

**ELABORACION DE UN SOFTWARE PARA LA SIMULACIÓN DEL PATRÓN DE
RADIACIÓN DE UNA ANTENA MICROCINTA CIRCULAR CON LA
HERRAMIENTA MATLAB.**

GABRIEL ENRIQUE GARCIA OTERO

ROXANA LAMUS AVENDAÑO

UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA-SECCIONAL BUCARAMANGA

ESCUELA INGENIERÍA

FACULTAD DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA

BUCARAMANGA

2012

**ELABORACION DE UN SOFTWARE PARA LA SIMULACIÓN DEL PATRÓN DE
RADIACIÓN EN UNA ANTENA DE MICROCINTA CIRCULAR CON LA
HERRAMIENTA MATLAB.**

GABRIEL ENRIQUE GARCIA OTERO

ROXANA LAMUS AVENDAÑO

**Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar por el título
de**

Ingeniero Electrónico.

Director

FABIO ALONSO GUZMÁN SERNA

Ingeniero Electrónico

UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA-SECCIONAL BUCARAMANGA

ESCUELA INGENIERÍA

FACULTAD DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA

BUCARAMANGA

2012

Nota de aceptación

Firma del Jurado

Firma del Jurado

Bucaramanga, marzo de 2012

AGRADECIMIENTOS

A Dios creador del universo y dueño de mi vida por llenarla de dicha y bendiciones y por haberme dado la sabiduría y la fortaleza para que fuera posible alcanzar este triunfo, por proveerme de todo lo necesario para salir adelante, porque todo lo que tengo, lo que puedo y lo que recibo es regalo de él.

A mi padre Jesús Lamus por ser uno de mis más grandes críticos y con ello el motivo más firme para realizar las cosas correctamente, a mi madre María Avendaño por su amor, comprensión y apoyo incondicional.

A Fabio Alonso Guzman por su asesoría y dirección, ya que su apoyo y confianza en mi trabajo y su capacidad para guiar mis ideas sumados a su participación activa en el desarrollo de este trabajo de grado han sido un aporte invaluable.

A todos mis familiares y amigos que de una u otra manera estuvieron pendientes a lo largo de este proceso, brindando su apoyo incondicional en especial a Adriana Marcela Díaz y a Marco Enrique Chacón ya que sin su apoyo en todo sentido, el placer cotidiano de vivir sería simple monotonía.

Roxana Lamus Avendaño

AGRACDECIMIENTOS

A mis padres Reynaldo García y Blanca Otero de García por su apoyo incondicional en la realización de mis sueños, por enseñarme grandes valores y hacer que esto fuera posible.

A mis hermanos Javier, Oscar, Fabio, Mónica y Daniel, por ser una motivación constante durante toda mi vida, y por sus significativos aportes y enseñanzas en mi proceso de formación.

A Jennifer Peñaloza por enseñarme que en la vida no hay límites y por su motivación para lograr mis sueños.

Al Ingeniero Fabio Alonso Guzmán, por su constante y paciente seguimiento, sus apreciados y relevantes aportes, críticas, comentarios y sugerencias durante el desarrollo de esta investigación.

A mis compañeros y amigos con quienes he compartido incontables horas de trabajo, y por hacer de estos años una experiencia inolvidable.

Gabriel García Otero

TABLA DE CONTENIDO

I. INTRODUCCION.....	1
OBJETIVOS.....	3
II. MARCO TEORICO.....	4
1. ANTENAS.....	4
1.1 INTRODUCCION.....	4
1.2 PARÁMETROS DE LAS ANTENAS	5
1.3.1 Impedancia.....	6
1.3.2 Intensidad de radiación.....	7
1.3.3 Diagrama de radiación	9
1.3.4 Directividad.....	13
2. ECUACIONES DE MAXWELL.....	16
2.1 PARÁMETROS PRESENTES.....	17
2.2 VECTORES DE POTENCIAL AUXILIARES.....	18
2.2.1 Vector de potencial A.....	19
2.2.2 Vector de potencial F	22
3. ECUACIÓN DE ONDA.....	24
3.1 INTRODUCCIÓN.....	24
3.2 SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DE ONDA.....	24
3.3 SISTEMA DE COORDENADAS CILÍNDRICAS	25
4. ANTENAS MICROCINTA.....	32
4.1 INTRODUCCIÓN.....	32
4.2 CARACTERÍSTICAS DE LAS ANTENAS MICROCINTA.....	33
4.2.1 Ventajas	33
4.2.2 Desventajas.....	34
4.3 TÉCNICAS DE ALIMENTACIÓN	34
4.4. METODO DE CAVIDADES RESONANTES	39
4.4.1 Parche circular	42

4.4.1.1. Campos eléctricos y magnéticos TMZ mnp.	43
III. METODOLOGIA	45
ETAPA 1 INVESTIGACIÓN	45
ETAPA 2 MODELO MATEMÁTICO MÉTODO DE CAVIDADES RESONANTES	46
ETAPA 3 DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DEL PROTOTIPO DE LA ANTENA CIRCULAR	48
ETAPA 4 RECONOCIMIENTO Y TOMA DE DATOS EN EL SOFTWARE	50
LVDAM-ANT	50
Herramienta utilizada para el desarrollo del simulador en el software Matlab.....	57
Pasos para instalar el software	57
ETAPA 5 MANUAL DEL USUARIO DEL SOFTWARE	58
IV. ANALISIS DE RESULTADOS.	63
1. DIAGRAMAS DE FLUJO EXPLICATIVOS DEL SOFTWARE IMPLEMENTADO.....	58
1. PATRONES DE RADIACION Y RESULTADOS DE LAS ANTENAS CONSTRUIDAS.	63
VI. CONCLUSIONES.....	83
BIBLIOGRAFIA.....	85

GLOSARIO

Microcinta: (**Microstrip** en inglés) es una clase de línea de transmisión fabricada utilizando placa de circuito impreso y utilizado para transmitir señales de microondas.

Acople: Adaptar a una situación o ambiente distinto del que se procede.

LVDAM-ANT: software simulador del patrón de radiación de antenas.

Nabla: Es el operador diferencial del vector.

Divergencia: mide la diferencia entre el flujo entrante y saliente de un campo vectorial sobre una superficie.

Ancho de Banda: El ancho de banda viene definido como el rango de 2 frecuencias dadas en el cual un sistema funciona correctamente.

Directividad: es la razón de la intensidad de radiación en una dirección dada a la intensidad de radiación promediada en todas las direcciones.

Antena: es un dispositivo que convierte las ondas dirigidas presentes en una guía de onda, microstrip o línea de transmisión, en ondas radiadas viajando por el espacio libre y viceversa.

Vector de poynting: es un vector cuyo módulo representa la intensidad instantánea de energía electromagnética que fluye a través de una unidad de área superficial perpendicular a la dirección de propagación de la onda y cuya dirección es la de propagación de la onda electromagnética.

Patrón de radiación: es la representación tridimensional del valor promedio del vector de poynting.

Ancho de banda de potencia media (HPBW): medida angular en la cual se radia el 50% de la potencia.

Eficiencia: medida de la pérdida de potencia en una antena.

Ganancia: indica la cantidad de señal captada que se concentra en el alimentador.

Polarización de una antena: es la polarización de la onda radiada por dicha antena en una dirección dada.

Impedancia de una antena: se define como la relación entre la tensión y la corriente en sus terminales de entrada. Dicha impedancia es en general compleja. La parte real se denomina resistencia de antena y la parte imaginaria, reactancia de antena.

Matlab: es un entorno de computación y desarrollo de aplicaciones totalmente integrado orientado para llevar a cabo proyectos en donde se encuentren implicados elevados cálculos matemáticos y la visualización gráfica de los mismos.

GUI: (Graphical User Interface). Sistema de interacción entre el ordenador y el usuario, caracterizado por la utilización de iconos y elementos gráficos en su concepción.

Fringing Effects: (efecto de bordes) es el efecto de los bordes en las esquinas de la antena de microcinta ya que la dimensión de la antena es finita a lo largo de la longitud y el ancho.

MMIC: son un tipo de circuitos integrados que operan en frecuencias de microondas.

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1.1. Sistema de coordenadas esférico.....	6
Figura 1.2. Diagrama de radiación tridimensional.....	9
Figura 1.3. Diagrama de radiación en coordenadas polares.....	10
Figura 1.4. Diagrama de radiación en coordenadas cartesianas.....	11
Figura 1.5. Directividad.....	12
Figura 3. Diagrama de bloques para calcular los campos radiados por campos magnéticos y eléctricos.....	33
Figura 4 Sistema de coordenadas cilíndricas y sus respectivos vectores unitarios.....	39
Figura 4.1 Guía de onda cilíndrica de la sección transversal circular.....	45
Figura 5. Antena Microcinta.....	49
Figura 5.1. Alimentación de la antena (a) la línea microcinta, (b) acoplamiento electromagnético, (c) apertura de acoplamiento, y (d) la guía de onda coplanar (CPW).....	51
Figura 5.2. Distribución de carga y formación de la densidad de corriente en un parche microcinta.....	54
Figura 5.3 Geometría de una antena microcinta circular.....	56
Figura 6. Diseño del prototipo de la antena microcinta circular en EAGLE.....	63
Figura 6.1. Generador de Radiofrecuencia.....	65
Figura 6.2. Antena Transmisora.....	65
Figura 6.3. Orientador de antena.....	66
Figura 6.4. Interfaz para la adquisición de datos.....	67
Figura 6.5. Interfaz gráfica del software LVDAM-ANT.....	70

Figura 6.6: Portada Software Programado.....	72
Figura 6.7. Parámetros de entrada que se desean calcular.....	73
Figura 6.8. Resultados Obtenidos por el Software.....	74
Figura 6.9. Resultados gráficos.....	75
Figura 6.10. Modo de guardar los resultados obtenidos.....	76
Figura 6.11. Datos cargados.....	77
Figura 6.12. Forma de cargar un patrón para su posterior comparación.....	77
Figura 6.13. Comparación de datos de forma matricial.....	78
Figura 6.14. Comparación grafica.....	79
Figura 7.1. Plano de tierra de la antena 1.....	85
Figura 7.2. Antena 1.....	85
Figura 7.3. Plano E de la antena 1.....	85
Figura 7.4. Plano H de la antena 1.....	85
Figura 7.5. Comparacion matricial de la antena 1 con el patron de radiacion simulado en el software realizado.....	86
Figura 7.6. Comparacion grafica de la antena 1 con el patron de radiacion simulado en el software realizado.....	86
Figura 7.7. Antena 2.....	87
Figura 7.8. Plano E de la antena 2.....	87
Figura 7.9. Plano H de la antena 2.....	87
Figura 7.10. Comparacion matricial de la antena 2 con el patron de radiacion simulado en el software realizado.....	88
Figura 7.11. comparacion Grafica de la antena 2 con el patron de radiacion simulado en el software realizado.....	88
Figura 7.12. Antena 3.....	89
Figura 7.13. Antenas realizadas.....	89

Figura 7.14. Plano E de la antena 3.....	90
Figura 7.15. plano H de la antena 3.....	90
Figura 7.16. Comparacion matricial de la antena 3 con el patron de radiacion simulado en el software realizado.....	90
Figura 7.17. Comparacion Grafica de la antena 3 con el patron de radiacion simulado en el software realizado.....	91

RESUMEN

Las antenas que se analizan en este proyecto son las antenas microcinta circular, primero se van a definir los parámetros que las describan, luego se obtendrá un modelo matemático mediante el método de cavidades resonantes, una vez obtenidos los datos se procederá a construir un prototipo de antena, para luego obtener datos reales mediante el software LVDAM-ANT. La segunda parte del proyecto consiste en diseñar e implementar un software con la herramienta Matlab, este software tendrá la capacidad de calcular una serie de parámetros para facilitar el diseño de antenas microcinta circulares así como también lograr una comparación entre los datos reales con los datos teóricos.

PALABRAS CLAVES: Antena microcinta, cavidades resonantes, parámetros de radiación, Matlab, LVDAM-ANT.

ABSTRACT

The antennas that will be analyzed in this project are circular microstrip antennas, first we're going to define the parameters that describe them, and then a mathematical model will be obtained by resonant cavities method, and also we will proceed to build a prototype to get real data via LVDAM.ANT software. The second part of the project is design and implement a Matlab software tool, this software will be able to calculate a set of standards to facilitate the design of microstrip antennas so as to make a comparison between the actual data with the theoretical data.

KEY WORDS: Microstrip antenna, resonant cavities, radiation parameters, Matlab, LVDAM-ANT.

I. INTRODUCCION

Las antenas que se van a analizar en este proyecto son las antenas tipo parche, cuyos diseños pueden ser rectangulares, triangulares, cuadradas y circulares entre otros. Estas antenas son muy populares debido a la facilidad de análisis, fabricación, características de radiación y sobretodo su baja polarización.

En este proyecto en especial se profundiza en las antenas microcinta circular; para un análisis completo, primero se deben definir los parámetros que la describan, así que en este documento se encuentra como calcular: la eficiencia de la antena, la corriente de la antena, la resistencia de radiación, la resistencia de la antena efectiva y el Patrón de Radiación.

El análisis de las antenas microcinta circular se hará por el método de CAVIDADES RESONANTES, y para evaluar el efecto que van a tener estas antenas sobre un sistema, se van a utilizar 2 herramientas o softwares, que permiten analizar los parámetros descritos anteriormente. El primer software que se utiliza es el LVDAM-ANT, diseñado por LAB-VOLT, este permite tomar los datos reales de la antena diseñada por los autores, dichos datos serán exportados para su posterior comparación con datos teóricos. El segundo software es una herramienta diseñada y construida por los autores de este trabajo de grado en la herramienta MATLAB, con el cual se obtienen datos teóricos y posteriormente graficar dichos datos, también permite importar los datos reales y compararlos con los teóricos por medio gráficas y valores numéricos.

Además en este documento se presenta el método de diseño utilizado y también una breve explicación de las herramientas matemáticas utilizadas para calcular los datos de diseño y fabricación, igualmente se encontrará una descripción completa de funcionamiento del software construido y un análisis completo de la metodología utilizada durante todo el proceso de investigación y ejecución del proyecto.

OBJETIVOS

Objetivo General

- ✚ Diseñar una antena microcinta circular y simular su parámetro fundamental (patrón de radiación) en el software Matlab.

Objetivos Específicos

- ✚ Obtener un modelo matemático que describa el patrón de radiación de una antena tipo parche circular, así como también de los demás parámetros que van a ser simulados por el software que se va a implementar.
- ✚ Desarrollar un algoritmo en el Software Matlab para obtener el patrón de radiación de una antena de Microcinta circular.
- ✚ Hallar el error entre el patrón de radiación obtenido por simulación en Matlab y el patrón de radiación medido con el módulo LVDAM-ANT.
- ✚ Crear un manual, para facilitar el manejo del Software.

II. MARCO TEORICO

1. ANTENAS

1.1 INTRODUCCION

La teoría de las antenas surge a partir de los desarrollos matemáticos de James C. Maxwell, en 1854, corroborados por los experimentos de Heinrich R. Hertz, en 1887, y los primeros sistemas de radiocomunicaciones de Guglielmo Marconi en 1897. [4]

En el pasado las antenas eran una parte secundaria en el diseño de un sistema, en la actualidad juegan un papel crítico. Asimismo en la primera mitad del siglo XX se utilizaban métodos de prueba y error, mientras que en la actualidad se consigue pasar del diseño teórico al prototipo final sin necesidad de pruebas intermedias. [4]

Una antena es un trozo de material conductor al cual se le aplica una señal y esta es radiada por el espacio libre, o podríamos decir que es una estructura de transición entre el espacio libre y un dispositivo guía. Este dispositivo se encargara de transmitir la energía electromagnética hacia el espacio libre. Las antenas transmisoras transforman voltajes en ondas electromagnéticas, mientras que las antenas receptoras realizan la función inversa. [4].

1.1 FUNCIÓN DE LAS ANTENAS TRANSMISORAS Y RECEPTORAS:

Las antenas son parte indispensable de cualquier dispositivo transmisor o receptor. Mediante las líneas de alimentación, la antena de transmisión se conecta con el emisor, y la antena de recepción con el receptor. En las líneas de alimentación se propagan ondas electromagnéticas guiadas, es decir campos electromagnéticos variables con interacción entre cargas y corrientes. Entre las antenas de radiocomunicación se propagan ondas electromagnéticas libres. Tanto las ondas guiadas como las libres son señales de radio. Por tanto, el conjunto

línea de alimentación antena debe estar calculado para la más económica conversión de la energía de las ondas guiadas en energía de ondas libres (y viceversa), así como también para la reproducción sin distorsión de la información transmitida [1].

No se agota con esto la utilización de antenas. En el proceso de su propagación, las ondas se dispersan más allá de las líneas de comunicación y son absorbidas por el medio circundante. Si la dirección de la onda es conocida y limitada, las pérdidas pueden reducirse concentrando las ondas emitidas en direcciones definidas [1].

Así pues, la antena de transmisión está destinada para la transformación de la energía de un campo electromagnético estacionario (o de inducción) producido por la señal emitida, en energía de un campo electromagnético de radiación, añadiendo además que este último debe emitirse en unas direcciones dadas [1].

La antena de recepción está destinada a transformación de la energía de una señal consistente en ondas de un campo de radiación que proceden de direcciones dadas, en energía de un campo estacionario de ondas electromagnéticas [1].

La reciprocidad de las antenas encuentra su expresión en la posibilidad de utilizar una misma antena en calidad de transmisora y de receptora, y de conservar invariables los parámetros principales de la antena al pasar del régimen de transmisión al régimen de recepción y viceversa [1].

1.2 PARÁMETROS DE LAS ANTENAS

Una antena forma parte de un sistema más amplio, es importante, por lo tanto caracterizarla con una serie de parámetros que la describan y permitan evaluar el efecto sobre el sistema de comunicaciones, o bien especificar el comportamiento deseado de una antena a incluir en dicho sistema [2].

Para efectos de definición de los parámetros, conviene diferenciarlos inicialmente según se relacionen con transmisión o recepción [2].

1.3.1 Impedancia. En la conexión entre el transmisor y la antena se deben minimizar las pérdidas con el propósito maximizar la potencia radiada; para ello es necesario considerar la impedancia característica, atenuación y longitud de la línea de transmisión [2].

A la entrada de la antena puede definirse la *impedancia de entrada* z_e mediante relaciones tensión-corriente en ese punto. En notación fasorial de régimen permanente sinusoidal poseerá una parte real $R_e(\omega)$, y una imaginaria $X_e(\omega)$, ambas dependientes en general de la frecuencia. Si z_e no presenta una parte reactiva a una frecuencia, se dice que es una antena resonante. Dado que la antena radia energía, hay una pérdida neta de potencia hacia el espacio debida a la radiación, que puede ser asignada a una resistencia de radiación R_r , definida como el valor de la resistencia que disiparía óhmicamente la misma potencia que la radiación por la antena [2].

$$P_{radiada} = I^2 R_r \quad (1.1)$$

La potencia entregada a la antena es la suma de las potencias radiadas y de pérdidas en la antena. Todas las pérdidas pueden globalizarse en una resistencia de pérdidas R_{ohm} . La resistencia de entrada es la suma de la radiación y pérdidas.

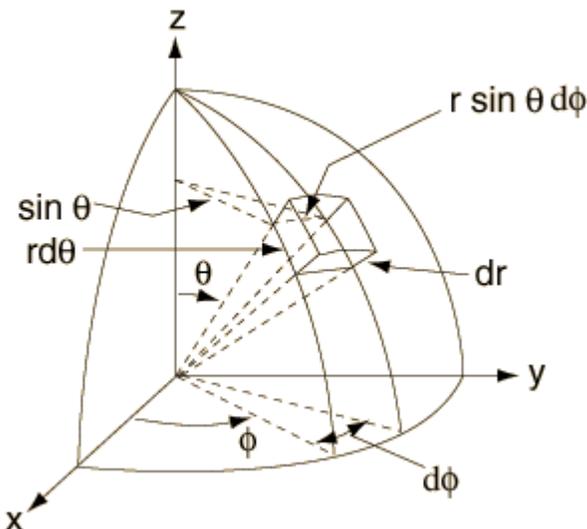
$$P_{entregada} = P_{radiada} + P_{perdidas} = I^2 R_r + I^2 R_{ohm} \quad (1.2)$$

La impedancia de entrada es un parámetro de gran trascendencia ya que condiciona las tensiones de los generadores que se deben obtener para aplicar determinados valores de corriente en la antena y, en consecuencia, una determinada potencia radiada. Si la parte reactiva es grande, hay que aplicar tensiones elevadas para obtener corrientes apreciables; si la resistencia de radiación es baja se requieren elevadas corrientes para tener una potencia radiada importante [2].

1.3.2 Intensidad de radiación Una de las características fundamentales de una antena es su capacidad para radiar con una cierta direccionalidad, es decir, para concentrar la energía radiada en ciertas direcciones del espacio. Será por tanto, conveniente cuantificar este comportamiento con algún parámetro que nos permita establecer una comparación entre distintas antenas [2].

El sistema de coordenadas utilizado habitualmente en antenas es el esférico. Para especificar una dirección del espacio se utiliza los dos ángulos θ, ϕ . En este sistema de coordenadas (Figura 1.1) se definen los vectores unitarios $\hat{r}, \hat{\theta}, \hat{\phi}$, que forman una base ortogonal. La orientación de los vectores se determina mediante la intersección de una esfera de radio r , un cono de ángulo θ y un semiplano que pasa por el eje z [2].

Figura 1.1 Sistema de coordenadas esférico.



Fuente: CARDAMA AZNAR, Ángel. Antenas. 2da Edición, Editorial Alfaomega.

La onda electromagnética radiada se compone de un campo eléctrico \vec{E} (v/m) y uno magnético \vec{H} (A/m). A partir de los valores eficaces de los campos se obtiene la densidad de flujo por unidad de superficie mediante [2]:

$$\vec{\rho}(\theta, \varphi) = \text{Re}(\vec{E} \times \vec{H}^*) \quad (1.3)$$

Para los campos radiados, los módulos del campo eléctrico y del campo magnético están relacionados por la impedancia característica del medio η , que en el vacío vale $120\pi\Omega$.

Por lo tanto, la densidad de potencia radiada también se puede calcular a partir de las componentes transversales del campo eléctrico

$$\vec{\rho}(\theta, \varphi) = \frac{|E_\theta|^2 + |E_\varphi|^2}{\eta} \quad (1.4)$$

La potencia total radiada se puede obtener como la integral de la densidad de potencia en una superficie esférica que encierra a la antena [2].

$$Pr = \iint_S \vec{\rho}(\theta, \varphi) \cdot \vec{ds} \quad (1.5)$$

La intensidad de radiación es la potencia radiada por unidad de ángulo sólido en una determinada dirección; sus unidades son vatios por estereorradián y a grandes distancias tiene la propiedad de ser independiente de la distancia a la que se encuentre la antena.

La relación entre la intensidad de radiación y la densidad de potencia radiada es [2]

$$K(\theta, \varphi) = \rho(\theta, \varphi)r^2 \quad (1.6)$$

Y la potencia total radiada también se puede calcular integrando la intensidad de radiación en todas las direcciones del espacio

$$P_r = \iint_{4\pi} K(\theta, \varphi) d\Omega \quad (1.7)$$

Al ser el diferencial de ángulo sólido en coordenadas esféricas

$$d\Omega = ds/r^2 = \sin\theta \, d\theta \, d\varphi \quad (1.8)$$

1.3.3 Diagrama de radiación Un diagrama de radiación es una representación gráfica de las propiedades de radiación de la antena, en función de las distintas direcciones del espacio, a una distancia fija. Normalmente se empleara un sistema de coordenadas esféricas. Con la antena situada en el origen y manteniendo constante la distancia se expresara el campo eléctrico en función de las variables angulares (θ, φ) . Como el campo es una magnitud vectorial, habrá que determinar en cada punto de la esfera de radio constante el valor de dos componentes ortogonales, habitualmente según $\hat{\theta}$ y $\hat{\varphi}$ [2].

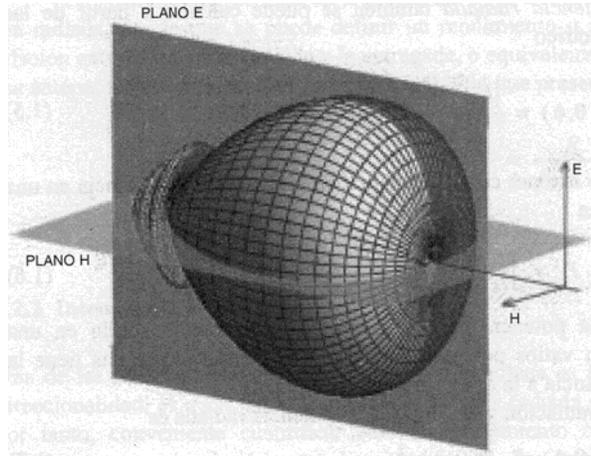
Como el campo magnético se deriva directamente del eléctrico, la representación podría realizarse a partir de cualquiera de los dos, siendo norma habitual que los diagramas se refieran al campo eléctrico.

La densidad de potencia es proporcional al cuadrado del módulo del campo eléctrico, por lo que la representación gráfica de un diagrama de potencia contiene la misma información que un diagrama de relación de campo.

En determinadas circunstancias puede ser necesaria la representación gráfica de la fase de $E(\theta, \varphi)$, además de la amplitud de las dos componentes. Dicha representación se denomina el diagrama de fase de la antena [2].

Al observar a gran distancia una antena, se vería su radiación como si proviniera de un punto, es decir los frentes de onda serían esféricos. A este punto, centro de curvatura de las superficies de fase constante, se le denomina el centro de fase de la antena [2].

Figura 1.2 Diagrama de radiación tridimensional.



Fuente: Fuente: CARDAMA AZNAR, Ángel. Antenas. 2da Edición, Editorial Alfaomega.

El diagrama de radiación se puede representar en forma tridimensional utilizando técnicas gráficas diversas, como las curvas de nivel o el dibujo en perspectiva. La figura 1.2 muestra el diagrama tridimensional de una antena y los planos E y H. los niveles se expresan en decibelios respecto al máximo de radiación [2].

Para antenas linealmente polarizadas se define el plano E como el que forman la dirección de máxima radiación y el campo eléctrico en dicha dirección. Análogamente, el plano H es el formado por la dirección de máxima radiación y el campo magnético en dicha dirección [2].

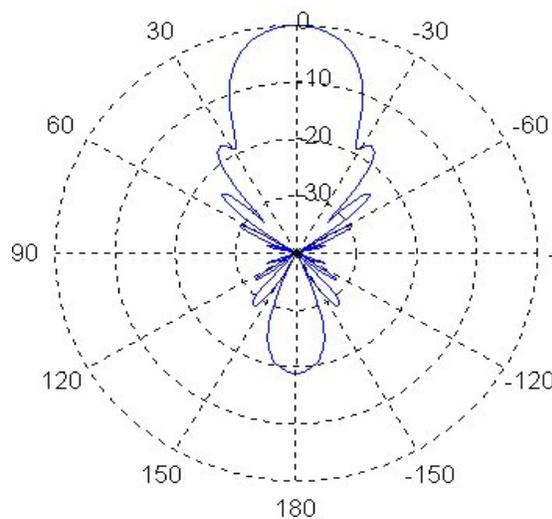
Ambos planos son perpendiculares y su intersección determina una línea que define la dirección de máxima radiación de la antena.

Si bien la información de la radiación es tridimensional, puede ser de interés, y en muchos casos suficiente, representar un corte del diagrama. Los cortes pueden hacerse de infinitas formas. Los más habituales son los que siguen los meridianos en una hipotética esfera (cortes para φ constante) o los paralelos (cortes para θ constante). La información de todos los cortes del diagrama es excesiva, por lo que se recurre a representar dicha información solo en los planos principales [2].

Los cortes bidimensionales de diagrama de radiación se pueden representar en coordenadas polares o cartesianas. En el primer caso el ángulo en el diagrama polar representa la dirección del espacio, mientras que el radio representa la intensidad del campo eléctrico o la densidad de potencia radiada. En coordenadas cartesianas se representa el ángulo en abscisas y el campo o la densidad de potencia en coordenadas [1].

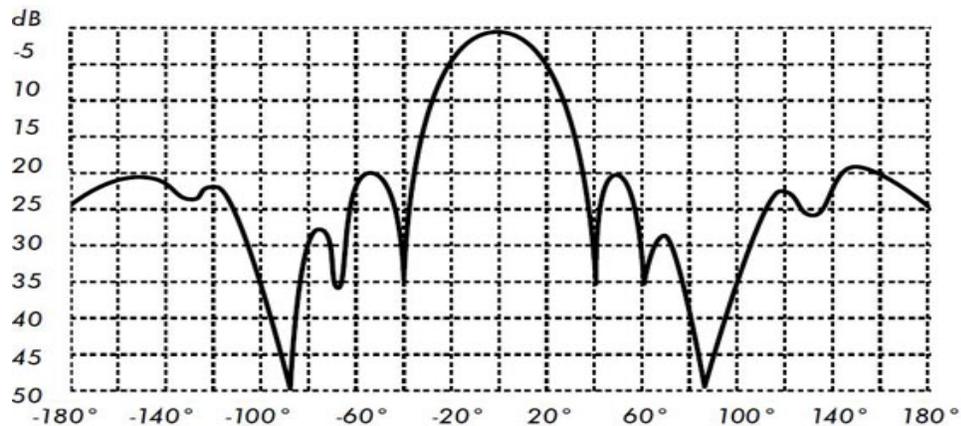
La representación en coordenadas cartesianas permite observar los detalles en antenas muy directivas, mientras que el diagrama polar suministra una información más clara de la distribución de la potencia en las diferentes direcciones del espacio. Las figuras 1.3 y 1.4 muestran ejemplos de ambas representaciones.

Figura 1.3 Diagrama de radiación en coordenadas polares



Fuente CARDAMA AZNAR, Ángel. Antenas. 2da Edición, Editorial Alfaomega.

Figura 1.4 Diagrama de radiación en coordenadas cartesianas.



Fuente: CARDAMA AZNAR, Ángel. Antenas. 2da Edición, Editorial Alfaomega.

El campo se puede representar de forma absoluta o relativa, normalizando el valor máximo a la unidad. También es habitual la representación del diagrama con la escala en decibelios. El máximo del diagrama de radiación es cero decibelios y en las restantes direcciones del espacio los valores en dB son negativos. Es importante tener en cuenta que los diagramas de campo y de potencia son idénticos cuando la escala está en decibelios [2].

En un diagrama típico, como los mostrados en las figuras anteriores, se aprecia una zona en la que la radiación es máxima, a la que se denomina haz principal o lóbulo principal. Las zonas que rodean a los máximos de menor amplitud se denominan lóbulos laterales y al lóbulo lateral de mayor amplitud se denomina lóbulo secundario. A continuación se definen una serie de parámetros importantes del diagrama [2].

El ancho de haz a-3dB ($\Delta\theta_{-3db}$) es la separación angular de las direcciones en las que el diagrama de radiación de potencia toma el valor mitad del máximo. En el diagrama de campo es la excursión angular entre las direcciones en las que el valor del campo ha caído a 0.707 el valor del máximo [1].

El ancho de haz entre ceros ($\Delta\theta_c$) es la separación angular de las direcciones del espacio en las que el lóbulo principal toma un valor mínimo.

La relación de lóbulo principal a secundario (NLPS) es el cociente, expresado en dB, entre el valor del diagrama en la dirección de máxima radiación y en la dirección del máximo del lóbulo secundario. Normalmente, dicha relación se refiere al lóbulo secundario de mayor amplitud, que suele ser adyacente al lóbulo principal [2].

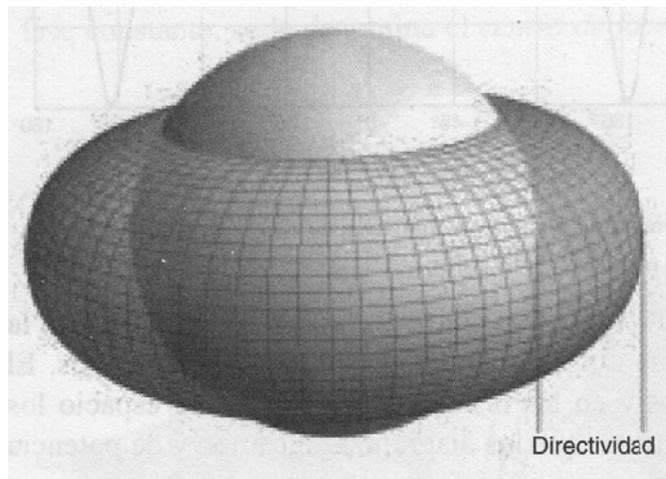
La relación delante-atrás (D/A) es el cociente, también en dB, entre el valor del diagrama en la dirección del máximo y el valor en la dirección diametralmente opuesta.

Si un diagrama de radiación presenta simetría de revolución en torno a un eje se dice que la antena es omnidireccional. Toda la información contenida en el diagrama tridimensional puede representarse en un único corte que contenga el eje.

Se denomina antena isótropa a una antena ideal que radie la misma intensidad de radiación en todas las direcciones del espacio. Aunque no existe ninguna antena de estas características, es de gran utilidad para definir algunos parámetros de las antenas [2].

1.3.4 Directividad

Figura 1.5 Directividad



Fuente: CARDAMA AZNAR, Ángel. Antenas. 2da Edición, Editorial Alfaomega.

La directividad D de una antena se define como la relación entre la densidad de potencia radiada en una dirección, a una distancia dada, y la densidad de potencia que radiaría a esa misma distancia una antena isotrópica que radiase la misma potencia que la antena [2].

$$D(\theta, \varphi) = \frac{\rho(\theta, \varphi)}{P_r / (4\pi r^2)} \quad (1.9)$$

Si no se especifica la dirección angular, se sobreentiende que la directividad se refiere a la dirección de máxima radiación

$$D = \frac{\rho_{max}}{P_r / (4\pi r^2)} \quad (1.10)$$

Un dipolo eléctricamente pequeño tiene un diagrama de radiación

$$\rho(\theta, \varphi) = \rho_{max} \sin^2 \theta \quad (1.11)$$

La potencia total radiada se calcula integrando la densidad de potencia en todas las direcciones del espacio [2].

$$P_r = \iint_{4\pi} \rho_{max} \sin^2 \theta r^2 \sin \theta d\theta d\phi = \rho_{max} r^2 2\pi \frac{4}{3} \quad (1.12)$$

Sustituyendo este valor en la definición de la directividad se obtiene $D=3/2$.

La directividad se puede obtener, en general, a partir del conocimiento del diagrama de radiación de la antena. Si se define el diagrama normalizado mediante

$$t(\theta, \varphi) = \frac{\rho(\theta, \varphi)}{\rho_{max}} = \frac{K(\theta, \varphi)}{K_{max}} \quad (1.13)$$

La expresión de la directividad puede escribirse en forma

$$D = \frac{4\pi}{\iint_{4\pi} t(\theta, \varphi) d\Omega} = \frac{4\pi}{\Omega_e} \quad (1.14)$$

Donde Ω_e se define como el ángulo sólido equivalente.

Para una antena que tuviera un diagrama de radiación uniforme en un cierto ángulo sólido y cero fuera de él, Ω_e en este caso sería igual al ángulo sólido en el que la antena está radiando. Una antena isotrópica tiene directividad uno; si radiara uniformemente en un hemisferio, su directividad valdría 2, y si lo hiciera en un octante sería 8 [2].

En antenas directivas, con un solo lóbulo principal y lóbulos secundarios de valores reducidos, se puede tener una estimación de la directividad considerando que se produce radiación uniforme en un ángulo sólido definido por los anchos de haz a -3 dB en los dos planos principales del diagrama de radiación ($\Delta\theta_1 \cdot \Delta\theta_2$) [2].

$$D = \frac{4\pi}{\Omega_e} = \frac{4\pi}{\Delta\theta_1 \cdot \Delta\theta_2} \quad (1.15)$$

Si el haz tuviera una extensión angular de $2^\circ \times 2^\circ$, la directividad valdría aproximadamente 10.000. Como la directividad es una relación de potencia, es habitual expresarla en decibelios, y en este caso tendríamos un valor de 40dB [2].

Conocida la directividad máxima D y el diagrama de radiación normalizado $t(\theta, \varphi)$, la directividad en cualquier dirección se obtiene directamente del producto de ambos

$$D(\theta, \varphi) = Dt(\theta, \varphi) \quad (1.16)$$

Un segundo parámetro directamente relacionado con la directividad es la ganancia de la antena G . su definición es semejante, pero la comparación no se establece con la potencia radiada, sino con la entregada a la antena. Ello permite tener en cuenta las posibles pérdidas en la antena, ya que entonces no toda la potencia entregada es radiada al espacio. La ganancia y la directividad están relacionadas, en consecuencia, por la eficiencia de la antena [2].

$$G(\theta, \varphi) = \frac{\rho(\theta, \varphi)}{\frac{P_{entregada}}{4\pi r^2}} = \frac{P_{radiada}}{P_{entregada}} \frac{\rho(\theta, \varphi)}{\frac{P_{radiada}}{4\pi r^2}} = \eta_1 D(\theta, \varphi) \quad (1.17)$$

Si la antena no posee pérdidas, cosa habitual a altas frecuencias, ambos parámetros son equivalentes.

2. ECUACIONES DE MAXWELL

A James Clerk Maxwell se le considera como el fundador de la teoría electromagnética en su forma actual. El reconocido trabajo de Maxwell llevó al descubrimiento de las ondas electromagnéticas. Maxwell publicó la primera teoría unificada de la electricidad y el magnetismo. Introdujo, además, la corriente de desplazamiento y predijo la existencia de las ondas electromagnéticas [7].

El electromagnetismo ha sido la base de la llamada Segunda Revolución Industrial, fundamentalmente en los aspectos de la conversión electromecánica de energía y las comunicaciones. Actualmente las aplicaciones electromagnéticas dominan toda la técnica moderna y la miniaturización y creciente velocidad de los circuitos electrónicos hacen cada vez más necesaria la modelación de estos fenómenos mediante la teoría de campos [9]. El electromagnetismo es una teoría de campos, es decir, las explicaciones y predicciones que provee se basan en magnitudes físicas cuya descripción matemática son campos vectoriales dependientes de la posición en el espacio y del tiempo. La característica vectorial dificulta notablemente la resolución de las ecuaciones que describen el comportamiento, por lo que se trata en la medida de lo posible de simplificar el problema a ecuaciones escalares, y si no es posible, se utilizan sofisticados métodos numéricos que han explotado en número y variedad en los últimos años [9].

Las leyes del electromagnetismo a las que dio expresión Maxwell en la forma de 4 ecuaciones son las siguientes [7]:

Forma diferencial	Forma integral	Observaciones
$\nabla \cdot D = \rho_v$	$\oint_s D \cdot dS = \int_s \rho_v dv$	Ley de Gauss
$\nabla \cdot B = 0$	$\oint_s B \cdot dS = 0$	Inexistencia de la carga magnética aislada
$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$	$\oint_l E \cdot dl = -\frac{\partial}{\partial t} \int_s B \cdot dS$	Ley de Faraday
$\nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t}$	$\oint_l H \cdot dl = \int_s \left(J + \frac{\partial D}{\partial t} \right) \cdot dS$	Ley circuital de Ampere

Tabla 1- Formas Generalizadas de las ecuaciones de Maxwell.

La Forma integral de la ecuación de Maxwell representa las leyes físicas que sirven de fundamento, mientras que la forma diferencial se emplea con más frecuencia en la resolución de problemas [7].

2.1 PARÁMETROS PRESENTES

Los parámetros que intervienen en la formulación de las ecuaciones de Maxwell son los siguientes [3]:

- \vec{E} - Campo eléctrico existente en el espacio, creado por las cargas (V/m).
- \vec{D} - Campo dieléctrico que resume los efectos eléctricos de la materia (Coulomb/m²).
- \vec{B} - Campo magnético existente en el espacio, creado por las corrientes (Webers/ m²).

- \vec{H} - Campo magnético que resume los efectos magnéticos de la materia (A/m).
- ρ - Densidad de cargas existentes en el espacio (Coulomb/m³).
- \vec{J} - Densidad de corriente(A/m²), mide el flujo de cargas por unidad de tiempo y superficie y es igual a:

$$\vec{J} = \rho \vec{v}$$

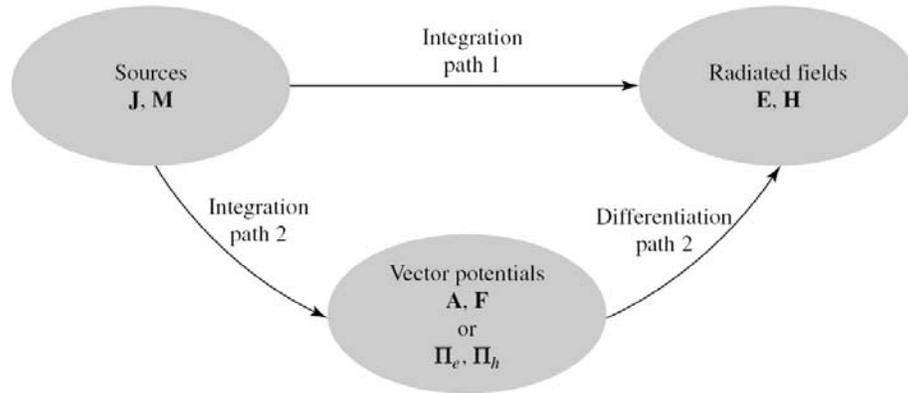
- ϵ - Permitividad eléctrica, característica de los materiales dieléctricos.
- μ - Permeabilidad magnética, característica de los materiales paramagnéticos.

2.2 VECTORES DE POTENCIAL AUXILIARES

En el análisis de problemas de radiación, el procedimiento habitual consiste en especificar las fuentes y luego exigir a los campos radiados por las fuentes. Esto está en contraste con el problema de síntesis donde los campos radiados se especifican, y son necesarios para determinar las fuente [4].

Es una práctica muy común en el procedimiento de análisis introducir funciones auxiliares, conocidas como vectores de potencial, que ayudarán en la solución de los problemas. Las funciones más comunes, son el vector de potencial A (vector de potencial magnético) y F (vector de potencial eléctrico). La inclusión de los potenciales a menudo simplifica la solución a pesar de que pueden requerir la ayuda de las funciones adicionales. Aunque es posible determinar los campos E y H directamente de la fuente de las densidades de corriente J y M, como se muestra en la Figura 2.1, por lo general es mucho más simple para encontrar las posibles funciones auxiliares primero y luego determinar los campos E y H [4].

Figura 2 Diagrama de bloques para calcular los campos radiados por fuentes eléctricas y magnéticas.



Fuente [4].

El procedimiento de una etapa, a través de la trayectoria 1, relaciona los campos E y H con J y M por medio de las integrales de relación. El procedimiento de dos etapas, a través de la trayectoria 2, se relaciona los vectores de potencial A y F (o E y H) con J y M por medio de las integrales de relación. Los campos E y H se determinan simplemente mediante la diferenciación de A y F (o E y H). Aunque el procedimiento de dos etapas requiere tanto integración y diferenciación, donde ruta 1 sólo requiere la integración, las integrales en el procedimiento de dos pasos son mucho más simples [4].

2.2.1 Vector de potencial A El vector de potencial A es útil en la solución de campo electromagnético generado por un determinado armónico de corriente eléctrica J. El flujo magnético B es siempre solenoidal, es decir, $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$. Por lo tanto, se puede representar como el rotacional de otro vector ya que obedece al vector identidad [3].

$$\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{A} = 0 \quad (2.1)$$

Donde A es un vector arbitrario. Así se define:

$$\mathbf{B}_A = \mu \mathbf{H}_A = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.2)$$

Ó

$$\mathbf{H}_A = \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.3)$$

Donde el subíndice A indica el campo debido al vector de potencial A. Sustituyendo (2.3) en la ecuación de rizo de Maxwell.

$$\nabla \times \mathbf{E}_A = -j\omega\mu\mathbf{H}_A \quad (2.4)$$

Se reduce a:

$$\nabla \times \mathbf{E}_A = -j\omega\mu\mathbf{H}_A = -j\omega\nabla \times \mathbf{A} \quad (2.5)$$

También la podemos escribir como:

$$\nabla \times [\mathbf{E}_A + j\omega\mathbf{A}] = \mathbf{0} \quad (2.6)$$

Del vector identidad:

$$\nabla \times (-\nabla\phi_e) = \mathbf{0} \quad (2.7)$$

De 2.6 se deduce que:

$$\mathbf{E}_A + j\omega\mathbf{A} = -\nabla\phi_e \quad (2.8)$$

Ó

$$\mathbf{E}_A = -\nabla\phi_e - j\omega\mathbf{A} \quad (2.9)$$

La función escalar ϕ_e representa un potencial escalar eléctrico arbitrario, el cual es una función de la posición.

Tomando el rotacional de ambos lados de (2.3) y usando el vector identidad:

$$\nabla \times \nabla \times A = \nabla (\nabla \cdot A) - \nabla^2 A \quad (2.10)$$

Se reduce a:

$$\nabla \times (\mu H_A) = \nabla (\nabla \cdot A) - \nabla^2 A \quad (2.11)$$

Para un medio homogéneo (2.11) se reduce a:

$$\mu \nabla \times H_A = \nabla (\nabla \cdot A) - \nabla^2 A \quad (2.12)$$

Igualando la ecuación de Maxwell:

$$\nabla \times H_A = J + j\omega\epsilon E_A \quad (2.13)$$

(2.12) conduce a:

$$\mu J + j\omega\mu\epsilon E_A = \nabla (\nabla \cdot A) - \nabla^2 A \quad (2.14)$$

Sustituyendo (2.9) en (2.14) se reduce a

$$\begin{aligned} \nabla^2 A + K^2 A &= -\mu J + \nabla (\nabla \cdot A) + \nabla(j\omega\mu\epsilon \phi_e) \\ &= -\mu J + \nabla (\nabla \cdot A + j\omega\mu\epsilon \phi_e) \end{aligned} \quad (2.15)$$

Donde $K^2 = \omega^2\mu\epsilon$.

En (2.2), se definió el rotacional de la A. Ahora estamos en libertad para definir la divergencia de A, que es independiente de su rotacional. Con el fin de simplificar (2.15), tenemos:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = -j\omega\mu\epsilon \phi_e \Rightarrow \phi_e = -\frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \nabla \cdot \mathbf{A} \quad (2.16)$$

La cual se conoce como la condición de Lorentz. Sustituyendo (2.16) en (2.15), y obtenemos:

$$\nabla^2 \mathbf{A} + K^2 \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J} \quad (2.17)$$

Además (2.9) se reduce a:

$$\mathbf{E}_A = -\nabla \phi_e - j\omega \mathbf{A} = -j\omega \mathbf{A} - j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) \quad (2.18)$$

Una vez que A es conocido, H_A se puede encontrar en (2.3) y E_A de (2.18). E_A se puede encontrar fácilmente con la ecuación de Maxwell (2.13) con $\mathbf{J} = 0$.

2.2.2 Vector de potencial F A pesar que las corrientes magnéticas parecen ser físicamente irrealizables, los equivalentes de corrientes magnéticas se presentan cuando se utilizan los teoremas de equivalencia de volumen o superficie. Los campos generados por una corriente armónica magnética en una región homogénea, con $\mathbf{J} = 0$ pero $\mathbf{M} \neq 0$, deben satisfacer $\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$. Por lo tanto, \mathbf{E}_F se puede expresar como el rotacional del vector de potencial F [3].

$$\mathbf{E}_F = -\frac{1}{\epsilon} \nabla \times \mathbf{F} \quad (2.19)$$

Sustituyendo (2.19) en la ecuación rotacional de Maxwell:

$$\nabla \times \mathbf{H}_F = \mathbf{J} + j\omega\epsilon \quad (2.20)$$

Se reduce a:

$$\nabla \times (\mathbf{H}_F + j\omega \mathbf{F}) = \mathbf{0} \quad (2.21)$$

Desde el vector de identidad (2.7), se deduce que

$$\mathbf{H}_F = -\nabla \phi_m - j\omega \mathbf{F} \quad (2.22)$$

Donde ϕ_m representa un potencial escalar magnético arbitrario en función de la posición. Tomando el rotacional de (2.19)

$$\nabla \times \mathbf{E}_F = -\frac{1}{\epsilon} \nabla \times \nabla \times \mathbf{F} = -\frac{1}{\epsilon} [\nabla \nabla \cdot \mathbf{F} - \nabla^2 \mathbf{F}] \quad (2.23)$$

Y que equivale a la ecuación de Maxwell

$$\nabla \times \mathbf{E}_F = -\mathbf{M} - j\omega \mu \mathbf{H}_F \quad (2.24)$$

Nos conduce a:

$$\nabla^2 \mathbf{F} + j\omega \mu \epsilon \mathbf{H}_F = \nabla \nabla \cdot \mathbf{F} - \epsilon \mathbf{M} \quad (2.25)$$

Sustituyendo (2.22) en (2.25) se reduce a

$$\nabla^2 \mathbf{F} + K^2 \mathbf{F} = -\epsilon \mathbf{M} + \nabla(\nabla \cdot \mathbf{F}) + \nabla(j\omega \mu \epsilon \phi_m) \quad (2.26)$$

Obtenemos:

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = -j\omega \mu \epsilon \phi_m \Rightarrow \phi_m = \frac{1}{j\omega \mu \epsilon} \nabla \cdot \mathbf{F} \quad (2.27)$$

Se reduce (2.26) a:

$$\nabla^2 \mathbf{F} + K^2 \mathbf{F} = -\epsilon \mathbf{M} \quad (2.28)$$

Y (2.22) a:

$$\mathbf{H}_F = -j\omega \mathbf{F} - \frac{j}{\omega \mu \epsilon} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{F}) \quad (2.29)$$

Una vez que se conoce F , E_F se puede encontrar de (2.19) y H_F de (2.29) o (2.24) con $M = 0$.

3. ECUACIÓN DE ONDA

3.1 INTRODUCCIÓN

Los problemas de valores de contorno de los campos electromagnéticos son obtenidos como solución a las ecuaciones de Maxwell, las cuales son ecuaciones parciales diferenciales de primer orden. Sin embargo las ecuaciones de Maxwell se acoplan a las ecuaciones parciales diferenciales, lo que significa que cada ecuación tiene más de un campo desconocido. Estas ecuaciones solo pueden ser desacopladas aumentando su orden. Para cada campo siguiendo un procedimiento, una ecuación parcial diferencial de segundo orden puede ser desacoplada y la podemos llamar ECUACION DE ONDA. Por lo tanto los campos eléctricos y magnéticos para problemas de valores de contorno dados pueden ser obtenidos también como solución a las ecuaciones de Maxwell o a la ecuación de onda. La elección de la ecuación se relaciona a cada problema por conveniencia y su facilidad de uso [3].

3.2 SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DE ONDA

Las variaciones en el tiempo de la mayoría de los problemas son de tipo armónico. Las series de Fourier pueden ser usadas para expresar variaciones de tiempo de otras formas en términos de números armónicos. Los campos electromagnéticos están asociados con problemas de valores de contorno dados, que deben ser satisfechos por las ecuaciones de Maxwell o el vector ecuación de onda. En muchos casos el vector de ecuación de onda se reduce a un número escalar llamado ecuación de Helmholtz, y la solución general puede ser construida una vez que la ecuación de Helmholtz es encontrada [3].

3.3 SISTEMA DE COORDENADAS CILÍNDRICAS

Si la geometría de un sistema es una configuración cilíndrica, es aconsejable solucionar el problema de valores de contorno para los campos E y H usando coordenadas cilíndricas. Las ecuaciones de Maxwell y el vector ecuación de onda, las cuales deben satisfacer los campos E y H, deben ser solucionadas en coordenadas cilíndricas [3].

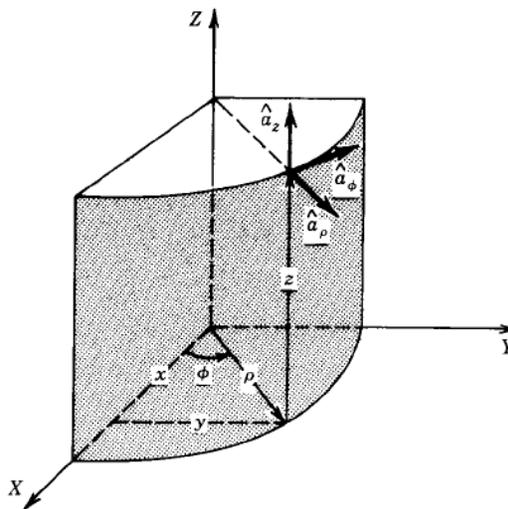
Primero se va a considerar la solución para el campo E en un medio sin pérdidas. El campo H se puede solucionar de una forma similar. Para mantener cierta simplicidad en las matemáticas se va a trabajar en el espacio libre [3].

En coordenadas cilíndricas la solución general al vector ecuación de onda en el espacio libre se puede escribir como

$$E(\rho, \varphi, z) = \hat{a}_\rho E_\rho(\rho, \varphi, z) + \hat{a}_\varphi E_\varphi(\rho, \varphi, z) + \hat{a}_z E_z(\rho, \varphi, z) \quad (3.1)$$

Donde ρ , φ y z son las coordenadas cilíndricas como se muestra en la figura 3

Figura 3 Sistema de coordenadas cilíndricas y sus respectivos vectores unitarios



Fuente: CONSTANTINE A, Balanis. Advance Engineering Electromagnetics.
Editorial Jhon Wiley and Sons.

Conociendo las ecuaciones

$$\nabla^2 E = -\omega^2 \mu \varepsilon E = -\beta^2 E \quad (3.2^a)$$

$$\nabla^2 H = -\omega^2 \mu \varepsilon H = -\beta^2 H \quad (3.2b)$$

$$\beta^2 = \omega^2 \mu \varepsilon \quad (3.2c)$$

Sustituyendo 3.1 en 3.2

$$\nabla^2 (\hat{a}_\rho E_\rho + \hat{a}_\varphi E_\varphi + \hat{a}_z E_z) = -\beta^2 (\hat{a}_\rho E_\rho + \hat{a}_\varphi E_\varphi + \hat{a}_z E_z) \quad (3.3)$$

Esta ecuación se reduce a tres ecuaciones de onda escalares

$$\nabla^2 (\hat{a}_\rho E_\rho) \neq \hat{a}_\rho \nabla^2 E_\rho \quad (3.4^a)$$

$$\nabla^2 (\hat{a}_\varphi E_\varphi) \neq \hat{a}_\varphi \nabla^2 E_\varphi \quad (3.4b)$$

$$\nabla^2 (\hat{a}_z E_z) \neq \hat{a}_z \nabla^2 E_z \quad (3.4c)$$

Sin embargo se toma una de las 3 ecuaciones escalares para la cual (3.3) se reduce a

$$\nabla^2 E_z + \beta^2 E_z = 0 \quad (3.5)$$

Antes de derivar las otras 2 ecuaciones escalares para las cuales 3.3 se reduce, se da una explicación física de (3.4a), (3.4b) y (3.4c), examinando 2 puntos diferentes (ρ_1, φ_1, z_1) y (ρ_2, φ_2, z_2) y sus correspondientes vectores unitarios en una superficie cilíndrica (como se muestra en la figura 3.1), vemos que las direcciones de \hat{a}_ρ y \hat{a}_φ , han cambiado de un punto a otro (no son paralelas) por lo tanto no pueden ser tratadas como constantes pero si como funciones de

$(\rho, \varphi \text{ y } z)$, en contraste el vector unitario \hat{a}_z en los dos puntos señala en la misma dirección (son paralelos) [3].

Volviendo ahora a la solución de la ecuación 3.3. Desde que (3.3), no se reduzca a (3.4a) ò (3.4b), aunque satisfaga (3.4c), como lo solucionamos? El procedimiento que sigue puede ser utilizado para reducir (3.3) en tres ecuaciones parciales diferenciales [3].

La forma de (3.3) escrita en forma general es:

$$\nabla^2 E = -\beta^2 E \quad (3.6)$$

Se colocó de esta forma utilizando el vector identidad durante su derivación. Generalmente estamos bajo la impresión de que no sabemos cómo realizar el laplaciano de un vector ($\nabla^2 E$), como se dio en (3.6), sin embargo la podemos reescribir la parte izquierda de (3.6) [3]

$$\nabla^2 E = \nabla(\nabla \cdot E) - \nabla \times \nabla \times E \quad (3.7)$$

Cuyos términos se pueden expandir en un sistema de coordenadas, usando (3.7), se puede escribir (3.6) como

$$\nabla(\nabla \cdot E) - \nabla \times \nabla \times E = -\beta^2 E \quad (3.8)$$

La cual es una alternativa, pero no una forma tan comúnmente reconocible para el vector ecuación de onda para el campo eléctrico en el espacio libre.

Asumiendo una solución para el campo eléctrico dado en (3.1), se puede expandir (3.8) en tres ecuaciones escalares parciales diferenciales de la forma

$$\nabla^2 E_\rho + \left(-\frac{E_\rho}{\rho^2} - \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial E_\rho}{\partial \varphi} \right) = -\beta^2 E_\rho \quad (3.9^a)$$

$$\nabla^2 E_\varphi + \left(-\frac{E_\varphi}{\rho^2} - \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial E_\rho}{\partial \varphi} \right) = -\beta^2 E_\varphi \quad (3.9b)$$

$$\nabla^2 E_z = -\beta^2 E_z \quad (3.9c)$$

En cada una de las ecuaciones desde (3.9a) hasta (3.9c), $\nabla^2 \psi(\rho, \varphi, z)$ es el laplaciano de un escalar que en coordenadas cilíndricas toma la forma de

$$\begin{aligned}\nabla^2 \psi(\rho, \varphi, z) &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \psi}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \\ &= \frac{\partial^2 \psi}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}\end{aligned}\quad (3.10)$$

La ecuación (3.9a) y (3.9b) son (cada una contiene más de una componente de campo eléctrico) ecuaciones acopladas diferenciales parciales de segundo orden, las cuales son más difíciles de resolver, sin embargo (3.9c) es una ecuación parcial desacoplada de segundo orden, cuya solución será más útil para la solución de los modos transversal eléctrico y transversal magnético [3].

Al expandir la ecuación (3.9c), se puede escribir como

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\beta^2 \psi \quad (3.11)$$

Donde $\psi(\rho, \varphi, z)$ es una función escalar que puede representar un campo o un componente del vector de potencial. Asumiendo una solución separable para $\psi(\rho, \varphi, z)$ de la forma

$$\psi(\rho, \varphi, z) = f(\rho)g(\varphi)h(z) \quad (3.12)$$

Y sustituyendo en (3.11), se puede escribir

$$gh \frac{\partial^2 f}{\partial \rho^2} + gh \frac{1}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \rho} + fh \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 g}{\partial \varphi^2} + fg \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = -\beta^2 fgh \quad (3.13)$$

Dividiendo ambas partes sobre fgh y reemplazando las derivadas parciales se reduce (3.13) a

$$\frac{1}{f} \frac{d^2 f}{d\rho^2} + \frac{1}{f} \frac{1}{\rho} \frac{df}{d\rho} + \frac{1}{g} \frac{1}{\rho^2} \frac{d^2 g}{d\varphi^2} + \frac{1}{h} \frac{d^2 h}{dz^2} = -\beta^2 \quad (3.14)$$

El último término del lado izquierdo de (3.14) es solo una función de z, por lo tanto se puede decir que

$$\frac{1}{h} \frac{d^2 h}{dz^2} = -\beta_z^2 \Rightarrow \frac{d^2 h}{dz^2} = -\beta_z^2 h \quad (3.15)$$

Donde β_z es una constante. Sustituyendo (3.15) en (3.14) y multiplicando las 2 partes por ρ^2 , se reduce a

$$\frac{\rho^2}{f} \frac{d^2 f}{d\rho^2} + \frac{\rho}{f} \frac{df}{d\rho} + \frac{1}{g} \frac{d^2 g}{d\varphi^2} + (\beta^2 - \beta_z^2) \rho^2 = 0 \quad (3.16)$$

Desde que el tercer término del lado izquierdo de la ecuación (3.16) sea solo una función de φ se puede establecer como una constante ($-m^2$) luego

$$\frac{1}{g} \frac{d^2 g}{d\varphi^2} = -m^2 \Rightarrow \frac{d^2 g}{d\varphi^2} = -m^2 g \quad (3.17)$$

Sabiendo

$$\beta^2 - \beta_z^2 = \beta_\rho^2 \Rightarrow \beta_\rho^2 + \beta_z^2 = \beta^2 \quad (3.18)$$

Luego usando (3.17) y multiplicando la ecuación (3.16) por f , se puede reducir (3.16) a

$$\rho^2 \frac{d^2 f}{d\rho^2} + \rho \frac{df}{d\rho} + [(\beta_\rho \rho)^2 - m^2] f = 0 \quad (3.19)$$

La ecuación (3.18) se refiere a la ecuación de restricción para la solución de la ecuación de onda en coordenadas cilíndricas, y la ecuación (3.19) se reconoce como la ecuación diferencial clásica de Bessel [3].

En resumen entonces, la ecuación parcial diferencial (3.11) cuya solución se supone que es separable de la forma dada por (3.12) se reduce a tres ecuaciones diferenciales (3.15) (3.17) y (3.19) y la ecuación de restricción (3.18), así

$$\nabla^2 \psi(\rho, \varphi, z) = \frac{\partial^2 \psi}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\beta^2 \psi \quad (3.20)$$

Donde

$$\psi(\rho, \varphi, z) = f(\rho)g(\varphi)h(z) \quad (3.20^a)$$

Se reduce a

$$\rho^2 \frac{d^2 f}{d\rho^2} + \rho \frac{df}{d\rho} + [(\beta_\rho \rho)^2 - m^2] f = 0 \quad (3.21^a)$$

$$\frac{d^2 g}{d\varphi^2} = -m^2 g \quad (3.21^b)$$

$$\frac{d^2 h}{dz^2} = -\beta_z^2 h \quad (3.21^c)$$

Con

$$\beta_\rho^2 + \beta_z^2 = \beta^2 \quad (3.21^d)$$

Las soluciones para (3.21a), (3.21b) y (3.21c) toman la forma respectivamente de

$$f_{1(\rho)} = A_1 J_m(\beta_\rho \rho) + B_1 Y_m(\beta_\rho \rho) \quad (3.22^a)$$

O

$$f_{2(\rho)} = C_1 H_1^m(\beta_\rho \rho) + D_1 H_2^m(\beta_\rho \rho) \quad (3.22^b)$$

Y

$$g_{1(\varphi)} = A_2 e^{-jm\varphi} + B_2 e^{jm\varphi} \quad (3.23^a)$$

O

$$g_2(\varphi) = C_2 \cos(m\varphi) + D_2 \sin(m\varphi) \quad (3.23b)$$

Y

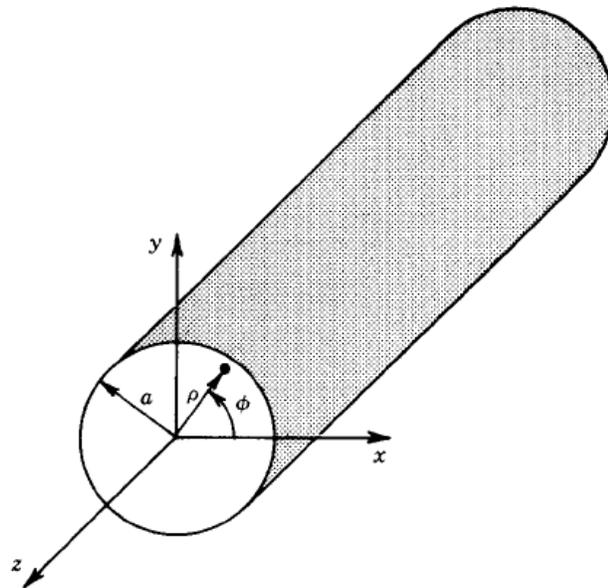
$$h_1(z) = A_3 e^{-j\beta_z z} + \beta_3 e^{+j\beta_z z} \quad (3.24a)$$

O

$$h_2(z) = C_3 \cos(\beta_z z) + D_3 \sin(\beta_z z) \quad (3.24b)$$

En (3.22a) $J_m(\beta_\rho \rho)$ y $Y_m(\beta_\rho \rho)$ representan respectivamente, las funciones de Bessel de primer y segundo orden; $H^1_m(\beta_\rho \rho)$ y $H^2_m(\beta_\rho \rho)$ en (3.22b) representan respectivamente, las funciones de Hankel de primer y segundo orden.

Figura 3.1 guía de onda cilíndrica de la sección transversal circular



Fuente: CONSTANTINE A, Balanis. Advance Engineering Electromagnetics.
Editorial Jhon Wiley and Sons.

Aunque (3.22a) a través de (3.24b) son soluciones validas para $f(\rho)$, $g(\varphi)$ y $h(z)$, entonces se puede establecer que

$$\begin{aligned}\psi(\rho, \varphi, z) &= f(\rho)g(\varphi)h(z) \\ &= [A_1 J_m(\beta_\rho \rho) + \beta_1 Y_m(\beta_\rho \rho)] \\ &\quad \times [C_2 \cos(m\varphi) + D_2 \sin(m\varphi)] [A_3 e^{-j\beta_z z} + \beta_3 e^{+j\beta_z z}]\end{aligned}\tag{3.2}$$

4. ANTENAS MICROCINTA

4.1 INTRODUCCIÓN

En aviones de alto rendimiento, naves espaciales, satélites, misiles y demás aplicaciones, donde el tamaño, peso, costo, rendimiento, facilidad de instalación, y el perfil aerodinámico son las limitaciones, las antenas de bajo perfil pueden ser requeridas. En la actualidad hay muchas otras aplicaciones gubernamentales y comerciales, como la radio, comunicaciones móviles e inalámbricas, que tienen especificaciones similares. Para cumplir con estos requisitos, las antenas microcinta pueden ser muy útiles [4].

Estas antenas son de bajo perfil, simple y barato de fabricar usando moderna tecnología de circuitos impresos, mecánicamente robusta cuando está montado sobre superficies rígidas, y cuando la forma particular y el modo de parche se seleccionan, ellos son muy versátiles en cuanto a frecuencia de resonancia, polarización, patrón, e impedancia [4].

Además, mediante la adición de cargas entre el parche y el plano del suelo, tales como pasadores y diodos varactor, elementos adaptativos con frecuencia variable de resonancia, la impedancia, polarización, y el patrón pueden ser diseñados [4].

Los principales inconvenientes de funcionamiento de las antenas microcinta son su baja eficiencia, baja potencia, alto Q (a veces en exceso de 100), la pureza de polarización es pobre, rendimiento de escaneo pobre, y ancho de banda de frecuencia muy estrecho, que es normalmente un pequeño porcentaje [4].

En algunas aplicaciones, tales como en los sistemas de seguridad del gobierno, anchos de banda estrechos son deseables. Sin embargo, hay métodos, tales como aumentar la altura del sustrato, que pueden ser usados para extender la eficiencia y ancho de banda. Sin embargo, a medida que aumenta la altura, las ondas superficiales se introducen y generalmente no son deseables porque extraen energía de la total disponible para la radiación directa (ondas espaciales) [4].

4.2 CARACTERÍSTICAS DE LAS ANTENAS MICROCINTA.

La antena de microcinta ha demostrado ser un excelente radiador para muchas aplicaciones debido a sus numerosas ventajas, pero también tiene algunas desventajas. Las ventajas y desventajas se describirán en la siguiente sección [5].

4.2.1 Ventajas La antena de microcinta tiene varias ventajas en comparación con las antenas microondas convencionales. Las principales ventajas de MSA se muestran como sigue [5]:

- Son ligeros y tienen un volumen pequeño y una configuración de bajo perfil.
- Se pueden hacer conforme a la superficie huésped.
- La facilidad de su producción en masa utilizando la tecnología de circuitos impresos-conduce a un coste de fabricación bajo.
- Son más fáciles de integrar con otros países de ingresos medios en el mismo sustrato.
- Permiten polarización lineal.

- Se pueden hacer compactos para su uso en la comunicación móvil personal.
- Permiten operaciones de doble y triple de frecuencia.

4.2.2 Desventajas La antena de microcinta tiene desventajas en comparación con las antenas microondas convencionales, son las siguientes [5]:

- Reducido Ancho de banda (BW).
- Ganancia baja.
- Baja Capacidad de potencia.

Las antenas microcinta tienen estrecha BW, por lo general 1-5%, que es el principal factor limitante para la aplicación generalizada de estas antenas. El aumento del peso corporal de MSA ha sido el motor principal de la investigación en este campo, y una amplia BW hasta el 70% se ha logrado [5].

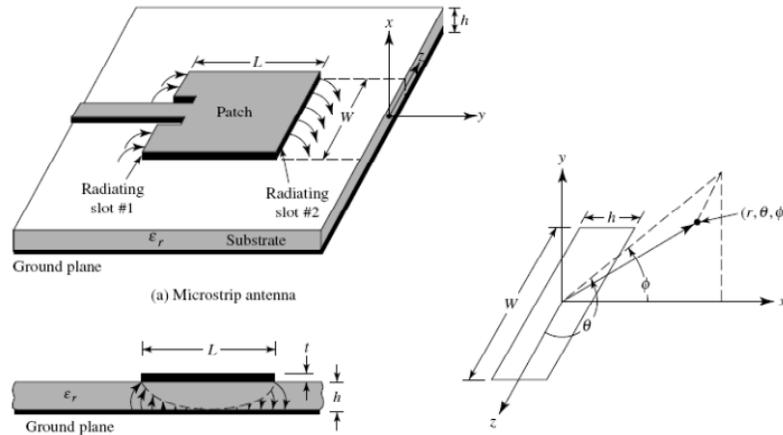
4.3 TÉCNICAS DE ALIMENTACIÓN

Las antenas de microcinta se pueden excitar directamente o mediante una sonda coaxial. También puede ser excitado indirectamente mediante el acoplamiento electromagnético o acoplamiento de apertura y una alimentación de la guía de onda coplanar, en cuyo caso no hay contacto directo metálico entre la línea de alimentación y el parche. Las técnicas de alimentación influyen en la impedancia de entrada y las características de la antena, y es un parámetro de diseño importante [5].

El coaxial o arreglo sonda de alimentación se muestra en la Figura 5. El conductor central del conector coaxial se suelda al parche. La principal ventaja de esta alimentación es que puede colocar en cualquier lugar deseado dentro de la revisión para que coincida con su impedancia de entrada. Las desventajas son que el agujero debe ser perforado en el substrato y que el conector sobresale

fuera del plano de masa inferior, por lo que no es completamente plana. Además, este acuerdo de alimentación hace que la configuración asimétrica [5].

Figura 4 Antena Microcinta



Fuente: CONSTANTINE A. Balanis, Antenna Theory, Analysis And Design, Tercera Edicion, John Wiley and Sons.

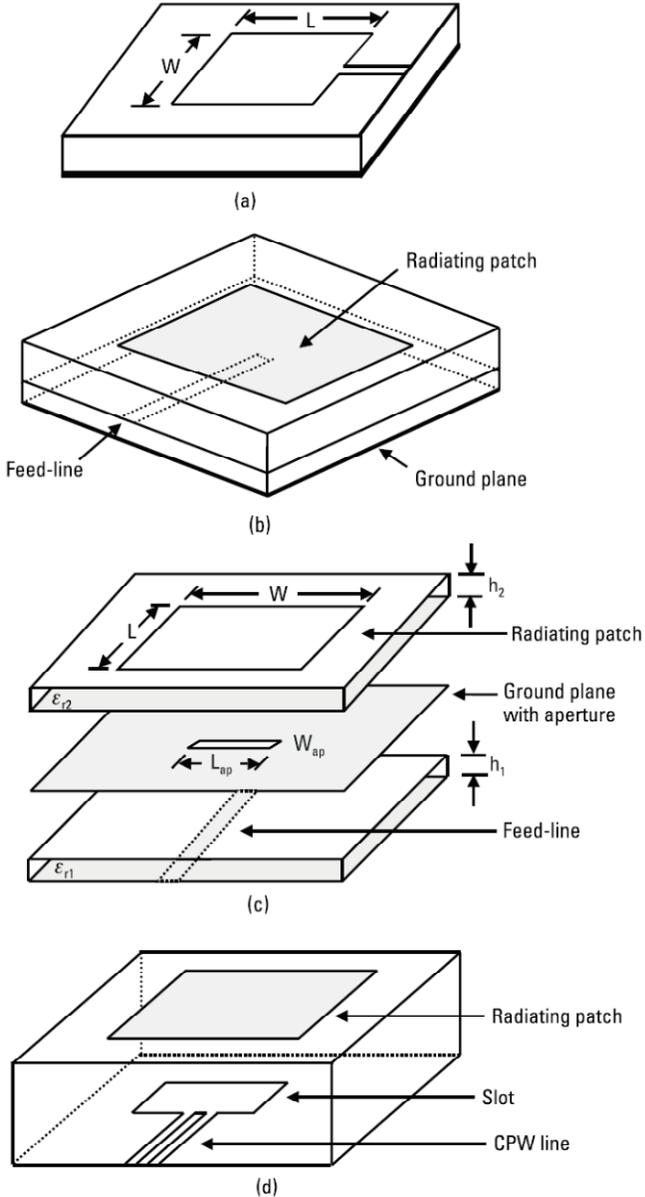
Un parche excitado por la línea de alimentación de la microcinta se muestra en la Figura 4.1 (a). Este sistema de alimentación tiene la ventaja de que puede ser grabada en el mismo sustrato, por lo que la estructura total se mantiene plana. El inconveniente es la radiación de la línea de alimentación, lo que conduce a un aumento en el nivel de polarización cruzada. Además, en el rango de ondas milimétricas, el tamaño de la línea de alimentación es comparable al tamaño del parche, lo que lleva a un aumento de la radiación no deseada [5].

Para el espesor de los sustratos, que se emplean generalmente para lograr un ancho de banda amplio, ambos métodos anteriores de la alimentación directa de las antenas microcinta tienen problemas. En el caso de una alimentación coaxial, el aumento de longitud de la sonda hace que la impedancia de entrada sea más inductiva, lo que aumenta el problema. Para la alimentación de la microcinta, un aumento en el grosor del sustrato aumenta su anchura, que a su vez aumenta la radiación de alimentación no deseado [5].

La alimentación indirecta, analizada a continuación, resuelve estos problemas. Un acople electromagnético de antenas microcinta se muestra en la Figura 4.1 (b). El acoplamiento electromagnético también se conoce como acoplamiento de proximidad. La línea de alimentación se coloca entre el parche y el plano del suelo, que está separada por dos medios dieléctricos. Las ventajas de esta configuración de alimentación incluyen la eliminación de ruidos, la elección entre dos medios dieléctricos diferentes, uno para el parche y el otro para la línea de alimentación para optimizar el rendimiento individual, y un aumento en el peso corporal debido al aumento de la el grosor del sustrato general de la antena microcinta. Las desventajas son que las dos capas deben estar alineadas correctamente y que el grosor total de la antena aumenta [5].

Otro método para alimentar indirectamente un parche es empleando un acoplamiento de apertura. En la configuración del acoplamiento de apertura de la antena microcinta, el campo se acopla de la alimentación de la línea microcinta a la radiación del parche a través de una pequeña abertura eléctrica sobre el plano de tierra, como se muestra en la Figura 4.1 (c). La apertura de acoplamiento suele centrarse en la revisión, que conduce a menor polarización cruzada, debido a la simetría de la configuración. La forma, tamaño y ubicación de la abertura decide la cantidad de acoplamiento del conducto de alimentación al parche [5].

Figura 4.1. Alimentación de la antena (a) la línea microcinta, (b) acoplamiento electromagnético, (c) apertura de acoplamiento, y (d) la guía de onda coplanar (CPW).



Fuente: GIRISH, Kumar. Broadband Microstrip Antenas, Editorial Artech house 2003.

La abertura de la ranura puede ser resonante o no resonante. La ranura resonante proporciona otra resonancia, además de la resonancia del parche lo que aumenta el ancho de banda a expensas de un aumento en la radiación de fondo. Como resultado, una abertura no resonante se utiliza normalmente. El rendimiento es relativamente insensible a pequeños errores en la alineación de las diferentes capas. Al igual que el método de acoplamiento electromagnético, los parámetros de sustrato de las dos capas se pueden elegir por separado para obtener un rendimiento óptimo de la antena [5].

La alimentación de la guía de onda coplanar, que se muestra en la Figura 4.1 (d), también se ha utilizado para alimentar la antena microcinta. En este método, la guía de onda coplanar es grabada en la placa de masa de la microcinta. La línea es excitada por una alimentación coaxial y se termina por una ranura, cuya longitud es escogida entre 0.25 y 0.29 de la longitud de onda de ranura. La principal desventaja de este método es la alta radiación de la ranura más larga, que conduce a la mala relación de adelante-atrás. La relación de adelante hacia atrás se mejora mediante la reducción de la dimensión de la ranura y la modificación de su forma en forma de un bucle [5].

MÉTODOS DE ANÁLISIS:

Las antenas microcinta generalmente tienen un parche de radiación en dos dimensiones sobre un sustrato dieléctrico y por lo tanto puede ser categorizado como una componente plana de dos dimensiones para su análisis. Los métodos de análisis se pueden dividir en dos grupos:

En el primer grupo, los métodos se basan en el equivalente de distribución de corriente magnética alrededor de los bordes del parche (semejantes a las antenas de ranura). Hay tres técnicas analíticas más populares [5]:

- El modelo de línea de transmisión.
- El modelo de la cavidad.

En el segundo grupo, los métodos se basan en la distribución de corriente eléctrica en el conductor del parche y el plano de tierra (similar a las antenas dipolo, que se utiliza en combinación con la simulación de onda completa / métodos de análisis numérico). Algunos de los métodos numéricos para el análisis de acuerdos de servicios administrativos son las siguientes [5]:

- El método de los momentos (MoM).
- El método de elementos finitos (FEM).
- La técnica de dominio espectral (TED).
- El método del dominio de tiempo de diferencias finitas (FDTD).

4.4. METODO DE CAVIDADES RESONANTES

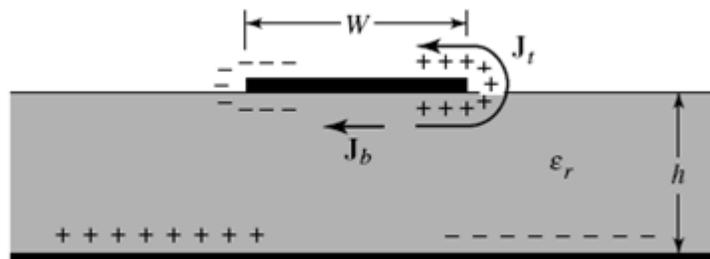
Las antenas microcinta se asemejan a cavidades con carga dieléctrica, y muestran un orden de resonancia mayor. Los campos de normalización dentro del sustrato dieléctrico (entre el parche y el plano del suelo) se pueden encontrar con más precisión mediante el tratamiento de esa región como una cavidad delimitada por conductores eléctricos (por encima y por debajo de ella) y por las paredes magnéticas (para simular un circuito abierto) a lo largo del perímetro del parche [4].

Se trata de un modelo aproximado, que en principio lleva a una impedancia reactiva de entrada (de valor cero o infinito de resonancia), y no emite ninguna potencia. Sin embargo, suponiendo que los campos reales se aproximan a los generados por este modelo, el modelo calcula, admitancia de entrada [4].

Para arrojar alguna información sobre el modelo de cavidad, se presenta una interpretación física en la formación de los campos dentro de la cavidad y radiación a través sus paredes laterales. Cuando el parche microcinta se activa,

una distribución de carga, que se establece en las superficies superior e inferior del parche, así como en la superficie del plano de tierra, como se muestra en la figura 4.2. La distribución de carga está controlada por dos mecanismos: uno atractivo y un mecanismo de repulsión [4].

Figura 4.2 Distribución de carga y formación de la densidad de corriente en un parche microcinta.



Fuente [4].

El mecanismo es atractivo entre las cargas correspondientes opuestas en la parte inferior del parche y el plano del suelo, que tiende a mantener la concentración de carga en la parte inferior del parche. El mecanismo de repulsión entre cargas iguales esta en la superficie inferior del parche, y tiende a empujar a algunos cargos de la parte inferior del parche, alrededor de sus bordes, y a su superficie superior [4].

El movimiento de estas cargas crea las densidades de corriente correspondientes J_b y J_t en las superficies superior e inferior del parche respectivamente, como se muestra en la Figura 4.2 Puesto que para la mayoría de prácticas microcinta la relación altura-anchura es muy pequeña, el mecanismo atractivo domina y la mayor parte de la concentración de la carga y el flujo de corriente permanecen por debajo del parche. Una pequeña cantidad de corriente fluye alrededor de los bordes del parche a su superficie superior. Sin embargo, este flujo de corriente disminuye a medida que la relación altura-anchura disminuye [4].

En el límite, el flujo de corriente a la parte superior sería igual a cero, que idealmente no crearía ningún componente tangencial del campo magnético en los bordes del parche.

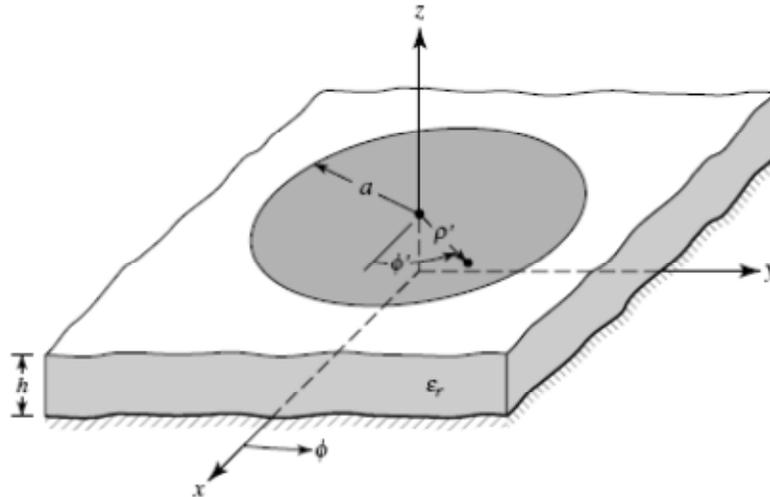
☒ Esto permitiría que las cuatro paredes laterales sean modeladas como superficies conductoras magnéticas perfectas que, idealmente, no perturban el campo magnético y, a su vez, la distribución de campo eléctrico por debajo del parche. Dado que en la práctica hay un número finito de altura a anchura, aunque pequeña, los campos magnéticos tangenciales en los bordes no es exactamente cero. Sin embargo, ya que será pequeño, una buena aproximación al modelo de cavidad para el tratamiento de las paredes laterales, como la realización de la perfección magnética. Este modelo produce una buena distribución normalizada campo eléctrico y magnético (modos) debajo del parche [4].

Debido a que el espesor de la microcinta es muy pequeño, las ondas generadas en el sustrato dieléctrico (entre el parche y el plano del suelo) se someten a reflexiones importantes cuando llegan al borde del parche. Por lo tanto, sólo una pequeña fracción de la energía incidente es irradiada, por lo que la antena se considera que es muy ineficiente.

Los campos por debajo del parche forman ondas estacionarias que se pueden representar mediante funciones de onda cosenoidal. Puesto que la altura del sustrato es muy pequeño ($h \ll \lambda$), las variaciones de campo a lo largo de la altura se consideran constantes. Además, debido a la baja altura del sustrato, el halo de los campos a lo largo de los bordes del parche también son muy pequeños mediante el cual el campo eléctrico es casi normal a la superficie del parche. Por lo tanto, sólo las configuraciones de campo TM_x serán considerados dentro de la cavidad. Mientras que las paredes superiores e inferiores de la cavidad son perfectamente conductoras eléctricas, de las cuatro paredes laterales se puede modelar como la realización de muros perfectamente magnéticos (campos magnéticos tangenciales se desvanecen a lo largo de esas cuatro paredes) [4].

4.4.1 Parche circular Aparte del parche rectangular, la siguiente configuración más popular es el parche circular o de disco, como se muestra en la Figura 4.3.

Figura 4.3 Geometría de una antena microcinta circular



Fuente [4].

Los modos soportados por la antena circular de parche se pueden encontrar tratando el parche, el plano de tierra, y el material entre los dos, como una cavidad circular. Al igual que con el parche rectangular, los modos que son apoyados principalmente por una antena microcinta circular cuya altura del sustrato es pequeña ($h \ll \lambda$) son los TMZ donde z es tomado perpendicular al parche. En cuanto a las dimensiones del parche, hay dos grados de libertad con el control (longitud y anchura) para la antena microcinta rectangular [4].

Por lo tanto el orden de los modos se puede cambiar, modificando las dimensiones relativas de anchura y la longitud del parche. Sin embargo, para el parche circular sólo hay un grado de libertad a controlar (radio del parche). Hacer esto no cambia el orden de los modos, sin embargo, si cambia el valor absoluto de la frecuencia de resonancia [5].

Aparte de usar el análisis de onda completa, la antena de parche circular sólo puede ser analizada usando el modelo de la cavidad. Esto puede lograrse utilizando un procedimiento similar al del parche rectangular, pero ahora utilizando coordenadas cilíndricas. La cavidad está compuesta de dos conductores eléctricos perfectos en la parte superior e inferior para representar el parche y el plano del suelo, y por un conductor perfecto cilíndrico magnético alrededor de la periferia circular de la cavidad. El material dieléctrico del sustrato se supone que se trunca más allá de la extensión del parche [5].

4.4.1.1. Campos eléctricos y magnéticos TMZ mnp. Para encontrar los campos dentro de la cavidad, se utiliza el enfoque de potencial vectorial. Para el modo Transversal Magnético, debemos encontrar primero el vector potencial magnético A_z , que deberán cumplir, en coordenadas cilíndricas, la ecuación de onda homogénea de [4]:

$$\nabla^2 A_z(\rho, \varphi, z) + K^2 A_z(\rho, \varphi, z) = 0 \quad (4.1)$$

Como se demuestra en Balanis. Advance Engineering Electromagnetics [2], para los modos de TMZ, cuyos campos eléctricos y magnéticos están relacionados con el vector potencial A_z por [4].

$$\begin{aligned} E_\rho &= -j \frac{1}{\omega \mu \epsilon} \frac{\partial^2 A_z}{\partial \rho \partial z} & H_\rho &= \frac{1}{\mu} \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} \\ E_\varphi &= -j \frac{1}{\omega \mu \epsilon} \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 A_z}{\partial \varphi \partial z} & H_\varphi &= -\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial \rho} \\ E_z &= -j \frac{1}{\omega \mu \epsilon} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) A_z & H_z &= 0 \end{aligned}$$

Sujeto a las condiciones de contorno de

$$E_\rho(0 \leq \rho' \leq a, 0 \leq \varphi' \leq 2\pi, z' = 0) = 0$$

$$E_\rho(0 \leq \rho' \leq a, 0 \leq \varphi' \leq 2\pi, z' = h) = 0$$

$$H_\varphi(\rho' = a, 0 \leq \varphi' \leq 2\pi, 0 \leq z' \leq 2h) = 0$$

El vector de potencial magnético A_z se reduce a

$$A_z = B_{mnp} J_m(K_\rho \rho') [A_2 \cos(m\varphi') + B_2 \text{Sen}(m\varphi')] \cos(K_z z') \quad (4.2)$$

III. METODOLOGIA

El presente trabajo de grado se realizó con el fin de construir un software en Matlab que permita calcular los parámetros más relevantes de una antena a la hora de hacer un diseño para cierto tipo de aplicaciones, para lograr este objetivo fue necesario llevar un proceso que se logró en 5 etapas.

ETAPA 1 INVESTIGACIÓN

La primera etapa del proyecto de grado consistió en buscar y recopilar información de los principios básicos de las antenas de microcinta circular, y sus métodos de análisis.

Durante este proceso se encontraron varios tipos de métodos que permitían calcular y desarrollar la construcción de una antena microcinta.

Las antenas microcinta generalmente tienen un parche de radiación en dos dimensiones sobre un sustrato dieléctrico y por lo tanto puede ser categorizado como una componente plana de dos dimensiones para su análisis. Los métodos de análisis se pueden dividir en dos grupos

En el primer grupo, los métodos se basan en el equivalente de distribución de corriente magnética alrededor de los bordes del parche (semejantes a las antenas de ranura). Hay tres técnicas analíticas más populares:

- El modelo de línea de transmisión.
- El modelo de la cavidad.
- El método de los momentos (MoM).

En el segundo grupo, los métodos se basan en la distribución de corriente eléctrica en el conductor del parche y el plano de tierra (similar a las antenas dipolo, que se utiliza en combinación con la simulación de onda completa /

métodos de análisis numérico). Algunos de los métodos numéricos para el análisis son las siguientes:

- El método de elementos finitos (FEM).
- La técnica de dominio espectral (TED).
- El método del dominio de tiempo de diferencias finitas (FDTD).

Después de analizar cada uno de estos métodos, se llegó al acuerdo de trabajar nuestro proyecto con el método de cavidades resonantes porque presentaba algunas ventajas con respecto a los demás, por ejemplo el método de líneas de transmisión da una buena visión física, pero es menos exacto y presenta un modelo de acoplamiento más difícil. Comparando el modelo de línea de transmisión con el modelo de cavidades, este último, es más exacto pero de igual manera es más complejo, sin embargo, este también da una buena perspectiva física y el modelo de acoplamiento es también difícil, aunque este es utilizado generalmente con éxito.

Luego de estudiar y elegir el método de cavidades resonantes se procedió a analizar su solución para lo cual fue indispensable obtener información sobre estos temas en el siguiente orden:

1. Ecuaciones de Maxwell.
2. Vectores de potencial A y F
3. Ecuación de onda
4. Funciones de Bessel
5. Modos transversales Electromagnético
6. Vector de poynting.

ETAPA 2 MODELO MATEMÁTICO POR EL MÉTODO DE CAVIDADES RESONANTES

La segunda etapa consistió en analizar el método de cavidades resonantes para obtener un modelo matemático que permitiera obtener las ecuaciones para

calcular los parámetros necesarios para obtener el patrón de radiación de una antena circular.

Los parámetros de entrada que se utilizaron para empezar a calcular las ecuaciones son los siguientes:

1. Frecuencia de resonancia: Se estableció de 10Ghz, porque el módulo LVDAM-ANT, tiene un transmisor que trabaja de 1 y 10 Ghz respectivamente, y el método de cavidades resonantes funciona mejor para altas frecuencias.
2. Altura del dieléctrico: el dieléctrico que se utilizó para fabricar la antena es de fibra de vidrio con un espesor de (0.08cm), porque el método recomienda que $(\lambda \ll h)$, y para nuestros cálculos era la altura más adecuada.
3. Permitividad magnética: se trabajó con fibra de vidrio, cuya permitividad es de 4.8

Las ecuaciones que se obtuvieron durante la solución del método son las siguientes:

1. Se calculó la variable F.

$$F = \frac{8.791 \times 10^9}{fr \sqrt{\epsilon_r}} \quad (5.1)$$

2. Con F, se calculó el radio (a) en centímetros.

$$a = \frac{F}{\sqrt{1 + \frac{2h}{\pi \epsilon_r F} \left[\ln\left(\frac{\pi F}{2h}\right) + 1.7726 \right]}} \quad (5.2)$$

3. Con a, se calculó el radio efectivo (a_e) en cm.

$$a_e = a \left[1 + \frac{2h}{\pi \epsilon_r a} \left[\ln\left(\frac{\pi a}{2h}\right) + 1.7726 \right] \right]^{1/2} \quad (5.3)$$

4. Se calculó el ancho de banda (BW) en gigahertz

$$BW = \frac{(2.4049 - 1.8412)(30 \times 10^9)}{2\pi\sqrt{\epsilon_r}(a)} \quad (5.4)$$

5. Luego la frecuencia de corte

$$f_c = f_r - \frac{BW}{2} \quad (5.5)$$

6. Se halla λ en cm

$$\lambda = \frac{(30 \times 10^9)}{f_r \sqrt{\epsilon_r}} \quad (5.6)$$

7. luego λ_g en cm

$$\lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f_r}\right)^2}} \quad (5.7)$$

8. Se halla la constante de fase β en (rad/cm)

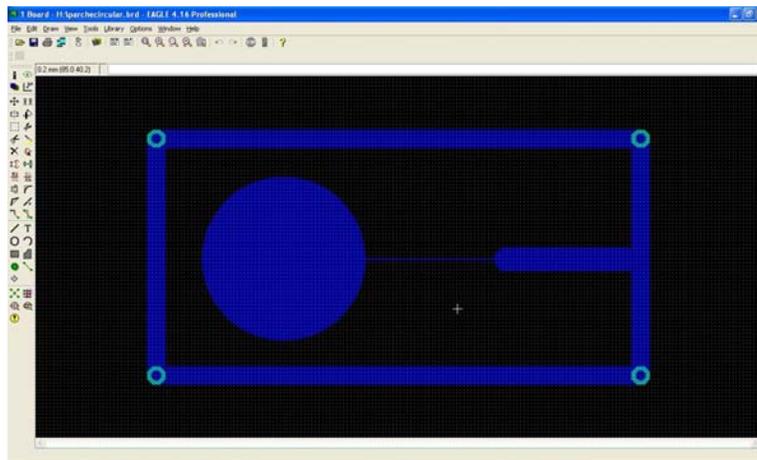
$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda_g} \quad (5.8)$$

La aplicación de estas fórmulas se muestra en análisis de resultados página 84 con valores reales.

ETAPA 3 DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DEL PROTOTIPO DE LA ANTENA CIRCULAR

Durante esta etapa, después de calcular los parámetros necesarios para diseñar la antena, con los valores reales, se procedió a diseñarla con el software EAGLE-LOYOUT 4.16 como se muestra en la siguiente gráfica:

Figura 6. Diseño del prototipo de la antena microcinta circular en EAGLE.



Fuente [Autor].

Pasos para el diseño del circuito impreso

2. Diseño del prototipo en EAGLE-LOAYOUT 4.16(figura 1.1)
3. Después de realizar el prototipo, se procedió a realizar la impresión a laser en un papel especial para realizar circuitos impresos.
4. Se cortó la lámina dieléctrica con dimensiones 5 veces más grande del diámetro que fue calculado en la antena.
5. Se utilizó la técnica de planchar el diseño de EAGLE sobre la lámina, con la cara superior del papel donde estaba la tinta hacia el cobre de la lámina.
6. Cuando la parte superior tenía la figura de la antena en tinta, se colocó cinta adhesiva en la cara posterior de la lámina, para lograr el plano de tierra.
7. Se preparó una solución de precloruro ferrico con medio litro de agua caliente, para poder eliminar el cobre restante de la lámina.
8. Se introdujo la lámina en la solución preparada y se procedió a agitar el contenido durante 1 hora aproximadamente, hasta lograr el resultado esperado.

9. Se limpió la capa superior e inferior con tinner para eliminar la tinta impresa y las impurezas que quedaron en la lámina.
10. Se procedió a instalar el cable coaxial a la lámina, cuidadosamente para que el plano de tierra tuviera contacto con la parte exterior del cable coaxial, y la parte interior hiciera contacto con la antena.

ETAPA 4 RECONOCIMIENTO Y TOMA DE DATOS EN EL SOFTWARE

LVDAM-ANT

Se realizó el reconocimiento del módulo LVDAM-ANT el cual consta de 3 dispositivos principales:

1. En su etapa de transmisión consta del módulo de transmisión Lab-volt 9505-02; Este Generador RF incluye dos generadores independientes capaces de entregar una señal RF continua o una señal modulada en amplitud mediante una onda cuadrada de 1 kHz, en las bandas de 915 MHz y 10,5 GHz. Cada generador cuenta con un botón pulsador para activar o desactivar la emisión de potencia RF, un LED que destella cuando esa emisión está activado y un conector de salida tipo SMA. El oscilador del generador de 915 MHz se puede sintonizar de 700 a 1200 MHz a través de una entrada de tensión externa de sintonía. Todas las salidas están protegidas contra cortocircuitos o conexiones erróneas.

El Generador RF posee su propia fuente de alimentación y cuenta con un distribuidor estándar de tensión corriente continua no regulada que alimenta los otros módulos compatibles a través del conector ubicado en el panel superior. Cuando el generador está emitiendo potencia RF, la unidad emite un sonido corto y agudo a fin de evitar interferencias y advertir a los usuarios del laboratorio que el generador está emitiendo [12].

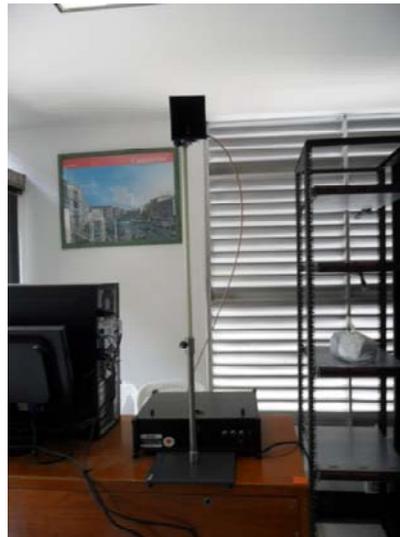
Para realizar la transmisión mediante su conexión con una guía de onda y la antena tipo corneta (horn) como lo muestra la figura 6.1 y 6.2.

Figura 6.1 Generador de Radiofrecuencia



Fuente [Autor].

Figura 6.2 Antena Transmisora.



Fuente [Autor].

2. La etapa de recepción está compuesta por un orientador de antena Lab-volt 9506-02 (figura 6.3), El Orientador de antena consiste de un mástil para la antena receptora (antena bajo prueba), un motor de arrastre, un detector de señales, un atenuador variable y un codificador del eje. El motor de arrastre hace girar el

mástil mientras el software LVDAM-ANT comanda dicha rotación por medio de la Interfaz para la adquisición de datos. Un conector tipo SMA, montado en la base del mástil, permite conectar la antena receptora al detector de señales. Este último suministra una señal cuya tensión depende del nivel de la señal RF recibida.

Esta señal se encuentra disponible en un conector BNC para su conexión a la Interfaz para la adquisición de datos. El atenuador variable permite el ajuste de la sensibilidad del sistema receptor, según la intensidad de la señal recibida, a fin de evitar la saturación del sistema. El software LVDAM-ANT controla ese atenuador por medio de la Interfaz para la adquisición de datos.

El codificador está acoplado al eje del motor de arrastre y proporciona las señales que permiten monitorear la rotación del mástil. Los dos conectores multipatillas del Orientador de antena se emplean para conectarlo al módulo Interfaz para la adquisición de datos / Fuente de alimentación [12].

Figura 6.3 Orientador de antena



Fuente [Autor].

3. La interfaz para la adquisición de datos (Figura 6.4) Lab-Volt 9507-32, La Interfaz para la adquisición de datos es el enlace de comunicación entre el Orientador de antena y la computadora personal que ejecuta el software LVDAM-

ANT. Ese enlace se logra utilizando un puerto USB ubicado en la parte posterior del módulo. La Interfaz para la adquisición de datos convierte la señal proveniente del Orientador de antena en una señal digital que la computadora puede procesar. La interfaz también dirige las señales del codificador del eje, provenientes del Orientador de antena, a la computadora.

Suministra además las señales requeridas para controlar el motor de arrastre y el atenuador variable del Orientador de antena. La conexión entre la Interfaz para la adquisición de datos y el Orientador de antena se realiza por medio de un conector BNC y un conector multipatillas.

La Fuente de alimentación suministra una tensión corriente continua regulada a la Interfaz para la adquisición de datos. Además, dicha fuente cuenta con un distribuidor estándar de tensión cc no regulada para alimentar los otros módulos compatibles a través del conector del panel superior. También se alimenta con esa tensión cc no regulada el Orientador de antena a través del conector multipatillas, ubicado en el panel frontal de la Fuente de alimentación. Además, en ese mismo conector se dispone de una tensión ca para el motor de arrastre del Orientador de antena. Un interruptor luminoso permite encender y apagar la Fuente de alimentación [12].

Figura 6.4 Interfaz para la adquisición de datos



Fuente [Autor].

Funcionamiento software LVDAM-ANT

El Sistema didáctico y de medición en antenas (SDMA) proporciona a docentes y estudiantes el material didáctico necesario para la capacitación práctica sobre las antenas, en las bandas de 1 GHz y 10 GHz. El SDMA, un sistema de medición de antenas funcional y potente, también puede ser utilizado por equipos de investigación y concepción. El SDMA incluye un conjunto de antenas de 1 GHz, otro de 10 GHz, un Generador RF, un sistema de recepción y el software Adquisición y gestión de datos para antenas de Lab-Volt (LVDAM-ANT).

Este software, fácil de usar, funciona en un sistema operativo Microsoft Windows. El sistema de recepción incluye un Orientador de antena giratorio acoplado a una Interfaz para la adquisición de datos, la que a su vez está conectada al puerto USB de una computadora personal. El SDMA está diseñado para operar de manera segura a baja potencia y en las bandas de 1 GHz y 10 GHz, permitiendo la medición de las características de las antenas en esas bandas. La Interfaz para la adquisición de datos controla el Orientador de antena y capta la señal recibida de la antena en estudio.

El software LVDAM-ANT cuenta con una caja de herramientas que se utiliza para controlar la rotación de la antena y la adquisición de datos, así como la visualización de las características medidas de la antena en los planos E y H. A partir de los resultados de esas mediciones, es posible obtener diferentes tipos de representaciones en 2D y 3D. El software LVDAM-ANT también incluye los algoritmos que permiten evaluar la abertura del haz y la directividad de la antena a partir de los valores medidos. El SDMA es un sistema autónomo completo que no requiere ningún otro equipamiento de microondas. Sin embargo, con el fin de aumentar el alcance de la práctica sobre las antenas y reflectores, es posible agregar al SDMA antenas opcionales, así como un conjunto de puesta en fase de dos elementos y un kit de accesorios de demostración de la sección eficaz de radar (SER). Estas piezas opcionales se encuentran listadas en las secciones Equipamiento opcional y Descripción del [12]

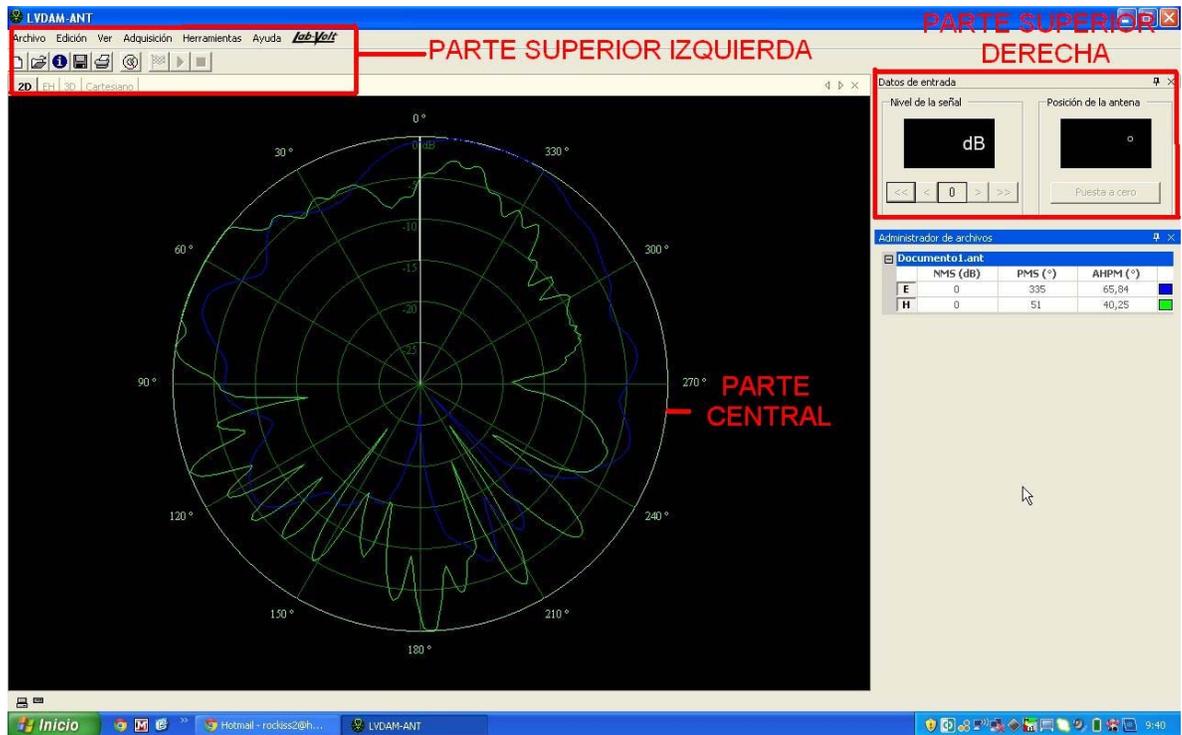
El software LVDAM-ANT es un software de sencillo manejo el cual consta de una interfaz con el usuario que para su mejor comprensión será dividida en 3 partes: Parte superior izquierda, parte central y parte superior derecha.

a. Parte superior izquierda: en ella se encuentran los botones de archivo, edición, ver, adquisición, herramientas y ayuda; con el botón de archivo se puede abrir un proyecto nuevo o uno ya existente y una vez se toman los datos necesarios se podrá exportar la información en un archivo con formato texto el cual representa la matriz del patrón de radiación obtenido; con el botón ver se puede observar el patrón de radiación en 2D, 3D y en el plano cartesiano mostrando el ángulo versus la atenuación en decibeles. En la parte inferior de los botones mencionados anteriormente se encuentran los botones de nuevo, abrir, guardar, imprimir, visualizar cursores, ajuste del inicio del trazo, iniciar la adquisición y detener la adquisición

b. En la parte central de la interfaz con el usuario se encuentra un plano polar en el cual se dibujara el patrón de radiación obtenido en el plano E y H de la misma forma mostrara las gráficas en 3D (figura 6.5) y en el plano cartesiano si se escoge esa opción.

c. En la parte superior derecha se encuentran los datos de entrada como lo son el nivel de la señal en decibeles y la posición de la antena en grados.

Figura 6.5. Interfaz gráfica del software LVDAM-ANT.



Fuente [Autor].

Pasos para medir el patrón de radiación en el software LVDAM.ANT:

1. Instalar el software LVDAM-ANT.
2. Conectar el PC con la interfaz para la adquisición de datos.
3. Asegurarse de llevar a cero los parámetros “Nivel de señal” y “Posición de la antena”.
4. Conectar de forma correcta el generador de Rf con la guía de onda que se vaya a emplear para realizar la transmisión al igual que el orientador de antena con el módulo de interfaz para la adquisición de datos.
5. Conectar la antena al orientador de antena por medio de cable coaxial.
6. Decidir si se quiere graficar el plano E o el plano H y dependiendo de esto orientar la antena transmisora de modo Horizontal (plano E) o de modo vertical

(plano H) esta posición también debe tomarse en cuenta para la antena de microcinta circular.

7. Oprimir el botón iniciar la adquisición de datos para que este tome un dato en decibeles por cada uno de los 360 grados del plano polar.
8. Una vez graficados los planos (E y H) se podrá acceder a las opciones de grafica en 2D, en 3D y en el plano cartesiano.
9. Se deben exportar los datos en un archivo de texto los cuales serán llevados al software Matlab para realizar la comparación de los dos patrones de radiación.

Herramienta utilizada para el desarrollo del simulador en el software Matlab

Matlab es un entorno de computación y desarrollo de aplicaciones totalmente integrado orientado para llevar a cabo proyectos en donde se encuentren implicados cálculos matemáticos elevados y la visualización gráfica de los mismos. Se utilizó la Interfaz Gráfica de Usuario (Graphic User Interface, GUI) la cual es un Sistema de interacción entre el Computador y el usuario que le permite a este el ingreso, la iteración y la visualización de la información, caracterizándose por la utilización de iconos y elementos gráficos.

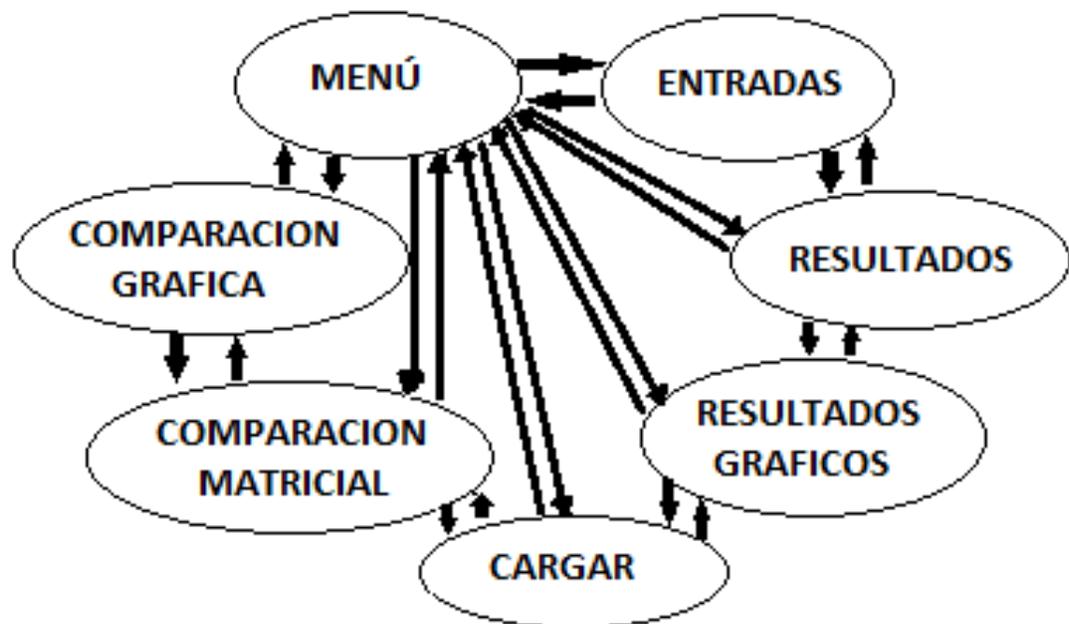
Pasos para instalar el software

El compilador tiene como nombre "MCRInstaller.exe" y el simulador "microcintacirculax86.exe".

Se debe guardar el compilador y el simulador en el computador que se quiera utilizar el software. Primero se debe instalar el compilador en el equipo posicionando el puntero del mouse sobre el instalador del compilador y se activa dos veces seguidas (Doble Klic) el botón izquierdo del mouse y se siguen las indicaciones, después se debe proceder a reiniciar el equipo, una vez reiniciado el equipo se le da click sobre el simulador "microcintacirculax86.exe" para ejecutarlo, el cual debe abrir y funcionar correctamente después de reiniciar el computador.

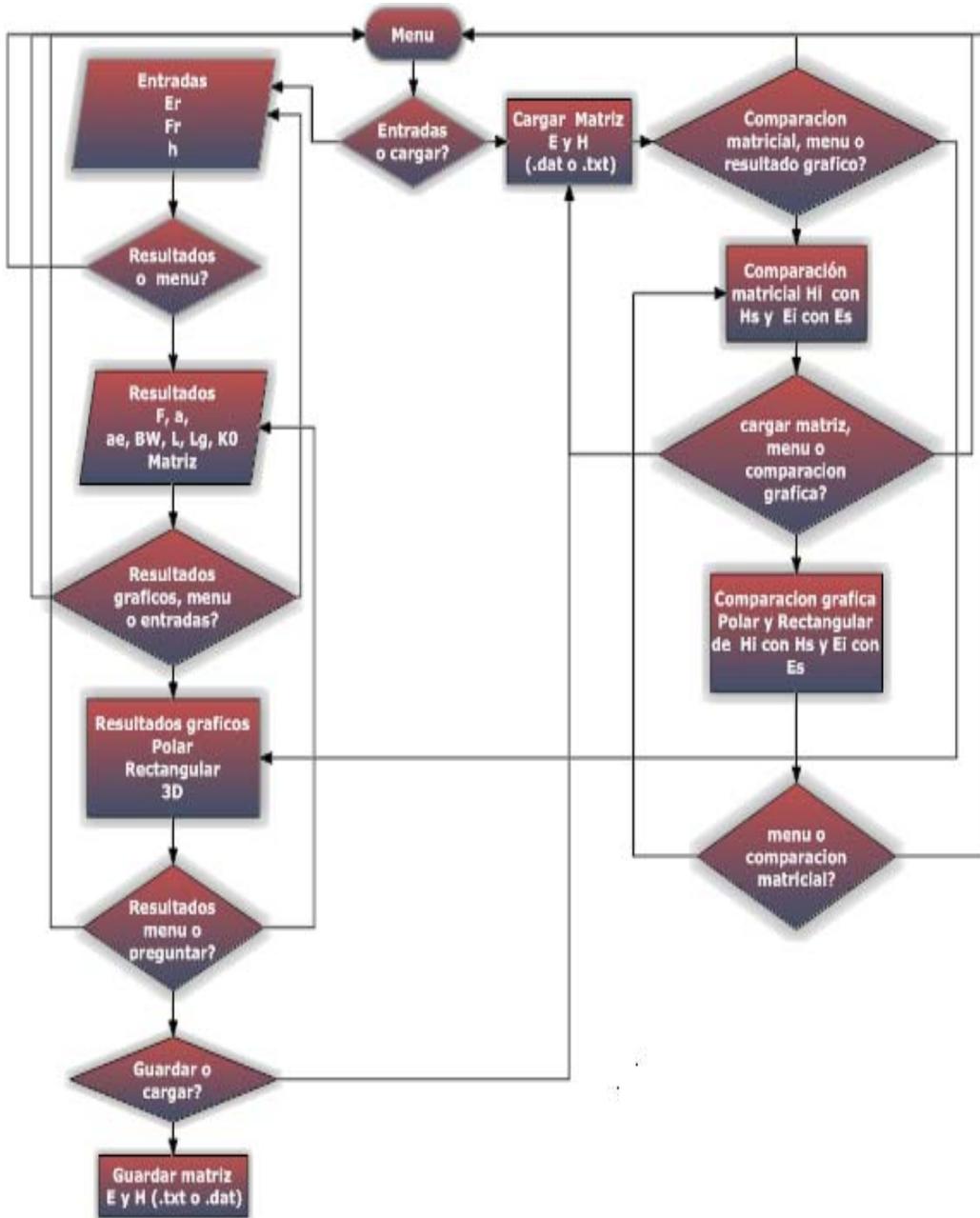
ETAPA 5 DIAGRAMAS DE FLUJO EXPLICATIVOS DEL SOFTWARE IMPLEMENTADO.

DIAGRAMA DE ESTADOS



El diagrama de estados nos muestra las 7 interfaces gráficas de usuario (GUI), y las opciones que nos permite navegar cada una de ellas, donde el menú tiene una conexión con todas ellas para la facilidad de manejo.

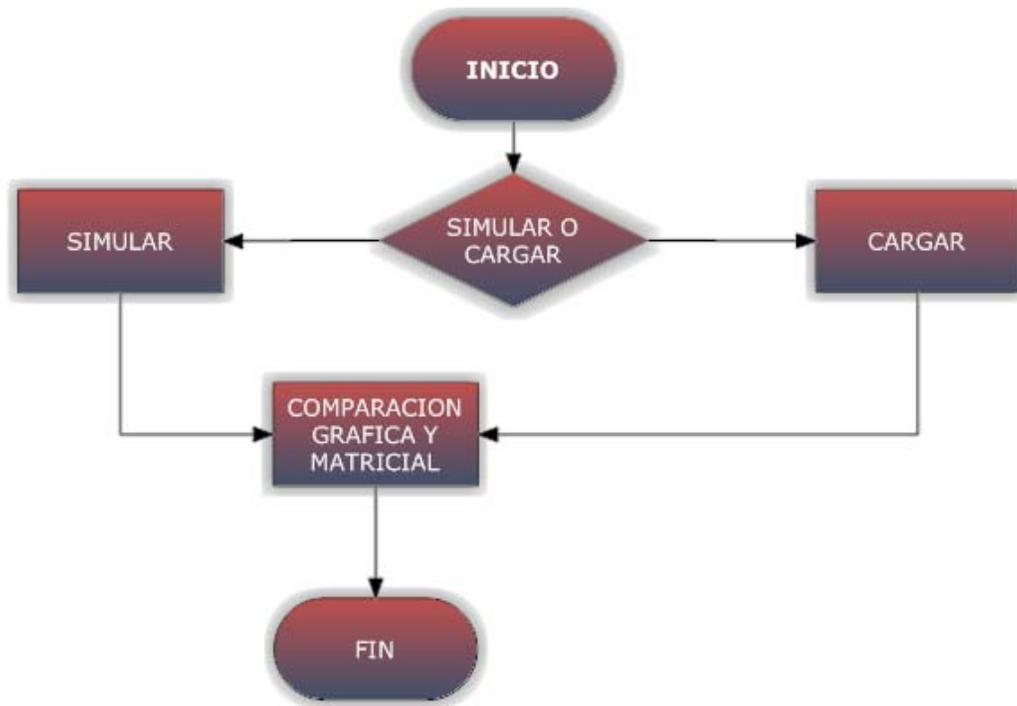
Diagrama de flujo General del software diseñado



La interfaz gráfica de usuario muestra en primera instancia una pantalla principal a la cual se le ha llamado portada o menú en el que se puede acceder a Entradas para digitar las entradas y simular un patrón de radiación o a Cargar para importar un patrón de radiación tomado en el módulo lab- volt, si se pasa a entradas

aparece la opción para digitar los datos de E_r (Constante dieléctrica), F_r (frecuencia de resonancia) y h (altura del dieléctrico) que se deseen graficar; de esta ventana se puede pasar al menú o a los resultados obtenidos, de los resultados obtenidos se puede volver al menú, pasar a los resultados gráficos o a digitar las entradas nuevamente; en resultados gráficos se puede guardar el patrón de radiación simulado o pasar a cargar para importar datos, finalmente luego de cargar datos se pasa a la comparación matricial o al menú, de lo contrario se va a comparación gráfica donde se compara la forma del patrón de radiación simulado con la del patrón medido en el laboratorio mediante el software LVDAM-ANT y en comparación grafica se puede abrir la ventana de menú o volver a la comparación matricial .

Diagrama de flujo de la comparación



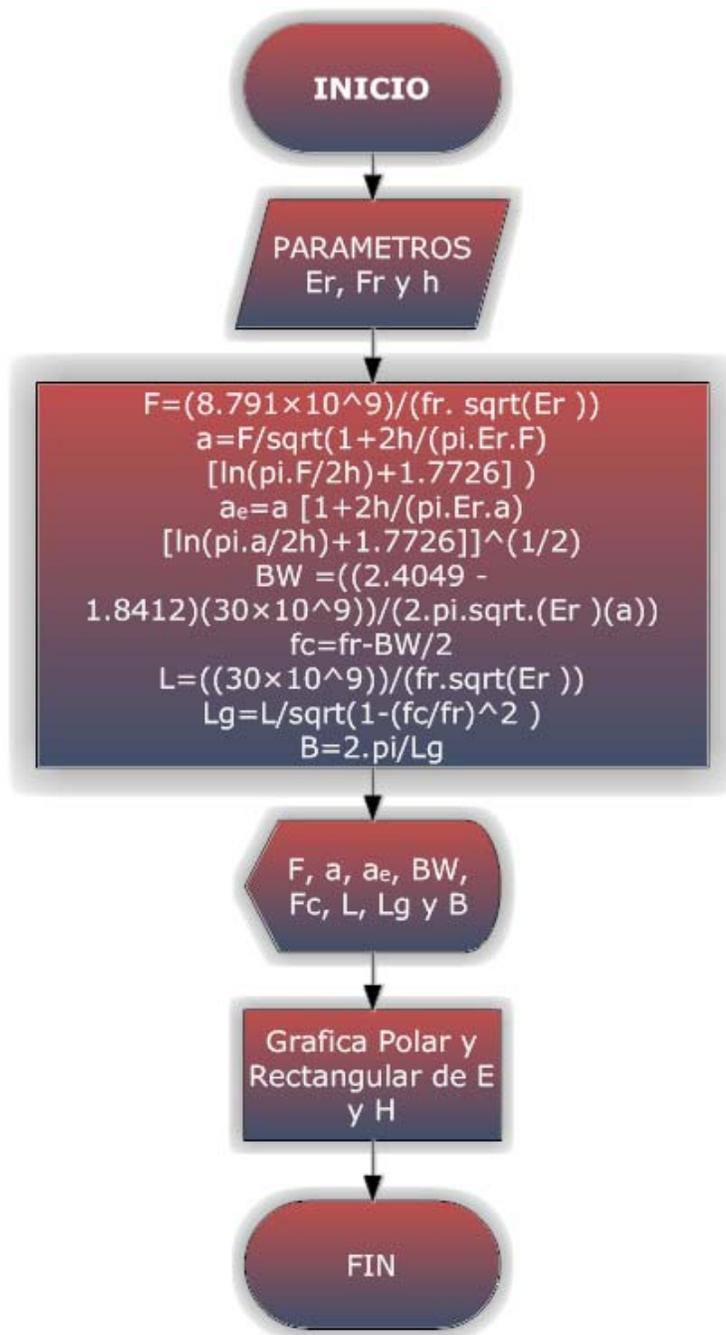
Para realizar la comparación se debe tomar una decisión si simular o cargar el patrón de radiación, después de decidir el programa ejecuta la acción y realiza la comparación tanto en su forma matricial como gráficamente.

Diagrama de flujo para cargar un archivo exportado del software LVDAM-ANT



Para cargar un archivo exportado del software LVDAM-ANT se debe seleccionar la ruta del archivo luego se carga la matriz que se va a comparar la cual contiene los valores de E y H versus el ángulo y posteriormente se realiza la comparación grafica de la matriz simulada con la matriz importada.

Diagrama de flujo para simular un patrón de radiación



Para simular un patrón de radiación se digitan los valores de E_r (Constante dieléctrica), F_r (frecuencia de resonancia) y h (altura del dieléctrico) de una antena microcinta circular luego se resuelven las ecuaciones para el radio, el radio

efectivo, el ancho de banda, la frecuencia de corte, la longitud de onda y la constante de fase arrojando los resultados de cada uno de los parámetros anteriormente mencionados, posteriormente se grafica en su forma rectangular, polar y en tercera dimensión.

IV. ANALISIS DE RESULTADOS.

1. PATRONES DE RADIACION Y RESULTADOS DE LAS ANTENAS CONSTRUIDAS.

Se calcularon las características principales para la construcción de la antena teniendo en cuenta que su frecuencia de resonancia debía ser de 10 Ghz; El material escogido para realizar las antenas fue el FR4 (Resina epoxi / fibra de vidrio) el cual es un Material formado por varias hojas de Prepeg y este a su vez está constituido por capas tejidas de fibra de vidrio impregnadas con resina epoxi. Sus principales características son: Alta estabilidad dimensional, Bajo coeficiente de absorción de humedad, Buena resistencia a la temperatura y consta de una constante dieléctrica de $\epsilon_r=4.8$

De la ecuación 6.1 se obtuvo que $F=0.401252$, con la ecuación 6.2 se halló el radio de la antena $a=0.381524$ cm, y con la ecuación 6.3 se obtuvo el radio efectivo para evitar el efecto de bordes (Fringing Effects) $a_e=0.401977$ cm; con la ecuación 6.4 se halló el ancho de banda $BW=3.21993$ Ghz; desarrollando la ecuación 6.5 se encontró la frecuencia de corte $F_c=8.39003$ Ghz y con las ecuaciones 6.6, 6.7, 6.8 y 6.9 se procedió a hallar la longitud de onda $L=1.36931$, la longitud de onda de la guía $L_g=2.51652$, la constante de fase $B=2.49677$ y el $K_o=2.0944$ respectivamente; Con los datos anteriores se procedió a realizar la

antena 1 y a estudiar su patrón de radiación mediante el software LVDAM-ANT la figura 7.2 muestra la antena 1

Figura 7.1 plano de tierra de la antena 1



Fuente [Autor].

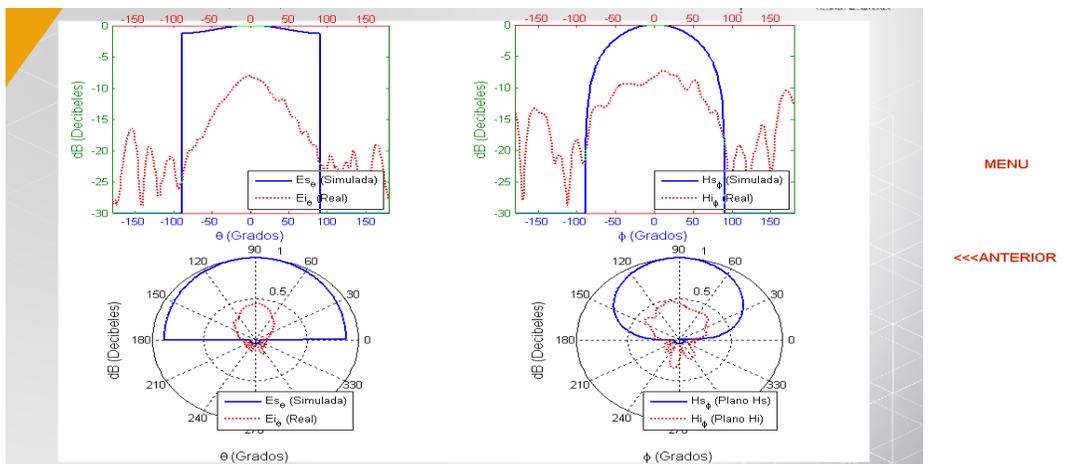
Figura 7.2 antena 1



Fuente [Autor].

Las figura 7.1 y 7.2 muestran la antena 1, se puede observar que el circulo de la microcinta quedo bien definido al igual que las lineas de alimentacin ya que posee una buena forma en sus terminaciones.

Figura 7.3 Comparacion grafica de la antena 1 con el patron de radiacion simulado en el software realizado.



Fuente [Autor].

A continuación se muestra la tabla que muestra los porcentajes de error de los datos teóricos con los simulados.

En la tabla numero 1 podemos observar un análisis estadístico del lóbulo principal del campo eléctrico teórico con el campo eléctrico simulado. Se analizaron los datos para los valores de los ángulos que están en el rango de 60 a 120 grados, ya que estos son los que contienen el lóbulo principal.

TABLA N1

VALOR TEORICO	VALOR EXPERIMENTAL			PORCENTAJE ERROR
-0,2948	-8,9829	8,6881	868,81	28,96033333
-0,2768	-8,7753	8,4985	849,85	28,32833333
-0,2592	-8,6145	8,3553	835,53	27,851
-0,2421	-8,577	8,3349	833,49	27,783
-0,2254	-8,5696	8,3442	834,42	27,814
-0,2093	-8,5845	8,3752	837,52	27,91733333
-0,1936	-8,607	8,4134	841,34	28,04466667
-0,1785	-8,577	8,3985	839,85	27,995
-0,1639	-8,5104	8,3465	834,65	27,82166667
-0,1498	-8,4303	8,2805	828,05	27,60166667
-0,1363	-8,2673	8,131	813,1	27,10333333
-0,1234	-8,3023	8,1789	817,89	27,263
-0,1111	-8,3801	8,269	826,9	27,56333333
-0,0994	-8,2465	8,1471	814,71	27,157
-0,0882	-8,3375	8,2493	824,93	27,49766667
-0,0777	-8,5845	8,5068	850,68	28,356
-0,0679	-8,4665	8,3986	839,86	27,99533333
-0,0586	-8,5251	8,4665	846,65	28,22166667
-0,0501	-8,5104	8,4603	846,03	28,201
-0,0421	-8,4811	8,439	843,9	28,13
-0,0349	-8,4448	8,4099	840,99	28,033
-0,0283	-8,3729	8,3446	834,46	27,81533333
-0,0224	-8,4303	8,4079	840,79	28,02633333
-0,0172	-8,5473	8,5301	853,01	28,43366667
-0,0126	-8,6904	8,6778	867,78	28,926
-0,0088	-8,8939	8,8851	888,51	29,617

-0,0056	-9,0487	9,0431	904,31	30,14366667
-0,0032	-9,2177	9,2145	921,45	30,715
-0,0014	-9,2959	9,2945	929,45	30,98166667
			934,84484	
-3,52E-04	-9,3488	9,34844849	9	31,16149497
0	-9,946	9,946	994,6	33,15333333
			998,64484	
-3,52E-04	-9,9868	9,98644849	9	33,28816163
-0,0014	-10,0695	10,0681	1006,81	33,56033333
-0,0032	-10,1431	10,1399	1013,99	33,79966667
-0,0056	-10,1857	10,1801	1018,01	33,93366667
-0,0088	-10,3271	10,3183	1031,83	34,39433333
-0,0126	-10,4504	10,4378	1043,78	34,79266667
-0,0172	-10,496	10,4788	1047,88	34,92933333
-0,0224	-10,5655	10,5431	1054,31	35,14366667
-0,0283	-10,6597	10,6314	1063,14	35,438
-0,0349	-10,7076	10,6727	1067,27	35,57566667
-0,0421	-10,6956	10,6535	1065,35	35,51166667
-0,0501	-10,7076	10,6575	1065,75	35,525
-0,0586	-10,7318	10,6732	1067,32	35,57733333
-0,0679	-10,7805	10,7126	1071,26	35,70866667
-0,0777	-10,892	10,8143	1081,43	36,04766667
-0,0882	-10,9425	10,8543	1085,43	36,181
-0,0994	-10,9807	10,8813	1088,13	36,271
-0,1111	-11,0193	10,9082	1090,82	36,36066667
-0,1234	-11,0844	10,961	1096,1	36,53666667
-0,1363	-11,1504	11,0141	1101,41	36,71366667
-0,1498	-11,1239	10,9741	1097,41	36,58033333
-0,1639	-11,1905	11,0266	1102,66	36,75533333
-0,1785	-11,2445	11,066	1106,6	36,88666667
-0,1936	-11,3129	11,1193	1111,93	37,06433333
-0,2093	-11,4106	11,2013	1120,13	37,33766667
-0,2254	-11,5105	11,2851	1128,51	37,617
-0,2421	-11,6126	11,3705	1137,05	37,90166667
-0,2592	-11,6571	11,3979	1139,79	37,993
-0,2768	-11,7627	11,4859	1148,59	38,28633333
-0,2948	-11,9181	11,6233	1162,33	38,74433333

En la tabla numero 1 podemos observar que los porcentajes de error son muy grandes, ninguno de ellos bajo del 27%, lo que lleva a la conclusión que el patrón

de radiación no funciona como debería, así que se precede a construir otra antena para obtener mejores resultados, para mejorar este patrón de radiación se procedió a redimensionar el tamaño del plano de tierra y se calculó la línea de alimentación mediante el método de alimentación de frobenius dando la línea de alimentación un poco más ancha (de 2 mm) y se repitió el procedimiento realizado con la antena número 1.

ANTENA NUMERO 2

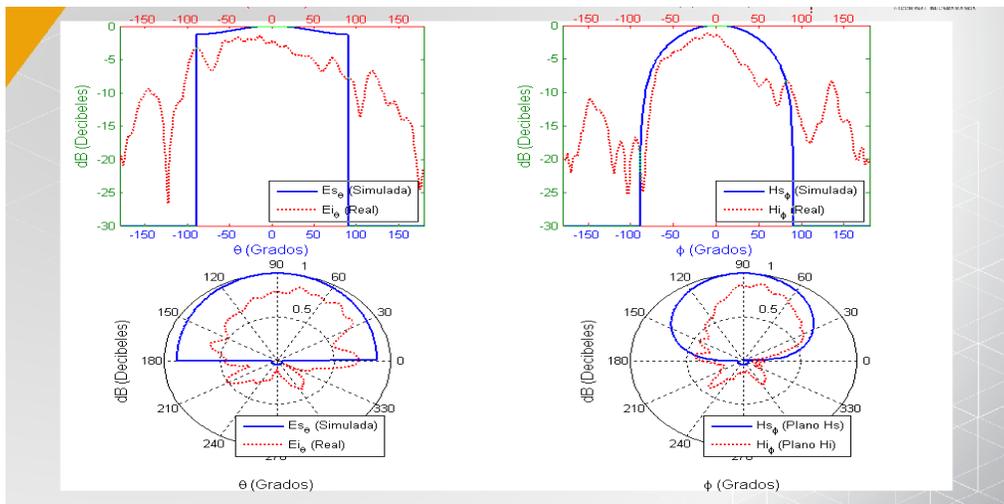
Figura 7.4 antena 2



Fuente [Autor].

La figura 7.4 muestra la antena 2, se puede observar que el círculo de la microcinta quedó bien definido pero las líneas de alimentación no poseen una buena forma en sus terminaciones.

Figura 7.5 comparación Gráfica de la antena 2 con el patrón de radiación simulado en el software realizado.



MENU

<<<ANTERIOR

Fuente [Autor].

En la grafica 7.5 podemos observar que el campo eléctrico tiene una ganancia buena que incluso es comparable con la parte superior del lóbulo principal teórico, pero el ancho de banda de potencia media no es el más adecuado para un campo eléctrico, por lo tanto se hizo un análisis estadístico para establecer si el patrón puede considerarse funcional o está por fuera de los rangos de funcionamiento. A continuación se muestra la tabla que muestra los porcentajes de error de los datos teóricos con los simulados.

La tabla numero 2 nos expresa el porcentaje de error de los valores para 60 datos(rango de ángulos entre 60 y 120 grados), los cuales son los ángulos que abarcan el lóbulo principal del patrón de radiación, comenzando así con un error del 26% en el dato N°1(60 grados), y muestra una característica importante porque va disminuyendo el error progresivamente hasta llegar a cero en el dato N°30(90 grados) y luego el error empieza a aumentar rápidamente hasta llegar al 48% en nuestro dato final N°60(120 grados), esto nos muestra que el patrón del diagrama de radiación no es el mejor porque para la muestra de datos el error no debería superar el 5% .

TABLA N2

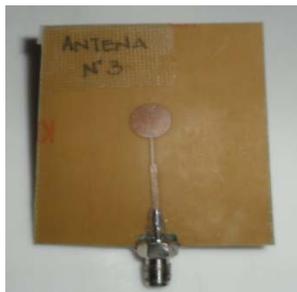
VALOR TEORICO	VALOR EXPERIMENTAL			PORCENTAJE ERROR
-0,7212	-8,67	7,9463	794,63	26,49
-0,6725	-7,96	7,2922	729,22	24,31
-0,6257	-7,30	6,6758	667,58	22,25
-0,5807	-6,91	6,3296	632,96	21,10
-0,5375	-6,49	5,9567	595,67	19,86
-0,4961	-6,01	5,5117	551,17	18,37
-0,4565	-5,24	4,7872	478,72	15,96
-0,4186	-4,18	3,7576	375,76	12,53
-0,3824	-3,35	2,9637	296,37	9,88
-0,348	-2,50	2,1522	215,22	7,17
-0,3152	-1,75	1,4379	143,79	4,79
-0,2841	-1,39	1,1052	110,52	3,68
-0,2547	-1,02	0,7698	76,98	2,57
-0,227	-0,71	0,4845	48,45	1,62
-0,2008	-0,37	0,1688	16,88	0,56
-0,1764	0,00	-0,1764	-17,64	0,59
-0,1535	0,00	-0,1535	-15,35	0,51
-0,1322	0,00	-0,1322	-13,22	0,44
-0,1126	0,00	-0,1126	-11,26	0,38
-0,0945	0,00	-0,0945	-9,45	0,32
-0,0781	0,00	-0,0781	-7,81	0,26
-0,0632	0,00	-0,0632	-6,32	0,21
-0,0499	0,00	-0,0499	-4,99	0,17
-0,0382	0,00	-0,0382	-3,82	0,13
-0,0281	0,00	-0,0281	-2,81	0,09
-0,0195	0,00	-0,0195	-1,95	0,07
-0,0125	0,00	-0,0125	-1,25	0,04
-0,007	0,00	-0,007	-0,7	0,02
-0,0031	0,00	-0,0031	-0,31	0,01
		-	-	
-7,79E-04	0,00	0,00077867	0,077867	0,00
0	0,00	0	0	0,00
		-	-	
-7,79E-04	0,00	0,00077867	0,077867	0,00
-0,0031	-0,38	0,3806	38,06	1,27
-0,007	-0,61	0,6053	60,53	2,02
-0,0125	-0,74	0,7283	72,83	2,43
-0,0195	-0,91	0,8907	89,07	2,97

-0,0281	-1,20	1,1701	117,01	3,90
-0,0382	-1,82	1,7812	178,12	5,94
-0,0499	-2,90	2,8458	284,58	9,49
-0,0632	-3,97	3,9044	390,44	13,01
-0,0781	-5,38	5,3053	530,53	17,68
-0,0945	-6,80	6,7093	670,93	22,36
-0,1126	-7,76	7,6426	764,26	25,48
-0,1322	-8,40	8,2693	826,93	27,56
-0,1535	-8,65	8,4988	849,88	28,33
-0,1764	-9,07	8,8973	889,73	29,66
-0,2008	-9,82	9,6153	961,53	32,05
-0,227	-11,30	11,0722	1107,22	36,91
-0,2547	-12,91	12,6517	1265,17	42,17
-0,2841	-14,78	14,4912	1449,12	48,30
-0,3152	-14,99	14,6772	1467,72	48,92

Debido al análisis se decidió construir una tercera antena, para lograr que el lóbulo principal se asemeje más al teórico y lograra un error máximo del 5%, para mejorar este patrón de radiación se procedió a redimensionar el ancho de la línea de alimentación que conecta el cable coaxial con la línea de $\lambda/4$ que va conectada a la antena de microcinta circular haciéndola un poco más ancha que en la antena anterior y se repitió el procedimiento realizado con la antena numero 2.

ANTENA NUMERO 3

Figura 7.6 antena 3



Fuente [Autor].

Figura 7.7 Antenas realizadas.

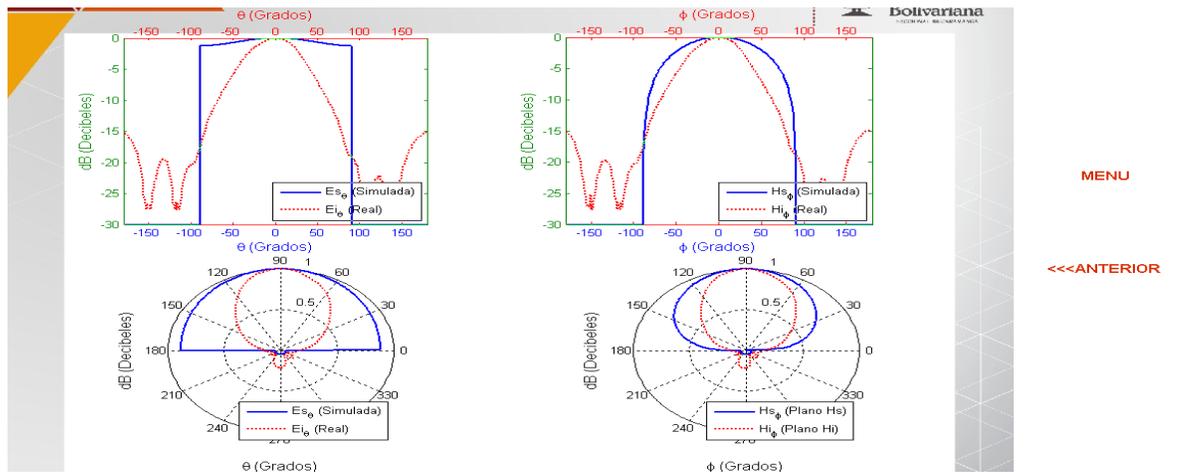


Fuente [Autor].

En la figura 7.6 se observa la antena 3, se observa que tiene mejores dimensiones en el circuito impreso debido a que tiene el parche más redondo o la forma más definida, consta de mejores terminaciones en los bordes y la línea de alimentación esta mejor definida.

En la figura 7.7 se observan todas las antenas realizadas.

Figura 7.8 Comparacion Grafica de la antena 3 con el patron de radiacion simulado en el software realizado.



Fuente [Autor].

En la figura 7.8 se observa que el campo eléctrico y magnético tiene gran similitud, en sus datos teóricos y experimentales, a continuación se muestra un análisis

estadístico para verificar que los campos tengan un porcentaje de error menor que los 2 anteriores prototipos.

TABLA N3

VALOR TEORICO	VALOR EXPERIMENTAL			PORCENTAJE ERROR
-0,2768	-1,8649	1,7151	171,51	5,717
-0,2592	-1,7698	1,5882	158,82	5,294
-0,2421	-1,6376	1,5106	151,06	5,035333333
-0,2254	-1,5347	1,3955	139,55	4,651666667
-0,2093	-1,4256	1,3092	130,92	4,364
-0,1936	-1,3471	1,2163	121,63	4,054333333
-0,1785	-1,2275	1,1535	115,35	3,845
-0,1639	-1,1471	1,049	104,9	3,496666667
-0,1498	-1,0785	0,9832	98,32	3,277333333
-0,1363	-0,9763	0,9286	92,86	3,095333333
-0,1234	-0,9008	0,8399	83,99	2,799666667
-0,1111	-0,8292	0,7774	77,74	2,591333333
-0,0994	-0,7456	0,7181	71,81	2,393666667
-0,0882	-0,6646	0,6463	64,63	2,154333333
-0,0777	-0,5792	0,5764	57,64	1,921333333
-0,0679	-0,5473	0,5015	50,15	1,671666667
-0,0586	-0,4595	0,4795	47,95	1,598333333
-0,0501	-0,3891	0,4009	40,09	1,336333333
-0,0421	-0,3076	0,3391	33,91	1,130333333
-0,0349	-0,2627	0,2655	26,55	0,885
-0,0283	-0,1985	0,2278	22,78	0,759333333
-0,0224	-0,1312	0,1702	17,02	0,567333333
-0,0172	-0,0888	0,1088	10,88	0,362666667
-0,0126	-0,0569	0,0717	7,17	0,239
-0,0088	-0,043	0,0443	4,43	0,147666667
-0,0056	-0,024	0,0342	3,42	0,114
-0,0032	-0,0139	0,0184	1,84	0,061333333
-0,0014	0	0,0107	1,07	0,035666667
-3,52E-04	-0,0038	-0,0014	-0,14	0,004666667
0	0	0,0034	0,34	0,011333333
-3,52E-04	0	0	0	0
			-	
-0,0014	-0,0025	-3,52E-04	0,035151	0,0011717
-0,0032	-0,0076	0,0011	0,11	0,003666667

-0,0056	-0,0493	0,0044	0,44	0,014666667
-0,0088	-0,0773	0,0437	4,37	0,145666667
-0,0126	-0,1221	0,0685	6,85	0,228333333
-0,0172	-0,1596	0,1095	10,95	0,365
-0,0224	-0,192	0,1424	14,24	0,474666667
-0,0283	-0,2548	0,1696	16,96	0,565333333
-0,0349	-0,3089	0,2265	22,65	0,755
-0,0421	-0,3395	0,2741	27,41	0,913666667
-0,0501	-0,4161	0,2974	29,74	0,991333333
-0,0586	-0,5019	0,366	36,6	1,22
-0,0679	-0,5931	0,4432	44,32	1,477333333
-0,0777	-0,683	0,5253	52,53	1,751
-0,0882	-0,76	0,6053	60,53	2,017666667
-0,0994	-0,854	0,6717	67,17	2,239
-0,1111	-0,9837	0,7546	75,46	2,515333333
-0,1234	-1,1058	0,8726	87,26	2,908666667
-0,1363	-1,2384	0,9824	98,24	3,274666667
-0,1498	-1,3566	1,1021	110,21	3,673666667

La tabla numero 3 nos muestra los resultados del campo eléctrico para la antena numero 3, como se puede observar en los 60 datos tomados, se encuentra un porcentaje de error muy pequeño, esto nos indica que la forma y la ganancia del lóbulo principal se asemeja y tiene unas dimensiones cercanas a las obtenidas por el simulador, gracias a que el error más grande tomado es del 5.7%, podemos concluir que la antena tiene un patrón de radiación bastante bueno y puede cumplir con sus funciones a cabalidad.

TABLA COMPARATIVA:

	LOBULOS SECUNDARIOS	VALOR MAXIMO (db)	MAXIMO ERROR LOBULO PRINCIPAL	% EN
ANTENA N°1	6	-10	30	
ANTENA N°2	6	-7	24	
ANTENA N°3	6	-6	5	

2. MANUAL DE FUNCIONAMIENTO DEL SOFTWARE IMPLEMENTADO:

La interfaz gráfica de usuario muestra en primera instancia una pantalla principal a la cual se le ha llamado portada y consta de el logo de la universidad pontificia bolivariana, los nombres de los creadores de software, el nombre del proyecto “ELABORACION DE UN SOFTWARE PARA LA SIMULACIÓN DEL PATRÓN DE RADIACIÓN EN UNA ANTENA DE MICROCINTA CIRCULAR CON LA HERRAMIENTA MATLAB” y los siguientes botones: Entradas, resultados, R. Gráficos, Cargar, Comparación, C. Gráfica y siguiente como lo indica la figura 6.6.

Figura 6.6: Portada Software Programado.



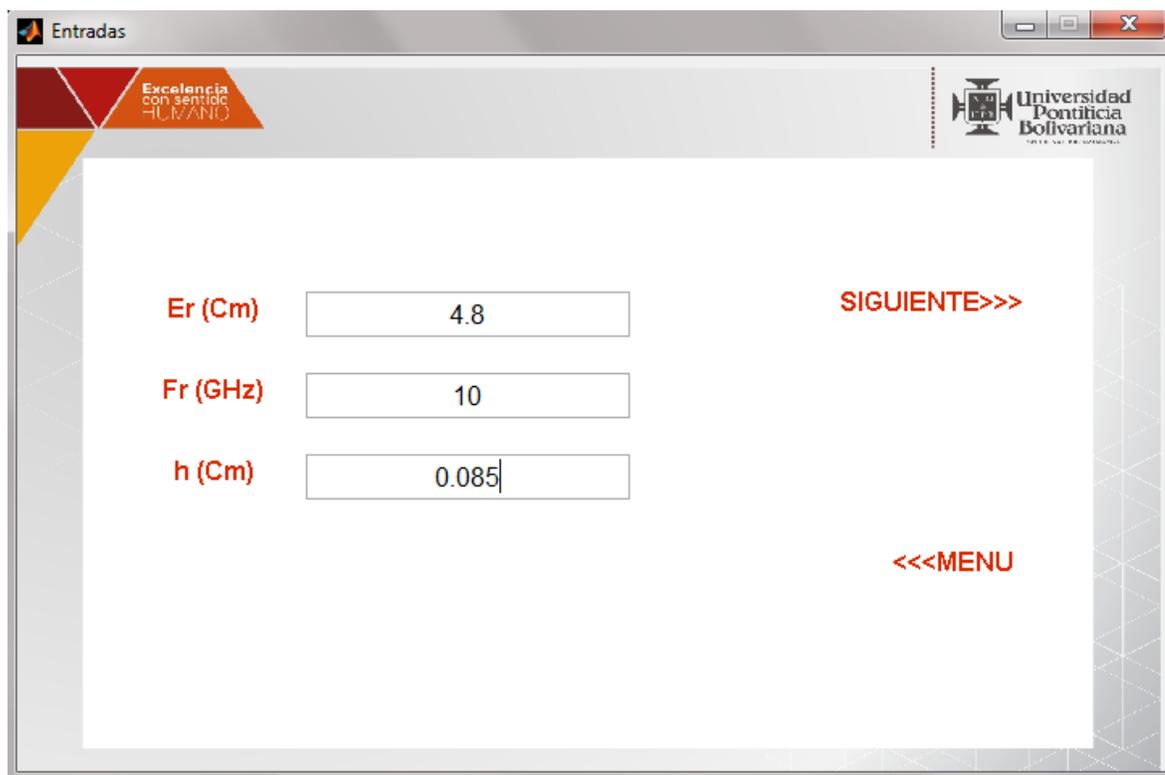
Fuente [Autor].

Los botones anteriormente descritos abren cada uno las opciones indicadas por su nombre si se quiere acceder rápidamente a alguno de ellos.

Al oprimir el botón de siguiente se abre la segunda ventana la cual es la ventana de entradas en la que se insertaran los datos de E_r (Constante dieléctrica), F_r (frecuencia de resonancia) y h (altura del dieléctrico) que se deseen graficar; esta ventana también consta de dos botones estáticos como lo muestra la figura 6.7; siguiente y menú, el primero pasa a la siguiente ventana que es la que muestra los resultados obtenidos y el segundo vuelve a la pantalla principal (portada).

Como se indica el E_r debe ser un numero e indicarse en centímetros al igual que h , y F_r también debe ser otro numero e indicarse en gigahertz; si el usuario se equivoca al digitar estos valores ingresando una letra o un símbolo en lugar de un número y le da siguiente el programa reconoce el error y le indica que debe revisar los datos ingresados.

Figura 6.7. Parámetros de entrada que se desean calcular.

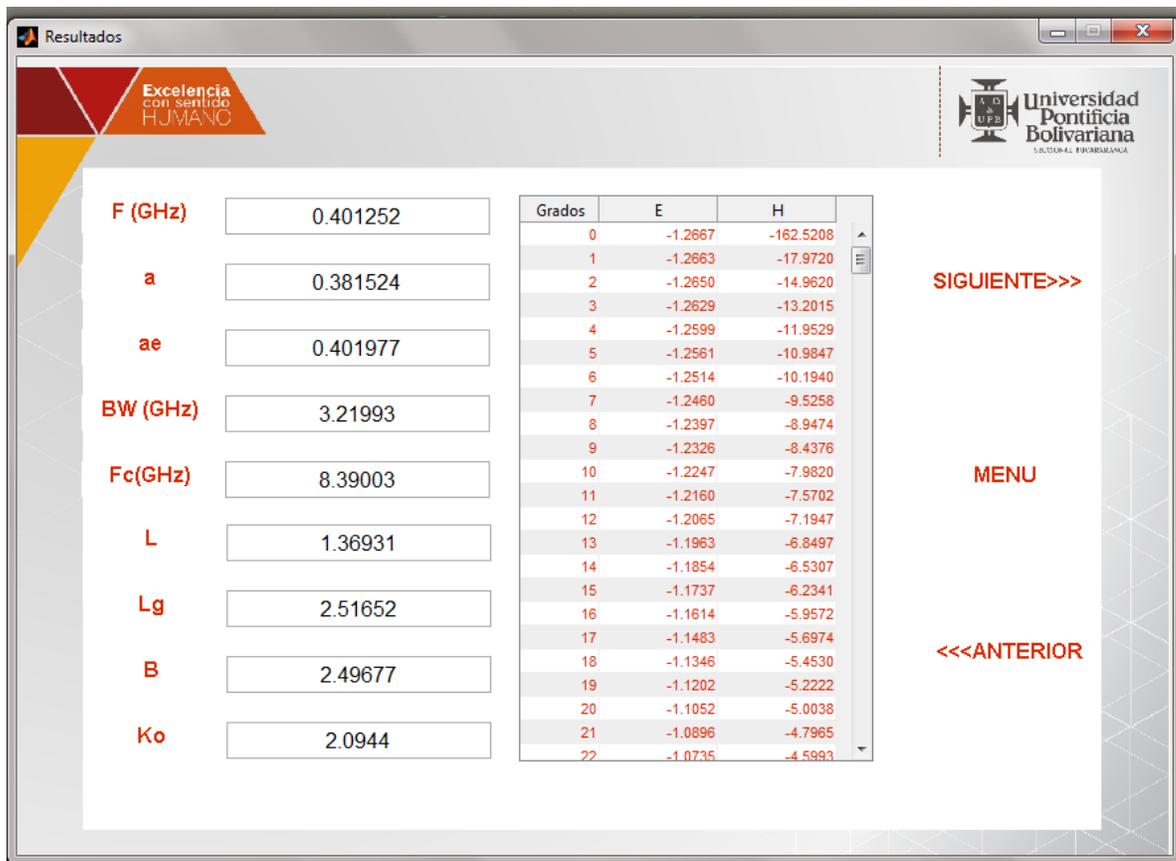


The screenshot shows a software window titled "Entradas" with a header containing the logo of Universidad Pontificia Bolivariana and the slogan "Excelencia con sentido HUMANO". The main area contains three input fields: "Er (Cm)" with the value "4.8", "Fr (GHz)" with the value "10", and "h (Cm)" with the value "0.085". To the right of the input fields are two buttons: "SIGUIENTE>>>" and "<<<MENU".

Fuente [Autor].

Una vez se activa el botón siguiente en la pantalla de las entradas se abre otra pantalla llamada Resultados en la cual aparecen los valores de F en gigahertz, a (radio) en centímetros, a_e (radio efectivo) en centímetros, BW (ancho de banda) en gigahertz, F_c (frecuencia de corte) en gigahertz, λ (longitud de onda) en centímetros, λ_g (longitud de onda de la guía) en centímetros, β (constante de fase) y K_0 ; también muestra la matriz del patrón de radiación ángulo a ángulo los valores de E y H , también posee tres botones, siguiente, menú y anterior, el primero da paso a la siguiente guía que es la de los resultados gráficos, el segundo vuelve a la portada inicial o menú y el tercero retorna a la guía anterior o entradas como lo muestra la figura 6.8.

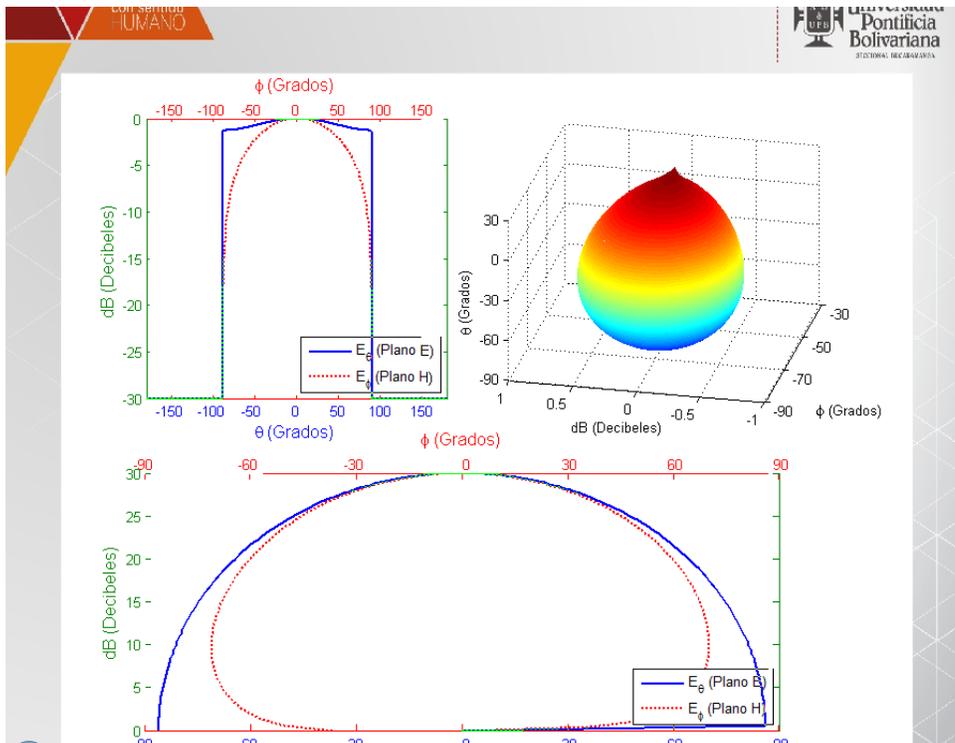
Figura 6.8. Resultados Obtenidos por el Software.



Fuente [Autor].

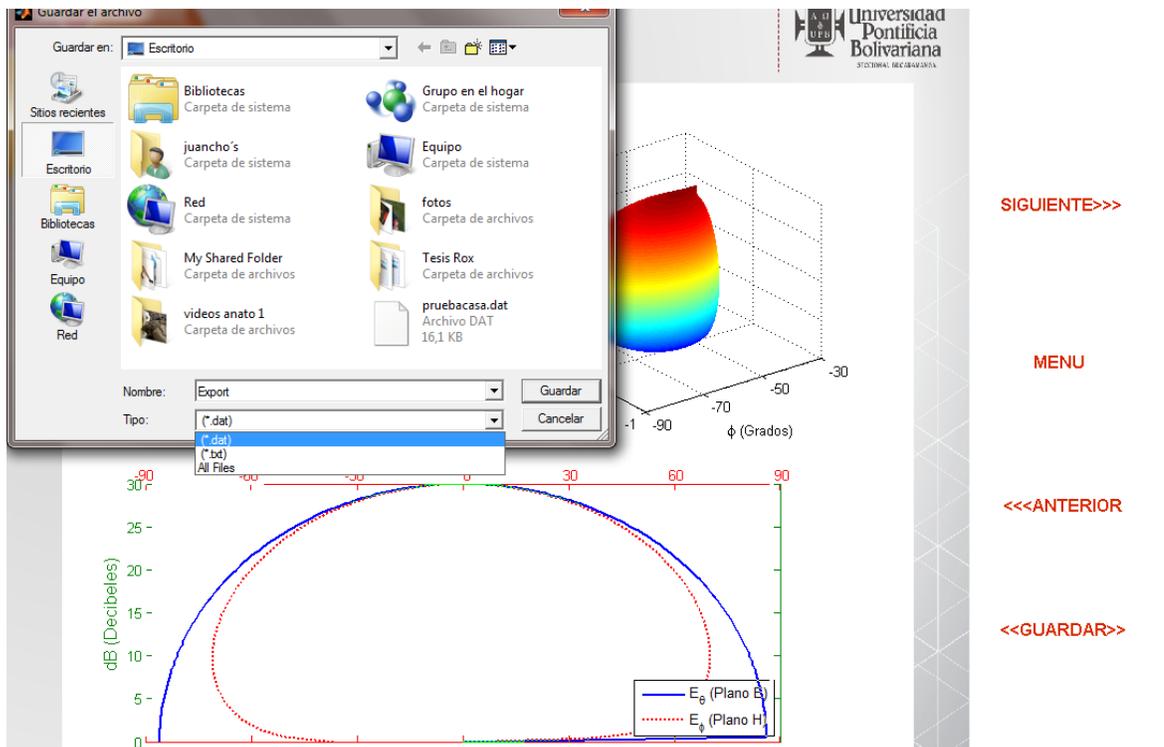
Si se activa el botón siguiente en resultados se abre una nueva ventana llamada resultado grafico la cual contiene tres gráficas, la gráfica de los planos E y H en su forma Rectangular, Polar y en 3 dimensiones, también consta de cuatro botones, siguiente, menú, anterior y guardar, como lo muestra la figura 6.9; el primero pasa a la siguiente ventana que es la de cargar, el segundo abre la ventana de menú, el tercero regresa a la ventana anterior que es la de los resultados y el cuarto botón guarda la matriz del patrón de radiación en formato de datos (.dat) o en un documento de texto (.txt) como lo muestra la figura 6.10.

Figura 6.9. Resultados gráficos.



Fuente [Autor].

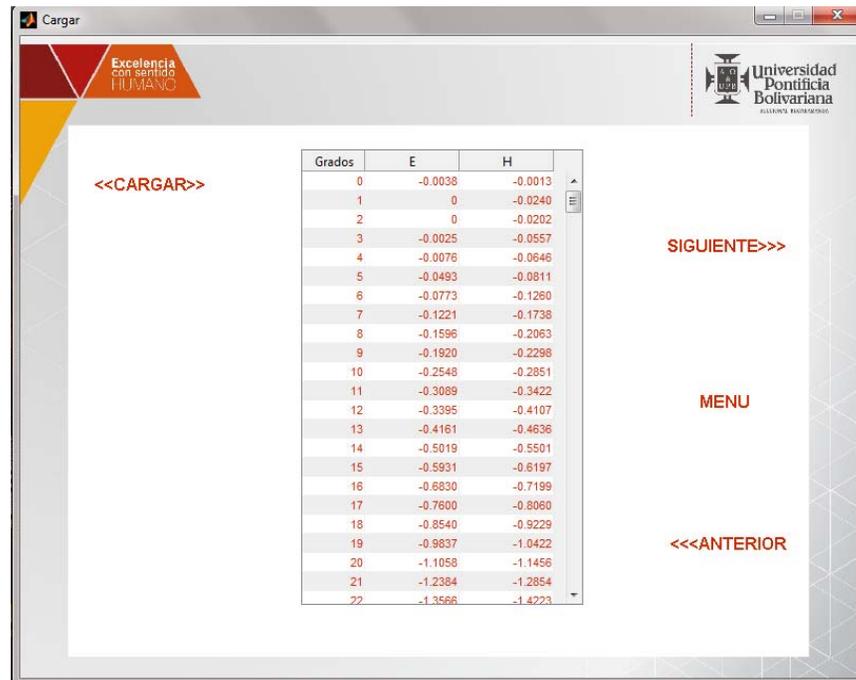
Figura 6.10 Modo de guardar los resultados obtenidos.



Fuente [Autor].

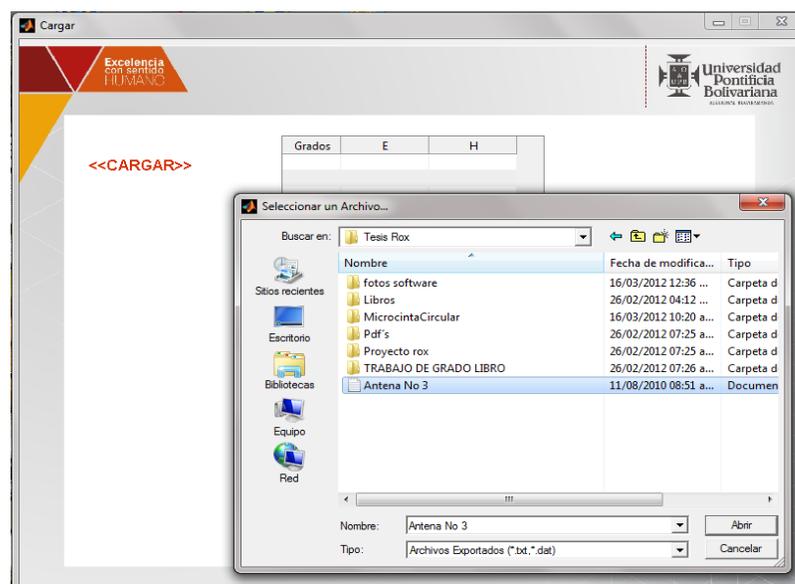
Si se activa el botón siguiente en resultados gráficos se abre una nueva ventana llamada cargar, la cual consta de un botón llamado cargar, mediante el cual se puede cargar la matriz de un patrón de radiación creado y guardado mediante el software con anterioridad o un patrón de radiación exportado mediante el software LVDAM-ANT para proceder a su comparación, como lo muestra la figura 6.11; una vez cargado el patrón de radiación que se quiere comparar se muestra ángulo a ángulo los valores de $E_{(dB)}$ y $H_{(dB)}$; esta ventana también posee tres botones más, siguiente, menú y anterior, el primero lleva a la siguiente ventana que es la de comparación de datos, el segundo, abre la ventana de menú o portada y el tercero vuelve a la ventana anterior que es la de resultados gráficos.

Figura 6.11. Datos cargados.



Fuente [Autor].

Figura 6.12. Forma de cargar un patrón para su posterior comparación



Fuente [Autor].

Si se activa en la ventana cargar el botón siguiente una vez cargada la matriz que se quiere comparar, se abre la ventana de comparación de datos, en la cual sale la comparación ángulo a ángulo de los valores del campo eléctrico y el campo magnético ($E_{(dB)}$ y $H_{(dB)}$) simulado con los valores importados (muestra la comparación en forma matricial), esta ventana consta además de tres botones, siguiente, menú y anterior como lo muestra la figura 6.13, el primero abre la ventana de comparación de los datos gráficamente, el segundo vuelve al menú o portada y el tercero regresa a la ventana anterior que es la de cargar.

Figura 6.13 Comparación de datos de forma matricial.

The screenshot shows a software window titled 'ComparacionDatos'. At the top left is the logo 'Excelencia con sentido HUMANO' and at the top right is the logo of 'Universidad Pontificia Bolivariana'. The main area contains two comparison matrices. The first matrix compares simulated values (Es, Ei, Ed) with imported values across six columns. The second matrix compares simulated values (Hs, Hi, Hd) with imported values across six columns. To the right of the matrices are three navigation buttons: 'SIGUIENTE>>>', 'MENU', and '<<<ANTERIOR'.

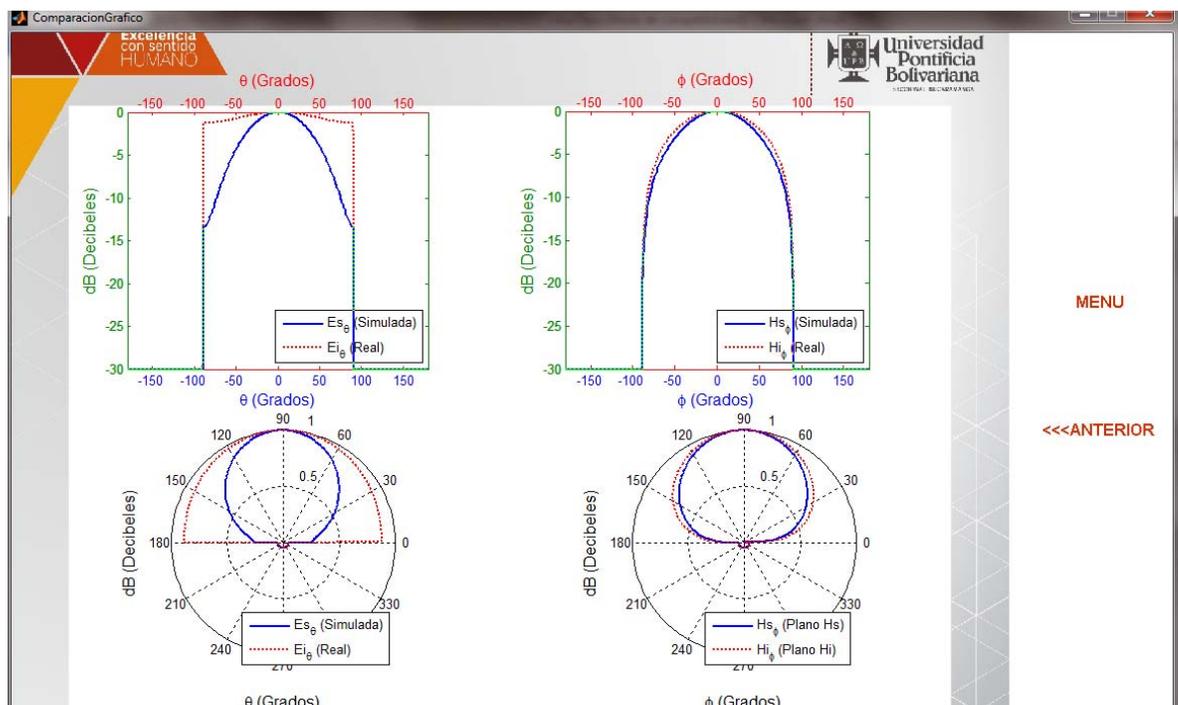
	1	2	3	4	5	6
Es	-30	-30	-30	-30	-30	-30
Ei	-15.2817	-15.2521	-15.3115	-15.4636	-15.4947	-15.6858
Ed	-14.7183	-14.7480	-14.6885	-14.5364	-14.5053	-14.3142

	1	2	3	4	5	6
Hs	-30	-30	-30	-30	-30	-30
Hi	-15.1069	-15.2226	-15.2521	-15.4328	-15.5892	-15.7185
Hd	-14.8931	-14.7774	-14.7480	-14.5672	-14.4108	-14.2815

Fuente [Autor].

Si en la ventana de comparación de datos se activa el botón siguiente se abre una nueva ventana que muestra la comparación gráfica de los dos patrones de radiación, el simulado en el software y el importado, en cuatro gráficas, la primera realiza la comparación de los valores simulados e importados del plano E en forma rectangular, la segunda realiza la comparación de los valores simulados e importados del plano H en forma rectangular, la tercera realiza la comparación de los valores simulados e importados del plano E en forma polar y la cuarta realiza la comparación de los valores simulados e importados del plano H en forma polar; también consta de dos botones, menú y anterior como lo muestra la figura 6.14, el primero abre la ventana de menú o portada y el segundo vuelve a la ventana anterior que es la de la comparación de los datos en su forma matricial.

Figura 6.14 Comparación gráfica.



Fuente [Autor].

VI. CONCLUSIONES

- La primera antena realizada no arrojó los mejores resultados ya que la forma de calcular la línea de alimentación no fue la adecuada, además el acople tiene una terminación semicircular, para los prototipos siguientes se cambiaron los terminales de las líneas de acople por una forma cuadrada y se calculó nuevamente el ancho de dicha línea dando más ancha.
- Los mejores resultados se obtuvieron con la realización de la antena 3 ya que aunque posee las mismas medidas que la antena 2, quedó mejor a la hora de realizar el circuito impreso debido a que tiene el parche más redondo o la forma más definida, consta de mejores terminaciones en los bordes y la línea de alimentación de calculada con la impedancia del parche esta mejor definida.
- Se analizó el patrón de radiación de una antena de microcinta circular en sus 3 formas comunes, su forma rectangular, polar y en tercera dimensión lo cual le puede facilitar al estudiante futuro el entendimiento de la forma de operación de dichas antenas.
- Con la realización de este proyecto el módulo del laboratorio de antenas Lab-Volt ahora cuenta con 3 antenas de microcinta circular las cuales le pueden permitir a futuros estudiantes el conocimiento y análisis de dichas antenas.
- Con la realización de este proyecto, la universidad pontificia bolivariana ahora cuenta con un software que les puede permitir a estudiantes futuros estudiar las características para diseñar una antena de microcinta circular, como el radio, la frecuencia de resonancia, la frecuencia de corte y el ancho de banda entre otras.
- Se realizó un software ligero y sencillo con facilidad para ser entendido y utilizado; con el cual se pueden estudiar los cambios en el patrón de

radiación de las antenas al variar ciertos parámetros como por ejemplo el ϵ_r , la frecuencia de resonancia o la altura del sustrato h .

BIBLIOGRAFIA

- [1] BELOTSEKOVSKI, Fundamentos de antenas: MARCOMBO 1983.
- [2] CARDAMA, Aznar Ángel; JOFRE, Roca Lluís; RUIZ, Juan Manuel; ROMEU, Robert Jordi; BATALLER, Miguel Ferrando, Antenas: 2da Edición, Editorial Alfaomega.
- [3] CONSTANTINE, A. Balanis, Advance Engineering Electromagnetics: Editorial Jhon Wiley and Sons.
- [4] CONSTANTINE A. Balanis, Antenna Theory, Analysis And Design, Tercera Edicion, John Wiley and Sons.
- [5] GIRISH Kumar, Broadband Microstrip Anntenas, Editorial Artech house 2003.
- [6] HAYT, William. Teoria electromagnética: Septima edicion. Editorial Mc Graw Hill.
- [7] SADIKU, Matthew, Elementos de electromagnetismo: Editorial Continental S.A, México 1988.
- [8] WONG, Kin Lu. Design of nonplanar Microstrip anntenas and transmission lines.
- [9] <http://materias.fi.uba.ar/6209/download/1-Ecuaciones%20de%20Maxwell.pdf>
- [10] http://laplace.us.es/wiki/index.php/Tabla_de_c%C3%A1culo_vectorial
- [11] http://laplace.us.es/wiki/index.php/C%C3%A1culo_de_laplaciano_vectorial
- [12] <http://www.labvolt.com/downloads/datasheet/dse8092.pdf>
- [13] <http://www.tecnun.es/asignaturas/Informat1/AyudaInf/aprendainf/Matlab42/matlab42.pdf>

[14] [http://laplace.us.es/wiki/index.php/Divergencia de un campo vectorial](http://laplace.us.es/wiki/index.php/Divergencia_de_un_campo_vectorial)

[15] <http://es.wikipedia.org/wiki/Rotacional>

[16]

http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/lem/sanchez_i_d/capitulo3.pdf