

**PROPUESTA DE UN MODELO ESTADÍSTICO PARAMÉTRICO PARA LA VALIDACIÓN DE
TERMÓMETROS DE RESISTENCIA PT100**

**M.Sc. ORLANDO FEDERICO GONZÁLEZ CASALLAS
Ing. VICTOR JAVIER MORENO VELASCO**

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA
ESPECIALIZACIÓN EN CONTROL E INSTRUMENTACIÓN INDUSTRIAL
BUCARAMANGA
2012**

**PROPUESTA DE UN MODELO ESTADÍSTICO PARAMÉTRICO PARA LA VALIDACIÓN DE
TERMÓMETROS DE RESISTENCIA PT100**

**M.Sc. ORLANDO FEDERICO GONZÁLEZ CASALLAS
Ing. VICTOR JAVIER MORENO VELASCO**

**Monografía para optar al título de
Especialista en Control e Instrumentación Industrial**

**Director
Ing. JUAN CARLOS MANTILLA SAAVEDRA**

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA
ESPECIALIZACIÓN EN CONTROL E INSTRUMENTACIÓN INDUSTRIAL
BUCARAMANGA
2012**

Nota de aceptación

Firma del jurado

Firma del jurado

Bucaramanga, Marzo 2012

A Nuestros Padres

AGRADECIMIENTOS

Al director Juan Carlos Mantilla por sus orientaciones y su disposición para enseñarnos y compartir su experiencia profesional.

A los profesores, funcionarios y compañeros de la Universidad Pontificia Bolivariana seccional Bucaramanga que contribuyeron en la realización de este proyecto.

CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCION	1
1. OBJETIVOS DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN	2
1.1 OBJETIVO GENERAL	2
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	2
2. DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO	3
2.1 ANTECEDENTES	3
2.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	3
2.3 ALCANCE	4
3. MARCO TEÓRICO	5
4. ESTRUCTURA GENERAL PARA EL DESARROLLO DEL MODELO ESTADÍSTICO PARAMÉTRICO DE UN TERMÓMETRO DE RESISTENCIA PT100	8
4.1 CÁLCULO DEL TAMAÑO DE LA MUESTRA	9
4.2 RECOLECCIÓN DE DATOS DE TEMPERATURA Y RESISTENCIA A TRAVÉS DE UNA RTD PT100	11
4.3 ANÁLISIS DE LA TEMPERATURA COMO UNA SERIE DE TIEMPO	15
4.4 RESISTENCIA POBLACIONAL DE ACUERDO AL COMPORTAMIENTO DE LA TEMPERATURA	16
4.5 PRUEBA DE HIPÓTESIS DEL VALOR DE RESISTENCIA PARA UNA RTD PT100	16
5. RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN	17
5.1 RESULTADOS DEL EXPERIMENTO CON LA RTD PT100	

TIPO I CUANDO SE UTILIZA UN CONTROLADOR ON-OFF	17
5.1.1 ANÁLISIS DEL ASCENSO DE LA TEMPERATURA EN FUNCIÓN DEL TIEMPO	18
5.1.2 ANÁLISIS DEL DESCENSO DE LA TEMPERATURA EN FUNCIÓN DEL TIEMPO	21
5.1.3 PRUEBA DE HIPÓTESIS DEL VALOR DE RESISTENCIA PARA EL TERMÓMETRO DE RESISTENCIA PT100 TIPO 1	24
5.2 RESULTADOS DEL EXPERIMENTO CON LA RTD PT100	
TIPO I CUANDO SE UTILIZA UN CONTROLADOR PID	26
5.2.1 ANÁLISIS DEL ASCENSO DE LA TEMPERATURA EN FUNCIÓN DEL TIEMPO	26
5.2.2 ANÁLISIS DEL DESCENSO DE TEMPERATURA EN FUNCIÓN DEL TIEMPO	27
5.2.3 PRUEBA DE HIPÓTESIS DEL VALOR DE RESISTENCIA PARA EL TERMÓMETRO DE RESISTENCIA PT100	29
5.3 RESULTADOS DEL EXPERIMENTO CON LA RTD PT100	
TIPO II CUANDO SE UTILIZA UN CONTROLADOR ON-OFF	30
5.3.1 ANÁLISIS DE LA TEMPERATURA EN FUNCIÓN DEL TIEMPO DE ASCENSO	30
5.3.2 ANÁLISIS DE LA TEMPERATURA EN FUNCIÓN DEL TIEMPO DE DESCENSO	33
5.3.3 PRUEBA DE HIPÓTESIS DEL VALOR DE RESISTENCIA PARA EL TERMÓMETRO DE RESISTENCIA PT100	37
5.4 RESULTADOS DEL EXPERIMENTO CON LA RTD PT100	
TIPO II CUANDO SE UTILIZA UN CONTROLADOR PID	38
5.4.1 ANÁLISIS DEL ASCENSO DE LA TEMPERATURA EN FUNCIÓN DEL TIEMPO	39
5.4.2 ANÁLISIS DEL DESCENSO DE TEMPERATURA EN FUNCIÓN DEL TIEMPO	40
5.4.3 PRUEBA DE HIPÓTESIS DEL VALOR DE RESISTENCIA PARA EL TERMÓMETRO DE RESISTENCIA PT100	42

5.5 ANÁLISIS DE HISTÉRESIS DE LA RTD PT100 SEGÚN EL TIPO DE CONTROL DE TEMPERATURA	43
6. CONCLUSIONES	45
BIBLIOGRAFIA	46
ANEXOS	47

LISTADO DE TABLAS

	pág.
Tabla 1. Características del termómetro de resistencia de platino pt100	7
Tabla 2. Clasificación de las tolerancias de precisión de un termómetro de resistencia Según Norma DIN IEC 751	9
Tabla 3. Determinación del tamaño de muestra para cada tipo de RTD pt100 Para el desarrollo de la investigación	11
Tabla 4. Constantes ingresadas al controlador de temperatura PID Autonics Serie TZN4S-14S	13
Tabla 5: Parametrización del controlador TZN4S-14S para cada sistema de control	14
Tabla 6. Presentación de los resultados de la investigación	18
Tabla 7. Condiciones de aproximación polinomial de la temperatura promedio de ascenso	20
Tabla 8. Información de los parámetros del modelo estadístico polinomial de sexto grado	21
Tabla 9. Información de los parámetros del modelo estadístico polinomial eliminado El efecto de primer grado	21
Tabla 10. Condiciones de aproximación polinomial de la temperatura promedio de descenso	23
Tabla 11. Información de los parámetros del modelo estadístico polinomial de décimo grado	24
Tabla 12. Valores estimados de los coeficientes de temperatura de la resistencia para la RTD pt100 tipo I cuando se maneja un sistema de control On-Off	26
Tabla 13. Condiciones de aproximación polinomial de la temperatura promedio de ascenso	27
Tabla 14. Estimación de los parámetros de la regresión polinomial para la RTD pt100 Tipo I cuando el sistema tiene un controlador PID	27
Tabla 15. Información del modelo polinomial de décimo grado para estimar la curva De descenso de temperatura para la RTD pt100 tipo I	28

Tabla 16. Parámetros estimados de la regresión polinomial que representa el Comportamiento del descenso de la temperatura en el sistema térmico	28
Tabla 17. Valores estimados de los coeficientes de temperatura de la resistencia para la RTD pt100 tipo I cuando se maneja un sistema de control PID	30
Tabla 18. Condiciones de aproximación polinomial de la temperatura promedio de ascenso	32
Tabla 19. Información de los parámetros del modelo estadístico polinomial de sexto grado	32
Tabla 20. Información de los parámetros del modelo estadístico polinomial eliminado El efecto de primer grado	33
Tabla 21. Condiciones de aproximación polinomial de la temperatura promedio de descenso	35
Tabla 22. Información de los parámetros del modelo estadístico polinomial de décimo grado	36
Tabla 23. Valores estimados de los coeficientes de temperatura de la resistencia para la RTD pt100 tipo II cuando se maneja un sistema de control On-Off	38
Tabla 24. Condiciones de aproximación polinomial de la temperatura promedio de ascenso	39
Tabla 25. Estimación de los parámetros de la regresión polinomial para la RTD pt100 Tipo I cuando el sistema tiene un controlador PID	40
Tabla 26. Información del modelo polinomial de décimo grado para estimar La curva de descenso de temperatura para la RTD pt100 tipo II	41
Tabla 27. Parámetros estimados de la regresión polinomial que representa el Comportamiento del descenso de la temperatura en el sistema térmico	41
Tabla 28. Valores estimados de los coeficientes de temperatura de la resistencia para la RTD pt100 tipo II cuando se maneja un sistema de control PID	43
Tabla 29. Resumen del comportamiento del termómetro de resistencia pt100 Tipo I cuando se maneja un sistema de control On-Off y sistema de control PID	44
Tabla 30. Resumen del comportamiento del termómetro de resistencia pt100 Tipo II cuando se maneja un sistema de control On-Off y sistema de control PID	44

LISTADO DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Curva de histéresis	6
Figura 2. Diseño de un termómetro de resistencia pt100	7
Figura 3. Termómetros de resistencias utilizados en la investigación, donde a) Pt100 tipo I y b) Pt100 tipo II	8
Figura 4. Metodología para el desarrollo de la investigación	8
Figura 5. Conexión de la RTD pt100 tipo 1 con el calibrador de precisión Fluke-726	11
Figura 6. Montaje del experimento para obtener lecturas de temperatura y Resistencia con la RTD pt100 tipo1	12
Figura 7. Controlador de Temperatura Autonics TZN4S-14S utilizado En el desarrollo de la investigación	12
Figura 8. Extractor de aire de 120 Volts AC, utilizado en el experimento con controlador On-Off	13
Figura 9. Conexiones eléctricas para el desarrollo de la investigación	14
Figura 10. Comportamiento temporal de la temperatura cuando Se aplica un sistema de control	15
Figura 11. Temperatura de ascenso promedio de la RTD pt100 tipo I, Considerando un controlador On-Off	19
Figura 12. Correlograma de la temperatura promedio de ascenso	19
Figura 13. Modelo estadístico paramétrico del ascenso de la temperatura	22
Figura 14. Temperatura de descenso promedio de la RTD pt100 tipo I, Considerando un controlador On-Off	22
Figura 15. Correlograma de la temperatura promedio de descenso	23

Figura 16. Modelo estadístico paramétrico de la temperatura de descenso	24
Figura 17. Temperatura promedio de ascenso de la RTD pt100 tipo I cuando el Sistema tiene un controlador PID	26
Figura 18. Descenso promedio de la temperatura cuando El sistema trabaja con un controlador PID	28
Figura 19. Estimación del descenso de temperatura a través del modelo estadístico Polinomial de décimo grado	29
Figura 20. Temperatura de ascenso promedio de la RTD pt100 tipo II, considerando un Controlador On-Off	31
Figura 21. Correlograma de la temperatura promedio de ascenso	31
Figura 22. Modelo estadístico paramétrico de la temperatura de ascenso RTD pt100 tipo II	34
Figura 23. Temperatura de descenso promedio de la RTD pt100 tipo II, considerando un Controlador On-Off	34
Figura 24. Correlograma de la temperatura promedio de descenso	35
Figura 25. Modelo estadístico paramétrico de la temperatura de descenso	37
Figura 26. Temperatura promedio de ascenso de la RTD pt100 tipo I cuando el Sistema tiene un controlador PID	39
Figura 27. Descenso promedio de la temperatura cuando El sistema trabaja con un controlador PID	40
Figura 28. Estimación del descenso de temperatura a través del modelo estadístico Polinomial de décimo grado	42

GLOSARIO

Confiabilidad: Es la capacidad de un instrumento de desempeñar una función requerida, en condiciones establecidas.

Desviación estándar: Es una medida de la dispersión de los datos, cuanto mayor sea la dispersión mayor es la desviación estándar. Por ejemplo, si no existiera ninguna variación en los datos, es decir, si todos fueran iguales, entonces la desviación estándar sería cero.

Distribución Chi-Cuadrado: Permite calcular la probabilidad existente para que una variable X , que tiene un determinado Grado de Libertad frente a otras variables del mismo conjunto, permanezca dentro de unos "límites ideales" previstos para X cuando tiene ese específico Grado de Libertad o independencia. En otras palabras, la Distribución Chi Cuadrado suministra un modelo ideal sobre los límites probables que deberían regir las fluctuaciones en la aparición de un determinado valor aleatorio X dependiendo del Grado de Libertad que tiene ese valor frente a otras variables similares dentro de un conjunto de datos analizados.

Distribución T-Student: Es una distribución de probabilidad que surge del problema de estimar la media de una población normalmente distribuida cuando el tamaño de la muestra es pequeño. Surge, en la mayoría de los estudios estadísticos prácticos, cuando la desviación típica de una población se desconoce y debe ser estimada a partir de los datos de una muestra.

Error aleatorio absoluto: Componente del error de medida que, en mediciones repetidas, varía de manera impredecible.

Error relativo: Cociente entre el error de medida de una medición y el verdadero valor del mensurando.

Estadística paramétrica: Según Sierra Bravo (1991), es parte de la estadística que exige determinados requisitos para emplear en la inferencia estadística; generalmente requiere para su uso el supuesto de normalidad es decir que las muestras aleatorias se extraen de poblaciones que están normalmente distribuidas, o aproximadamente normal.

Exactitud de un Instrumento de medida: Es la cualidad de un instrumento de medida en donde tiende a dar lecturas próximas al verdadero valor de la magnitud medida.

Experimento: Es una técnica utilizada para encontrar el comportamiento de una variable a partir de diferentes combinaciones de factores o variables de entrada de un proceso, que al cambiar afectan la respuesta.

Histéresis: Es la diferencia máxima que se observa en los valores indicados por el instrumento de medida cuando la variable recorre toda la escala en los dos sentidos, ascendente y descendente.

Incertidumbre de la medida: Parámetro no negativo, asociado al resultado de medida que caracteriza la dispersión de valores que pueden ser atribuidos razonablemente al verdadero valor de la magnitud medida.

Para el cálculo de la incertidumbre se tuvo en cuenta el documento n° 19 de la W.E.C.C. (Western European Calibration Cooperation), en donde las variables se consideran aleatorias, así como las variables que afectan de forma sistemática el valor que se mide. Existen dos métodos A y B para evaluar la incertidumbre, en el método A la evaluación de la incertidumbre se realiza por medio del análisis estadístico de la serie de observaciones repetidas. En el método B la incertidumbre se determina mediante información disponible como datos de medidas anteriores, experiencia y conocimiento de los instrumentos, especificaciones del fabricante y valores de manuales técnicos. Para Este experimento se empleó el método A ya que no se tiene información del fabricante ni datos de medidas anteriores ya que estos datos se tomaron de manera experimental.

Intervalo de confianza: Es un rango (o intervalo) de valores usados para estimar el valor verdadero del parámetro de la población. Un intervalo de confianza es asociado con unos grados de confianza, como 0.95 (o 95%). El grado de confianza nos dice el porcentaje de veces que el intervalo de confianza actualmente contiene el parámetro de la población, presumiendo que el proceso de estimación es repetido un número grande de veces.

Medición: Una medición es la determinación de la proporción entre la dimensión o suceso de un objeto y una determinada unidad de medida. Cuando una medición se realiza a través de un instrumento de medida, se habla de una medición directa.

Muestra: Parte de una población que se toma cuando es imposible acceder a toda ella. La elección de la muestra se hace con la intención de, a partir de la información que ella proporciona, extender sus resultados a toda la población a la que representa.

Muestreo: Es un conjunto de métodos y procedimientos estadísticos destinados a la selección de una o más muestras es la técnica seguida para elegir muestras. El objetivo principal de un diseño de muestreo es proporcionar procedimientos para la selección de muestras que sean representativas de la población en estudio.

Patrón de medida: Realización de la definición de una magnitud dada, con un valor determinado y una incertidumbre de medida asociada, tomada como referencia.

Patrón de referencia: Patrón designado para la calibración de patrones de magnitudes de la misma naturaleza, en una organización o lugar dado.

Población finita: Es aquella en la que es posible enumerar (contar) físicamente los elementos que pertenecen a la población.

Población infinita: Es aquella en la que no es posible enumerar (contar) físicamente los elementos que pertenecen a la población. Dicho de otra manera, cuando los elementos de la población son ilimitados.

Población ó universo: Es cualquier conjunto de unidades o elementos claramente definido, en el espacio y el tiempo, donde los elementos pueden ser personas, granjas, hogares, manzanas, condados, escuelas, hospitales, empresas, y cualquier otro. Las poblaciones pueden ser finitas e infinitas.

Población objetivo: Es el conjunto de elementos de los que nos interesa obtener información o tomar decisiones.

Precisión: Es la cualidad de un instrumento de medida en donde tiende a dar lecturas muy próximas unas a otras, es decir el grado de dispersión de las mismas.

Promedio: Es cualquier medida de posición de tendencia central. Cuando se obtiene sumando los datos y dividiendo entre el número de ellos, se conoce como promedio simple.

Prueba de hipótesis: Es el proceso estadístico que se sigue para la toma de decisiones a partir de la información de la muestra. Comparando el valor del estadístico experimental con el valor teórico, se rechaza o acepta la hipótesis nula (H_0). Lo contrario a la hipótesis nula se llama hipótesis alterna (H_1).

Resistencia térmica: Representa la capacidad del material de oponerse al flujo del calor.

Serie de tiempo: Conjunto de observaciones sobre valores que toma una variable (cuantitativa) en diferentes momentos del tiempo.

Tamaño de muestra: Es el número de elementos u observaciones que tomamos. Se denota por n ó N .

Temperatura: La temperatura es una medida del calor o energía térmica de las partículas en una sustancia. La temperatura no depende del número de partículas en un objeto y por lo tanto no depende de su tamaño.

Tolerancia: Es el intervalo de valores en el que debe encontrarse dicha magnitud para que se acepte como válida.

RESUMEN GENERAL DE TRABAJO DE GRADO

TITULO: PROPUESTA DE UN MODELO ESTADÍSTICO PARAMÉTRICO PARA LA VALIDACIÓN DE TERMÓMETROS DE RESISTENCIA PT100

AUTORES: M.SC. Orlando Federico González Casallas
ING. Victor Javier Moreno Velasco

FACULTAD: Esp. En Control e Instrumentación Industrial

DIRECTOR: ING. Juan Carlos Mantilla Saavedra

RESUMEN

En los procesos industriales se requiere la medición de variables inherentes al control de las operaciones de manufactura. La temperatura es una de estas variables que debe ser medible y controlable durante el proceso de fabricación industrial a través de instrumentos de medición de temperatura como lo es el termómetro de resistencia pt100. Esta investigación se centra en el análisis estadístico para la validación del instrumento de medición de temperatura conocido como RTD pt100. Inicialmente, se registrará la información de la temperatura y el valor de resistencia para dos tipos de RTD pt100; posteriormente, mediante el uso de herramientas de diseño experimental univariado, se concluye sobre la validación del instrumento con respecto a los valores estándar de medición según la norma internacional DIN IEC751. Finalmente, se propone un modelo estadístico paramétrico, basado en regresión no lineal para el comportamiento de cada instrumento de medición de temperatura cuando el instrumento no cumpla con las especificaciones técnicas.

PALABRAS CLAVES:

Temperatura, Resistencia de Temperatura, Incertidumbre, Estadística paramétrica, Validación estadística, Regresión No Lineal, Termómetro de resistencia.

V° B° DIRECTOR DE TRABAJO DE GRADO

GENERAL SUMMARY OF WORK OF GRADE

TITLE: A PROPOSED PARAMETRIC STATISTICAL VALIDATION
MODEL IN PT100 PLATINUM RESISTANCE THERMOMETERS

AUTHORS: M.SC. Orlando Federico González Casallas
ING. Victor Javier Moreno Velasco

FACULTY: Esp. Industrial Control and Instrumentation

DIRECTOR: ING. Juan Carlos Mantilla Saavedra

ABSTRACT

In the industrial processes requires the measurement of variables inherent in the control of the manufacturing operations. Temperature is one of these variables that should be measurable and controllable during the manufacturing process through industrial instruments for temperature measuring called resistance thermometer Pt100. This research focuses on the statistical analysis for the validation of temperature measuring instrument known as RTD Pt100. Initially, the temperature and resistance value information of two types of RTD pt100 is recorded. Subsequently, using univariate experimental design tools concludes the validation instruments with respect to the international standard DIN IEC751 values for temperature resistance measurement. Finally, a parametric statistical model based on non-linear regression is proposed when the instrument fails to comply with the technical specifications.

KEYWORDS:

Temperature, Temperature Resistance, Uncertainty,
Parametric Statistics, Statistical Validation, Nonlinear
Regression, Resistance Thermometer.

V° B° DIRECTOR OF GRADUATE WORK

INTRODUCCIÓN

Los sistemas y equipos de instrumentación son parte fundamental en el control de los procesos de manufactura y en velar por la estandarización y seguimiento a las operaciones de una empresa manufacturera. Es por esta razón que los estudios relacionados con los equipos de medición de presión, temperatura, corriente, masa, entre otros; son importantes a la hora de analizar y concluir sobre el comportamiento de las variables que inciden en las actividades de producción. Por lo tanto, una lectura adecuada de las variables que afectan el proceso de producción permite conocer la eficiencia del sistema de producción en función de los indicadores de calidad y los tiempos requeridos para la obtención del producto.

Lo anterior infiere que los procesos metrológicos relacionados con la calibración y ajuste de los equipos de medición de las variables que afectan el proceso de producción son fundamentales para obtener mayor confiabilidad en las mediciones; lo cual permite proceder con acciones correctivas y preventivas adecuadas a las características del proceso (máquinas, herramientas y actividades hombre-máquina).

El grado de confiabilidad y precisión de las mediciones se pueden obtener mediante la aplicación de herramientas estadísticas basadas en conceptualización paramétrica o no paramétrica. Como consecuencia, las condiciones para realizar la repetibilidad en la medición de las variables deben ser adecuadas para minimizar los niveles de incertidumbre a la hora de construir modelos estadísticos paramétricos.

El presente trabajo está enmarcado en la propuesta de un modelo estadístico paramétrico que permita estimar la histéresis que se presenta en los instrumentos de medición de temperatura (RTD pt100), cuando un sistema térmico utiliza un controlador On-Off y un controlador PID. El diseño del modelo estadístico paramétrico para la validación de termómetros de resistencia pt100, está basado en la toma de muestras estadísticas de un experimento desarrollado en las instalaciones de la Universidad Pontificia Bolivariana; una vez obtenido los datos muestrales se procede con la construcción del modelo considerando la aproximación polinomial y técnicas de estimación paramétrica para cada instrumento de medición de temperatura.

Finalmente, se construyen varios modelos de aproximación polinomial y se selecciona el modelo que mejor se adapte a la información obtenida de los datos muestrales. El anterior modelo puede utilizarse como una gráfica de control estadístico para cada instrumento de medición de temperatura.

1. OBJETIVOS DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

1.1 OBJETIVO GENERAL

Proponer un modelo estadístico paramétrico que permita la validación de termómetros de resistencia pt100 en los laboratorios de la Universidad Pontificia Bolivariana (Seccional Bucaramanga).

1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Desarrollar un análisis estadístico de los dos instrumentos de medición, con el propósito de inferir la aceptación de las RTD pt100 requeridas en el proceso de lectura de temperatura cuando se utiliza un controlador On-Off.

Desarrollar un análisis estadístico de los dos instrumentos de medición, con el propósito de inferir la aceptación de las RTD pt100 requeridas en el proceso de lectura de la temperatura cuando se utiliza un controlador PID.

Diseñar un modelo estadístico paramétrico de validación con el propósito de ofrecer confiabilidad y precisión estadística cuando se hace lectura de temperatura con una RTD pt100 en un sistema con un controlador On-Off.

Diseñar un modelo estadístico paramétrico de validación con el propósito de ofrecer confiabilidad y precisión estadística cuando se hace lectura de temperatura con una RTD pt100 en un sistema con un controlador PID.

2. DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO

2.1 ANTECEDENTES

A lo largo de la historia la Metrología ha tomado un papel muy importante en el desarrollo del ser humano; su propósito fundamental es el de medir y comprobar que dicha medida es correcta, para ello se emplean fundamentalmente herramientas de análisis estadístico.

Recientemente la universidad tecnológica de Pereira, realizó un estudio basado en el diseño de experimentos, analizando datos obtenidos en dos equipos biomédicos distintos¹, En donde buscan realizar cambios deliberados en las variables de entrada del proceso, de manera que sea posible conocer, qué factores afectan de manera significativa la variable de respuesta empleando procesos estadísticos.

Otro estudio relevante que se llevo a cabo en la Escuela Politécnica Superior, Universidad de A Coruña², en donde se analiza la relación entre los distintos índices que se utilizan en la metrología dimensional, con los índices de capacidad usados en el contexto del control estadístico de la calidad. Allí se evaluó la capacidad de un instrumento de medición a partir del análisis de los datos obtenidos de un experimento, diseñado para estudiar la variabilidad del instrumento, en donde se comprobó la importancia que tiene la estadística para el estudio de la incertidumbre de medición.

2.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El desarrollo de procesos de medición en el campo industrial ha tenido mayor relevancia para el control de los procesos de producción y requerimientos de calidad de los productos o servicios que presta una organización. Desde las perspectiva metrológica, según Aristizábal en su texto Fundamentos de Metrología de la Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín de 2008³, la complejidad de los sistemas electrónicos analógicos y digitales como parte del un macro sistema de información para las organizaciones, requieren de la exigencia de mayor precisión y exactitud de dicha información.

Por lo tanto, dentro del control de procesos y de manejo de información para hacer acciones de mejora se debe definir adecuadamente la secuencia lógica de operaciones con el propósito de obtener información confiable para el mantenimiento y acciones de mejora en dispositivos e instrumentos de mediciones industriales.

¹JARAMILLO GARZON, Andrés; RESTREPO CORREA, Jorge. Diseño De Experimentos Aplicado Al Análisis De Datos Obtenidos En Un Laboratorio De Metrología. No 45, Agosto de 2010. Scientia et Technica Año XVI.

² NAYA, Salvador. La Metrología En El Control Estadístico De Procesos. Ourense, 12–13–14 de noviembre de 2009. IX Congreso Galego de Estadística e Investigación de Operaciones

³ ARISTIZÁBAL, D.L. Curso sobre Fundamentos de Metrología. *Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín*. 2008.

Según Jaramillo y Restrepo (2010), el uso de herramientas estadísticas para el control de los procesos de medición y verificación de la información que arrojan los instrumentos de medición; es un factor clave para el soporte de los procesos de medición y ajuste de los instrumentos, lo que brinda mayor confiabilidad a los usuarios sobre las características de medición de dichos instrumentos.

Por esta razón, dentro de los diversos instrumentos de medición que se encuentran en los laboratorios de ingeniería electrónica, se desea proponer un procedimiento lógico y una secuencia sobre los procesos de medición y validación de la información en termómetros de resistencia pt100.

Dentro del proceso de medición de temperatura se dispone de dos instrumentos de medición conocido como RTDpt100, los cuales se utilizarán para la medición de temperatura de un horno doméstico. La idea fundamental es validar la lectura de los datos de resistencia con respecto a la norma internacional DIN IEC751⁴, en caso de no cumplirse lo establecido en la norma, se procede con la construcción de un nuevo modelo para cada instrumento de medición de temperatura.

2.3 ALCANCE DEL PROYECTO

La propuesta de investigación tiene como finalidad ofrecer un soporte estadístico en los procesos de medición e instrumentación industrial en los laboratorios de la facultad de Ingeniería Electrónica de la Universidad Pontificia Bolivariana (Seccional Bucaramanga). Con respecto a los instrumentos con los que está dotado los laboratorios, sólo se realizará la propuesta del modelo estadístico paramétrico para validación al instrumento de medición de temperatura conocido como RTD pt100.

El montaje del experimento y la recolección de información se realizaron en los horarios disponibles para el acceso al laboratorio de la facultad de Ingeniería Electrónica. Con el propósito de mantener las mismas condiciones para la repetibilidad de la lectura de temperatura, los dispositivos de medición de temperatura deben ser los mismos durante el desarrollo de la investigación.

El estudio estadístico de la información obtenida con los termómetros de resistencia pt100, comprende el diseño del modelo estadístico paramétrico para cada instrumento de medición de temperatura.

⁴ http://www.sapiensman.com/medicion_de_temperatura/termorresistencias.htm

3. MARCO TEÓRICO

En los procesos de medición térmica es imperativo establecer los niveles de incertidumbre de la medición de temperatura ya que se pueden presentar fuentes de variación que pueden afectar significativamente la lectura de la temperatura; por lo tanto, la incertidumbre es el parámetro más apropiado para evaluar la calidad del resultado de la medida.

Independientemente de las fuentes de la incertidumbre, según Creus (2010) hay dos aproximaciones para estimarlas. En esta investigación se emplea la evaluación tipo A, pues no se tienen certificados de calibración de las RTD pt100 por parte del fabricante.

Evaluaciones tipo A: La estimación de la incertidumbre se hace utilizando métodos estadísticos a partir de observaciones repetidas bajo entornos controlados, para asegurar repetibilidad del experimento. Generalmente, la medida de incertidumbre se relaciona directamente con la dispersión de los datos obtenidos.

Sea T_t la temperatura del sistema térmico en el tiempo t . Si se realizan n muestras o mediciones, se obtiene la temperatura promedio (1) del sistema térmico en el tiempo t .

$$\bar{T}_t = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n T_t \quad \forall t \in \text{Tiempo} \quad (1)$$

La dispersión o desviación de los datos con respecto al valor central promedio, se encuentra a través de las expresión (2).

$$s(T_t) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (T_t - \bar{T})^2} \quad \forall t \in \text{Tiempo} \quad (2)$$

La incertidumbre estándar $u(T_t)$ se obtiene finalmente mediante el cálculo de la desviación estándar experimental de la media (3)

$$u(T_t) = s(T_t) = \frac{s(T_t)}{\sqrt{n}} \quad \forall t \in \text{Tiempo} \quad (3)$$

Para un buen análisis de la medición se debe suponer que la dispersión de T_t permanece constante para todas las mediciones realizadas; es decir que la medición de la temperatura está bajo control estadístico. Por lo tanto, la incertidumbre estándar presenta mayor precisión estadística si se hacen comparaciones de una muestra aleatoria de tamaño n con un patrón de medida. El número de repeticiones o tamaño muestral n se debe calcular de acuerdo a las condiciones y exigencias (meta para la incertidumbre) de cada medición específica. Hay que considerar que:

- Aumentar el número de repeticiones resulta en una reducción de la incertidumbre por repetibilidad, la cual es proporcional a $\frac{1}{\sqrt{n}}$.
- Un número grande de repeticiones aumenta el tiempo de medición, que puede ser contraproducente, si las condiciones ambientales u otras magnitudes de entrada no se mantienen constantes en este tiempo.
- En pocos casos se recomienda o se requiere n mayor de 10. Por ejemplo cuando se caracterizan instrumentos o patrones, o se hacen mediciones o calibraciones de alta exactitud.

Evaluaciones tipo B: La estimación de las incertidumbres se obtiene de otras informaciones. Éstas pueden provenir de experiencias previas con otras mediciones, de certificados de calibración, de las especificaciones de los fabricantes, de cálculos, de informaciones publicadas y del sentido común.

Histéresis:

Es la diferencia máxima entre los valores indicados por un instrumento con respecto a un valor de referencia⁵. Para esta investigación, se desea calcular la diferencia máxima entre los valores de la resistencia con base en la temperatura del sistema térmico. En la Figura 1 puede observarse la respuesta de un instrumento que presenta histéresis.

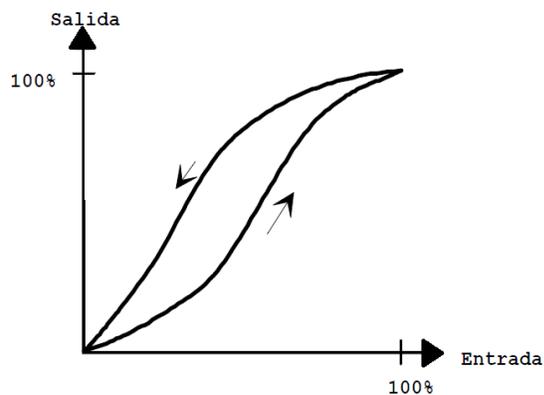


Figura 1. Curva de histéresis

Fuente:http://prof.usb.ve/srevolla/Archivos/Instru/Sept%202009/PS2321_GUIA_COMPLETA_%28rev_4_2%29%28Cap_1-6%29.pdf

Termómetro de Resistencia PT100

El termómetro de resistencia PT-100 es un sensor de temperatura que basa su funcionamiento en la variación de resistencia a cambios de temperatura del medio. El elemento consiste en un arrollamiento muy fino de Platino bobinado entre capas de material aislante y protegido por un revestimiento cerámico. El material que forma el conductor (platino), posee un coeficiente de

⁵ Creus, A. Instrumentación Industrial. Capítulo 1. Generalidades. Editorial Marcombo S.A. Octava Edición. (2010)

temperatura de resistencia α , el cual determina la variación de la resistencia del conductor por cada grado que cambia su temperatura. Según la norma DIN IEC751⁶ el comportamiento de la resistencia es no lineal, se debe aplicar la expresión (4)

$$R_t = R_0(1 + \alpha_1 T_t + \alpha_2 T_t^2 + \alpha_3 T_t^3) \quad (4)$$

Donde:

R_0 = resistencia en Ω (ohms) a 0°C

R_t = resistencia en Ω (ohms) a t°C

t = temperatura actual

α_i = coeficiente i-ésimo de temperatura de la resistencia.

Las características del Termómetro de resistencia de Platino se presentan en la Tabla 1

Metal	Resistividad $\mu\Omega/\text{cm}$	α ($\Omega/^\circ\text{C}$)	Intervalo de temperatura	Resistencia a 0°C Ω	Precisión
Platino	9.83	0.003850	-200 a 950 °C	100	0.01 °C

Tabla 1. Características del termómetro de resistencia de platino pt100

Fuente: Autores

El platino es el elemento más indicado para la fabricación de sensores de temperatura por resistencia, ya que presenta alto coeficiente de temperatura, alta resistividad, generalmente ofrece una relación lineal y estabilidad de sus características durante su vida útil.⁷

⁶ http://www.sapiensman.com/medicion_de_temperatura/termorresistencias.htm

⁷ Creus, A. Instrumentación Industrial. Capítulo 6. Medida de temperatura. Editorial Marcombo S.A. Octava Edición. (2010)

Características Técnicas de un termómetro de resistencia pt100

Tipo de sensor: Resistencia de Platino 100W a 0°C

Material del cuerpo: Incomel 600

Conexión: 3 cables (RTD, RTD, compensación)

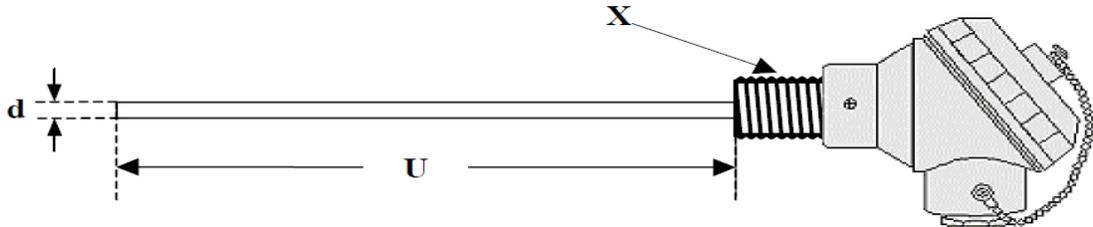


Figura 2. Diseño de un termómetro de resistencia pt100

Fuente: www.ingecozs.com/pt100.pdf

La Figura 2, presenta un posible diseño de una RTD pt100, donde, d = diámetro del bulbo, y, U = largo del bulbo. En el laboratorio de electrónica de la Universidad Pontificia Bolivariana seccional Bucaramanga se disponen de dos tipos de termómetros de resistencia (RTD pt100) que se diferencian de acuerdo al diámetro del instrumento. En el experimento se utilizaron estos dos termómetros de resistencia (RTD pt100); con el propósito de llevar a cabo el desarrollo de la investigación se ha identificado cada pt100, tal como se presenta en la Figura 3.



a) Pt100 tipo I



b) Pt100 tipo II

Figura 3. Termómetros de resistencias utilizados en la investigación, donde a) Pt100 tipo I y b) Pt100 tipo II

Fuente: Autores

4. ESTRUCTURA GENERAL PARA EL DESARROLLO DEL MODELO ESTADÍSTICO PARAMÉTRICO EN TERMÓMETROS DE RESISTENCIA PT100

Con el propósito de entender la metodología utilizada en el proceso de análisis y construcción del modelo estadístico paramétrico para la validación de una RTD pt100; la Figura 4 presenta los pasos desarrollados en la investigación. A continuación se presenta una breve descripción de cada paso de la metodología utilizada en esta investigación.

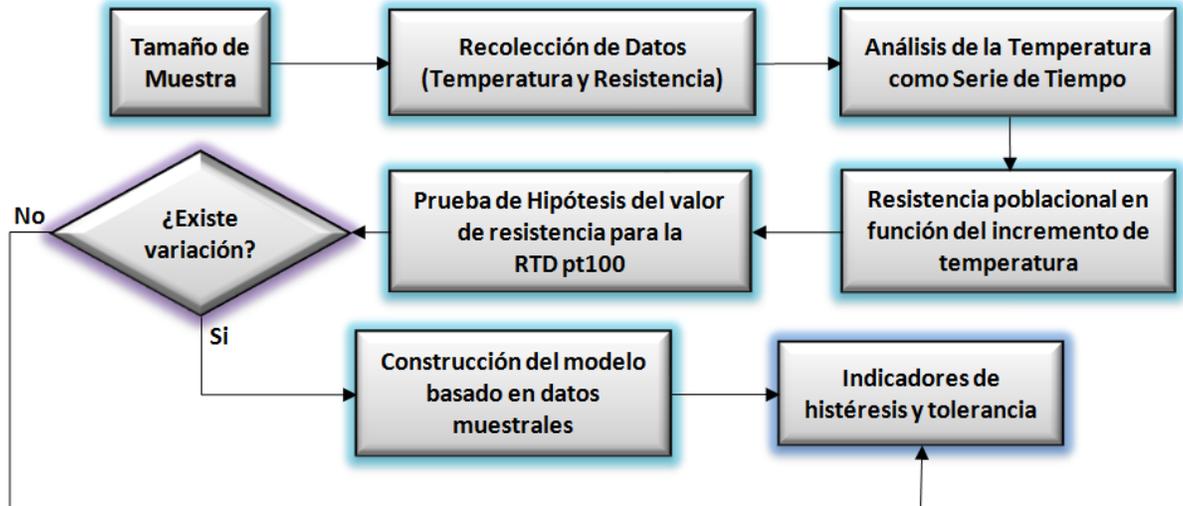


Figura 4. Metodología para el desarrollo de la investigación
Fuente: Autores

4.1 CÁLCULO DEL TAMAÑO DE MUESTRA

En esta etapa de la investigación se procede con la determinación del número de muestras requeridas en el proceso de estimación de la resistencia de una RTD pt100. Según la norma DIN IEC-751 (1983) se establece la escala de valores de precisión para los termómetros de resistencia RTD, tal como se presenta en la Tabla 2.

Clase	A 0°C		A 100°C	
	Temperatura (°C)	Resistencia (Ω)	Temperatura (°C)	Resistencia (Ω)
B	± 0.30	± 0.12	± 0.80	± 0.30
A	± 0.15	± 0.06	± 0.35	± 0.13

Tabla 2. Clasificación de las tolerancias de precisión de un termómetro de resistencia
Según Norma DIN IEC 751

Fuente: Fragmento Capítulo 6. Medida de temperatura. Instrumentación Industrial de Creus

Según la Tabla 2, la clasificación A exige una mayor precisión en la medición de temperatura y resistencia de una RTD; por lo tanto, en esta investigación las RTD pt100 de los laboratorios de instrumentación de la Universidad Pontificia Bolivariana se analizarán con la clasificación tipo A, según norma internacional DIN IEC 751.

Con base en los niveles de precisión de la norma DIN IEC 751 y Según Devore (2008), existe una relación inversamente proporcional entre los niveles de confianza y precisión estadística; por lo tanto, si se considera que el instrumento de medición de temperatura ofrece poca desviación con respecto a las mediciones de temperatura y resistencia en la RTD, se debe disminuir el nivel de confianza con el propósito de asegurar una mayor precisión en los datos estadísticos. Por lo tanto se considera el uso de un nivel de confianza del 90% en la construcción del modelo estadístico paramétrico para cada RTD pt100.

Una vez especificado el nivel de confianza, es importante conocer el error (ε) que se puede obtener con respecto a la lectura de la temperatura. De acuerdo a las especificaciones comerciales, la incertidumbre de respuesta para la generación de lectura de una RTD pt100 es de ± 0.1 °C⁸; por lo tanto, este valor se considera como el error de tolerancia a la hora de tomar los registros de temperatura.

Con base en lo anterior, se define un intervalo de confianza ajustado a una distribución normal, tal como se presenta en (5), con el propósito de calcular el tamaño de muestra.

$$IC_{(1-\alpha)\%} \left[R_T - Z_{1-\alpha/2} \left(\frac{\sigma_{RT}}{\sqrt{n}} \right) \leq R_T \leq R_T + Z_{1-\alpha/2} \left(\frac{\sigma_{RT}}{\sqrt{n}} \right) \right] \quad (5)$$

Donde,

- R_t : Resistencia en ohms a una temperatura T °C
- σ_{RT} : Desviación (precisión) poblacional de la resistencia en ohms
- $Z_{1-\alpha/2}$: Valor normal estándar basado en la confiabilidad del sistema
- n : Tamaño de la muestra

Con la expresión (5) se puede obtener el tamaño de la muestra para corroborar la hipótesis de que la RTD pt100 no presenta variación significativa con respecto a la clasificación A de la norma DIN IEC 751. La razón fundamental para ajustar el intervalo de confianza a una distribución de probabilidad normal se basa en que se conoce la precisión -desviación- estadística poblacional de una RTD pt100, la cual está justificada por normas internacionales como la ASTM E1137⁹ y la DIN IEC 751¹⁰.

La longitud promedio del intervalo, se puede interpretar como el error de muestreo ε basado en la lectura de temperatura de una RTD pt100; por lo tanto, el tamaño de la muestra se calcula con la expresión (6)

$$n = \left[\frac{(Z_{1-\alpha/2})\sigma_{RT}}{\varepsilon} \right]^2 \quad (6)$$

⁸ Tomado de: <http://www.temperatures.com/rtds.html>

⁹ <http://www.astm.org/Standards/E1137.htm>

¹⁰ http://www.sapiensman.com/medicion_de_temperatura/termorresistencias.htm

Si se considera que $Z_{0,90} = 1.281$, $\varepsilon = 0.1 \text{ } ^\circ\text{C}$ y $\sigma_{RT} = 0.15 \text{ } ^\circ\text{C}$; se obtiene que el tamaño de la muestra es de 4 experimentos para cada RTD pt100. Se procedió con la recolección de información de la temperatura para cada RTD pt100 -en una escala de $27 \text{ } ^\circ\text{C}$ a $120 \text{ } ^\circ\text{C}$ - y se obtuvo que la desviación muestral para la RTD pt100 tipo uno es de $0.22 \text{ } ^\circ\text{C}$ y la desviación muestral para la RTD pt100 tipo dos es de $0.231 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Se procede con la comprobación de la hipótesis referente a que cada RTD pt100 cumple con la tolerancia establecida en la norma DIN IEC 751; por lo tanto el diseño experimental para contrastar la anterior hipótesis se presenta en (7)

$$\begin{cases} H_0: \sigma_{RT} \leq 0.15 \text{ } ^\circ\text{C} \\ H_1: \sigma_{RT} > 0.15 \text{ } ^\circ\text{C} \end{cases} \quad (7)$$

El diseño experimental (7), está basado en una confiabilidad del 90% para la hipótesis nula H_0 . Para rechazar el supuesto de que la precisión de medición de temperatura es menor o equivalente a $0.15 \text{ } ^\circ\text{C}$, se debe cumplir la expresión (8)

$$P\left(\chi_{n-1}^2 > \frac{(n-1) S_{RT}^2}{\sigma_{RT}^2}\right) < \alpha \quad (8)$$

Donde, el lado derecho de la expresión (8) recibe el nombre de P_valor y α se conoce como la significancia de la prueba de hipótesis; es decir, la probabilidad complementaria de la confianza de la hipótesis nula.

Para el caso de la RTD pt100 tipo uno, si $n = 4$ y $S_{Rt} = 0.22 \text{ } ^\circ\text{C}$, se obtiene:

$$P\left(\chi_3^2 > \frac{(3)(0.22 \text{ } ^\circ\text{C})^2}{(0.15 \text{ } ^\circ\text{C})^2}\right) < 0.10 \quad \rightarrow \quad P(\chi_3^2 > 6.4533) < 0.10 \quad \rightarrow \quad 0.0915 < 0.10$$

Por lo tanto, se tiene suficiente evidencia estadística para suponer que la precisión de la medición de temperatura con la RTD pt100 tipo uno, debe ser mayor a lo especificado en la norma internacional DIN IEC 751; por lo tanto, se debe volver a calcular un tamaño de muestra adecuado.

Para el caso de la RTD pt100 tipo dos, si $n = 4$ y $S_{Rt} = 0.231 \text{ } ^\circ\text{C}$

$$P\left(\chi_3^2 > \frac{(3)(0.231 \text{ } ^\circ\text{C})^2}{(0.15 \text{ } ^\circ\text{C})^2}\right) < 0.10 \quad \rightarrow \quad P(\chi_3^2 > 7.11) < 0.10 \quad \rightarrow \quad 0.0683 < 0.10$$

Por lo tanto, se tiene suficiente evidencia estadística para suponer que la precisión de la medición de temperatura con la RTD pt100 tipo dos, debe ser mayor a lo especificado en la norma internacional DIN IEC 751; por lo tanto, se debe volver a calcular un tamaño de muestra adecuado.

De acuerdo a los resultados anteriores, se procede con la determinación del nuevo tamaño de muestra, tal como se presenta en la Tabla 3.

RTD pt100 tipo 1		RTD pt100 tipo 2	
Confianza	90 %	Confianza	90 %
Error muestreo	0.1 °C	Error muestreo	0.1 °C
Desviación muestral	0.22 °C	Desviación muestral	0.231 °C
Tamaño Muestra	7 muestras	Tamaño Muestra	7 muestras

Tabla 3. Determinación del tamaño de muestra para cada tipo de RTD pt100 para el desarrollo de la investigación

Fuente: Autores

4.2 RECOLECCIÓN DE DATOS DE TEMPERATURA Y RESISTENCIA A TRAVÉS DE UNA RTD PT100

En esta fase de la investigación se procedió con el montaje del experimento. Inicialmente se tienen los siguientes dispositivos:

Calibrador de proceso multifunción Fluke-726:

Este instrumento permite hacer lectura de la resistencia que se genera en la RTD pt100, cuando se hacen mediciones de ascenso y descenso de la temperatura desde 27 °C a 120 °C. La Figura 5 presenta la conexión de la RTD pt100 tipo 1 con el calibrador de precisión para obtener la lectura de la resistencia.

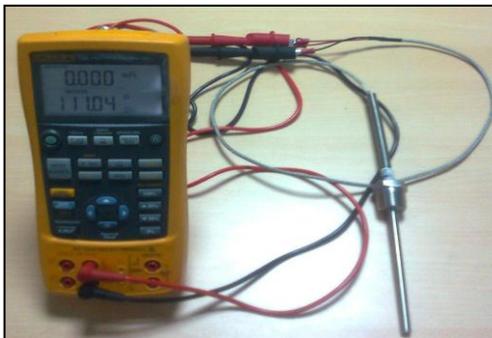


Figura 5. Conexión de la RTD pt100 tipo 1 con el calibrador de precisión Fluke-726

Fuente: Autores

Características Generales:

- Dos canales independientes; miden, generan y detectan señales de forma simultánea.
- Mide voltios, mA, RTD, termopares, frecuencia y resistencia para comprobar sensores y transmisores.
- Genera/simula voltios, mA, termopares, RTD, frecuencia y presión para calibrar transmisores.
- Mide o genera presión utilizando cualquiera de los 29 módulos de presión Fluke 700Pxx.
- Genera mA con medida de presión simultánea para realizar pruebas de I/P y válvulas.
- Efectúa rápidas comprobaciones de linealidad con las funciones incremento y rampa automáticas.
- Puede alimentar a 24 Vdc los transmisores mientras mide simultáneamente su salida en mA.
- Almacena las configuraciones de prueba más usuales para poder activarla en futuras calibraciones.

Función Medida o generación	Rango	Resolución	Exactitud	Notas
Tensión	0 a 100 mV 725: 0 a 10 V (generación) 0 a 20 V (generación) 725/726: 0 a 30 V (medida)	0,01 mV 0,001 V 0,001 V 0,001 V	0,01% 0,02% lectura + 2 dígitos	Carga máx, 1 mA
mA	0 a 24	0,001 mA	0,01% ; 0,02% lectura + 2 dígitos	Carga máx, 725/726: 1000 Ω 725Ex: 500 Ω
mV (Terminales de miniconector de termopar)	-10,00 mV a +75,00 mV	0,01 mV	0,01% 0,02% rango + 1 dígito	
Resistencia	15 Ω a 3200 Ω 5 Ω a 4000 Ω	0,01 Ω a 0,1 Ω	0,10 Ω a 1,0 Ω 0,015%	
Hz - CPM	2,0 a 1000 CPM 1 a 1100 Hz 1,0 a 10,0 kHz 10,0 a 15,0 kHz	0,1 CPM 1 Hz 0,1 kHz 0,1 kHz	\pm 0,05% \pm 0,05% \pm 0,25% \pm0,05%	Generación; 5V p-p 1V - 20 V p-p onda cuadrada, -0,1 V offset
Alimentación de lazo	725/726: 24 V DC 725Ex: 12 V DC	N/A	10%	
Termopares	J, K, T, E, L, N, U, XK	0,1 $^{\circ}$ C, 0,1 $^{\circ}$ F	a 0,7 $^{\circ}$ C a 0,2 $^{\circ}$C	
Termopares	B, R, S, BP	1 $^{\circ}$ C, 1 $^{\circ}$ F	a 1,7 $^{\circ}$ C a 1,2 $^{\circ}$C	
RTDs	Cu (10), Ni 120 (672) Pt 100, 200, 500, 1000 (385) Pt 100 (3916), Pt 100 (3926)	0,01 $^{\circ}$C 0,01 $^{\circ}$F 0,1 $^{\circ}$ C, 0,1 $^{\circ}$ F	a 0,15 $^{\circ}$C a 0,2 $^{\circ}$C	

Tabla x. Tabla de especificaciones Fluke 726

Fuente: Manual calibrador de procesos multifunción Fluke 726, septiembre 2005 Fluke Corporation.

Funciones adicionales:

- Medidas y generación más precisas, precisión del 0,01%.
- Cálculo de error del transmisor.
- Capacidad de memoria para hasta 8 resultados de calibración.
- Totalizador de frecuencia y modo de generación de tren de pulsos para comprobación mejorada de caudalímetros.
- El modo HART aplica 250 ohmios en calibraciones de corriente tanto en medida como en generación para instrumentos HART.
- Las curvas RTD personalizadas añaden constantes de calibración para la realización de calibraciones a RTD homologadas en calibraciones de temperatura.

Horno para la simulación de un sistema con cambio térmico:

Se utiliza un horno comercial con el propósito de simular el cambio térmico en un sistema industrial; por ejemplo hornos industriales utilizados en tratamiento térmico de los aceros, calderas en procesos de fundición, entre otros. Se hace la simulación de incremento y decrecimiento de la temperatura -escala de 27 $^{\circ}$ C a 120 $^{\circ}$ C- de acuerdo a la respuesta de la temperatura cuando se implementa un controlador On-Off y un controlador PID. La Figura 6, presenta el horno utilizado para el experimento considerando la RTD pt100 tipo1 para hacer lectura de la temperatura y resistencia.



Figura 6. Montaje del experimento para obtener lecturas de temperatura y resistencia con la RTD pt100 tipo 1
Fuente: Autores

Controlador de temperatura PID Autonics Serie TZN4S

El proceso de lectura de temperatura del sistema se realiza a través de un controlador de temperatura PID Autonics TZ. Ver Figura 7. Este tipo de controlador permite entradas de medición de termocuplas, termómetros de resistencia PT-100 y también entrada de corriente de 4-20 mA. Adicionalmente este tipo de controlador dispone de un sistema de autosintonización para calcular los valores proporcional, derivativo e integral¹¹.



Figura 7. Controlador de Temperatura Autonics TZN4S-14S utilizado en el desarrollo de la investigación
Fuente: http://www.autonics.com/products/products_detail.php?catecode=02/01/01&db_uid=28

Para esta investigación se trabajó dos ambientes de control. Por un lado los dos tipos de RTD pt100 se adaptaron a un sistema con controlador On-Off; para el caso de un sistema controlado de temperatura se diseñó un experimento adaptando un sistema con controlador PID.

¹¹ Tomado de: www.silge.com.ar/hojtec/autonics/tzn4.pdf

Con base en un trabajo desarrollado en el curso de Control Analógico, se realizó un experimento de temperatura donde se obtuvieron los parámetros del controlador PID (ver Anexo F.), tal como se presenta en la Tabla 4.

Controlador	Banda Proporcional	Tiempo Derivativo	Tiempo Integral
Valor	19,8 %	61,25 seg	245 seg

Tabla 4. Constantes ingresadas al controlador de temperatura PID Autonics Serie TZN4S-14S

Fuente: Autores

Extractor de aire de 120 Volts AC

El extractor de aire de 120 Volts AC se utiliza para el experimento de un sistema con controlador On-Off. La idea fundamental es analizar los cambios rápidos de la resistencia de los dos tipos de RTD pt100 cuando se aumenta y disminuye rápidamente la temperatura. Una vez alcanzada la temperatura final de 120 °C, el controlador Autonics TZN4S-14S activa el extractor para obtener un rápido descenso de la temperatura. Ver Figura 8.



Figura 8. Extractor de aire de 120 Volts AC, utilizado en el experimento con controlador On-Off

Fuente: Laboratorio de electrónica UPB (Seccional Bucaramanga)

Montaje del sistema de control de temperatura

Una vez identificados los dispositivos requeridos para llevar a cabo los experimentos, se procede con las conexiones entre estos dispositivos con el propósito de obtener un circuito en lazo cerrado. Todos los dispositivos, excluyendo el calibrador de precisión Fluke-726 y la RTD pt100 considerada para el análisis de la resistencia, deben estar conectados al controlador de temperatura Autonics TZN4-14S. La Figura 9, muestra las conexiones realizadas para obtener el sistema de control de temperatura.

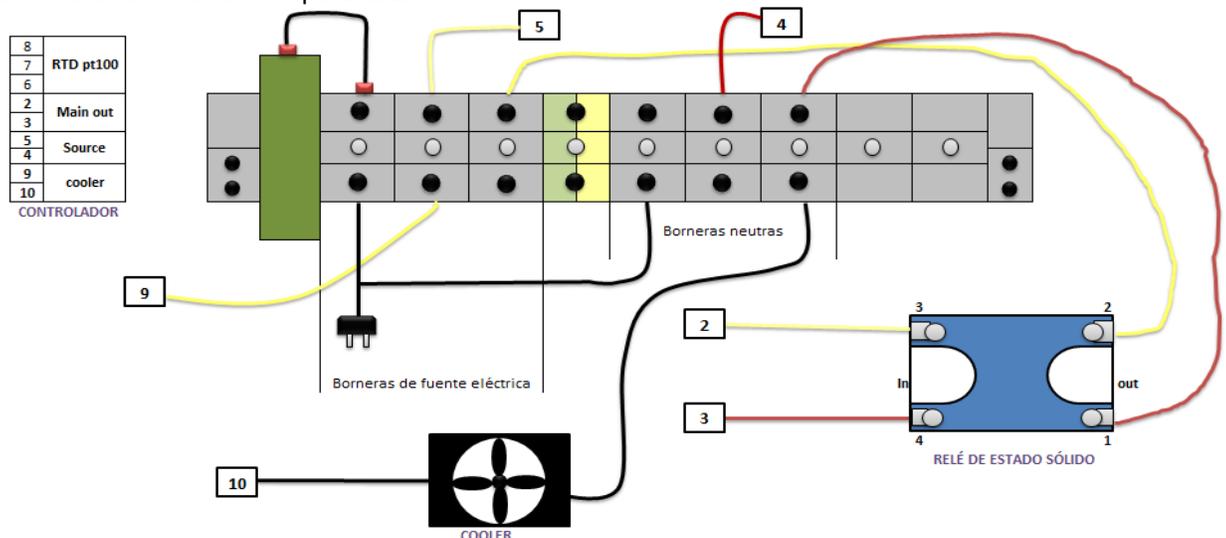


Figura 9. Conexiones eléctricas para el desarrollo de la investigación

Fuente: Autores

Configuración del controlador de temperatura para el desarrollo de los experimentos

Una vez desarrollado el montaje del sistema de control de temperatura, se realiza la parametrización para cada tipo de controlador. Las especificaciones para cada sistema de control se presentan en la Tabla 5.

Parametrización	Valor controlador PID	Valor controlador On-Off
Set Point	120 °C	120 °C
Condición Inicial	27 °C	27 °C
Banda Proporcional (P)	19,8	0
Tiempo derivativo (d)	61,25	0
Tiempo integral (i)	245	0
Nivel histéresis (HYS)	5%	5%
Resistencias de la Planta	dos resistencias térmicas	dos resistencias térmicas

Tabla 5: Parametrización del controlador TZN4S-14S para cada sistema de control

Fuente: Autores

➤ Entorno controlado para la toma de muestras

La finalidad del entorno controlado se basa en asegurar la reproducibilidad en los resultados obtenidos a través del control de los factores ambientales que puedan generar perturbación en el proceso de medición de temperatura. Según la norma ISA-RP52.1 (1975), el laboratorio cumple las condiciones de nivel 2 ya que no se cuenta con equipos especializados para el monitoreo y control de temperatura, humedad y presión. La temperatura inicial para cada muestra está en un rango de 26 ± 1.5 °C. Se redujo los niveles de ruido acústico debido a que las pruebas se realizaron de noche, la iluminación en el puesto de trabajo fue inferior a 1000 Lx y el lugar está libre de campos electromagnéticos.

Adicionalmente, de acuerdo a la norma ANSI/ISA-S71.01 (1985) sobre la clasificación de lugares para la realización de una calibración o prueba en proceso o instalación, el laboratorio se ajusta a la clasificación tipo C. La clasificación tipo C indica que el laboratorio es un lugar protegido de exposición directa a elementos climáticos como rayos solares, lluvia y otras precipitaciones; además se considera que el lugar no está previsto de aire acondicionado pero existe ventilación natural o forzada. Finalmente, el laboratorio no requiere de protección especial para el personal y equipo.

4.3 ANÁLISIS DE LA TEMPERATURA COMO SERIE DE TIEMPO

En esta fase, se registra la lectura de la temperatura cada diez segundos. Desde el punto de vista estadístico, para esta investigación la variable independiente del sistema es el tiempo y la respuesta del sistema es la temperatura; es decir, la variable dependiente del tiempo.

Como el análisis de la temperatura depende del transcurso del tiempo, se considera la fase de aumento de temperatura desde 27 °C a 120 °C y la fase de descenso desde 120 °C a 27°C. Para cada fase se realiza un estudio relacionado con el comportamiento de la serie a través de la función de autocorrelación de la serie y la autocorrelación residual obtenida por la estimación de un modelo estadístico paramétrico de la temperatura.

Sea:

\bar{T}_t : La temperatura promedio muestral en el tiempo t

\hat{T}_t : Estimación de la temperatura en el tiempo t

$f(t)$: Función matemática del tiempo

ω_{Ai} : Coeficiente de ajuste de ascenso del modelo de orden i

ω_{Di} : Coeficiente de ajuste de descenso del modelo de orden i

t: Tiempo en que se hace la lectura de la temperatura

ε_t : Error generado entre la observación muestral y la estimación de la temperatura en el tiempo t

La finalidad es encontrar un modelo estadístico paramétrico que permita obtener el comportamiento del sistema de control de la temperatura a medida que avanza el tiempo.

Análisis de serie de tiempo para el ascenso de la temperatura

De acuerdo al tipo de control de temperatura en el sistema térmico, se desea obtener el modelo estadístico paramétrico, de acuerdo a la Figura 10.

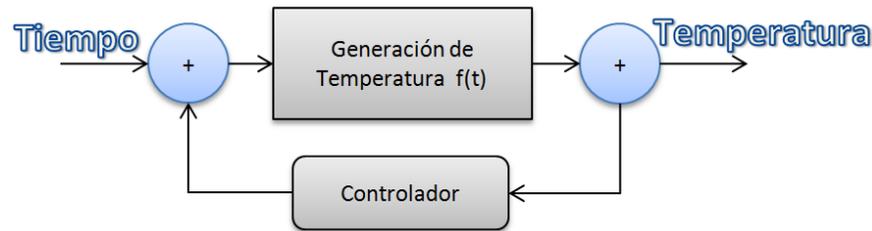


Figura 10. Comportamiento temporal de la temperatura cuando se aplica un sistema de control

Fuente: Autores

A través del análisis residual y la autocorrelación de la serie de tiempo, se obtendrá un modelo matemático para el ascenso de la temperatura en función del tiempo. La expresión (9) indica la relación matemática entre la temperatura y el tiempo.

$$\hat{T}_t = \sum_{i=1}^n \omega_{Ai} f(t) + \varepsilon_t \quad \forall t \in \text{Tiempo} \quad (9)$$

Análisis de serie de tiempo para el descenso de la temperatura

En esta segunda fase el sistema térmico no genera calor y se inicia el descenso de la temperatura. Para el caso del sistema con controlador On-Off, se activa el extractor de aire para obtener un rápido descenso de la temperatura; mientras que el sistema con controlador PID, el descenso de la temperatura ocurre por efectos de transferencia de calor con el ambiente. A través del análisis residual y la autocorrelación de la serie de tiempo, se obtendrá un modelo matemático para el descenso de la temperatura en función del tiempo. La expresión (10) indica la relación matemática entre la temperatura y el tiempo.

$$\hat{T}_t = \sum_{i=1}^n \omega_{Di} f(t) + \varepsilon_t \quad \forall t \in \text{Tiempo} \quad (10)$$

4.4 RESISTENCIA POBLACIONAL DE ACUERDO AL COMPORTAMIENTO DE LA TEMPERATURA

Una vez analizado el comportamiento de la temperatura en función del tiempo, se procede con el cálculo de los valores de resistencia de una RTD pt100. Según la norma internacional DIN IEC751, la expresión (11) establece la relación resistencia-temperatura de un termómetro de resistencia pt100. Considerar que estos valores son los patrones de referencia de esta investigación.

$$R_{T_t} = R_0 + R_0 \sum_{n=0}^3 \alpha_n \hat{T}_t \quad \forall t \in \text{Tiempo} \quad (11)$$

Donde,

R_{T_t} : Resistencia en Ohms obtenida por la temperatura T en el tiempo t

R_0 : Resistencia en Ohms a 0 °C (100 Ω)

$$\alpha_1 = 3.90802 \times 10^{-3}$$

$$\alpha_2 = -5.802 \times 10^{-7}$$

$$\alpha_3 = -4.27350 \times 10^{-12}$$

4.5 PRUEBA DE HIPÓTESIS DEL VALOR DE RESISTENCIA PARA UNA RTD PT100

En esta parte de la investigación, se realiza la comparación estadística entre los valores muestrales de la resistencia en cada experimento con la resistencia patrón. Según el análisis de tamaño de muestra, se debe hacer siete replicas de cada experimento; por lo tanto, para instante de tiempo t, se aplica una prueba de hipótesis basada en la distribución t-student y una significancia del 10%, ya que se quiere mayor precisión estadística de los datos. La expresión (12) presenta la hipótesis estadística propuesta para cada RTD pt100.

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0: R_{T_t} = R_0 \sum_{n=0}^3 \alpha_n T_t^n \\ H_1: R_{T_t} \neq R_0 \sum_{n=0}^3 \alpha_n T_t^n \end{array} \right. \rightarrow t_0 = \frac{\bar{R}_{T_t} - R_0 \sum_{n=0}^3 \alpha_n T_t^n}{\frac{S_{T_t}}{\sqrt{n}}} \quad (12)$$

La hipótesis nula (H_0) establece la suposición de que los valores de la resistencia obtenidos experimentalmente con cada RTD pt100 son equivalentes a los valores establecidos en la norma internacional DIN IEC751; mientras que la hipótesis alterna (H_1) establece la suposición de que los valores de la resistencia obtenidos experimentalmente con cada RTD pt100 no son equivalentes a los valores establecidos en la norma internacional DIN IEC751.

5. RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

Los resultados obtenidos con respecto a las variables temperatura y resistencias de los dos tipos de RTD pt100, se presentan de acuerdo a la Tabla 6.

Experimento	Instrumento	Controlador
1	RTD pt100 Tipo I	On-Off
		PID
2	RTD pt100 Tipo II	On-Off
		PID

Tabla 6. Presentación de los resultados de la investigación
Fuente: Autores

En cada experimento realizado se presentarán los resultados obtenidos con respecto al análisis de la temperatura como serie de tiempo, desarrollo de la prueba de hipótesis del valor de resistencia del termómetro de resistencia pt100 y la construcción del grafo de histéresis.

5.1 RESULTADOS DEL EXPERIMENTO CON LA RTD PT100 TIPO I CUANDO SE UTILIZA UN CONTROLADOR ON-OFF

En este experimento se tomaron siete muestras del comportamiento de la temperatura y la resistencia del instrumento de medición pt100. La temperatura inicial de las muestras fue de 26,7 °C y la temperatura máxima alcanzada fue de 124,7 °C. El tiempo requerido para la toma de las muestras fue de 27 minutos y 40 segundos; el tiempo para alcanzar la temperatura máxima fue de 9 minutos, mientras que en el proceso de descenso, el tiempo requerido fue de 18 minutos y 40 segundos. Se procede con la construcción del modelo estadístico de la temperatura en función del tiempo.

5.1.1 Análisis del ascenso de la temperatura en función del tiempo. Se realizan las siete muestras y en cada una se hace el registro del incremento de la temperatura cada diez segundos. Con base en los datos muestrales de la temperatura, se desea obtener la ecuación característica de la temperatura del sistema; por lo tanto, se obtiene la temperatura promedio para cada instante de tiempo. La Figura 11, presenta el comportamiento promedio del aumento de temperatura.

Con base en la información del aumento promedio de la temperatura (Ver Anexo A1), procede con la construcción del modelo estadístico paramétrico de la temperatura en función del tiempo. Inicialmente, se calcula el coeficiente de autocorrelación de la temperatura promedio para conocer el tipo de tendencia que presenta el comportamiento de la serie. El coeficiente de autocorrelación está dado por la expresión (13)

$$r_k = \frac{\sum_{t=0}^m (T_t - \bar{T})(T_{t+k} - \bar{T})}{\sum_{t=0}^m (\bar{T}_t - \bar{T})^2} \quad \forall k \in \text{desfase} \quad (13)$$

Donde,

r_k : Coeficiente de autocorrelación para el desfase k

\bar{T} : Temperatura promedio de las m observaciones

T_{t+k} : Temperatura promedio desfasada k unidades de tiempo

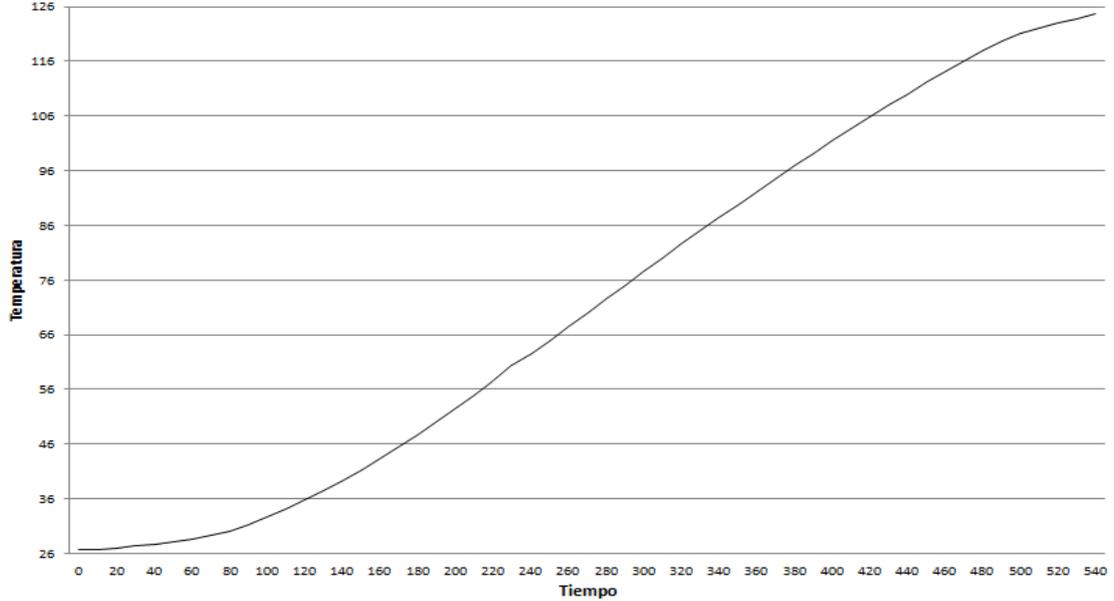


Figura 11. Temperatura de ascenso promedio de la RTD pt100 tipo I, considerando un controlador On-Off
Fuente: Autores

La finalidad de analizar la autocorrelación muestra de la temperatura es conocer el tipo de tendencia que tiene la serie de tiempo; adicionalmente, que tanto está relacionado el cambio de temperatura de un instante t con respecto al cambio de temperatura en el instante $t - k$. La Figura 12, presenta el comportamiento de la autocorrelación muestral de la temperatura promedio de ascenso.

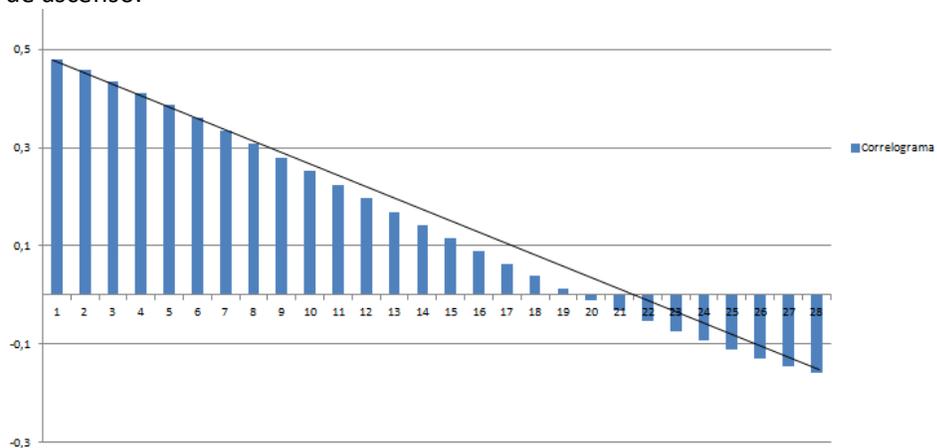


Figura 12. Correlograma de la temperatura promedio de ascenso
Fuente: Autores

Según Bowerman et.all (2007), es adecuado tomar un número de desfases equivalente a la mitad de las observaciones de la serie; en este caso como se obtuvieron 56 observaciones, se calcularon 28 coeficientes de autocorrelación. Como se puede observar en la Figura 12, la serie presenta un decrecimiento lento con respecto a los primeros desfases; Según Chatfield y Prothero (1973), el descenso no es en línea recta sino de tipo cosenoidal, lo que indica que el modelo característico es no lineal y que se debe utilizar un modelo de regresión polinomial o bien un modelo basado en la metodología Box-Jenkins.

Por lo tanto, se procede con el desarrollo de un modelo estadístico paramétrico de la temperatura considerando una regresión no lineal múltiple. Utilizando la herramienta “Análisis de Datos” de Microsoft Excel se obtiene el coeficiente de determinación para tipo de regresión polinomial, tal como se presenta en la Tabla 7.

Regresión	Coefficiente determinación (R^2)	ANOVA (P_valor)
Lineal	0,98726574	$4,046 \times 10^{-52}$
Polinomial de segundo grado	0,99034443	$1,506 \times 10^{-53}$
Polinomial de tercer grado	0,99981464	$9,191 \times 10^{-96}$
Polinomial de cuarto grado	0,99988337	$1,773 \times 10^{-98}$
Polinomial de quinto grado	0,99990189	$5,692 \times 10^{-98}$
Polinomial de sexto grado	0,99998061	$1,535 \times 10^{-112}$

Tabla 7. Condiciones de aproximación polinomial de la temperatura promedio de ascenso

Fuente: Autores

Con base en la información de la Tabla 7, todas las aproximaciones basadas en una significancia del 10% son adecuadas para representar el comportamiento del aumento promedio de la temperatura. Ahora bien, el coeficiente de determinación contribuye a conocer en qué porcentaje el modelo puede explicar los cambios de la variable de análisis; por lo tanto, a medida que el coeficiente se aproxime más al valor del 100%, se puede decir que el modelo estadístico paramétrico puede representar adecuadamente el comportamiento de la temperatura. En este caso, el polinomio de sexto grado cumple con el anterior criterio.

Se considera ahora las pruebas de significancia individual del modelo estadístico paramétrico polinomial de sexto grado, a través de una prueba de hipótesis para cada parámetro estimado. La expresión (14) establece la prueba de hipótesis individual, bajo un nivel de significancia del 10%.

$$\begin{cases} H_0: \omega_k = 0 \\ H_1: \omega_k \neq 0 \end{cases} \quad \forall k \in \text{grado del polinomio} \quad (14)$$

Si se obtiene que $P_{valor} < 0.10$, se concluye que existe suficiente evidencia estadística para afirmar que el modelo debe contener el comportamiento de la variable independiente con grado k . La información de la prueba de significancia individual del polinomio de sexto grado (15) se presenta en la Tabla 8.

Parámetro	Valor	Prueba (P_valor)
ω_{A0}	26,80855	$5,7804 \times 10^{-75}$
ω_{A1}	0,002594	0,67637
ω_{A2}	0,000166	0,11300
ω_{A3}	$6,5389 \times 10^{-06}$	$8,2168 \times 10^{-12}$
ω_{A4}	$-3,0503 \times 10^{-08}$	$1,8662 \times 10^{-16}$
ω_{A5}	$5,3874 \times 10^{-11}$	$6,2242 \times 10^{-18}$
ω_{A6}	$-3,4768 \times 10^{-14}$	$9,7705 \times 10^{-19}$

Tabla 8. Información de los parámetros del modelo estadístico polinomial de sexto grado
Fuente: Autores

$$T_t = \sum_{k=0}^6 \omega_{Ak} t^k \quad \forall t \in \text{Tiempo} \quad (15)$$

Con base en la Tabla 8, se puede concluir que la presencia de la variable independiente -tiempo- con grado uno afecta la estimación del comportamiento del aumento promedio de la temperatura; por lo tanto, se realiza la estimación del modelo sin la presencia de la variable independiente con grado uno y se obtiene la información de la Tabla 9.

Parámetro	Valor	Prueba (P_valor)
ω_{A0}	26,847788	$6,054 \times 10^{-88}$
ω_{A2}	0,0002083	$1,1384 \times 10^{-09}$
ω_{A3}	$6,2616 \times 10^{-06}$	$1,7533 \times 10^{-25}$
ω_{A4}	$-2,9618 \times 10^{-08}$	$8,3456 \times 10^{-28}$
ω_{A5}	$5,2527 \times 10^{-11}$	$3,233 \times 10^{-27}$
ω_{A6}	$-3,3982 \times 10^{-14}$	$1,4048 \times 10^{-26}$

Tabla 9. Información de los parámetros del modelo estadístico polinomial eliminado el efecto de primer grado
Fuente: Autores

Como se puede observar en la Tabla 9, los parámetros del nuevo modelo estadístico (16) cumplen con la prueba de significancia individual. Según Hocking (1976), entre menor sea el número de parámetros estadístico utilizados en el modelo de estimación de una serie de tiempo se obtiene un buen ajuste de los datos; por lo tanto, el coeficiente de determinación debe incrementar.

$$T_t = \omega_{A0} + \sum_{k=2}^6 \omega_{Ak} t^k \quad \forall t \in \text{Tiempo} \quad (16)$$

El coeficiente de determinación del nuevo modelo estadístico es equivalente a 0,99998094, lo cual indica que el nuevo modelo estadístico paramétrico es adecuado para representar el comportamiento del aumento de la temperatura. La Figura 13, presenta la gráfica del modelo estadístico paramétrico con respecto al comportamiento del aumento promedio de la temperatura.

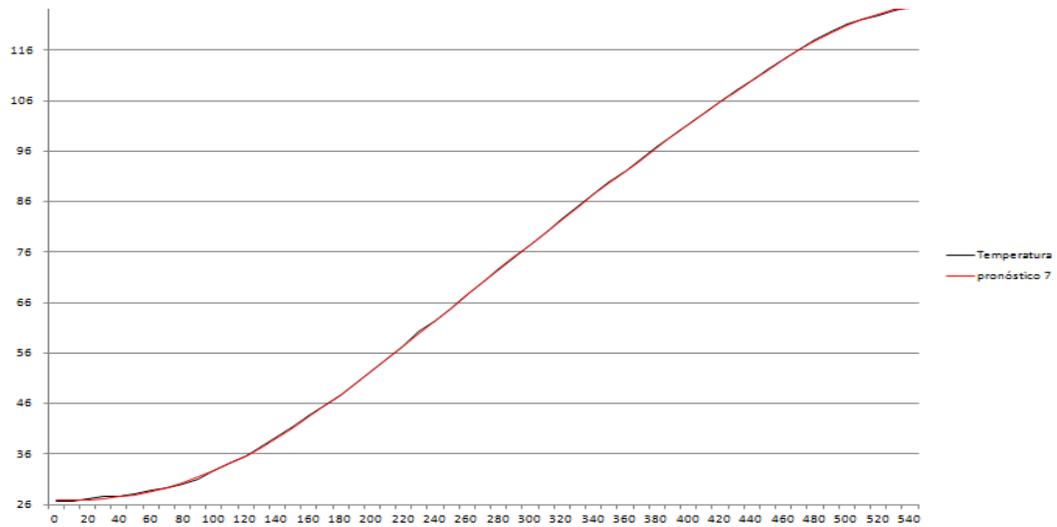


Figura 13. Modelo estadístico paramétrico del ascenso de la temperatura
Fuente: Autores

5.1.2 Análisis del descenso de la temperatura en función del tiempo. Se realizan las siete muestras y en cada una se hace el registro del descenso de la temperatura cada diez segundos. Con base en los datos muestrales de la temperatura se desea obtener la ecuación característica de la temperatura del sistema; por lo tanto, se obtiene la temperatura promedio para cada instante de tiempo. La Figura 14, presenta el comportamiento del descenso promedio de la temperatura.

Con base en la información del descenso promedio de la temperatura (Ver Anexo A1), procede con la construcción del modelo estadístico paramétrico de la temperatura en función del tiempo. Inicialmente, se calcula el coeficiente de autocorrelación de la temperatura promedio para conocer el tipo de tendencia que presenta el comportamiento de la serie. El coeficiente de autocorrelación está dado por la expresión (13)

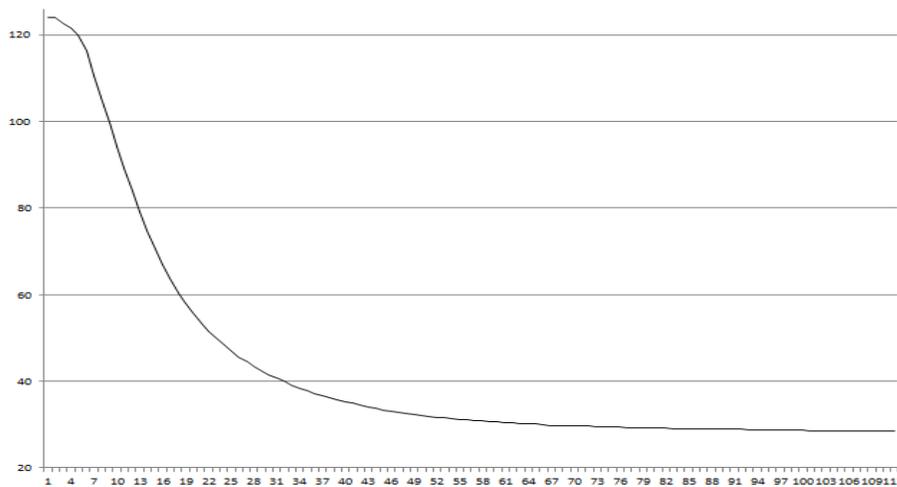


Figura 14. Temperatura de descenso promedio de la RTD pt100 tipo I, considerando un controlador On-Off
Fuente: Autores

La finalidad de analizar la autocorrelación muestral de la temperatura es conocer el tipo de tendencia que tiene la serie de tiempo; adicionalmente, que tanto está relacionado el cambio de temperatura de un instante t con respecto al cambio de temperatura en el instante $t - k$. La Figura 15, presenta el comportamiento de la autocorrelación muestral del descenso promedio de la temperatura.

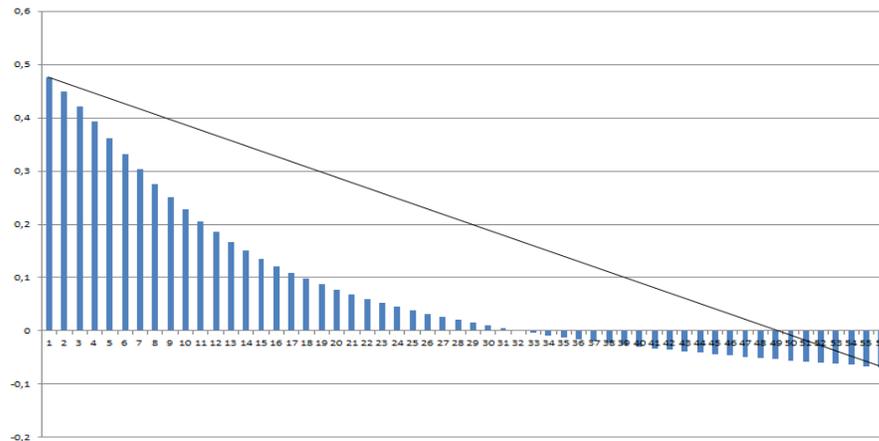


Figura 15. Correlograma de la temperatura promedio de descenso

Fuente: Autores

Como se obtuvieron 112 observaciones, se calcularon 56 coeficientes de autocorrelación. Como se puede observar en la Figura 15, la serie presenta un decrecimiento lento con respecto a los primeros desfases; según Chatfield y Prothero (1973), el descenso no es en línea recta sino de tipo exponencial, lo que indica que el modelo característico es no lineal y que se debe utilizar un modelo de regresión polinomial con mayor número de parámetros o bien un modelo basado en la metodología Box-Jenkins.

Por lo tanto, se procede con el desarrollo de un modelo estadístico paramétrico de la temperatura considerando una regresión No lineal múltiple. Utilizando la herramienta “Análisis de Datos” de Microsoft Excel se obtiene el coeficiente de determinación para tipo de regresión polinomial, tal como se presenta en la Tabla 10.

Regresión	Coefficiente determinación (R^2)	ANOVA (P_valor)
Lineal	0,555189	$42,7347 \times 10^{-21}$
Polinomial de segundo grado	0,874798	$2,4508 \times 10^{-50}$
Polinomial de tercer grado	0,976399	$2,5831 \times 10^{-88}$
Polinomial de cuarto grado	0,991572	$8,057 \times 10^{-111}$
Polinomial de quinto grado	0,991569	$3,026 \times 10^{-109}$
Polinomial de sexto grado	0,993433	$1,994 \times 10^{-113}$
Polinomial de séptimo grado	0,996579	$1,266 \times 10^{-126}$
Polinomial de octavo grado	0,998792	$2,787 \times 10^{-148}$
Polinomial de noveno grado	0,999665	$7,188 \times 10^{-175}$
Polinomial de décimo grado	0,999820	$2,146 \times 10^{-186}$

Tabla 10. Condiciones de aproximación polinomial de la temperatura promedio de descenso

Fuente: Autores

Con base en la información de la Tabla 10, todas las aproximaciones basadas en una significancia del 10% son adecuadas para representar el comportamiento del descenso promedio de la temperatura. Por lo tanto, el modelo estadístico paramétrico polinomial de décimo grado se ajusta las condiciones estadísticas de determinación. Se considera ahora las pruebas de significancia individual del modelo estadístico paramétrico polinomial de décimo grado, a través de una prueba de hipótesis para cada parámetro estimado. La expresión (14) establece la prueba de hipótesis individual, bajo un nivel de significancia del 10%.

Parámetro	Valor	Prueba (P_valor)	Parámetro	Valor	Prueba (P_valor)
ω_{D0}	122,7288	$1,734 \times 10^{-167}$	ω_{D6}	$-2,0607 \times 10^{-12}$	$6,7161 \times 10^{-30}$
ω_{D1}	0,33678	$1,3685 \times 10^{-33}$	ω_{D7}	$2,1637 \times 10^{-15}$	$6,1843 \times 10^{-25}$
ω_{D2}	-0,01468	$1,5146 \times 10^{-60}$	ω_{D8}	$-1,4162 \times 10^{-18}$	$5,0151 \times 10^{-21}$
ω_{D3}	0,000118	$5,1896 \times 10^{-53}$	ω_{D9}	$5,2589 \times 10^{-22}$	$6,1125 \times 10^{-18}$
ω_{D4}	$-4,9605 \times 10^{-07}$	$5,8092 \times 10^{-44}$	ω_{D10}	$-8,4631 \times 10^{-26}$	$1,7286 \times 10^{-15}$
ω_{D5}	$1,2638 \times 10^{-09}$	$3,5479 \times 10^{-36}$			

Tabla 11. Información de los parámetros del modelo estadístico polinomial de décimo grado

Fuente: Autores

Si se obtiene que $P_{valor} < 0.10$, se concluye que existe suficiente evidencia estadística para afirmar que el modelo debe contener el comportamiento de la variable independiente con grado k . Con respecto a la Tabla 11, se puede inferir que el modelo estadístico (17) es adecuado para el estimar el comportamiento promedio del descenso de la temperatura.

$$T_t = \sum_{k=0}^{10} \omega_{Dk} t^k \quad \forall t \in \text{Tiempo} \quad (17)$$

La Figura 16, presenta la similitud entre el modelo estadístico paramétrico de décimo grado con el comportamiento promedio del descenso de la temperatura.

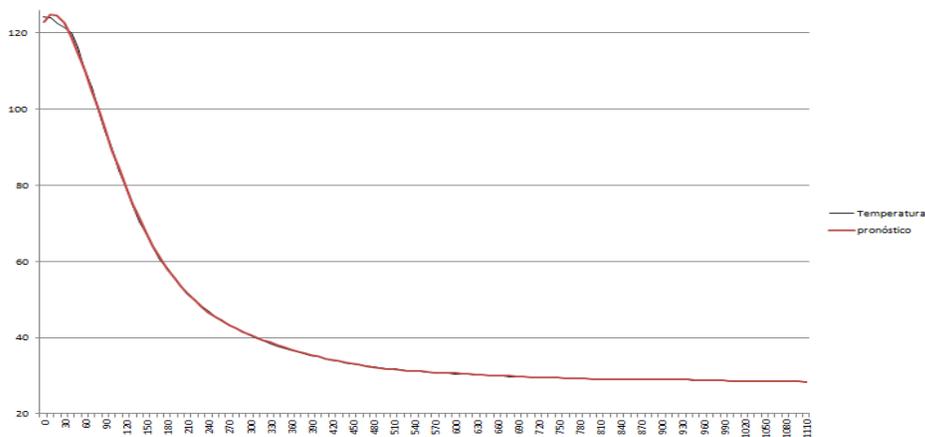


Figura 16. Modelo estadístico paramétrico de la temperatura de descenso

Fuente: Autores

5.1.3 Prueba de hipótesis del valor de resistencia para el termómetro de resistencia pt100 tipo1. Una vez analizado el comportamiento del aumento promedio y descenso promedio de la temperatura, se obtienen los valores poblacionales de la resistencia de una RTD pt100. La expresión (18) permite obtener los valores poblacionales de la resistencia según norma DIN IEC751.

$$R_{T_t} = R_0[1 + \alpha_1 T_t + \alpha_2 T_t^2 + \alpha_3 T_t^3] \quad (18)$$

Donde,

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 3.90802 \times 10^{-3} \\ \alpha_2 &= -5.802 \times 10^{-7} \\ \alpha_3 &= -4.2735 \times 10^{-12} \end{aligned}$$

Si se reemplaza la expresión (16) y (17) en la expresión (18), se obtiene la resistencia poblacional pt100. Ver expresión (19).

$$R_{\bar{T}_t} \begin{cases} R_0 \left[1 + \sum_{n=1}^3 \alpha_n \left(\omega_{A0} + \sum_{k=2}^6 \omega_{Ak} t^k \right)^n \right] & \forall t \in \text{Tiempo ascenso} \\ R_0 \left[1 + \sum_{n=1}^3 \alpha_n \left(\omega_{D0} + \sum_{k=0}^{10} \omega_{Dk} t^k \right)^n \right] & \forall t \in \text{Tiempo descenso} \end{cases} \quad (19)$$

El Anexo A1, presenta la información obtenida de la resistencia poblacional con base en los modelos de estimación del ascenso y descenso promedio de la temperatura. Se procede con el diseño de experimento para conocer si los datos muestrales de la resistencia de la RTD pt100 tipo I cumple con la norma DIN IEC751; para esto se aplica la expresión (12) como prueba de hipótesis. De acuerdo con el Anexo A2, se obtuvieron 95 observaciones que no cumple con los valores de la norma; por lo tanto se procede con la construcción de un modelo estadístico paramétrico para estimar el comportamiento de la resistencia del instrumento pt100 tipo I.

Sea:

\hat{R}_t : Valor estimado de la resistencia para el instrumento pt100 tipo I

β_n : n-ésimo coeficiente de temperatura de la resistencia del instrumento pt100 tipo I

R_0 : Valor de la resistencia a 0°C (100 Ω)

T_t : Temperatura del sistema térmico basada en los modelos estadístico de ascenso y descenso

La expresión (20) permite estimar el valor de la resistencia considerando el comportamiento particular de las muestras obtenidas con la RTD pt100 tipo I. Tomando dicha expresión, se procede con la estimación de los coeficientes de temperatura de la resistencia.

$$\hat{R}_{T_t} = R_0 \left[1 + \sum_{n=1}^3 \beta_n T_t^n \right] \quad \forall t \in \text{Tiempo} \quad (20)$$

La idea es estimar los coeficientes eliminando la presencia del valor inicial de resistencia; por lo tanto, se hace una manipulación a la expresión (20) para obtener la expresión (21).

$$\left(\frac{\hat{R}_{T_t}}{R_0} - 1\right) = \sum_{n=1}^3 \beta_n T_t^n \quad \forall t \in \text{Tiempo} \quad (21)$$

Con base en la información del Anexo A2 y la expresión (21), se obtiene los valores estimados de los coeficientes de temperatura de la resistencia, tal como se presentan en la Tabla 12.

β_1	β_2	β_3
0,0039864	$-1,8739 \times 10^{-6}$	$1,0877 \times 10^{-8}$

Tabla 12. Valores estimados de los coeficientes de temperatura de la resistencia para la RTD pt100 tipo I cuando se maneja un sistema de control On-Off

Fuente: Autores

5.2 RESULTADOS DEL EXPERIMENTO CON LA RTD PT100 TIPO I CUANDO SE UTILIZA UN CONTROLADOR PID

En este experimento se tomaron 7 muestras del comportamiento de la temperatura y la resistencia del instrumento de medición pt100. La temperatura inicial de las muestra fue de 27,6 °C y la temperatura máxima alcanzada fue de 119,99 °C. El tiempo requerido para la toma de las muestras fue de una hora 55 minutos y 30 segundos; el tiempo para alcanzar la temperatura máxima fue de 61 minutos, mientras que en el proceso de descenso el tiempo requerido fue de 54 minutos y 30 segundos. Se procede con la construcción del modelo estadístico de la temperatura en función del tiempo.

5.2.1 Análisis del ascenso de la temperatura en función del tiempo. Con base en las observaciones de la temperatura cada diez segundos, se obtiene el comportamiento de la temperatura del sistema cuando se aplica un controlador PID. (Ver Figura 17).

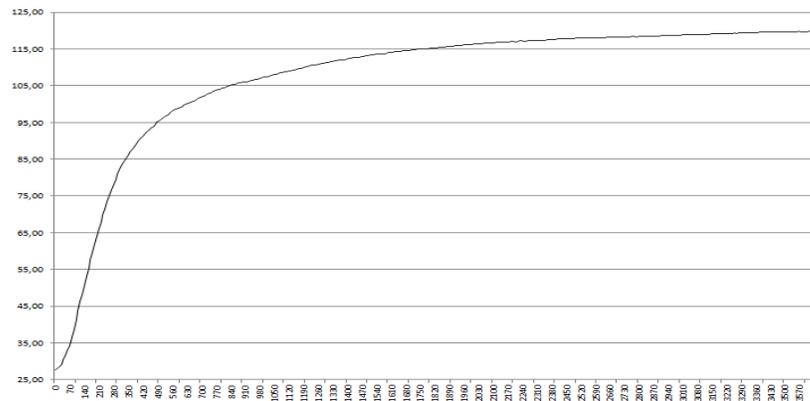


Figura 17. Temperatura promedio de ascenso de la RTD pt100 tipo I cuando el sistema tiene un controlador PID

Fuente: Autores

Al observar la Figura 17, se puede establecer que la tendencia de la temperatura es no lineal; esto obedece al efecto del controlador PID que influye en el encendido de las resistencias térmicas del horno. Se procede con la construcción del modelo estadístico paramétrico de la temperatura en función del tiempo. La Tabla 13, presenta los modelos estadísticos analizados con respecto al coeficiente de determinación y el P_valor considerado en la validación del modelo.

Regresión	Coefficiente determinación (R^2)	ANOVA (P_valor)
Lineal	0,544189	$1,8296 \times 10^{-64}$
Polinomial de segundo grado	0,810870	$8,6490 \times 10^{-133}$
Polinomial de tercer grado	0,957913	$3,1990 \times 10^{-205}$
Polinomial de cuarto grado	0,972986	$3,1590 \times 10^{-283}$
Polinomial de quinto grado	0,991691	0
Polinomial de sexto grado	0,996698	0
Polinomial de séptimo grado	0,997039	0
Polinomial de octavo grado	0,997178	0
Polinomial de noveno grado	0,997913	0
Polinomial de décimo grado	0,998786	0

Tabla 13. Condiciones de aproximación polinomial de la temperatura promedio de ascenso
Fuente: Autores

Se puede observar en la Tabla 13, que el mejor modelo estadístico paramétrico para estimar la temperatura del sistema en función del tiempo es una función polinomial de décimo grado. Por lo tanto, se procede con la prueba de significancia individual para cada estimador de la regresión polinomial de décimo grado. La Tabla 14 presenta la estimación de los parámetros de la regresión.

Parámetro	Valor	Prueba (P_valor)	Parámetro	Valor	Prueba (P_valor)
ω_{A0}	122,7288	$1,734 \times 10^{-167}$	ω_{A6}	$-2,0607 \times 10^{-12}$	$6,7161 \times 10^{-30}$
ω_{A1}	0,33678	$1,3685 \times 10^{-33}$	ω_{A7}	$2,1637 \times 10^{-15}$	$6,1843 \times 10^{-25}$
ω_{A2}	-0,01468	$1,5146 \times 10^{-60}$	ω_{A8}	$-1,4162 \times 10^{-18}$	$5,0151 \times 10^{-21}$
ω_{A3}	0,000118	$5,1896 \times 10^{-53}$	ω_{A9}	$5,2589 \times 10^{-22}$	$6,1125 \times 10^{-18}$
ω_{A4}	$-4,9605 \times 10^{-07}$	$5,8092 \times 10^{-44}$	ω_{A10}	$-8,4631 \times 10^{-26}$	$1,7286 \times 10^{-15}$

Tabla 14. Estimación de los parámetros de la regresión polinomial para la RTD pt100 Tipo I cuando el sistema tiene un controlador PID
Fuente: Autores

Si se considera una significancia del 10% para validar la presencia de los parámetros entre la regresión lineal, se puede observar que el P_valor de cada parámetro es inferior a la significancia; por lo tanto, se tiene suficiente evidencia estadística para afirmar que la regresión polinomial de décimo grado (20) es un buen modelo para estimar la lectura del aumento de la temperatura en un sistema con controlador PID a través de la RTD pt100 tipo I.

$$T_t = \sum_{k=0}^{10} \omega_{Ai} t^k \quad \forall t \in \text{Tiempo} \quad (22)$$

5.2.2 Análisis del descenso de temperatura en función del tiempo. Con base en la información muestral del descenso de temperatura, se obtiene el comportamiento promedio de la lectura de la temperatura. (Ver Figura 18).

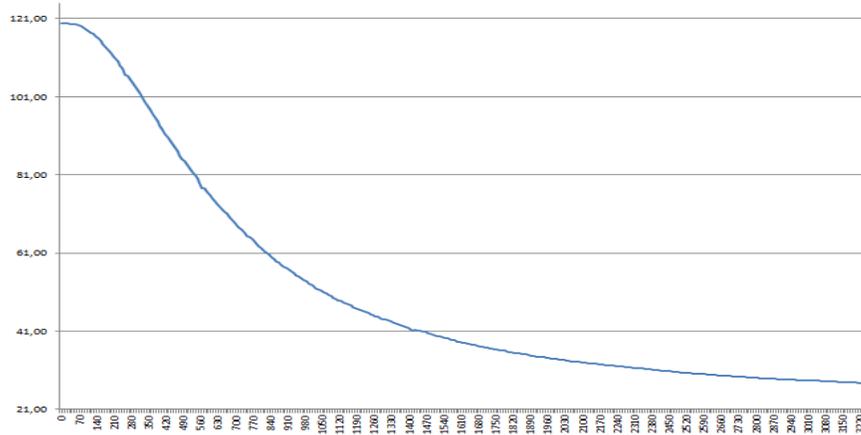


Figura 18. Descenso promedio de la temperatura cuando el sistema trabaja con un controlador PID
Fuente: Autores

Se procede de igual manera como en el análisis del aumento de la temperatura, estimando un modelo de regresión polinomial a través de la herramienta “Análisis de Datos” de Microsoft Excel. La Tabla 15 presenta la información del modelo polinomial de décimo grado para estimar la curva de descenso de la temperatura.

Regresión	Coefficiente determinación (R^2)	ANOVA (P_valor)
Polinomial de décimo grado	0,99998	0

Tabla 15. Información del modelo polinomial de décimo grado para estimar la curva de descenso de temperatura para la RTD pt100 tipo I
Fuente: Autores

Como el modelo es adecuado para representar el comportamiento de la temperatura en el tiempo, se estiman los parámetros del polinomio de décimo grado. La Tabla 16 presenta la información de los parámetros estimados de la regresión polinomial.

Parámetro	Valor	Prueba (P_valor)	Parámetro	Valor	Prueba (P_valor)
ω_{D0}	119,2752	0	ω_{D6}	$-3,0531 \times 10^{-13}$	0,4342
ω_{D1}	0,031604	$2,8237 \times 10^{-72}$	ω_{D7}	$-2,3875 \times 10^{-17}$	0,1460
ω_{D2}	-0,000472	$1,1090 \times 10^{-152}$	ω_{D8}	$1,1568 \times 10^{-20}$	0,00631
ω_{D3}	$8,0714 \times 10^{-7}$	$7,9515 \times 10^{-82}$	ω_{D9}	$-2,1140 \times 10^{-23}$	0,000522
ω_{D4}	$-6,6734 \times 10^{-10}$	$2,2957 \times 10^{-28}$	ω_{D10}	$1,458 \times 10^{-31}$	$9,8158 \times 10^{-5}$
ω_{D5}	$2,7942 \times 10^{-13}$	$2,6439 \times 10^{-6}$			

Tabla 16. Parámetros estimados de la regresión polinomial que representa el comportamiento del descenso de la temperatura en el sistema térmico
Fuente: Autores

Como se puede observar en la Tabla 16, el modelo tiene un parámetro estimado significativo - variable de sexto grado-, pero su perturbación ayuda a mejorar la estimación pasando de un coeficiente de determinación de 0,998, el cual se obtiene eliminando dicha variable, a un coeficiente de 0,99998. Por lo tanto, el modelo que representa el comportamiento del descenso de la temperatura se presenta en (23)

$$T_t = \sum_{k=0}^{10} \omega_{Dk} t^k \quad \forall t \in \text{Tiempo} \quad (23)$$

La Figura 19, presenta el comportamiento estimado del descenso de la temperatura a través del modelo estadístico polinomial de décimo grado.

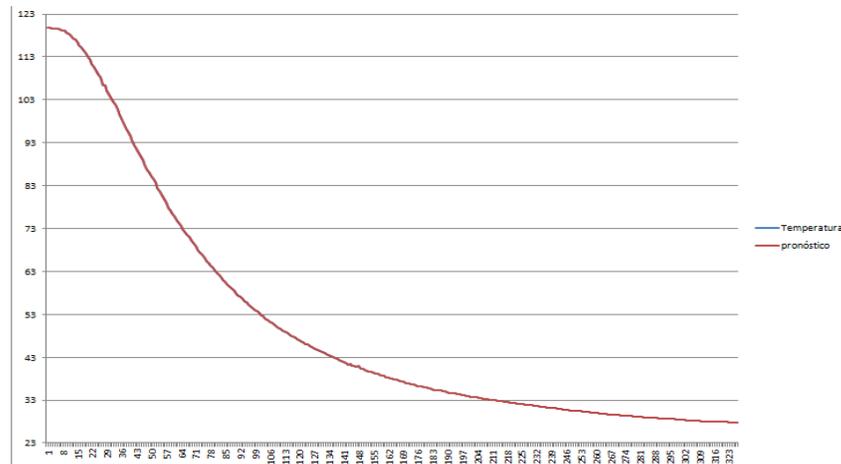


Figura 19. Estimación del descenso de temperatura a través del modelo estadístico polinomial de décimo grado

Fuente: Autores

5.2.3 Prueba de hipótesis del valor de resistencia para el termómetro de resistencia pt100. En esta fase se construye una tabla de análisis estadístico para evaluar la hipótesis referente a los valores que ofrece la RTD pt100 tipo I, de acuerdo al comportamiento del sistema térmico con un controlador PID. En el Anexo B, se presentan la tabla de la prueba de hipótesis de la resistencia. De los resultados obtenidos con la muestra aleatoria de 7 repeticiones no sucesivas, 375 observaciones no cumplen con lo establecido en la norma DIN IEC751. Por lo tanto, se procede con la construcción del modelo estadístico paramétrico de resistencia del instrumento cuando se trabaja en un entorno de temperatura controlado por un sistema PID.

Sea:

\hat{R}_t : Valor estimado de la resistencia para el instrumento pt100 tipo I

β_n : n-ésimo coeficiente de temperatura de la resistencia del instrumento pt100 tipo I

R_0 : Valor de la resistencia a 0°C (100 Ω)

T_t : Temperatura del sistema térmico basada en los modelos estadístico de ascenso y descenso

La expresión (20) permite estimar el valor de la resistencia considerando el comportamiento particular de las muestras obtenidas con la RTD pt100 tipo I. Tomando dicha expresión, se procede con la estimación de los coeficientes de temperatura de la resistencia.

$$\hat{R}_{T_t} = R_0 \left[1 + \sum_{n=1}^3 \beta_n T_t^n \right] \quad \forall t \in \text{Tiempo} \quad (20)$$

La idea es estimar los coeficientes eliminando la presencia del valor inicial de resistencia; por lo tanto, se hace una manipulación a la expresión (20) para obtener la expresión (21).

$$\left(\frac{\hat{R}_{T_t}}{R_0} - 1 \right) = \sum_{n=1}^3 \beta_n T_t^n \quad \forall t \in \text{Tiempo} \quad (21)$$

Con base en la información del Anexo B y la expresión (21), se obtiene los valores estimados de los coeficientes de temperatura de la resistencia, tal como se presentan en la Tabla 17.

β_1	β_2	β_3
0,004292	$-1,1745 \times 10^{-5}$	$6,5396 \times 10^{-8}$

Tabla 17. Valores estimados de los coeficientes de temperatura de la resistencia para la RTD pt100 tipo I cuando se maneja un sistema de control PID

Fuente: Autores

5.3 RESULTADOS DEL EXPERIMENTO CON LA RTD PT100 TIPO II CUANDO SE UTILIZA UN CONTROLADOR ON-OFF

En este experimento se tomaron 7 muestras del comportamiento de la temperatura y la resistencia del instrumento de medición pt100. La temperatura inicial de las muestras fue de 26,8 °C y la temperatura máxima alcanzada fue de 126,5 °C. El tiempo requerido para la toma de las muestras fue de 25 minutos y 40 segundos; el tiempo para alcanzar la temperatura máxima fue de 7 minutos y 10 segundos, mientras que en el proceso de descenso el tiempo requerido fue de 17 minutos y 50 segundos. Se procede con la construcción del modelo estadístico de la temperatura en función del tiempo.

5.3.1 Análisis de la temperatura en función del tiempo de ascenso. Se realizan las siete muestras y en cada una se hace el registro de la temperatura de ascenso cada diez segundos. Con base en los datos muestrales de la temperatura se desea obtener la ecuación característica de la temperatura del sistema; por lo tanto, se obtiene la temperatura promedio para cada instante de tiempo. La Figura 20, presenta el comportamiento promedio de la temperatura de ascenso.

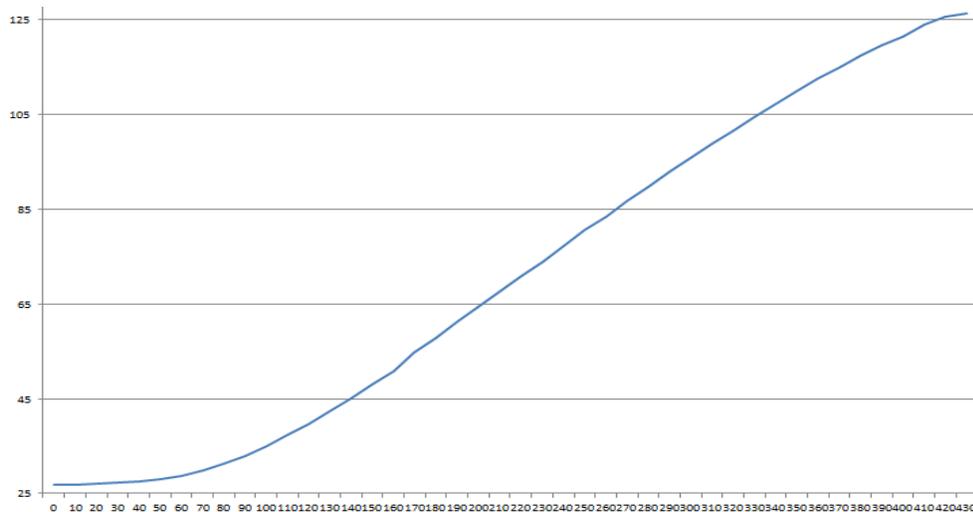


Figura 20. Temperatura de ascenso promedio de la RTD pt100 tipo II, considerando un controlador On-Off
Fuente: Autores

Con base en la información de la temperatura promedio de ascenso (Ver Anexo C1), procede con la construcción del modelo estadístico paramétrico de la temperatura en función del tiempo. Inicialmente, se calcula el coeficiente de autocorrelación de la temperatura promedio para conocer el tipo de tendencia que presenta el comportamiento de la serie. El coeficiente de autocorrelación está dado por la expresión (10)

La Figura 21, presenta el comportamiento de la autocorrelación muestral de la temperatura promedio de ascenso. Como se puede observar en la Figura x, la serie presenta un decrecimiento lento con respecto a los primeros desfases; Según Chatfield y Prothero (1973), el descenso no es en línea recta sino de tipo cosenoidal, lo que indica que el modelo característico es no lineal y que se debe utilizar un modelo de regresión polinomial o bien un modelo basado en la metodología Box-Jenkins.

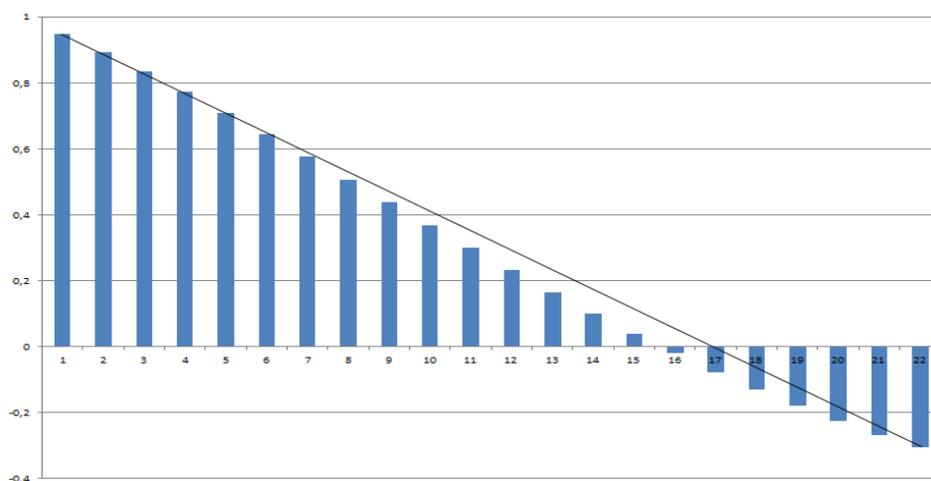


Figura 21. Correlograma de la temperatura promedio de ascenso
Fuente: Autores

Se procede con el desarrollo de un modelo estadístico paramétrico de la temperatura considerando una regresión lineal múltiple. Utilizando la herramienta “Análisis de Datos” de Microsoft Excel se obtiene el coeficiente de determinación para tipo de regresión polinomial, tal como se presenta en la Tabla 18.

Regresión	Coficiente determinación (R^2)	ANOVA (P_valor)
Lineal	0,98421989	$1,088 \times 10^{-39}$
Polinomial de segundo grado	0,9892489	$1,6625 \times 10^{-41}$
Polinomial de tercer grado	0,99960832	$8,7373 \times 10^{-69}$
Polinomial de cuarto grado	0,9998616	$1,7251 \times 10^{-75}$
Polinomial de quinto grado	0,99985979	$4,0246 \times 10^{-73}$
Polinomial de sexto grado	0,99997281	$4,2541 \times 10^{-84}$

Tabla 18. Condiciones de aproximación polinomial de la temperatura promedio de ascenso
Fuente: Autores

Con base en la información de la Tabla 18, todas las aproximaciones basadas en una significancia del 10% son adecuadas para representar el comportamiento de la temperatura promedio de ascenso. Ahora bien, el coeficiente de determinación contribuye a conocer en qué porcentaje el modelo puede explicar los cambios de la variable de análisis; por lo tanto, a medida que el coeficiente se aproxime más al valor del 100%, se puede decir que el modelo estadístico paramétrico puede representar adecuadamente el comportamiento de la temperatura. En este caso, el polinomio de sexto grado cumple con el anterior criterio.

Se considera ahora las pruebas de significancia individual del modelo estadístico paramétrico polinomial de sexto grado, a través de una prueba de hipótesis para cada parámetro estimado. La expresión (11) establece la prueba de hipótesis individual, bajo un nivel de significancia del 10%. Si se obtiene que $P_{valor} < 0.10$, se concluye que existe suficiente evidencia estadística para afirmar que el modelo debe contener el comportamiento de la variable independiente con grado k . La información de la prueba de significancia individual del polinomio de sexto grado (13) se presenta en la Tabla 19.

$$T_t = \sum_{k=0}^6 \omega_{Ak} t^k \quad \forall t \in \text{Tiempo} \quad (13)$$

Parámetro	Valor	Prueba (P_valor)
ω_{A0}	26,885104	$4,1455 \times 10^{-56}$
ω_{A1}	0,0010166	0,920783
ω_{A2}	-0,0003047	0,164448
ω_{A3}	$1,9216 \times 10^{-05}$	$4,2702 \times 10^{-12}$
ω_{A4}	$-1,0086 \times 10^{-07}$	$1,1646 \times 10^{-14}$
ω_{A5}	$2,1072 \times 10^{-10}$	$4,6794 \times 10^{-15}$
ω_{A6}	$-1,6161 \times 10^{-13}$	$5,8012 \times 10^{-15}$

Tabla 19. Información de los parámetros del modelo estadístico polinomial de sexto grado
Fuente: Autores

Con base en la Tabla 19, se puede concluir que la presencia de la variable independiente -tiempo- con grado uno, afecta la estimación del comportamiento de la temperatura promedio de ascenso; por lo tanto, se realiza la estimación del modelo sin la presencia de la variable independiente con grado uno y se obtiene la información de la Tabla 20.

Parámetro	Valor	Prueba (P_valor)
ω_{A0}	26,8969807	$6,6723 \times 10^{-66}$
ω_{A2}	-0,00028405	$2,1390 \times 10^{-05}$
ω_{A3}	$1,9043 \times 10^{-05}$	$4,2027 \times 10^{-24}$
ω_{A4}	$-1,0017 \times 10^{-07}$	$4,2506 \times 10^{-24}$
ω_{A5}	$2,0939 \times 10^{-10}$	$1,1191 \times 10^{-22}$
ω_{A6}	$-1,6064 \times 10^{-13}$	$2,4947 \times 10^{-21}$

Tabla 20. Información de los parámetros del modelo estadístico polinomial eliminado el efecto de Primer grado
Fuente: Autores

Como se puede observar en la Tabla 20, los parámetros del nuevo modelo estadístico (14) cumplen con la prueba de significancia individual. Según Hocking (1976), entre menor sea el número de parámetros estadístico utilizados en el modelo de estimación de una serie de tiempo, se obtiene un buen ajuste de los datos; por lo tanto, el coeficiente de determinación debe incrementar.

$$T_t = \omega_{A0} + \sum_{k=2}^6 \omega_{Ak} t^k \quad \forall t \in \text{Tiempo} \quad (14)$$

El coeficiente de determinación del nuevo modelo estadístico es equivalente a 0,99997352, lo cual indica que el nuevo modelo estadístico paramétrico es adecuado para representar el comportamiento de la temperatura de ascenso. La Figura 22, presenta el modelo estadístico paramétrico con respecto al comportamiento de la temperatura promedio de ascenso.

5.3.2 Análisis de la temperatura en función del tiempo de descenso. Se realizan las siete muestras y en cada una se hace el registro de la temperatura de descenso cada diez segundos. Con base en los datos muestrales de la temperatura se desea obtener la ecuación característica de la temperatura del sistema; por lo tanto, se obtiene la temperatura promedio para cada instante de tiempo. La Figura 23, presenta el comportamiento promedio de la temperatura de descenso.

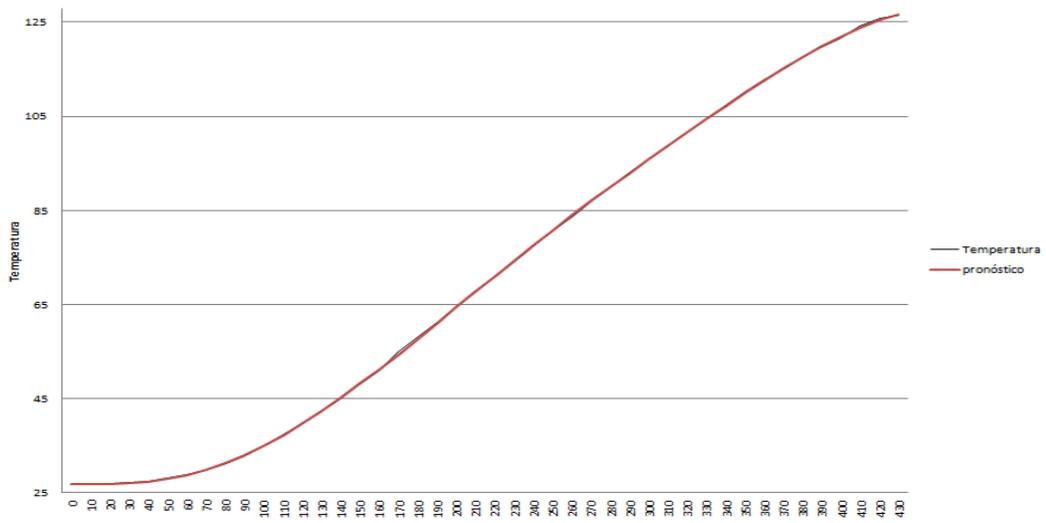


Figura 22. Modelo estadístico paramétrico de la temperatura de ascenso RTD pt100 tipo II
Fuente: Autores

Con base en la información de la temperatura promedio de descenso (Ver Anexo C1), procede con la construcción del modelo estadístico paramétrico de la temperatura en función del tiempo. Inicialmente, se calcula el coeficiente de autocorrelación de la temperatura promedio para conocer el tipo de tendencia que presenta el comportamiento de la serie. El coeficiente de autocorrelación está dado por la expresión (10)

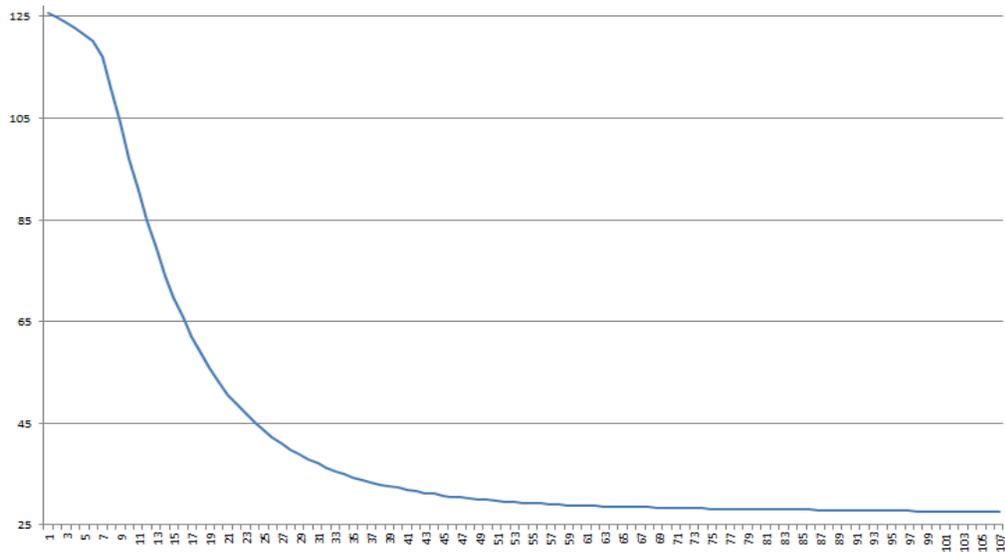


Figura 23. Temperatura de descenso promedio de la RTD pt100 tipo II, considerando un controlador On-Off
Fuente: Autores

La finalidad de analizar la autocorrelación muestral de la temperatura es conocer el tipo de tendencia que tiene la serie de tiempo; adicionalmente, que tanto está relacionado el cambio de temperatura de un instante t con respecto al cambio de temperatura en el instante $t - k$. La Figura 24, presenta el comportamiento de la autocorrelación muestral de la temperatura promedio de descenso.

Como se obtuvieron 112 observaciones, se calcularon 56 coeficientes de autocorrelación. Como se puede observar en la Figura 24, la serie presenta un decrecimiento lento con respecto a los primeros desfases; según Chatfield y Prothero (1973), el descenso no es en línea recta sino de tipo exponencial, lo que indica que el modelo característico es no lineal y que se debe utilizar un modelo de regresión polinomial con mayor número de parámetros o bien un modelo basado en la metodología Box-Jenkins.

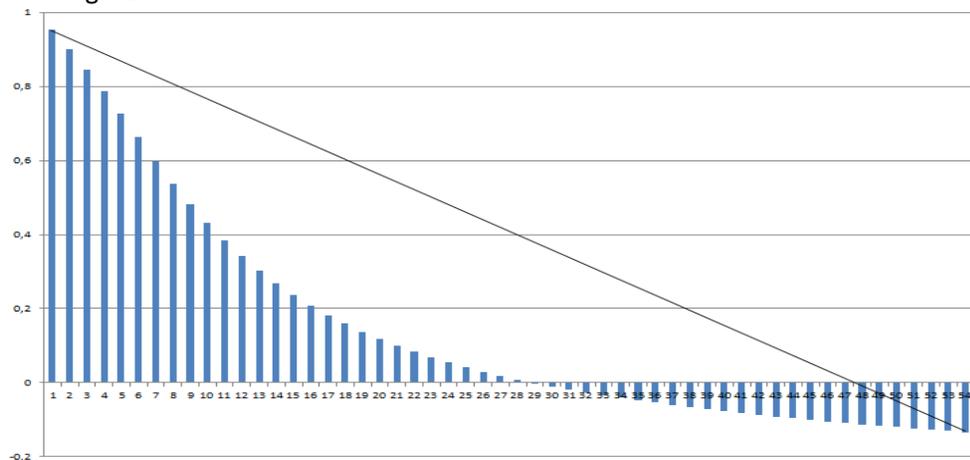


Figura 24. Correlograma de la temperatura promedio de descenso

Fuente: Autores

Se procede con el desarrollo de un modelo estadístico paramétrico de la temperatura considerando una regresión lineal múltiple. Utilizando la herramienta “Análisis de Datos” de Microsoft Excel se obtiene el coeficiente de determinación para tipo de regresión polinomial, tal como se presenta en la Tabla 21.

Regresión	Coficiente determinación (R^2)	ANOVA (P_Valor)
Lineal	0,533995	$2,7347 \times 10^{-19}$
Polinomial de segundo grado	0,867122	$9,758 \times 10^{-47}$
Polinomial de tercer grado	0,973855	$5,7407 \times 10^{-82}$
Polinomial de cuarto grado	0,986532	$2,8278 \times 10^{-95}$
Polinomial de quinto grado	0,986623	$5,7392 \times 10^{-94}$
Polinomial de sexto grado	0,990877	$7,161 \times 10^{-101}$
Polinomial de séptimo grado	0,995778	$5,509 \times 10^{-116}$
Polinomial de octavo grado	0,998389	$6,43 \times 10^{-135}$
Polinomial de noveno grado	0,999065	$1,253 \times 10^{-144}$
Polinomial de décimo grado	0,999082	$3,68 \times 10^{-143}$

Tabla 21. Condiciones de aproximación polinomial de la temperatura promedio de descenso

Fuente: Autores

Con base en la información de la Tabla 21, todas las aproximaciones, basadas en una significancia del 10%, son adecuadas para representar el comportamiento de la temperatura promedio de descenso. Por lo tanto, el modelo estadístico paramétrico polinomial de décimo grado se ajusta las condiciones estadísticas de determinación. Se considera ahora las pruebas de significancia individual del modelo estadístico paramétrico polinomial de décimo grado, a través de una prueba de hipótesis para cada parámetro estimado. La expresión (11) establece la prueba de hipótesis individual, bajo un nivel de significancia del 10%. (Ver Tabla 22).

Parámetro	Valor	Prueba (P_valor)
ω_{D0}	122,7227	$2,206 \times 10^{-123}$
ω_{D1}	0,49575	$1,3625 \times 10^{-17}$
ω_{D2}	-0,016866	$1,2993 \times 10^{-28}$
ω_{D3}	0,00012743	$2,4975 \times 10^{-20}$
ω_{D4}	$-5,0264 \times 10^{-07}$	$4,6644 \times 10^{-13}$
ω_{D5}	$1,2053 \times 10^{-09}$	$2,5961 \times 10^{-08}$
ω_{D6}	$-1,8479 \times 10^{-12}$	$1,8267 \times 10^{-05}$
ω_{D7}	$1,8216 \times 10^{-15}$	0,0008814
ω_{D8}	$-1,1173 \times 10^{-18}$	0,0090874
ω_{D9}	$3,8784 \times 10^{-22}$	0,0387336
ω_{D10}	$-5,8162 \times 10^{-26}$	0,0986037

Tabla 22. Información de los parámetros del modelo estadístico polinomial de décimo grado
Fuente: Autores

Si se obtiene que $P_{valor} < 0.10$, se concluye que existe suficiente evidencia estadística para afirmar que el modelo debe contener el comportamiento de la variable independiente con grado k . Con respecto a la Tabla 22, se puede inferir que el modelo estadístico (14) es adecuado para el comportamiento de la temperatura de descenso.

$$T_t = \sum_{k=0}^{10} \omega_{Dk} t^k \quad \forall t \in Tiempo \quad (14)$$

La Figura 25. presenta la similitud entre el modelo estadístico paramétrico de décimo grado con el comportamiento de la temperatura promedio de descenso.

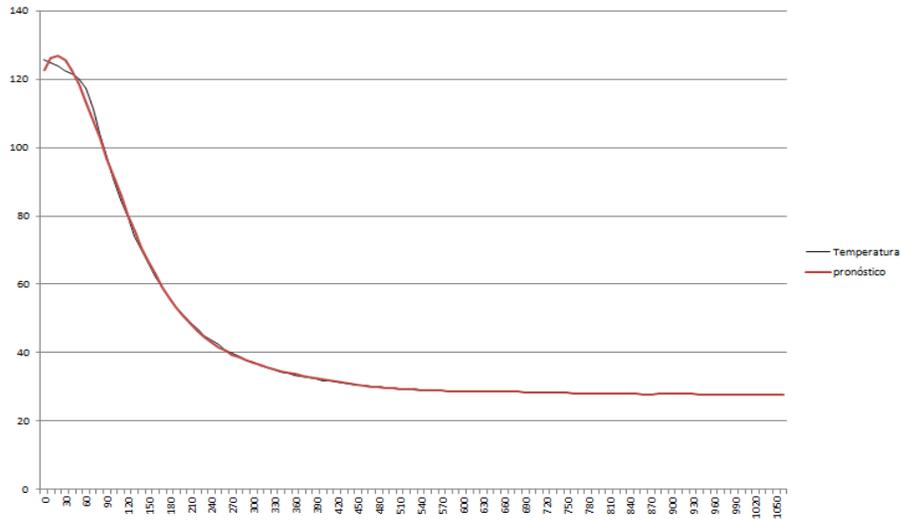


Figura 25. Modelo estadístico paramétrico de la temperatura de descenso
Fuente: Autores

5.3.3 Prueba de hipótesis del valor de resistencia para el termómetro de resistencia pt100.

Una vez analizado el comportamiento de la temperatura promedio de ascenso y la temperatura promedio de descenso, se obtienen los valores poblacionales de la resistencia de una RTD pt100. La expresión (15) permite obtener los valores poblacionales de la resistencia según norma DIN IEC751.

$$R_{T_t} = R_0[1 + \alpha_1 T_t + \alpha_2 T_t^2 + \alpha_3 T_t^3] \quad (15)$$

Donde,

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 3.90802 \times 10^{-3} \\ \alpha_2 &= -5.802 \times 10^{-7} \\ \alpha_3 &= -4.2735 \times 10^{-12} \end{aligned}$$

Si se reemplaza la expresión (13) y (14) en la expresión (15), se obtiene la resistencia poblacional pt100. Ver expresión (16).

$$R_{\bar{T}_t} \begin{cases} R_0 \left[1 + \sum_{n=1}^3 \alpha_n \left(\omega_{A0} + \sum_{k=2}^6 \omega_{Ak} t^k \right)^n \right] & \forall t \in \text{Tiempo ascenso} \\ R_0 \left[1 + \sum_{n=1}^3 \alpha_n \left(\omega_{D0} + \sum_{k=0}^{10} \omega_{Dk} t^k \right)^n \right] & \forall t \in \text{Tiempo descenso} \end{cases} \quad (16)$$

El Anexo C1, presenta la información obtenida de la resistencia poblacional con base en los modelos de estimación de la temperatura promedio de ascenso y descenso.

Se procede con el diseño de experimento para conocer si los datos muestrales de la resistencia de la RTD pt100 tipo I cumple con la norma DIN IEC751; para esto se aplica la expresión (9) como prueba de hipótesis. De acuerdo con el Anexo C2, se obtuvieron 65 observaciones que no cumple con los valores de la norma; por lo tanto se procede con la construcción de un modelo estadístico paramétrico para estimar el comportamiento de la resistencia del instrumento pt100 tipo II.

Sea:

\hat{R}_t : Valor estimado de la resistencia para el instrumento pt100 tipo II

β_n : n-ésimo coeficiente de temperatura de la resistencia del instrumento pt100 tipo II

R_0 : Valor de la resistencia a 0°C (100 Ω)

T_t : Temperatura del sistema térmico basada en los modelos estadístico de ascenso y descenso

La expresión (17) permite estimar el valor de la resistencia considerando el comportamiento particular de las muestras obtenidas con la RTD pt100 tipo I. Tomando dicha expresión, se procede con la estimación de los coeficientes de temperatura de la resistencia.

$$\hat{R}_{T_t} = R_0 \left[1 + \sum_{n=1}^3 \beta_n T_t^n \right] \quad \forall t \in \text{Tiempo} \quad (17)$$

La idea es estimar los coeficientes eliminando la presencia del valor inicial de resistencia; por lo tanto, se hace una manipulación a la expresión (17) y se obtiene la expresión (18).

$$\left(\frac{\hat{R}_{T_t}}{R_0} - 1 \right) = \sum_{n=1}^3 \beta_n T_t^n \quad \forall t \in \text{Tiempo} \quad (18)$$

Con base en la información del Anexo C2 y la expresión (18), se obtiene los valores estimados de los coeficientes de temperatura de la resistencia, tal como se presentan en la Tabla 23.

β_1	β_2	β_3
0,0041128	$-9,8636 \times 10^{-6}$	$5,8568 \times 10^{-8}$

Tabla 23. Valores estimados de los coeficientes de temperatura de la resistencia para la RTD pt100 tipo II cuando se maneja un sistema de control On-Off

Fuente: Autores

5.4 RESULTADOS DEL EXPERIMENTO CON LA RTD PT100 TIPO II CUANDO SE UTILIZA UN CONTROLADOR PID

En este experimento se tomaron 7 muestras del comportamiento de la temperatura y la resistencia del instrumento de medición pt100. La temperatura inicial de las muestra fue de 28,1 °C y la temperatura máxima alcanzada fue de 120,3 °C. El tiempo requerido para la toma de las muestras fue de una hora 52 minutos y 10 segundos; el tiempo para alcanzar la temperatura máxima fue de 38 minutos y 30 segundos, mientras que en el proceso de descenso el tiempo

requerido fue de 1 hora, 13 minutos y 40 segundos. Se procede con la construcción del modelo estadístico de la temperatura en función del tiempo.

5.4.1 Análisis del ascenso de la temperatura en función del tiempo. Con base en las observaciones de la temperatura cada diez segundos, se obtiene el comportamiento de la temperatura del sistema cuando se aplica un controlador PID. (Ver Figura 26).

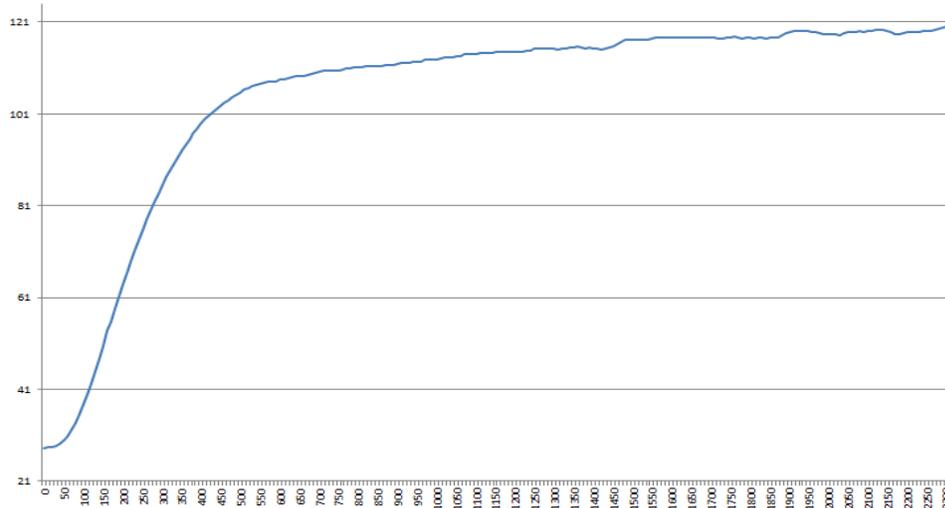


Figura 26. Temperatura promedio de ascenso de la RTD pt100 tipo I cuando el sistema tiene un controlador PID

Fuente: Autores

Al observar la Figura 26, se puede establecer que la tendencia de la temperatura es no lineal; esto obedece al efecto del controlador PID que influye en el encendido de las resistencias térmicas del horno. Se procede con la construcción del modelo estadístico paramétrico de la temperatura en función del tiempo. La Tabla 24, presenta los modelos estadísticos analizados con respecto al coeficiente de determinación y el P_valor considerado en la validación del modelo.

Regresión	Coficiente determinación (R^2)	ANOVA (P_Valor)
Polinomial de décimo grado	0,99977	0

Tabla 24. Condiciones de aproximación polinomial de la temperatura promedio de ascenso

Fuente: Autores

Se puede observar en la Tabla 24, que el mejor modelo estadístico paramétrico para estimar la temperatura del sistema en función del tiempo es una función polinomial de décimo grado. Por lo tanto, se procede con la prueba de significancia individual para cada estimador de la regresión polinomial de décimo grado. La Tabla 25 presenta la estimación de los parámetros de la regresión.

Parámetro	Valor	Prueba (P_valor)	Parámetro	Valor	Prueba (P_valor)
ω_{A0}	29,4860	$1,074 \times 10^{-214}$	ω_{A6}	$2,5092 \times 10^{-14}$	$7,6528 \times 10^{-59}$
ω_{A1}	-0,1448	$3,2322 \times 10^{-56}$	ω_{A7}	$-1,2576 \times 10^{-17}$	$3,5233 \times 10^{-48}$
ω_{A2}	0,003407	$2,397 \times 10^{-123}$	ω_{A8}	$3,9445 \times 10^{-21}$	$4,8657 \times 10^{-40}$
ω_{A3}	$-1,3364 \times 10^{-5}$	$3,082 \times 10^{-109}$	ω_{A9}	$-7,0463 \times 10^{-25}$	$7,8193 \times 10^{-34}$
ω_{A4}	$2,6724 \times 10^{-08}$	$8,3822 \times 10^{-90}$	ω_{A10}	$5,4734 \times 10^{-29}$	$4,477 \times 10^{-29}$
ω_{A5}	$-3,2349 \times 10^{-11}$	$1,2627 \times 10^{-72}$			

Tabla 25. Estimación de los parámetros de la regresión polinomial para la RTD pt100 Tipo I cuando el sistema tiene un controlador PID

Fuente: Autores

Si se considera una significancia del 10% para validar la presencia de los parámetros entre la regresión lineal, se puede observar que el P_valor de cada parámetro es inferior a la significancia; por lo tanto, se tiene suficiente evidencia estadística para afirmar que la regresión polinomial de décimo grado (19) es un buen modelo para estimar la lectura del aumento de la temperatura en un sistema con controlador PID a través de la RTD pt100 tipo II.

$$T_t = \sum_{k=0}^{10} \omega_{Ai} t^k \quad \forall t \in \text{Tiempo} \quad (19)$$

5.4.2 Análisis del descenso de temperatura en función del tiempo. Con base en la información muestral del descenso de temperatura, se obtiene el comportamiento promedio de la lectura de la temperatura. (Ver Figura 27).

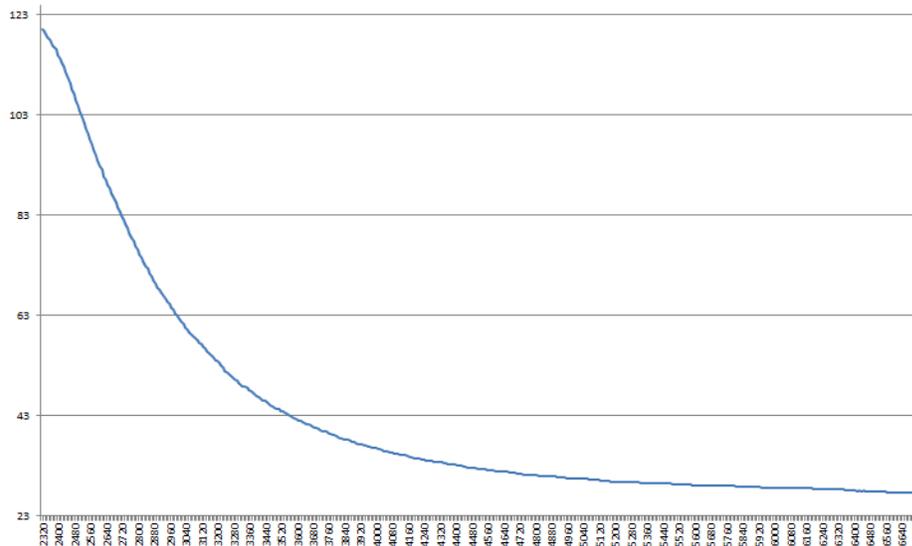


Figura 27. Descenso promedio de la temperatura cuando el sistema trabaja con un controlador PID

Fuente: Autores

Se procede de igual manera como en el análisis del aumento de la temperatura, estimando un modelo de regresión polinomial a través del la herramienta “Análisis de Datos” de Microsoft Excel. La Tabla 26 presenta la información del modelo polinomial de décimo grado para estimar la curva de descenso de la temperatura.

Regresión	Coficiente determinación (R^2)	ANOVA (P_Valor)
Polinomial de décimo grado	0,999940	0

Tabla 26. Información del modelo polinomial de décimo grado para estimar la curva de descenso de temperatura para la RTD pt100 tipo II. Fuente: Autores

Como el modelo es adecuado para representar el comportamiento de la temperatura en el tiempo, se estiman los parámetros del polinomio de décimo grado. La Tabla 27 presenta la información de los parámetros estimados de la regresión polinomial.

Parámetro	Valor	Prueba (P_valor)	Parámetro	Valor	Prueba (P_valor)
ω_{D0}	120,8548	0	ω_{D6}	$-2,1321 \times 10^{-16}$	$4,0178 \times 10^{-83}$
ω_{D1}	-0,062455	$1,397 \times 10^{-167}$	ω_{D7}	$5,9227 \times 10^{-20}$	$1,3468 \times 10^{-71}$
ω_{D2}	-0,00024225	$1,295 \times 10^{-124}$	ω_{D8}	$-1,020 \times 10^{-23}$	$1,7871 \times 10^{-62}$
ω_{D3}	$6,2343 \times 10^{-7}$	$2,961 \times 10^{-134}$	ω_{D9}	$9,9175 \times 10^{-28}$	$3,8141 \times 10^{-55}$
ω_{D4}	$-7,1818 \times 10^{-10}$	$7,440 \times 10^{-116}$	ω_{D10}	$-4,1599 \times 10^{-32}$	$3,6802 \times 10^{-49}$
ω_{D5}	$4,9127 \times 10^{-13}$	$9,061 \times 10^{-98}$			

Tabla 27. Parámetros estimados de la regresión polinomial que representa el comportamiento del descenso de la temperatura en el sistema térmico

Fuente: Autores

Con base en la Tabla 27, el modelo que representa el comportamiento del descenso de la temperatura se presenta en (20)

$$T_t = \sum_{k=0}^{10} \omega_{Dk} t^k \quad \forall t \in \text{Tiempo} \quad (20)$$

La Figura 28, presenta el comportamiento estimado del descenso de la temperatura a través del modelo estadístico polinomial de décimo grado.

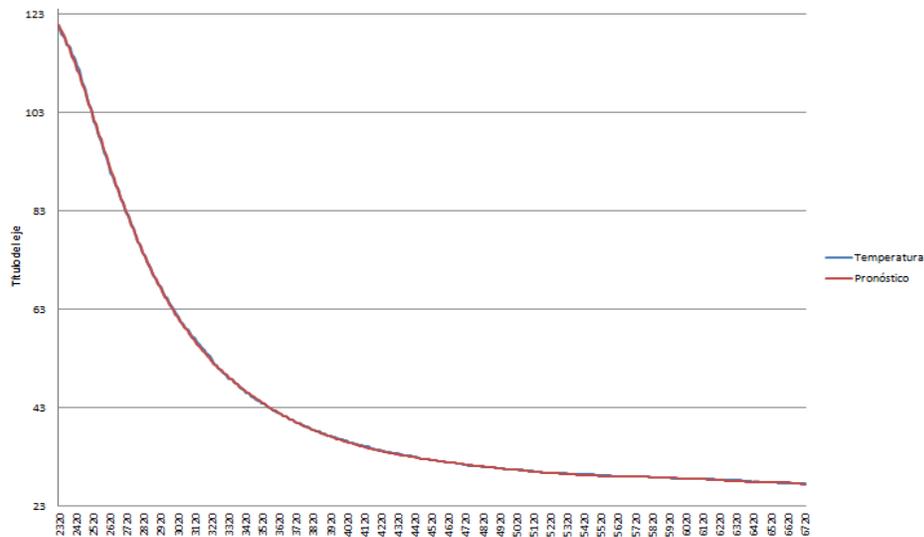


Figura 28. Estimación del descenso de temperatura a través del modelo estadístico Polinomial de décimo grado

Fuente: Autores

5.4.3 Prueba de hipótesis del valor de resistencia para el termómetro de resistencia pt100. En esta fase se construye una tabla de análisis estadístico para evaluar la hipótesis referente a los valores que ofrece la RTD pt100 tipo II, de acuerdo al comportamiento del sistema térmico con un controlador PID. En el Anexo D, se presentan la tabla de la prueba de hipótesis de la resistencia. De los resultados obtenidos con la muestra aleatoria de 7 repeticiones no sucesivas, 665 observaciones no cumplen con lo establecido en la norma DIN IEC751. Por lo tanto, se procede con la construcción del modelo estadístico paramétrico de resistencia del instrumento cuando se trabaja en un entorno de temperatura controlado por un sistema PID.

Sea:

\hat{R}_t : Valor estimado de la resistencia para el instrumento pt100 tipo II

β_n : n-ésimo coeficiente de temperatura de la resistencia del instrumento pt100 tipo II

R_0 : Valor de la resistencia a 0°C (100 Ω)

T_t : Temperatura del sistema térmico basada en los modelos estadístico de ascenso y descenso

La expresión (21) permite estimar el valor de la resistencia considerando el comportamiento particular de las muestras obtenidas con la RTD pt100 tipo II. Tomando dicha expresión, se procede con la estimación de los coeficientes de temperatura de la resistencia.

$$\hat{R}_{T_t} = R_0 \left[1 + \sum_{n=1}^3 \beta_n T_t^n \right] \quad \forall t \in \text{Tiempo} \quad (21)$$

La idea es estimar los coeficientes eliminando la presencia del valor inicial de resistencia; por lo tanto, se hace una manipulación a la expresión (21) para obtener la expresión (22).

$$\left(\frac{\hat{R}_{T_t}}{R_0} - 1\right) = \sum_{n=1}^3 \beta_n T_t^n \quad \forall t \in \text{Tiempo} \quad (22)$$

Con base en la información del Anexo D y la expresión (22), se obtiene los valores estimados de los coeficientes de temperatura de la resistencia, tal como se presentan en la Tabla 28.

β_1	β_2	β_3
0,003789	$5,6408 \times 10^{-6}$	$-3,2081 \times 10^{-8}$

Tabla 28. Valores estimados de los coeficientes de temperatura de la resistencia para la RTD pt100 tipo II cuando se maneja un sistema de control PID

Fuente: Autores

5.5 ANÁLISIS DE HISTÉRESIS DE LA RTD PT100 SEGÚN EL TIPO DE CONTROL DE TEMPERATURA

Con base en la sección anterior, se estableció estadísticamente una diferencia significativa entre el comportamiento de cada RTD pt100 y los valores de la norma DIN IEC 7521. Por lo tanto, se puede considerar que en cada entorno donde se realice un control en la temperatura, puede accionar el cambio de la histéresis durante la medición de temperatura. Por lo tanto, se procede con la construcción del intervalo de confianza para cada uno de los experimentos; el cual permitirá al instrumentista conocer los rangos máximo y mínimo de medición de resistencia, así como el máximo valor de histéresis en un rango específico de temperatura.

Sea:

- $\hat{R}_{T_t}^{Inf}$: Límite inferior de la lectura de resistencia en una RTD pt100
- $\hat{R}_{T_t}^{Sup}$: Límite superior de la lectura de resistencia en una RTD pt100
- $t_{\frac{\alpha}{2},(n-1)}$: Confiabilidad estadística basada en la distribución t-student
- S_{RT_t} : Desviación estándar de la repetibilidad del experimento
- n : Número de repeticiones del experimento

Con base en lo anterior, se establece la expresión (23) que permite conocer la gama de valores de resistencias obtenidos por cada lectura de temperatura en un tiempo específico.

$$IC_{(1-\alpha)\%} \left[\hat{R}_{T_t} - t_{\frac{\alpha}{2},(n-1)} \left(\frac{S_{T_t}}{\sqrt{n}} \right) \leq \hat{R}_{T_t} \leq \hat{R}_{T_t} + t_{\frac{\alpha}{2},(n-1)} \left(\frac{S_{T_t}}{\sqrt{n}} \right) \right] \quad (23)$$

El Anexo E, presenta la información referente a cada tipo de análisis desarrollado en esta investigación. Finalmente, es importante conocer el valor máximo de histéresis que presenta el termómetro de resistencia Pt100 cuando un sistema térmico maneja diferentes tipos de

controladores. Para este caso, el máximo valor de histéresis se define como la longitud del intervalo de confianza, por lo tanto, se establece estadísticamente que la histéresis del sistema depende de la repetibilidad del experimento y el tipo de termómetro de resistencia pt100 que se utilice para realizar la lectura de la temperatura del sistema.

Como aspecto final de la investigación se presenta la Tabla 29 y Tabla 30, donde se hace el resumen de cada instrumento de medición de acuerdo al tipo de controlador de temperatura utilizado en el sistema.

RTP pt100 tipo I	Lectura con controlador On_Off	Coeficiente de temperatura de resistencia	Máxima Histéresis	Confiabilidad del estudio
		$\beta_1: 0,00398$	0,20 Ω	90 %
		$\beta_2: -1,8739 \times 10^{-6}$		
	$\beta_3: 1,0877 \times 10^{-8}$			
	Lectura con controlador PID	Coeficiente de temperatura de resistencia	Máxima Histéresis	Confiabilidad del estudio
		$\beta_1: 0,004292$	0,227 Ω	90 %
$\beta_2: -1,1745 \times 10^{-5}$				
$\beta_3: 6,5396 \times 10^{-8}$				

Tabla 29. Resumen del comportamiento del termómetro de resistencia pt100 tipo I cuando se maneja un sistema de control On-Off y sistema de control PID

Fuente: Autores

RTP pt100 tipo II	Lectura con controlador On_Off	Coeficiente de temperatura de resistencia	Máxima Histéresis	Confiabilidad del estudio
		$\beta_1: 0,004112$	0,147 Ω	90 %
		$\beta_2: -9,8636 \times 10^{-6}$		
	$\beta_3: 5,8568 \times 10^{-8}$			
	Lectura con controlador PID	Coeficiente de temperatura de resistencia	Máxima Histéresis	Confiabilidad del estudio
		$\beta_1: 0,003789$	0,0205 Ω	90 %
$\beta_2: 5,6408 \times 10^{-6}$				
$\beta_3: -3,2081 \times 10^{-8}$				

Tabla 30. Resumen del comportamiento del termómetro de resistencia pt100 tipo II cuando se maneja un sistema de control On-Off y sistema de control PID

Fuente: Autores

6. CONCLUSIONES

El análisis realizado al termómetro de resistencia pt100 del laboratorio de la facultad de Ingeniería Electrónica de la Universidad Pontificia Bolivariana, permiten establecer las siguientes conclusiones:

- En el proceso de selección de una RTD pt100 se debe considerar la masa del tipo de termómetro de resistencia, puesto que se puede perder precisión de la medición de temperatura cuando la masa del instrumento es menor. Lo anterior se comprueba gracias a la diferencia significativa entre la medición de temperatura entre los dos instrumentos en un sistema térmico con controlador PID; adicionalmente, al observar la gráfica de relación resistencia-temperatura de la RTD pt100 tipo II indica que la acción de respuesta rápida de la lectura desarrolla una pérdida en la linealización de estas dos variables.
- El comportamiento de la histéresis puede variar de acuerdo al efecto del controlador de temperatura en el sistema térmico. Esto se puede justificar gracias a que se obtienen diferentes valores de coeficientes de temperatura de resistencia en una RTD pt100 cuando se aplica un controlador On_Off y un controlador PID en el sistema térmico.
- En un proceso de aseguramiento de la precisión de lectura del instrumento es importante el proceso de repetibilidad del experimento con un entorno controlado ya que al presentarse variación en las condiciones iniciales o durante el desarrollo de la medición, se puede presentar perturbaciones que pueden subestimar o sobreestimar la lectura de la temperatura.
- Si en un laboratorio o proceso de fabricación donde se considere el uso de controlador de temperatura y la consecuente lectura a través de una RTD pt100, se debe realizar un estudio estadístico previo para evaluar la lectura con respecto a la norma DIN IEC751 y establece la máxima histéresis que maneja el instrumento de medición de temperatura.
- Si se adquiere un termómetro de resistencia pt100 sin un certificado de validación, se debe proceder con el análisis estadístico propuesto en esta investigación para establecer el nivel de tolerancia y precisión de la medición de temperatura y resistencia térmica.

BIBLIOGRAFÍA

Bowerman, B., O'Connell, R. & Koehler, A. Pronósticos, Series de Tiempo y Regresión, un enfoque aplicado. Capítulo 9, La metodología de Box-Jenkins consta de un procedimiento iterativo de cuatro pasos: Series temporales estacionarias y no estacionarias. Cuarta Edición. (2007) Pág. 402-406.

Chatfield, C and Prothero D.L. Box-Jenkins Seasonal Forecasting Problems in a Case study. *Journal of the Royal Statistical Society*, A136 (1973).

Creus, A. Instrumentación Industrial. Capítulo 1. Generalidades y Capítulo 6. Medida de temperatura. Editorial Marcombo S.A. Octava Edición. (2010)

Devore, J. Probabilidad y Estadística para Ingenierías y Ciencias. Capítulo 7, Intervalos estadísticos basados en una sola muestra: Nivel de confianza, precisión y tamaño de muestra. Editorial Cengage Learning. Séptima Edición. (2008) Pág. 259.

Hocking, Ron. The Analysis and Selection of Variables in Linear Regression. *Biometrics*, (1976). Pág. 1-49.

Jaramillo, A. y Restrepo, J. Diseño de experimentos aplicado al análisis de datos obtenidos en un laboratorio de metrología. N° 45. Scientia et Technica. Año XVI. (2010)

Aristizábal, D.L. Curso sobre Fundamentos de Metrología. *Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín*. 2008.

Naya, S. La metrología en el control estadístico de procesos. Ourense, 12-13-14 de noviembre de 2009. IX Congreso Galego de Estadística e Investigación de Operaciones.

Montgomery, D.C. Design and Analysis of Experiments. Editorial: John Wiley & Sons. 2009.

Naya, Salvador. La Metrología en el Control Estadístico de Procesos. *IX Congreso Galego de Estadística e Investigación de Operaciones*. Noviembre de 2009.

Multifunction Process Calibrator 726. Fluke Corporation 2005.

**ANEXO A1. INFORMACIÓN MUESTRAL DE PARA EL TERMÓMETRO DE RESISTENCIA PT100 TIPO I
CUANDO SE MANEJA UN SISTEMA DE CONTROL ON-OFF**

Tiempo	Temperatura	Resistencia poblacional*	Resistencia muestral	Tiempo	Temperatura	Resistencia poblacional*	Resistencia muestral
0	26,80	110,432	110,46	210	54,9	121,281	121,592
10	26,80	110,432	110,485	220	57,4	122,241	122,591
20	26,90	110,471	110,615	230	59,9	123,201	123,677
30	27,10	110,549	110,778	240	62,4	124,161	124,601
40	27,50	110,704	110,878	250	65	125,157	125,464
50	27,90	110,859	111,051	260	67,5	126,115	126,494
60	28,60	111,13	111,268	270	70	127,072	127,438
70	29,30	111,401	111,531	280	72,6	128,067	128,431
80	30,30	111,789	111,858	290	75,1	129,022	129,398
90	31,40	112,214	112,258	300	77,6	129,977	130,388
100	32,70	112,718	112,86	310	80	130,893	131,402
110	34,10	113,259	113,444	320	82,5	131,847	132,36
120	35,70	113,878	114,06	330	84,9	132,761	133,365
130	37,40	114,535	114,761	340	87,4	133,713	134,341
140	39,30	115,269	115,19	350	89,7	134,588	135,308
150	41,20	116,003	116,244	360	92,1	135,501	136,197
160	43,30	116,813	117,112	370	94,4	136,375	137,091
170	45,50	117,662	117,911	380	96,8	137,286	138,01
180	47,70	118,51	118,867	390	99,1	138,159	138,871
190	50,10	119,434	119,7	400	101,3	138,993	139,78
200	52,50	120,358	120,694	410	103,60	139,864	140,67

Tiempo	Temperatura	Resistencia poblacional*	Resistencia muestral	Tiempo	Temperatura	Resistencia poblacional*	Resistencia muestral
420	105,80	140,697	141,514	630	99,6	138,348	138,665
430	108,00	141,53	142,395	640	94,3	136,337	136,691
440	110,10	142,324	143,172	650	89,1	134,36	134,565
450	112,10	143,08	141,097	660	84,2	132,494	132,767
460	114,10	143,835	144,765	670	79,5	130,702	130,874
470	116,00	144,552	145,524	680	75,1	129,022	129,255
480	117,80	145,231	146,277	690	71	127,455	127,675
490	119,50	145,872	147,061	700	67,3	126,039	126,308
500	120,90	146,4	147,875	710	63,9	124,736	124,907
510	122,20	146,889	148,554	720	60,8	123,547	123,845
520	123,30	147,304	149,224	730	58	122,472	122,858
530	124,00	147,567	149,705	740	55,5	121,511	121,865
540	124,40	147,718	150,664	750	53,3	120,665	121,038
550	124,6	147,793	148,511	760	51,3	119,896	120,191
560	124,7	147,83	148,002	770	49,6	119,241	119,534
570	124,4	147,718	147,5	780	48	118,625	118,85
580	122,4	146,965	147,117	790	46,6	118,086	118,324
590	119,1	145,721	146,274	800	45,4	117,623	117,722
600	114,9	144,137	144,755	810	44,2	117,161	117,135
610	110,1	142,324	142,634	820	43,2	116,775	116,737
620	104,9	140,357	140,957	830	42,3	116,428	116,421

Resistencia poblacional*: Este valor fue calculado de acuerdo a la Norma DIN IEC751, considerando los valores de los coeficientes de temperatura de la resistencia de termómetro de resistencia pt100.

**ANEXO A1. INFORMACIÓN MUESTRAL DE PARA EL TERMÓMETRO DE RESISTENCIA PT100 TIPO I
CUANDO SE MANEJA UN SISTEMA DE CONTROL ON-OFF
(CONTINUACIÓN)**

Tiempo	Temperatura	Resistencia poblacional*	Resistencia muestral	Tiempo	Temperatura	Resistencia poblacional*	Resistencia muestral
840	41,4	116,08	116,031	1050	31,7	112,331	112,514
850	40,6	115,771	115,691	1060	31,6	112,292	112,452
860	39,9	115,501	115,407	1070	31,4	112,214	112,392
870	39,2	115,231	115,138	1080	31,2	112,137	112,328
880	38,6	114,999	114,864	1090	31,1	112,098	112,621
890	37,9	114,729	114,632	1100	31	112,06	112,614
900	37,4	114,535	114,412	1110	30,8	111,982	112,172
910	36,8	114,303	114,208	1120	30,7	111,943	112,125
920	36,3	114,11	114,02	1130	30,6	111,905	112,085
930	35,8	113,917	113,851	1140	30,6	111,905	112,041
940	35,3	113,723	113,692	1150	30,5	111,866	112,004
950	34,9	113,569	113,541	1160	30,4	111,827	111,967
960	34,4	113,375	113,407	1170	30,3	111,789	111,938
970	34,1	113,259	113,26	1180	30,2	111,75	111,901
980	33,7	113,105	113,121	1190	30,1	111,711	111,871
990	33,3	112,95	113,024	1200	30	111,672	111,841
1000	33	112,834	112,922	1210	30	111,672	111,814
1010	32,7	112,718	112,828	1220	29,9	111,634	111,784
1020	32,4	112,602	112,735	1230	29,8	111,595	111,757
1030	32,2	112,524	112,658	1240	29,7	111,556	111,734
1040	31,9	112,408	112,591	1250	29,6	111,517	111,711

Tiempo	Temperatura	Resistencia poblacional*	Resistencia muestral	Tiempo	Temperatura	Resistencia poblacional*	Resistencia muestral
1260	29,5	111,479	111,691	1470	28,9	111,246	111,374
1270	29,5	111,479	111,671	1480	28,8	111,207	111,365
1280	29,4	111,44	111,648	1490	28,8	111,207	111,355
1290	29,3	111,401	111,635	1500	28,7	111,169	111,341
1300	29,3	111,401	111,61	1510	28,7	111,169	111,331
1310	29,2	111,362	111,59	1520	28,6	111,13	111,321
1320	29,1	111,324	111,578	1530	28,6	111,13	111,314
1330	29,1	111,324	111,56	1540	28,6	111,13	111,307
1340	29,1	111,324	111,548	1550	28,5	111,091	111,297
1350	29	111,285	111,532	1560	28,5	111,091	111,294
1360	29	111,285	111,518	1570	28,5	111,091	111,287
1370	29	111,285	111,5	1580	28,4	111,052	111,275
1380	29	111,285	111,49	1590	28,5	111,091	111,247
1390	29	111,285	111,47	1600	28,5	111,091	111,241
1400	29	111,285	111,455	1610	28,5	111,091	111,232
1410	28,9	111,246	111,435	1620	28,5	111,091	111,227
1420	28,9	111,246	111,427	1630	28,5	111,091	111,227
1430	28,9	111,246	111,415	1640	28,5	111,091	111,195
1440	28,9	111,246	111,405	1650	28,4	111,052	111,195
1450	28,9	111,246	111,395	1660	28,2	110,975	111,185
1460	28,9	111,246	111,384				

Resistencia poblacional*: Este valor fue calculado de acuerdo a la Norma DIN IEC751, considerando los valores de los coeficientes de temperatura de la resistencia de termómetro de resistencia pt100.

ANEXO A2. PRUEBA DE HIPÓTESIS DEL VALOR DE RESISTENCIA DE LA RTD PT100 TIPO I CUANDO SE MANEJA UN SISTEMA DE CONTROL ON-OFF

Tiempo	Resistencia poblacional	Resistencia muestral	desviación muestral	Estadístico	P_valor	Significancia	Conclusión
0	110,432	110,46	0,017	4,357708042	0,003323459	0,05	No cumple
10	110,432	110,485	0,02	7,011240974	0,000209454	0,05	No cumple
20	110,471	110,615	0,12	3,174901573	0,015600982	0,05	No cumple
30	110,549	110,778	0,177	3,423034182	0,011089605	0,05	No cumple
40	110,704	110,878	0,132	3,487581274	0,010161757	0,05	No cumple
50	110,859	111,051	0,108	4,703557886	0,002199357	0,05	No cumple
60	111,13	111,268	0,1	3,651136809	0,008165618	0,05	No cumple
70	111,401	111,531	0,177	1,943207178	0,093094287	0,05	Cumple
80	111,789	111,858	0,293	0,623060889	0,552994376	0,05	Cumple
90	112,214	112,258	0,39	0,29849502	0,773991411	0,05	Cumple
100	112,718	112,86	0,305	1,231792414	0,257796889	0,05	Cumple
110	113,259	113,444	0,341	1,435378277	0,194315226	0,05	Cumple
120	113,878	114,06	0,365	1,319251339	0,228598381	0,05	Cumple
130	114,535	114,761	0,405	1,476394559	0,183351436	0,05	Cumple
140	115,269	115,19	0,209	-1,000068677	0,350585666	0,05	Cumple
150	116,003	116,244	0,464	1,374194108	0,211763477	0,05	Cumple
160	116,813	117,112	0,49	1,614448249	0,150464637	0,05	Cumple
170	117,662	117,911	0,503	1,309725798	0,231633175	0,05	Cumple
180	118,51	118,867	0,538	1,755637952	0,122580357	0,05	Cumple
190	119,434	119,7	0,638	1,103087537	0,306461977	0,05	Cumple
200	120,358	120,694	0,555	1,601752145	0,153244358	0,05	Cumple

La prueba de hipótesis se establece como:

$$\begin{cases} H_0: R_{T_t} = R_0 \sum_{n=0}^3 \alpha_n T_t^n \\ H_1: R_{T_t} \neq R_0 \sum_{n=0}^3 \alpha_n T_t^n \end{cases} \rightarrow t_0 = \frac{\bar{R}_{T_t} - R_0 \sum_{n=0}^3 \alpha_n T_t^n}{\frac{S_{T_t}}{\sqrt{n}}}$$

Si el P_valor de la prueba de hipótesis (evaluación de la hipótesis nula) es inferior al nivel de significancia de la hipótesis alterna, se concluye que existe suficiente evidencia estadística para afirmar que la resistencia que mide la RTD pt100 tipo I no concuerda con los valores establecidos en la norma DIN IEC751.

ANEXO A2. PRUEBA DE HIPÓTESIS DEL VALOR DE RESISTENCIA DE LA RTD PT100 TIPO I CUANDO SE MANEJA UN SISTEMA DE CONTROL ON-OFF (CONTINUACIÓN)

Tiempo	Resistencia poblacional	Resistencia muestral	desviación muestral	Estadístico	P_valor	Significancia	Conclusión
210	121,281	121,592	0,575	1,431006361	0,195517977	0,05	Cumple
220	122,241	122,591	0,433	2,138598057	0,069778616	0,05	Cumple
230	123,201	123,677	0,463	2,720038065	0,029763963	0,05	No cumple
240	124,161	124,601	0,494	2,356539629	0,050598233	0,05	Cumple
250	125,157	125,464	0,556	1,460873476	0,187432836	0,05	Cumple
260	126,115	126,494	0,555	1,806738283	0,113756825	0,05	Cumple
270	127,072	127,438	0,579	1,672443834	0,138355677	0,05	Cumple
280	128,067	128,431	0,569	1,692536867	0,134378462	0,05	Cumple
290	129,022	129,398	0,552	1,802178429	0,11451873	0,05	Cumple
300	129,977	130,388	0,554	1,962822724	0,090442745	0,05	Cumple
310	130,893	131,402	0,571	2,358471834	0,050454595	0,05	Cumple
320	131,847	132,36	0,558	2,43238427	0,045261898	0,05	No cumple
330	132,761	133,365	0,524	3,049682809	0,018591521	0,05	No cumple
340	133,713	134,341	0,52	3,195253506	0,015165496	0,05	No cumple
350	134,588	135,308	0,555	3,432326025	0,010950588	0,05	No cumple
360	135,501	136,197	0,521	3,534439371	0,009540786	0,05	No cumple
370	136,375	137,091	0,517	3,664135278	0,00802627	0,05	No cumple
380	137,286	138,01	0,477	4,015773478	0,005086843	0,05	No cumple
390	138,159	138,871	0,571	3,299080444	0,013137322	0,05	No cumple
400	138,993	139,78	0,511	4,074767675	0,004720736	0,05	No cumple
410	139,864	140,67	0,533	4,000892226	0,005184023	0,05	No cumple

La prueba de hipótesis se establece como:

$$\begin{cases} H_0: R_{T_t} = R_0 \sum_{n=0}^3 \alpha_n T_t^n \\ H_1: R_{T_t} \neq R_0 \sum_{n=0}^3 \alpha_n T_t^n \end{cases} \rightarrow t_0 = \frac{\bar{R}_{T_t} - R_0 \sum_{n=0}^3 \alpha_n T_t^n}{\frac{S_{T_t}}{\sqrt{n}}}$$

Si el P_valor de la prueba de hipótesis (evaluación de la hipótesis nula) es inferior al nivel de significancia de la hipótesis alterna, se concluye que existe suficiente evidencia estadística para afirmar que la resistencia que mide la RTD pt100 tipo I no concuerda con los valores establecidos en la norma DIN IEC751.

ANEXO A2. PRUEBA DE HIPÓTESIS DEL VALOR DE RESISTENCIA DE LA RTD PT100 TIPO I CUANDO SE MANEJA UN SISTEMA DE CONTROL ON-OFF (CONTINUACIÓN)

Tiempo	Resistencia poblacional	Resistencia muestral	desviación muestral	Estadístico	P_valor	Significancia	Conclusión
420	140,697	141,514	0,519	4,164891756	0,004215932	0,05	No cumple
430	141,53	142,395	0,568	4,029181134	0,00500099	0,05	No cumple
440	142,324	143,172	0,527	4,257300022	0,003759094	0,05	No cumple
450	143,08	141,097	4,06	-1,2922475	0,237292768	0,05	Cumple
460	143,835	144,765	0,524	4,695703663	0,002219643	0,05	No cumple
470	144,552	145,524	0,518	4,964614429	0,001629068	0,05	No cumple
480	145,231	146,277	0,509	5,437044934	0,000969298	0,05	No cumple
490	145,872	147,061	0,464	6,779737735	0,000257918	0,05	No cumple
500	146,4	147,875	0,633	6,165060322	0,000460698	0,05	No cumple
510	146,889	148,554	0,542	8,127630873	8,23761E-05	0,05	No cumple
520	147,304	149,224	0,537	9,459669492	3,08179E-05	0,05	No cumple
530	147,567	149,705	0,233	24,27732319	5,12171E-08	0,05	No cumple
540	147,718	150,664	0,899	8,670059358	5,43511E-05	0,05	No cumple
550	147,793	148,511	0,639	2,972847326	0,020723904	0,05	No cumple
560	147,83	148,002	0,522	0,871780125	0,412228424	0,05	Cumple
570	147,718	147,5	0,482	-1,196626112	0,27040353	0,05	Cumple
580	146,965	147,117	0,519	0,774863582	0,463785687	0,05	Cumple
590	145,721	146,274	0,827	1,769166233	0,120182664	0,05	Cumple
600	144,137	144,755	1,475	1,108524956	0,304263176	0,05	Cumple
610	142,324	142,634	2,49	0,329390725	0,751497056	0,05	Cumple
620	140,357	140,957	3,092	0,513405817	0,623470047	0,05	Cumple

La prueba de hipótesis se establece como:

$$\begin{cases} H_0: R_{T_t} = R_0 \sum_{n=0}^3 \alpha_n T_t^n \\ H_1: R_{T_t} \neq R_0 \sum_{n=0}^3 \alpha_n T_t^n \end{cases} \rightarrow t_0 = \frac{R_{T_t} - R_0 \sum_{n=0}^3 \alpha_n T_t^n}{\frac{S_{T_t}}{\sqrt{n}}}$$

Si el P_valor de la prueba de hipótesis (evaluación de la hipótesis nula) es inferior al nivel de significancia de la hipótesis alterna, se concluye que existe suficiente evidencia estadística para afirmar que la resistencia que mide la RTD pt100 tipo I no concuerda con los valores establecidos en la norma DIN IEC751.

ANEXO A2. PRUEBA DE HIPÓTESIS DEL VALOR DE RESISTENCIA DE LA RTD PT100 TIPO I CUANDO SE MANEJA UN SISTEMA DE CONTROL ON-OFF (CONTINUACIÓN)

Tiempo	Resistencia poblacional	Resistencia muestral	desviación muestral	Estadístico	P_valor	Significancia	Conclusión
630	138,348	138,665	2,545	0,329549377	0,75138219	0,05	Cumple
640	136,337	136,691	2,845	0,32920772	0,751629564	0,05	Cumple
650	134,36	134,565	2,832	0,191518015	0,853556635	0,05	Cumple
660	132,494	132,767	2,744	0,263225258	0,799956772	0,05	Cumple
670	130,702	130,874	2,723	0,167120538	0,872000529	0,05	Cumple
680	129,022	129,255	2,342	0,263219494	0,799961039	0,05	Cumple
690	127,455	127,675	2,202	0,264334827	0,799135565	0,05	Cumple
700	126,039	126,308	2,109	0,337461879	0,745662031	0,05	Cumple
710	124,736	124,907	1,958	0,231064083	0,823873465	0,05	Cumple
720	123,547	123,845	1,778	0,443438634	0,670830374	0,05	Cumple
730	122,472	122,858	1,646	0,620449578	0,554616029	0,05	Cumple
740	121,511	121,865	1,511	0,61985173	0,554987701	0,05	Cumple
750	120,665	121,038	1,414	0,697924497	0,507737682	0,05	Cumple
760	119,896	120,191	1,343	0,581159074	0,579356398	0,05	Cumple
770	119,241	119,534	1,24	0,625165431	0,551689508	0,05	Cumple
780	118,625	118,85	1,145	0,519907463	0,619159909	0,05	Cumple
790	118,086	118,324	1,045	0,602573026	0,565793772	0,05	Cumple
800	117,623	117,722	0,926	0,282861101	0,785465056	0,05	Cumple
810	117,161	117,135	0,758	-0,090751364	0,930232426	0,05	Cumple
820	116,775	116,737	0,753	-0,13351733	0,897541698	0,05	Cumple
830	116,428	116,421	0,769	-0,024083562	0,981458118	0,05	Cumple

La prueba de hipótesis se establece como:

$$\begin{cases} H_0: R_{T_t} = R_0 \sum_{n=0}^3 \alpha_n T_t^n \\ H_1: R_{T_t} \neq R_0 \sum_{n=0}^3 \alpha_n T_t^n \end{cases} \rightarrow t_0 = \frac{\bar{R}_{T_t} - R_0 \sum_{n=0}^3 \alpha_n T_t^n}{\frac{S_{T_t}}{\sqrt{n}}}$$

Si el P_valor de la prueba de hipótesis (evaluación de la hipótesis nula) es inferior al nivel de significancia de la hipótesis alterna, se concluye que existe suficiente evidencia estadística para afirmar que la resistencia que mide la RTD pt100 tipo I no concuerda con los valores establecidos en la norma DIN IEC751.

ANEXO A2. PRUEBA DE HIPÓTESIS DEL VALOR DE RESISTENCIA DE LA RTD PT100 TIPO I CUANDO SE MANEJA UN SISTEMA DE CONTROL ON-OFF (CONTINUACIÓN)

Tiempo	Resistencia poblacional	Resistencia muestral	desviación muestral	Estadístico	P_valor	Significancia	Conclusión
840	116,08	116,031	0,687	-0,188707153	0,855676821	0,05	Cumple
850	115,771	115,691	0,646	-0,327647221	0,752759828	0,05	Cumple
860	115,501	115,407	0,597	-0,416583959	0,689459698	0,05	Cumple
870	115,231	115,138	0,543	-0,453139727	0,664160307	0,05	Cumple
880	114,999	114,864	0,48	-0,744117556	0,481032494	0,05	Cumple
890	114,729	114,632	0,439	-0,584596531	0,57716669	0,05	Cumple
900	114,535	114,412	0,402	-0,809520924	0,444857023	0,05	Cumple
910	114,303	114,208	0,369	-0,681155487	0,517664859	0,05	Cumple
920	114,11	114,02	0,337	-0,706580469	0,502661597	0,05	Cumple
930	113,917	113,851	0,307	-0,568793441	0,587272846	0,05	Cumple
940	113,723	113,692	0,284	-0,288796798	0,781101961	0,05	Cumple
950	113,569	113,541	0,268	-0,276421779	0,790207711	0,05	Cumple
960	113,375	113,407	0,239	0,354242853	0,733587789	0,05	Cumple
970	113,259	113,26	0,227	0,011655292	0,991025857	0,05	Cumple
980	113,105	113,121	0,202	0,20956446	0,839976175	0,05	Cumple
990	112,95	113,024	0,191	1,025055482	0,339449239	0,05	Cumple
1000	112,834	112,922	0,175	1,330434945	0,22507961	0,05	Cumple
1010	112,718	112,828	0,163	1,785476345	0,117351557	0,05	Cumple
1020	112,602	112,735	0,156	2,255672592	0,058704866	0,05	Cumple
1030	112,524	112,658	0,144	2,462018581	0,04333691	0,05	No cumple
1040	112,408	112,591	0,138	3,508496304	0,009879357	0,05	No cumple

La prueba de hipótesis se establece como:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0: R_{T_t} = R_0 \sum_{n=0}^3 \alpha_n T_t^n \\ H_1: R_{T_t} \neq R_0 \sum_{n=0}^3 \alpha_n T_t^n \end{array} \right. \rightarrow t_0 = \frac{\bar{R}_{T_t} - R_0 \sum_{n=0}^3 \alpha_n T_t^n}{\frac{S_{T_t}}{\sqrt{n}}}$$

Si el P_valor de la prueba de hipótesis (evaluación de la hipótesis nula) es inferior al nivel de significancia de la hipótesis alterna, se concluye que existe suficiente evidencia estadística para afirmar que la resistencia que mide la RTD pt100 tipo I no concuerda con los valores establecidos en la norma DIN IEC751.

ANEXO A2. PRUEBA DE HIPÓTESIS DEL VALOR DE RESISTENCIA DE LA RTD PT100 TIPO I CUANDO SE MANEJA UN SISTEMA DE CONTROL ON-OFF (CONTINUACIÓN)

Tiempo	Resistencia poblacional	Resistencia muestral	desviación muestral	Estadístico	P_valor	Significancia	Conclusión
1050	112,331	112,514	0,15	3,227816599	0,014495523	0,05	No cumple
1060	112,292	112,452	0,148	2,860271688	0,024328141	0,05	No cumple
1070	112,214	112,392	0,137	3,437545499	0,010873323	0,05	No cumple
1080	112,137	112,328	0,14	3,609560717	0,008629224	0,05	No cumple
1090	112,098	112,621	0,428	3,233009196	0,014391647	0,05	No cumple
1100	112,06	112,614	0,451	3,249991633	0,014057447	0,05	No cumple
1110	111,982	112,172	0,131	3,83734923	0,006396496	0,05	No cumple
1120	111,943	112,125	0,126	3,821640783	0,006528315	0,05	No cumple
1130	111,905	112,085	0,126	3,77964473	0,006895475	0,05	No cumple
1140	111,905	112,041	0,119	3,023715784	0,019284875	0,05	No cumple
1150	111,866	112,004	0,125	2,920909447	0,022311108	0,05	No cumple
1160	111,827	111,967	0,122	3,036108062	0,01895062	0,05	No cumple
1170	111,789	111,938	0,117	3,369375601	0,011930485	0,05	No cumple
1180	111,75	111,901	0,113	3,535472991	0,009527559	0,05	No cumple
1190	111,711	111,871	0,113	3,746196547	0,00720398	0,05	No cumple
1200	111,672	111,841	0,113	3,956920102	0,005483229	0,05	No cumple
1210	111,672	111,814	0,109	3,446758589	0,01073837	0,05	No cumple
1220	111,634	111,784	0,109	3,640942171	0,008276743	0,05	No cumple
1230	111,595	111,757	0,107	4,005716938	0,005152295	0,05	No cumple
1240	111,556	111,734	0,109	4,32058471	0,003477697	0,05	No cumple
1250	111,517	111,711	0,102	5,032115239	0,001509776	0,05	No cumple

La prueba de hipótesis se establece como:

$$\begin{cases} H_0: R_{T_t} = R_0 \sum_{n=0}^3 \alpha_n T_t^n \\ H_1: R_{T_t} \neq R_0 \sum_{n=0}^3 \alpha_n T_t^n \end{cases} \rightarrow t_0 = \frac{\bar{R}_{T_t} - R_0 \sum_{n=0}^3 \alpha_n T_t^n}{\frac{S_{T_t}}{\sqrt{n}}}$$

Si el P_valor de la prueba de hipótesis (evaluación de la hipótesis nula) es inferior al nivel de significancia de la hipótesis alterna, se concluye que existe suficiente evidencia estadística para afirmar que la resistencia que mide la RTD pt100 tipo I no concuerda con los valores establecidos en la norma DIN IEC751.

ANEXO A2. PRUEBA DE HIPÓTESIS DEL VALOR DE RESISTENCIA DE LA RTD PT100 TIPO I CUANDO SE MANEJA UN SISTEMA DE CONTROL ON-OFF (CONTINUACIÓN)

Tiempo	Resistencia poblacional	Resistencia muestral	desviación muestral	Estadístico	P_valor	Significancia	Conclusión
1260	111,479	111,691	0,102	5,499012529	0,000907486	0,05	No cumple
1270	111,479	111,671	0,102	4,980237762	0,001600555	0,05	No cumple
1280	111,44	111,648	0,101	5,448675967	0,000957347	0,05	No cumple
1290	111,401	111,635	0,106	5,840620819	0,000636638	0,05	No cumple
1300	111,401	111,61	0,102	5,421196314	0,000985851	0,05	No cumple
1310	111,362	111,59	0,102	5,914032342	0,000591057	0,05	No cumple
1320	111,324	111,578	0,101	6,653671614	0,000289539	0,05	No cumple
1330	111,324	111,56	0,102	6,121542249	0,000480779	0,05	No cumple
1340	111,324	111,548	0,101	5,867804888	0,000619316	0,05	No cumple
1350	111,285	111,532	0,099	6,601015897	0,000304019	0,05	No cumple
1360	111,285	111,518	0,101	6,103564906	0,00048936	0,05	No cumple
1370	111,285	111,5	0,098	5,804454407	0,000660529	0,05	No cumple
1380	111,285	111,49	0,098	5,534479783	0,000874094	0,05	No cumple
1390	111,285	111,47	0,098	4,994530536	0,001574954	0,05	No cumple
1400	111,285	111,455	0,095	4,734502346	0,002121402	0,05	No cumple
1410	111,246	111,435	0,095	5,263652608	0,001168679	0,05	No cumple
1420	111,246	111,427	0,091	5,262428432	0,00117024	0,05	No cumple
1430	111,246	111,415	0,095	4,706652332	0,00219142	0,05	No cumple
1440	111,246	111,405	0,095	4,428152194	0,003051056	0,05	No cumple
1450	111,246	111,395	0,095	4,149652056	0,004296964	0,05	No cumple
1460	111,246	111,384	0,094	3,884188095	0,006020357	0,05	No cumple

La prueba de hipótesis se establece como:

$$\begin{cases} H_0: R_{T_t} = R_0 \sum_{n=0}^3 \alpha_n T_t^n \\ H_1: R_{T_t} \neq R_0 \sum_{n=0}^3 \alpha_n T_t^n \end{cases} \rightarrow t_0 = \frac{\bar{R}_{T_t} - R_0 \sum_{n=0}^3 \alpha_n T_t^n}{\frac{S_{T_t}}{\sqrt{n}}}$$

Si el P_valor de la prueba de hipótesis (evaluación de la hipótesis nula) es inferior al nivel de significancia de la hipótesis alterna, se concluye que existe suficiente evidencia estadística para afirmar que la resistencia que mide la RTD pt100 tipo I no concuerda con los valores establecidos en la norma DIN IEC751.

ANEXO A2. PRUEBA DE HIPÓTESIS DEL VALOR DE RESISTENCIA DE LA RTD PT100 TIPO I CUANDO SE MANEJA UN SISTEMA DE CONTROL ON-OFF (CONTINUACIÓN)

Tiempo	Resistencia poblacional	Resistencia muestral	desviación muestral	Estadístico	P_valor	Significancia	Conclusión
1470	111,246	111,374	0,094	3,60272519	0,008708139	0,05	No cumple
1480	111,207	111,365	0,09	4,644763413	0,002356347	0,05	No cumple
1490	111,207	111,355	0,09	4,350791045	0,003351617	0,05	No cumple
1500	111,169	111,341	0,087	5,230680753	0,001211546	0,05	No cumple
1510	111,169	111,331	0,087	4,926571407	0,001700884	0,05	No cumple
1520	111,13	111,321	0,083	6,088415668	0,000496724	0,05	No cumple
1530	111,13	111,314	0,084	5,795455253	0,000666629	0,05	No cumple
1540	111,13	111,307	0,08	5,853724776	0,000628222	0,05	No cumple
1550	111,091	111,297	0,08	6,812809626	0,000250278	0,05	No cumple
1560	111,091	111,294	0,084	6,393899002	0,000369421	0,05	No cumple
1570	111,091	111,287	0,08	6,482090712	0,000339815	0,05	No cumple
1580	111,052	111,275	0,079	7,468386612	0,000141011	0,05	No cumple
1590	111,091	111,247	0,064	6,449018821	0,000350593	0,05	No cumple
1600	111,091	111,241	0,067	5,923323831	0,000585553	0,05	No cumple
1610	111,091	111,232	0,068	5,48604316	0,00092005	0,05	No cumple
1620	111,091	111,227	0,064	5,622221536	0,000797222	0,05	No cumple
1630	111,091	111,227	0,064	5,622221536	0,000797222	0,05	No cumple
1640	111,091	111,195	0,095	2,896401435	0,023104226	0,05	No cumple
1650	111,052	111,195	0,095	3,982551973	0,005306592	0,05	No cumple
1660	110,975	111,185	0,106	5,241582786	0,001197181	0,05	No cumple

La prueba de hipótesis se establece como:

$$\begin{cases} H_0: R_{T_t} = R_0 \sum_{n=0}^3 \alpha_n T_t^n \\ H_1: R_{T_t} \neq R_0 \sum_{n=0}^3 \alpha_n T_t^n \end{cases} \rightarrow t_0 = \frac{\bar{R}_{T_t} - R_0 \sum_{n=0}^3 \alpha_n T_t^n}{\frac{S_{T_t}}{\sqrt{n}}}$$

Si el P_valor de la prueba de hipótesis (evaluación de la hipótesis nula) es inferior al nivel de significancia de la hipótesis alterna, se concluye que existe suficiente evidencia estadística para afirmar que la resistencia que mide la RTD pt100 tipo I no concuerda con los valores establecidos en la norma DIN IEC751.

**ANEXO C1. INFORMACIÓN MUESTRAL DE PARA EL TERMÓMETRO DE RESISTENCIA PT100 TIPO II
CUANDO SE MANEJA UN SISTEMA DE CONTROL ON-OFF**

Tiempo	Temperatura	Resistencia poblacional*	Resistencia muestral	Tiempo	Temperatura	Resistencia poblacional*	Resistencia muestral
0	26,8	110,431	110,474	210	67,6	126,152	125,858
10	26,8	110,431	110,511	220	70,9	127,416	127,022
20	26,9	110,47	110,557	230	74,2	128,677	128,188
30	27	110,509	110,655	240	77,4	129,9	129,337
40	27,4	110,664	110,801	250	80,6	131,121	130,622
50	28	110,896	111,027	260	83,7	132,303	131,744
60	28,8	111,206	111,344	270	86,8	133,484	132,85
70	29,9	111,633	111,747	280	89,9	134,663	134,075
80	31,3	112,175	112,277	290	92,8	135,766	135,195
90	33	112,833	112,898	300	95,8	136,905	136,285
100	35	113,606	113,661	310	98,7	138,006	137,371
110	37,2	114,457	114,531	320	101,5	139,068	138,458
120	39,6	115,384	115,467	330	104,3	140,128	139,53
130	42,3	116,427	116,485	340	107,1	141,188	140,444
140	45,1	117,507	117,595	350	109,8	142,21	141,53
150	48,1	118,663	118,731	360	112,5	143,23	142,45
160	51,2	119,856	119,898	370	115	144,174	143,345
170	54,4	121,087	121,035	380	117,5	145,117	144,235
180	57,6	122,317	122,281	390	119,8	145,984	145,025
190	61	123,622	123,507	400	122	146,813	145,822
200	64,3	124,888	124,711	410	123,9	147,528	146,65
Tiempo	Temperatura	Resistencia poblacional*	Resistencia muestral	Tiempo	Temperatura	Resistencia poblacional*	Resistencia muestral
420	125,4	148,093	147,294	630	53	120,549	118,962
430	126,5	148,507	148,051	640	50,5	119,587	118,181
440	126,7	148,582	147,968	650	48,2	118,701	117,572
450	126,8	148,619	147,617	660	46,3	117,969	116,954
460	126,8	148,619	147,322	670	44,5	117,275	116,418
470	125,4	148,093	147,002	680	43	116,697	115,917
480	122,5	147,001	146,575	690	41,6	116,156	115,5
490	118,4	145,456	146,121	700	40,5	115,732	115,057
500	113,6	143,645	143,518	710	39,4	115,307	114,735
510	108,2	141,604	140,485	720	38,5	114,959	114,374
520	102,5	139,447	137,595	730	37,7	114,65	114,11
530	96,8	137,285	134,845	740	36,9	114,341	113,858
540	91,1	135,12	132,324	750	36,3	114,109	113,621
550	85,6	133,027	130,16	760	35,7	113,877	113,408
560	80,3	131,007	128,012	770	35,1	113,645	113,214
570	75,4	129,136	126,162	780	34,6	113,452	113,02
580	70,7	127,339	124,638	790	34,1	113,258	112,852
590	66,5	125,731	123,142	800	33,7	113,104	112,695
600	62,6	124,236	121,957	810	33,2	112,91	112,572
610	59	122,855	120,845	820	32,8	112,755	112,45
620	55,9	121,664	119,908	830	32,5	112,639	112,331

Resistencia poblacional*: Este valor fue calculado de acuerdo a la Norma DIN IEC751, considerando los valores de los coeficientes de temperatura de la resistencia de termómetro de resistencia pt100.

**ANEXO C1. INFORMACIÓN MUESTRAL DE PARA EL TERMÓMETRO DE RESISTENCIA PT100 TIPO II
CUANDO SE MANEJA UN SISTEMA DE CONTROL ON-OFF
(CONTINUACIÓN)**

Tiempo	Temperatura	Resistencia poblacional*	Resistencia muestral	Tiempo	Temperatura	Resistencia poblacional*	Resistencia muestral
840	32,1	112,484	112,231	1050	28,7	111,168	111,212
850	31,7	112,33	112,127	1060	28,7	111,168	111,195
860	31,4	112,213	112,038	1070	28,6	111,129	111,178
870	31,1	112,097	111,951	1080	28,6	111,129	111,165
880	30,8	111,981	111,884	1090	28,6	111,129	111,148
890	30,6	111,904	111,821	1100	28,6	111,129	111,134
900	30,3	111,788	111,757	1110	28,5	111,09	111,121
910	30,1	111,71	111,7	1120	28,5	111,09	111,107
920	29,9	111,633	111,644	1130	28,5	111,09	111,09
930	29,7	111,555	111,591	1140	28,4	111,051	111,082
940	29,5	111,478	111,547	1150	28,4	111,051	111,075
950	29,4	111,439	111,508	1160	28,3	111,013	111,06
960	29,2	111,361	111,464	1170	28,3	111,013	111,042
970	29,1	111,323	111,427	1180	28,2	110,974	111,035
980	29	111,284	111,391	1190	28,2	110,974	111,03
990	29	111,284	111,364	1200	28,1	110,935	111,018
1000	28,9	111,245	111,331	1210	28,1	110,935	111,01
1010	28,8	111,206	111,301	1220	28	110,896	110,998
1020	28,8	111,206	111,277	1230	28	110,896	110,992
1030	28,8	111,206	111,254	1240	27,9	110,858	110,982
1040	28,7	111,168	111,234	1250	27,9	110,858	110,977

Tiempo	Temperatura	Resistencia poblacional*	Resistencia muestral	Tiempo	Temperatura	Resistencia poblacional*	Resistencia muestral
1260	27,9	110,858	110,962	1390	27,8	110,819	110,888
1270	27,9	110,858	110,96	1400	27,8	110,819	110,882
1280	27,8	110,819	110,95	1410	27,7	110,78	110,884
1290	27,8	110,819	110,947	1420	27,7	110,78	110,874
1300	27,8	110,819	110,938	1430	27,7	110,78	110,874
1310	27,8	110,819	110,931	1440	27,6	110,741	110,862
1320	27,8	110,819	110,93	1450	27,6	110,741	110,862
1330	27,8	110,819	110,922	1460	27,6	110,741	110,86
1340	27,8	110,819	110,912	1470	27,6	110,741	110,86
1350	27,8	110,819	110,911	1480	27,6	110,741	110,854
1360	27,8	110,819	110,91	1490	27,7	110,78	110,851
1370	27,8	110,819	110,901	1500	27,8	110,819	110,851
1380	27,8	110,819	110,894				

Resistencia poblacional*: Este valor fue calculado de acuerdo a la Norma DIN IEC751, considerando los valores de los coeficientes de temperatura de la resistencia de termómetro de resistencia pt100.

ANEXO C2. PRUEBA DE HIPÓTESIS DEL VALOR DE RESISTENCIA DE LA RTD PT100 TIPO I CUANDO SE MANEJA UN SISTEMA DE CONTROL ON-OFF

Tiempo	Resistencia poblacional	Resistencia muestral	desviación	Estadístico	P_valor	Significancia	conclusión
0	110,431	110,474	0,0335	-3,396039	0,01456682	0,05	No cumple
10	110,431	110,511	0,0357	-5,92885448	0,00102674	0,05	No cumple
20	110,47	110,557	0,0495	-4,65010836	0,00350331	0,05	No cumple
30	110,509	110,655	0,0538	-7,17991991	0,00036889	0,05	No cumple
40	110,664	110,801	0,0666	-5,44246141	0,00159866	0,05	No cumple
50	110,896	111,027	0,1084	-3,19735629	0,0186622	0,05	No cumple
60	111,206	111,344	0,1729	-2,11170434	0,07918605	0,05	Cumple
70	111,633	111,747	0,2393	-1,26040806	0,25432106	0,05	Cumple
80	112,175	112,277	0,3179	-0,84890416	0,42849795	0,05	Cumple
90	112,833	112,898	0,3839	-0,44796519	0,66989928	0,05	Cumple
100	113,606	113,661	0,4585	-0,31737475	0,7617132	0,05	Cumple
110	114,457	114,531	0,5229	-0,37442264	0,72096607	0,05	Cumple
120	115,384	115,467	0,5583	-0,39333218	0,70767011	0,05	Cumple
130	116,427	116,485	0,729	-0,21049873	0,84024502	0,05	Cumple
140	117,507	117,595	0,7653	-0,30422856	0,77122901	0,05	Cumple
150	118,663	118,731	0,8042	-0,22371436	0,83040229	0,05	Cumple
160	119,856	119,898	0,8111	-0,13700105	0,89551153	0,05	Cumple
170	121,087	121,035	0,8324	0,16528	0,87415177	0,05	Cumple
180	122,317	122,281	0,8276	0,11508826	0,91213011	0,05	Cumple
190	123,622	123,507	0,8043	0,37829342	0,71823547	0,05	Cumple
200	124,888	124,711	0,8346	0,5611047	0,59504486	0,05	Cumple

Tiempo	Resistencia poblacional	Resistencia muestral	desviación	Estadístico	P_valor	Significancia	conclusión
210	126,152	125,858	0,8618	0,90258863	0,40152469	0,05	Cumple
220	127,416	127,022	0,8775	1,18794988	0,2797413	0,05	Cumple
230	128,677	128,188	0,8961	1,44378126	0,19891212	0,05	Cumple
240	129,9	129,337	0,9187	1,62137584	0,1560639	0,05	Cumple
250	131,121	130,622	0,9239	1,42897489	0,20294054	0,05	Cumple
260	132,303	131,744	0,9436	1,56737493	0,16807173	0,05	Cumple
270	133,484	132,85	0,9819	1,70832705	0,13843873	0,05	Cumple
280	134,663	134,075	1,0739	1,44864677	0,19760451	0,05	Cumple
290	135,766	135,195	1,0553	1,4315588	0,20223217	0,05	Cumple
300	136,905	136,285	1,0749	1,52606365	0,17784349	0,05	Cumple
310	138,006	137,371	1,083	1,55129463	0,17181356	0,05	Cumple
320	139,068	138,458	1,0432	1,54707467	0,17280848	0,05	Cumple
330	140,128	139,53	0,9322	1,69723159	0,14057586	0,05	Cumple
340	141,188	140,444	0,9652	2,03941046	0,08751581	0,05	Cumple
350	142,21	141,53	0,875	2,05612673	0,08551368	0,05	Cumple
360	143,23	142,45	0,8858	2,32974263	0,05866139	0,05	Cumple
370	144,174	143,345	0,8883	2,46912961	0,04851494	0,05	No cumple
380	145,117	144,235	0,8982	2,59803235	0,04076981	0,05	No cumple
390	145,984	145,025	0,94	2,69922926	0,0356125	0,05	No cumple
400	146,813	145,822	0,9545	2,74692462	0,0334276	0,05	No cumple
410	147,528	146,65	0,9396	2,47229635	0,04830708	0,05	No cumple

**ANEXO C2. PRUEBA DE HIPÓTESIS DEL VALOR DE RESISTENCIA DE LA RTD PT100 TIPO I CUANDO SE MANEJA UN SISTEMA DE CONTROL ON-OFF
(CONTINUACIÓN)**

Tiempo	Resistencia poblacional	Resistencia muestral	desviación	Estadístico	P_valor	Significancia	conclusión
420	148,093	147,294	0,9339	2,26357779	0,0642317	0,05	Cumple
430	148,507	148,051	0,8813	1,3689579	0,22004683	0,05	Cumple
440	148,582	147,968	0,578	2,81053859	0,03073439	0,05	No cumple
450	148,619	147,617	0,4156	6,37883256	0,00069787	0,05	No cumple
460	148,619	147,322	0,3496	9,81561628	6,4398E-05	0,05	No cumple
470	148,093	147,002	0,2597	11,1148043	3,1608E-05	0,05	No cumple
480	147,001	146,575	0,228	4,94337745	0,00259512	0,05	No cumple
490	145,456	146,121	0,2042	-8,61618326	0,0001345	0,05	No cumple
500	143,645	143,518	1,6207	0,20732425	0,84261411	0,05	Cumple
510	141,604	140,485	1,9369	1,52852275	0,17724715	0,05	Cumple
520	139,447	137,595	2,1338	2,29634053	0,06140778	0,05	Cumple
530	137,285	134,845	2,4855	2,59731772	0,04080894	0,05	No cumple
540	135,12	132,324	2,7013	2,73850393	0,03380266	0,05	No cumple
550	133,027	130,16	2,8299	2,68043712	0,03651488	0,05	No cumple
560	131,007	128,012	2,9173	2,71621882	0,03481718	0,05	No cumple
570	129,136	126,162	2,9213	2,69348044	0,035886	0,05	No cumple
580	127,339	124,638	2,9825	2,39603497	0,05358362	0,05	Cumple
590	125,731	123,142	2,9166	2,34857373	0,05716979	0,05	Cumple
600	124,236	121,957	2,8709	2,10027073	0,08044757	0,05	Cumple
610	122,855	120,845	2,631	2,02126953	0,08974246	0,05	Cumple
620	121,664	119,908	2,4855	1,86921718	0,11079899	0,05	Cumple

Tiempo	Resistencia poblacional	Resistencia muestral	desviación	Estadístico	P_valor	Significancia	conclusión
630	120,549	118,962	2,377	1,76643135	0,12775333	0,05	Cumple
640	119,587	118,181	2,2328	1,66603652	0,14675699	0,05	Cumple
650	118,701	117,572	2,1242	1,4062015	0,20928309	0,05	Cumple
660	117,969	116,954	1,9845	1,35320614	0,2247485	0,05	Cumple
670	117,275	116,418	1,8249	1,2424839	0,26041422	0,05	Cumple
680	116,697	115,917	1,6846	1,22503029	0,26646967	0,05	Cumple
690	116,156	115,5	1,5322	1,13275869	0,30054274	0,05	Cumple
700	115,732	115,057	1,4119	1,26487863	0,25282097	0,05	Cumple
710	115,307	114,735	1,2849	1,17781131	0,28346766	0,05	Cumple
720	114,959	114,374	1,1382	1,35983528	0,22275884	0,05	Cumple
730	114,65	114,11	1,0704	1,33474001	0,23037561	0,05	Cumple
740	114,341	113,858	0,9803	1,30357838	0,2401584	0,05	Cumple
750	114,109	113,621	0,8895	1,45151955	0,19683619	0,05	Cumple
760	113,877	113,408	0,806	1,53952527	0,17460195	0,05	Cumple
770	113,645	113,214	0,7314	1,55909053	0,16998975	0,05	Cumple
780	113,452	113,02	0,6736	1,69680013	0,14065961	0,05	Cumple
790	113,258	112,852	0,6096	1,76209815	0,12852159	0,05	Cumple
800	113,104	112,695	0,558	1,93926933	0,1005437	0,05	Cumple
810	112,91	112,572	0,4962	1,80222479	0,12157725	0,05	Cumple
820	112,755	112,45	0,4479	1,80163909	0,1216759	0,05	Cumple
830	112,639	112,331	0,402	2,02709304	0,08902148	0,05	Cumple

ANEXO C2. PRUEBA DE HIPÓTESIS DEL VALOR DE RESISTENCIA DE LA RTD PT100 TIPO I CUANDO SE MANEJA UN SISTEMA DE CONTROL ON-OFF (CONTINUACIÓN)

Tiempo	Resistencia poblacional	Resistencia muestral	desviación	Estadístico	P_valor	Significancia	conclusión
840	112,484	112,231	0,3661	1,8283941	0,11724874	0,05	Cumple
850	112,33	112,127	0,3358	1,59942679	0,16084257	0,05	Cumple
860	112,213	112,038	0,3032	1,52706623	0,17760014	0,05	Cumple
870	112,097	111,951	0,2747	1,40618745	0,20928706	0,05	Cumple
880	111,981	111,884	0,246	1,0432434	0,33703426	0,05	Cumple
890	111,904	111,821	0,226	0,97166973	0,3687406	0,05	Cumple
900	111,788	111,757	0,2009	0,40825431	0,6972567	0,05	Cumple
910	111,71	111,7	0,1817	0,14561097	0,88899716	0,05	Cumple
920	111,633	111,644	0,1671	-0,17416675	0,86746237	0,05	Cumple
930	111,555	111,591	0,1506	-0,63245051	0,5504181	0,05	Cumple
940	111,478	111,547	0,1361	-1,34134343	0,22834898	0,05	Cumple
950	111,439	111,508	0,1215	-1,50252544	0,18364759	0,05	Cumple
960	111,361	111,464	0,1108	-2,45949806	0,04915294	0,05	No cumple
970	111,323	111,427	0,0967	-2,84548228	0,02935503	0,05	No cumple
980	111,284	111,391	0,0917	-3,08719073	0,02146476	0,05	No cumple
990	111,284	111,364	0,083	-2,55012175	0,04348348	0,05	No cumple
1000	111,245	111,331	0,0764	-2,97820174	0,02469401	0,05	No cumple
1010	111,206	111,301	0,0753	-3,33793326	0,0156518	0,05	No cumple
1020	111,206	111,277	0,0692	-2,71457143	0,03489346	0,05	No cumple
1030	111,206	111,254	0,0634	-2,00309248	0,09203111	0,05	Cumple
1040	111,168	111,234	0,0602	-2,90065758	0,02731104	0,05	No cumple

Tiempo	Resistencia poblacional	Resistencia muestral	desviación	Estadístico	P_valor	Significancia	conclusión
1050	111,168	111,212	0,0576	-2,02106003	0,08976851	0,05	Cumple
1060	111,168	111,195	0,0556	-1,28480729	0,24622839	0,05	Cumple
1070	111,129	111,178	0,0527	-2,45999648	0,0491197	0,05	No cumple
1080	111,129	111,165	0,0485	-1,96385664	0,09717424	0,05	Cumple
1090	111,129	111,148	0,0481	-1,04509927	0,33624235	0,05	Cumple
1100	111,129	111,134	0,0479	-0,27617446	0,79168029	0,05	Cumple
1110	111,09	111,121	0,0467	-1,75628031	0,1295602	0,05	Cumple
1120	111,09	111,107	0,0485	-0,92737675	0,38951236	0,05	Cumple
1130	111,09	111,09	0,0458	0	1	0,05	Cumple
1140	111,051	111,082	0,0449	-1,82668799	0,11752624	0,05	Cumple
1150	111,051	111,075	0,0475	-1,33680066	0,22974146	0,05	Cumple
1160	111,013	111,06	0,0416	-2,98919018	0,02434567	0,05	No cumple
1170	111,013	111,042	0,0449	-1,70883715	0,13834124	0,05	Cumple
1180	110,974	111,035	0,0457	-3,53152801	0,01234485	0,05	No cumple
1190	110,974	111,03	0,042	-3,52766841	0,01240271	0,05	No cumple
1200	110,935	111,018	0,0414	-5,30428403	0,00182234	0,05	No cumple
1210	110,935	111,01	0,0443	-4,47926294	0,0041957	0,05	No cumple
1220	110,896	110,998	0,0414	-6,51851772	0,0006217	0,05	No cumple
1230	110,896	110,992	0,0419	-6,06186458	0,00091393	0,05	No cumple
1240	110,858	110,982	0,0419	-7,82990841	0,00022919	0,05	No cumple
1250	110,858	110,977	0,0415	-7,58661219	0,00027279	0,05	No cumple

ANEXO C2. PRUEBA DE HIPÓTESIS DEL VALOR DE RESISTENCIA DE LA RTD PT100 TIPO I CUANDO SE MANEJA UN SISTEMA DE CONTROL ON-OFF (CONTINUACIÓN)

Tiempo	Resistencia poblacional	Resistencia muestral	desviación	Estadístico	P_valor	Significancia	conclusión
1260	110,858	110,962	0,0394	-6,98370904	0,00042887	0,05	No cumple
1270	110,858	110,96	0,0387	-6,97329803	0,00043235	0,05	No cumple
1280	110,819	110,95	0,0387	-8,95590237	0,00010823	0,05	No cumple
1290	110,819	110,947	0,0359	-9,43331944	8,0699E-05	0,05	No cumple
1300	110,819	110,938	0,0357	-8,81917104	0,00011802	0,05	No cumple
1310	110,819	110,931	0,0333	-8,89862303	0,00011221	0,05	No cumple
1320	110,819	110,93	0,0331	-8,87245908	0,00011408	0,05	No cumple
1330	110,819	110,922	0,0303	-8,99380809	0,00010568	0,05	No cumple
1340	110,819	110,912	0,0269	-9,14702126	9,6073E-05	0,05	No cumple
1350	110,819	110,911	0,0241	-10,0999635	5,4725E-05	0,05	No cumple
1360	110,819	110,91	0,0238	-10,116108	5,4228E-05	0,05	No cumple
1370	110,819	110,901	0,0211	-10,2820667	4,9414E-05	0,05	No cumple
1380	110,819	110,894	0,0171	-11,6041724	2,4654E-05	0,05	No cumple
1390	110,819	110,888	0,0167	-10,9315473	3,478E-05	0,05	No cumple
1400	110,819	110,882	0,0149	-11,1867337	3,0455E-05	0,05	No cumple
1410	110,78	110,884	0,0171	-16,0911191	3,6615E-06	0,05	No cumple
1420	110,78	110,874	0,0171	-14,5438961	6,6271E-06	0,05	No cumple
1430	110,78	110,874	0,0171	-14,5438961	6,6271E-06	0,05	No cumple
1440	110,741	110,862	0,0179	-17,8846876	1,9644E-06	0,05	No cumple
1450	110,741	110,862	0,0197	-16,2505537	3,4552E-06	0,05	No cumple
1460	110,741	110,86	0,0163	-19,3156077	1,2464E-06	0,05	No cumple

Tiempo	Resistencia poblacional	Resistencia muestral	desviación	Estadístico	P_valor	Significancia	conclusión
1470	110,741	110,86	0,0191	-16,4840003	3,177E-06	0,05	No cumple
1480	110,741	110,854	0,0171	-17,4836198	2,2457E-06	0,05	No cumple
1490	110,78	110,851	0,0177	-10,6129007	4,1219E-05	0,05	No cumple
1500	110,819	110,851	0,0195	-4,34174574	0,00486605	0,05	No cumple

ANEXO F. PROYECTO FINAL DE CONTROL ANALÓGICO

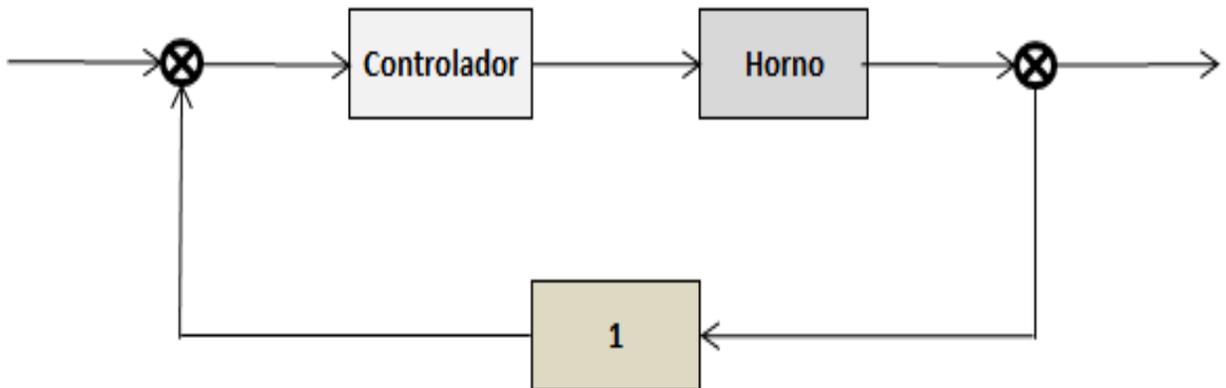
Orlando Federico González Casallas^{a12} y Victor Javier Moreno Velasco^{b13}

^aIngeniero Industrial. Estudiante Especialización en Control e Instrumentación Industrial.

^bIngeniero Electrónico. Estudiante Especialización en Control e Instrumentación Industrial.
Universidad Pontificia Bolivariana (Seccional Bucaramanga) Junio 2011.

Se dispone de un sistema de control referente a un horno comercial. La Figura 1 presenta el diagrama de bloques del sistema de control en lazo cerrado. La Banda Proporcional se ha ajustado al 100%, el tiempo derivativo se fijó en cero y el tiempo integral en su máximo valor posible.

Figura 1. Diagrama de Bloques de un Horno comercial



Fuente: Elaboración Propia

El Horno tiene una alimentación de 120 volts, lo que permite que en un intervalo de tiempo se caliente la resistencia y se eleve la temperatura al interior del Horno. Se dispone de una RTD como sensor de medición de la temperatura en el sistema. Se realizaron dos experimentos donde se tomó el nivel de temperatura cada cinco segundos. Con esta información se procede con el diseño de dos modelos matemáticos para el anterior sistema de control.

Control de la Temperatura del Sistema (Experimento 1)

Se realizó la conexión del sistema de control y se consideró que: $BP = 100\%$, $T_i = \infty$ y $T_d = 0$. Se tomó registro de la temperatura del sistema hasta el momento en que se apaga el resistor. La Tabla 1, presenta los registros de la temperatura cada cinco segundos. Con base en la información de la Tabla 1, se procedió con la construcción de la función de transferencia del sistema en lazo abierto.

¹² e-mail: orlando.gonzalez@upb.edu.co

¹³ e-mail: vitjam@hotmail.com

Tabla 1. Registro de la temperatura del horno con una entrada de 120 Volts (sistema en lazo abierto)

Observación	Tiempo (seg)	Temperatura (°C)	Observación	Tiempo (seg)	Temperatura (°C)
1	0	26,6	26	125	40,7
2	5	26,6	27	130	42
3	10	26,6	28	135	43,4
4	15	26,6	29	140	44,7
5	20	26,6	30	145	46,3
6	25	26,7	31	150	47,9
7	30	26,7	32	155	49,5
8	35	26,8	33	160	51
9	40	27	34	165	52,9
10	45	27,2	35	170	54,5
11	50	27,5	36	175	56,1
12	55	27,8	37	180	57,3
13	60	28,2	38	185	59,4
14	65	28,7	39	190	61
15	70	29,3	40	195	62,9
16	75	30	41	200	64,7
17	80	30,7	42	205	66,5
18	85	31,6	43	210	68,3
19	90	32,5	44	215	70,1
20	95	33,5	45	220	72,2
21	100	34,5	46	225	73,8
22	105	35,7	47	230	75,7
23	110	36,7	48	235	77,4
24	115	38,1	49	240	79,4
25	120	39,3	50	245	81,2

Fuente: Elaboración Propia

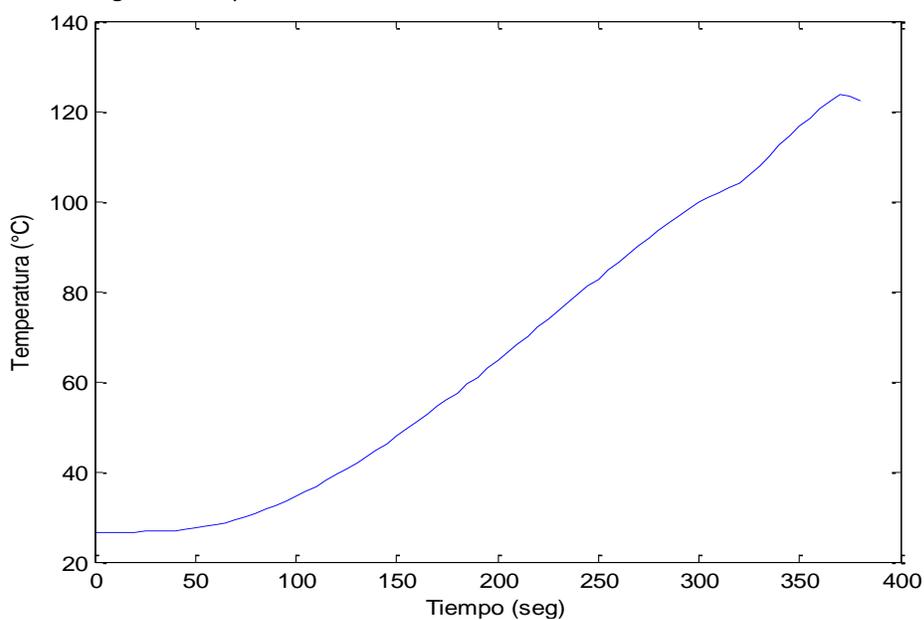
Tabla 1. Registro de la temperatura del horno con una entrada de 120 Volts (sistema en lazo abierto)
(continuación)

Observación	Tiempo (seg)	Temperatura (°C)	Observación	Tiempo (seg)	Temperatura (°C)
51	250	82,8	65	320	104,1
52	255	84,6	66	325	105,9
53	260	86,4	67	330	108
54	265	88,2	68	335	110,1
55	270	90	69	340	112,6
56	275	91,7	70	345	114,7
57	280	93,4	71	350	116,7
58	285	95,4	72	355	118,4
59	290	96,6	73	360	120,6
60	295	98,4	74	365	122,4
61	300	99,8	75	370	123,6
62	305	100,9	76	375	123,2
63	310	101,8	77	380	122,3
64	315	103			

Fuente: Elaboración Propia

Se introduce la información en el programa Matlab 7.6.0 (R2008a) y se obtiene la Figura 2, la cual presenta el comportamiento de la respuesta transitoria del sistema de control en lazo abierto.

Figura 2. Respuesta transitoria del sistema de control en lazo abierto



Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

En la Tabla 1 y la Figura 2 se observa que durante los primeros 35 segundos, el sistema se mantiene a una temperatura ambiente (26,6 °C). Lo anterior indica que el sistema trabaja con un retardo de 35 segundos. Después del retardo el proceso térmico hace que el calor inducido a la resistencia transfiera energía térmica dentro del horno.

Sea:

$T_{inicial}$: Temperatura inicial en el horno

T_{final} : Temperatura final en el horno

ΔT : Diferencial de temperatura

$G(s)$: Ganancia del sistema de control (función de transferencia en el dominio de la frecuencia)

ΔU : Diferencial de voltaje (120 volts)

t_r : Tiempo de subida

a : Frecuencia de un sistema de control de primer orden

VP : Variable del proceso (en este caso se considera como el voltaje que maneja la planta)

VC : Variable de control (en este caso se quiere controlar el nivel de la temperatura)

La temperatura inicial en el horno es de $T_{inicial}: 26,6\text{ }^{\circ}\text{C}$ una vez se prende el horno pasan 35 segundos hasta que la resistencia genera transferencia térmica al horno. Pasa un tiempo de 380 segundos y se obtiene una temperatura final en el horno de $T_{final}: 122,0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Por lo tanto, la diferencial de temperatura es $\Delta T = 95,4\text{ }^{\circ}\text{C}$. El horno trabaja con un voltaje $\Delta U = 120\text{ Volts}$. La expresión (1) se aplica a un sistema de control de primer orden con retardo.

$$G(s) = \frac{K e^{-ps}}{s + a} \quad (1)$$

Si $s = 0$; se deduce que $G(0) = \frac{VP}{VC} \frac{\Delta U}{\Delta T} = \frac{120}{95,4} = 1,2578$, entonces:

$$G(0) = \frac{K e^{-35(0)}}{0 + a} \quad \therefore \quad G(0) = \frac{K}{a} \quad \therefore \quad K = a G(0)$$

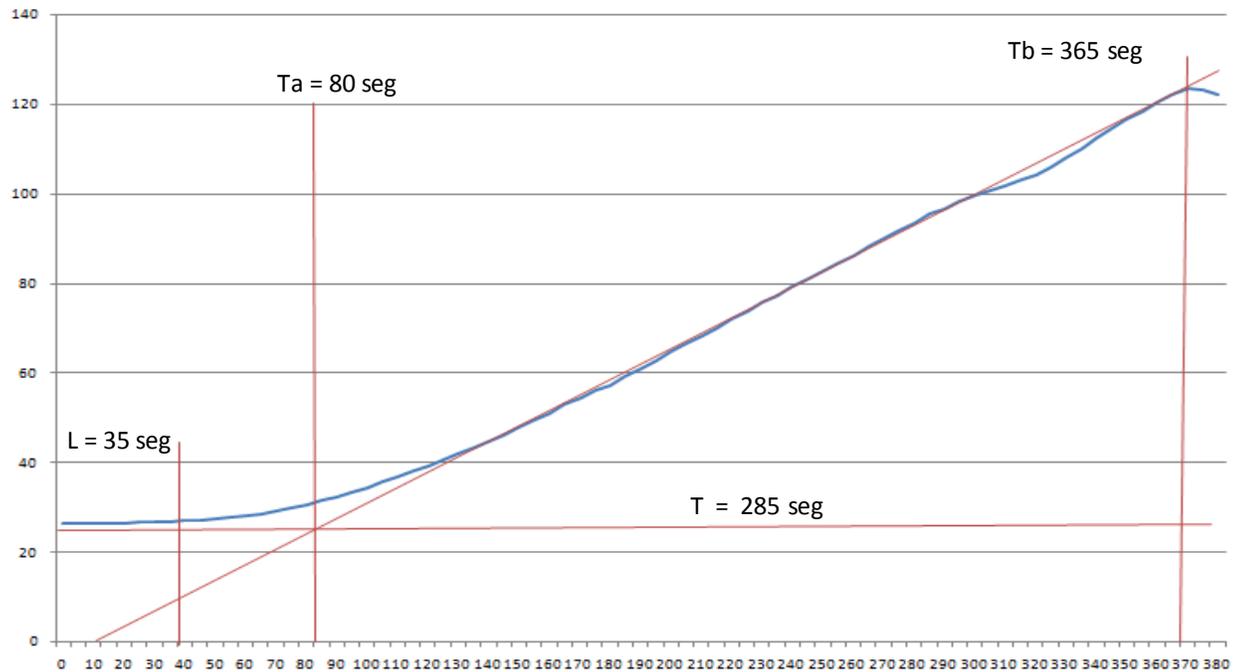
$$K = a (1,2578)$$

Con el propósito de conocer el valor de la constante K , se procede con el uso del método de Ziegler-Nichols para un sistema de control en lazo abierto. Suponer que:

$$a = \frac{1}{T}$$

Para conocer el valor de T y el tiempo de retardo L , analiza la gráfica del sistema de control en lazo abierto, tal como se presenta en la Figura 3.

Figura 3. Máxima pendiente del sistema de control para conocer el tiempo de subida y el tiempo de retardo



Fuente: Elaboración Propia

Como se puede observar en la Figura 3, el tiempo de retardo del sistema es aproximadamente de 35 segundos y el tiempo de subida (longitud de la recta pendiente de crecimiento) es aproximadamente 285 segundos; por lo tanto:

$$K = a \left(\frac{\Delta U}{\Delta T} \right) = \left(\frac{1}{T} \right) \left(\frac{\Delta U}{\Delta T} \right) \therefore K = \left(\frac{1}{285} \right) \left(\frac{120}{95,4} \right)$$

$$K = 0,00413$$

El modelo matemático de la planta se muestra en (2)

$$G(S) = \frac{(0,00413)e^{-35 S}}{(S + 0,00351)} \quad (2)$$

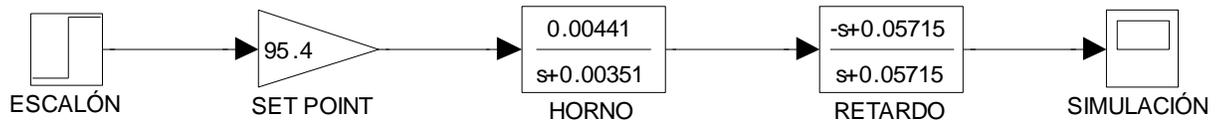
Aproximación polinomial de primero orden del tiempo de retardo

Una aproximación polinomial de grado uno para el tiempo de retardo se presenta en (3)

$$e^{-35 S} \approx \left[\frac{\frac{2}{35} - S}{S + \frac{2}{35}} \right] = \left[\frac{0,05715 - S}{S + 0,05715} \right] \quad (3)$$

Con base en lo anterior, se procede con la simulación del sistema a través de la herramienta *simulink* de Matlab. En la Figura 4, se presenta la representación gráfica del sistema de control en lazo abierto en *simulink*.

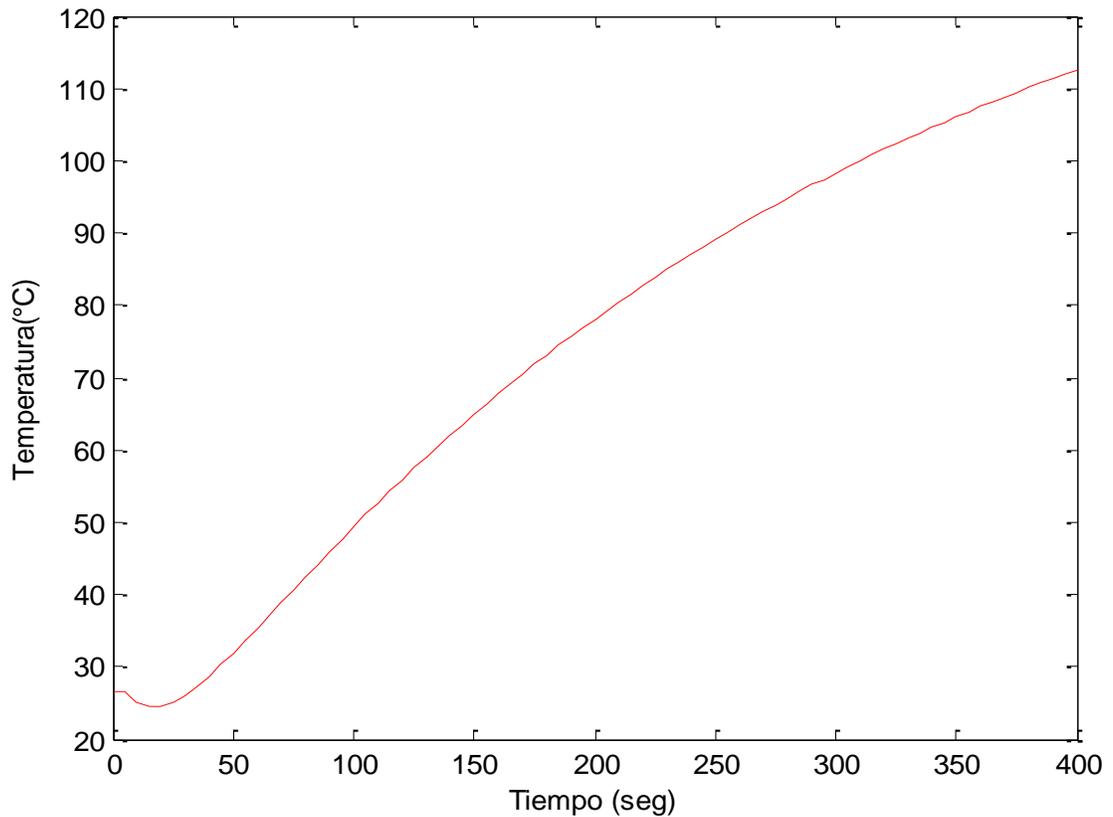
Figura 4. Grafo de Simulación del sistema de control en lazo abierto en *simulink*



Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

El resultado de la simulación se presenta en la Figura 5.

Figura 5. Simulación del sistema de control en lazo abierto realizada en *simulink*

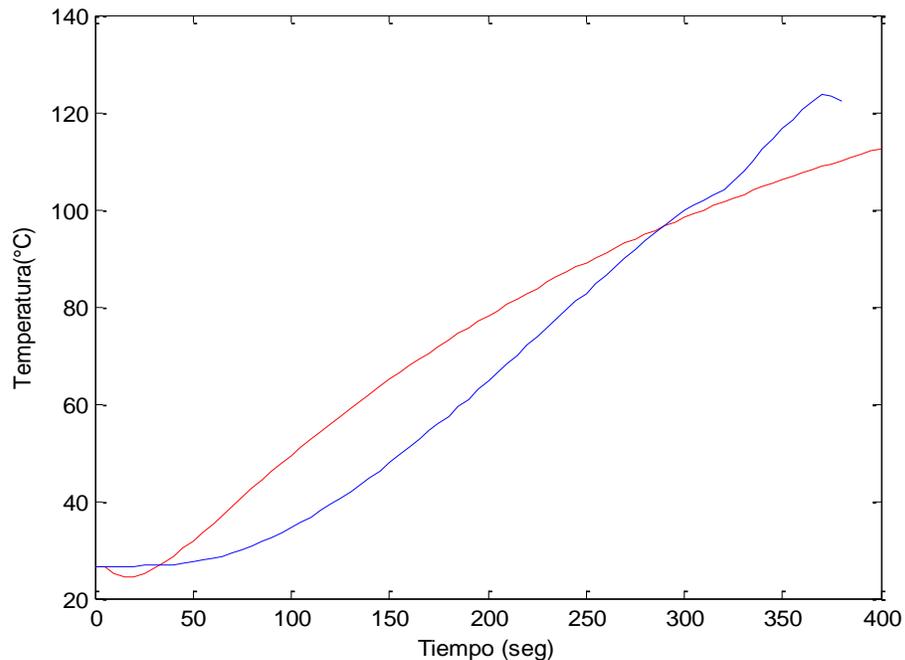


Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

Si se superponen los datos reales obtenidos del horno y se comparan con la simulación del sistema de control a través del modelo propuesto, se deduce que el modelo matemático presenta una respuesta transitoria más lenta con respecto al comportamiento real del sistema, obteniendo su valor final (122 °C) en un tiempo superior a 6 minutos. Ver Figura 6.

En vista de lo anterior, se debe proponer un controlador industrial que permita obtener la respuesta transitoria del sistema (122 °C) en un menor tiempo; así como ofrecer estabilidad en la planta con respecto a dicha temperatura. En este proyecto, se propondrá el diseño de un controlador a través del Método Ziegler-Nichols cuando se analiza un sistema de control en lazo abierto.

Figura 6. Comparación entre el modelo matemático propuesto del sistema y los datos reales del sistema



Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

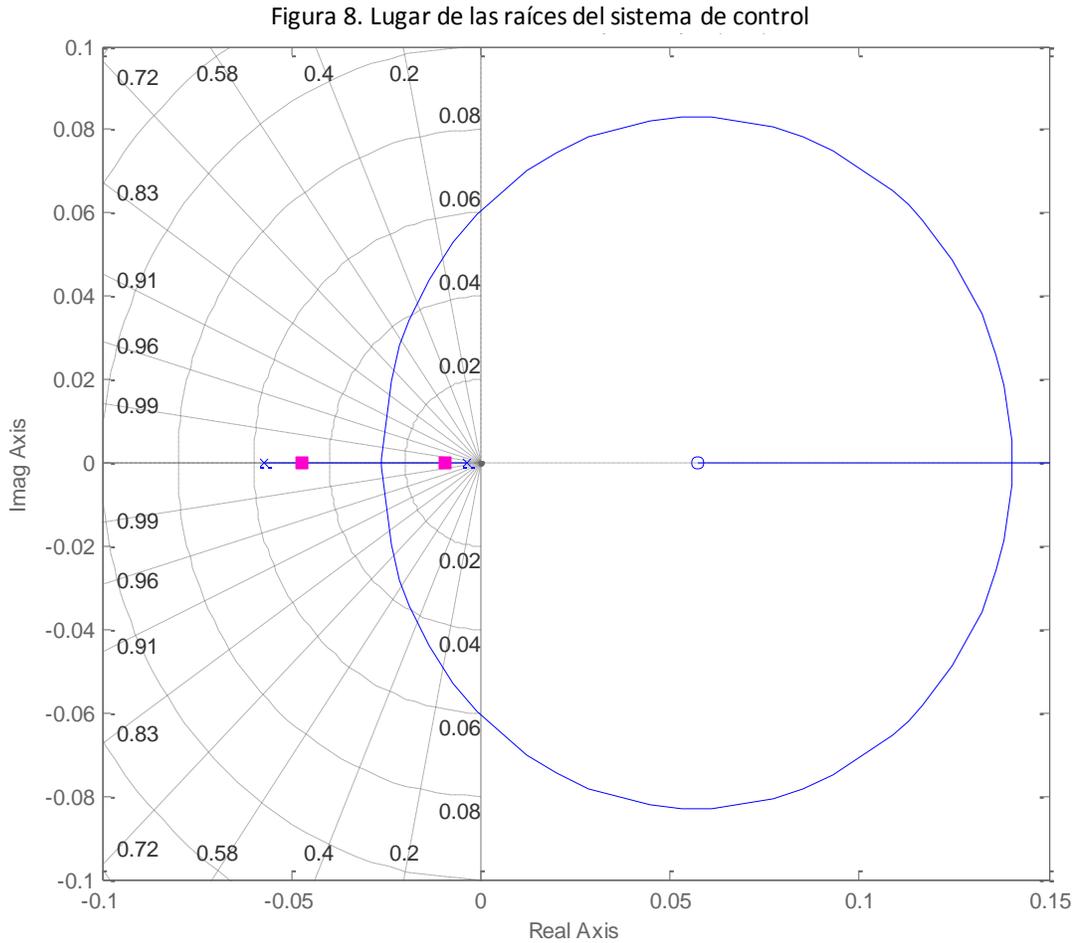
Considerando el modelo matemático con una aproximación polinomial de primer orden del tiempo de retardo, se procede con el diseño del controlador mediante la herramienta *sisotool* de Matlab. La Figura 7 muestra los datos ingresados en el editor de Matlab.

Figura 7. Datos ingresados al editor de Matlab

```
1 num = [ 0 0.00413 ];
2 den = [ 1 0.00351 ];
3 X = tf(num,den);
4 X.ioDelay = 35;
5 X1 = pade(X,1);
6 sisotool(X1);
```

Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

Una vez ingresada la información, se obtiene el diagrama del lugar de las raíces donde se evidencian los polos reales del sistema en lazo abierto y la trayectoria de los polos complejos cuando el sistema de control se analiza en lazo cerrado. Nótese que al agregar el polinomio de primer orden del tiempo de retardo se genera un zero en el eje positivo, lo que limita la trayectoria en el eje complejo. Ver Figura 8.



➤ **Controlador proporcional para la temperatura del horno**

Al considerar el método Ziegler-Nichols para sintonizar un controlador proporcional en un sistema de control en lazo abierto, se procede con la expresión (4).

$$K_p = \frac{1}{a} = \frac{1}{\left(\frac{L}{T}\right) \left(\frac{\Delta U}{\Delta T}\right)} \quad \therefore K_p = \left(\frac{T}{L}\right) \left(\frac{\Delta T}{\Delta U}\right) \quad (4)$$

Se sabe que:

$L = 35$ segundos

$T = 285$ segundos

$\Delta T = 95,4$ °C

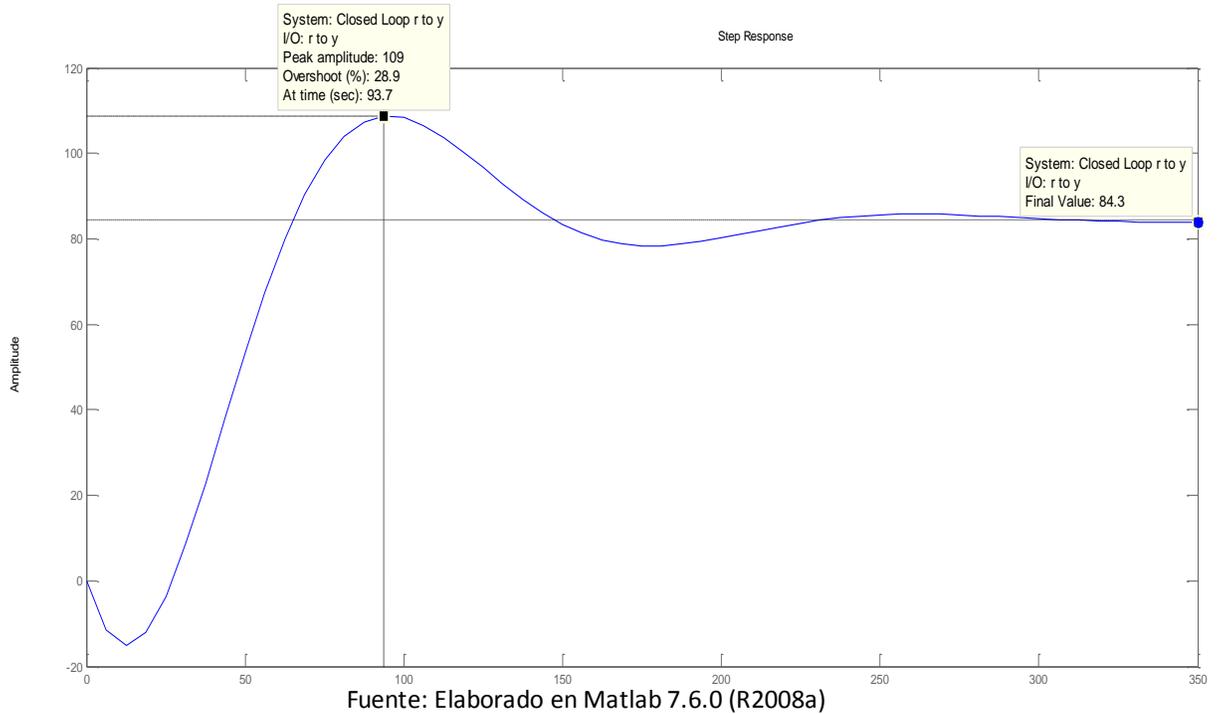
$\Delta U = 120$ Volts

Reemplazando valores en la expresión del controlador proporcional, se obtiene:

$$K_P = \left(\frac{285}{35}\right)\left(\frac{95,4}{120}\right) \therefore K_P = 6.4735$$

Implementado el controlador proporcional en la herramienta sisotool de Matlab, se obtiene la siguiente respuesta transitoria en lazo cerrado. Ver Figura 9.

Figura 9. Respuesta transitoria del sistema de control en lazo cerrado cuando se implementa un controlador proporcional



Como se puede observar en la Figura 9, cuando se aplica un controlador proporcional en el sistema de control de lazo cerrado se obtiene una respuesta transitoria por debajo del valor final. Utilizando la herramienta sisotool de Matlab, se obtiene la simulación del proceso ajustado a la condición de temperatura ambiente. Ver Figura 10 y Figura 11.

Figura 10. Grafo de simulación del sistema en lazo cerrado cuando se implementa un controlador proporcional

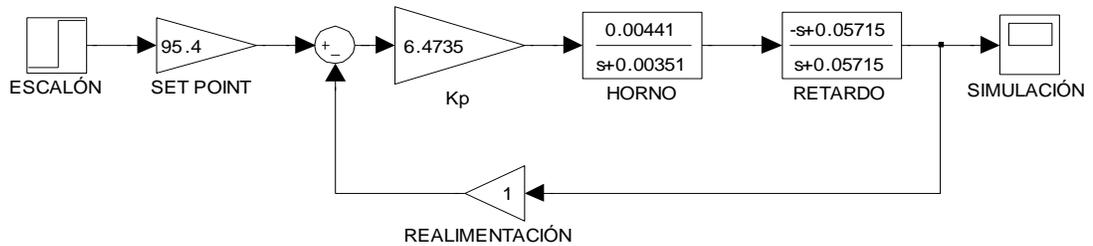
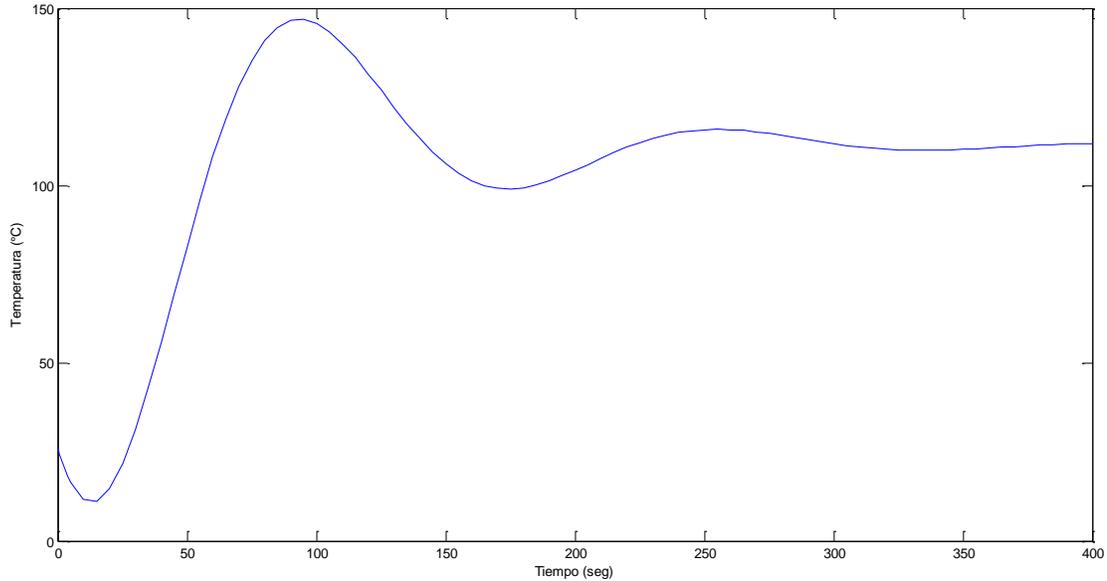


Figura 11. Respuesta transitoria del sistema de control en lazo cerrado con controlador proporcional ajustada a la condición de temperatura ambiente (26,6 °C)



Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

Con la implementación del controlador proporcional, se obtiene un valor final de 110,9 °C; luego se puede inferir que existe un error en estado estable ya que se desea una temperatura final de 122 °C en el horno. Se procede con la implementación de un controlador proporcional integral.

➤ **Controlador proporcional integral (PI) para la temperatura del horno**

Al considerar el método Ziegler-Nichols para sintonizar un controlador proporcional integral en un sistema de control en lazo abierto, se procede con la expresión (5) y (6).

$$K_P = 0.9 \left(\frac{1}{a} \right) = \frac{0.9}{\left(\frac{L}{T} \right) \left(\frac{\Delta U}{\Delta T} \right)} \quad \therefore \quad K_P = 0.9 \left(\frac{T}{L} \right) \left(\frac{\Delta T}{\Delta U} \right) \quad (5)$$

$$K_P = 0.9 \left(\frac{285}{35} \right) \left(\frac{95,4}{120} \right) \quad \therefore \quad K_P = 5,82$$

$$T_i = 3L \quad (6)$$

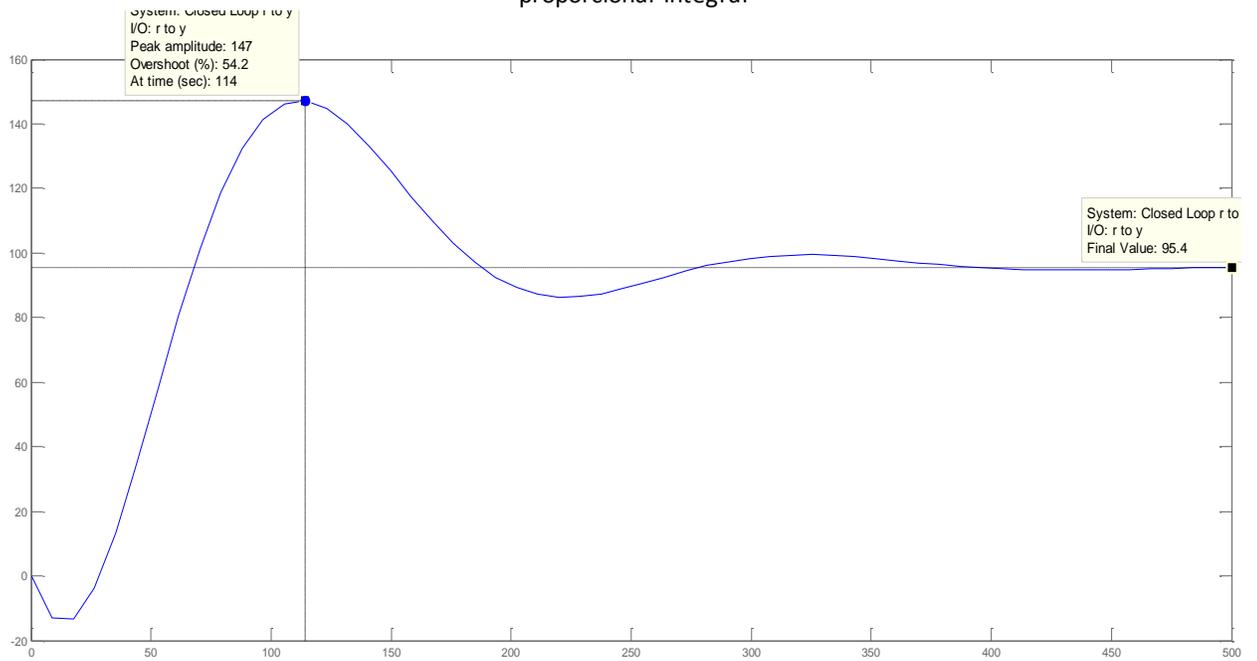
$$T_i = 3(35 \text{ segundos}) \quad \therefore \quad T_i = 105 \text{ segundos}$$

Por lo tanto, el controlador proporcional integral para el horno es:

$$K_{PI} = K_P \frac{\left(S + \frac{1}{T_i} \right)}{S} \quad \therefore \quad K_{PI} = (5,82) \left[\frac{S + 0,00952}{S} \right]$$

Implementando el controlador proporcional integral en la herramienta sisotool de Matlab, se obtiene la siguiente respuesta transitoria en lazo cerrado. Ver Figura 12.

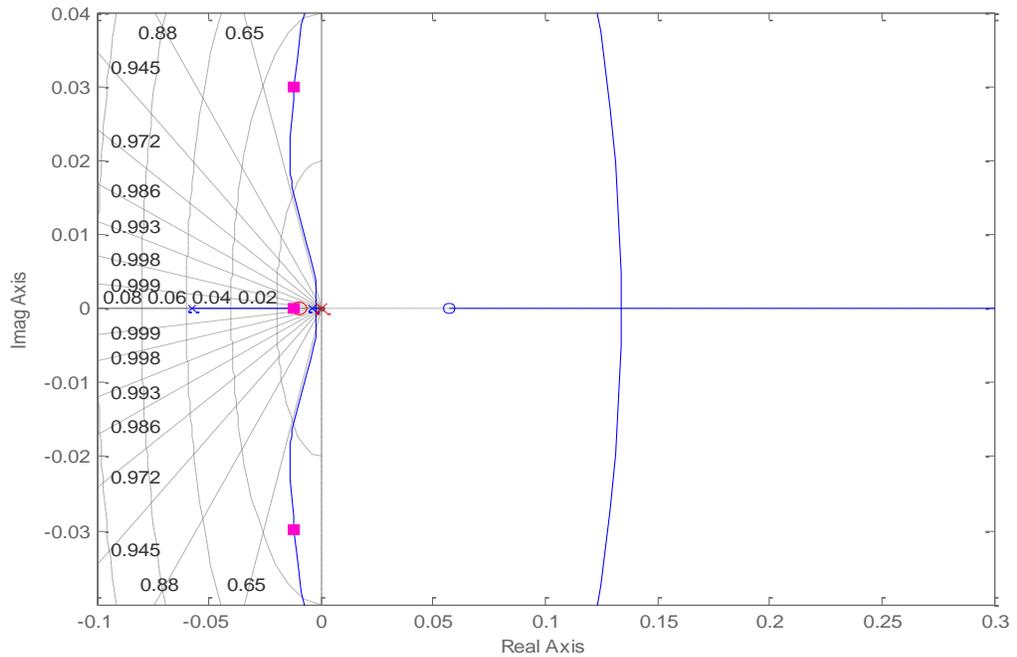
Figura 12. Respuesta transitoria del sistema en lazo cerrado cuando se implementa un controlador proporcional integral



Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

El lugar de las raíces cuando se implementa el controlador proporcional integral, se presenta en la Figura13.

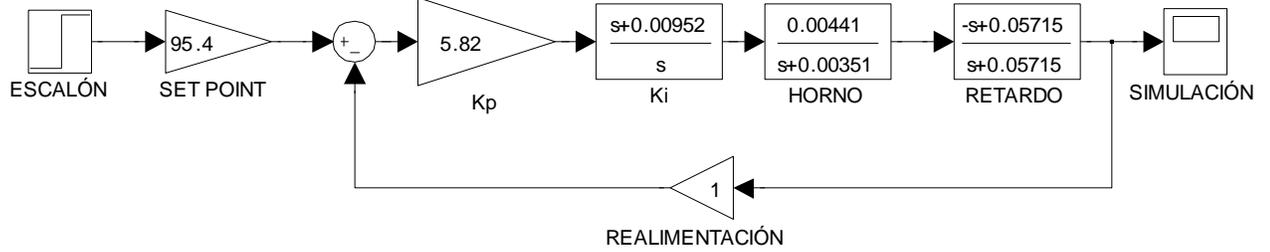
Figura 13. Lugar de las raíces del sistema de control cuando se implementa el controlador proporcional integral



Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

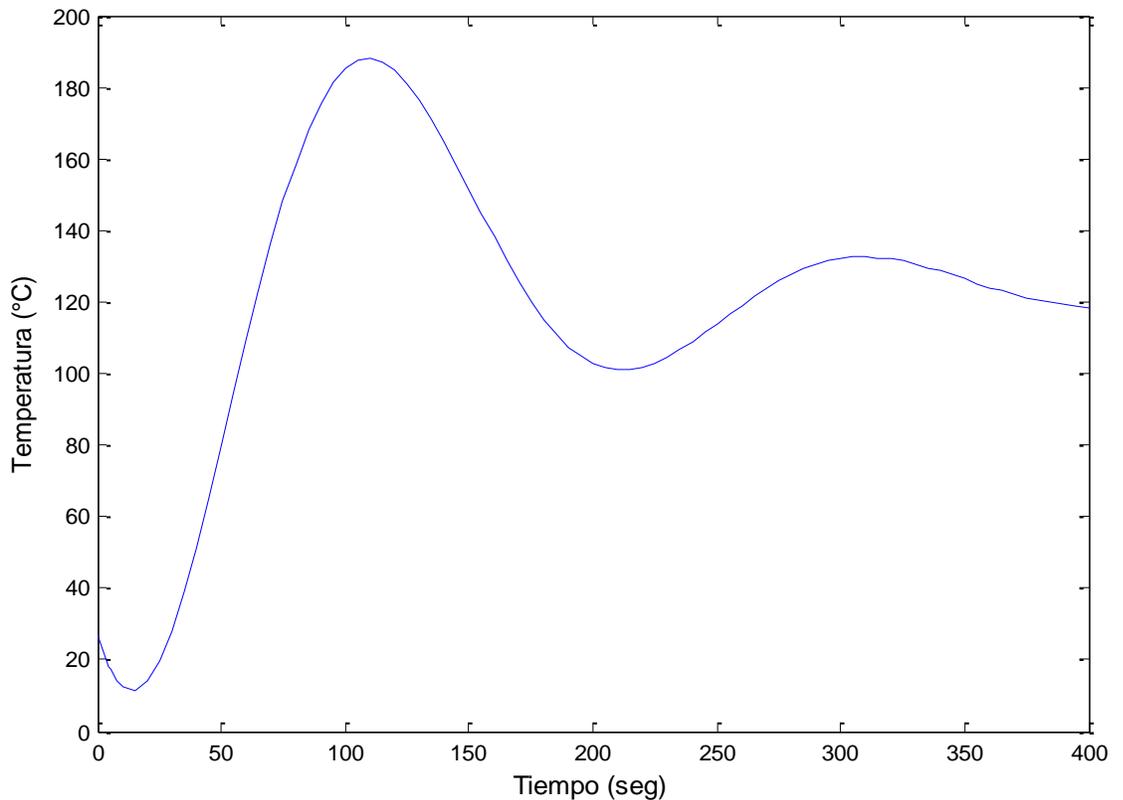
Como se puede observar en la Figura 12, cuando se aplica un controlador proporcional integral en el sistema de control de lazo cerrado, la respuesta transitoria del sistema llega a su valor final, pero el tiempo de establecimiento se hace mayor. Utilizando la herramienta sisotool de Matlab, se obtiene la simulación del proceso ajustado a la condición de temperatura ambiente. Ver Figura 14 y Figura 15.

Figura 14. Grafo de simulación del sistema de control cuando se aplica un controlador proporcional integral



Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

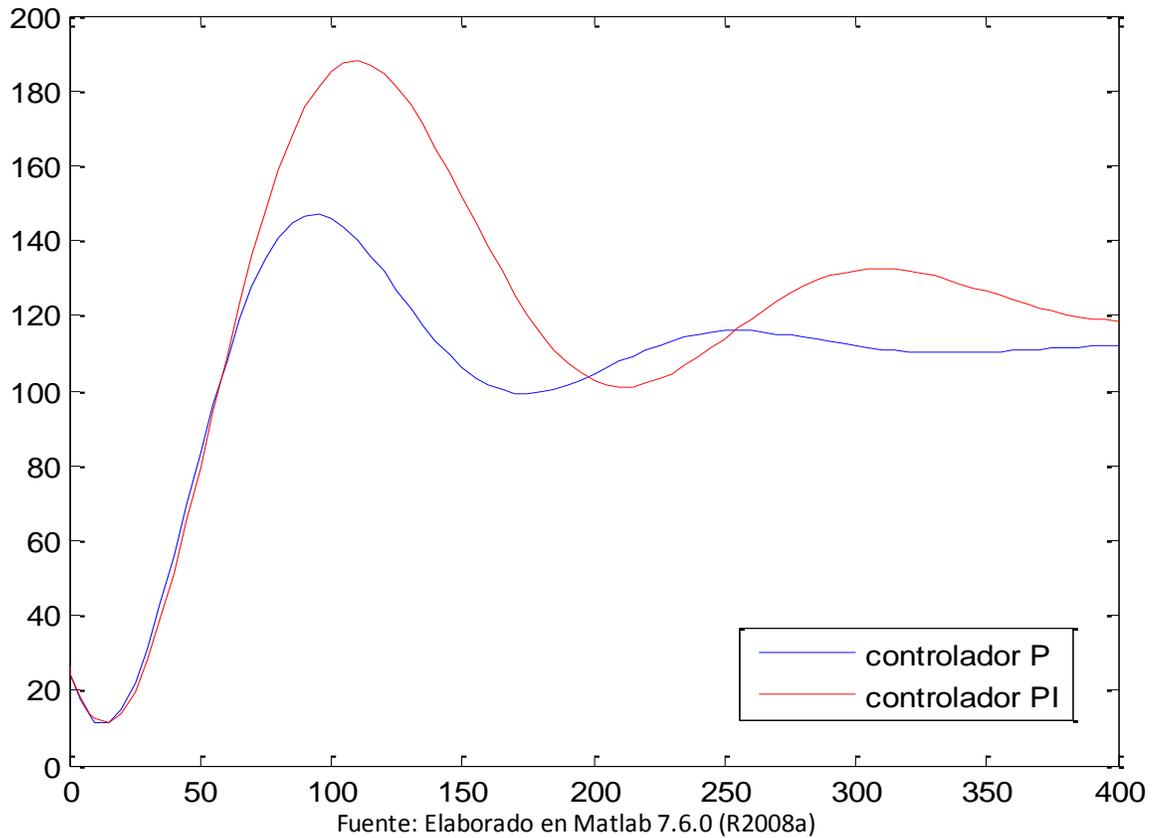
Figura 15. Respuesta transitoria del sistema de control cuando se implementa un controlador proporcional integral ajustada a la condición de temperatura ambiente (26,6 °C)



Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

El comportamiento de la respuesta del sistema con el controlador proporcional y el controlador proporcional integral, se presenta en la Figura 16.

Figura 16. Comparación de la respuesta transitoria del sistema cuando se implementa un controlador proporcional y un controlador proporcional integral



Si se desea menor tiempo para llegar a la estabilidad (temperatura final de 122 °C), se puede implementar el controlador proporcional integral pero con el problema de tener un sobrepaso aproximado de 50%. Ahora bien, si se desea controlar el sobrepaso de la temperatura con respecto al set_point (122 °C), se puede proponer un controlador proporcional integral derivativo.

➤ **Controlador proporcional integral derivativo (PID) para la temperatura del horno**

Al considerar el método Ziegler-Nichols para sintonizar un controlador proporcional integral derivativo en un sistema de control en lazo abierto, se procede con la expresión (7), (8) y (9).

$$K_p = 1.2 \left(\frac{1}{a} \right) = \frac{1.2}{\left(\frac{L}{T} \right) \left(\frac{\Delta U}{\Delta T} \right)} \quad \therefore \quad K_p = 1.2 \left(\frac{T}{L} \right) \left(\frac{\Delta T}{\Delta U} \right) \quad (7)$$

$$K_p = 1.2 \left(\frac{285}{35} \right) \left(\frac{95,4}{120} \right) \quad \therefore \quad K_p = 7,7682$$

$$T_i = 2L \quad (8)$$

$$T_i = 2(35 \text{ segundos}) \quad \therefore \quad T_i = 70 \text{ segundos}$$

$$T_d = 0.5 L \quad (9)$$

$$T_d = 0.5 (35 \text{ segundos}) \quad \therefore \quad T_d = 17,5 \text{ segundos}$$

Por lo tanto, el controlador proporcional integral derivativo para el horno es:

$$K_{PID} = K_P \left[\frac{\left(S + \frac{1}{T_i} \right)}{S} + T_d S \right] \quad \therefore K_{PID} = (7,7682) \left[\frac{S + 0,01428}{S} + 17,5 S \right]$$

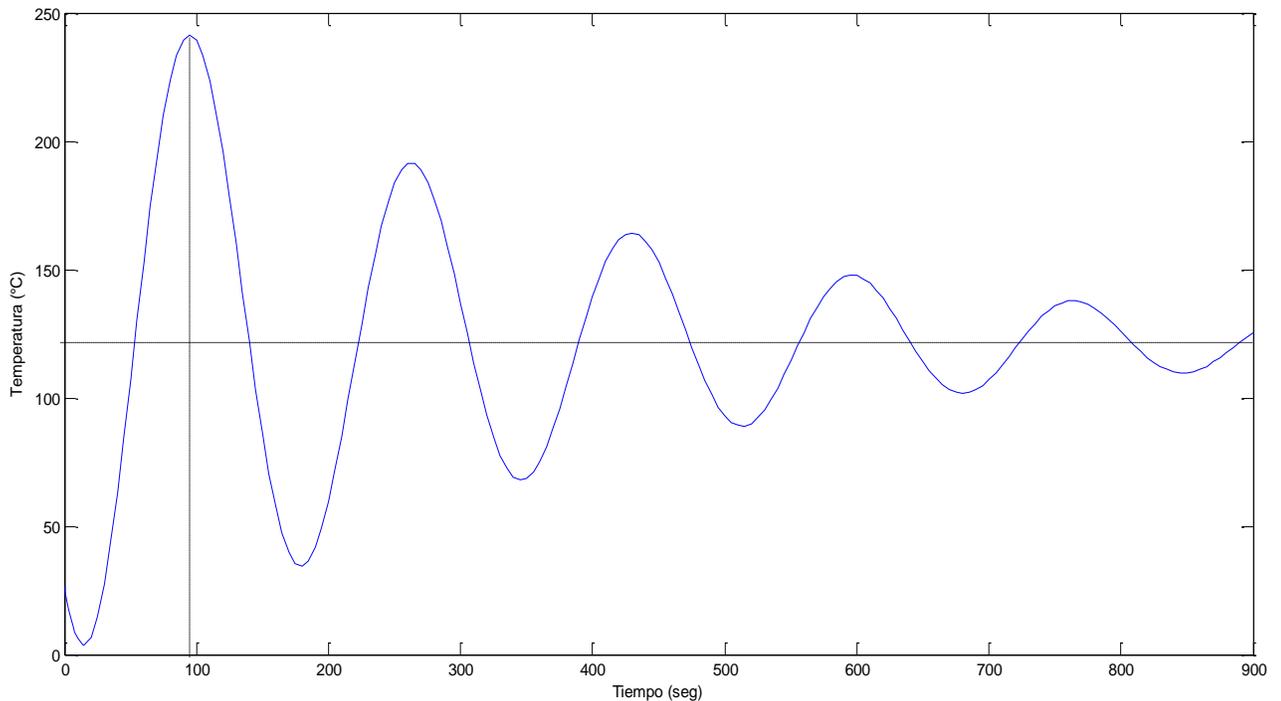
$$K_{PID} = (7,7682) \left[\frac{S + 0,01428 + 17,5 S^2}{S} \right]$$

$$K_{PID} = (7,7682) (17,5) \left[\frac{0,05714S + 0,0008 + S^2}{S} \right]$$

$$K_{PID} = (135,943) \left[\frac{(S + 0,02857)^2}{S} \right]$$

Implementando el controlador proporcional integral derivativo en la herramienta sisotool de Matlab, se obtiene la siguiente respuesta transitoria en lazo cerrado. Ver Figura 17.

Figura 17. Respuesta transitoria del sistema en lazo cerrado cuando se implementa un controlador proporcional integral derivativo ajustada a la condición de temperatura inicial (26,6 °C)



Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

El controlador proporcional integral derivativo propuesto por Ziegler-Nichols permite obtener cero error en régimen permanente y obtener estabilidad en un tiempo considerable, pero al analizar el sistema, se obtiene un punto de sobresalto muy grande; esto en la realidad significa que al generar una aceleración en el encendido de las resistencias térmicas genera un cambio de temperatura muy brusco, generando un incremento de calor mayor a lo que se desea obtener. En vista de lo anterior, se analiza el ajuste de la parte proporcional del controlador PID.

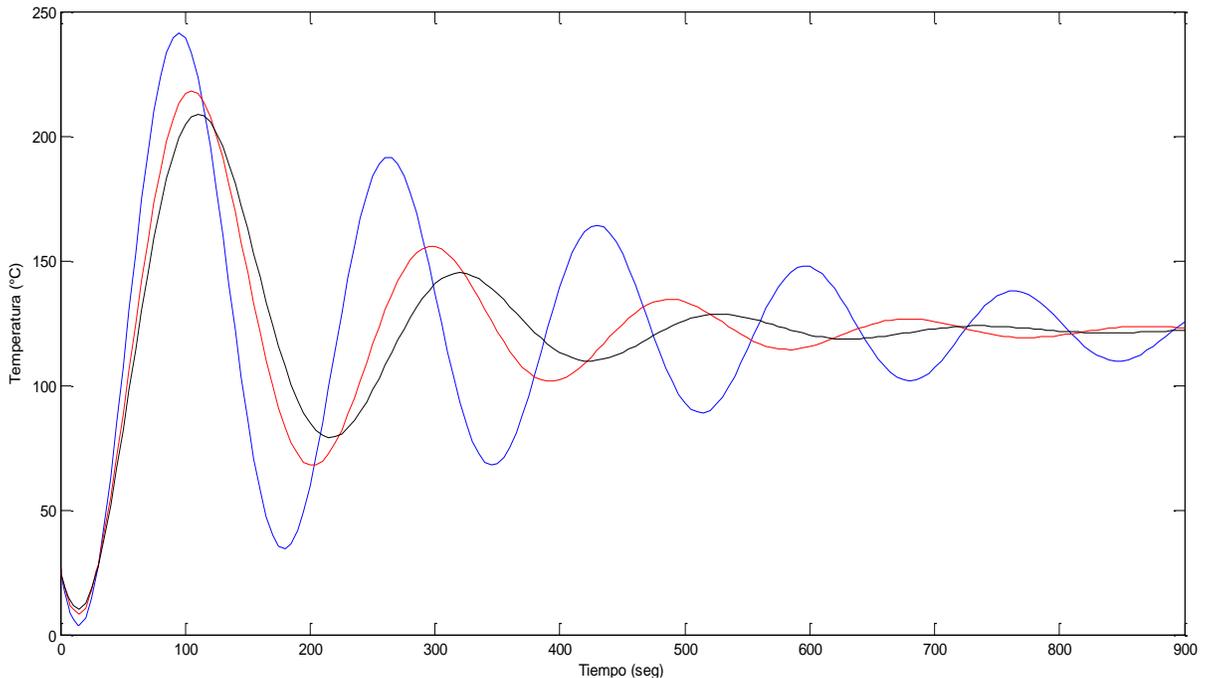
Una idea intuitiva para el ajuste proporcional del controlador PID, es utilizar los ajustes proporcionales de los controladores P y PI en el diseño del controlador PID. Lo anterior permite obtener tres escenarios posibles, tal como se presenta en la Tabla 2.

Tabla 2. Tres opciones de controlador PID, realizando ajustes en el factor proporcional

Controlador PID	Expresión	Factor Proporcional	Tiempo Integral	Tiempo Derivativo
Opción 1	$(135,9435) \left[\frac{(S + 0,02857)^2}{S} \right]$	$K_p = 7,7682$	$T_I = 0,01428$	$T_D = 17,5$
Opción 2	$(113,2863) \left[\frac{(S + 0,02857)^2}{S} \right]$	$K_p = 6,4735$		
Opción 3	$(101,85) \left[\frac{(S + 0,02857)^2}{S} \right]$	$K_p = 5,82$		

Fuente: Elaboración propia

Figura 18. Respuesta transitoria del sistema de control de las tres opciones de controlador PID ajustada a la condición de temperatura inicial (26,6 °C)



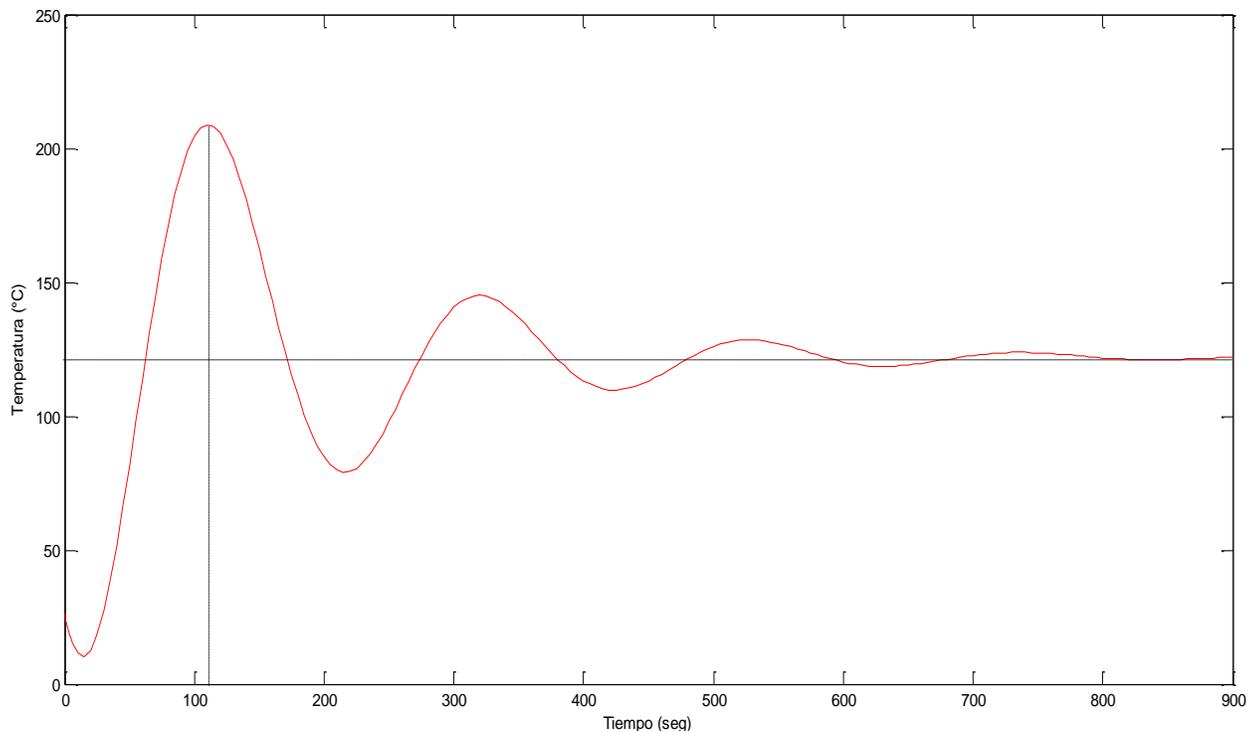
Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

La Figura 18, presenta la respuesta transitoria de las tres opciones de controlador PID. El color azul indica la opción 1, el color rojo indica la opción 2 y el color negro indica la opción 3. Como se puede observar en la Figura 18, la opción 1 presenta un tiempo de subida menor con respecto a las otras dos opciones pero obtiene un porcentaje de sobrealto mayor, lo que hace que el sistema presente mayor oscilación con respecto a las otras opciones. La opción 2 y 3 tiene un tiempo de subida similar, pero la opción 3 genera un menor porcentaje de sobrepaso así como genera oscilaciones menos pronunciadas.

Con base en el análisis anterior, se considera que la mejor opción (controlador PID) para el horno es la opción 3. Ver Figura 19.

$$K_{PID} = \left[5,82 + \frac{0,08314}{s} + 101,85 \right] = (5,82) \left[1 + \frac{0,01428}{s} + 17,5 \right]$$

Figura 19. Respuesta transitoria del sistema de control con un controlador PID con factor proporcional de 5,82 ajustada a la condición de temperatura inicial (26,6 °C)



Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

Como se puede observar en la Figura 19, la respuesta transitoria presenta menor oscilación pero se genera un porcentaje de sobrealto cerca del 68 %. En vista de lo anterior, se puede inferir que el tiempo derivativo y el tiempo integral deben ser ajustados, manteniendo el factor proporcional en 5.0596.

Se considera el siguiente procedimiento:

- Mantener el factor proporcional y aumentar de manera proporcional el tiempo integral y tiempo derivativo para alcanzar un porcentaje de sobrepaso inferior al 20% (valor objetivo del ajuste).

$$T_i = \alpha [2 L] \quad \wedge \quad T_d = \alpha [0.5 L]$$

Donde alfa (α) representa un valor proporcional para el tiempo derivativo e integral. Nótese que para el caso en que $\alpha = 1$, se obtiene los valores definidos en el método de Ziegler-Nichols. La Tabla 3, presenta la información de los valores de alfa y el valor del tiempo integral y derivativo.

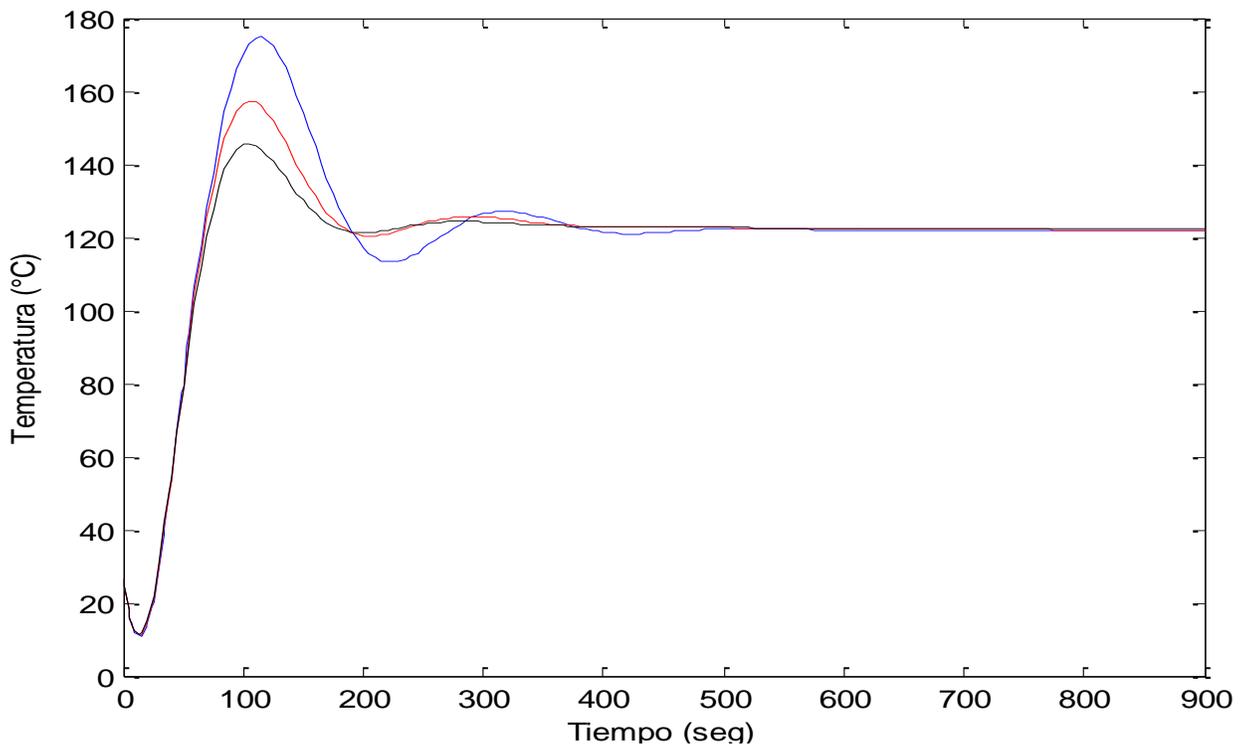
Tabla 3. Ajuste del tiempo integral y derivativo en el controlador

Caso	Alfa	Tiempo integral	Tiempo derivativo
1	1,5	105	26,25
2	2,5	175	43,75
3	3,5	245	61,25

Fuente: Elaboración Propia

Aplicando estos tiempos en el controlador del sistema de control, se obtiene la Figura 20.

Figura 20. Respuesta transitoria del sistema de control cuando se incrementa proporcionalmente el tiempo integral y tiempo derivativo, y se mantiene constante el factor proporcional



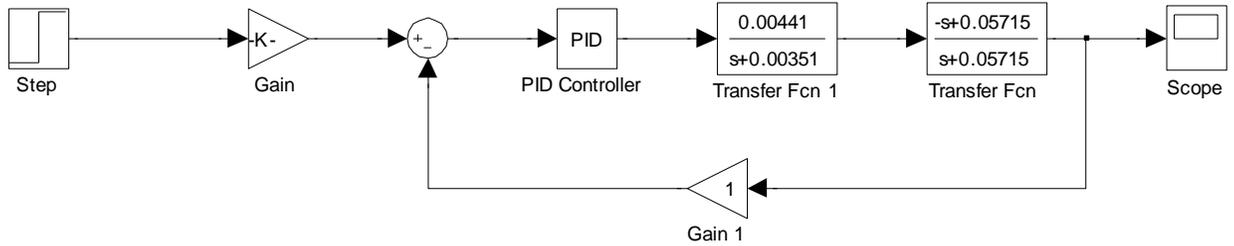
Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

La Figura 20 presenta el comportamiento de los tres ajustes (caso 1 “azul”, caso 2 “rojo” y caso 3 “negro”). Se observa que se mantiene el mismo tiempo de subida y se logra minimizar el porcentaje de sobrepaso en el sistema. La mejor solución para el diseño del controlador PID del horno es manejar un tiempo integral de 245 segundos, un tiempo derivativo de 61,25 segundos y una banda proporcional de 17,18 %.

$$K_{PID} = (5,82) \left[1 + \frac{1}{245 S} + 61,25 S \right] \therefore BP = 17,18 \%, \quad T_i = 245 \text{ seg}, \\ T_d = 61,25 \text{ seg}$$

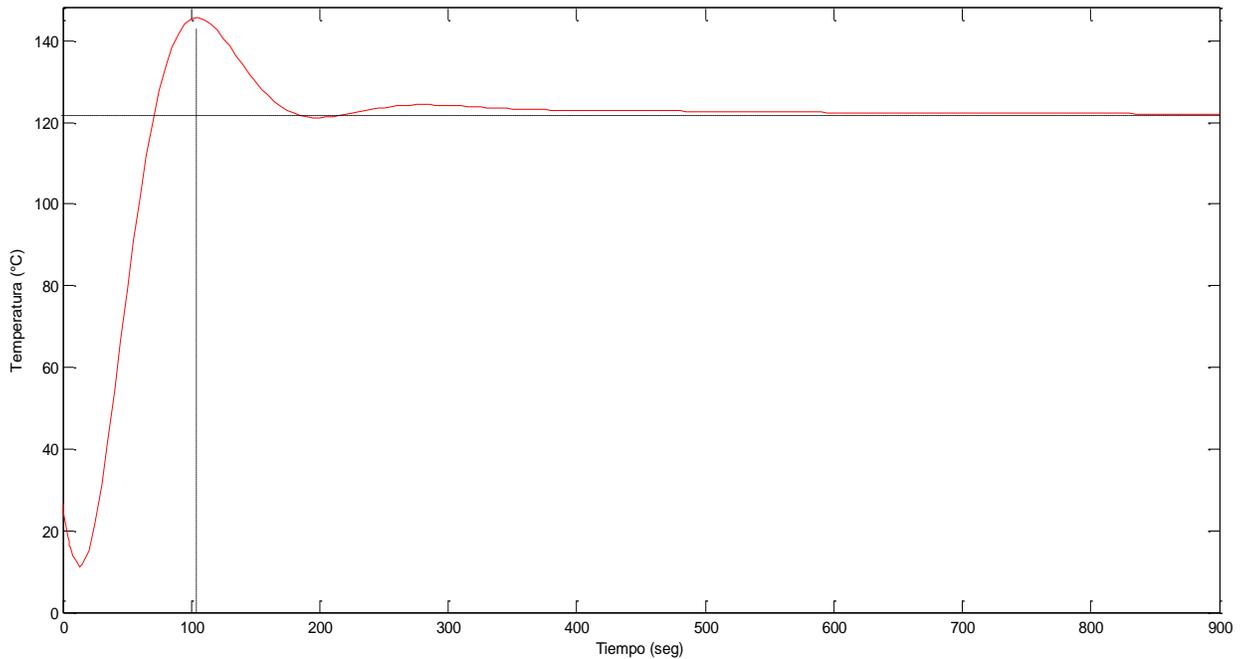
La simulación del proceso se realizó en simulink de Matlab. La Figura 21 presenta el grafo de simulación y la Figura 22, muestra la respuesta transitoria del sistema.

Figura 21. Grafo de simulación del sistema de control en lazo cerrado con el controlador PID propuesto



Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

Figura 22. Respuesta transitoria del sistema de control en lazo cerrado con el controlador PID propuesto



Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

Control de la Temperatura del Sistema (Experimento 2)

Se consideró que: $BP = 100\%$, $T_i = \infty$ y $T_d = 0$. Se tomó registro de la temperatura del sistema hasta el momento en que se apaga el resistor. La Tabla 4, presenta los registros de la temperatura cada cinco segundos. Con base en la información de la Tabla 4, se procedió con la construcción de la función de transferencia del sistema en lazo abierto.

Tabla 4. Registro de la temperatura del horno del sistema para el segundo experimento

Observación	Tiempo (seg)	Temperatura (°C)	Observación	Tiempo (seg)	Temperatura (°C)
1	0	26,4	26	125	41,3
2	5	26,4	27	130	42,7
3	10	26,4	28	135	44,4
4	15	26,4	29	140	45,9
5	20	26,4	30	145	47,3
6	25	26,5	31	150	49
7	30	26,5	32	155	50,5
8	35	26,6	33	160	52,3
9	40	26,7	34	165	54
10	45	27	35	170	55,7
11	50	27,3	36	175	57,5
12	55	27,6	37	180	59,3
13	60	28,2	38	185	61,1
14	65	28,7	39	190	63,1
15	70	29,4	40	195	65
16	75	30	41	200	66,8
17	80	30,8	42	205	68,8
18	85	31,8	43	210	70,5
19	90	32,7	44	215	72,4
20	95	33,8	45	220	74,4
21	100	34,9	46	225	76,2
22	105	35,9	47	230	77,9
23	110	37	48	235	80,1
24	115	38,5	49	240	82
25	120	39,9	50	245	84

Fuente: Elaboración Propia

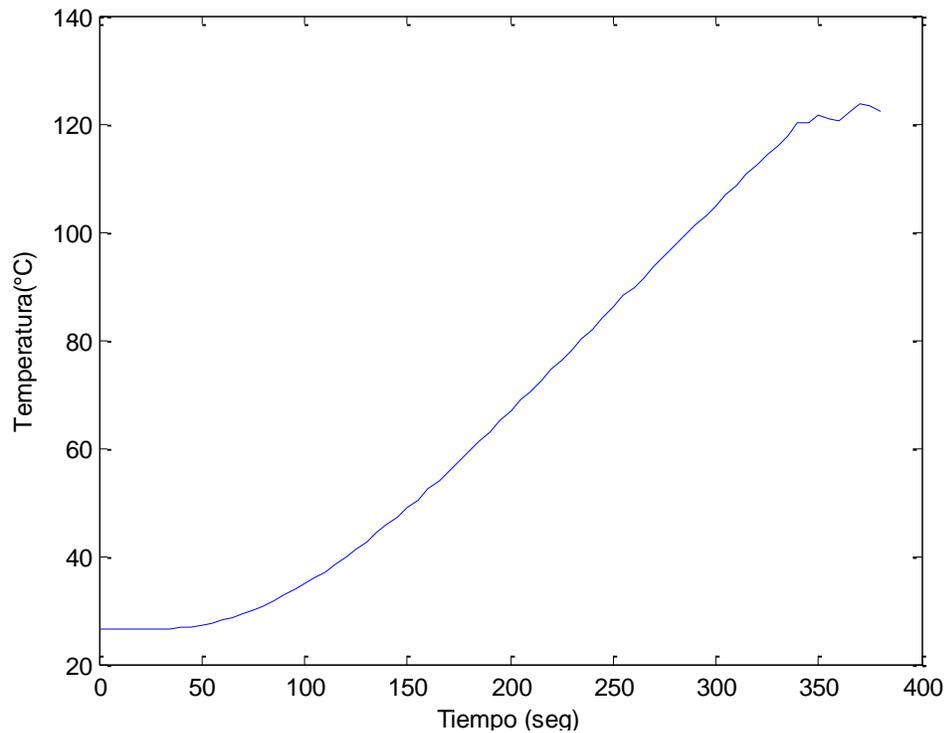
Tabla 4. Registro de la temperatura del horno del sistema para el segundo experimento (continuación)

Observación	Tiempo (seg)	Temperatura (°C)	Observación	Tiempo (seg)	Temperatura (°C)
51	250	86,1	65	320	112,5
52	255	88,1	66	325	114,3
53	260	89,6	67	330	116,1
54	265	91,5	68	335	117,8
55	270	93,4	69	340	120,2
56	275	95,5	70	345	120,3
57	280	97,4	71	350	121,6
58	285	99,3	72	355	120,8
59	290	101,1	73	360	120,6
60	295	103,1	74	365	122,2
61	300	104,9	75	370	123,6
62	305	106,8	76	375	123,2
63	310	108,7	77	380	122,3
64	315	110,6			

Fuente: Elaboración Propia

Se introduce la información en el programa Matlab 7.6.0 (R2008a) y se obtiene la Figura 23, la cual presenta el comportamiento de la respuesta transitoria del sistema de control en lazo abierto.

Figura 23. Respuesta transitoria del sistema de control en lazo abierto



Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

En la Tabla 4 y la Figura 23 se observa que durante los primeros 35 segundos, el sistema se mantiene a una temperatura ambiente (26,6 °C). Lo anterior indica que el sistema trabaja con un retardo de 35 segundos. Después del retardo el proceso térmico hace que el calor inducido a la resistencia transfiera energía térmica dentro del horno.

Sea:

$T_{inicial}$: Temperatura inicial en el horno

T_{final} : Temperatura final en el horno

ΔT : Diferencial de temperatura

$G(s)$: Ganancia del sistema de control (función de transferencia en el dominio de la frecuencia)

ΔU : Diferencial de voltaje (120 volts)

t_r : Tiempo de subida

a : Frecuencia de un sistema de control de primer orden

VP : Variable del proceso (en este caso se considera como el voltaje que maneja la planta)

VC : Variable de control (en este caso se quiere controlar el nivel de la temperatura)

La temperatura inicial en el horno es de $T_{inicial}: 26,6\text{ }^{\circ}\text{C}$ una vez se prende el horno pasan 35 segundos hasta que la resistencia genera transferencia térmica al horno. Pasa un tiempo de 380 segundos y se obtiene una temperatura final en el horno de $T_{final}: 122,0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Por lo tanto, la diferencial de temperatura es $\Delta T = 95,4\text{ }^{\circ}\text{C}$. El horno trabaja con un voltaje $\Delta U = 120\text{ Volts}$. La expresión (10) se aplica a un sistema de control de primer orden con retardo.

$$G(s) = \frac{K e^{-ps}}{s + a} \quad (10)$$

Si $s = 0$; se deduce que $G(0) = \frac{VP}{VC} \frac{\Delta U}{\Delta T} = \frac{120}{95,4} = 1,2578$, entonces:

$$G(0) = \frac{K e^{-35(0)}}{0 + a} \quad \therefore \quad G(0) = \frac{K}{a} \quad \therefore \quad K = a G(0)$$

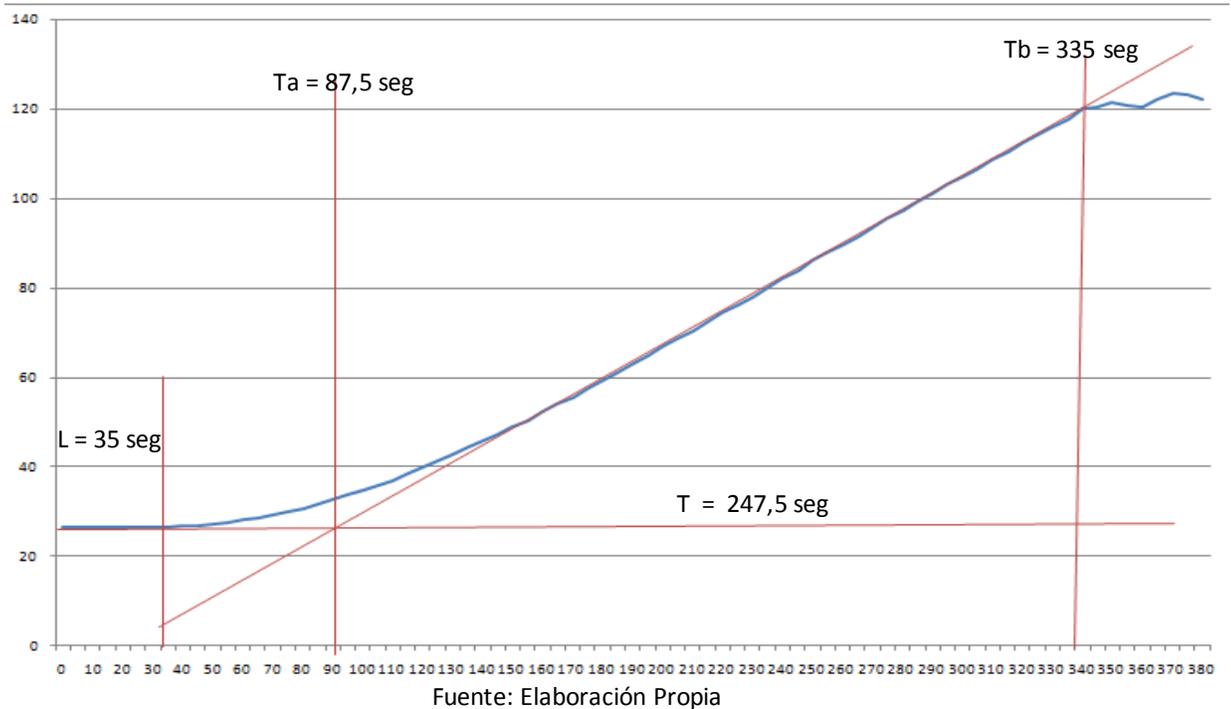
$$K = a (1,2578)$$

Con el propósito de conocer el valor de la constante K , se procede con el uso del método de Ziegler-Nichols para un sistema de control en lazo abierto. Suponer que:

$$a = \frac{1}{T}$$

Para conocer el valor de T y el tiempo de retardo L , analiza la gráfica del sistema de control en lazo abierto, tal como se presenta en la Figura 24.

Figura 24. Máxima pendiente del sistema de control para conocer el tiempo de subida y el tiempo de retardo



Como se puede observar en la Figura 24, el tiempo de retardo del sistema es aproximadamente de 35 segundos y el tiempo de subida (longitud de la recta pendiente de crecimiento) es aproximadamente 247,5 segundos; por lo tanto:

$$K = a \left(\frac{\Delta U}{\Delta T} \right) = \left(\frac{1}{T} \right) \left(\frac{\Delta U}{\Delta T} \right) \quad \therefore \quad K = \left(\frac{1}{247,5} \right) \left(\frac{120}{95,4} \right)$$

$$K = 0,00508$$

El modelo matemático de la planta se muestra en (11)

$$G(S) = \frac{(0,00508)e^{-35S}}{(S + 0,00404)} \quad (11)$$

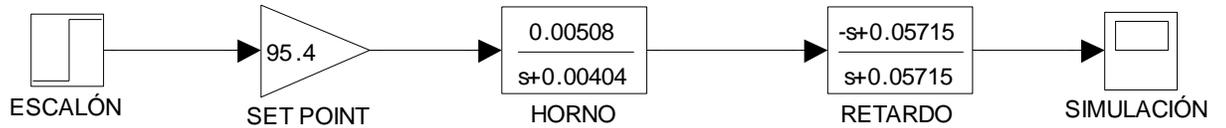
Aproximación polinomial de primero orden del tiempo de retardo

Una aproximación polinomial de grado uno para el tiempo de retardo se presenta en (12)

$$e^{-35s} \approx \left[\frac{2}{35 - s} \right] = \left[\frac{0.05715 - s}{s + 0.05715} \right] \quad (12)$$

Con base en lo anterior, se procede con la simulación del sistema a través de la herramienta *simulink* de Matlab. En la Figura 25, se presenta la representación gráfica del sistema de control en lazo abierto en *simulink*.

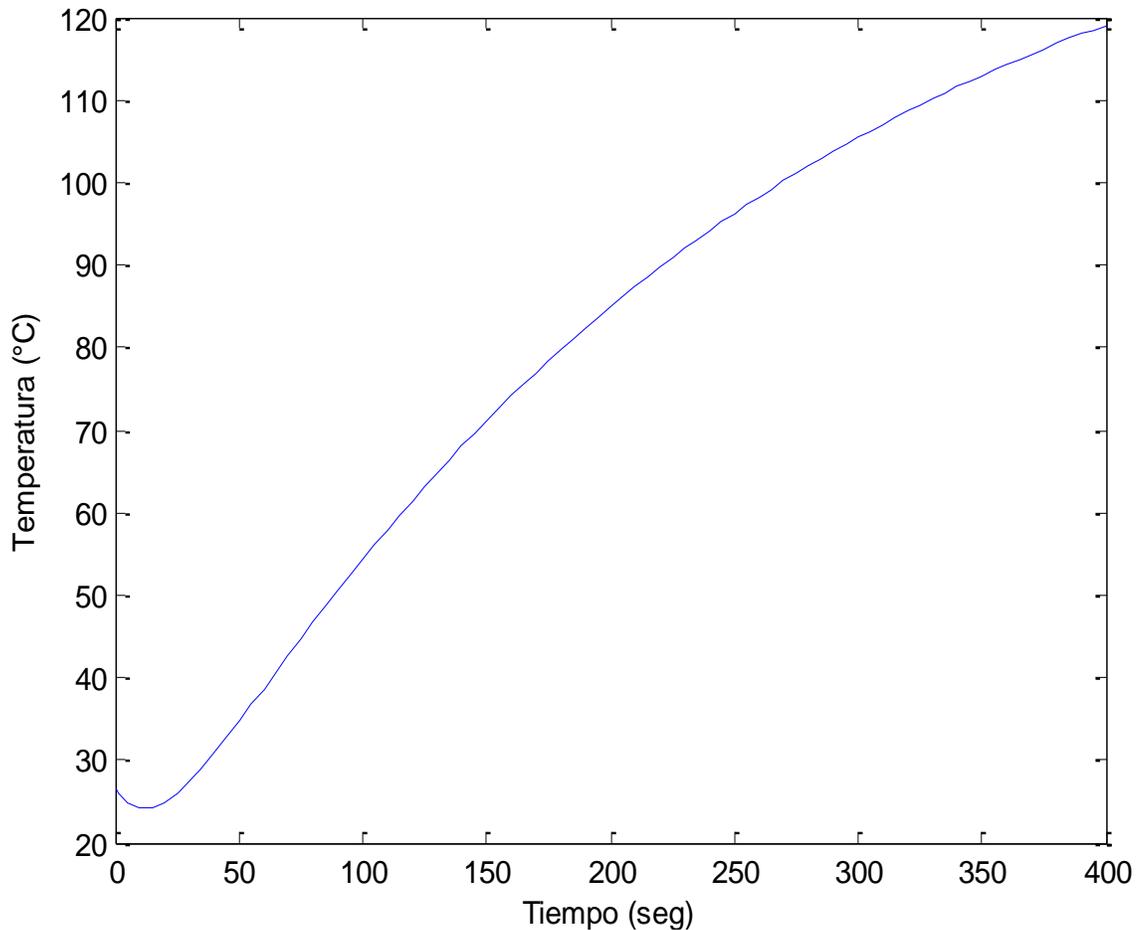
Figura 25. Grafo de Simulación del sistema de control en lazo abierto en *simulink*



Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

El resultado de la simulación se presenta en la Figura 26.

Figura 26. Simulación del sistema de control en lazo abierto realizada en *simulink*

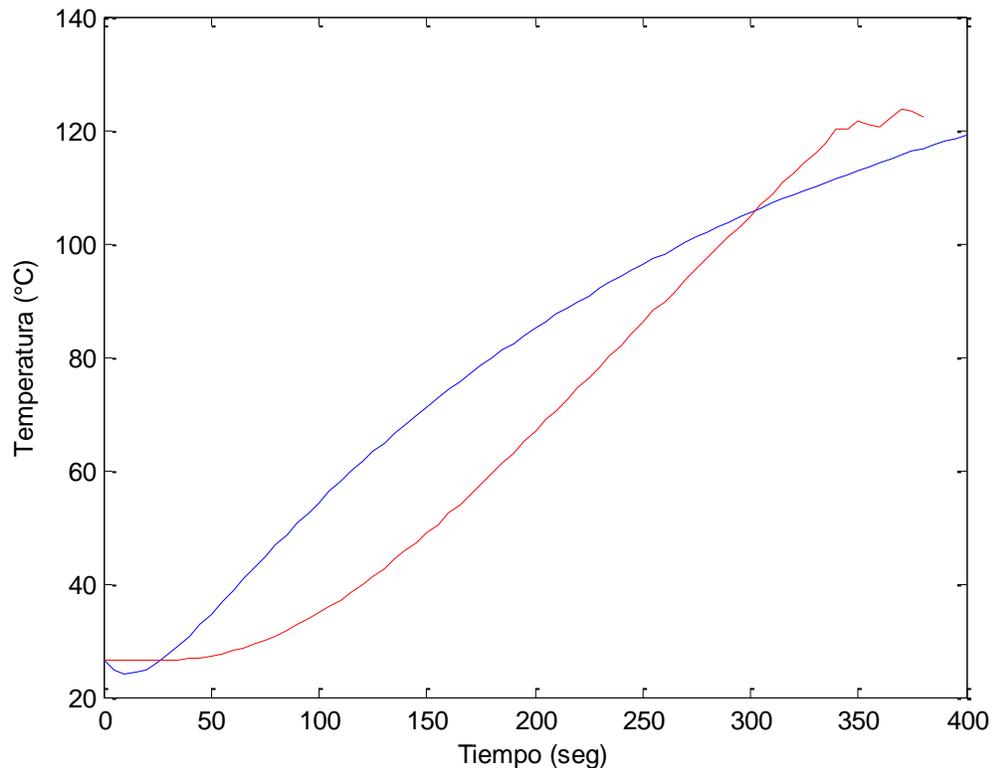


Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

Si se superponen los datos reales obtenidos del horno y se comparan con la simulación del sistema de control a través del modelo propuesto, se deduce que el modelo matemático presenta una respuesta transitoria más lenta con respecto al comportamiento real del sistema, obteniendo su valor final (122 °C) en un tiempo superior a 6 minutos. Ver Figura 27.

En vista de lo anterior, se debe proponer un controlador industrial que permita obtener la respuesta transitoria del sistema (122 °C) en un menor tiempo; así como ofrecer estabilidad en la planta con respecto a dicha temperatura. En este proyecto, se propondrá el diseño de un controlador a través del Método Ziegler-Nichols cuando se analiza un sistema de control en lazo abierto.

Figura 27. Comparación entre el modelo matemático propuesto del sistema y los datos reales del sistema



Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

Considerando el modelo matemático con una aproximación polinomial de primer orden del tiempo de retardo, se procede con el diseño del controlador mediante la herramienta *sisotool* de Matlab. La Figura 28 muestra los datos ingresados en el editor de Matlab.

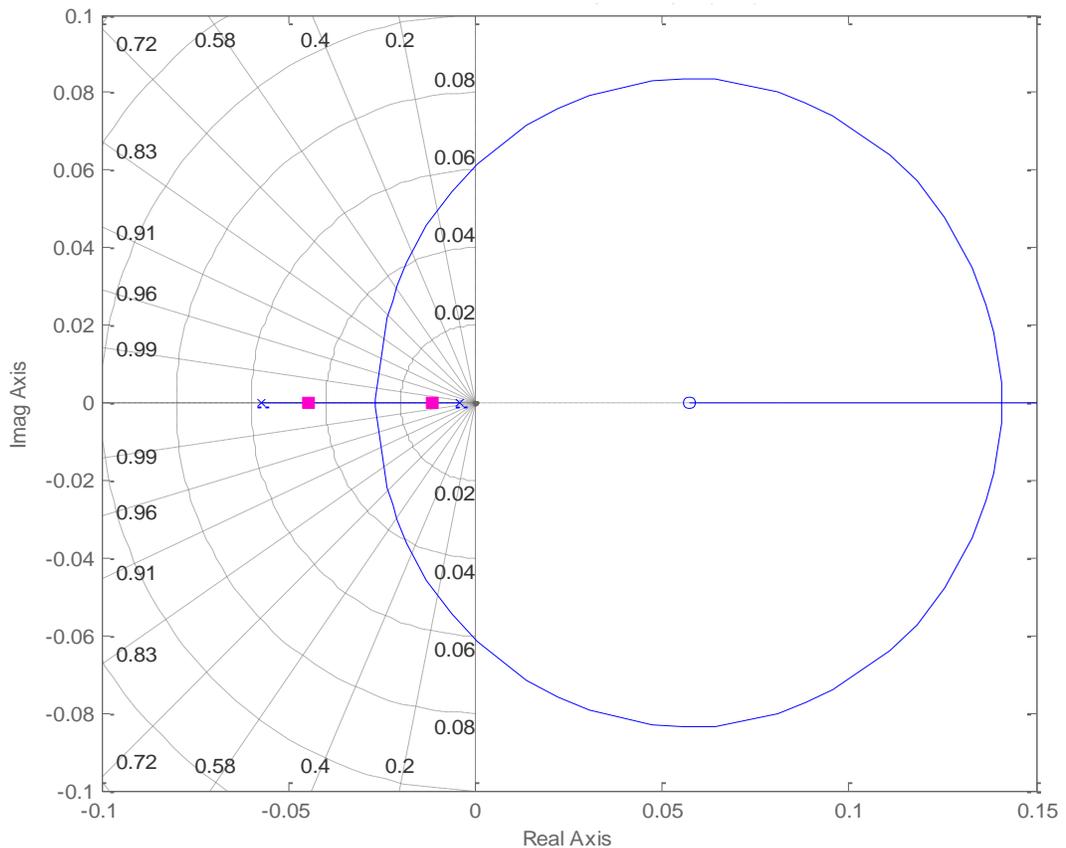
Figura 28. Datos ingresados al editor de Matlab

```
Editor - Untitled*
File Edit Text Go Cell Tools Debug Desktop
- 1.0 + ÷ 1.1 x %>% %>%
1 num = [ 0 0.00508 ];
2 den = [ 1 0.00404 ];
3 X = tf(num,den);
4 X.ioDelay = 35;
5 X1 = pade(X,1);
6 sisotool(X1);
script Ln 6 Col 14 OVR
```

Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

Una vez ingresada la información, se obtiene el diagrama del lugar de las raíces donde se evidencian los polos reales del sistema en lazo abierto y la trayectoria de los polos complejos cuando el sistema de control se analiza en lazo cerrado. Nótese que al agregar el polinomio de primer orden del tiempo de retardo se genera un zero en el eje positivo, lo que limita la trayectoria en el eje complejo. Ver Figura 29.

Figura 29. Lugar de las raíces del sistema de control



Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

➤ **Controlador proporcional para la temperatura del horno**

Al considerar el método Ziegler-Nichols para sintonizar un controlador proporcional en un sistema de control en lazo abierto, se procede con la expresión (13).

$$K_p = \frac{1}{a} = \frac{1}{\left(\frac{L}{T}\right) \left(\frac{\Delta U}{\Delta T}\right)} \quad \therefore K_p = \left(\frac{T}{L}\right) \left(\frac{\Delta T}{\Delta U}\right) \quad (13)$$

Se sabe que:

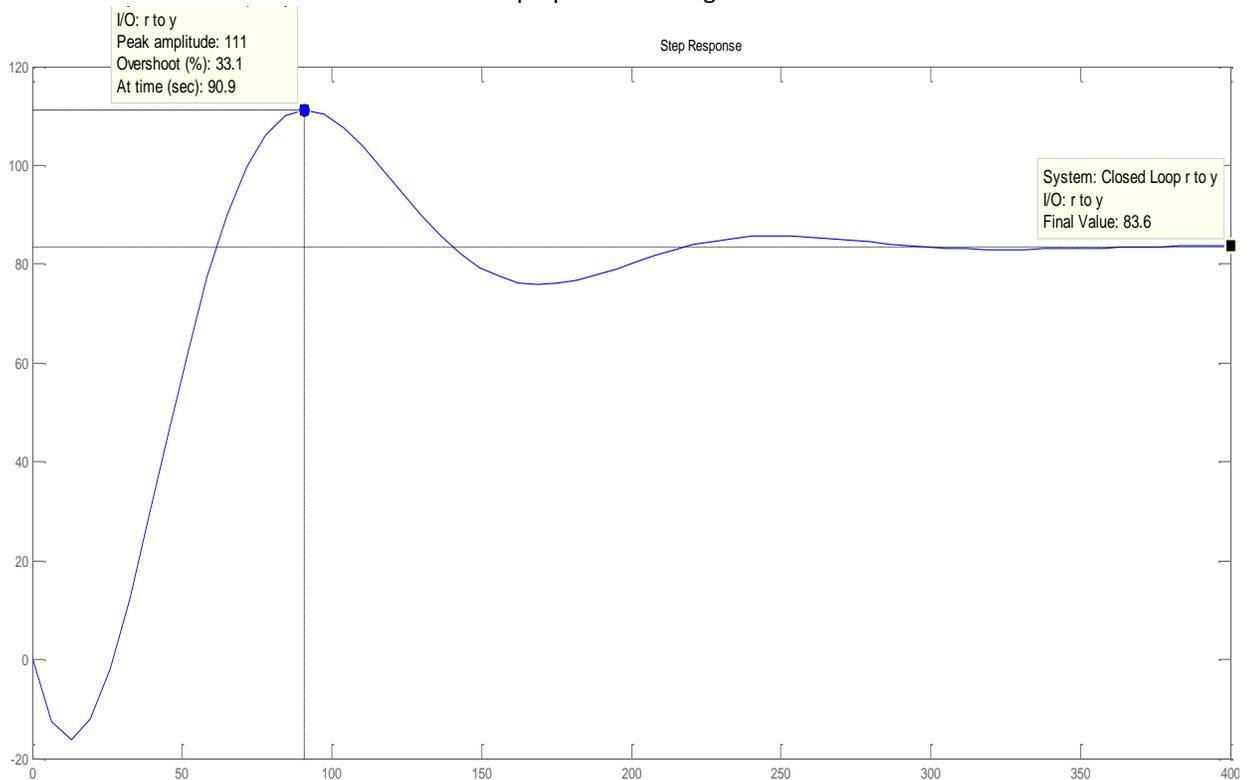
$L = 35$ segundos
 $T = 247,5$ segundos
 $\Delta T = 95,4$ °C
 $\Delta U = 120$ Volts

Reemplazando valores en la expresión del controlador proporcional, se obtiene:

$$K_p = \left(\frac{247,5}{35}\right) \left(\frac{95,4}{120}\right) \quad \therefore K_p = 5.6218$$

Implementado el controlador proporcional en la herramienta sisotool de Matlab, se obtiene la siguiente respuesta transitoria en lazo cerrado. Ver Figura 30.

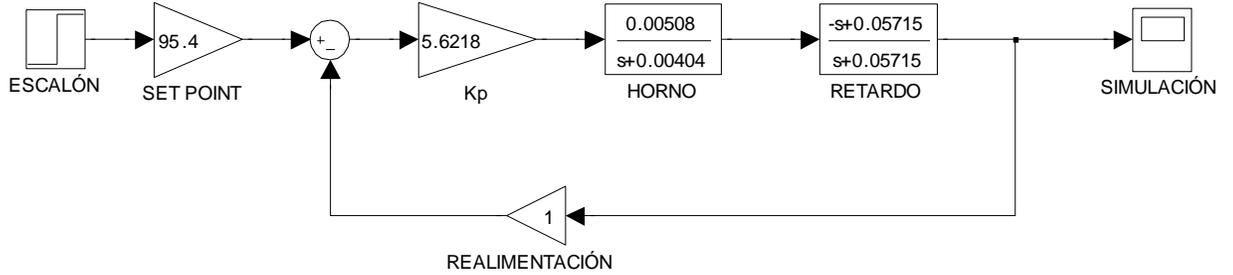
Figura 30. Respuesta transitoria del sistema en lazo cerrado cuando se implementa un controlador proporcional integral



Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

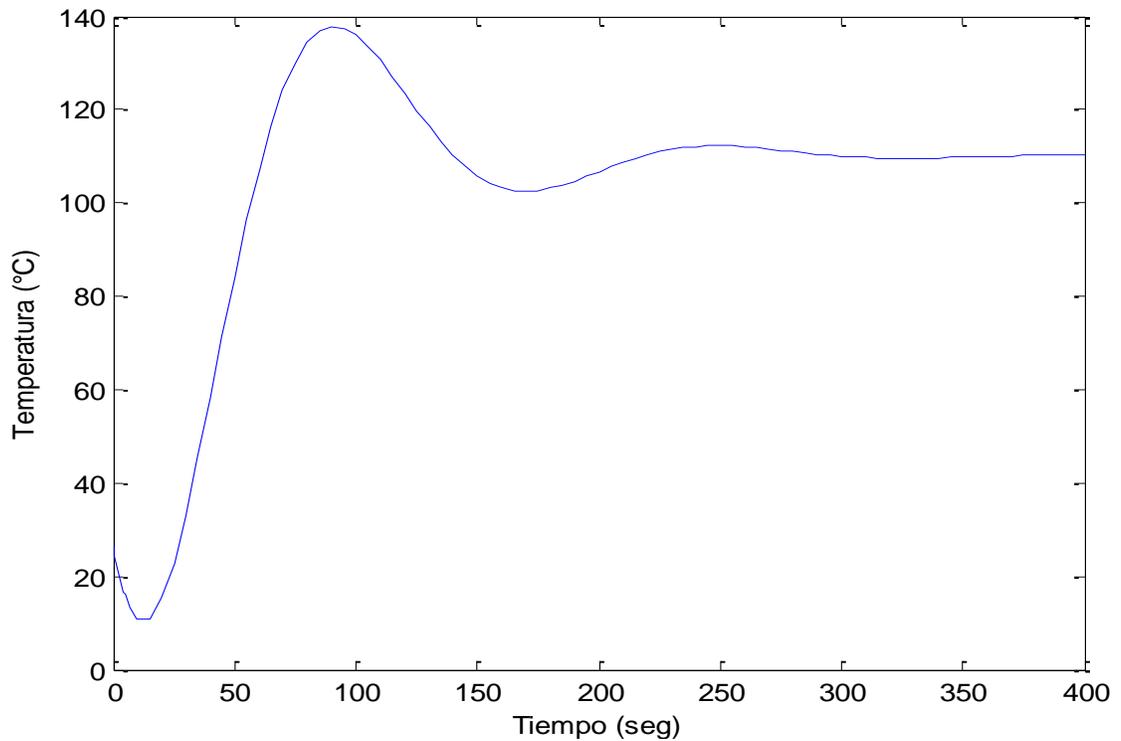
Como se puede observar en la Figura 30, cuando se aplica un controlador proporcional en el sistema de control de lazo cerrado se obtiene una respuesta transitoria por debajo del valor final. Utilizando la herramienta sisotool de Matlab, se obtiene la simulación del proceso ajustado a la condición de temperatura ambiente. Ver Figura 31 y Figura 32.

Figura 31. Grafo de simulación del sistema en lazo cerrado cuando se implementa un controlador proporcional



Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

Figura 32. Respuesta transitoria del sistema de control en lazo cerrado con controlador proporcional ajustada a la condición de temperatura ambiente (26,6 °C)



Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

Con la implementación del controlador proporcional, se obtiene un valor final de 110,2 °C; luego se puede inferir que existe un error en estado estable ya que se desea una temperatura final de 122 °C en el horno. Se procede con la implementación de un controlador proporcional integral.

➤ **Controlador proporcional integral (PI) para la temperatura del horno**

Al considerar el método Ziegler-Nichols para sintonizar un controlador proporcional integral en un sistema de control en lazo abierto, se procede con la expresión (14) y (15).

$$K_p = 0.9 \left(\frac{1}{a} \right) = \frac{0.9}{\left(\frac{L}{T} \right) \left(\frac{\Delta U}{\Delta T} \right)} \quad \therefore \quad K_p = 0.9 \left(\frac{T}{L} \right) \left(\frac{\Delta T}{\Delta U} \right) \quad (14)$$

$$K_p = 0.9 \left(\frac{247,5}{35} \right) \left(\frac{95,4}{120} \right) \quad \therefore \quad K_p = 5,0596$$

$$T_i = 3L \quad (15)$$

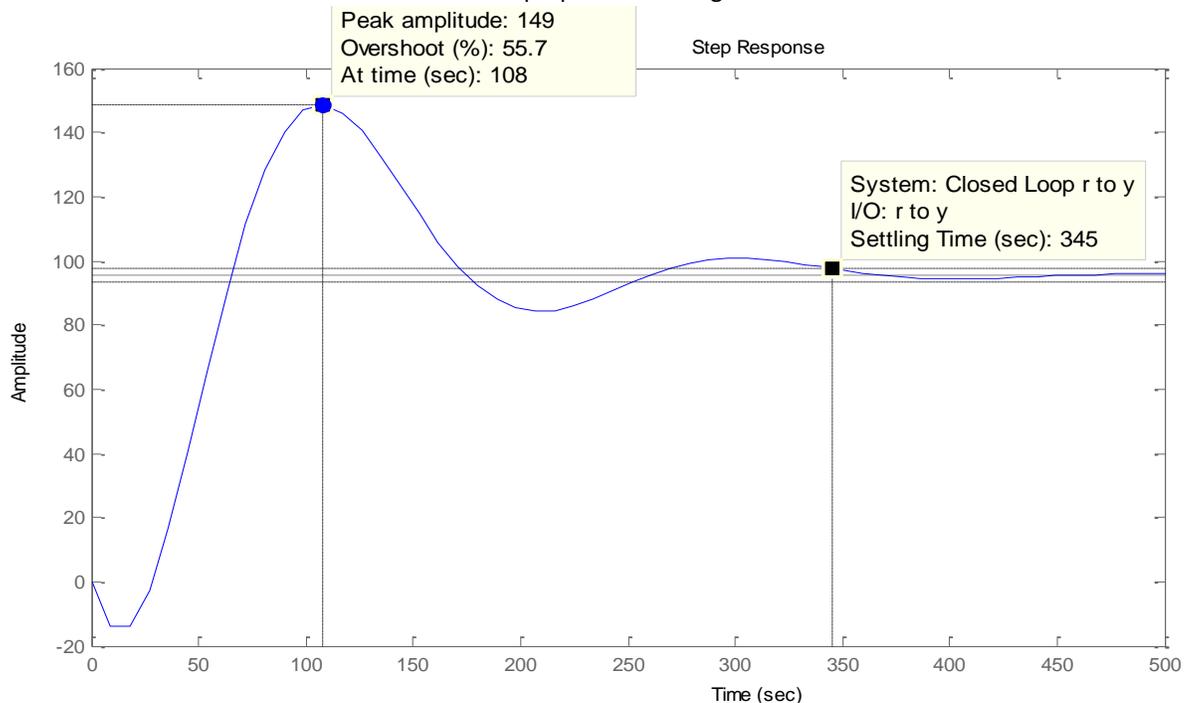
$$T_i = 3(35 \text{ segundos}) \quad \therefore \quad T_i = 105 \text{ segundos}$$

Por lo tanto, el controlador proporcional integral para el horno es:

$$K_{PI} = K_p \frac{\left(S + \frac{1}{T_i} \right)}{S} \quad \therefore \quad K_{PI} = (5,0596) \left[\frac{S + 0,00952}{S} \right]$$

Implementando el controlador proporcional integral en la herramienta sisotool de Matlab, se obtiene la siguiente respuesta transitoria en lazo cerrado. Ver Figura 33.

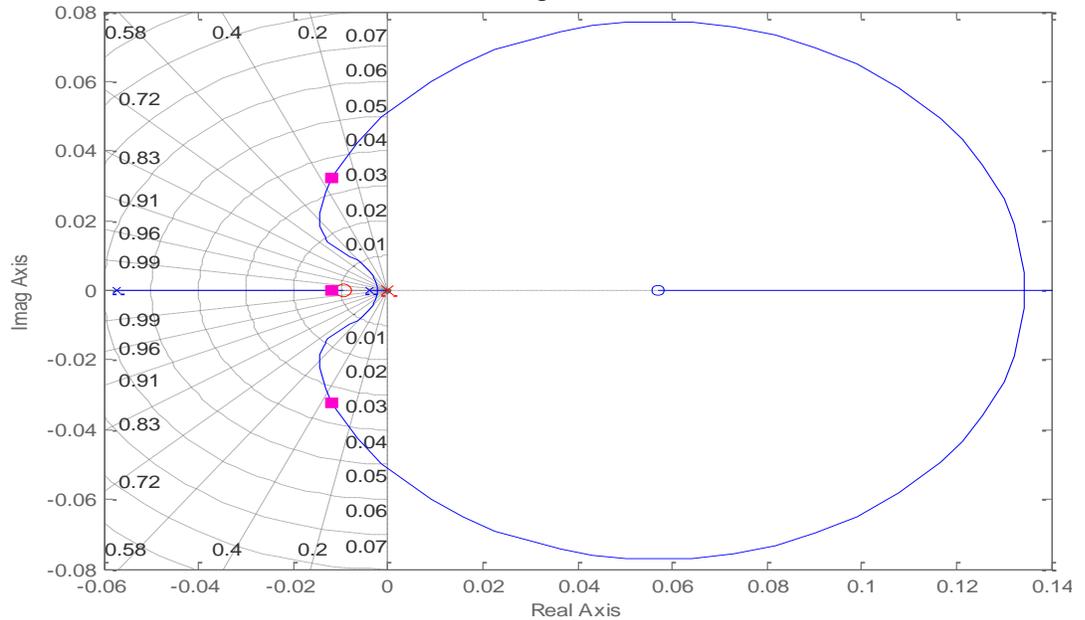
Figura 33. Respuesta transitoria del sistema en lazo cerrado cuando se implementa un controlador proporcional integral



Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

El lugar de las raíces cuando se implementa el controlador proporcional integral, se presenta en la Figura 34.

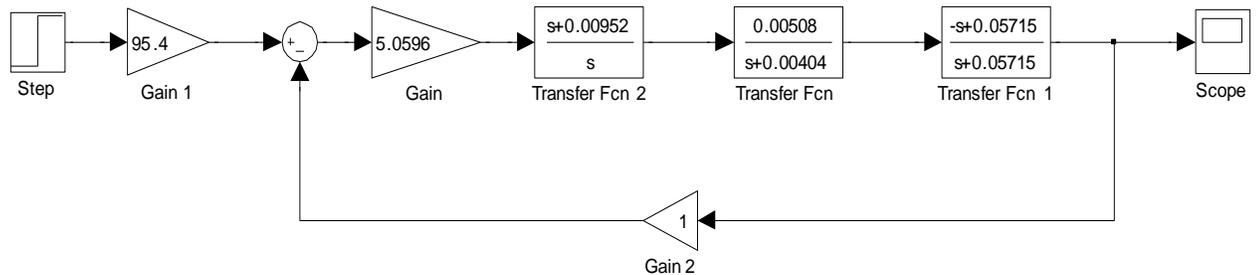
Figura 34. Lugar de las raíces del sistema de control cuando se aplica un controlador proporcional integral



Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

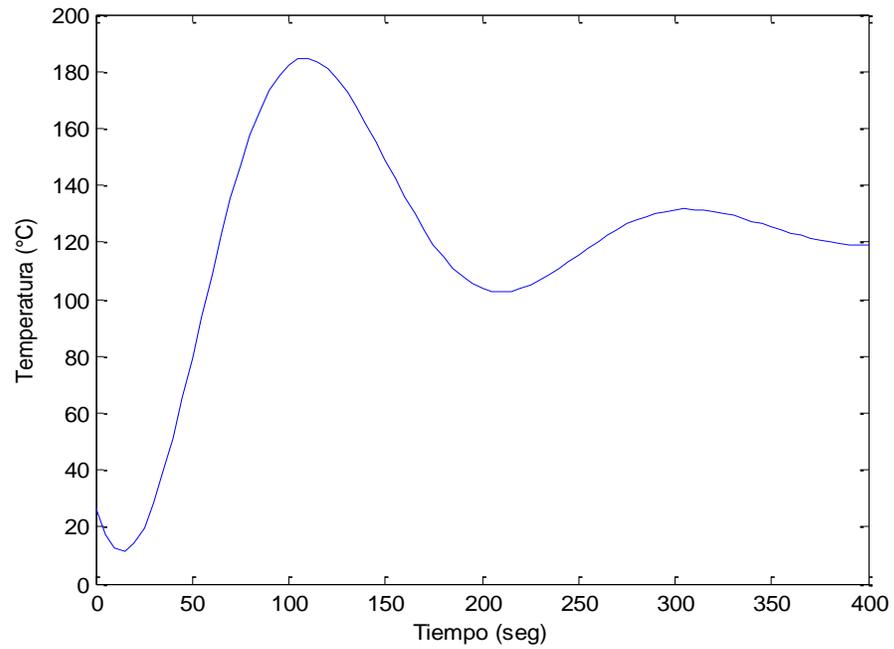
Como se puede observar en la Figura 33, cuando se aplica un controlador proporcional integral en el sistema de control de lazo cerrado, la respuesta transitoria del sistema llega a su valor final, pero el tiempo de establecimiento se hace mayor. Utilizando la herramienta sisotool de Matlab, se obtiene la simulación del proceso ajustado a la condición de temperatura ambiente. Ver Figura 35 y Figura 36.

Figura 35. Grafo de simulación del sistema de control cuando se aplica un controlador proporcional integral



Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

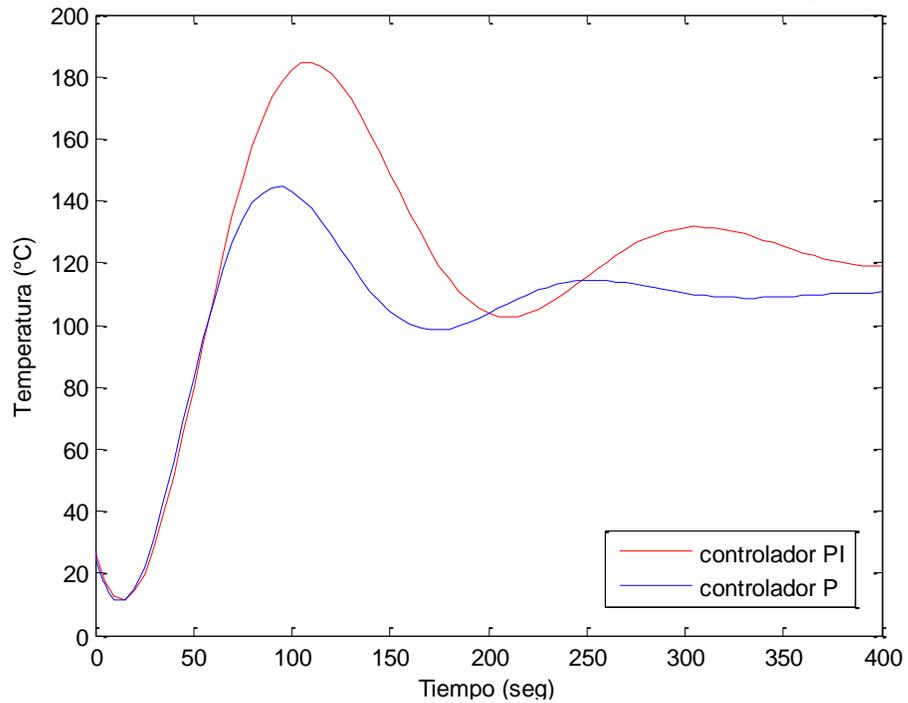
Figura 36. Respuesta transitoria del sistema de control en lazo cerrado cuando se implementa un controlador proporcional integral ajustada a la condición de temperatura inicial (26.6 °C)



Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

El comportamiento de la respuesta del sistema con el controlador proporcional y el controlador proporcional integral, se presenta en la Figura 37.

Figura 37. Comparación de la respuesta transitoria del sistema cuando se implementa un controlador proporcional y un controlador proporcional integral



Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

Si se desea menor tiempo para llegar a la estabilidad (temperatura final de 122 °C), se puede implementar el controlador proporcional integral pero con el problema de tener un sobrepaso aproximado de 50%. Ahora bien, si se desea controlar el sobrepaso de la temperatura con respecto al set_point (122 °C), se puede proponer un controlador proporcional integral derivativo.

➤ **Controlador proporcional integral derivativo (PID) para la temperatura del horno**

Al considerar el método Ziegler-Nichols para sintonizar un controlador proporcional integral derivativo en un sistema de control en lazo abierto, se procede con la expresión (16), (17) y (18).

$$K_p = 1.2 \left(\frac{1}{a} \right) = \frac{1.2}{\left(\frac{L}{T} \right) \left(\frac{\Delta U}{\Delta T} \right)} \quad \therefore \quad K_p = 1.2 \left(\frac{T}{L} \right) \left(\frac{\Delta T}{\Delta U} \right) \quad (16)$$

$$K_p = 1.2 \left(\frac{247,5}{35} \right) \left(\frac{95,4}{120} \right) \quad \therefore \quad K_p = 6,7461$$

$$T_i = 2L \quad (17)$$

$$T_i = 2(35 \text{ segundos}) \quad \therefore \quad T_i = 70 \text{ segundos} \\ T_d = 0.5 L \quad (18)$$

$$T_d = 0.5 (35 \text{ segundos}) \quad \therefore \quad T_d = 17,5 \text{ segundos}$$

Por lo tanto, el controlador proporcional integral derivativo para el horno es:

$$K_{PID} = K_p \left[\frac{\left(S + \frac{1}{T_i} \right)}{S} + T_d S \right] \quad \therefore \quad K_{PID} = (6,7461) \left[\frac{S + 0.01428}{S} + 17.5 S \right]$$

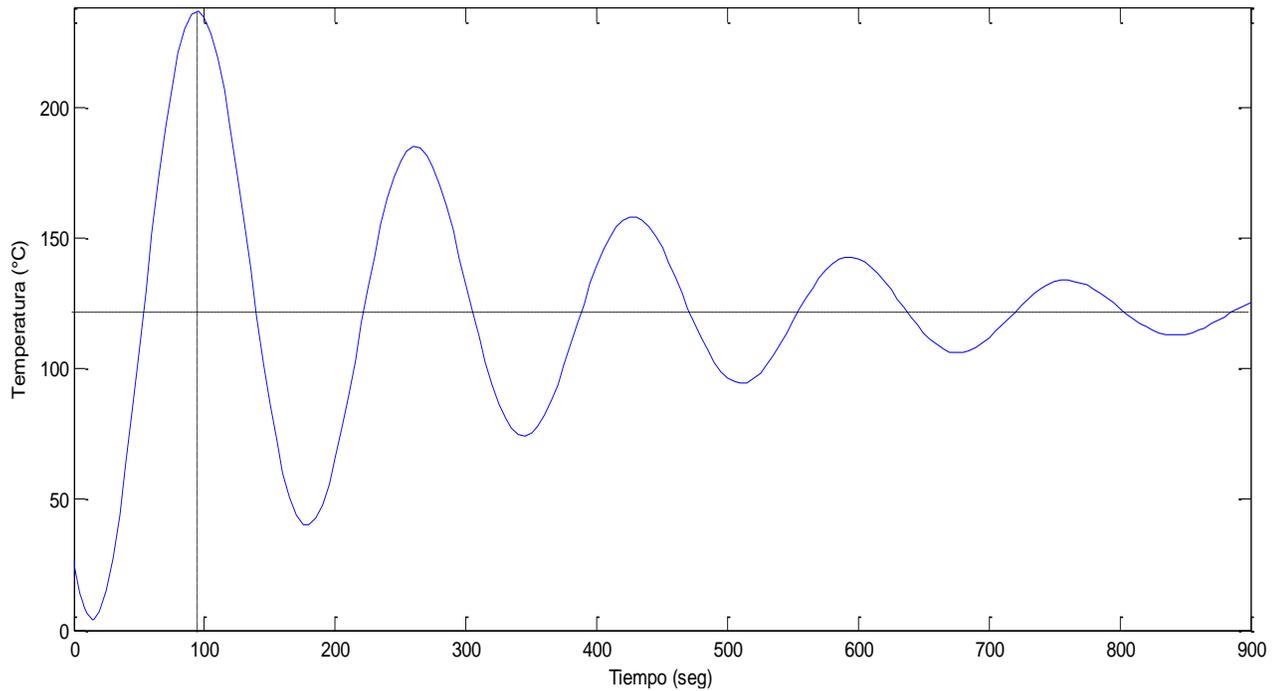
$$K_{PID} = (6,7461) \left[\frac{S + 0.01428 + 17.5 S^2}{S} \right]$$

$$K_{PID} = (6,7461) (17,5) \left[\frac{0,05714S + 0,0008 + S^2}{S} \right]$$

$$K_{PID} = (118,056) \left[\frac{(S + 0,02857)^2}{S} \right]$$

Implementando el controlador proporcional integral derivativo en la herramienta sisotool de Matlab, se obtiene la siguiente respuesta transitoria en lazo cerrado. Ver Figura 38.

Figura 38. Respuesta transitoria del sistema en lazo cerrado cuando se implementa un controlador proporcional integral derivativo ajustada a la condición de temperatura inicial (26,6 °C)



Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

El controlador proporcional integral derivativo propuesto por Ziegler-Nichols permite obtener cero error en régimen permanente y obtener estabilidad en un tiempo considerable, pero al analizar el sistema, se obtiene un punto de sobresalto muy grande; esto en la realidad significa que al generar una aceleración en el encendido de las resistencias térmicas genera un cambio de temperatura muy brusco, generando un incremento de calor mayor a lo que se desea obtener. En vista de lo anterior, se analiza el ajuste de la parte proporcional del controlador PID.

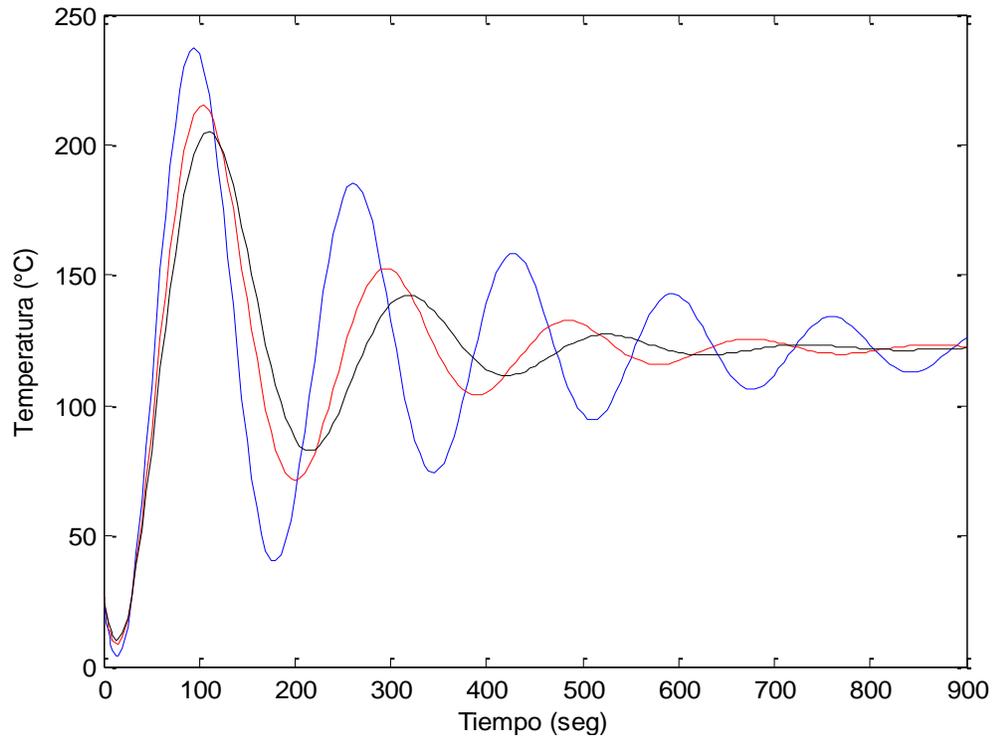
Una idea intuitiva para el ajuste proporcional del controlador PID, es utilizar los ajustes proporcionales de los controladores P y PI en el diseño del controlador PID. Lo anterior permite obtener tres escenarios posibles, tal como se presenta en la Tabla 5.

Tabla 5. Tres opciones de controlador PID, realizando ajustes en el factor proporcional

Controlador PID	Expresión	Factor Proporcional	Tiempo Integral	Tiempo Derivativo
Opción 1	$(118,056) \left[\frac{(S + 0,02857)^2}{S} \right]$	$K_p = 6,7461$	$T_I = 0,01428$	$T_D = 17,5$
Opción 2	$(98,381) \left[\frac{(S + 0,02857)^2}{S} \right]$	$K_p = 5,6218$		
Opción 3	$(88,543) \left[\frac{(S + 0,02857)^2}{S} \right]$	$K_p = 5,0596$		

Fuente: Elaboración propia

Figura 39. Respuesta transitoria del sistema de control de las tres opciones de controlador PID ajustada a la condición de temperatura inicial (26,6 °C)



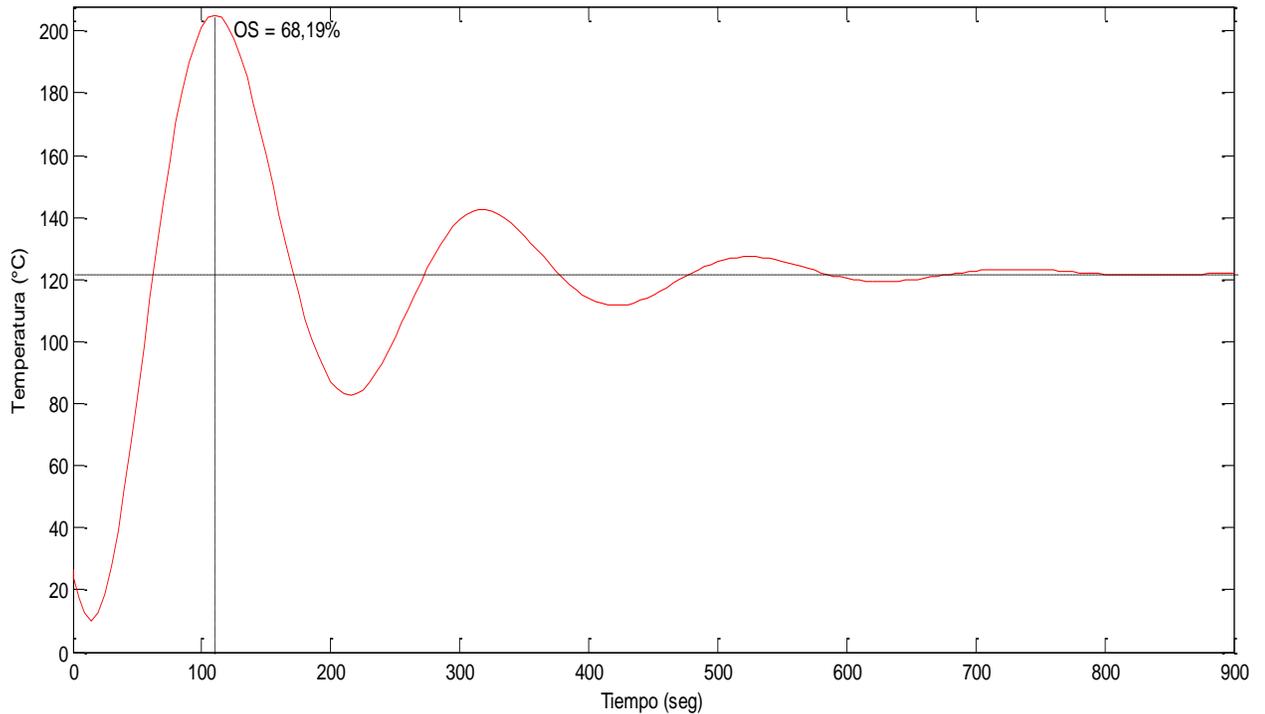
Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

La Figura 39, presenta la respuesta transitoria de las tres opciones de controlador PID. El color azul indica la opción 1, el color rojo indica la opción 2 y el color negro indica la opción 3. Como se puede observar en la Figura 39, la opción 1 presenta un tiempo de subida menor con respecto a las otras dos opciones pero obtiene un porcentaje de sobrepaso mayor, lo que hace que el sistema presente mayor oscilación con respecto a las otras opciones. La opción 2 y 3 tiene un tiempo de subida similar, pero la opción 3 genera un menor porcentaje de sobrepaso así como genera oscilaciones menos pronunciadas.

Con base en el análisis anterior, se considera que la mejor opción (controlador PID) para el horno es la opción 3. Ver Figura 40.

$$K_{PID} = \left[5,0596 + \frac{0,07225}{s} + 88,54 \right] = (5,0596) \left[1 + \frac{0,01428}{s} + 17,5 \right]$$

Figura 40. Respuesta transitoria del sistema de control con un controlador PID con factor proporcional de 5,0596 ajustada a la condición de temperatura inicial (26,6 °C)



Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

Como se puede observar en la Figura 40, la respuesta transitoria presenta menor oscilación pero se genera un porcentaje de sobrepaso cerca del 68 %. En vista de lo anterior, se puede inferir que el tiempo derivativo y el tiempo integral deben ser ajustados, manteniendo el factor proporcional en 5.0596.

Se considera el siguiente procedimiento:

- Mantener el factor proporcional y aumentar de manera proporcional el tiempo integral y tiempo derivativo para alcanzar un porcentaje de sobrepaso inferior al 20% (valor objetivo del ajuste).

$$T_i = \alpha [2 L] \quad \wedge \quad T_d = \alpha [0.5 L]$$

Donde alfa (α) representa un valor proporcional para el tiempo derivativo e integral. Nótese que para el caso en que $\alpha = 1$, se obtiene los valores definidos en el método de Ziegler-Nichols. La Tabla 6, presenta la información de los valores de alfa y el valor del tiempo integral y derivativo.

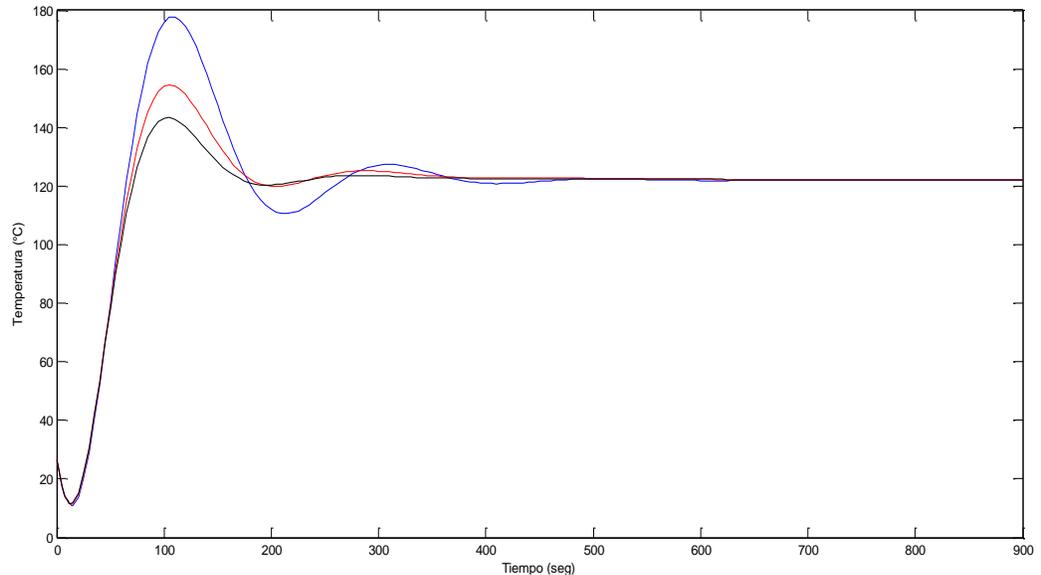
Tabla 6. Ajuste del tiempo integral y derivativo en el controlador

Caso	Alfa	Tiempo integral	Tiempo derivativo
1	1,5	105	26,25
2	2,5	175	43,75
3	3,5	245	61,25

Fuente: Elaboración Propia

Aplicando estos tiempos en el controlador del sistema de control, se obtiene la Figura 41.

Figura 41. Respuesta transitoria del sistema de control cuando se incrementa proporcionalmente el tiempo integral y tiempo derivativo, y se mantiene constante el factor proporcional



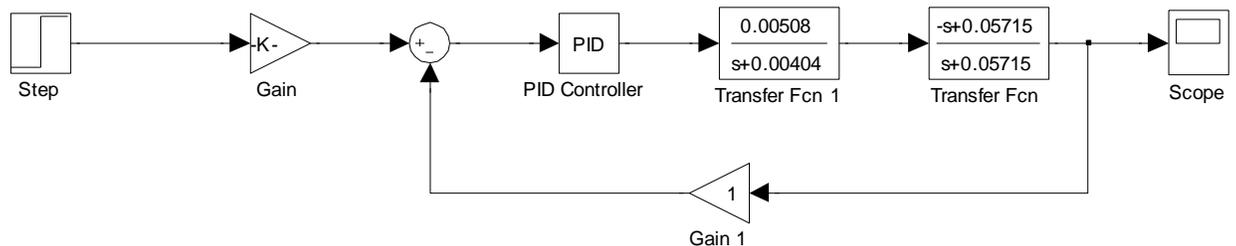
Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

La Figura 41 presenta el comportamiento de los tres ajustes (caso 1 “azul”, caso 2 “rojo” y caso 3 “negro”). Se observa que se mantiene el mismo tiempo de subida y se logra minimizar el porcentaje de sobrepaso en el sistema. La mejor solución para el diseño del controlador PID del horno es manejar un tiempo integral de 245 segundos, un tiempo derivativo de 61,25 segundos y una banda proporcional de 19,80 %.

$$K_{PID} = (5,05) \left[1 + \frac{1}{245 S} + 61,25 S \right] \therefore BP = 19,8 \%, \quad T_i = 245 \text{ seg}, \quad T_d = 61,25 \text{ seg}$$

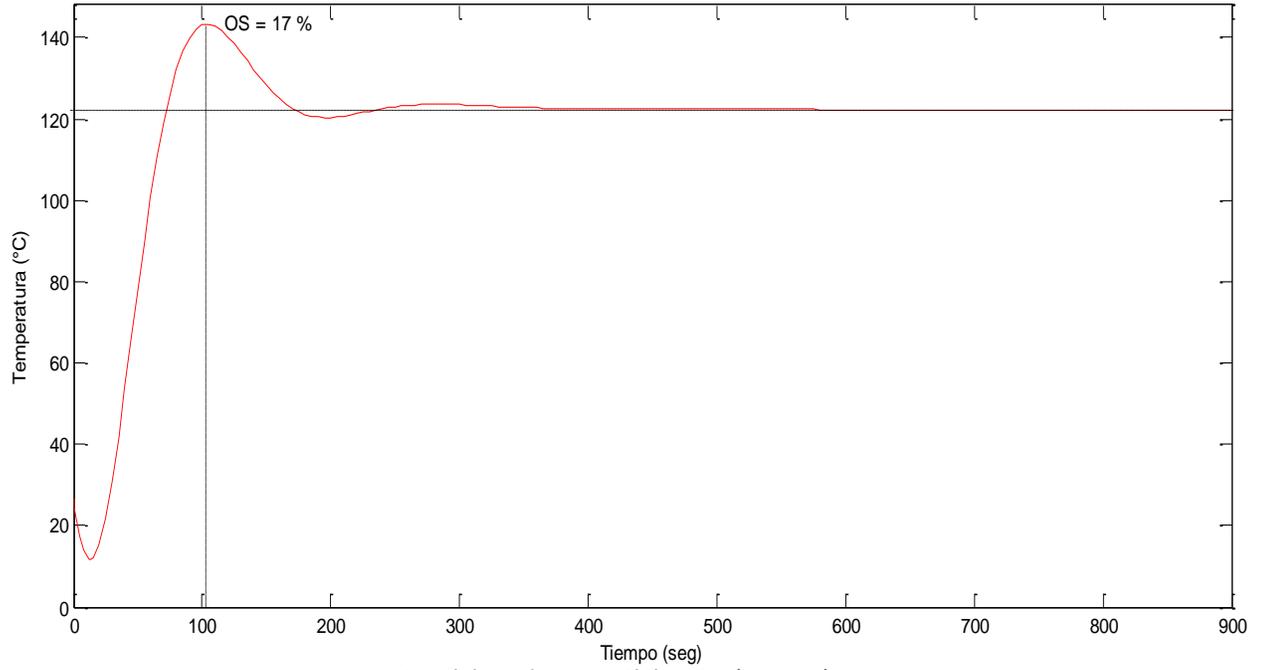
La simulación del proceso se realizó en simulink de Matlab. La Figura 42 presenta el grafo de simulación y la Figura 43, muestra la respuesta transitoria del sistema.

Figura 42. Grafo de simulación del sistema de control en lazo cerrado con el controlador PID propuesto



Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)

Figura 43. Respuesta transitoria del sistema de control en lazo cerrado con el controlador PID propuesto



Fuente: Elaborado en Matlab 7.6.0 (R2008a)