos, promedios, entre otras funciones.



Se destaca que el registro máximo disponible que ha sido capturado por la estación UPB cubre aproximadamente un rango de 3 años; esta información es la que se procesó para efectos del desarrollo de esta investigación.



Figura 9. Colector digital de datos, programa WeatherLink 5.7. Imagen tomada en el campus UPB. 3 de Marzo de 2012.

a. Tipo de datos

La información con la cual se realiza el estudio corresponde a los datos tomados por la estación hidrometeorológica de la UPB. En el análisis estadístico de los datos de precipitación se acumularon en intervalos de 30 y 60 minutos y también cada 3, 6, 12 y 24 horas; luego de esto, se organizaron los datos diarios de los 3 años estudiados (2009, 2010, 2011).

La cantidad de precipitación diaria fue obtenida a través de los datos registrados por la estación climatológica. Se encontró un total de 85 tormentas durante el tiempo analizado.



Tabla 2. Valores totales diarios de precipitación de la estación UPB, año 2009.

Año 2009		Meses - Precipitación en mm						
Día	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
1	0.2	0	11	2.2	0.2	1.8	18	0
2	15.4	0	2.2	0	9.8	7.8	13	0
3	7.6	0	0	0	6.8	12	32.8	0
4	41.4	32.2	0	3.2	0.2	0.6	55.8	0
5	0	2	0	0	0	0	14	0
6	0	11.8	9	34.6	0	3.4	0.6	0
7	4.4	0.4	0	0.2	0.2	0	0	0
8	1	0.4	14	0.2	0	0	0	0
9	0.2	3.6	0.2	16	0.4	0	1	1.4
10	0	11.8	0.8	0.6	0	0	0	14
11	0	1.8	0.2	4.8	2	2.4	1.4	0.2
12	0.4	7.2	3.6	9	3.6	0.6	10.2	0
13	0	14	0	3	1.8	3.8	1.6	0
14	8	1.6	11	0.2	14.4	6.4	14.4	0
15	5.4	0.4	0	34.8	0.4	0.2	3.6	0
16	4.6	2.6	0	5.2	0.2	0	2.4	0
17	2.6	0	1.4	37.2	5.2	0.2	0	0
18	0	0.2	0.6	0.8	0.2	2	0	8
19	0.4	0	1.2	2.4	0	0.8	0	11.4
20	9	0.2	0.2	0.2	0	25.6	0	5
21	3	1.2	2.4	2.8	0	8.4	0	0
22	1.4	1.2	0	0	0.8	0	0	0
23	0	8.2	0	4.2	0	0	0	0
24	0.2	0.8	0	0.8	0	10	0	0
25	0	0	0	0.4	22.2	0.8	0	0.6
26	0	0	0	0	0.2	0	0	0
27	0	0	0	0	0.4	0	0	0
28	0	2.8	13.8	13	1.2	26	0	0
29	0	0	1.4	1.4	0	3.4	0	0
30	0	0	2	3.2	0	13.2	0	0
31	0		1.8	0.2		4.4		0
Total	105.2	104.4	76.8	180.6	70.2	133.8	168.8	40.6
Máximo Valor	41.4	32.2	14	37.2	22.2	26	55.8	14
Días de No P.	14	10	13	6	11	10	17	24
Días de P.	17	20	18	25	19	21	13	7
Tormenta	2	3	3	5	2	4	6	1



Tabla 3. Valores totales diarios de precipitación de la estación UPB, año 2010.

Año 2010		Meses - Precipitación en mm										
Día	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
1	0	0	0	0	1.4	0.2	0	0.6	5.8	5	3.6	4.8
2	0	0	0	0	2.4	0	0	0.2	0.2	22.2	10	0
3	0	0	0	9.8	46.6	0	0	2.6	0	0.2	1.4	0
4	0	0	0	0	19.6	9	0	0	9.6	2.2	0	15.6
5	0	0	0.6	0.8	0.6	0.2	0	10.8	0.8	3.6	5.8	0
6	0	0	0.2	0	0.4	1	0	0.4	0	17.4	13	0.2
7	0.8	0.8	0	0	0	5.6	3.8	0	2.8	1.4	6.2	0.4
8	0	2.6	0.2	0	9	0.6	0	2.8	11	4.6	10	0
9	0	47.2	0	27.6	14.4	2.8	2.2	2.4	1	0.2	16.6	0.2
10	0	0	0	0.2	5.6	1.4	0	2	0	0	2.4	2.4
11	0	0	0	0	0.4	39	1.4	2.6	1.2	0	0	0
12	0	0	0	33.6	5.8	1.8	0	1.4	11.2	0.6	17.2	2.6
13	0	36.6	0	0.8	8.2	4.4	0	1.4	0	0	2.4	9.2
14	0	0.6	0	5.8	0.2	7.8	0	11.2	0.4	0.2	81.8	0.6
15	0	0	0	0	0.6	1.6	0.2	1.4	0.2	7.6	2.6	11.6
16	0	4.2	0	15.4	0	0.2	0.8	0	8.6	0.8	1.2	3.2
17	0	7	0	0	6.2	0.6	0	0.4	11.8	13.4	6.8	0
18	0	2.6	0	0	1.2	0	0	0	8.4	1.2	1.6	0.2
19	0	0	0	4.8	0.2	0	0	0.8	18.4	0	0	38.2
20	0	0	0	0.8	2.4	20.2	0.2	1.8	0.2	2.6	1	66
21	0	0.4	0	0	4	0	0	0.6	8.4	4.4	0	2.6
22	0	1.8	0	0	46.2	12.2	0	0.4	59.4	0	0	0
23	0	3.4	0	0	0.2	0	0	0.2	1.6	0.6	12	0.4
24	6	0	0	0	3.6	1	0	18.8	10	1.2	25.6	0
25	0	14.6	0.8	0.6	5.8	6.8	0	0	11.2	0	0.2	0
26	0	0.6	0	0.2	1.8	0	0	0.6	5	0	0	0
27	0	0.2	0	0	85.4	0	0	12.2	12.4	0	6	0
28	0	0	0	1	1.6	0	2.4	1.6	19.6	0	0.4	0
29	0		0	9.8	4.6	0	0	0.2	16.6	0	94	0
30	0		0.8	0	13.8	0	0	1.2	5.6	0	0.6	0
31	0		0		8.2		0	1		0		0
Total	6.8	122.6	2.6	111	300.4	116	11	79.6	241.4	89.4	322.4	158.2
Máximo Valor	6	47.2	0.8	33.6	85.4	39	3.8	18.8	59.4	22.2	94	66
Días de No P.	29	14	26	16	2	11	24	5	4	12	6	15
Días de P.	2	14	5	14	29	19	7	26	26	19	24	16
Tormenta	0	3	0	3	5	3	0	2	8	3	7	4



Tabla 4. Valores totales diarios de precipitación de la estación UPB, año 2011.

Año 2011		Meses - Precipitación en mm					
Día	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio
1	0	0	4.8	0.4	5.8	5.2	0
2	0	0	14	0	13.4	42	0
3	0.2	0	14.6	16.2	5.4	8	0
4	0	0	0.6	0.2	1.8	29	0
5	0.2	0	0.2	0	6.6	0	0
6	0	0	14.2	7.2	1.2	0	0
7	4.8	0	0	0	0.2	6.2	0
8	0.2	0.2	0.2	0.8	0	0	0
9	0	14.4	0.2	0.2	19.4	0	0
10	0.2	0	9.8	3.6	8.4	0.4	0
11	0	2.8	0.2	0	1.6	0	0
12	0	0.2	0	34	0	0	7.6
13	0	17.8	4.2	40	5.8	11	1.4
14	0	0	2	0	11.4	2.2	7.2
15	0	0	0	13.6	1	0	3.6
16	0.6	0	14.4	15	35.8	0	0
17	1.4	0	0	1.2	26.6	0	0.4
18	0	20.8	2.4	0.2	4.8	0	0.2
19	0	20.6	0.6	0.2	1.2	0	0
20	0	20.2	7.2	0.4	5.6	0	0
21	0	0	4	0.6	1.4	0	0
22	0	0	0	0.8	8.8	0	0
23	0	0	31.4	0.4	0.8	0	0.8
24	0	10.2	18	0.2	0.2	0	0.2
25	0	0	9	0.4	0.4	0	0.6
26	0	0	1.6	0.2	24	0	0
27	0	0.8	0.2	0.2	4	0	0.8
28	0	4.2	0	0.2	1.2	0	0.2
29	0		0.4	0	3.4	0	1.2
30	0		0.2	0.6	0.4	0	4.4
31	0		0		3		0
Total	7.6	112.2	154.4	137	203.6	104	28.6
Máximo Valor	4.8	20.8	31.4	40	35.8	42	7.6
Días de No P.	24	17	7	6	2	22	18
Días de P.	7	11	24	24	29	8	13
Tormenta	0	4	5	4	6	3	0



En estas tablas (tabla 2, tabla 3 y tabla 4) se puede ver el tipo de eventos de precipitación de corta duración generados en los periodos 2009, 2010 y 2011, sus tiempos están en el rango de no más de 2 días de precipitación.

Luego de establecer las precipitaciones diarias se escogen las tormentas que cumplen con los requisitos planteados en el numeral (f) de la metodología; es decir, que tengan una precipitación seguida (no se admite intervalos mayores a 30 minutos sin lluvia) y que la cantidad de precipitación sea igual o mayor de 10 milímetros.

Tabla 5. Tormentas seleccionadas de la estación climatológica UPB.

Tormenta	Fecha	Precipitación (mm)	Cantidad de Datos	Duración (min)
1	02/05/2009	15.40	5	40
2	04/05/2009	35.60	14	130
3	04/06/2009	28.60	21	200
4	10/06/2009	14.20	9	80
5	13/06/2009	12.80	17	160
6	01/07/2009	11.00	4	30
7	08/07/2009	14.00	7	60
8	06/08/2009	34.40	17	160
9	09/08/2009	15.80	6	50
10	15/08/2009	33.80	8	70
11	17/08/2009	35.40	9	80
12	28/08/2009	13.00	5	40
13	14/09/2009	13.00	4	30
14	25/09/2009	22.20	6	50
15	03/10/2009	10.80	34	330
16	20/10/2009	33.80	21	200
17	28/10/2009	25.80	16	150
18	30/10/2009	13.00	17	160
19	01/11/2009	16.00	18	170
20	03/11/2009	27.80	27	260
21	04/11/2009	55.40	23	220
22	05/11/2009	13.40	11	100



23	12/11/2009	14.40	6	50
24	14/11/2009	12.20	9	80
25	10/12/2009	12.20	9	80
26	09/02/2010	46.40	19	180
27	13/02/2010	37.00	9	80
28	25/02/2010	14.20	30	290
29	09/04/2010	27.20	10	90
30	12/04/2010	31.00	12	110
31	16/04/2010	10.80	13	120
32	03/05/2010	64.00	50	490
33	09/05/2010	13.40	10	90
34	22/05/2010	45.80	32	310
35	27/05/2010	84.60	67	660
36	30/05/2010	12.20	10	90
37	11/06/2010	38.60	37	360
38	20/06/2010	16.00	28	270
39	22/06/2010	11.00	8	70
40	14/08/2010	11.20	6	50
41	24/08/2010	17.80	7	60
42	08/09/2010	11.00	14	130
43	12/09/2010	10.00	13	120
44	17/09/2010	12.00	24	230
45	19/09/2010	13.60	7	60
46	22/09/2010	59.60	20	190
47	25/09/2010	10.60	7	60
48	27/09/2010	12.40	16	150
49	28/09/2010	32.00	18	170
50	02/10/2010	22.40	33	320
51	06/10/2010	17.00	13	120
52	17/10/2010	14.40	16	150
53	06/11/2010	14.40	16	150
54	09/11/2010	15.20	24	230
55	12/11/2010	14.60	22	210
56	14/11/2010	64.00	57	560
57	23/11/2010	10.00	11	100
58	24/11/2010	26.60	23	220
59	29/11/2010	83.60	34	330
60	04/12/2010	15.20	46	450
61	15/12/2010	11.60	25	240
62	19/12/2010	13.80	13	120
63	20/12/2010	75.20	110	1090



64	09/02/2011	14.20	4	30
65	13/02/2011	17.20	11	100
66	18/02/2011	41.20	23	220
67	20/02/2011	20.20	11	100
68	02/03/2011	12.00	22	210
69	06/03/2011	14.40	20	190
70	16/03/2011	13.20	10	90
71	23/03/2011	31.40	16	150
72	24/03/2011	17.80	29	280
73	03/04/2011	15.60	13	120
74	12/04/2011	10.20	6	50
75	13/04/2011	53.60	68	670
76	15/04/2011	22.60	64	630
77	02/05/2011	15.80	10	90
78	09/05/2011	18.40	5	40
79	14/05/2011	10.60	21	200
80	16/05/2011	36.20	39	380
81	17/05/2011	10.20	9	80
82	26/05/2011	23.80	8	70
83	02/06/2011	33.00	29	280
84	04/06/2011	26.00	20	190
85	13/06/2011	10.80	33	320

De estas tormentas (tabla 5) se eligió las dos con mayor cantidad de datos registrados una ocurrida el 20 de diciembre de 2010 con un total de 110 datos y una duración de 18 horas - 10 minutos (*tormenta 63*), la segunda ocurrida el 13 de abril de 2011 con una cantidad de 68 datos y una duración de 11 horas - 10 minutos (*tormenta 75*).

Se utilizaron algunas medidas de dispersión (tabla 8) para entender la tipología de los datos, como: media, varianza, desviación estándar, coeficiente de asimetría y coeficientes de correlación; de igual forma se usaron diferentes gráficas de representación estadística (figura 10) de datos entre ellas: histograma, periodograma y autocorrelograma.



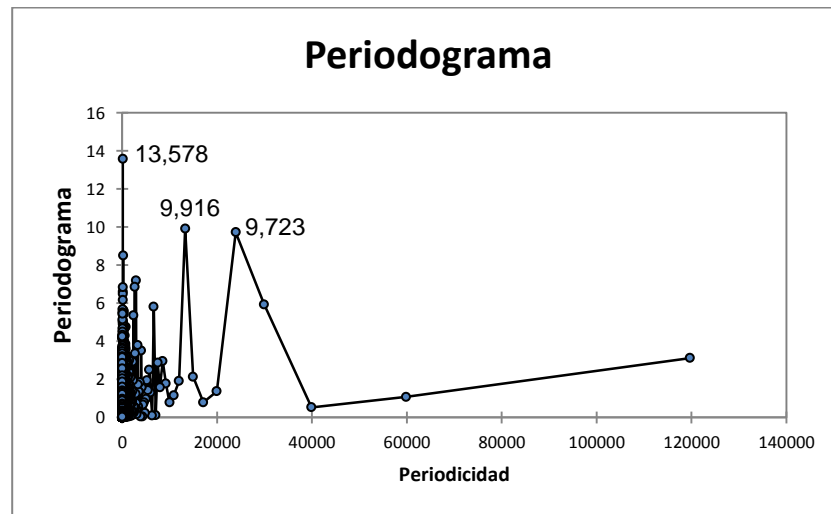
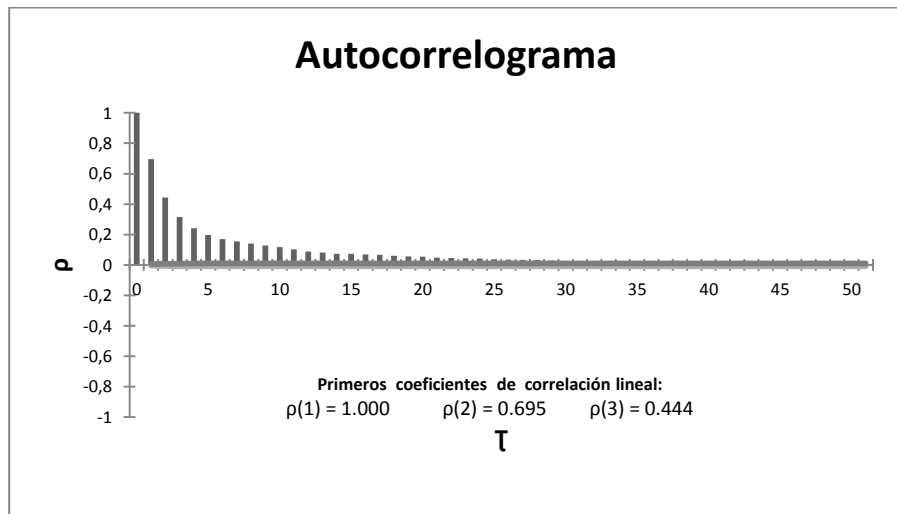
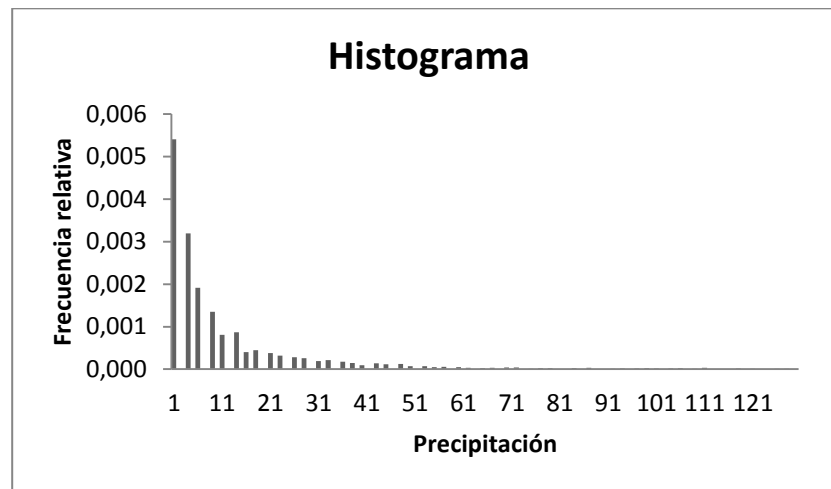
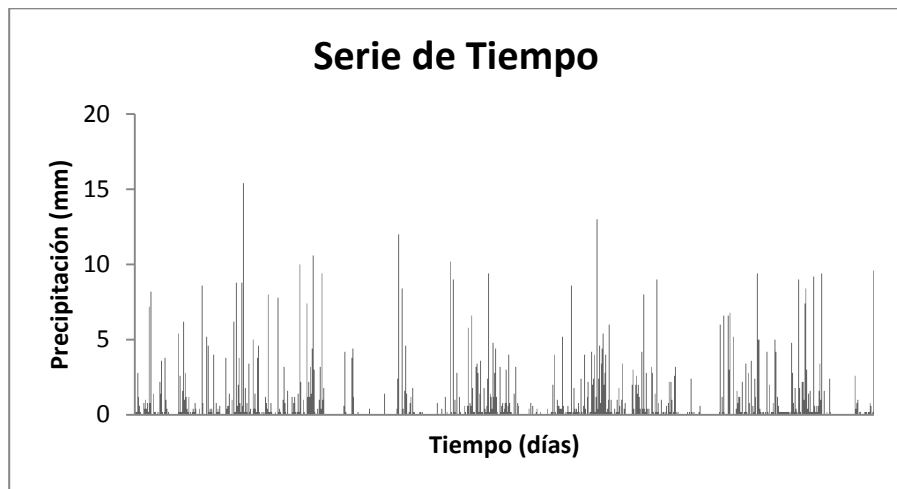
Por la distribución de frecuencias que se muestra en el histograma (figura 10) se puede observar que la mayoría de los datos observados en la estación pluviográfica, la cual toma la información cada 10 min presenta un pulso de precipitación entre [0 – 2] mm cada 10 minutos; es decir, se está hablando de una intensidad de lluvia de [0-12]mm/h, zona en la cual se encuentra la mayor cantidad de datos concentrados.

Por otro lado se observa que en el autocorrelograma (figura 10) que para el nivel de agregación de 10 minutos existe un valor promedio de coeficiente de correlación de 0.69, lo cual indica una relación lineal y de proporcionalidad alta entre los datos.

El periodograma (figura 10) es una señal que muestra que frecuencia de la lluvia emitida. Se muestra 3 picos importantes lo que significa que estas frecuencias tienen mayor importancia en la serie que el resto.



Figura 10. Estadística descriptiva de los datos



b. Modelo de estudio

Existen varios métodos y modelos que se acercan a reproducir estos fenómenos obteniendo muy buenos resultados, pero en este caso se enfocó en la metodología de Carlos Puente, en la cual a través de una ecuación conocida como Modelo Fractal Multifractal (FM) se puede simular estas condiciones. A continuación se muestran las ecuaciones del modelo:

$$W \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_n & 0 \\ c_n & d_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_n \\ f_n \end{pmatrix}; 0 \leq |d_n| < 1, n = 1, \dots, N \quad (1)$$

Siendo a_n , c_n y d_n los parámetros de calibración, lo anterior esta sujeto a:

$$Wn \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{n-1} \\ y_{n-1} \end{pmatrix}, Wn \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}; n = 1, \dots, N \quad (2)$$

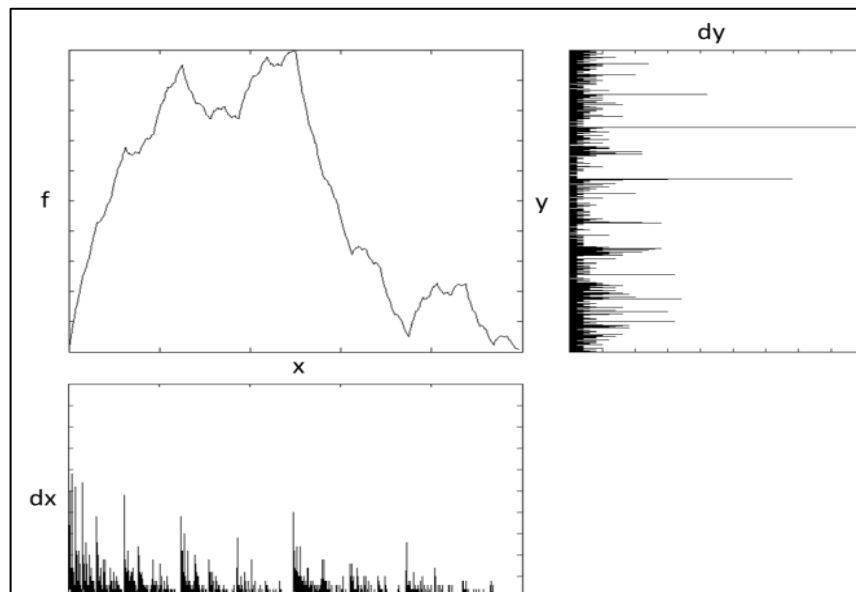


Figura 11. Estructura fractal multifractal. Una medida multifractal dx es transformada mediante una función de interpolación fractal desarrollando una medida derivada dy .



9. RESULTADOS

Los resultados son organizados de acuerdo al número de parámetros calibrados; la cantidad simulaciones son 112, 14 ejecutadas con cada parámetro (4 diferenciaciones de parámetros) y 1 para cada tormenta (son 2 tormentas).

Se analizó con el uso de dos funciones objetivos, que la suma de errores absolutos (SEA) tiene mejores resultados que el error cuadrático medio, los resultados con 7 parámetros muestran que en este caso se adapta más la función objetivo SEA a esta aplicación del modelo FMF.

Luego de determinar la correlación entre los datos observados y datos generados se encontró que existe un coeficiente de correlación entre el ciclo de precipitación con la ecuación de los 7 parámetros con un resultado de 0.51 lo cual hace referencia al acercamiento de lo datos en la región estudiada.

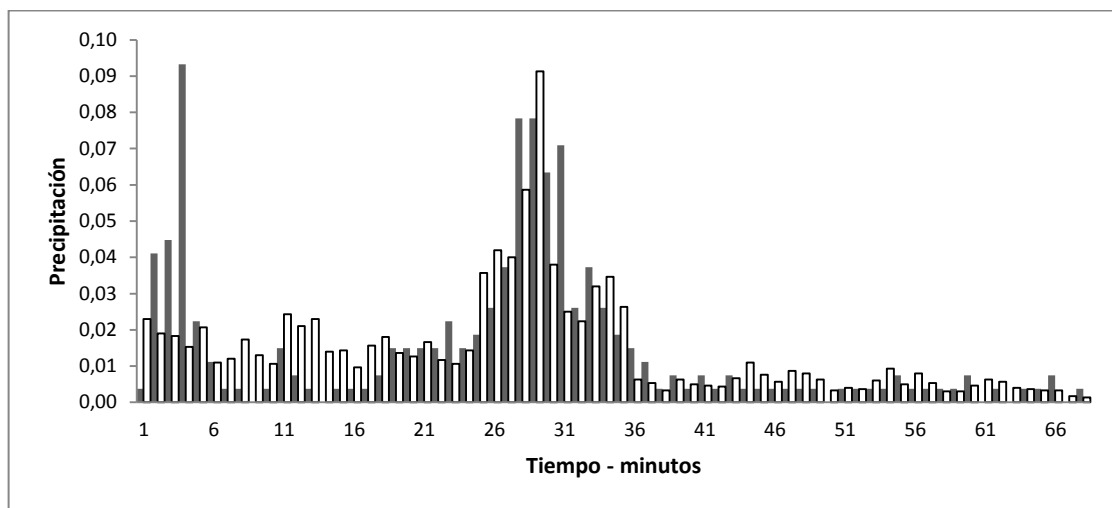


Figura 12. Resultado de calibración de registro de precipitación con 7 parámetros.



Las figuras 12 y 13 permiten observar una similitud de la textura generada por la gráfica de precipitación vs tiempo, entre los datos simulados y los observados.

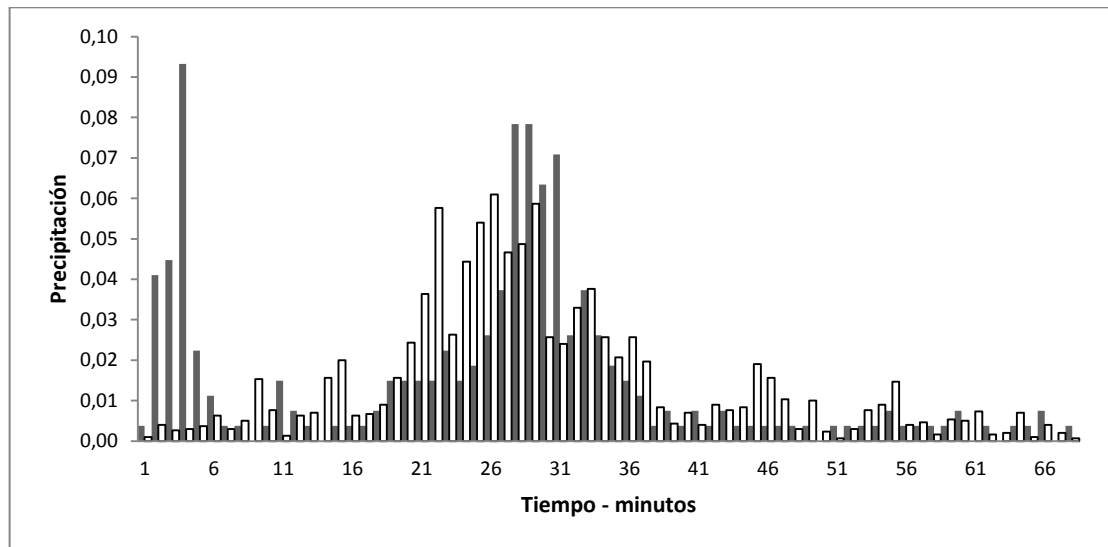


Figura 13. Resultado de calibración de registro de precipitación con 6 parámetros.

En la calibración primero se estableció el número de parámetros a calibrar, en seguida se colocó dos rangos uno alto y uno bajo, posteriormente se estableció los datos iniciales entre ese rango, se asignó la precisión de búsqueda, el número máximo de iteraciones y de esta manera empezó a funcionar la estrategia del algoritmo SCE para encontrar el mejor resultado.

En el caso de las figuras 14 y 15 la estructura se muestra en una forma un tanto triangular, con una punta en la zona media; esto significa, que con esta cantidad de parámetros, no se alcanza a diferenciar ampliamente entre los picos altos y bajos.



El experimento computacional compuesto por dos algoritmos: el modelo FMF y el algoritmo SCE para calibración del modelo, buscó unir estos algoritmos para generar la respuesta inversa del modelo, y buscar a partir de cero los mejores datos que corresponden a registros de precipitación reales.

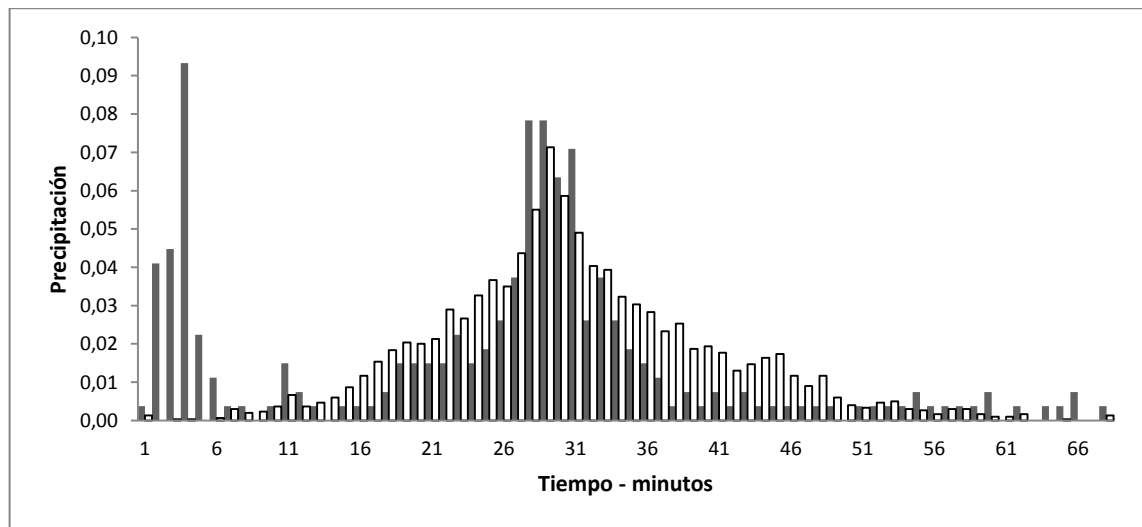


Figura 14. Resultado de calibración de registro de precipitación con 5 parámetros.

En la figura 15, un promedio de los datos sobrepasados por la simulación en forma de triángulo, se ven compensados por los datos observados en el comienzo y final de la tormenta; es decir, cuando se aplica una función estadística para relacionar los datos, como por ejemplo: r^2 , se compensa las ausencias de precipitación de unos lados, con los excesos de otros lados.

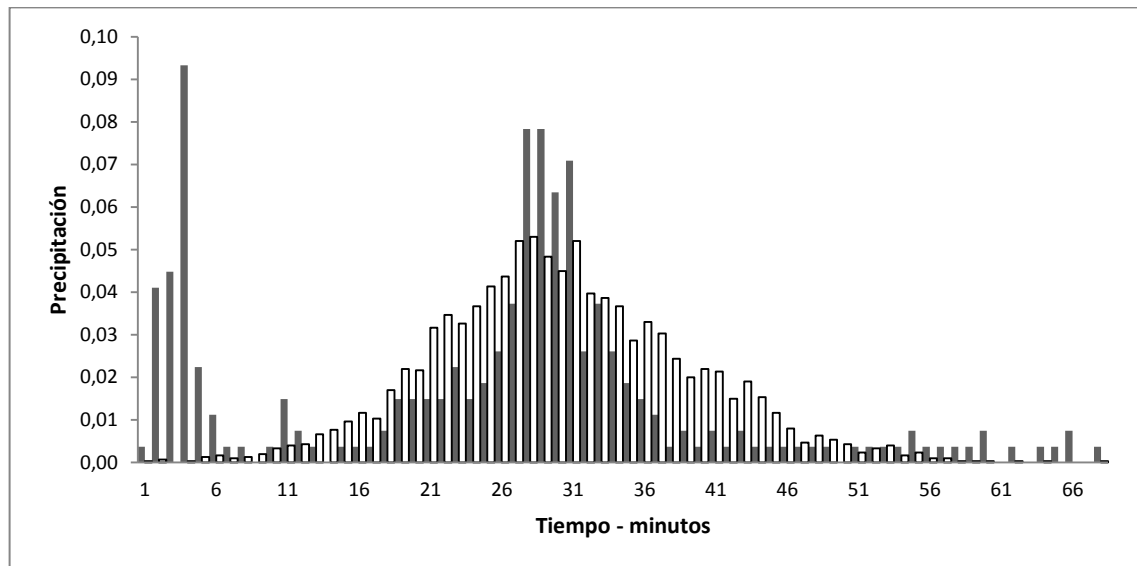


Figura 15. Resultado de calibración de registro de precipitación con 4 parámetros.

A través de los resultados del modelo FMF para dos eventos de precipitación con diferentes parámetros 4, 5, 6 y 7; se encontró que el modelo FMF que más se acerca a los ciclos reproducidos es el de 7 parámetros.

Un valor es bueno es considerado, cuando su comparación en diferentes conceptos estadísticos resulta favorable en cuanto a su parecido con los datos observados de la estación climatológica, entre mayor igualdad halla, los resultados corresponderán a una representación más completa de los datos observados.

Este modelo es particular debido a que genera los diferentes registros pluviográficos dato a dato y esto es posible a través de las ecuaciones sencillas generadas a partir de la geometría fractal.



10. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Luego de usar el modelo FMF para realizar simulaciones, es decir imitar los datos observados en la estación pluviográfica del campus UPB, se encontró dificultades en el momento de calibración, es decir, al comparar los resultados de los datos simulados y observados, debido a que en un principio se utilizó el modelo FMF con 4 parámetros variables entre los cuales se encuentran $[p1, x1, y1, d1]$; es decir, se tenían 5 parámetros fijos lo cual impedía que el modelo pudiera encontrar una mejor solución, $d1$ sesgaba a $d2$ con el mismo valor, pero negativo; de igual modo se observó este problema en el modelo con 5 parámetros variables donde se encontraban correlaciones de 0.39.

Seguidamente se amplió el modelo a 6 y 7 parámetros encontrando mejores resultados, en este caso se encontró que la correlación de una precipitación de corta duración con una simulación de 7 parámetros era de 0.51.

Las 112 simulaciones del modelo se empezaron a realizar en la sala de computadores del edificio I con 4 computadores; sin embargo, estas simulaciones con los algoritmos se trasladaron debido a un mantenimiento de equipos a la sala D-305, donde se simularon datos en 14 computadores a la vez y con cada parámetro se alcanzaba a realizar un grupo de 14 simulaciones, con el objetivo de ver si el algoritmo SCE se confundía o encontraba diferentes respuestas cambiando las semillas generadoras del algoritmo; hubo un caso en el cual no se encontró la misma respuesta esto significa que el algoritmo SCE encontró otra forma diferente de resolver para esta calibración de parámetros.

A continuación se muestra los resultados obtenidos por el modelo FMF para dos tipos de precipitación, analizando cada una con 4, 5, 6 y 7 parámetros.

Con 4 y 5 parámetros el modelo funciona con un ángulo de proyección igual a cero.



Tabla 6. Calibración de Precipitación tipo 1 con 4, 5, 6 y 7 parámetros

Grupo	p₁	q₁	x₀	y₀	x₁	y₁	x₂	y₂	d₁	d₂	Theta
TORA4	0.61	0.39	0.00	0.00	0.52	-0.10	1.00	0.00	-0.06	0.06	0.00
TORA5	0.61	0.39	0.00	0.00	0.52	8.12E-05	1.00	-0.12	0.53	-0.53	0.00
TORA6	0.43	0.57	0.00	0.00	0.45	-0.57	1.00	-0.46	0.20	-0.20	297.23
TORA7	0.47	0.53	0.00	0.00	0.45	0.51	1.00	0.47	0.07	-0.33	229.06

TORA7: Corresponde a la tormenta 1 simulada con 7 parámetros y con la función objetivo (1) SEA.

En la tabla 6 se observa los resultados de simulaciones con diferentes parámetros de búsqueda, es un evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 20 de diciembre del año 2010. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 18 horas y 10 minutos con un total de 110 datos.

Tabla 7. Calibración de Precipitación tipo 2 con 4, 5, 6 y 7 parámetros

Grupo	p₁	q₁	x₀	y₀	x₁	y₁	x₂	y₂	d₁	d₂	theta
TORB4	0.80	0.20	0.00	0.00	0.43	-0.60	1.00	0.00	0.93	-0.93	0.00
TORB5	0.13	0.87	0.00	0.00	0.89	0.52	1.00	0.04	0.82	-0.82	0.00
TORB6	0.55	0.45	0.00	0.00	0.81	-0.93	1.00	0.73	-0.59	0.59	19.42
TORB7	0.49	0.51	0.00	0.00	0.39	0.28	1.00	0.15	-0.40	0.02	160.29



TORC7: Corresponde a la tormenta 2 simulada con 7 parámetros y con la función objetivo (2) ECM.

TORB7: Corresponde a la tormenta 2 simulada con 7 parámetros y con la función objetivo (1) SEA.

La tabla 7 corresponde a los resultados de simulaciones con diferentes parámetros de búsqueda, es un evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

Al usar variación de parámetros en el modelo FMF para evaluar los eventos de precipitación, se utilizaron algunas medidas de dispersión como: media, varianza, desviación estándar, coeficiente de asimetría y coeficientes de correlación de momento del producto Pearson (tabla 8) entre los datos simulados por el modelo FMF y los registrados en la estación de la UPB.

Tabla 8. Estadísticos resumidos en serie de precipitación de corta duración

Grupo	r²	Media	Varianza	Desviación Estándar	Coefficiente de Asimetría
TORB4	0.31877	0.01471	0.00027	0.01648	0.93945
TORB5	0.39199	0.01471	0.00027	0.01647	1.38473
TORB6	0.22619	0.01470	0.00026	0.01606	1.54290
TORB7	0.50561	0.01471	0.00022	0.01482	2.74025
TORC7	0.36146	0.01471	0.00020	0.01423	1.61877



Como último se cambiaron las precipitaciones y las funciones objetivo, para de esta forma encontrar las diferentes posibilidades y bondades del modelo FMF.

La función objetivo que mejor reproduce estos datos simulados es la SEA según lo observado; parece que, con en el modelo más sencillo de función objetivo, se encuentran mejores resultados.

A través de los esfuerzos introducidos en el procedimiento de calibración, la respuesta de las funciones objetivo no permiten identificar efectivamente una aproximación del patrón de lluvia observado, tal que la máxima correlación cruzada entre los valores observados y simulados, no excede de 0,70. No obstante, los ajustes entre estadísticos suelen guardar una amplia similitud.



11. APLICACIONES

A continuación se indicarán las aplicaciones principales del modelo FMF en el marco de la ingeniería hidrológica:

- ❖ Identificar patrones climáticos a partir del conocimiento específico del proceso de precipitación teniendo en cuenta ciclos cortos de lluvia.
- ❖ Complementar los estudios en el diseño de estructuras hidráulicas para ofrecer condiciones propicias que permitan conducir el recurso hídrico según las necesidades de la población.
- ❖ Prevenir los riesgos de inundación en lugares propensos a desbordamiento de ríos, saturación de suelos, obstrucción del flujo de agua en redes de alcantarillado y acueducto.
- ❖ Favorecer el cuidado de cultivos, teniendo en cuenta las características de los ciclos naturales de precipitación.
- ❖ Deducir el comportamiento de dispersión de químicos nocivos en el ambiente que usan el agua como medio de desplazamiento hacia otros lugares.
- ❖ Reconocer la adaptabilidad del modelo FMF en los procesos de precipitación presentados en la UPB, para comprender la geometría de la naturaleza del sector.
- ❖ Realizar investigaciones que permitan la continuidad de los trabajos efectuados, para profundizar la comprensión y el estudio de estos métodos.

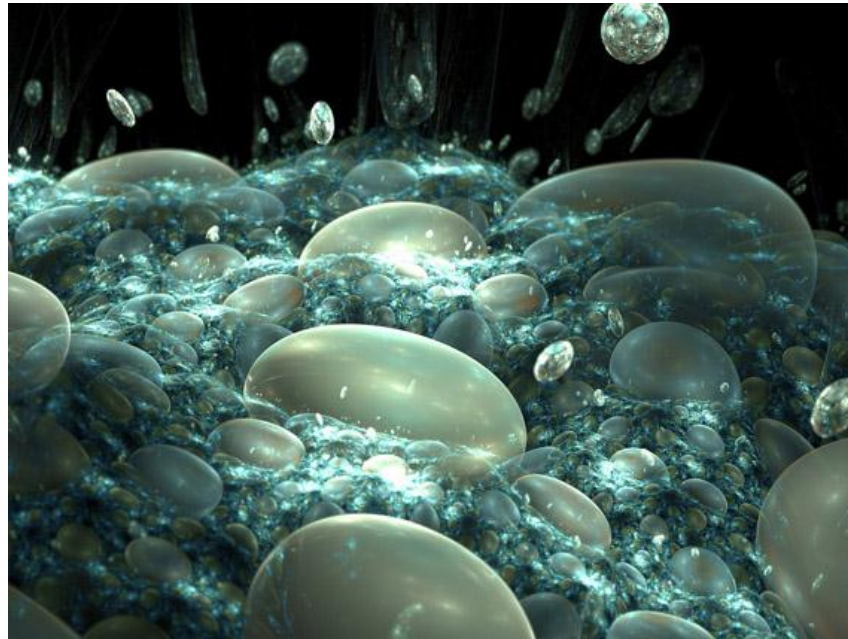


Figura 16. Movimiento de gotas de agua sobre la roca de un río. Imagen fractal tomada del sitio Deviant ART: <http://imagineum.deviantart.com/art/under-river-74725464?q=boost%3Apopular%20in%3Afractals&qo=64>, 15 de marzo de 2012.

12. CONCLUSIONES

La evaluación del modelo FMF realizada en las precipitaciones de corta duración registradas en la estación climatológica de la UPB, presenta diferentes esquemas que muestran una moderada verosimilitud para la composición geométrica y estadística de los patrones de precipitación; la naturaleza de la lluvia en el sector, ha sido estudiada por un método determinístico que extiende las posibilidades de investigación para el ciclo hidrológico.

El diseño del modelo conceptual realizado a través de algoritmos en el programa MAT-LAB, fue realizado con éxito; se planteó la disminución para un rango de búsqueda, de tal manera, se redujo el sector de búsqueda y el tiempo de exploración, esto facilitó la realización de las simulaciones.



El modelo de calibración objetiva para el análisis de resultados fue probado en diferentes funciones matemáticas presentando un comportamiento óptimo, requerido para la investigación; de igual modo, fue ensayado por los resultados de las simulaciones. Las 112 simulaciones realizadas con los diferentes grupos de parámetros analizados, muestran que el resultado procedente del modelo de calibración, es correcto; sin embargo, se presentó un caso en el cual el modelo SCE presentó diferentes resultados para una misma serie de datos y parámetros.

Este resultado diferente observado en el modelo de calibración, es posible debido a que en la función existen varios mínimos, los cuales pueden confundirse con el resultado óptimo y el algoritmo según su semilla generadora, puede caer en este mínimo y quedarse en esta zona de comodidad.

El modelo FMF está puesto a prueba para las simulaciones con 4 y 5 parámetros, en este caso, se encuentra que los resultados tienden a formarse en un esquema triangular para cubrir con los requerimientos de la correlación propuesta en la función objetivo del algoritmo.

La similitud del modelo con los datos reales, en las condiciones del estudio, permiten detallar y reflexionar sobre la posibilidad de que las precipitaciones tomadas en el campus UPB tengan un dominio fractal; esto significa, que sus movimientos pueden verse reflejados a través de reglas simples determinísticas.

Las aproximaciones obtenidas en el desarrollo de la investigación despiertan una gran aceptación a la hipótesis de la multifractalidad de la precipitación.

Saber si estos fenómenos tienen características fractales, sirve para impulsar otras investigaciones en la rama de la hidrología para el sector (Campus UPB) e igualmente es útil para las autoridades ambientales, personas dedicadas a trabajos geológicos, entre otras aplicaciones, según la relación que el proceso o entidad tenga con el fenómeno de la lluvia.



Las próximas investigaciones que resulten a consecuencia de este trabajo serán conducidas a la descripción estadística del modelo FMF para evaluar la naturaleza de los amplios niveles de incertidumbre durante el proceso de calibración, ampliar el número de funciones objetivo creando otras relaciones que permitan mejorar el rendimiento del modelo y experimentar con otras escalas de agregación de datos.

Es posible enfocar el uso del modelo FMF como un método que permita una alerta temprana, que facilite la predicción de fenómenos de lluvia en un sector, generando series simuladas que coincidan con las características naturales y de este modo lograr evitar los daños causados por la aparente aleatoriedad de lluvia.

La importancia de la investigación radica en la aplicación de estos nuevos métodos emergentes para el estudio de las precipitaciones, que quizá en un futuro no muy lejano; estén a la vanguardia para ser utilizados como complemento para los diseños y construcciones de las estructuras hidráulicas requeridas por las comunidades.



13. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] BARNSLEY, M. F. (1986). *Fractal functions and interpolation Constr. Approx.*, 2: p. 303-329.
- [2] BARNSLEY, M.F., (1988). *Fractals Everywhere*, Academic Press, New York, 394 p.
- [3] BEVEN, Keith J., (2003). *Rainfall-runoff modeling: the primer*. John Wiley & Sons Ltd, Chichester, 365 p.
- [4] CAMELO, Felipe. (2012). *Identificación de patrones en la precipitación de la ciudad de Bogotá, Colombia*. Tesis de Maestría. Pontificia Universidad Javeriana de Colombia.
- [5] CHUMCHEAN, Siriluk; SEED, Alan & SHARMA, Ashish. (2006). *Correcting of real-time radar rainfall bias using a Kalman filtering approach*. *Journal of Hydrology*; 317, p. 123-137.
- [6] DUAN, Q., SOROOSHIAN, S., y GUPTA V. (1992). *Effective and efficient global optimization for conceptual rainfall – runoff models*. *Water Resources Research*. 28. p. 1015 -1031.
- [7] GARCÍA, V. J.; GARCÍA-BARTUAL, R.; CABRERA, E.; ARREGUI, F. & GARCÍ-SERRA, J. (2004). *Stochastic Model to Evaluate Residential Water Demands*. *Journal of Water Resources Planning and Management*; 130, 386 p.
- [8] GÓMEZ, Jesús, & POVEDA, Germán (2008). *Estimación del espectro multifractal para series de precipitación horaria en los andes tropicales de Colombia*. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*; 32, p. 483-502.
- [9] MANDELBROT, B.B., (1983). *The Fractal Geometry of Nature*. W.H. Freeman and Company, San Francisco, 468 p.
- [10] MANDELBROT, B.B., (1989). *Multifractal measures especially for the geophysicist*. In: C.H. Scholz and B.B. Mandelbrot (Editors), *Fractals in Geophysics*. Birkhauser Verlag, Basel, p. 1-42.



- [11] OBREGÓN, Nelson. (2002). Sistemas Complejos Geofísica e Ingeniería. XXVI Congreso Nacional de Ingeniería. Sociedad Colombiana de Ingeniería. Bogotá. Mayo 8-12.
- [12] OBREGÓN, N. AND PUENTE, C. E., (1996). A deterministic geometric representation of temporal rainfall: Results for a storm in Boston. *Water Resources Research*, Vol.32, No 9, p. 2825-2839.
- [13] OBREGÓN, N. y ROSAS, J. (2003). Hacia la predicción de precipitación puntual en tiempo real mediante el filtro de kalman. *International Water Association. Memorias del evento: Agua 2003: Usos Múltiples del Agua, para la Vida y el Desarrollo Sostenible. Cartagena de Indias, 29 sept.-3 oct.*
- [14] OBREGÓN, N., B. SIVAKUMAR AND C. E. PUENTE. (2002). A deterministic geometric representation of temporal rainfall. Sensitivity analysis for a storm in Boston. *Journal of Hydrology* 269/(3-4): p. 224-235.
- [15] PAREDES BARTOLOMÉ, Carlos. (1995). Aplicación de la geometría fractal en las ciencias de la tierra. 462p. Tesis Doctoral. P.21. [consultado 23-02-2011]. Disponible en < <http://oa.upm.es/383/>>.
- [16] PEÑARANDA, Victor. (2008). Representación Geométrica de registros de precipitación puntual en Bogotá, con el modelo Fractal-Multifractal. Tesis Maestría. Universidad Nacional, Bogotá, Colombia.
- [17] PUENTE, Carlos E. (1996). A new approach to hydrologic modeling: derived distributions Revisited. *Journal of Hydrology*; 187: p. 65-80.
- [18] PUENTE, Carlos E. (2004). A universe of projections: may Plato be right?. *Chaos, Solitons & Fractals*; 19, p. 241-253.
- [19] PUENTE, Carlos E. (1992). Multinomial multifractals, fractal interpolators, and the Gaussian distribution, *Physics Letters A*, 161, p. 441-447.
- [20] PUENTE, C E., and KLEBANOFF, A. (1994). Gaussians everywhere, *Fractals*, 2(1), p. 65-79.
- [21] TORRES ABELLO, Andrés Eduardo, (2004). Apuntes de clase sobre la hidrología urbana. Bogotá: Editorial Pontificia Universidad Javeriana. p. 31-71.



- [22] VAN DEN BERG, M. J.; VANDENBERGHE, S.; DE BAETS, B. and VERHOEST N. E. C. (2011). Copula-based downscaling of spatial rainfall: a proof of concept. *Hydrology and Earth System Sciences*; 15, p. 1445-1457.
- [23] ZHANG, XU, YU, LIU & CHEN. (2009). Multifractal analysis of streamflow records of the East River basin (Pearl River), China. *Physica A*; 388: p. 927-934.



14. ANEXOS

Anexo 1. Código de la Aproximación Fractal- Multifractal

```
%-----  
%  
function [binsdyrot] = ifs10(iter,p,pint,z,theta,parti)  
%  
%-----  
% Determinación de la medida derivada mediante el modelo FM.  
% Análisis para medidas con soporte no cantoriano  
%-----  
% iter : número de iteraciones.  
% p : parámetro de singularidad de la medida  
% pint : matriz de puntos de la función de interpolación (x,y)  
% z : vector de parámetros de escalamiento vertical  
% theta : ángulo de reflexión de la medida derivada dy  
% parti : número de particiones de la medida  
%-----  
% ifs10(3000,[0.7 0.3],[0 0; 0.5 1; 1 0],[0 0],0,1000);  
% ifs10(3000,[0.7 0.3],[0 0; 0.5 1; 1 0],[0.45 -0.45],0,1000);  
% ifs10(7000,[0.331 0.160 0.135 0.374],[0 0; 0.215 0.763; 0.382 1.596;  
% 0.815 2.756; 1 1],[-0.747 -0.082 0.482 0.744],180,1024);  
% ifs10(10000,[0.7 0.3],[0 0; 0.5 1; 1 11.73],[-0.52 -0.67],100,1000);  
% ifs10(10000,[0.7 0.3],[0 0; 0.5 1; 1 11.73],[-0.52 -0.67],277.4,1000);  
% ifs10(10000,[0.7 0.3],[0 0; 0.5 1; 1 -10],[0.33 -0.77],320,1000);  
  
%-----Random Multinomial Cascade & Fractal Intepolaction Function-----  
  
%-----Determinación de parámetros  
  
npar = length(p); %Número de particiones  
  
for i = 1:npar  
    t2(:,i) = [pint(i,1); pint(i,2)]; %Parámetros "e" y "f"  
    w2(1,1,i) = pint(i+1,1)-t2(1,i); %Parámetro "a"  
    w2(2,1,i) = pint(i+1,2)-t2(2,i)-z(i)*pint(npar+1,2); %Parámetro "c"  
    w2(2,2,i) = z(i);  
end
```




```
%-----Mapeo

coord = [pint(1,1) pint(1,2)]; %Iniciadores

acumpar01 = 0; %Vector acumulado de particiones
for i = 1:npar
    acumpar01(i+1) = acumpar01(i) + p(i);
end

rand('seed',79883)

for i = 1:iter

    %Selección del mapa de transformación (Medida)
    prb = rand;
    tai = selecmapa(prb,npar,acumpar01);

    %Evaluación de la transformación afín (Interpolador)
    coordx = w2(1,1,tai)*coord(1)+w2(1,2,tai)*coord(2) + t2(1,tai);
    coordy = w2(2,1,tai)*coord(1)+w2(2,2,tai)*coord(2) + t2(2,tai);

    %Rotación de la función de interpolación fractal

    parcos = cos(theta*pi()/180);
    parsen = sin(theta*pi()/180);
    coordxrot = coordx*parcos - coordy*parsen;
    coordyrot = coordx*parsen + coordy*parcos;

    %Coordenadas de la función de interpolación no rotadas
    coord02(i,:) = [coordx coordy];

    %Coordenadas de la función de interpolación rotadas
    coord02rot(i,:) = [coordxrot coordyrot];

    %Actualización de coordenadas
    coord(1) = coordx;
    coord(2) = coordy;

end

minx = min(coord02rot(:,1)); %Mínimo valor en x
maxx = max(coord02rot(:,1)); %Máximo valor en x
miny = min(coord02rot(:,2)); %Mínimo valor en y
```



```
maxy = max(coord02rot(:,2)); %Máximo valor en y

stepdx = (maxx-minx)/parti; %Tamaño del paso en la medida derivada x
stepdy = (maxy-miny)/parti; %Tamaño del paso en la medida derivada y

grparx = [minx:stepdx:maxx]; %Vector de particiones por resolución
grpary = [miny:stepdy:maxy]; %Vector de particiones por resolución

binsdx = zeros(1,length([0:(1/parti):1])-1); %Acumulador dx
binsdxrot = zeros(1,length(grparx)-1); %Acumulador dx
binsdyrot = zeros(1,length(grpary)-1); %Acumulador dy

for i = 1:iter

    %Localización de la caja donde vive la medida
    posx = selecpos(coord02(i,1),[0:(1/parti):1]);
    %Asignación de pesos en la medida
    binsdx(posx) = binsdx(posx) + 1;

    %Localización de la caja donde vive la medida
    posxrot = selecpos(coord02rot(i,1),grparx);
    %Asignación de pesos en la medida
    binsdxrot(posx) = binsdxrot(posxrot) + 1;

    %Localización de la caja donde vive la medida derivada
    posyrot = selecpos(coord02rot(i,2),grpary);
    %Asignación de pesos en la medida
    binsdyrot(posyrot) = binsdyrot(posyrot) + 1;

end

%Adimensionamiento
binsdx = binsdx / sum(binsdx);
binsdxrot = binsdxrot / sum(binsdxrot);
binsdyrot = binsdyrot / sum(binsdyrot);
coord02 = ordenama(coord02);
xlswrite('binsdyrot8.xls', binsdyrot)

%
h2 = figure(20);
plot(coord02(:,1),coord02(:,2),'k')

% h3 = figure(30);
```



```
% stem(grpary(2:length(grpary)),binsdyrot,'k','MarkerSize',1)

% h1 = figure(10);
% plot(grparx(2:length([0:(1/parti):1])),binsdx,'k')
% plot(grpary(2:length([0:(1/parti):1])),binsdyrot,'k')

% plot(binsdx,binsdyrot)

%-----
%-----Subfunciones-----
%-----
function [tai] = selecmapa(prb,npar,vecpar)
%-----
% Selección del mapa de transformación
%-----
% prb : probabilidad
% npar : número de particiones
% vecpar : vector de particiones
%-----
for i = 1:npar
    liminf = vecpar(i);
    limsup = vecpar(i+1);
    if prb>=liminf & prb<limsup
        tai=i;
    elseif i==npar & prb==limsup
        tai=i;
    end
end
end

%-----
function [pos] = selecpos(w,grpar)
%-----
% Selección de la caja donde vive la medida
%-----
% w : resultado de la transformación
% grpar0 : vector que agrupa las cajas donde vive la medida
%-----
ndat = length(grpar)-1;
for i = 1:ndat
    liminf = grpar(i);
    limsup = grpar(i+1);
    if w>=liminf & w<limsup
        pos=i;
    elseif i==ndat & w==limsup
```



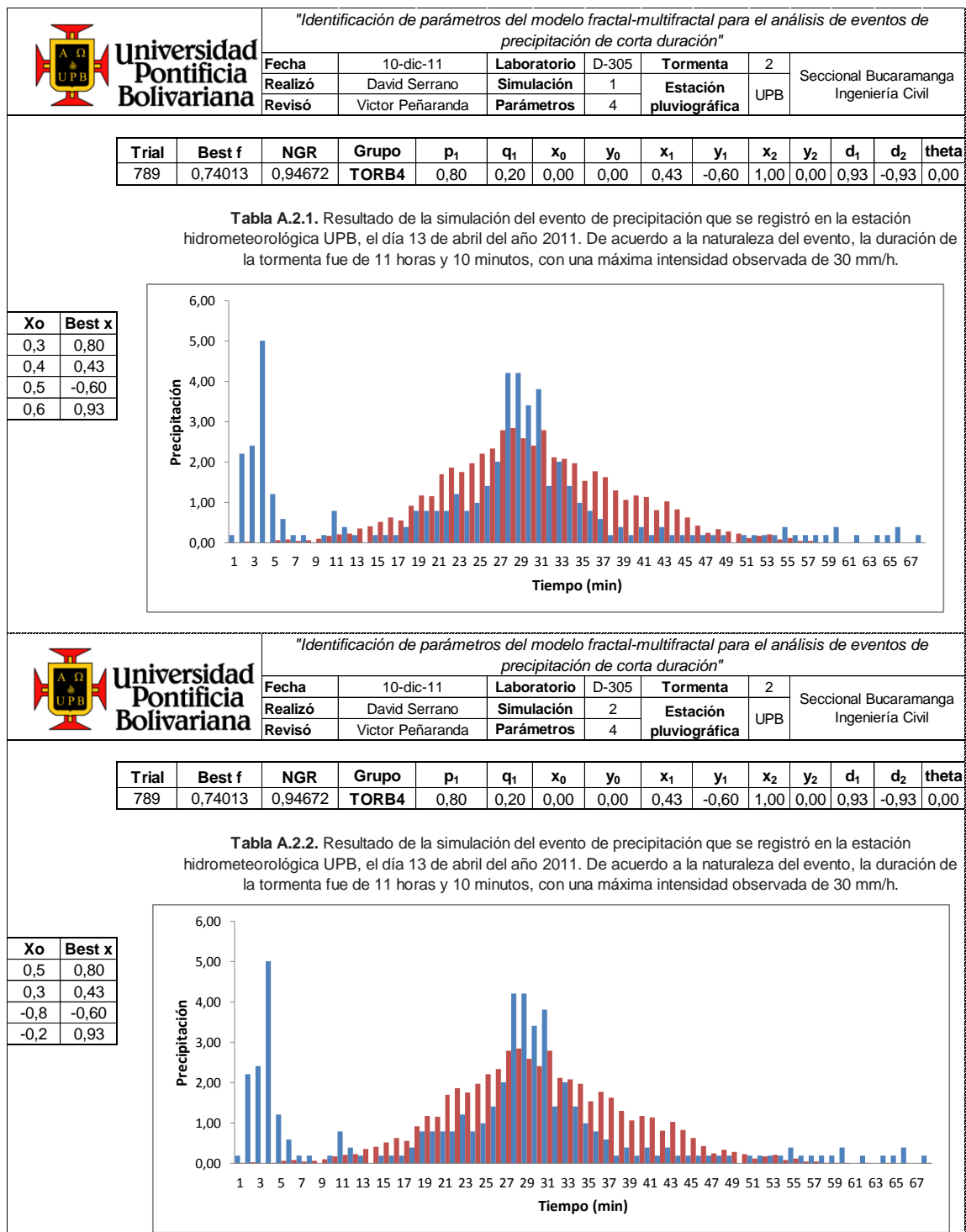
```
        pos=i;
    end
end
%-----
function [m] = ordenama(m)
%-----
% Organización de la información por orden ascendente
%-----
% m : matriz de datos
%-----
ndat = size(m,1);
j=1;
while j == 1
    i=1;
    while i < ndat
        if m(i,1) > m(i+1,1)
            ma = m(i,1);
            mb = m(i+1,1);
            mc = m(i,2);
            md = m(i+1,2);
            m(i,1) = mb;
            m(i+1,1) = ma;
            m(i,2) = md;
            m(i+1,2) = mc;
            i = i;
        else
            i = i + 1;
        end
    end
    p = 0;
    for k = 1:ndat-1
        if m(k,1) > m(k+1,1)
            p = p + 1;
        end
    end
    if p == 0
        for i = 1:ndat-1
            if m(i,1) == m(i+1,1)
                idx(i) = i;
            else
                idx(i) = 0;
            end
        end
        if i == ndat-1 & length(idx)>1
```




```
        idx(find(idx==0))=[];  
        m(idx,:) = [];  
    end  
end  
return  
else  
    j = j;  
end  
end
```



Anexo 2. Resultados de las simulaciones



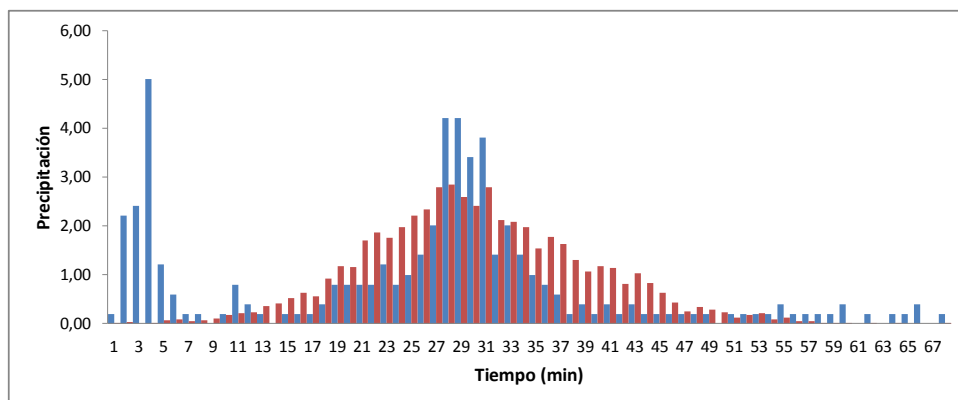



 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>										
	Fecha	10-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil				
	Realizó	David Serrano	Simulación	3	Estación pluviográfica	UPB					
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	4							

Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
789	0,74013	0,94672	TORB4	0,80	0,20	0,00	0,00	0,43	-0,60	1,00	0,00	0,93	-0,93	0,00

Tabla A.2.3. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

Xo	Best x
0,1	0,80
0,6	0,43
0,7	-0,60
-0,1	0,93

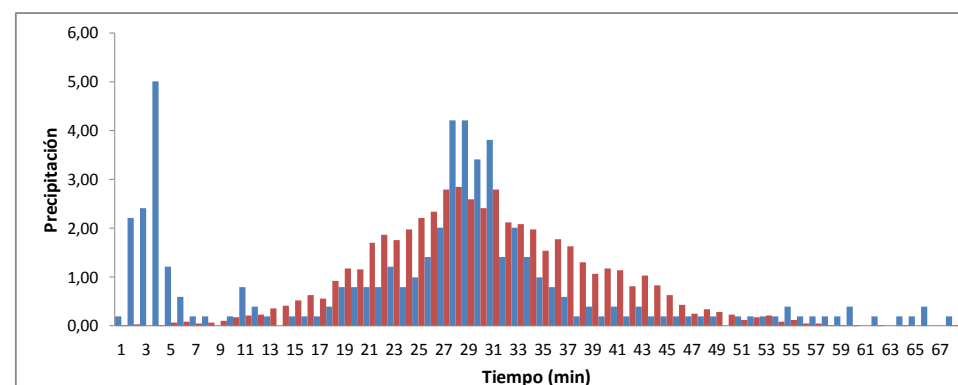


 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>										
	Fecha	10-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil				
	Realizó	David Serrano	Simulación	4	Estación pluviográfica	UPB					
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	4							


Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
789	0,74013	0,94672	TORB4	0,80	0,20	0,00	0,00	0,43	-0,60	1,00	0,00	0,93	-0,93	0,00

Tabla A.2.4. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

Xo	Best x
0,74	0,80
0,13	0,43
0,2	-0,60
0,58	0,93



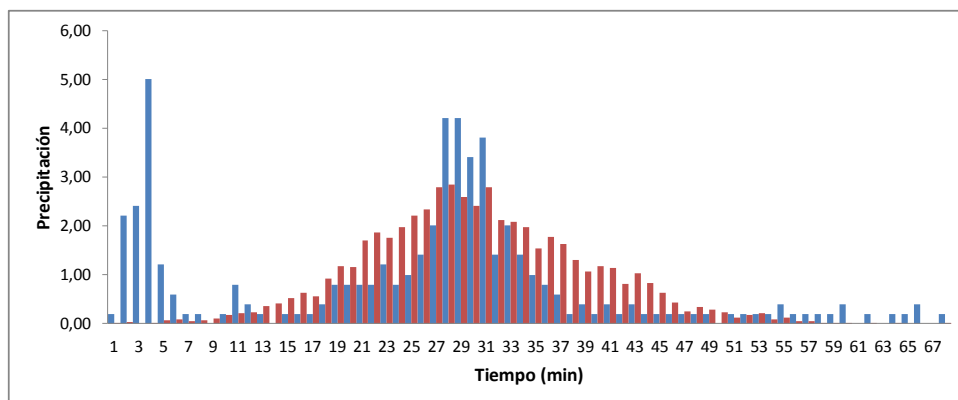



 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>										
	Fecha	10-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil				
	Realizó	David Serrano	Simulación	5	Estación pluviográfica	UPB					
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	4							

Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
789	0,74013	0,94672	TORB4	0,80	0,20	0,00	0,00	0,43	-0,60	1,00	0,00	0,93	-0,93	0,00

Tabla A.2.5. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

Xo	Best x
0,7	0,80
0,8	0,43
-0,9	-0,60
0	0,93

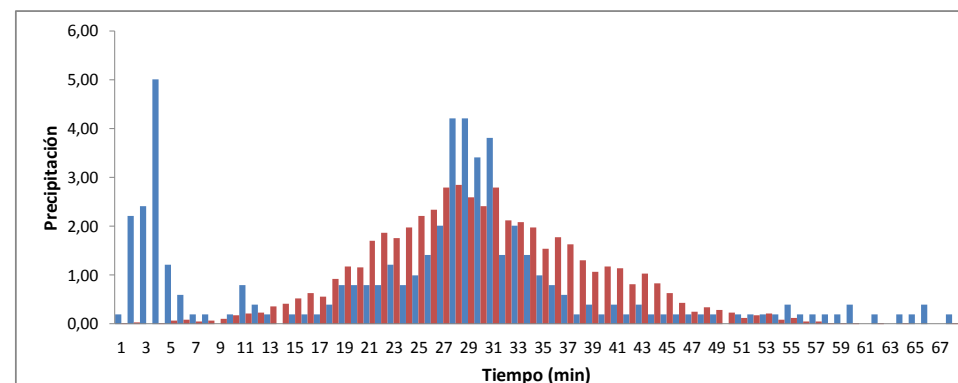


 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>										
	Fecha	10-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil				
	Realizó	David Serrano	Simulación	6	Estación pluviográfica	UPB					
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	4							


Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
789	0,74013	0,94672	TORB4	0,80	0,20	0,00	0,00	0,43	-0,60	1,00	0,00	0,93	-0,93	0,00

Tabla A.2.6. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

Xo	Best x
0,3	0,80
0,1	0,43
0	-0,60
-0,9	0,93



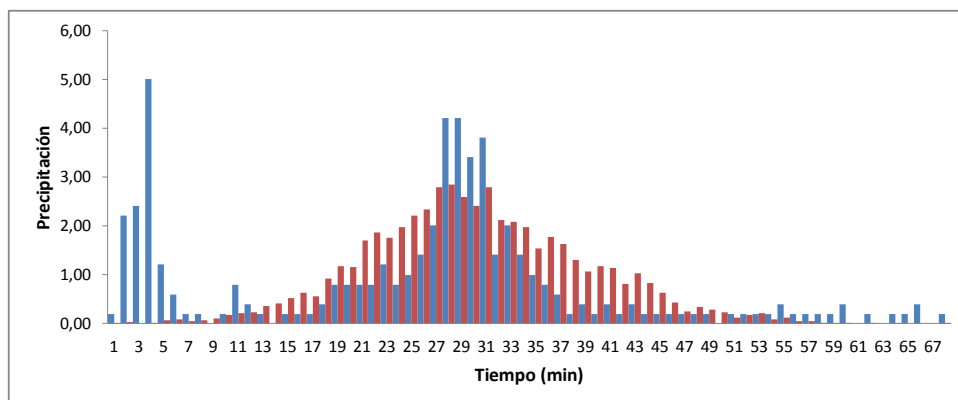



 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>										
	Fecha	10-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil				
	Realizó	David Serrano	Simulación	7	Estación pluviográfica	UPB					
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	4							

Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
789	0,74013	0,94672	TORB4	0,80	0,20	0,00	0,00	0,43	-0,60	1,00	0,00	0,93	-0,93	0,00

Tabla A.2.7. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

Xo	Best x
0,4	0,80
0,95	0,43
-0,8	-0,60
0,2	0,93

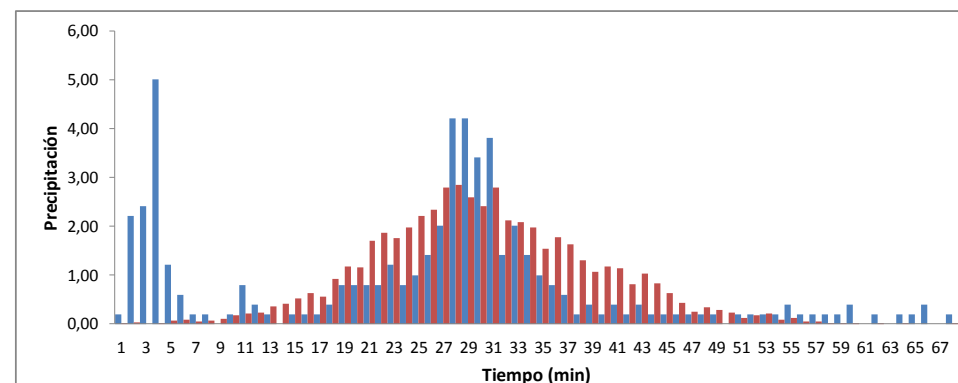


 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>										
	Fecha	10-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil				
	Realizó	David Serrano	Simulación	8	Estación pluviográfica	UPB					
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	4							


Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
789	0,74013	0,94672	TORB4	0,80	0,20	0,00	0,00	0,43	-0,60	1,00	0,00	0,93	-0,93	0,00

Tabla A.2.8. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

Xo	Best x
0,8	0,80
0,7	0,43
-0,7	-0,60
0,3	0,93



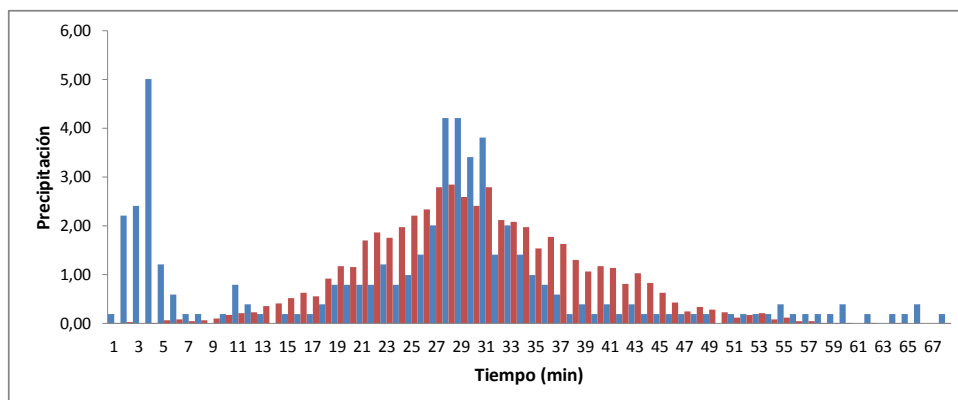



 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>										
	Fecha	10-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil				
	Realizó	David Serrano	Simulación	9	Estación pluviográfica	UPB					
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	4							

Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
789	0,74013	0,94672	TORB4	0,80	0,20	0,00	0,00	0,43	-0,60	1,00	0,00	0,93	-0,93	0,00

Tabla A.2.9. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

Xo	Best x
0,4	0,80
0,25	0,43
-0,86	-0,60
-0,67	0,93

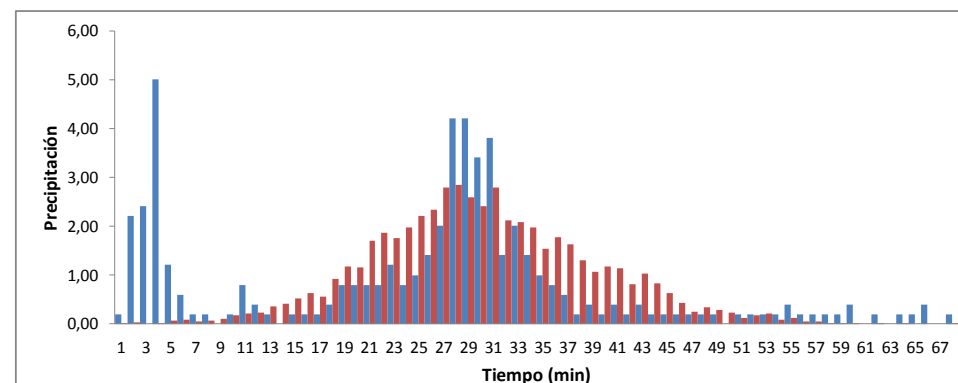


 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>										
	Fecha	10-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil				
	Realizó	David Serrano	Simulación	10	Estación pluviográfica	UPB					
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	4							


Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
789	0,74013	0,94672	TORB4	0,80	0,20	0,00	0,00	0,43	-0,60	1,00	0,00	0,93	-0,93	0,00

Tabla A.2.10. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

Xo	Best x
0,6	0,80
0,5	0,43
0,4	-0,60
0,3	0,93



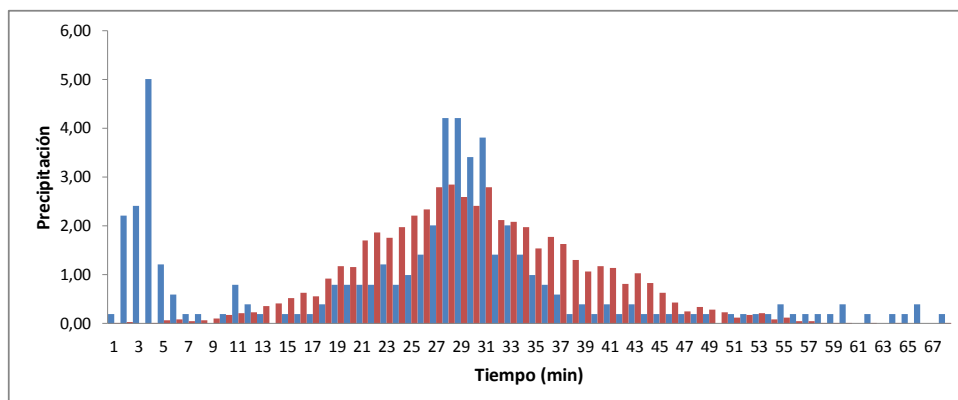



 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>										
	Fecha	10-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil				
	Realizó	David Serrano	Simulación	11	Estación pluviográfica	UPB					
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	4							

Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
789	0,74013	0,94672	TORB4	0,80	0,20	0,00	0,00	0,43	-0,60	1,00	0,00	0,93	-0,93	0,00

Tabla A.2.11. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

Xo	Best x
0	0,80
0,9	0,43
-0,7	-0,60
0,1	0,93

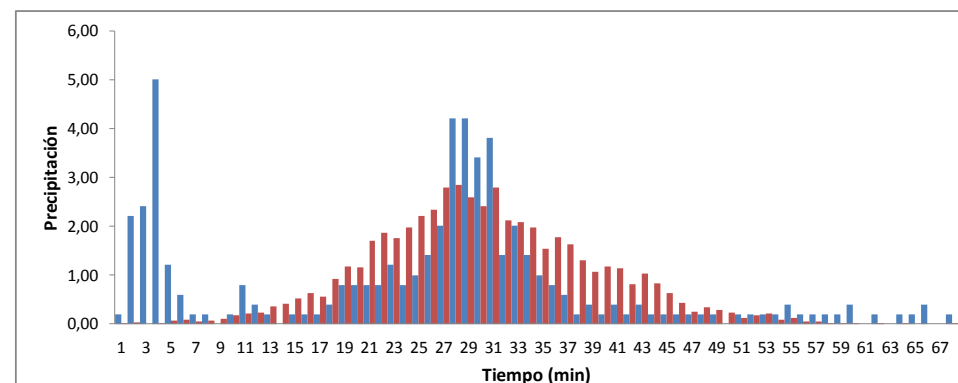


 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>										
	Fecha	10-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil				
	Realizó	David Serrano	Simulación	12	Estación pluviográfica	UPB					
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	4							


Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
789	0,74013	0,94672	TORB4	0,80	0,20	0,00	0,00	0,43	-0,60	1,00	0,00	0,93	-0,93	0,00

Tabla A.2.12. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

Xo	Best x
0,56	0,80
0,14	0,43
0,43	-0,60
-0,96	0,93



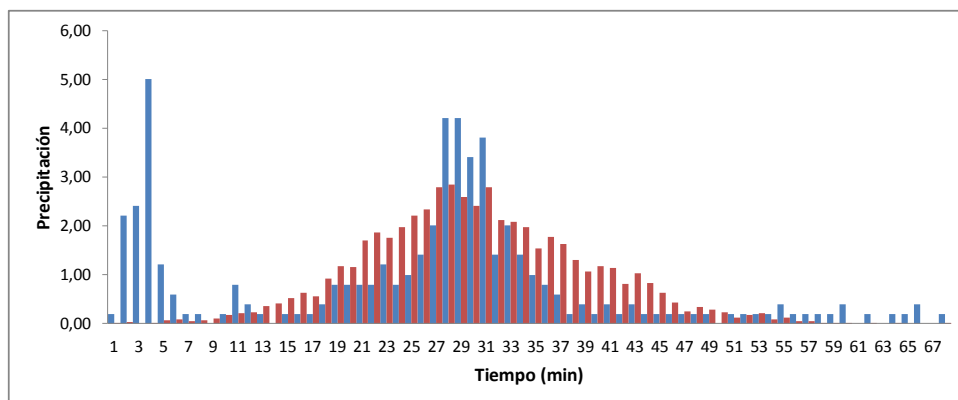



 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>										
	Fecha	10-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil				
	Realizó	David Serrano	Simulación	13	Estación pluviográfica	UPB					
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	4							

Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
789	0,74013	0,94672	TORB4	0,80	0,20	0,00	0,00	0,43	-0,60	1,00	0,00	0,93	-0,93	0,00

Tabla A.2.13. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

Xo	Best x
0,23	0,80
0,48	0,43
0,79	-0,60
0,62	0,93

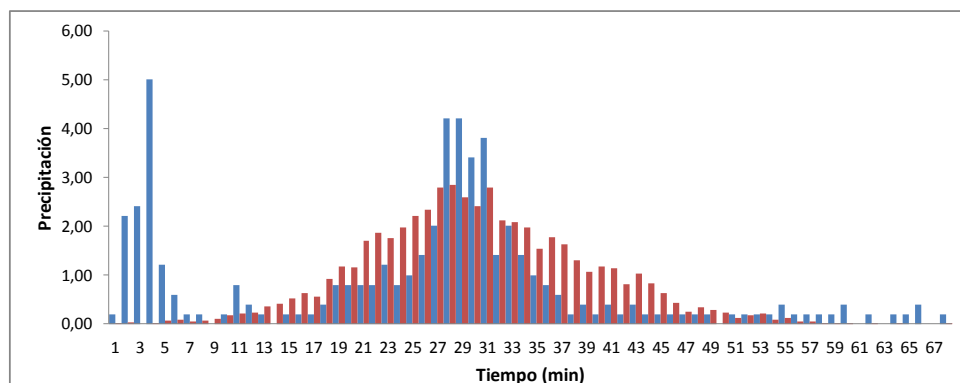


 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>										
	Fecha	10-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil				
	Realizó	David Serrano	Simulación	14	Estación pluviográfica	UPB					
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	4							


Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
789	0,74013	0,94672	TORB4	0,80	0,20	0,00	0,00	0,43	-0,60	1,00	0,00	0,93	-0,93	0,00

Tabla A.2.14. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

Xo	Best x
0,9	0,80
0,69	0,43
-0,74	-0,60
0,12	0,93



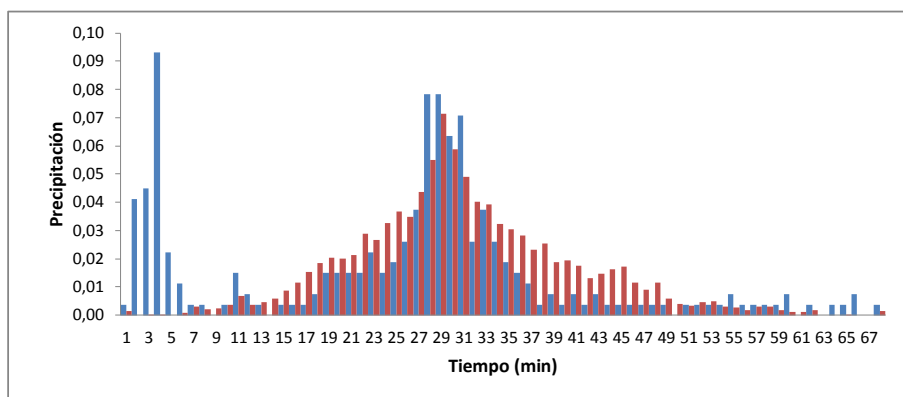



 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>										
	Fecha	12-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil				
	Realizó	David Serrano	Simulación	15	Estación pluviográfica	UPB					
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	5							

Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
5177	0,61923	0,74249	TORB5	0,13	0,87	0,00	0,00	0,89	0,52	1,00	0,04	0,82	-0,82	0,00

Tabla A.2.15. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

x_0	Best x
0,2	0,13
0,35	0,89
-0,5	0,52
-0,7	0,04
0,3	0,82

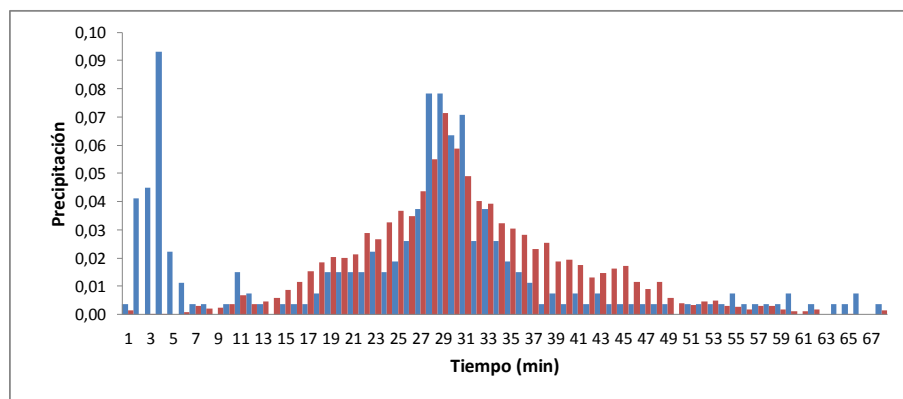


 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>										
	Fecha	12-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil				
	Realizó	David Serrano	Simulación	16	Estación pluviográfica	UPB					
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	5							


Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
5177	0,61923	0,74249	TORB5	0,13	0,87	0,00	0,00	0,89	0,52	1,00	0,04	0,82	-0,82	0,00

Tabla A.2.16. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

x_0	Best x
0,7	0,13
0,4	0,89
-0,8	0,52
-0,1	0,04
0,9	0,82



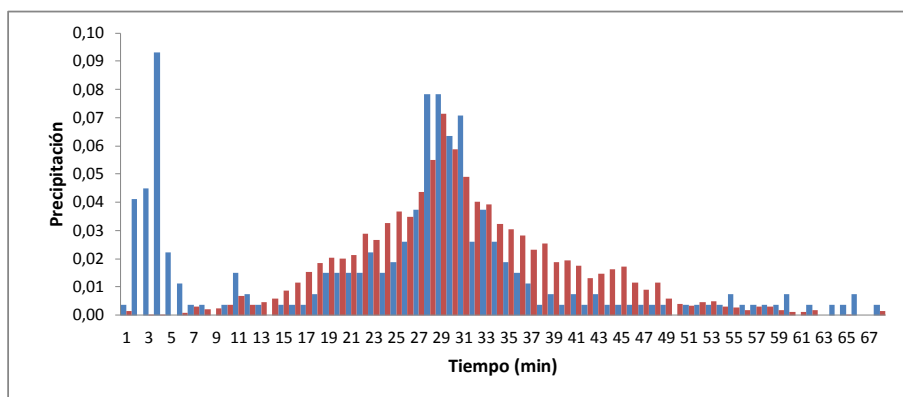



 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>										
	Fecha	12-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil				
	Realizó	David Serrano	Simulación	17	Estación pluviográfica	UPB					
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	5							

Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
5177	0,61923	0,74249	TORB5	0,13	0,87	0,00	0,00	0,89	0,52	1,00	0,04	0,82	-0,82	0,00

Tabla A.2.17. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

x_0	Best x
0,92	0,13
0,22	0,89
0,15	0,52
0,55	0,04
0,42	0,82

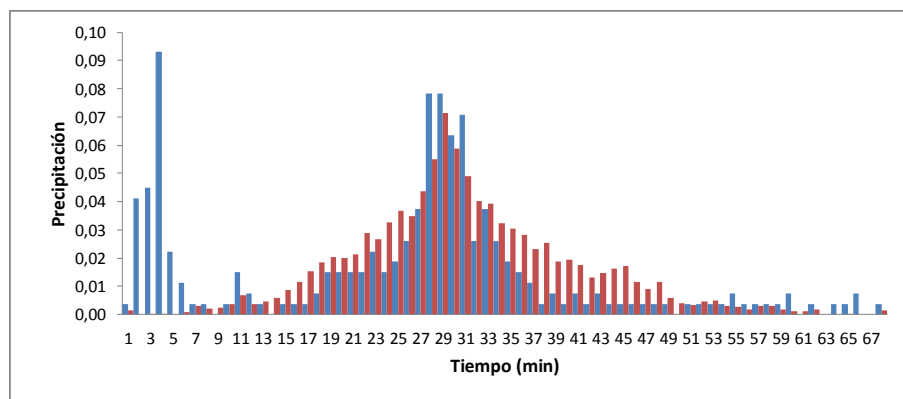


 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>										
	Fecha	12-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil				
	Realizó	David Serrano	Simulación	18	Estación pluviográfica	UPB					
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	5							


Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
5177	0,61923	0,74249	TORB5	0,13	0,87	0,00	0,00	0,89	0,52	1,00	0,04	0,82	-0,82	0,00

Tabla A.2.18. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

x_0	Best x
0,12	0,13
0,67	0,89
0,47	0,52
0,89	0,04
0,2	0,82



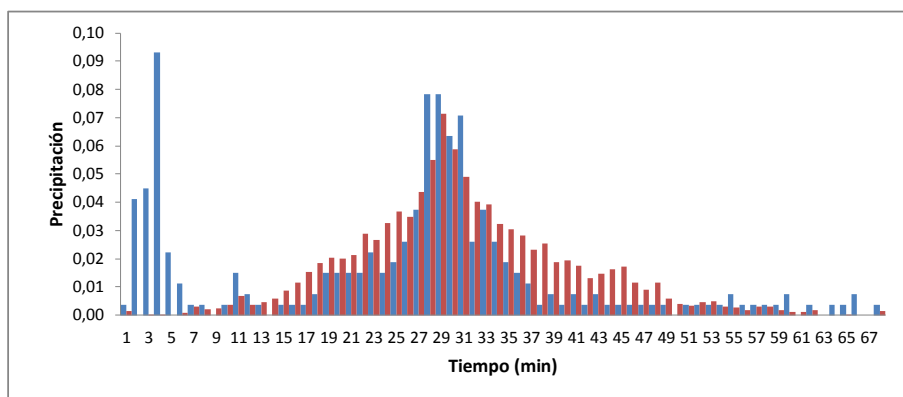



 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>					
	Fecha	12-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2
	Realizó	David Serrano	Simulación	19	Estación pluviográfica	UPB
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	5		
						Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil

Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
5177	0,61923	0,74249	TORB5	0,13	0,87	0,00	0,00	0,89	0,52	1,00	0,04	0,82	-0,82	0,00

Tabla A.2.19. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

X_0	Best x
0,4	0,13
0,2	0,89
-0,6	0,52
-0,8	0,04
0,1	0,82

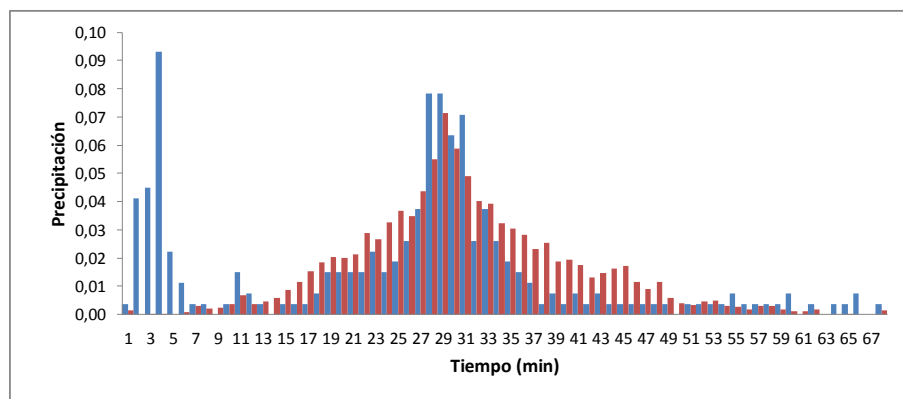


 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>					
	Fecha	12-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2
	Realizó	David Serrano	Simulación	20	Estación pluviográfica	UPB
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	5		
						Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil


Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
5177	0,61923	0,74249	TORB5	0,13	0,87	0,00	0,00	0,89	0,52	1,00	0,04	0,82	-0,82	0,00

Tabla A.2.20. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

X_0	Best x
0,7	0,13
0,49	0,89
-0,21	0,52
-0,14	0,04
0,56	0,82



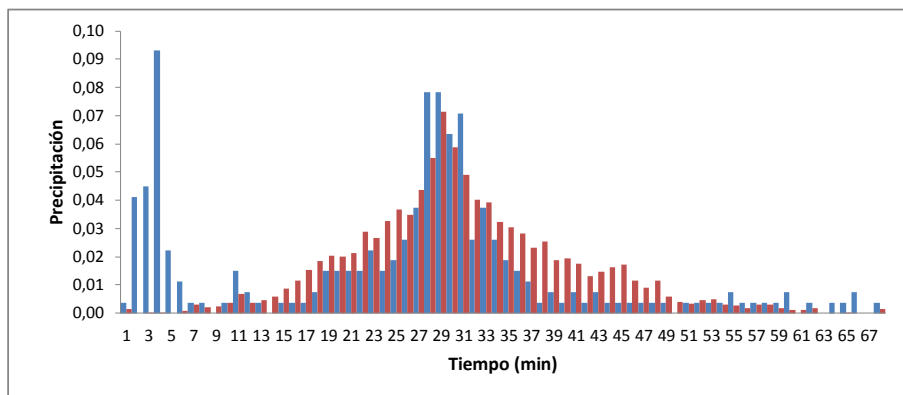



 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>										
	Fecha	12-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil				
	Realizó	David Serrano	Simulación	21	Estación pluviográfica	UPB					
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	5							

Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
5177	0,61923	0,74249	TORB5	0,13	0,87	0,00	0,00	0,89	0,52	1,00	0,04	0,82	-0,82	0,00

Tabla A.2.21. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

x_0	Best x
0,59	0,13
0,3	0,89
0,5	0,52
0,7	0,04
0	0,82

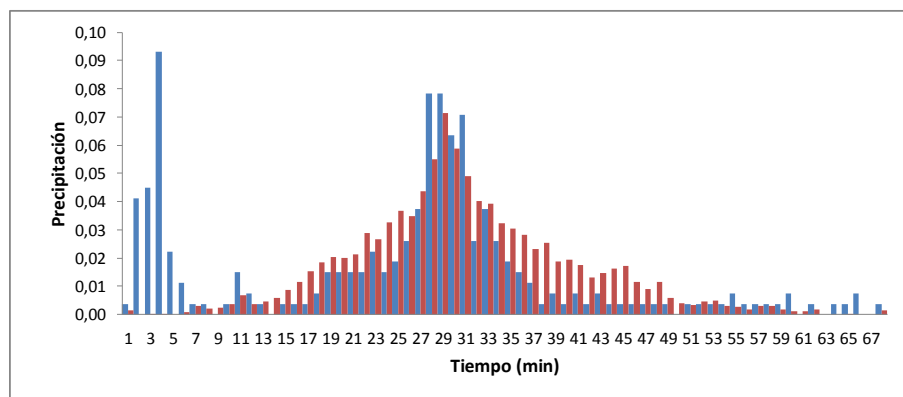


 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>										
	Fecha	12-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil				
	Realizó	David Serrano	Simulación	22	Estación pluviográfica	UPB					
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	5							


Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
5177	0,61923	0,74249	TORB5	0,13	0,87	0,00	0,00	0,89	0,52	1,00	0,04	0,82	-0,82	0,00

Tabla A.2.22. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

x_0	Best x
0,9	0,13
0,8	0,89
-0,7	0,52
-0,5	0,04
0,77	0,82



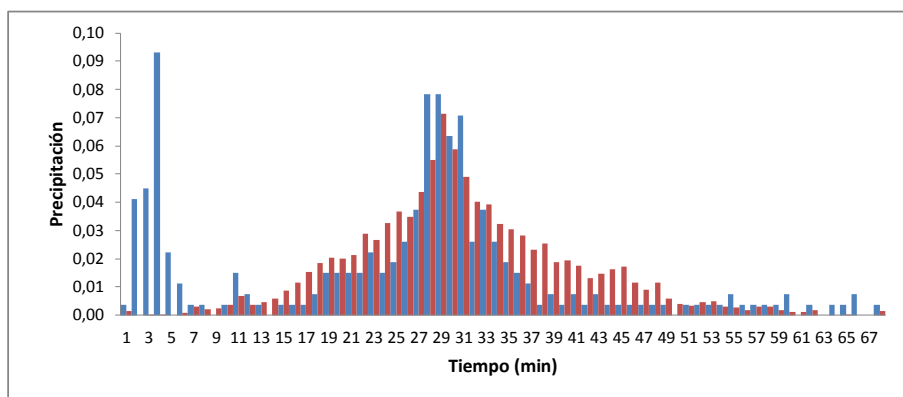



 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>										
	Fecha	12-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil				
	Realizó	David Serrano	Simulación	23	Estación pluviográfica	UPB					
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	5							

Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
5177	0,61923	0,74249	TORB5	0,13	0,87	0,00	0,00	0,89	0,52	1,00	0,04	0,82	-0,82	0,00

Tabla A.2.23. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

x_0	Best x
0,1	0,13
0,6	0,89
-0,2	0,52
0,1	0,04
0,1	0,82

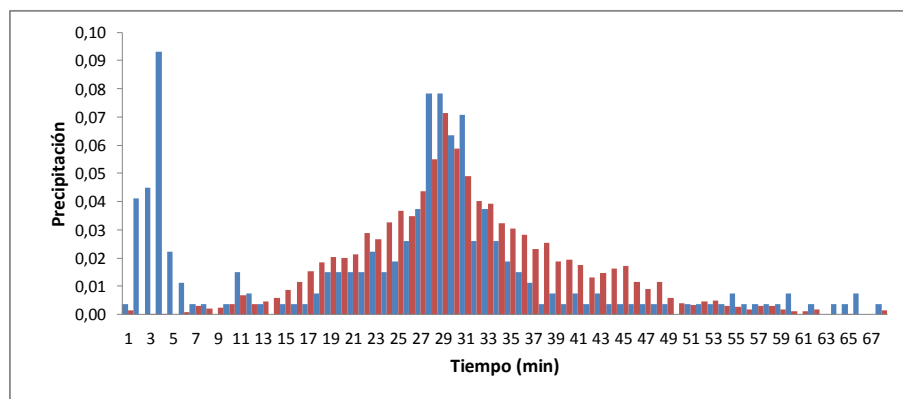


 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>										
	Fecha	12-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil				
	Realizó	David Serrano	Simulación	24	Estación pluviográfica	UPB					
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	5							


Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
5177	0,61923	0,74249	TORB5	0,13	0,87	0,00	0,00	0,89	0,52	1,00	0,04	0,82	-0,82	0,00

Tabla A.2.24. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

x_0	Best x
0,6	0,13
0,4	0,89
-0,9	0,52
-0,8	0,04
0,7	0,82



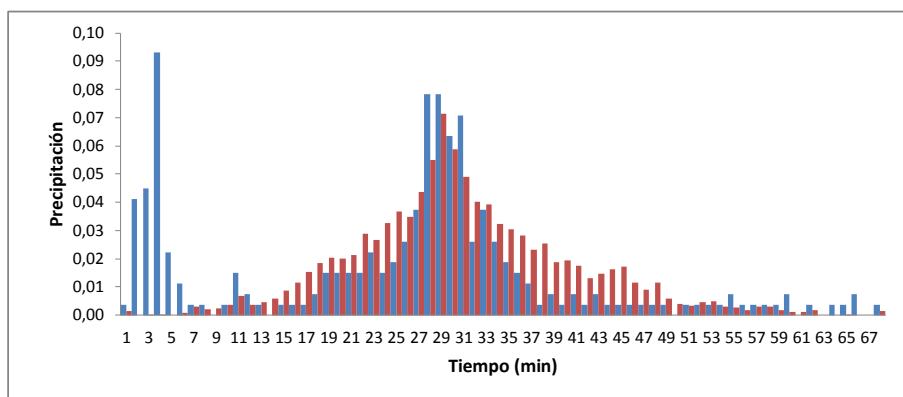



 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>										
	Fecha	12-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil				
	Realizó	David Serrano	Simulación	25	Estación pluviográfica	UPB					
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	5							

Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
5177	0,61923	0,74249	TORB5	0,13	0,87	0,00	0,00	0,89	0,52	1,00	0,04	0,82	-0,82	0,00

Tabla A.2.25. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

X_0	Best x
0,3	0,13
0,2	0,89
0,8	0,52
0,7	0,04
0	0,82

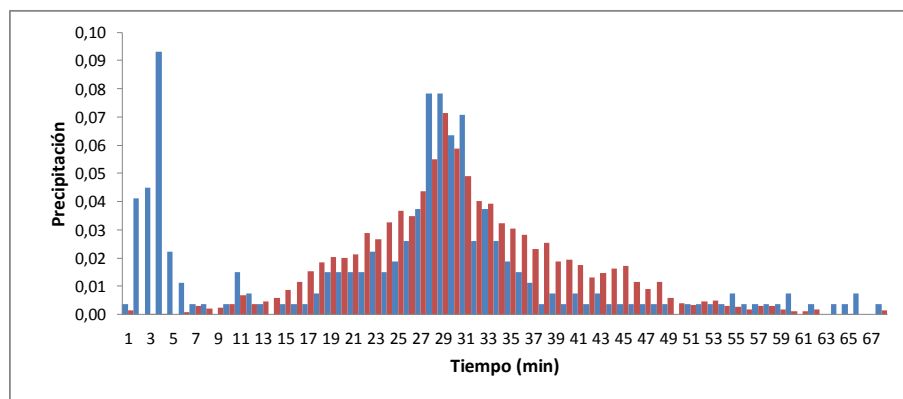


 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>										
	Fecha	12-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil				
	Realizó	David Serrano	Simulación	26	Estación pluviográfica	UPB					
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	5							


Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
5177	0,61923	0,74249	TORB5	0,13	0,87	0,00	0,00	0,89	0,52	1,00	0,04	0,82	-0,82	0,00

Tabla A.2.26. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

X_0	Best x
0,2	0,13
0,8	0,89
-0,2	0,52
-0,3	0,04
0,4	0,82



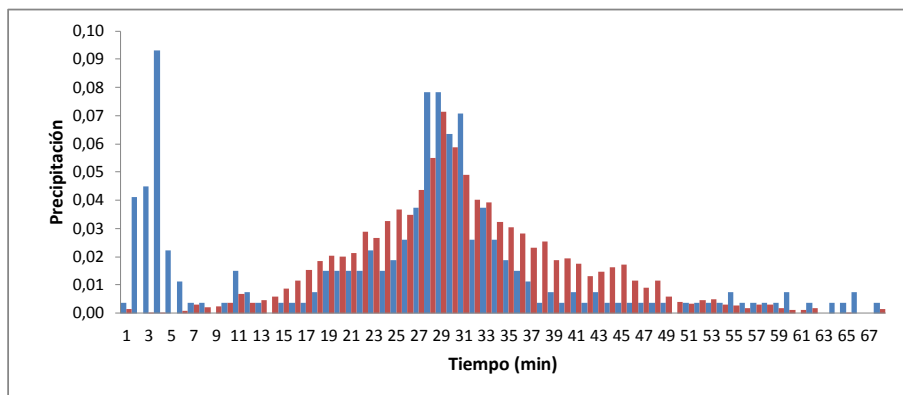



 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>										
	Fecha	12-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil				
	Realizó	David Serrano	Simulación	27	Estación pluviográfica	UPB					
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	5							

Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
5177	0,61923	0,74249	TORB5	0,13	0,87	0,00	0,00	0,89	0,52	1,00	0,04	0,82	-0,82	0,00

Tabla A.2.27. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

x_0	Best x
0,5	0,13
0,9	0,89
-0,6	0,52
0,7	0,04
1	0,82

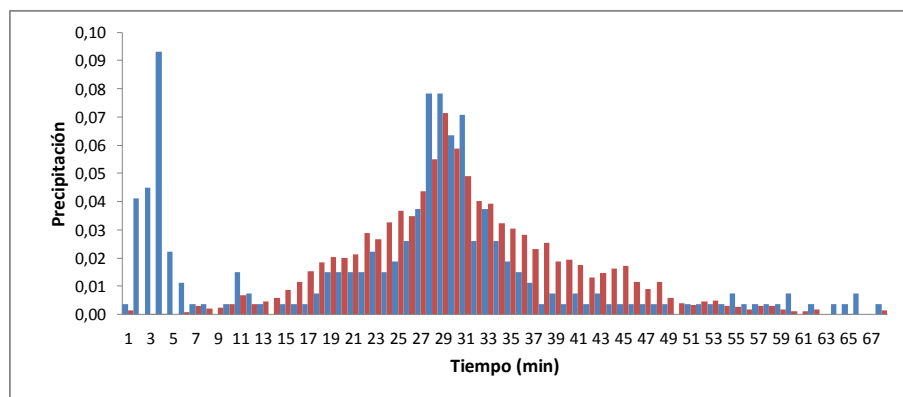


 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>										
	Fecha	12-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil				
	Realizó	David Serrano	Simulación	28	Estación pluviográfica	UPB					
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	5							


Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
5177	0,61923	0,74249	TORB5	0,13	0,87	0,00	0,00	0,89	0,52	1,00	0,04	0,82	-0,82	0,00

Tabla A.2.28. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

x_0	Best x
0,42	0,13
0	0,89
-0,1	0,52
-0,9	0,04
0,6	0,82



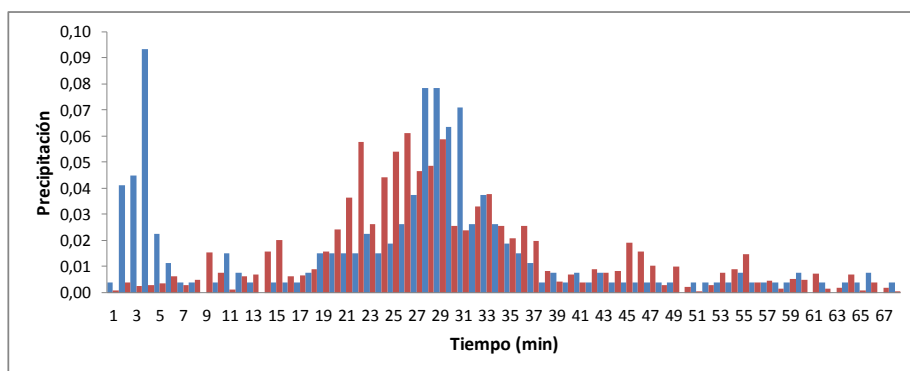



 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>						
	Fecha	13-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil
	Realizó	David Serrano	Simulación	29	Estación pluviográfica	UPB	
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	6			

Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
2764	0,73915	0,93551	TORB6	0,55	0,45	0,00	0,00	0,81	-0,93	1,00	0,73	-0,59	0,59	19,42

Tabla A.2.29. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

X_0	Best x
0,7	0,55
0,5	0,81
1	-0,93
-1	0,93
0,33	-0,59
300	19,42

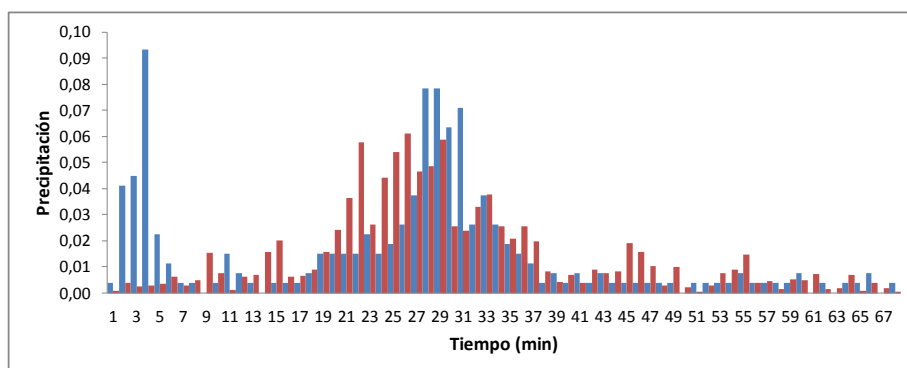


 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>						
	Fecha	13-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil
	Realizó	David Serrano	Simulación	30	Estación pluviográfica	UPB	
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	6			


Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
2764	0,73915	0,93551	TORB6	0,55	0,45	0,00	0,00	0,81	-0,93	1,00	0,73	-0,59	0,59	19,42

Tabla A.2.30. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

X_0	Best x
0,6	0,55
0,4	0,81
0,9	-0,93
-0,9	0,93
0,2	-0,59
50	19,42



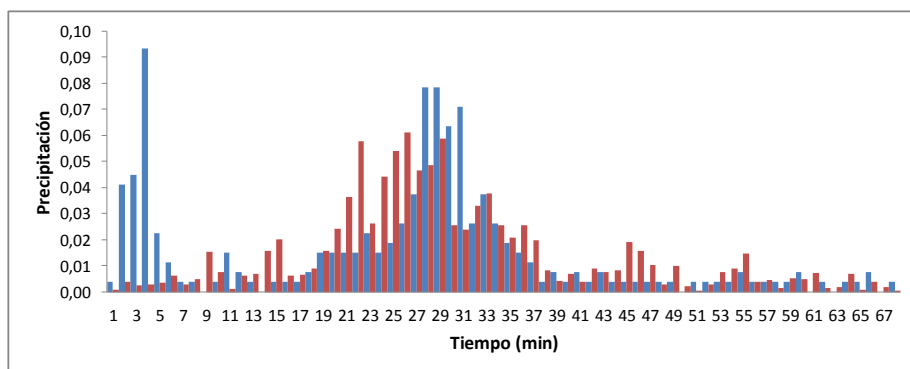



 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>						
	Fecha	13-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil
	Realizó	David Serrano	Simulación	31	Estación pluviográfica	UPB	
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	6			

Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
2764	0,73915	0,93551	TORB6	0,55	0,45	0,00	0,00	0,81	-0,93	1,00	0,73	-0,59	0,59	19,42

Tabla A.2.31. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

Xo	Best x
0,5	0,55
0,3	0,81
0,8	-0,93
-0,7	0,93
0,1	-0,59
200	19,42

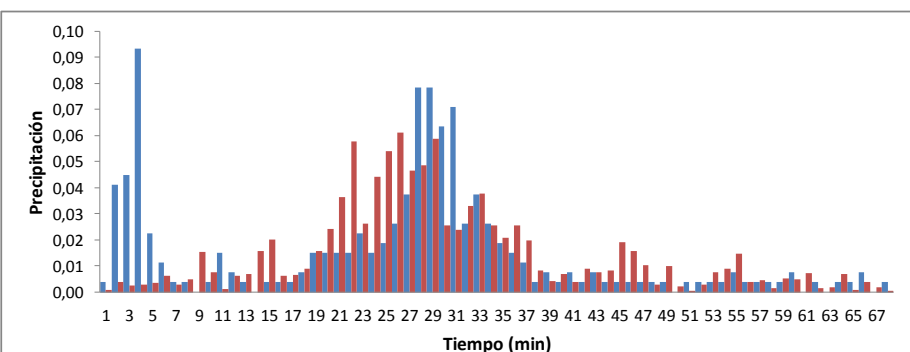


 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>						
	Fecha	13-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil
	Realizó	David Serrano	Simulación	32	Estación pluviográfica	UPB	
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	6			


Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
2764	0,73915	0,93551	TORB6	0,55	0,45	0,00	0,00	0,81	-0,93	1,00	0,73	-0,59	0,59	19,42

Tabla A.2.32. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

Xo	Best x
0,3	0,55
0	0,81
0,2	-0,93
-0,15	0,93
0,9	-0,59
25	19,42



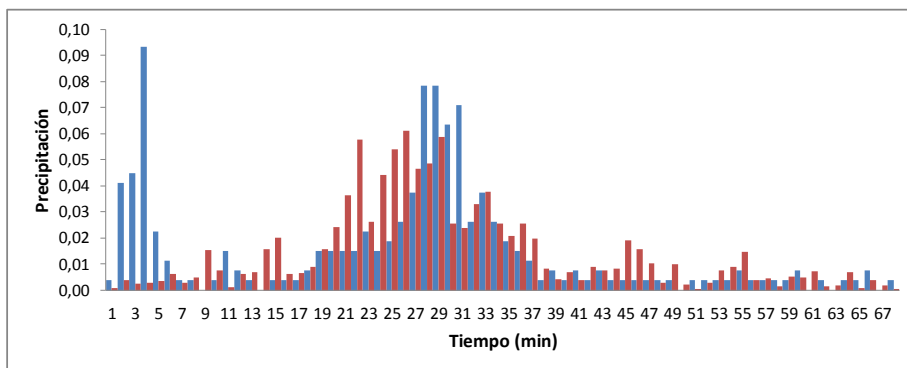



 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>									
	Fecha	13-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil			
	Realizó	David Serrano	Simulación	33	Estación pluviográfica	UPB				
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	6						

Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
2764	0,73915	0,93551	TORB6	0,55	0,45	0,00	0,00	0,81	-0,93	1,00	0,73	-0,59	0,59	19,42

Tabla A.2.33. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

x_0	Best x
0,4	0,55
0,3	0,81
0,7	-0,93
-0,6	0,93
0	-0,59
180	19,42

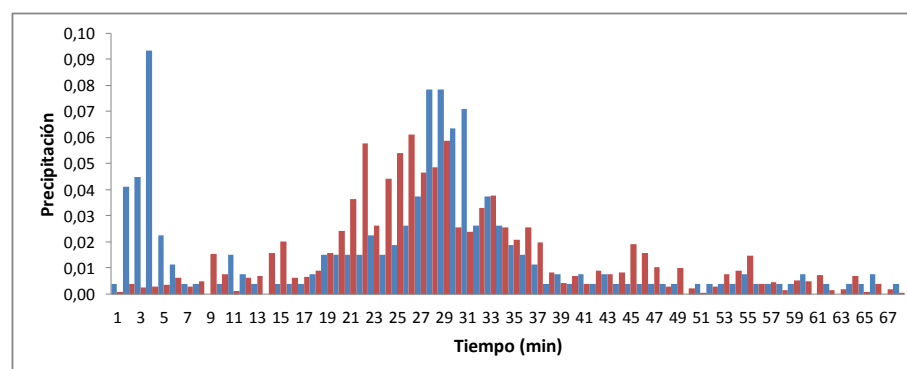


 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>									
	Fecha	13-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil			
	Realizó	David Serrano	Simulación	34	Estación pluviográfica	UPB				
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	6						

Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
2764	0,73915	0,93551	TORB6	0,55	0,45	0,00	0,00	0,81	-0,93	1,00	0,73	-0,59	0,59	19,42

Tabla A.2.34. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

x_0	Best x
0	0,55
0,8	0,81
0,55	-0,93
0,4	0,93
-0,3	-0,59
60	19,42





Universidad Pontificia Bolivariana

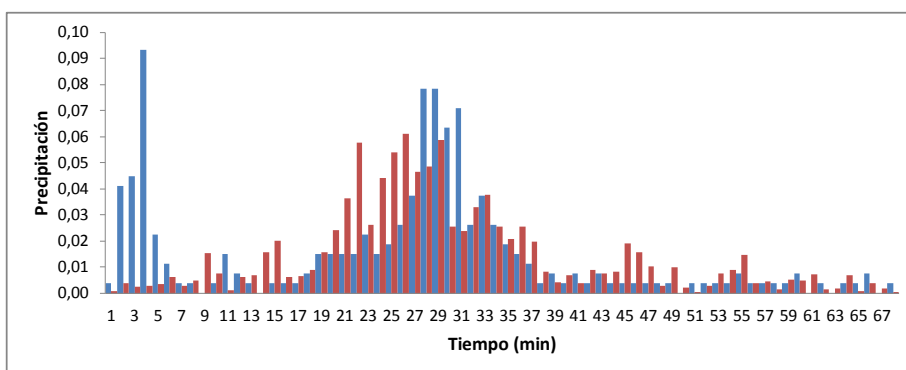
"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"

Fecha	13-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil
Realizó	David Serrano	Simulación	35	Estación pluviográfica	UPB	
Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	6			

Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
2764	0,73915	0,93551	TORB6	0,55	0,45	0,00	0,00	0,81	-0,93	1,00	0,73	-0,59	0,59	19,42

Tabla A.2.35. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

X_0	Best x
0,9	0,55
0,8	0,81
0,6	-0,93
-0,5	0,93
-0,2	-0,59
0	19,42



Universidad Pontificia Bolivariana

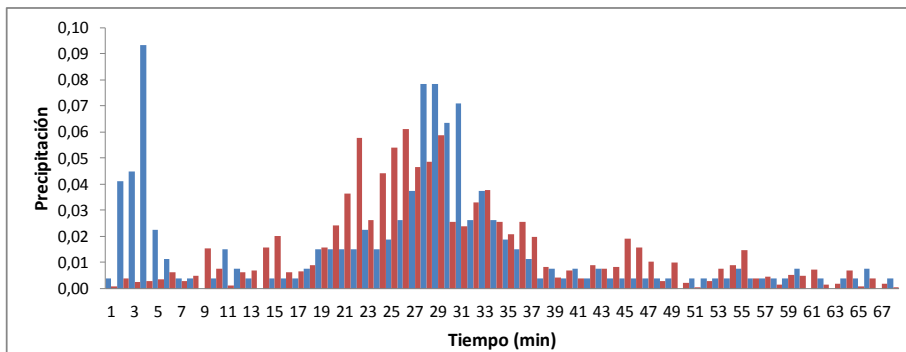
"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"

Fecha	13-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil
Realizó	David Serrano	Simulación	36	Estación pluviográfica	UPB	
Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	6			


Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
2764	0,73915	0,93551	TORB6	0,55	0,45	0,00	0,00	0,81	-0,93	1,00	0,73	-0,59	0,59	19,42

Tabla A.2.36. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

X_0	Best x
0,1	0,55
0,2	0,81
0,3	-0,93
0,4	0,93
0,5	-0,59
350	19,42



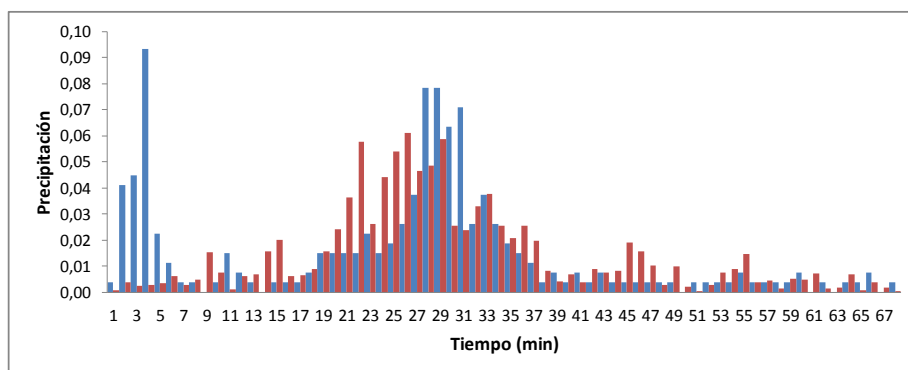



 Universidad Pontificia Bolivariana	"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"						
	Fecha	13-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil
	Realizó	David Serrano	Simulación	37	Estación pluviográfica	UPB	
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	6			

Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
2764	0,73915	0,93551	TORB6	0,55	0,45	0,00	0,00	0,81	-0,93	1,00	0,73	-0,59	0,59	19,42

Tabla A.2.37. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

X_0	Best x
0,2	0,55
0,6	0,81
0,4	-0,93
0,87	0,93
-0,2	-0,59
270	19,42

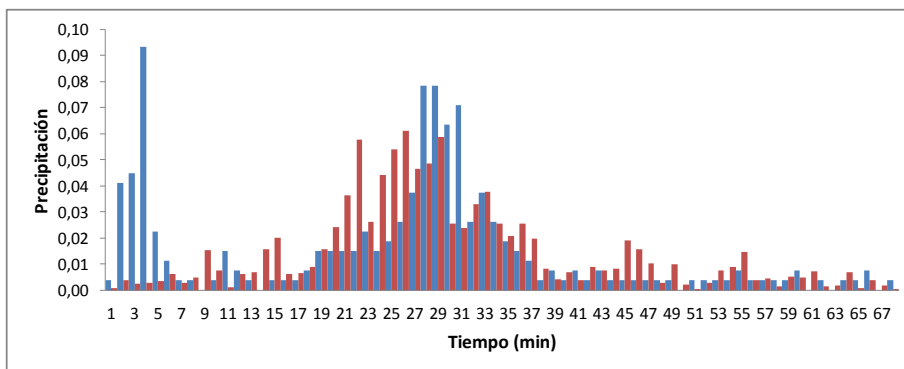


 Universidad Pontificia Bolivariana	"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"						
	Fecha	13-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil
	Realizó	David Serrano	Simulación	38	Estación pluviográfica	UPB	
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	6			


Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
2764	0,73915	0,93551	TORB6	0,55	0,45	0,00	0,00	0,81	-0,93	1,00	0,73	-0,59	0,59	19,42

Tabla A.2.38. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

X_0	Best x
0,7	0,55
0,9	0,81
0,2	-0,93
-0,5	0,93
-0,8	-0,59
240	19,42



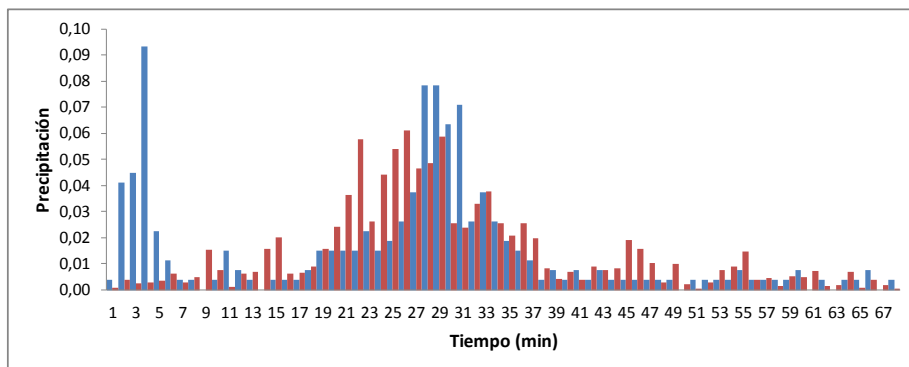



 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>						
	Fecha	13-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil
	Realizó	David Serrano	Simulación	39	Estación pluviográfica	UPB	
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	6			

Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
2764	0,73915	0,93551	TORB6	0,55	0,45	0,00	0,00	0,81	-0,93	1,00	0,73	-0,59	0,59	19,42

Tabla A.2.39. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

X_0	Best x
0,8	0,55
0,3	0,81
-0,6	-0,93
0,7	0,93
-0,1	-0,59
90	19,42

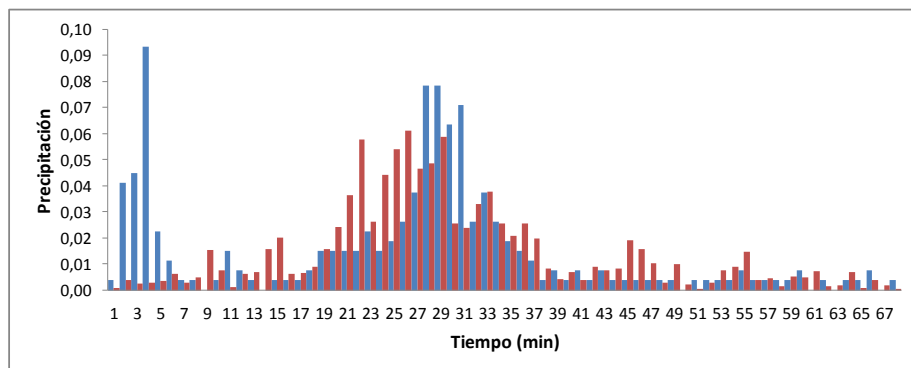


 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>						
	Fecha	13-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil
	Realizó	David Serrano	Simulación	40	Estación pluviográfica	UPB	
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	6			


Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
2764	0,73915	0,93551	TORB6	0,55	0,45	0,00	0,00	0,81	-0,93	1,00	0,73	-0,59	0,59	19,42

Tabla A.2.40. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

X_0	Best x
0,3	0,55
0,7	0,81
-0,2	-0,93
-0,5	0,93
0,4	-0,59
120	19,42



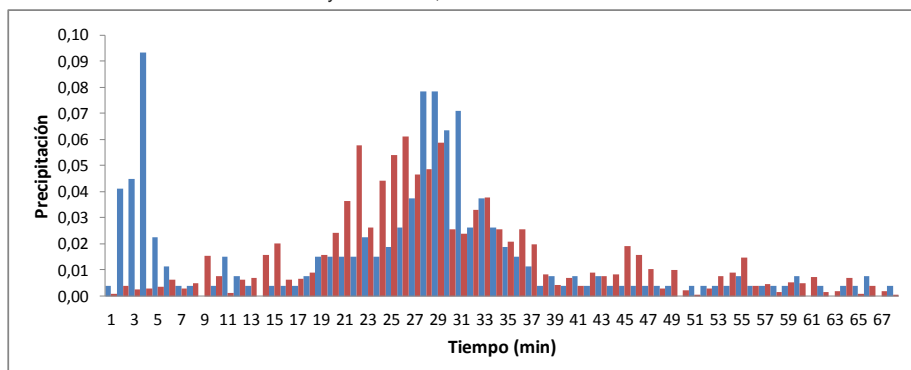



 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>						
	Fecha	13-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil
	Realizó	David Serrano	Simulación	41	Estación pluviográfica	UPB	
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	6			

Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
2764	0,73915	0,93551	TORB6	0,55	0,45	0,00	0,00	0,81	-0,93	1,00	0,73	-0,59	0,59	19,42

Tabla A.2.41. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

X_0	Best x
0,5	0,55
0,92	0,81
-0,8	-0,93
0	0,93
-0,9	-0,59
310	19,42

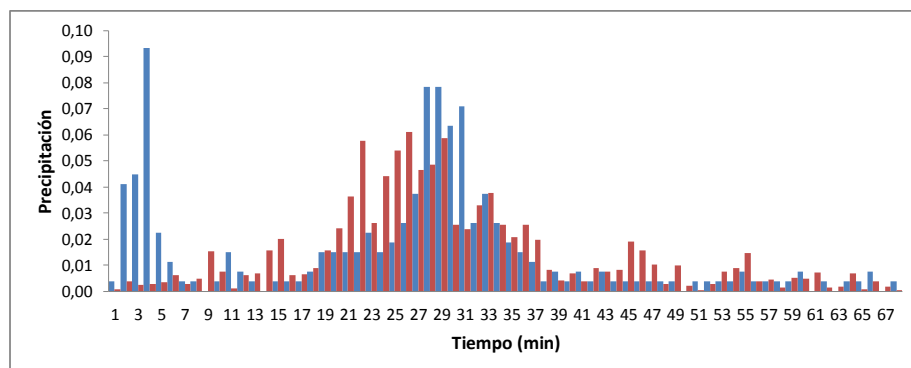


 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>						
	Fecha	13-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil
	Realizó	David Serrano	Simulación	42	Estación pluviográfica	UPB	
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	6			


Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
2764	0,73915	0,93551	TORB6	0,55	0,45	0,00	0,00	0,81	-0,93	1,00	0,73	-0,59	0,59	19,42

Tabla A.2.42. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

X_0	Best x
0,1	0,55
0,5	0,81
-1	-0,93
1	0,93
-0,8	-0,59
230	19,42



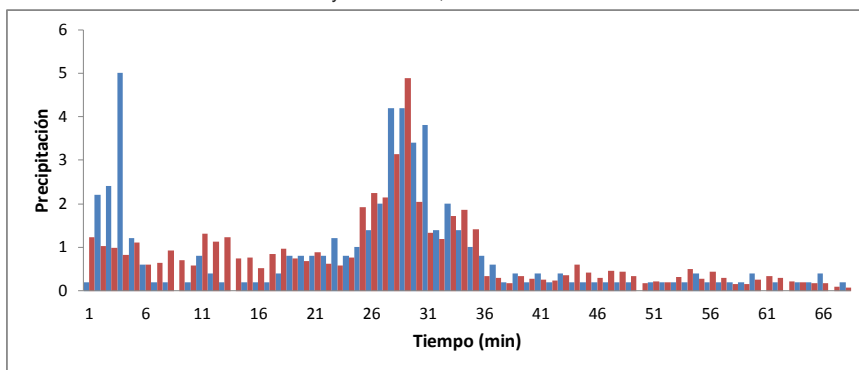



 Universidad Pontificia Bolivariana	"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"						
	Fecha	14-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil
	Realizó	David Serrano	Simulación	43	Estación pluviográfica	UPB	
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	7			

Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
2658	0,55695	0,9632	TORB7	0,49	0,51	0,00	0,00	0,39	0,28	1,00	0,15	-0,40	0,02	160

Tabla A.2.43. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

X_0	Best x
0,2	0,49
0,3	0,39
-0,5	0,28
-0,6	0,15
-0,45	-0,40
-0,1	0,02
90	160

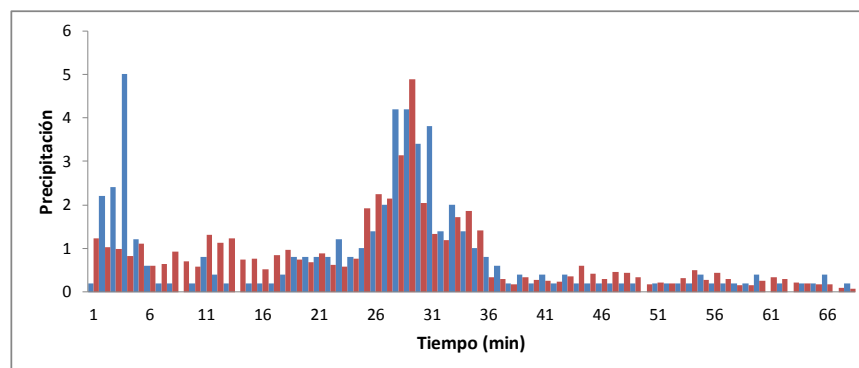


 Universidad Pontificia Bolivariana	"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"						
	Fecha	14-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil
	Realizó	David Serrano	Simulación	44	Estación pluviográfica	UPB	
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	7			


Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
2658	0,55695	0,9632	TORB7	0,49	0,51	0,00	0,00	0,39	0,28	1,00	0,15	-0,40	0,02	160

Tabla A.2.44. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

X_0	Best x
0,7	0,49
0,5	0,39
1	0,28
-1	0,15
0,33	-0,40
-0,77	0,02
180	160



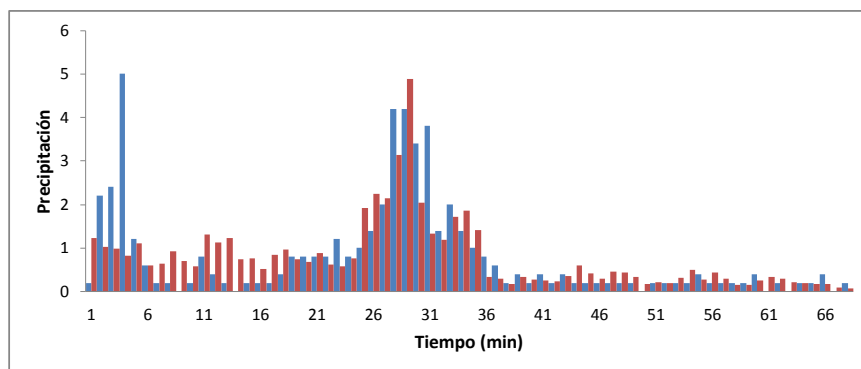



 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>										
	Fecha	14-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil				
	Realizó	David Serrano	Simulación	45	Estación pluviográfica	UPB					
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	7							

Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
2764	0,73915	0,93551	TORB6	0,55	0,45	0,00	0,00	0,81	-0,93	1,00	0,73	-0,59	0,59	19,42

Tabla A.2.45. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

Xo	Best x
0,1	0,49
0,4	0,39
-0,8	0,28
-0,5	0,15
-0,3	-0,40
0,6	0,02
270	160

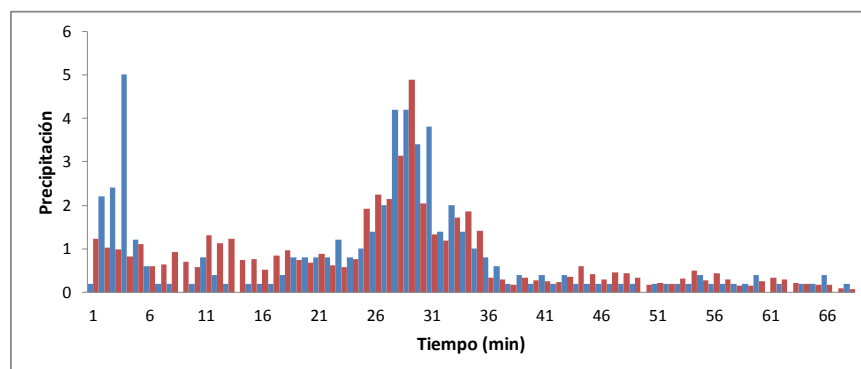


 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>										
	Fecha	14-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil				
	Realizó	David Serrano	Simulación	46	Estación pluviográfica	UPB					
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	7							


Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
2764	0,73915	0,93551	TORB6	0,55	0,45	0,00	0,00	0,81	-0,93	1,00	0,73	-0,59	0,59	19,42

Tabla A.2.46. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

Xo	Best x
0,3	0,49
0,7	0,39
0,1	0,28
0,4	0,15
-0,8	-0,40
-0,9	0,02
300	160



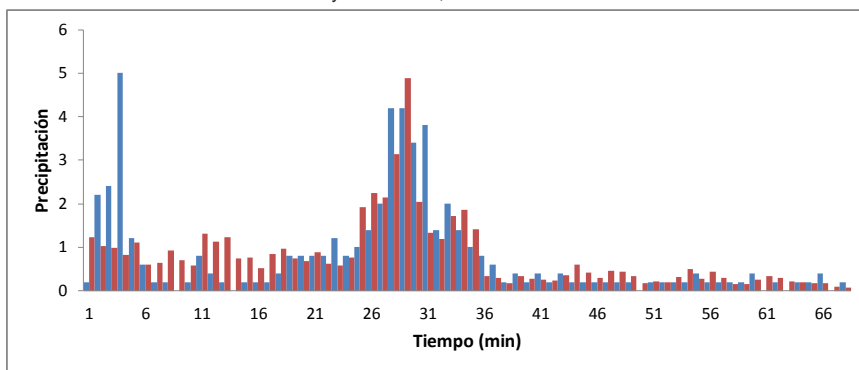



 Universidad Pontificia Bolivariana	"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"						
	Fecha	14-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil
	Realizó	David Serrano	Simulación	47	Estación pluviográfica	UPB	
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	7			

Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
2658	0,55695	0,9632	TORB7	0,49	0,51	0,00	0,00	0,39	0,28	1,00	0,15	-0,40	0,02	160

Tabla A.2.47. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

X_0	Best x
0,4	0,49
0,2	0,39
-0,3	0,28
-0,7	0,15
0,5	-0,40
0,3	0,02
350	160

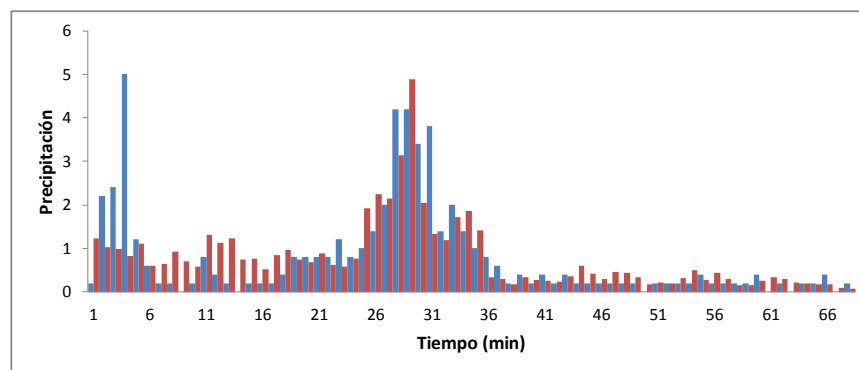


 Universidad Pontificia Bolivariana	"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"						
	Fecha	14-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil
	Realizó	David Serrano	Simulación	48	Estación pluviográfica	UPB	
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	7			


Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
2658	0,55695	0,9632	TORB7	0,49	0,51	0,00	0,00	0,39	0,28	1,00	0,15	-0,40	0,02	160

Tabla A.2.48. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

X_0	Best x
0,5	0,49
0,1	0,39
0,2	0,28
-0,9	0,15
0,25	-0,40
0,7	0,02
60	160



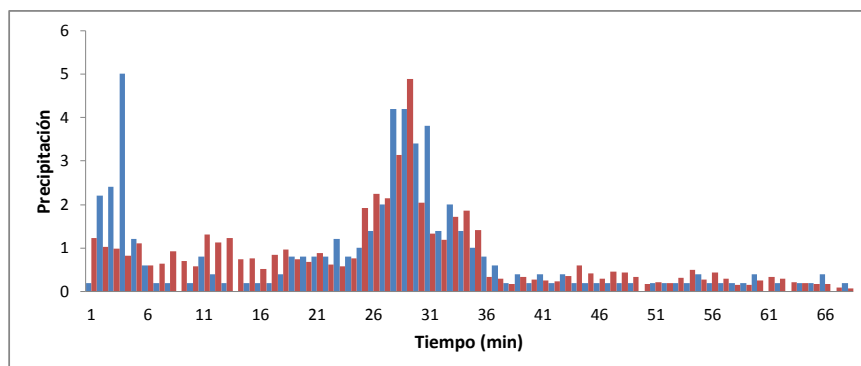



 Universidad Pontificia Bolivariana	"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"						
	Fecha	14-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil
	Realizó	David Serrano	Simulación	49	Estación pluviográfica	UPB	
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	7			

Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
2764	0,73915	0,93551	TORB6	0,55	0,45	0,00	0,00	0,81	-0,93	1,00	0,73	-0,59	0,59	19,42

Tabla A.2.49. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

Xo	Best x
0,6	0,49
0,5	0,39
-1	0,28
0,8	0,15
-0,4	-0,40
-0,6	0,02
230	160

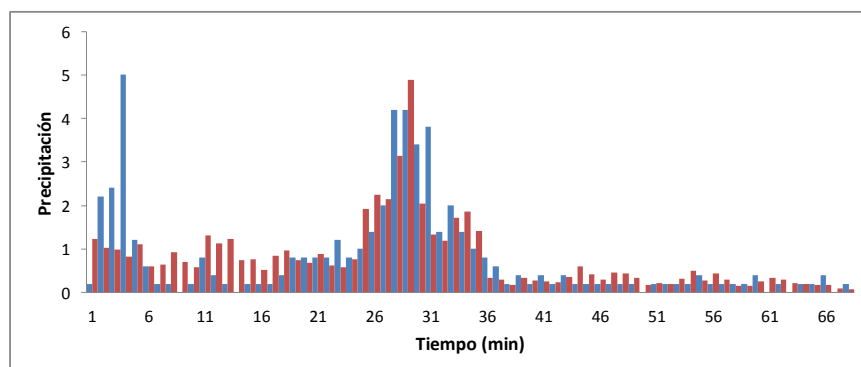


 Universidad Pontificia Bolivariana	"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"						
	Fecha	14-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil
	Realizó	David Serrano	Simulación	50	Estación pluviográfica	UPB	
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	7			


Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
2764	0,73915	0,93551	TORB6	0,55	0,45	0,00	0,00	0,81	-0,93	1,00	0,73	-0,59	0,59	19,42

Tabla A.2.50. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

Xo	Best x
0,7	0,49
0,3	0,39
0,6	0,28
-0,2	0,15
-0,73	-0,40
0,4	0,02
30	160



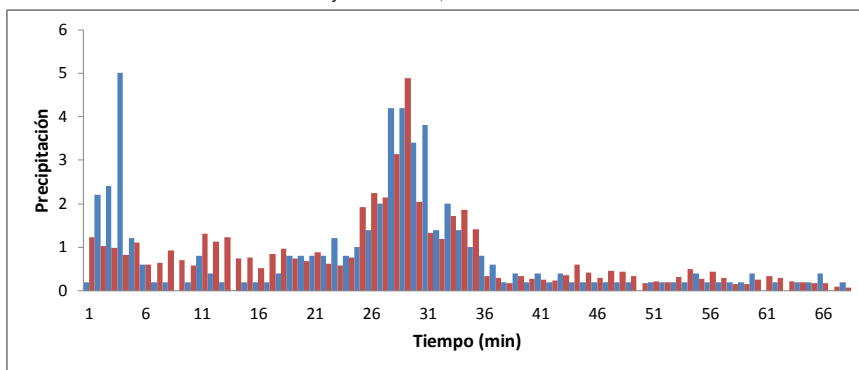



 Universidad Pontificia Bolivariana	"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"						
	Fecha	14-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil
	Realizó	David Serrano	Simulación	51	Estación pluviográfica	UPB	
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	7			

Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
2658	0,55695	0,9632	TORB7	0,49	0,51	0,00	0,00	0,39	0,28	1,00	0,15	-0,40	0,02	160

Tabla A.2.51. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

X_0	Best x
0,8	0,49
0,9	0,39
-0,5	0,28
0	0,15
-0,1	-0,40
0,8	0,02
150	160

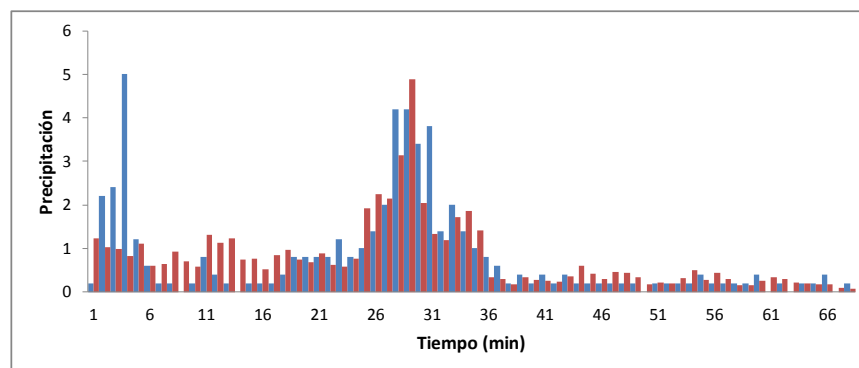


 Universidad Pontificia Bolivariana	"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"						
	Fecha	14-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil
	Realizó	David Serrano	Simulación	52	Estación pluviográfica	UPB	
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	7			


Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
2658	0,55695	0,9632	TORB7	0,49	0,51	0,00	0,00	0,39	0,28	1,00	0,15	-0,40	0,02	160

Tabla A.2.52. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

X_0	Best x
0,9	0,49
1	0,39
0,4	0,28
0,2	0,15
0,7	-0,40
-0,2	0,02
220	160



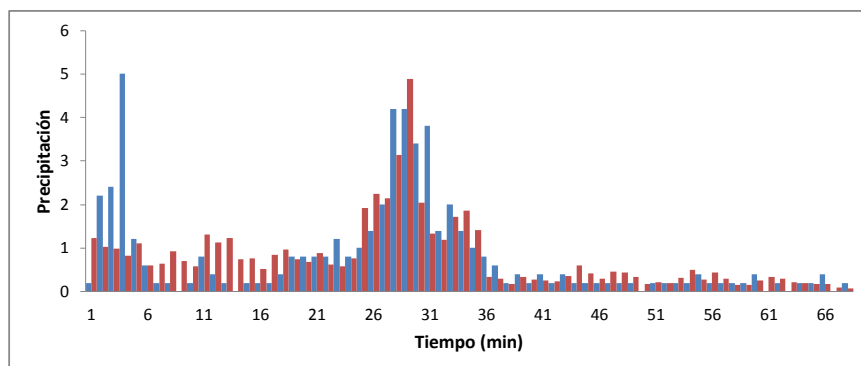



 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>						
	Fecha	14-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil
	Realizó	David Serrano	Simulación	53	Estación pluviográfica	UPB	
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	7			

Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
2764	0,73915	0,93551	TORB6	0,55	0,45	0,00	0,00	0,81	-0,93	1,00	0,73	-0,59	0,59	19,42

Tabla A.2.53. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

Xo	Best x
0,3	0,49
0	0,39
-0,9	0,28
-0,8	0,15
-0,7	-0,40
-0,6	0,02
145	160

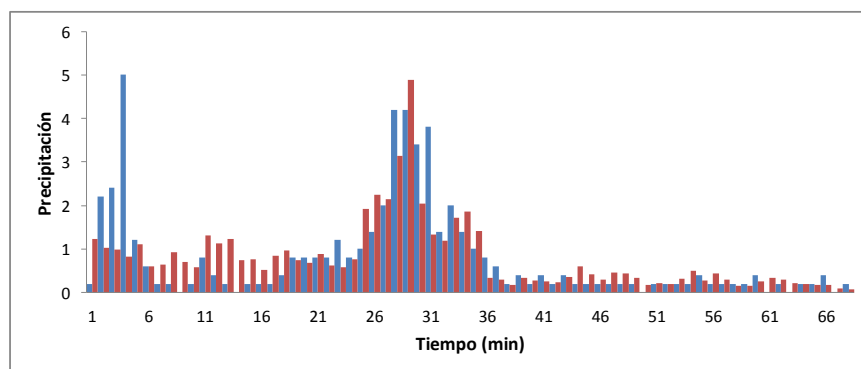


 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>						
	Fecha	14-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil
	Realizó	David Serrano	Simulación	54	Estación pluviográfica	UPB	
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	7			


Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
2764	0,73915	0,93551	TORB6	0,55	0,45	0,00	0,00	0,81	-0,93	1,00	0,73	-0,59	0,59	19,42

Tabla A.2.54. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

Xo	Best x
0,6	0,49
1	0,39
-1	0,28
-0,4	0,15
-0,3	-0,40
0,5	0,02
20	160



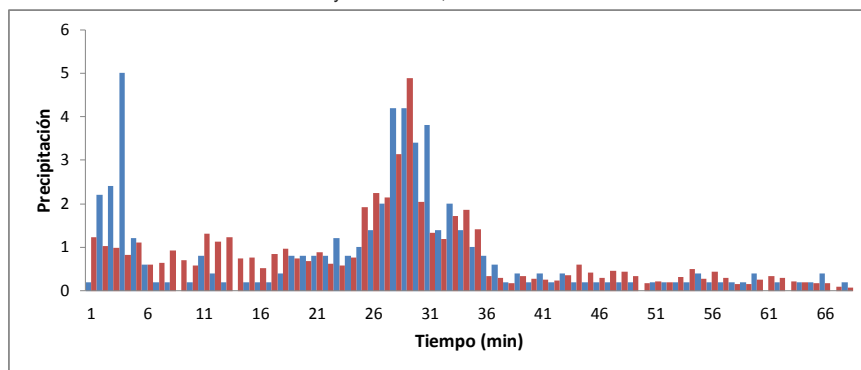



 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>										
	Fecha	14-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil				
	Realizó	David Serrano	Simulación	55	Estación pluviográfica	UPB					
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	7							

Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
2658	0,55695	0,9632	TORB7	0,49	0,51	0,00	0,00	0,39	0,28	1,00	0,15	-0,40	0,02	160

Tabla A.2.55. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

X_0	Best x
0,8	0,49
0,6	0,39
0,87	0,28
0,3	0,15
0,5	-0,40
0,1	0,02
195	160

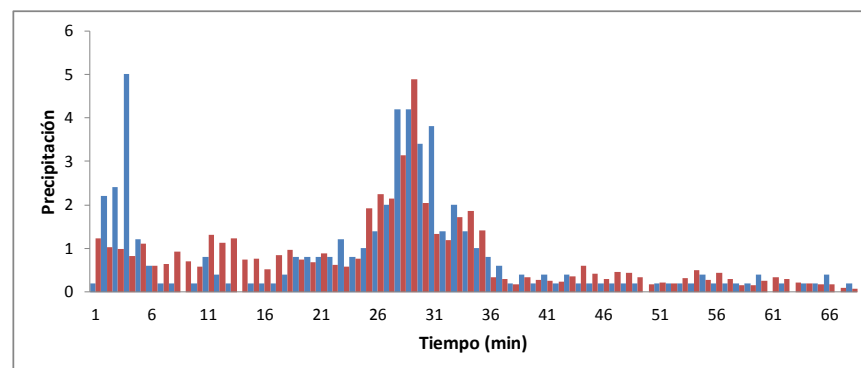


 Universidad Pontificia Bolivariana	<i>"Identificación de parámetros del modelo fractal-multifractal para el análisis de eventos de precipitación de corta duración"</i>										
	Fecha	14-dic-11	Laboratorio	D-305	Tormenta	2	Seccional Bucaramanga Ingeniería Civil				
	Realizó	David Serrano	Simulación	56	Estación pluviográfica	UPB					
	Revisó	Victor Peñaranda	Parámetros	7							

Trial	Best f	NGR	Grupo	p_1	q_1	x_0	y_0	x_1	y_1	x_2	y_2	d_1	d_2	theta
2658	0,55695	0,9632	TORB7	0,49	0,51	0,00	0,00	0,39	0,28	1,00	0,15	-0,40	0,02	160

Tabla A.2.56. Resultado de la simulación del evento de precipitación que se registró en la estación hidrometeorológica UPB, el día 13 de abril del año 2011. De acuerdo a la naturaleza del evento, la duración de la tormenta fue de 11 horas y 10 minutos, con una máxima intensidad observada de 30 mm/h.

X_0	Best x
0,2	0,49
0,7	0,39
0,9	0,28
0,4	0,15
0,6	-0,40
0	0,02
280	160





Anexo 3. Registro histórico diario de datos observados en la estación climatológica UPB

Fecha	Precipitación (mm)
01/05/2009	0,2
02/05/2009	15,4
03/05/2009	7,6
04/05/2009	41,4
05/05/2009	0
06/05/2009	0
07/05/2009	4,4
08/05/2009	1
09/05/2009	0,2
10/05/2009	0
11/05/2009	0
12/05/2009	0,4
13/05/2009	0
14/05/2009	8
15/05/2009	5,4
16/05/2009	4,6
17/05/2009	2,6
18/05/2009	0
19/05/2009	0,4
20/05/2009	9
21/05/2009	3
22/05/2009	1,4
23/05/2009	0
24/05/2009	0,2
25/05/2009	0
26/05/2009	0
27/05/2009	0
28/05/2009	0
29/05/2009	0
30/05/2009	0
31/05/2009	0
01/06/2009	0
02/06/2009	0
03/06/2009	0
04/06/2009	32,2
05/06/2009	2
06/06/2009	11,8
07/06/2009	0,4
08/06/2009	0,4
09/06/2009	3,6
10/06/2009	11,8
11/06/2009	1,8
12/06/2009	7,2
13/06/2009	14
14/06/2009	1,6
15/06/2009	0,4
16/06/2009	2,6
17/06/2009	0
18/06/2009	0,2
19/06/2009	0
20/06/2009	0,2
21/06/2009	1,2
22/06/2009	1,2
23/06/2009	8,2
24/06/2009	0,8
25/06/2009	0
26/06/2009	0
27/06/2009	0
28/06/2009	2,8
29/06/2009	0
30/06/2009	0
01/07/2009	11
02/07/2009	2,2
03/07/2009	0
04/07/2009	0
05/07/2009	0
06/07/2009	9
07/07/2009	0
08/07/2009	14
09/07/2009	0,2
10/07/2009	0,8



11/07/2009	0,2
12/07/2009	3,6
13/07/2009	0
14/07/2009	11
15/07/2009	0
16/07/2009	0
17/07/2009	1,4
18/07/2009	0,6
19/07/2009	1,2
20/07/2009	0,2
21/07/2009	2,4
22/07/2009	0
23/07/2009	0
24/07/2009	0
25/07/2009	0
26/07/2009	0
27/07/2009	0
28/07/2009	13,8
29/07/2009	1,4
30/07/2009	2
31/07/2009	1,8
01/08/2009	2,2
02/08/2009	0
03/08/2009	0
04/08/2009	3,2
05/08/2009	0
06/08/2009	34,6
07/08/2009	0,2
08/08/2009	0,2
09/08/2009	16
10/08/2009	0,6
11/08/2009	4,8
12/08/2009	9
13/08/2009	3
14/08/2009	0,2
15/08/2009	34,8
16/08/2009	5,2
17/08/2009	37,2
18/08/2009	0,8
19/08/2009	2,4

20/08/2009	0,2
21/08/2009	2,8
22/08/2009	0
23/08/2009	4,2
24/08/2009	0,8
25/08/2009	0,4
26/08/2009	0
27/08/2009	0
28/08/2009	13
29/08/2009	1,4
30/08/2009	3,2
31/08/2009	0,2
01/09/2009	0,2
02/09/2009	9,8
03/09/2009	6,8
04/09/2009	0,2
05/09/2009	0
06/09/2009	0
07/09/2009	0,2
08/09/2009	0
09/09/2009	0,4
10/09/2009	0
11/09/2009	2
12/09/2009	3,6
13/09/2009	1,8
14/09/2009	14,4
15/09/2009	0,4
16/09/2009	0,2
17/09/2009	5,2
18/09/2009	0,2
19/09/2009	0
20/09/2009	0
21/09/2009	0
22/09/2009	0,8
23/09/2009	0
24/09/2009	0
25/09/2009	22,2
26/09/2009	0,2
27/09/2009	0,4
28/09/2009	1,2



29/09/2009	0
30/09/2009	0
01/10/2009	1,8
02/10/2009	7,8
03/10/2009	12
04/10/2009	0,6
05/10/2009	0
06/10/2009	3,4
07/10/2009	0
08/10/2009	0
09/10/2009	0
10/10/2009	0
11/10/2009	2,4
12/10/2009	0,6
13/10/2009	3,8
14/10/2009	6,4
15/10/2009	0,2
16/10/2009	0
17/10/2009	0,2
18/10/2009	2
19/10/2009	0,8
20/10/2009	25,6
21/10/2009	8,4
22/10/2009	0
23/10/2009	0
24/10/2009	10
25/10/2009	0,8
26/10/2009	0
27/10/2009	0
28/10/2009	26
29/10/2009	3,4
30/10/2009	13,2
31/10/2009	4,4
01/11/2009	18
02/11/2009	13
03/11/2009	32,8
04/11/2009	55,8
05/11/2009	14
06/11/2009	0,6
07/11/2009	0

08/11/2009	0
09/11/2009	1
10/11/2009	0
11/11/2009	1,4
12/11/2009	10,2
13/11/2009	1,6
14/11/2009	14,4
15/11/2009	3,6
16/11/2009	2,4
17/11/2009	0
18/11/2009	0
19/11/2009	0
20/11/2009	0
21/11/2009	0
22/11/2009	0
23/11/2009	0
24/11/2009	0
25/11/2009	0
26/11/2009	0
27/11/2009	0
28/11/2009	0
29/11/2009	0
30/11/2009	0
01/12/2009	0
02/12/2009	0
03/12/2009	0
04/12/2009	0
05/12/2009	0
06/12/2009	0
07/12/2009	0
08/12/2009	0
09/12/2009	1,4
10/12/2009	14
11/12/2009	0,2
12/12/2009	0
13/12/2009	0
14/12/2009	0
15/12/2009	0
16/12/2009	0
17/12/2009	0



18/12/2009	8
19/12/2009	11,4
20/12/2009	5
21/12/2009	0
22/12/2009	0
23/12/2009	0
24/12/2009	0
25/12/2009	0,6
26/12/2009	0
27/12/2009	0
28/12/2009	0
29/12/2009	0
30/12/2009	0
31/12/2009	0
01/01/2010	0
02/01/2010	0
03/01/2010	0
04/01/2010	0
05/01/2010	0
06/01/2010	0
07/01/2010	0,8
08/01/2010	0
09/01/2010	0
10/01/2010	0
11/01/2010	0
12/01/2010	0
13/01/2010	0
14/01/2010	0
15/01/2010	0
16/01/2010	0
17/01/2010	0
18/01/2010	0
19/01/2010	0
20/01/2010	0
21/01/2010	0
22/01/2010	0
23/01/2010	0
24/01/2010	6
25/01/2010	0
26/01/2010	0

27/01/2010	0
28/01/2010	0
29/01/2010	0
30/01/2010	0
31/01/2010	0
01/02/2010	0
02/02/2010	0
03/02/2010	0
04/02/2010	0
05/02/2010	0
06/02/2010	0
07/02/2010	0,8
08/02/2010	2,6
09/02/2010	47,2
10/02/2010	0
11/02/2010	0
12/02/2010	0
13/02/2010	36,6
14/02/2010	0,6
15/02/2010	0
16/02/2010	4,2
17/02/2010	7
18/02/2010	2,6
19/02/2010	0
20/02/2010	0
21/02/2010	0,4
22/02/2010	1,8
23/02/2010	3,4
24/02/2010	0
25/02/2010	14,6
26/02/2010	0,6
27/02/2010	0,2
28/02/2010	0
01/03/2010	0
02/03/2010	0
03/03/2010	0
04/03/2010	0
05/03/2010	0,6
06/03/2010	0,2
07/03/2010	0



08/03/2010	0,2
09/03/2010	0
10/03/2010	0
11/03/2010	0
12/03/2010	0
13/03/2010	0
14/03/2010	0
15/03/2010	0
16/03/2010	0
17/03/2010	0
18/03/2010	0
19/03/2010	0
20/03/2010	0
21/03/2010	0
22/03/2010	0
23/03/2010	0
24/03/2010	0
25/03/2010	0,8
26/03/2010	0
27/03/2010	0
28/03/2010	0
29/03/2010	0
30/03/2010	0,8
31/03/2010	0
01/04/2010	0
02/04/2010	0
03/04/2010	9,8
04/04/2010	0
05/04/2010	0,8
06/04/2010	0
07/04/2010	0
08/04/2010	0
09/04/2010	27,6
10/04/2010	0,2
11/04/2010	0
12/04/2010	33,6
13/04/2010	0,8
14/04/2010	5,8
15/04/2010	0
16/04/2010	15,4

17/04/2010	0
18/04/2010	0
19/04/2010	4,8
20/04/2010	0,8
21/04/2010	0
22/04/2010	0
23/04/2010	0
24/04/2010	0
25/04/2010	0,6
26/04/2010	0,2
27/04/2010	0
28/04/2010	1
29/04/2010	9,8
30/04/2010	0
01/05/2010	1,4
02/05/2010	2,4
03/05/2010	46,6
04/05/2010	19,6
05/05/2010	0,6
06/05/2010	0,4
07/05/2010	0
08/05/2010	9
09/05/2010	14,4
10/05/2010	5,6
11/05/2010	0,4
12/05/2010	5,8
13/05/2010	8,2
14/05/2010	0,2
15/05/2010	0,6
16/05/2010	0
17/05/2010	6,2
18/05/2010	1,2
19/05/2010	0,2
20/05/2010	2,4
21/05/2010	4
22/05/2010	46,2
23/05/2010	0,2
24/05/2010	3,6
25/05/2010	5,8
26/05/2010	1,8



27/05/2010	85,4
28/05/2010	1,6
29/05/2010	4,6
30/05/2010	13,8
31/05/2010	8,2
01/06/2010	0,2
02/06/2010	0
03/06/2010	0
04/06/2010	9
05/06/2010	0,2
06/06/2010	1
07/06/2010	5,6
08/06/2010	0,6
09/06/2010	2,8
10/06/2010	1,4
11/06/2010	39
12/06/2010	1,8
13/06/2010	4,4
14/06/2010	7,8
15/06/2010	1,6
16/06/2010	0,2
17/06/2010	0,6
18/06/2010	0
19/06/2010	0
20/06/2010	20,2
21/06/2010	0
22/06/2010	12,2
23/06/2010	0
24/06/2010	1
25/06/2010	6,8
26/06/2010	0
27/06/2010	0
28/06/2010	0
29/06/2010	0
30/06/2010	0
01/07/2010	0
02/07/2010	0
03/07/2010	0
04/07/2010	0
05/07/2010	0

06/07/2010	0
07/07/2010	3,8
08/07/2010	0
09/07/2010	2,2
10/07/2010	0
11/07/2010	1,4
12/07/2010	0
13/07/2010	0
14/07/2010	0
15/07/2010	0,2
16/07/2010	0,8
17/07/2010	0
18/07/2010	0
19/07/2010	0
20/07/2010	0,2
21/07/2010	0
22/07/2010	0
23/07/2010	0
24/07/2010	0
25/07/2010	0
26/07/2010	0
27/07/2010	0
28/07/2010	2,4
29/07/2010	0
30/07/2010	0
31/07/2010	0
01/08/2010	0,6
02/08/2010	0,2
03/08/2010	2,6
04/08/2010	0
05/08/2010	10,8
06/08/2010	0,4
07/08/2010	0
08/08/2010	2,8
09/08/2010	2,4
10/08/2010	2
11/08/2010	2,6
12/08/2010	1,4
13/08/2010	1,4
14/08/2010	11,2



15/08/2010	1,4
16/08/2010	0
17/08/2010	0,4
18/08/2010	0
19/08/2010	0,8
20/08/2010	1,8
21/08/2010	0,6
22/08/2010	0,4
23/08/2010	0,2
24/08/2010	18,8
25/08/2010	0
26/08/2010	0,6
27/08/2010	12,2
28/08/2010	1,6
29/08/2010	0,2
30/08/2010	1,2
31/08/2010	1
01/09/2010	5,8
02/09/2010	0,2
03/09/2010	0
04/09/2010	9,6
05/09/2010	0,8
06/09/2010	0
07/09/2010	2,8
08/09/2010	11
09/09/2010	1
10/09/2010	0
11/09/2010	1,2
12/09/2010	11,2
13/09/2010	0
14/09/2010	0,4
15/09/2010	0,2
16/09/2010	8,6
17/09/2010	11,8
18/09/2010	8,4
19/09/2010	18,4
20/09/2010	0,2
21/09/2010	8,4
22/09/2010	59,4
23/09/2010	1,6

24/09/2010	10
25/09/2010	11,2
26/09/2010	5
27/09/2010	12,4
28/09/2010	19,6
29/09/2010	16,6
30/09/2010	5,6
01/10/2010	5
02/10/2010	22,2
03/10/2010	0,2
04/10/2010	2,2
05/10/2010	3,6
06/10/2010	17,4
07/10/2010	1,4
08/10/2010	4,6
09/10/2010	0,2
10/10/2010	0
11/10/2010	0
12/10/2010	0,6
13/10/2010	0
14/10/2010	0,2
15/10/2010	7,6
16/10/2010	0,8
17/10/2010	13,4
18/10/2010	1,2
19/10/2010	0
20/10/2010	2,6
21/10/2010	4,4
22/10/2010	0
23/10/2010	0,6
24/10/2010	1,2
25/10/2010	0
26/10/2010	0
27/10/2010	0
28/10/2010	0
29/10/2010	0
30/10/2010	0
31/10/2010	0
01/11/2010	3,6
02/11/2010	10



03/11/2010	1,4
04/11/2010	0
05/11/2010	5,8
06/11/2010	13
07/11/2010	6,2
08/11/2010	10
09/11/2010	16,6
10/11/2010	2,4
11/11/2010	0
12/11/2010	17,2
13/11/2010	2,4
14/11/2010	81,8
15/11/2010	2,6
16/11/2010	1,2
17/11/2010	6,8
18/11/2010	1,6
19/11/2010	0
20/11/2010	1
21/11/2010	0
22/11/2010	0
23/11/2010	12
24/11/2010	25,6
25/11/2010	0,2
26/11/2010	0
27/11/2010	6
28/11/2010	0,4
29/11/2010	94
30/11/2010	0,6
01/12/2010	4,8
02/12/2010	0
03/12/2010	0
04/12/2010	15,6
05/12/2010	0
06/12/2010	0,2
07/12/2010	0,4
08/12/2010	0
09/12/2010	0,2
10/12/2010	2,4
11/12/2010	0
12/12/2010	2,6

13/12/2010	9,2
14/12/2010	0,6
15/12/2010	11,6
16/12/2010	3,2
17/12/2010	0
18/12/2010	0,2
19/12/2010	38,2
20/12/2010	66
21/12/2010	2,6
22/12/2010	0
23/12/2010	0,4
24/12/2010	0
25/12/2010	0
26/12/2010	0
27/12/2010	0
28/12/2010	0
29/12/2010	0
30/12/2010	0
31/12/2010	0
01/01/2011	0
02/01/2011	0
03/01/2011	0,2
04/01/2011	0
05/01/2011	0,2
06/01/2011	0
07/01/2011	4,8
08/01/2011	0,2
09/01/2011	0
10/01/2011	0,2
11/01/2011	0
12/01/2011	0
13/01/2011	0
14/01/2011	0
15/01/2011	0
16/01/2011	0,6
17/01/2011	1,4
18/01/2011	0
19/01/2011	0
20/01/2011	0
21/01/2011	0



22/01/2011	0
23/01/2011	0
24/01/2011	0
25/01/2011	0
26/01/2011	0
27/01/2011	0
28/01/2011	0
29/01/2011	0
30/01/2011	0
31/01/2011	0
01/02/2011	0
02/02/2011	0
03/02/2011	0
04/02/2011	0
05/02/2011	0
06/02/2011	0
07/02/2011	0
08/02/2011	0,2
09/02/2011	14,4
10/02/2011	0
11/02/2011	2,8
12/02/2011	0,2
13/02/2011	17,8
14/02/2011	0
15/02/2011	0
16/02/2011	0
17/02/2011	0
18/02/2011	20,8
19/02/2011	20,6
20/02/2011	20,2
21/02/2011	0
22/02/2011	0
23/02/2011	0
24/02/2011	10,2
25/02/2011	0
26/02/2011	0
27/02/2011	0,8
28/02/2011	4,2
01/03/2011	4,8
02/03/2011	14

03/03/2011	14,6
04/03/2011	0,6
05/03/2011	0,2
06/03/2011	14,2
07/03/2011	0
08/03/2011	0,2
09/03/2011	0,2
10/03/2011	9,8
11/03/2011	0,2
12/03/2011	0
13/03/2011	4,2
14/03/2011	2
15/03/2011	0
16/03/2011	14,4
17/03/2011	0
18/03/2011	2,4
19/03/2011	0,6
20/03/2011	7,2
21/03/2011	4
22/03/2011	0
23/03/2011	31,4
24/03/2011	18
25/03/2011	9
26/03/2011	1,6
27/03/2011	0,2
28/03/2011	0
29/03/2011	0,4
30/03/2011	0,2
31/03/2011	0
01/04/2011	0,4
02/04/2011	0
03/04/2011	16,2
04/04/2011	0,2
05/04/2011	0
06/04/2011	7,2
07/04/2011	0
08/04/2011	0,8
09/04/2011	0,2
10/04/2011	3,6
11/04/2011	0



12/04/2011	34
13/04/2011	40
14/04/2011	0
15/04/2011	13,6
16/04/2011	15
17/04/2011	1,2
18/04/2011	0,2
19/04/2011	0,2
20/04/2011	0,4
21/04/2011	0,6
22/04/2011	0,8
23/04/2011	0,4
24/04/2011	0,2
25/04/2011	0,4
26/04/2011	0,2
27/04/2011	0,2
28/04/2011	0,2
29/04/2011	0
30/04/2011	0,6
01/05/2011	5,8
02/05/2011	13,4
03/05/2011	5,4
04/05/2011	1,8
05/05/2011	6,6
06/05/2011	1,2
07/05/2011	0,2
08/05/2011	0
09/05/2011	19,4
10/05/2011	8,4
11/05/2011	1,6
12/05/2011	0
13/05/2011	5,8
14/05/2011	11,4
15/05/2011	1
16/05/2011	35,8
17/05/2011	26,6
18/05/2011	4,8
19/05/2011	1,2
20/05/2011	5,6
21/05/2011	1,4

22/05/2011	8,8
23/05/2011	0,8
24/05/2011	0,2
25/05/2011	0,4
26/05/2011	24
27/05/2011	4
28/05/2011	1,2
29/05/2011	3,4
30/05/2011	0,4
31/05/2011	3
01/06/2011	5,2
02/06/2011	42
03/06/2011	8
04/06/2011	29
05/06/2011	0
06/06/2011	0
07/06/2011	6,2
08/06/2011	0
09/06/2011	0
10/06/2011	0,4
11/06/2011	0
12/06/2011	0
13/06/2011	11
14/06/2011	2,2
15/06/2011	0
16/06/2011	0
17/06/2011	0
18/06/2011	0
19/06/2011	0
20/06/2011	0
21/06/2011	0
22/06/2011	0
23/06/2011	0
24/06/2011	0
25/06/2011	0
26/06/2011	0
27/06/2011	0
28/06/2011	0
29/06/2011	0
30/06/2011	0



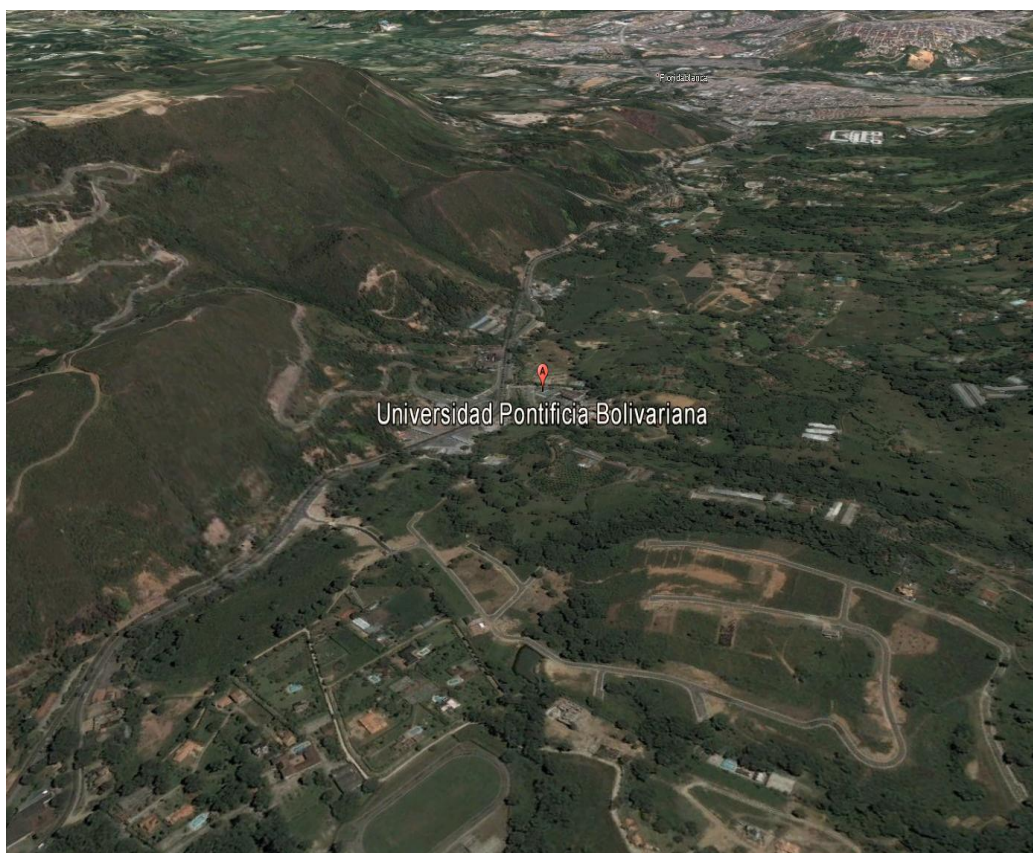
01/07/2011	0
02/07/2011	0
03/07/2011	0
04/07/2011	0
05/07/2011	0
06/07/2011	0
07/07/2011	0
08/07/2011	0
09/07/2011	0
10/07/2011	0
11/07/2011	0
12/07/2011	7,6
13/07/2011	1,4
14/07/2011	7,2
15/07/2011	3,6
16/07/2011	0

17/07/2011	0,4
18/07/2011	0,2
19/07/2011	0
20/07/2011	0
21/07/2011	0
22/07/2011	0
23/07/2011	0,8
24/07/2011	0,2
25/07/2011	0,6
26/07/2011	0
27/07/2011	0,8
28/07/2011	0,2
29/07/2011	1,2
30/07/2011	4,4
31/07/2011	0



Anexo 4. Plano general de localización de la estación

Anexo 4.1. Localización de la Universidad Pontificia Bolivariana, vía Piedecuesta – Bucaramanga. Imagen tomada de Google Earth. 22 de Marzo de 2012





Anexo 4.2. Plano general, vista a 36 km de altura sobre el nivel del mar. Imagen tomada de Google Earth. 21 de Marzo de 2012

