

SIMULACIÓN NUMÉRICA DE FLUJOS MULTIFÁSICOS GAS-LÍQUIDO-SÓLIDO EN
APLICACIONES AERONÁUTICAS

STIVEN CASTELLANOS BADEL

MIGUEL VIVEROS MIRA

UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA
ESCUELA DE INGENIERÍAS
FACULTAD DE INGENIERÍA AERONÁUTICA
MEDELLÍN
2019

SIMULACIÓN NUMÉRICA DE FLUJOS MULTIFÁSICOS GAS-LÍQUIDO-SÓLIDO EN
APLICACIONES AERONÁUTICAS

STIVEN CASTELLANOS BADEL

MIGUEL VIVEROS MIRA

Trabajo de grado para optar al título de Ingeniero Aeronáutico

Director:
CÉSAR NIETO LONDOÑO
Doctor en Ingeniería

UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA
ESCUELA DE INGENIERÍAS
FACULTAD DE INGENIERÍA AERONÁUTICA
MEDELLÍN

2019

Nota de aceptación

Firma del presidente del jurado

Firma

Nombre

Jurado

Firma

Nombre

Jurado

MEDELLÍN, _____ DE 2019

DEDICATORIA

A nuestras familias, por el apoyo económico, moral y afectivo que nos brindaron, porque fueron y son la fuente de inspiración para lograr culminar nuestros estudios, y dar un paso más en el conocimiento y la vida.

AGRADECIMIENTOS

Nuestros más sinceros agradecimientos al Dr. César Nieto Londoño, por su comprensión y apoyo durante el proceso y producción de este proyecto.

A los docentes y la planta técnica de la Universidad Pontificia Bolivariana, que han ayudado en nuestro proceso formativo, para adquirir los conocimientos técnicos y humanos necesarios para cumplir nuestros objetivos.

A nuestros amigos y familiares, que nos han apoyado, y nos han animado durante este proceso formativo haciendo de este, un tiempo ameno y de mucho aprendizaje, como seres íntegros.

TABLA DE CONTENIDO

1. RESUMEN	1
2. INTRODUCCIÓN.....	2
3. JUSTIFICACIÓN	3
4. OBJETIVOS	4
4.1 Objetivo General	4
4.2 Objetivos Específicos.....	4
5. ESTADO DEL ARTE Y MARCO TEÓRICO	5
5.1 Flujos Multifásicos en Aplicaciones Aeronáuticas	5
5.2 Trabajos Realizados	6
5.3 Marco Teórico	18
5.3.1 Leyes Generales	18
5.3.2 Métodos Numéricos	20
6. METODOLOGÍA.....	31
6.1 Validación	31
6.1.1 Validación FLUENT.....	31
6.1.2 Validación FENSAP – ICE.....	34
6.2 Caso de Estudio N°1: Rotor de un helicóptero	41
6.3 Caso de Estudio N°2: Ala de una aeronave.....	49
6.4 Caso de estudio N°3: Ingestión de cristales de hielo en una turbina.....	55
7. RESULTADOS Y ANÁLISIS	72
7.1 Validación	72
7.1.1 Validación NACA 0012 FLUENT.	72
7.1.2 Validación NACA 0012 FENSAP-ICE.....	74
7.1.3 Validación NACA 63(4)421 FENSAP-ICE.	75
7.2 Caso de estudio N°1: Rotor de un helicóptero.	77
7.3 Caso de estudio N°2: Ala de una aeronave	80
7.4 Caso de estudio N°3: Ingestión de cristales de hielo en motor turbofan.....	83
8. CONCLUSIONES.....	90
9. REFERENCIAS	92

LISTA DE ILUSTRACIONES

Figura 1. Formación de hielo en un cuerpo con FENSAP-ICE.....	7
Figura 2. Nusselt a alto Reynolds con 15° AOA	7
Figura 3. Nusselt a bajo Reynolds con 15° AOA	8
Figura 4. Campo de flujo en la simulación CFD de una turbina de viento.....	9
Figura 5. Formación de hielo en la pala de una turbina de viento	9
Figura 6. Malla desplazada después de 600 segundos de formación de hielo.....	10
Figura 7. Formación de hielo en un cilindro.....	11
Figura 8. Esquema del balance de energía para la formación de hielo sobre un perfil	11
Figura 9. Esquema del túnel de viento de la Universidad de Iowa.....	12
Figura 10. Trayectoria de una gota super - enfriada en un perfil.....	12
Figura 11. Modelo termodinámico de conducción unidimensional en un perfil NACA 0012.....	13
Figura 12. Espesor de hielo formado en un perfil NACA 0012	14
Figura 13. Aplicación de la metodología SPH para la simulación de flujos multifase	14
Figura 14. Trayectoria de cristales de hielo en la entrada de una turbina aeronáutica	15
Figura 15. Formación de hielo en un perfil NACA 0012	15
Figura 16. Formación de hielo en un cuerpo asimétrico con nariz hemisférica	16
Figura 17. Compresor axial modular multietapa para la investigación de los cristales de hielo..	17
Figura 18. Elementos K y L de M.....	23
Figura 19. Geometría del domino del flujo sobre el perfil.	32
Figura 20. Mallado del perfil.	33
Figura 21. Calidad de elementos de la malla para validación en perfil NACA 0012 en 2D.	34
Figura 22. Relación de aspecto de elementos de malla para validación NACA 0012 en 2D.	34
Figura 23. Oblicuidad de elementos de malla para validación NACA 0012 en 2D.	34
Figura 24. Dominio para formación de hielo sobre el perfil NACA 0012.	36
Figura 25. Malla para el perfil NACA 0012 en 3D.	37
Figura 26. Calidad de elementos de la malla para validación en perfil NACA 0012 en 3D.	37
Figura 27. Relación de aspecto de malla para validación en perfil NACA 0012 en 3D.	38
Figura 28. Oblicuidad de elementos de la malla para validación en perfil NACA 0012 en 3D... ..	38
Figura 29. Dominio de validación en el perfil NACA 63(4)421	39

Figura 30. Malla del dominio para el perfil NACA 63(4)421.	39
Figura 31. Calidad del elemento para malla de validación en el NACA 63(4)421	40
Figura 32. Relación de aspecto para elementos de malla de validación en el NACA 63(4)421 ..	40
Figura 33. Oblicuidad de elementos de la malla de validación en el NACA 63(4)421	40
Figura 34. Zonas propensas a la formación de hielo en un helicóptero.....	41
Figura 35. Tres vistas helicóptero BK117A3	42
Figura 36. Disimetría de sustentación.....	43
Figura 37. Precesión giroscópica en un rotor.....	44
Figura 38. Simulación del rotor de un helicóptero cómo disco actuador	45
Figura 39. Geometría pala de helicóptero.....	46
Figura 40. Malla de la pala de helicóptero.....	47
Figura 41. Calidad de elementos de malla del Caso N°1.....	48
Figura 42. Relación de aspecto de malla del Caso N°1	48
Figura 43. Oblicuidad de malla del Caso N°1	48
Figura 44. Zonas propensas a la formación de hielo en una aeronave	49
Figura 45. Tres vistas CASA CN 235.....	50
Figura 46. Imagen satelital de las condiciones climáticas durante el vuelo	50
Figura 47. Geometría ala de aeronave	52
Figura 48. Malla del ala de aeronave	53
Figura 49. Calidad de elementos malla del Caso N°2	54
Figura 50. Relación de aspecto de malla del Caso N°2	54
Figura 51. Oblicuidad de malla del Caso N°2	54
Figura 52. Presión (H_{eq}) vs. Flujo Másico de aire (Q_{eq}) para un ciclo de surge	55
Figura 53. Accidentes por tipo de motor	56
Figura 54. Tres vistas Embraer ERJ 145	57
Figura 55. Roll Royce AE 3007A.....	57
Figura 56. Geometría Nacelle	58
Figura 57. Geometría Spinner.....	58
Figura 58. Geometría Fan	59
Figura 59. Geometría Bypass.....	59
Figura 60. Geometría IGV	59

Figura 61. Geometría rotor del compresor.....	60
Figura 62. Malla Nacelle.....	60
Figura 63. Malla Spinner	61
Figura 64. Malla Fan.....	61
Figura 65. Malla Bypass	61
Figura 66. Malla IGV.....	62
Figura 67. Malla rotor del compresor	62
Figura 68. Calidad del elemento para malla del Nacelle	63
Figura 69. Relación de aspecto para malla del Nacelle	63
Figura 70. Oblicuidad del elemento para malla del Nacelle.....	63
Figura 71. Calidad del elemento para malla del Spinner	64
Figura 72. Relación de aspecto para malla del Spinner	64
Figura 73. Oblicuidad del elemento para malla del Spinner.....	64
Figura 74. Calidad del elemento para malla del Fan	65
Figura 75. Relación de aspecto para malla del Fan	65
Figura 76. Oblicuidad del elemento para malla del Fan	65
Figura 77. Calidad del elemento para malla del Bypass.....	66
Figura 78. Relación de aspecto para malla del Bypass.....	66
Figura 79. Oblicuidad del elemento para malla del Bypass.....	66
Figura 80. Calidad del elemento para malla del IGV	67
Figura 81. Relación de aspecto para malla del IGV	67
Figura 82. Oblicuidad del elemento para malla del IGV	67
Figura 83. Calidad del elemento para el rotor del compresor.....	68
Figura 84. Relación de aspecto para malla del rotor del compresor.....	68
Figura 85. Oblicuidad del elemento para malla del rotor del compresor.....	68
Figura 86. Interfaces entre componentes en el caso de estudio 3	70
Figura 87. Validación del coeficiente de sustentación a diferentes ángulos de ataque.	72
Figura 88. Validación del coeficiente de arrastre a diferentes ángulos de ataque.	73
Figura 89. Comparación de la formación de hielo experimental y del FENSAP – ICE.....	74
Figura 90. Contornos de velocidad en perfil NACA 0012 obtenido con FENSAP-ICE.....	75
Figura 91. Contorno de velocidad a partir de los datos de Nilamdeen con FENSAP-ICE.....	75

Figura 92. Comparación de los datos de Wang y obtenidos con FENSAP-ICE.	76
Figura 93. Foto de acreción de hielo sobre un perfil NACA 63(4)421 tomada de Wang	76
Figura 94. Acreción de hielo utilizando el programa FENSAP-ICE para el caso de Wang.....	76
Figura 95. Resultado flujo en el rotor de helicóptero	77
Figura 96. Formación de hielo en el rotor del helicóptero.....	78
Figura 97. Formación de hielo 2D en la pala del helicóptero	78
Figura 98. Contorno de velocidad sin engelamiento	81
Figura 99. Contorno de velocidad con engelamiento.	81
Figura 100. Ala con sistema antihielo evaporativo.....	81
Figura 101. Ala sin sistema antihielo.....	81
Figura 102. Flujo de calor evaporativo sin sistema de deshielo	82
Figura 103. Flujo de calor evaporativo con sistema de deshielo	82
Figura 104. Contorno de presión para el flujo a través del motor	83
Figura 105. Eficiencia de colección de las gotas.	84
Figura 106. Cristales en fase sólida	85
Figura 107. Cristales en fase líquida.....	85
Figura 108. Fracción de Cristales Derretidos	86
Figura 109. Eficiencia de Colección de Cristales	86
Figura 110. Resultado formación de hielo motor turbofan.....	87
Figura 111. Entrada del motor sin hielo.....	88
Figura 112. Entrada del motor con hielo	88
Figura 113. Estator del motor sin hielo.....	88
Figura 114. Estator del motor con hielo.....	88
Figura 115. Rotor del compresor sin hielo.....	88
Figura 116. Rotor del compresor con hielo	88
Figura 117. Esquema de optimización de diseño.....	91

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Condiciones validación Ladson	31
Tabla 2. Condiciones validación Al - Khalil	35
Tabla 3. Condiciones validación Wang	35
Tabla 4. Condiciones para la simulación del rotor de helicóptero.....	45
Tabla 5. Condiciones para simular la formación en el ala de la aeronave.....	51
Tabla 6. Accidentes fatales por tipo de motor.	56
Tabla 7. Geometrías para el caso de estudio 3.....	58
Tabla 8. Mallas para el caso de estudio 3	60
Tabla 9. Estadísticas de mallas para el Caso N°3.....	63
Tabla 10. Interfaces de componentes en el motor.....	70
Tabla 11. Condiciones simulación motor turbofan.....	70
Tabla 12. Resultados Caso de Estudio N°1	77
Tabla 13. Resultados para el caso N°2.....	80
Tabla 14. Componentes del motor con y sin formación de hielo	88

NOMENCLATURA

LWC	Contenido de agua líquida
IWC	Contenido de agua sólida
ICC	Contenido de cristales de hielo
TWC	Contenido total de agua
Re	Número de Reynolds
AOA	Ángulo de ataque
V	Velocidad relativa
ρ	Densidad
μ	Viscosidad dinámica
M	Número de Mach
Cp	Calor específico
T	Temperatura
K	Conductividad térmica
CFD	Dinámica de fluidos computacional
SDL	Gotas de agua superenfriadas
CAD	Diseño asistido por computador
C _d	Coefficiente de arrastre
C _l	Coefficiente de sustentación
q'	Flux de calor
MVD	Diámetro promedio de las gotas de agua
ICD	Diámetro del cristal de hielo
S	Área de referencia
Ω	Velocidad angular
R	Constante particular del aire
r	Radio
RPM	Revoluciones por minuto
η	Eficiencia
\vec{v}	Vector de velocidad
S_m	Adición de masa a la fase continua
v_x	Velocidad axial
v_r	Velocidad radial
\vec{F}	Fuerzas externas del cuerpo
∇p	Gradiente de presión estática
$\bar{\tau}$	Tensor de esfuerzos
μ	Viscosidad molecular

I	Tensor unitario
r	Coordenada radial
x	Coordenada axial
v_z	Velocidad de rotación del fluido
q	Vector de flujo de calor
e	Energía interna por unidad de masa
$A(x, t); F(x, t); S(x, t)$	Funciones transitorias unidimensionales
$K; L$	Volúmenes de control adyacentes
σ	Elemento común de K y L
$n_\sigma(x)$	Vector normal unitario a σ
$\phi_\sigma^{(n)}$	Función de interpolación
α	Fracción de volumen molecular
$v_j; v_i$	Componentes de velocidad de la partícula
F_r	Número de Froude
g_i	Componente de la gravedad
K_p	Componentes de velocidad de la partícula
φ_e	Cantidad exacta de volumen de control
W_1	Función de peso
M	Malla del volumen de control
N_K	Función de reemplazo
t	Variable tiempo
$ A $	Matriz A

1. RESUMEN

Los flujos multifase, han sido de gran estudio en diferentes industrias, como son la petrolera, automovilística, metalmecánica, aeroespacial, entre otras. En la industria aeroespacial, existen registros de estudios a estos fenómenos en diferentes áreas, desde tanques de combustible, sistemas hidráulicos neumáticos y oleo-neumáticos, hasta sistemas de deshielo y antihielo de vehículos aéreos. Este estudio se enfoca en el fenómeno que causa la formación de hielo en las alas de las aeronaves, en las palas del rotor de los helicópteros y en aeromotores.

Se presenta una metodología de cómo estudiar estos fenómenos en las aplicaciones mencionadas, haciendo uso de esta en tres casos, uno por cada aplicación, segmentados y definidos por hechos ocurridos en la industria, que de alguna u otra forma la presencia del fenómeno generó graves consecuencias. El primer caso estudia la formación de hielo en el rotor de un helicóptero BK117A3, el segundo la formación de hielo en las alas de una aeronave CASA CN 235 y por último la formación de hielo en las primeras etapas de un motor Roll-Royce AE3007A. Se presentan los resultados obtenidos de las simulaciones realizadas para cada uno de los casos, sus respectivos análisis y conclusiones, y algunas propuestas sobre cómo prevenir a futuro que este tipo de eventos vuelvan a ocurrir.

2. INTRODUCCIÓN

Los flujos multifase que involucran partículas sólidas inmersas en un líquido y un gas, es un tópico que tiene objeto de estudio en las ciencias exactas relativas a los fenómenos de transporte. La implementación de experimentos, en los que se repliquen este tipo de situaciones con el fin de extraer datos que propicien resultados que permitan hacer un profundo análisis y estudio de estos fenómenos, posee un costo elevado debido a las condiciones controladas que debe mantener el laboratorio para asemejar lo que ocurre en la realidad.

A causa de esto, en la actualidad se ha recurrido a otra manera de estudiar este tipo de fenómenos de una forma más eficiente, que arroja resultados muy conservadores y con una brecha muy pequeña entre los datos que se obtienen a partir de esta y la experimentación. Este método es la simulación numérica soportada en herramientas computacionales, que, siendo más precisos para este caso de investigación, los termo-fluidos computacionales o dinámica de fluidos computacional (CFD, por sus siglas en inglés).

Se pretende mostrar la aplicación de este tipo de flujos multifase en el campo aeronáutico, con casos explícitos que serán estudiados mediante CFD. La intención de realizar esto es ampliar la gama de investigaciones que tiene la literatura con respecto a este tema, especialmente en la industria aeronáutica, donde el número es muy reducido y a causa de esto, se han presentado diversas situaciones en las que no conocer el fenómeno, ha implicado replantear las etapas de diseño de componentes y partes aeronáuticas, como los álabes de una turbina, las alas de un avión y sus superficies de control, el fuselaje, las palas de un helicóptero, entre otras.

En cuanto a la metodología establecida para el desarrollo de este proyecto, se realizaron diversas simulaciones para tres casos de estudio en los que hay presencia del fenómeno. Se seleccionaron estos casos debido a que son de alta relevancia en la industria aeronáutica y porque han sido de poco estudio, tomando como referencia lo encontrado en la literatura. El primero de ellos es cómo se da la formación de hielo en el rotor de un helicóptero cuando se encuentra sometido a condiciones climáticas adversas, degradándose el rendimiento aerodinámico del rotor; el segundo es cómo se da la formación de hielo en el ala de un avión, aun teniendo sistema de deshielo (tubo piccolo), que al igual que en el primer caso, el rendimiento aerodinámico del ala también se ve afectado; y el último caso es la simulación de la formación de hielo en las primeras etapas de motores de turbina, esto debido a la ingesta de cristales de hielo, generando pérdidas de potencia.

A partir de esto se obtuvieron resultados, en los que se observa como la formación de hielo transforma la geometría de los componentes, lo cual degrada el comportamiento y propiedades aerodinámicas de estos (tales como coeficientes de sustentación y de arrastre), dando un rendimiento diferente al que se espera cuando se encontraban en la fase de diseño. Estos resultados fueron analizados con el propósito de brindar propuestas de solución a los problemas que contraen los casos estudiados, además se proporciona un análisis predictivo en caso de que se implementen las propuestas hechas.

3. JUSTIFICACIÓN

La finalidad de esta investigación es la de analizar casos que afectan en la actualidad el desempeño y operación de productos presentes en la industria aeronáutica, tales como aeronaves, motores y hélices. Para esto, se estudiaron dichas situaciones empleando metodologías estratégicas de bajo costo, y que no requieren experimentación, como lo es la modelación por aproximación numérica con soporte computacional.

La metodología empleada permite modelar y simular dichas situaciones, y a partir de los resultados que estas arrojen, extraer posibles causas de los problemas que se presentan, en sintonización con la realidad. Esto con el fin de presentar propuestas viables que brinden soluciones verosímiles en cada caso estudiado, teniendo en cuenta a su vez, el alcance de dichas soluciones, dando así un aporte al sector de la industria aeronáutica que está focalizado en el estudio de estos fenómenos con la intención de desarrollar mejoras y optimizaciones.

El desarrollo de este proyecto permite ampliar el marco referencial que posee la industria en torno al tema de flujos multifase, que afectan la puesta en marcha y realización de las respectivas funciones de componentes, máquinas, dispositivos aeronáuticos, etc, que dentro de su funcionamiento involucren estos fenómenos.

La motivación de realizar esta investigación es dejar el sendero marcado para investigaciones posteriores que puedan realizarse en un futuro, con el fin de tener la oportunidad de ser referentes a nivel nacional y posiblemente internacional en este tema en específico, debido a que el conocimiento que posee la literatura, en torno a estos temas es reducido, y existen aspectos que no se han definido aún con certeza [1] y [2].

La comunidad científica interesada en la temática será la mayor beneficiada de este proyecto de investigación, incluyendo también a las compañías fabricantes de aviones, teniendo en consideración que estos temas son de alta relevancia y deben ser considerados en la etapa de diseño de componentes, que mitiguen estos fenómenos.

El proyecto deja una base de cómo abordar estos casos permitiendo que se llegue a determinar, los modelos más adecuados que simulen las situaciones bajo condiciones conocidas, para así analizar las mejores estrategias de mitigación. Por ejemplo, los resultados que se obtuvieron en el modelamiento y simulación de cada una de las aplicaciones abordadas permitieron hacer propuestas de solución a los problemas predichos, lo que permite optimizar el diseño de los componentes, sin alterar su eficiencia y operación adecuada. Esto trae como beneficio ahorrar costos por mantenimiento e inspección, dado que el factor de falla se ve reducido.

Por otro lado, también se beneficia la comunidad educativa en el ámbito aeronáutico, siendo promotores en el uso de nuevas herramientas que están disponibles, y que es muy importante conocerlas, especialmente en el ámbito ingenieril.

4. OBJETIVOS

4.1 Objetivo General

Analizar flujos multifase de gas-líquido-sólido en aplicaciones enfocadas a la industria aeronáutica mediante la aplicación de estrategias de simulación numérica.

4.2 Objetivos Específicos

- ✓ Identificar y aprehender los procedimientos, conceptos y metodologías para el estudio mediante simulación numérica de casos de flujo multifase gas-líquido-sólido.
- ✓ Validar la metodología de simulación para cada uno de los casos de flujo multifase propuestos, por medio de datos experimentales disponibles en la literatura.
- ✓ Evaluar al menos tres posibles casos de flujos multifásicos gas-líquido-sólido en aplicaciones aeronáuticas.
- ✓ Proponer posibles soluciones a los problemas encontrados para los casos propuestos acorde a los resultados obtenidos.

5. ESTADO DEL ARTE Y MARCO TEÓRICO

Los flujos multifase, han sido de gran interés en diferentes ámbitos de la ingeniería. Una de las áreas donde se ha dado el mayor estudio, debido a aspectos de seguridad y certificación, ha sido en la industria aeronáutica, en la cual se pueden observar varios de estos fenómenos. Los de mayor relevancia en la actualidad, se mencionan a continuación.

5.1 Flujos Multifásicos en Aplicaciones Aeronáuticas

La aplicación de flujos multifase gas-líquido-sólido en la industria aeronáutica se da en diferentes contextos, en los cuales el buen entendimiento de este tipo de fenómenos permite a los ingenieros la optimización de procesos, bien sea de diseño [3] u operacionales [4] de cualquier tipo de producto o equipo, debido a que el uso de estrategias como la modelación y simulación de dichas situaciones, permite establecer posibles modelos predictivos en cuanto al comportamiento de estos fenómenos, lo que otorga la posibilidad de atenuar conflictos y problemas que afecten la efectividad del producto que se esté diseñando u optimizando su operación [5].

El estudio de flujos multifase, específicamente para el caso en el que se considera un flujo gas-líquido-partículas es un tema de gran importancia y de mucho objeto de estudio actualmente en la industria aeronáutica (e.g. [6] y [7]). Una de las situaciones de flujo multifase gas-líquido-sólido más relevantes, es la ingesta de cristales de hielo en motores a reacción. La presencia de este flujo multifase conlleva a problemas tales como la degradación del performance del motor, retroceso del motor, fenómenos de exceso de flujo (surge) y entrada en pérdida (stall) en los álabes del compresor [8] y [9]. Además, puede darse un apagón repentino de la flama en la cámara de combustión (flame out) [10] y [11].

Otro caso es la formación de hielo en superficies de control aerodinámico en las aeronaves y en las superficies de sustentación, alterando la eficiencia aerodinámica de la superficie, debido a que se modifica la geometría del perfil, teniendo resultados imprevistos como entrada en pérdida, aumento del arrastre y por ende aumento en el consumo de combustible [12]. Por otro lado, se modifican coeficientes de presión y velocidad sobre el perfil, ofreciendo un comportamiento diferente al que se espera cuando el fabricante seleccionó el perfil para la aeronave [13]. Además, también es importante resaltar que esto afecta la operación segura, debido a que la formación de hielo en superficies de control puede traer como consecuencia que se pierda el control de la aeronave [14]. Considerando que también se puede presentar obstrucción por la formación de hielo en los tubos de presión estática y dinámica de los indicadores de altitud y velocidad, lo que puede tener como resultado final un accidente por una mala indicación [15].

Una situación más en la que hay presencia de flujo multifásico gas-líquido-partículas es en los tanques de combustibles de las aeronaves, debido a que en los combustibles usados en

aviación tiende a existir presencia de partículas de agua [16]. En aeronaves que vuelan a grandes altitudes estas partículas se convierten en una película de hielo que puede generar obstrucciones en las líneas de combustibles y en los filtros del sistema de combustible, por ende, el paso de combustible es impedido, lo cual puede ser crítico para una aeronave en vuelo [17], [18] y [19]. También se dan en otros casos como en sistemas de propulsión que emplean combustibles de propelente sólido. En estos ocurre descomposición química del combustible, lo que genera partículas sólidas, que junto con los gases de escape, y gotas de combustible, producto de fenómenos de disociación en los que no se da una reacción química completa, permite que haya presencia de este tipo de flujo multifase, el cual afecta la producción de empuje del sistema de propulsión [20].

Por otro lado, en aplicaciones diferentes a aeronaves, concernientes a la industria, cómo las turbinas eólicas, el hecho que se formen películas de hielo en los álabes de la turbina afecta directamente el performance y la producción de energía de dicha turbina, además pérdidas de potencia, fallas mecánicas y eléctricas, lo que afecta la operación correcta de la turbina [21], [22], [23] y [24].

Los anteriores son algunos ejemplos de los problemas que se presentan en la industria actualmente. La manera de enfrentar cualquier problema de este tipo es entendiendo primeramente su comportamiento, para luego establecer soluciones que los eliminen o disminuyan en gran medida. Lo que se aporta con este trabajo es brindar más conocimiento en torno a algunos problemas como los mencionados previamente, de los cuales no se tiene mucha claridad sobre su comportamiento. Esto se realizará a través de metodologías de simulación numérica y la ayuda de herramientas computacionales, con el fin de que, una vez obtenidos los análisis de los resultados de las simulaciones, se hagan propuestas de posibles soluciones y establecer los impactos más probables que estas tendrán, en caso de ser implementadas.

5.2 Trabajos Realizados

En [25] desarrollan un modelo termodinámico, basado en ecuaciones diferenciales parciales, para simular la acumulación de hielo en geometrías bidimensionales y tridimensionales, capaz de acoplarse con solucionadores de las ecuaciones de Navier-Stokes, para flujos laminares y turbulentos, implementados en el software FENSAP-ICE de Ansys. Este permite simular los fenómenos de flujos multifase de aire-agua-hielo, que ocurren durante la ingestión de cristales de hielo en los motores de turbina a gas, y que conllevan a la formación de hielo en los alabes del compresor. Este software además provee elementos que permiten intuir si se generaron fenómenos de entrada en pérdida, surge y flame out en los alabes. El programa, permite simular las condiciones climáticas de operación donde hay presencia de hielo, partículas superenfriadas o granizo, donde la

temperatura tiende a ser muy baja [26], permitiendo que se dé la formación de hielo en superficies y demás componentes. En la figura 1 se presenta una simulación de formación de hielo en un cuerpo con la herramienta FENSAP – ICE, en la que se observa cómo se desplaza la malla debido a la formación de hielo.

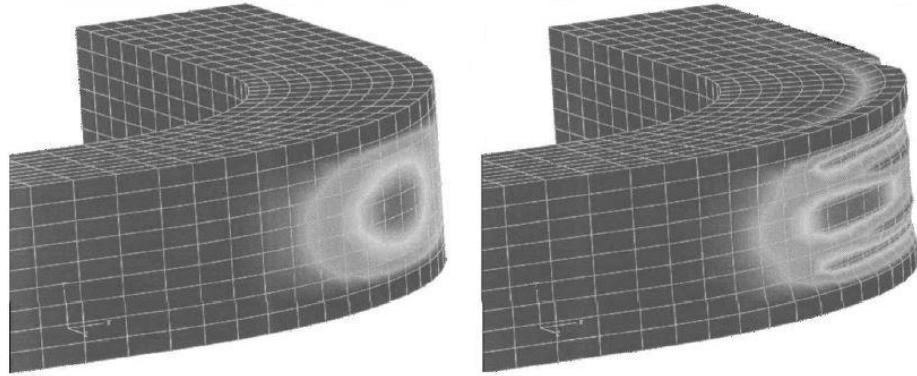


Figura 1. Formación de hielo en un cuerpo con FENSAP-ICE [25]

Wang et al [23], presentan una correlación de transferencia de calor por convección forzada para el número adimensional de Nusselt, para un perfil NACA 63-421 de una turbina de viento que opera en condiciones de lluvia o granizo, y que está sometida a impactos de gotas de agua, a ángulos de ataque entre 0° y 25° , a diferentes valores del número de Reynolds. Esto se realizó por medio de estudios experimentales, con el fin de conocer el proceso de formación de hielo en la superficie de dicho perfil. En las figuras 2 y 3 se presentan alguno de los resultados obtenidos por Wang.

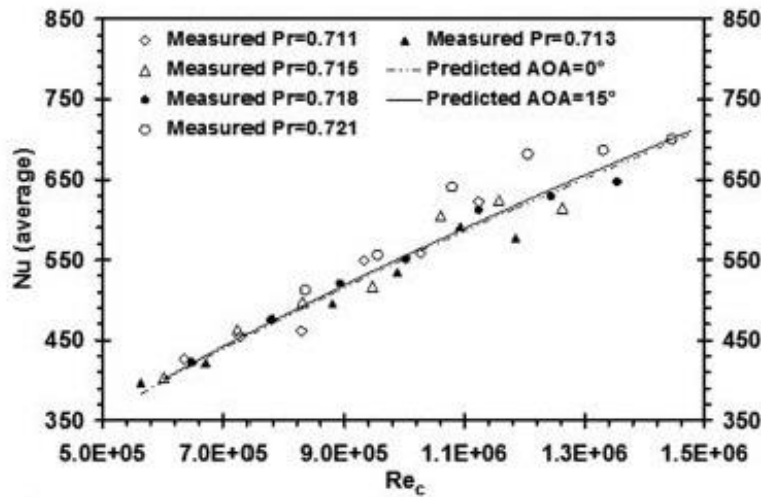


Figura 2. Nusselt a alto Reynolds con 15° AOA [23]

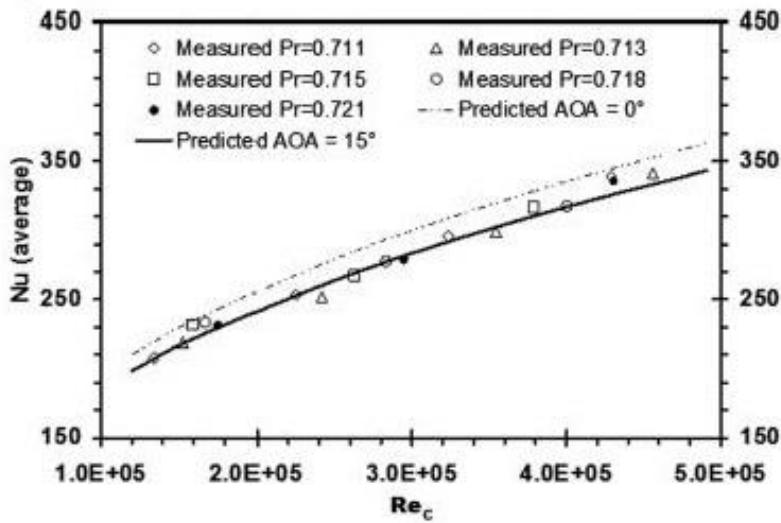


Figura 3. Nusselt a bajo Reynolds con 15° AOA [23]

En [24], se utiliza el software FLUENT [27] para así hallar la información sobre los flujos de aire, agua y la fracción volumétrica requerida para simular el modelo de hielo, donde estiman, el flujo de agua sobre la pala de una turbina de viento de eje horizontal, para conocer las condiciones de desempeño de la turbina, o métodos de deshielo y antihielo, con el fin de prevenir la acumulación de hielo en las palas, en topografías con condiciones climáticas adecuadas para que se dé la formación de hielo. Dentro del estudio se encontró, que la acumulación se da principalmente en el borde de ataque y en la punta de las palas, donde se evidencia que la velocidad angular tiene un gran impacto en la cantidad de hielo adquirido por esta, además, se obtuvo que la acumulación no se da de forma uniforme a lo largo de la longitud de la pala, sino de manera irregular. También se encuentra que se deben evitar puntas de alabes planos, debido a que incrementa la acumulación de hielo. La acumulación que se evidencia en el borde de fuga de la pala es debido a que al existir separación de la capa límite, las partículas de gotas de agua sobre enfriadas impactan en este con alta energía cinética, lo que permite la adhesión de estas en la superficie.

En la figura 4 se presenta el resultado del campo de flujo obtenido a partir de la simulación en FLUENT. En la figura 5 se presenta el resultado de la simulación de la formación de hielo en la pala de la turbina.

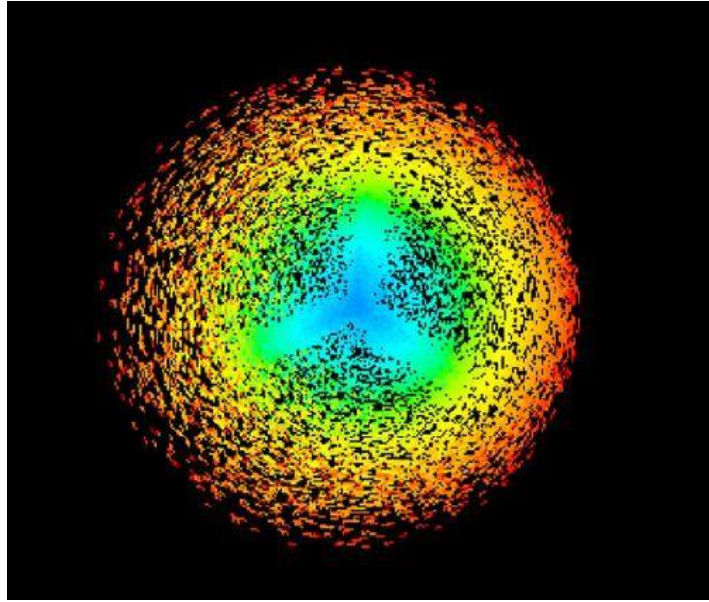


Figura 4. Campo de flujo en la simulación CFD de una turbina de viento [24]

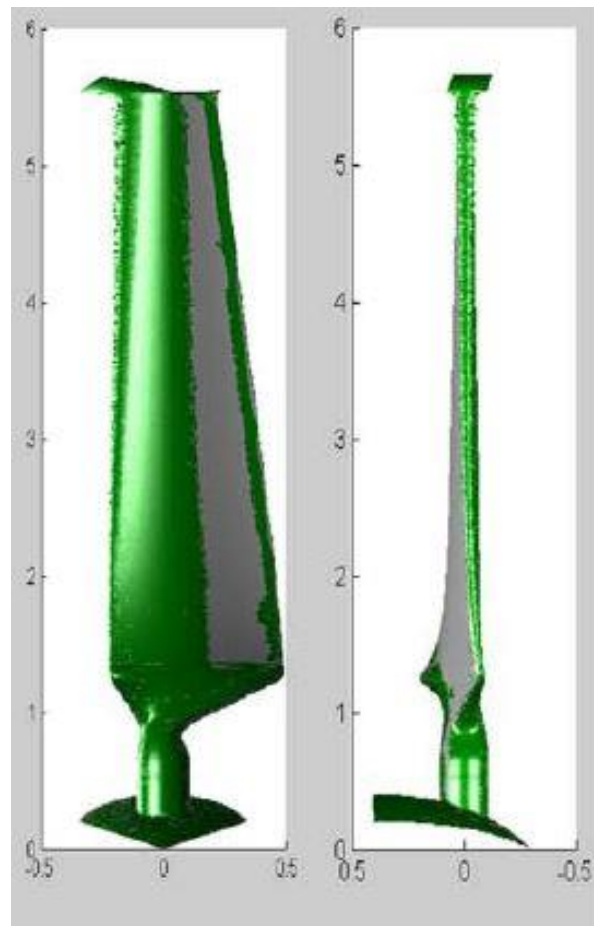


Figura 5. Formación de hielo en la pala de una turbina de viento [24]

Habashi et al [28], proponen un esquema tridimensional, basado en la analogía de cerchas, con el objetivo de controlar los desplazamientos y deformaciones largas e irregulares de las retículas y nodos de un mallado, con el fin de aumentar la eficiencia de simulaciones CFD relacionadas con formaciones de hielo. Esto asemeja la alteración geométrica que sufre un cuerpo cuando en él se acumula hielo. En la figura 6 se muestra uno de los resultados obtenidos por Habashi con esta metodología de malla desplazada.

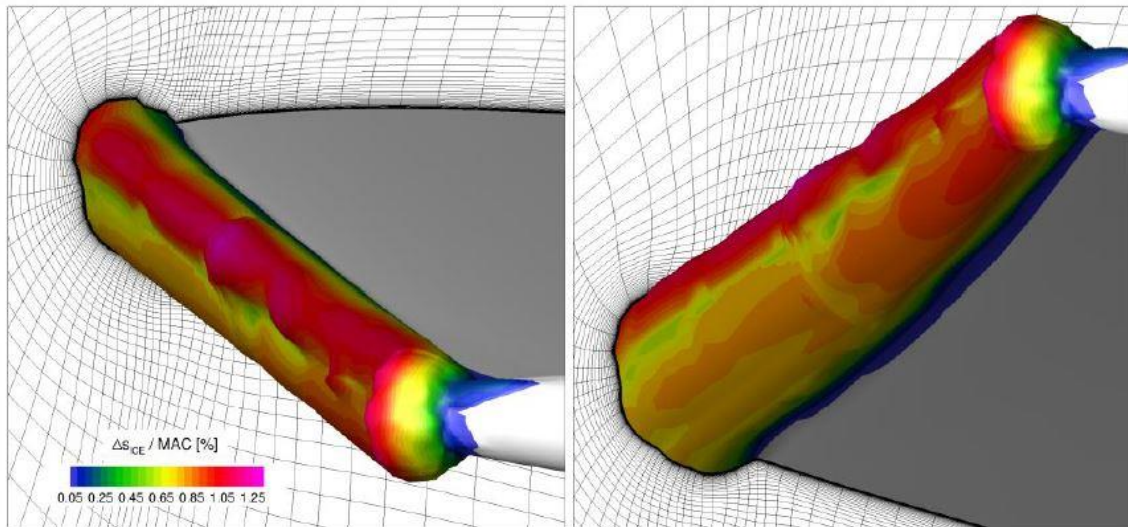


Figura 6. Malla desplazada después de 600 segundos de formación de hielo [28]

Una metodología numérica, usando como base el solucionador de ecuaciones de Navier Stokes, FLUENT [27], fue implementada, para simular el flujo multifase de aire-agua-hielo, usando la metodología euleriana-lagrangiana, para simular el impacto de gotas en motores de turbina a gas en [10]. Los cristales de hielo se funden parcialmente al entrar al núcleo de las turbinas de gas, lo que genera que se forme una película de agua, que en condiciones de hielo en vuelo, se empieza a generar acumulación de este en los alabes del compresor de baja y en las primeras etapas del compresor de alta, debido a esto pueden ocurrir fenómenos de stall y surge en el compresor, por tanto las autoridades europeas iniciaron un programa llamado cristales de hielo a gran altitud de acuerdo con Liu et al [10]. En la figura 7 se observa la aplicación de esta metodología numérica, en la formación de hielo sobre un cilindro, y la comparación de los resultados de esta con resultados experimentales y con otra metodología desarrollada por Nilamdeen en [26] y [29].

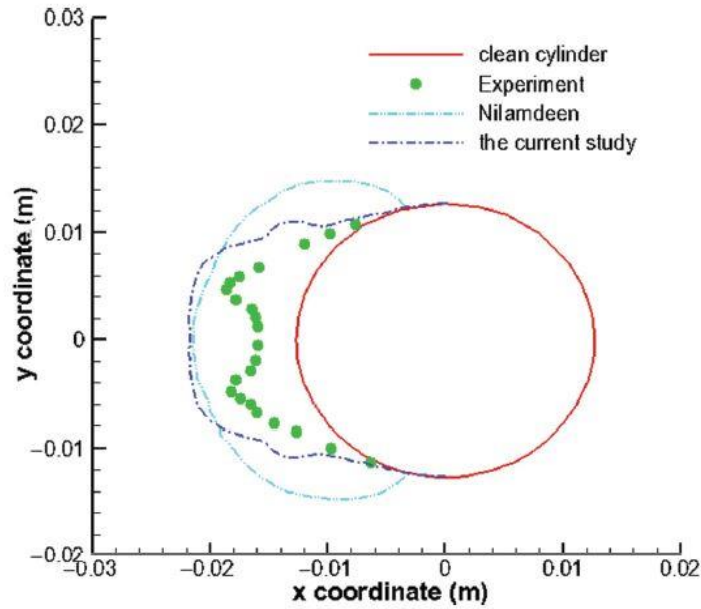


Figura 7. Formación de hielo en un cilindro [10]

Un estudio experimental para examinar la transferencia de calor inestable y procesos de acumulación de hielo dinámica sobre la superficie de un perfil NACA 0012 bajo diferentes condiciones de hielo, utilizando el túnel de investigación de hielo disponible en la universidad estatal de Iowa (ver figura 9), fue realizado en [30], con el fin de obtener el coeficiente de convección por transferencia de calor para los flujos multifase aire, agua y partículas de hielo, en los procesos de impacto de hielo y gotas de agua en un perfil NACA 0012. En la figura 8 se presenta un esquema del balance de energía empleado para el estudio.

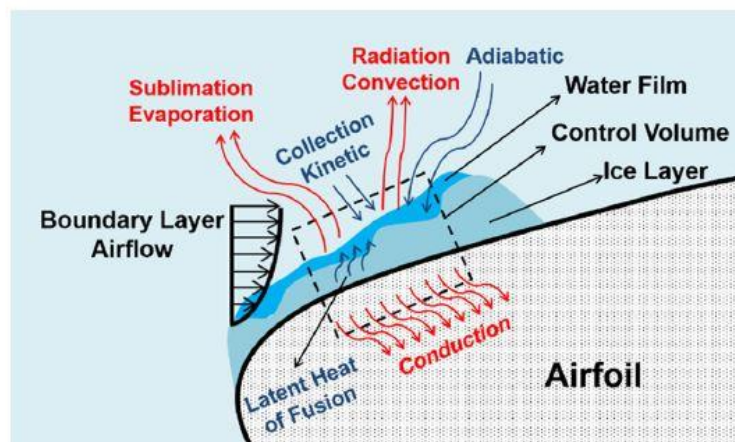


Figura 8. Esquema del balance de energía para la formación de hielo sobre un perfil [30]

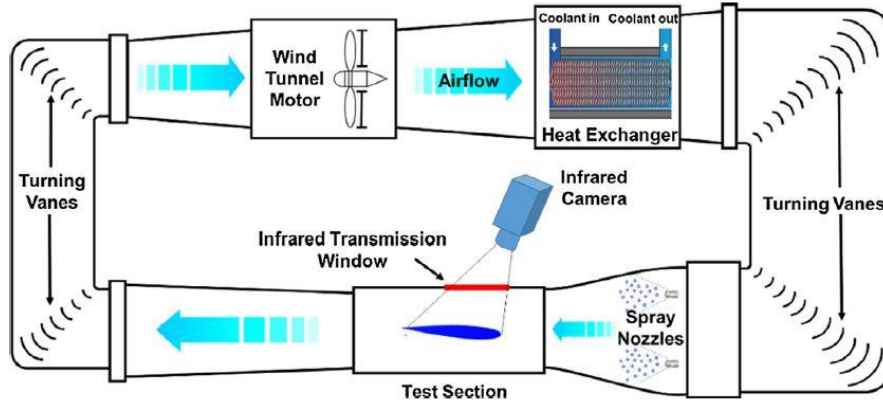


Figura 9. Esquema del túnel de viento de la Universidad de Iowa [30]

En [2], se presenta una revisión de la literatura, en cuanto al impacto de gotas de agua en flujos multifase aire-agua-hielo en condiciones de granizo y lluvia, donde se evidencia la física del flujo, parámetros característicos, riesgos, cálculos de la trayectoria de las partículas, dinámica del impacto de gotas y sus efectos en el desempeño de los perfiles aerodinámicos, y además se proponen algunas consideraciones, que se deben tener en cuenta para simular más acertadamente este fenómeno y sus efectos. En la figura 10 se muestran algunos esquemas usados por el autor para el desarrollo del trabajo.

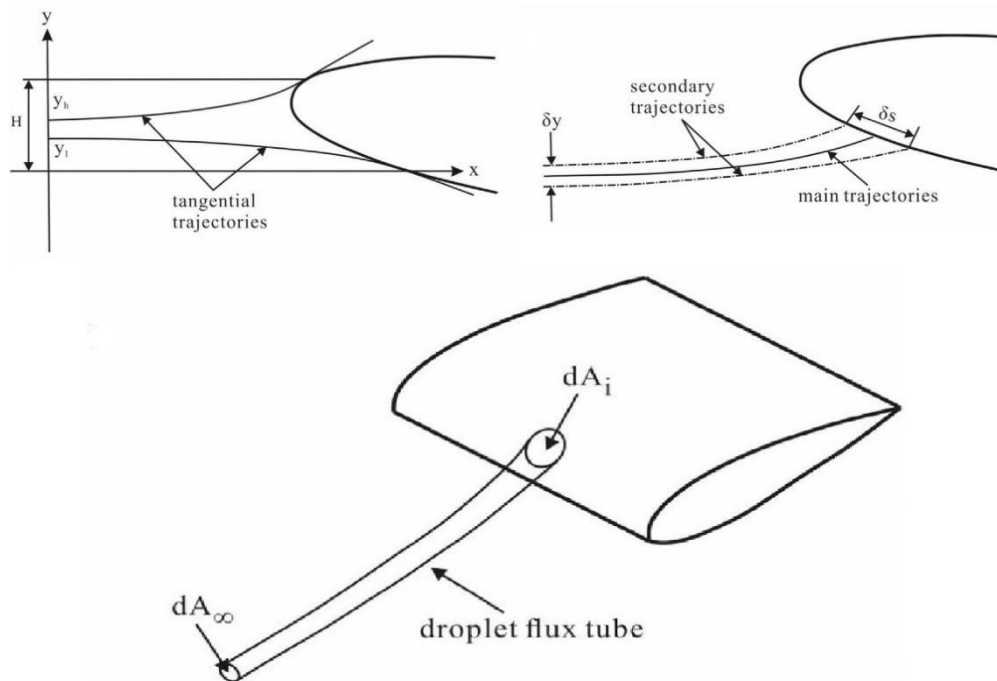


Figura 10. Trayectoria de una gota super - enfriada en un perfil [2]

En [31] se logró segmentar que hay dos tipos distintos de formación de hielo basados en un modelo termodinámico (balance de energía), sobre una superficie: La formación de hielo por congelación y la formación de hielo por fusión. En el primero, la acumulación de hielo se produce cuando una fracción de los cristales de hielo está en estado de fusión, esto se da desde la superficie del cristal hacia su interior, y cuando este impacta sobre la superficie de la aeronave se congela súbitamente debido a la diferencia de temperaturas entre la fase líquida superficial del cristal y el cuerpo.

En el segundo tipo la formación de hielo se produce a partir del hielo que no es afectado por la fusión acumulado en una superficie, donde una fracción del cristal, generalmente superficial cambia de estado una vez ha hecho contacto con la superficie del cuerpo con el que impacta. Esta formación se caracteriza por una adhesión superficial débil.

La segmentación descrita anteriormente se logró mediante la evaluación de un modelo termodinámico de conducción transitoria a partir de datos experimentales sobre un perfil NACA 0012 que encontraron los autores en la literatura. En la figura 11 se muestra un esquema de dicho modelo.

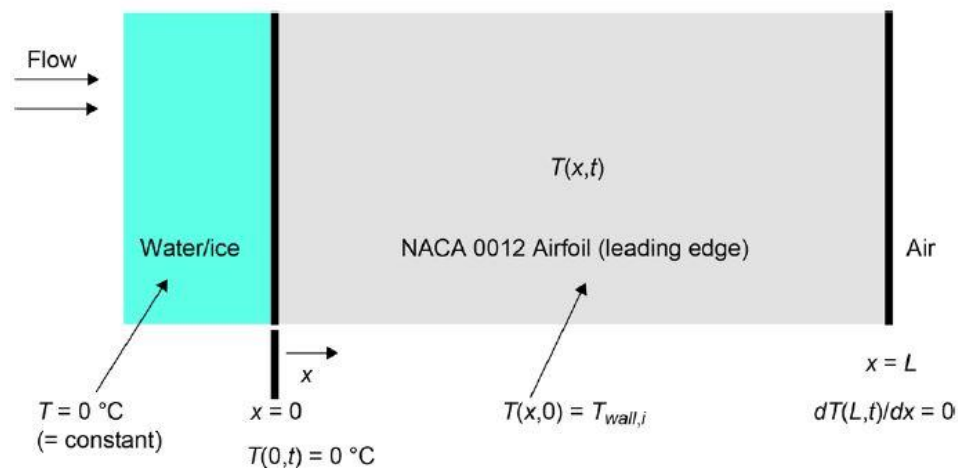


Figura 11. Modelo termodinámico de conducción unidimensional en un perfil NACA 0012 [31]

En [32], se realizan una serie de experimentos, en un perfil NACA 0012, en el túnel de viento de la universidad de Pensilvania, con el fin de obtener como la temperatura superficial y la cantidad de cristales de hielo fundido en una nube afectan la tasa de crecimiento de hielo en los estatores y cubiertas de baja presión de turbinas. Los resultados de los experimentos arrojaron que a medida que la temperatura del aire incrementaba, el espesor de la capa de hielo disminuía, teniendo en cuenta que dicho espesor está íntimamente relacionado con el porcentaje de cristales de hielo que estén cambiando de estado por fusión contenidos en la nube. En la figura 12 se muestra la imagen digitalizada de la formación de hielo en el perfil NACA 0012 de la prueba.

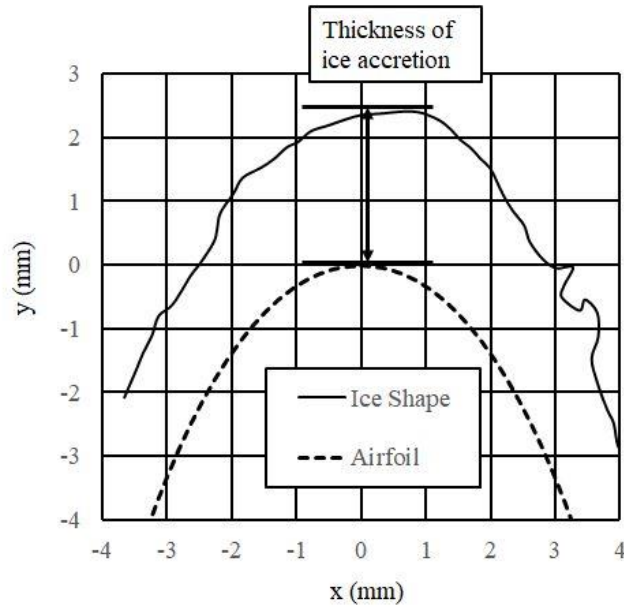


Figura 12. Espesor de hielo formado en un perfil NACA 0012 [32]

En [33] se emplea la metodología SPH (Smoothed Particles Hydrodynamics) para la simulación de fases sólidas, cuerpos deformables y materiales en forma granular dispersos en una fase líquida, que a su vez está inmersa en un entorno gaseoso, llegando a la premisa de que para modelar este tipo de fenómenos es de suma importancia la consideración de las fracciones volumétricas de cada una de las fases presentes. El desarrollo de metodologías de simulación como esta deja ver el hecho de que hay que diversos caminos para afrontar la manera en que se recrean este tipo de fenómenos multifásicos. En la figura 13 se observa el resultado de la simulación donde se pone a prueba el método numérico desarrollado de un ejemplo sencillo de la vida cotidiana en donde se presentan flujos multifase de este tipo, café instantáneo (que por lo general se encuentra en forma granular) que sería la fase sólida en forma de partículas; agua en estado de ebullición que sería la fase líquida con la fase gaseosa implícita debido al cambio de fase en el que se encuentra.

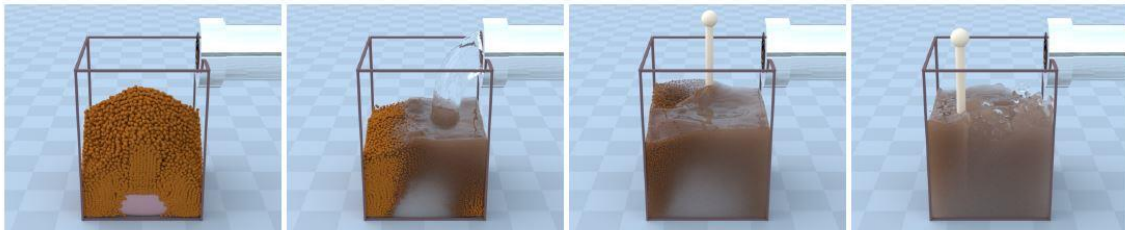


Figura 13. Aplicación de la metodología SPH para la simulación de flujos multifase [33]

Este trabajo está cercanamente relacionado con el anterior, además de que es un claro ejemplo del uso de herramientas computacionales para semejar fenómenos multifase de líquido, gas y partículas de hielo. En [34] realizaron una simulación de la trayectoria que toman cristales de hielo que entran en un motor a reacción aeronáutico, cuando una aeronave que está en vuelo entra en una nube. Esto se hizo con el software CEDRE desarrollado por la ONERA (Oficina Nacional de Estudios y de Investigación Aeroespacial - Francia). La ONERA también ha desarrollado otros softwares, cómo lo es el IGLOO2D, el cual sirve para modelar la acumulación de hielo en los perfiles de las alas de aeronaves, o en los alabes del compresor de aeromotores [35] y [36], en los que hay presencia de flujo multifase de aire, gotas de agua y cristales de hielo, además en el trabajo se refleja la fidelidad de los resultados de este tipo de softwares, debido a que los resultados de este se validaron por medio de pruebas experimentales [37]. En la figura 14 se muestra el resultado de la simulación y la trayectoria que toman los cristales cuando se enfrentan a la parte frontal del motor. En la figura 15 se muestra el resultado de otra simulación en el que se expone un perfil NACA 0012 a formación de hielo.

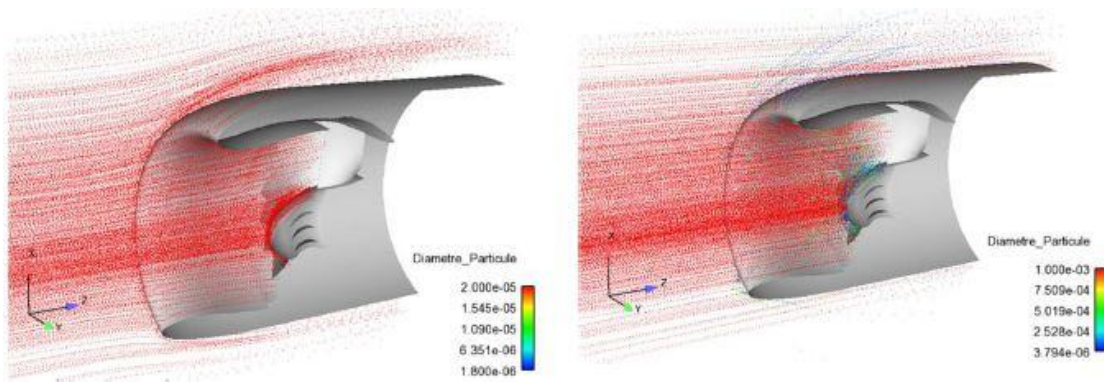


Figura 14. Trayectoria de cristales de hielo en la entrada de una turbina aeronáutica [34]

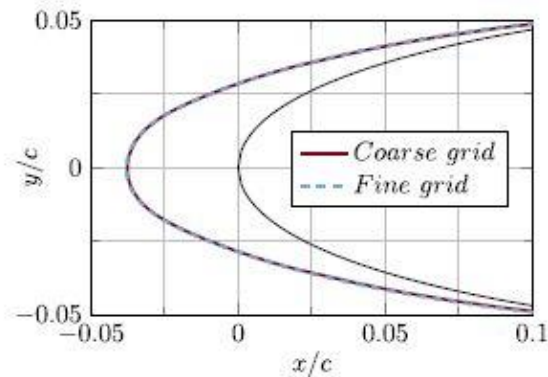


Figura 15. Formación de hielo en un perfil NACA 0012 [37]

También es importante resaltar el trabajo que se ha realizado en cuanto a la parte experimental de este tema con el fin de validar los resultados que arrojan las herramientas que se han estado desarrollando como, por ejemplo, pruebas experimentales sobre la formación de películas de hielo en componentes internos de motores aeronáuticos que fueron realizadas en [38]. Los resultados de estas pruebas se sintonizaron correctamente con predicciones hechas previamente por simulaciones de CFD. Además, se reportó el hecho de cómo afecta el tamaño relativo de la partícula de hielo sobre el número de mach de este en relación con la velocidad que el flujo de aire le induce a la misma. En la figura 16 se aprecia la formación de hielo en un cuerpo a diferentes tiempos de engelamiento.

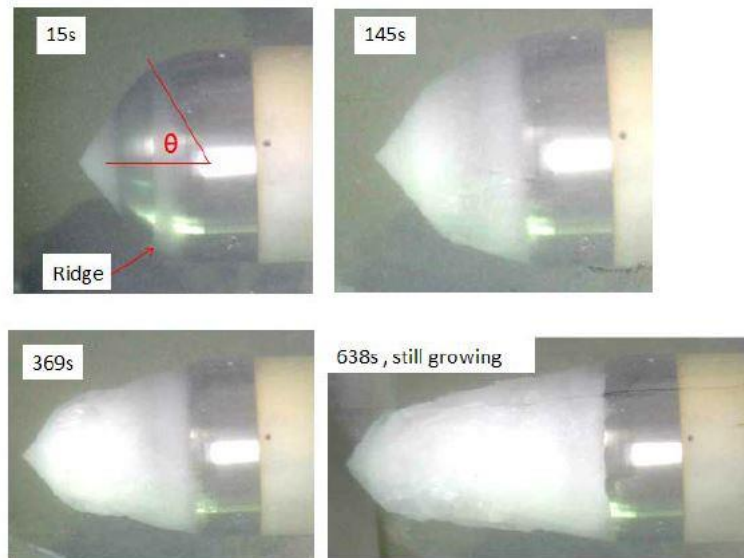


Figura 16. Formación de hielo en un cuerpo asimétrico con nariz hemisférica [38]

En [39] se reporta el desarrollo de un compresor axial multietapa empleado para pruebas de laboratorio para la investigación de la ingestión de cristales y formación de hielo en las etapas de este, con el fin de que estas sean realizadas lo más cercanas posible a la operación real de un motor de una aeronave que se encuentra en vuelo expuesto a este tipo de flujos multifase, a causa de condiciones ambientales adversas. A su vez el registro de las modelaciones y simulaciones previas que se tuvieron en cuenta para la construcción de estos se da en [40] y [41]. En la figura 17 se muestra una imagen del modelo de compresor desarrollado.

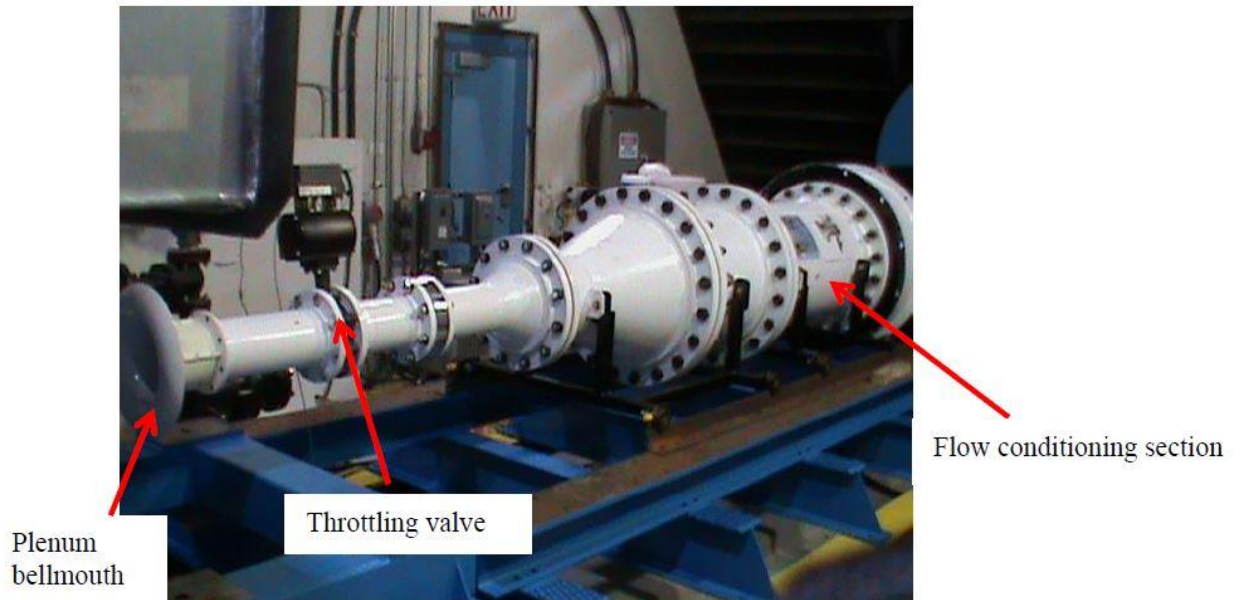


Figura 17. Compresor axial modular multietapa para la investigación de los cristales de hielo [39]

Avances como los antes mencionados son de importancia, porque hay aspectos que, por ejemplo, en el asunto de la ingesta de cristales de hielo en motores de turbina, aún no se definen con certeza [42], ya que la película de hielo se forma principalmente en el núcleo (*core*) del compresor [43], lo cual afecta directamente el performance del motor ocasionando pérdidas de empuje, engine stall, surge y daños en componentes continuos al compresor, debido a desprendimientos de las capas de hielo formadas, hecho pronunciado recientemente por una investigación de la NASA [44].

En [45] se menciona que las temperaturas y altitudes asociadas a la formación de hielo, se encuentran en el rango entre -7°C a -63°C , en altitudes que van desde 9000ft a 41000ft. Donde el 50% de los eventos se dan a -29°C o menores. Estos fenómenos ocurren al momento en que la aeronave, está pasando en medio de una nube convectiva, donde debido a la caída de temperatura, se da condensación del vapor de agua, por lo que se produce gotas superenfriadas de agua y partículas de hielo. De acuerdo con Mason et al [46], a temperaturas superiores a -12°C existe menor probabilidad de que exista contenido de agua líquida (LWC), y mayor probabilidad de que la nube tenga contenido de partículas de hielo (IWC).

5.3 Marco Teórico

5.3.1 Leyes Generales

Uno de los aspectos importantes para la modelación de flujos multifase, y que a su vez es base fundamental para cualquier método numérico que simule este tipo de fenómenos, son las leyes de conservación de masa, la conservación de momento y la primera ley de la termodinámica, que es la conservación de la energía.

5.3.1.1 Conservación de Masa

En cuanto a la conservación de masa, define que la cantidad de materia antes y después de una transformación siempre es la misma, en este sentido la ecuación de conservación de masa, o ecuación de continuidad está dada por [47] :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = S_m \quad (1)$$

La ecuación (1) es la ecuación de conservación de masa general donde el factor S_m es la adición de masa a la fase continua, desde la fase secundaria dispersa debido a la evaporización de partículas líquidas.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) + \frac{\partial}{\partial r}(\rho v_r) + \frac{\rho v_r}{r} = S_m \quad (2)$$

La ecuación (2) es para geometrías en dos dimensiones de ejes simétricos donde v_x es la velocidad axial y v_r es la velocidad radial, siendo r la coordenada radial y x la coordenada axial.

5.3.1.2 Conservación de Momento

En cuanto a la conservación de momentos, se define como un balance de momentos entre los cambios de los momentos integrados en un volumen de control que contribuyen al movimiento de un área y sus fuerzas superficiales.

La ecuación de momento en un marco de referencia inercial (sin aceleración) se escribe de la siguiente manera [47]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\bar{\tau}) + \rho \vec{g} + \vec{F} \quad (3)$$

Donde p es la presión estática, $\bar{\tau}$ es el tensor de esfuerzos, $\rho \vec{g}$ y \vec{F} son las fuerzas gravitacionales y externas del cuerpo, respectivamente, debido a la interacción con la fase dispersa. Las fuerzas también dependen de otros modelos en términos de las condiciones iniciales. La siguiente ecuación define el tensor de esfuerzos:

$$\bar{\tau} = \mu \left[(\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{v} I \right] \quad (4)$$

Donde μ es la viscosidad molecular e I , es el tensor unitario y el segundo término de la derecha es el efecto debido a la dilatación del volumen de control.

La siguiente ecuación describe la conservación de momento para geometrías de eje simétricos en dos dimensiones:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho v_x) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x}(r \rho v_x v_x) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho v_r v_x) = \dots \\ \dots - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} \left[r \mu \left(2 \frac{\partial v_x}{\partial r} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{v}) \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial x} \right) \right] + F_x \end{aligned} \quad (5)$$

y

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x}(r \rho v_x v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho v_r v_r) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} \left[r \mu \left(\frac{\partial v_r}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial r} \right) \right] \dots \\ \dots + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \mu \left(2 \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \vec{v}) \right) \right] - 2\mu \frac{v_r}{r^2} + \frac{2\mu}{3r} (\nabla \cdot \vec{v}) + \rho \frac{v_z^2}{r} + F_r \end{aligned} \quad (6)$$

donde v_z es la velocidad de rotación del fluido, y:

$$\nabla \cdot \vec{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} \quad (7)$$

5.3.1.3 Conservación de Energía

En cuanto a la conservación de energía, menciona que la energía no se crea ni se destruye durante un proceso, solamente se puede transformar. La ecuación de conservación de energía es la siguiente [47]:

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho \left(e + \frac{1}{2} |u|^2 \right) dV = \int_{V(t)} \rho g \cdot u dV + \int_{A(t)} f \cdot u dA - \int_{A(t)} q \cdot n dA \quad (8)$$

Donde los términos de la derecha son el trabajo realizado en el fluido dentro del volumen de control por las fuerzas del cuerpo, el trabajo realizado en el fluido debido a fuerzas superficiales y la transferencia de calor fuera del volumen de control. Aquí q es el vector de flujo de calor y en general incluye conducción y radiación térmica. El último tiene signo negativo debido a que la energía en el volumen de control decrece cuando pierde calor y ocurre cuando $q \cdot n > 0$.

En los términos de la derecha e es la energía interna por unidad de masa y dentro del volumen de control también se encuentra la energía cinética por unidad de masa.

5.3.2 Métodos Numéricos

Un método numérico es el procedimiento por el cual se obtiene de manera aproximada la solución de un problema realizando cálculos puramente aritméticos y lógicos. Este procedimiento básicamente consiste en una secuencia de operaciones algebraicas que constituyen un algoritmo el cual tiene como objetivo brindar una solución convergente. En esta sección se dará una descripción breve de los métodos numéricos con los que trabaja la herramienta computacional utilizada [48] y [49], la cual es FENSAP - ICE. Esta herramienta es un software perteneciente a ANSYS, que contiene seis módulos que forman un sistema completo, versátil y flexible para el usuario, que se emplea para la simulación de formación de hielo, se seleccionó esta debido a que era la que se encontraba disponible en la planta universitaria. FENSAP – ICE está estructurado de la siguiente manera:

- ✓ FENSAP: Paquete de análisis de elementos finitos 3D para las ecuaciones de Navier-Stokes.
- ✓ OptiGrid: Herramienta de reconstrucción de CAD y adaptación de malla en 3D.
- ✓ DROP3D: Solucionador del impacto de gotas de agua por el método Euleriano de elementos finitos en 3D.

- ✓ ICE3D: Solucionador para la formación de hielo por el método de volúmenes finitos en 3D.
- ✓ CHT3D: Solucionador de la conjugada de transferencia de calor en 3D, incluyendo el C3D para conducción de calor.
- ✓ FENSAP-ICE-TURBO 3D: Solucionadores adaptados para problemas específicos de formación de hielo que impliquen turbo-maquinarias. Este paquete incluye los siguientes:
 - FENSAP-TURBO: Paquete de análisis de elementos finitos 3D para las ecuaciones de Navier-Stokes en rotores/estatores.
 - DROP3D-TURBO: Solucionador del impacto de gotas de agua por el método Euleriano de elementos finitos en 3D en rotores/estatores.
 - ICE3D-TURBO: Solucionador para la formación de hielo por el método de volúmenes finitos en 3D en rotores/estatores.

Cómo se puede apreciar este paquete de ANSYS trabaja con el método de volúmenes finitos y el método Euleriano de elementos finitos. Estos se describen de una manera general a continuación.

5.3.2.1 Método de Volúmenes Finitos

El método de volúmenes de control finitos discretiza y resuelve numéricamente una o un sistema de ecuaciones diferenciales parciales (EDP) que definen la conservación, o balance de una o más cantidades, es decir las leyes de conservación anteriormente descritas. En este método se construye una malla, que consiste en una partición del dominio donde vive la variable de espacio. Los elementos de la malla son los llamados volúmenes de control. La integración de la ecuación diferencial parcial sobre cada volumen de control da como resultado una ecuación de conservación. Ahora si se tienen en cuenta todas las ecuaciones que se generan por cada volumen de control, se conforma el conjunto de ecuaciones de equilibrio, que luego se discretiza con respecto a un conjunto de incógnitas. El problema principal es la discretización en los límites de cada volumen de control, entonces para que el método sea eficiente se deben tener en cuenta los flujos en los límites de cada volumen de control, los cuales pueden ser:

- ✓ *Conservativo*: El flujo que ingresa a un volumen de control desde un volumen vecino debe ser opuesto al flujo que ingresa a ese vecino desde el volumen mismo.
- ✓ *Consistente*: El flujo de una función regular de interpolación tiende a ser un flujo continuo a medida que se desvanece el tamaño de la malla.

Lo que diferencia este método de otros, es la discretización de las ecuaciones de conservación localmente en cada volumen de control, lo que permite a su vez, la discretización de los flujos en los límites de los volúmenes de control, en lugar de discretizar un operador diferencial continuo, lo cual permite dar una solución bien sea exacta o aproximada al problema.

Ahora considerando la siguiente ecuación diferencial parcial en forma conservativa:

$$\partial_t A(x, t) + \nabla \cdot F(x, t) = S(x, t) \quad (9)$$

Donde la variable de espacio x pertenece al dominio $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ (donde d es la dimensión del espacio que es igual o más grande que 1), y la variable t , que pertenece a algún intervalo $[0, T]$ con $T > 0$. La función escalar A , definida en $\Omega \times [0, T]$, expresa la densidad de alguna cantidad, y $\partial_t A$ denota la derivada con respecto al tiempo. La función F , definida en $\Omega \times [0, T]$ y evaluada en \mathbb{R}^d , expresa el flujo de esta cantidad, y $\nabla \cdot F$ denota su divergencia espacial. La función S , definida en $\Omega \times [0, T]$ y evaluada en \mathbb{R} , denota algún término fuente. Alguna condición inicial $A(x, 0) = A_{ini}(x)$ para $x \in \Omega$ es impuesta, donde la función A_{ini} es definida en Ω y evaluada en \mathbb{R} , así como una condición de frontera dependiente de la ecuación considerada. También es importante hacer la aclaración de que las funciones A y F , no necesariamente son regulares, por lo que las derivadas involucradas en (9) podrían ser, no diferenciables o derivadas débiles. Estas funciones A , F , y S , se asumen que están relacionadas con un conjunto de campos desconocidos $(u_j)_{j=1, \dots, N}$, donde u_j es una función desconocida definida de $\Omega \times [0, T]$ a \mathbb{R} . Dichas relaciones se podrían escribir de la siguiente manera:

$$A(x, t) = \mathcal{A}[u_1(x, t), \dots, u_N(x, t), x, t] \quad (10)$$

$$S(x, t) = \mathcal{S}[u_1(x, t), \dots, u_N(x, t), x, t] \quad (11)$$

$$F(x, t) = \mathcal{F}[u_1(x, t), \dots, u_N(x, t), \nabla u_1(x, t), \dots, \nabla u_N(x, t), x, t] \quad (12)$$

Donde las funciones \mathcal{A} , \mathcal{S} y \mathcal{F} están dadas. Algunos ejemplos clásicos con $N=1$ son:

- ✓ La ecuación de calor, que correspondientemente en el modelo sería:
 $A(x, t) = u(x, t)$, y u es la temperatura; $F(x, t) = -\Lambda(x)\nabla u(x, t)$, donde para cualquier $x \in \mathbb{R}^d$, $\Lambda(x)$ es un operador lineal de \mathbb{R}^d a \mathbb{R}^d ; $S(x, t) = \mathcal{S}(x, t)$;
- ✓ La ecuación de Poisson, la cual es la versión estable de las ecuaciones de calor:
 $A(x, t) = 0$; $F(x, t) = -\Lambda(x)\nabla u(x)$; $S(x, t) = \mathcal{S}(x)$;
- ✓ La ecuación de convección lineal $A(x, t) = u(x, t)$; $F(x, t) = u(x, t)V(x, t)$; donde V es una función definida de $\bar{\Omega} \times [0, T]$ a \mathbb{R}^d , u es una concentración y V su velocidad de transporte.

El dominio Ω es particionado en una malla, denotada por M . En general, la malla M es una familia finita de un subconjunto no superpuesto de Ω , que satisface un número de propiedades regulares; algunas de estas propiedades son necesarias para la definición del esquema, mientras otras son requeridas para establecer la precisión y la convergencia del método, dependiendo en el tipo de término que necesita ser discretizado. Los elementos de M , denotados por K, L , son los llamados volúmenes de control. La medida de un volumen de control (es longitud si $d=1$, área si $d=2$, volumen si $d=3$) es denotada por $|K|$. El límite ∂K de cada volumen de control K se divide en un conjunto finito ε_K , denominado conjunto de caras (para $d=3$), bordes (para $d=2$), o extremidades (para $d=1$) de K . Un elemento σ de ε_K se encuentra en el límite de Ω , o pertenece a $\varepsilon_K \cap \varepsilon_L$, donde K y L , son dos volúmenes de control adyacentes. Esto se aprecia mejor en la figura 18, en donde se muestran los elementos K y L de M :

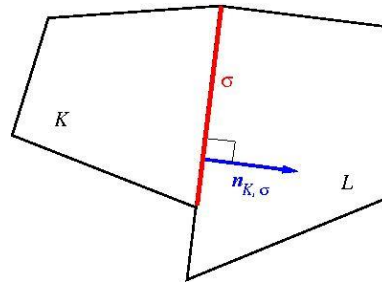


Figura 18. Elementos K y L de M [50]

La medida dimensional $(d-1)$ de una cara $\sigma \in \varepsilon_K$ (su longitud si $d=2$, o su área si $d=3$) es denotada por $|\sigma|$. Una secuencia estrictamente creciente $t^{(0)} = 0 < t^{(1)} < \dots < t^{(N)}$ es definida para el tiempo de discretización, y se denota $\delta t^{(n)} = t^{(n)} - t^{(n-1)}$, para $n = 1, \dots, N$. La aproximación clásica del volumen finito en la figura 18 se basa en la aproximación de las ecuaciones de conservación en los volúmenes de control entre el intervalo de tiempo $t^{(n-1)}$ y

$t^{(n)}$. Estas ecuaciones de balance pueden ser obtenidas por integración en $K \times [t^{(n-1)}, t^{(n)}]$ y usando la fórmula de divergencia:

$$\begin{aligned} & \int_K [A(x, t^{(n)}) - A(x, t^{(n-1)})] dx + \dots \\ & \dots \sum_{\sigma \in \mathcal{E}_K} \int_{t^{(n-1)}}^{t^{(n)}} \int_{\sigma} F(x, t) \cdot n_{K,\sigma}(x) ds(x) dt = \dots \\ & \dots \int_{t^{(n-1)}}^{t^{(n)}} \int_K S(x, t) dx dt \end{aligned} \quad (13)$$

Donde $ds(x)$ denota la integración con respecto a la medida dimensional $(d - 1)$ del límite y $n_{K,\sigma}(x)$, el vector normal unitario a σ en el punto x hacia fuera de K . El esquema del volumen finito es una discretización de la ecuación de balance anterior, y puede escribirse como:

$$|K|(A_K^{(n)} - A_K^{(n-1)}) + \delta t^n \sum_{\sigma \in \mathcal{E}_K} |\sigma| F_{K,\sigma}^{(n)} = \delta t^n |K| S_K^{(n)} \quad (14)$$

Donde, $A_K^{(n)}$ (respectivo de $A_K^{(0)}$) es una aproximación de $\frac{1}{|K|} \int_K A(x, t^{(n)}) dx$ (respectivo de $\frac{1}{|K|} \int_K A_{ini}(x) dx$);

$F_{K,\sigma}^{(n)}$ es una aproximación de $\phi_{K,\sigma}^{(n)} = \frac{1}{\delta t^{(n)} |\sigma|} \int_{t^{(n-1)}}^{t^{(n)}} \int_{\sigma} F(x, t) \cdot n_{K,\sigma}(x) ds(x) dt$

y

$S_K^{(n)}$ es una aproximación de $\frac{1}{\delta t^{(n)} |K|} \int_{t^{(n-1)}}^{t^{(n)}} \int_K S(x, t) dx dt$

Para una cara común σ a dos volúmenes de control K y L , desde $n_{K,\sigma}(x) + n_{L,\sigma}(x) = 0$ para $x \in \sigma$, el flujo normal en el problema original satisface la propiedad de conservación $\phi_{K,\sigma}^{(n)} + \phi_{L,\sigma}^{(n)} = 0$. Una versión discreta de esta propiedad de conservación es entonces requerida:

$$F_{K,\sigma}^{(n)} + F_{L,\sigma}^{(n)} = 0 \quad (15)$$

Esta relación es uno de los pilares clásicos del método de volúmenes finitos; además, es crucial en el análisis matemático para proveer propiedades convergentes. Las expresiones discretas en término de variables discretas deben estar dadas por los términos $A_k^{(n)}$, $F_{K,\sigma}^{(n)}$ y $S_K^{(n)}$. Estas variables discretas se espera usualmente que sean aproximaciones de las funciones incógnita $(u_j)_{j=1,\dots,N}$ en diferentes ubicaciones (bien sea bloques, caras o vértices de la malla) y tiempos: por lo tanto $u_{j,K}^{(n)}$ (respectivo de $u_{j,\sigma}^{(n)}$) denota la aproximación de la función u_j en el volumen de control K (respectivo a la cara σ) en el tiempo $t^{(n)}$ [50].

5.3.2.2 Método de Elementos Finitos

El método de elementos finitos resuelve un sistema de ecuaciones algebraicas, partiendo de las ecuaciones diferenciales parciales (EDP), que gobiernan el problema. En el caso de movimiento de partículas son:

✓ *Conservación de la masa:*

$$\frac{\partial(\alpha)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha v_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (16)$$

✓ *Conservación del momento:*

$$\frac{\partial(\alpha v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha v_j v_i)}{\partial x_j} = \alpha \left[\frac{1}{Fr^2} \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_p} \right) g_i + \frac{C_d Re_p}{4K_p} (v_{a,i} - v_i) \right] \quad (17)$$

✓ *Condiciones de frontera:*

$$\begin{aligned} \rho|_{\Omega} &= \rho_{\Omega} \\ v_i|_{\Omega} &= v_{i\Omega} \\ \rho v_i \cdot n_i &= \Gamma_{\Omega} \end{aligned} \quad (18)$$

Donde α se refiere a la fracción de volumen de la partícula, v_{ij} y $v_{a,i}$ los componentes de velocidad de la partícula y del aire, para una dirección con coordenadas dadas, Fr es el número de Froude, g_i es la componente de aceleración debido a la gravedad, C_d es el coeficiente de arrastre de la partícula. Re_p es el número de Reynolds de la partícula, K_p es el parámetro de inercia, ρ_p es la densidad de la partícula y ρ_a es la densidad del aire. Las condiciones de frontera indican las condiciones de Dirichlet que son asociadas a la entrada del dominio y a una condición de frontera de Neumann, que es usada para las condiciones de pared.

Se discretiza el dominio en pequeños elementos, denominados elementos finitos, que contiene un volumen y está dado por una cantidad n de nodos, donde por medio de funciones de interpolación se puede aproximar cualquier cantidad dada dentro del elemento.

$$\varphi_e(x_1, x_2, x_3) \cong \varphi(x_1, x_2, x_3) = \sum_{k=1}^n N_k(x_1, x_2, x_3) \varphi_k \quad (19)$$

Donde φ_e representa la cantidad exacta y φ una aproximación en coordenadas espaciales x_1, x_2, x_3 . N_k es la función de forma k^{th} y φ_k es el valor escalar de φ definido en el nodo k .

Debido a que las ecuaciones de conservación son dependientes en el tiempo, estas deben ser resueltas discretamente en el tiempo para todos los niveles de tiempo. El tiempo actual, será representado por un superíndice m y un esquema euleriano para la discretización de cualquier función en el tiempo.

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{f^m - f^{m-1}}{\Delta t} \quad (20)$$

$$\Delta t = t^m - t^{m-1}$$

✓ *Formulación débil de la ecuación de continuidad:*

La formulación integral de la ecuación de continuidad dado un elemento en un subespacio V , en un dominio encerrado por una frontera interna ζ es:

$$\int_V W_1 \left(\frac{\partial(\alpha)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha v_j)}{\partial x_j} \right) dV = 0 \quad (21)$$

Donde W_1 , es una función de peso para la conservación de masa y el subíndice j indica la sumatoria sobre las coordenadas espaciales. Integrando por partes:

$$\int_V W_1 \left(\frac{\partial(\alpha)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha v_j)}{\partial x_j} \right) dV + \oint_{\zeta} W_1 \alpha v_j n_j dS = 0 \quad (22)$$

Se obtiene la formulación débil, para hallar las condiciones de frontera naturales a través del término integral de superficie. Aplicando la discretización en el tiempo se obtiene:

$$\begin{aligned}
& \int_v W_1 \frac{\alpha_{n-1}^m + \Delta\alpha_n^m - \alpha^{m-1}}{\Delta t} dV \dots \\
& \dots - \int_v (\alpha_{n-1}^m + \Delta\alpha_n^m)(v_{j,n-1}^m + \Delta v_{j,n}^m) \frac{\partial(W_1)}{\partial x_j} dV \dots \quad (23) \\
& \dots + \oint_{\mathcal{S}} W_1 (\alpha_{n-1}^m + \Delta\alpha_n^m)(v_{j,n-1}^m + \Delta v_{j,n}^m) n_j dS = 0
\end{aligned}$$

Expandiendo, y despreciando los términos de Δ^2 da:

$$\begin{aligned}
& \int_v W_1 \frac{\Delta\alpha_n^m}{\Delta t} dV - \int_v v_{j,n-1}^m \Delta\alpha_n^m \frac{\partial(W_1)}{\partial x_j} dV \dots \\
& \dots - \int_v \alpha_{n-1}^m \Delta v_{j,n}^m \frac{\partial(W_1)}{\partial x_j} dV + \oint_{\mathcal{S}} W_1 \Delta\alpha_n^m v_{j,n-1} n_j dS \dots \quad (24) \\
& \dots + \oint_{\mathcal{S}} W_1 \alpha_{n-1}^m \Delta v_{j,n}^m n_j dS = \int_v W_1 \frac{\alpha^{m-1}}{\Delta t} dV - \dots \\
& \dots \left[\int_v W_1 \frac{\alpha_{n-1}^m}{\Delta t} dV - \int_v v_{j,n-1}^m \alpha_{n-1}^m \frac{\partial(W_1)}{\partial x_j} dV + \oint_{\mathcal{S}} W_1 \alpha_{n-1}^m v_{j,n-1}^m n_j dS \right]
\end{aligned}$$

Donde los términos incrementales desconocidos están en el lado izquierdo en m , y los términos incrementales conocidos están en el lado derecho de la ecuación en el tiempo $m-1$. El término inercial en el tiempo $m-1$ está estático en el tiempo previo y permanece invariante, para todos los niveles de iteración en el tiempo dado m . Los otros términos en el lado derecho contribuyen al cálculo de los residuales. Como se mencionó anteriormente, las funciones de interpolación se usan para aproximar el espacio discretizado, para cada variable desconocida. Aquí N_k será usada para representar α y $\Delta\alpha$, mientras que N_l se usará para representar los componentes de velocidad v_i .

$$(\Delta)\alpha(x_1, x_2, x_3) = \sum_{k=1}^n N_k(x_1, x_2, x_3) (\Delta)\alpha_k \quad (25)$$

$$(\Delta)v_i(x_1, x_2, x_3) = \sum_{l=1}^n N_l(x_1, x_2, x_3) (\Delta)v_{il} \quad (26)$$

La sumatoria, será excluida desde ahora y se aplicará la siguiente simplificación a los términos en las iteraciones previas:

$$\begin{aligned}(N_k \alpha_k)_{n-1}^m &= \hat{\alpha} \\ (N_l v_{il})_{n-1}^m &= v_i\end{aligned}\tag{27}$$

Aplicando las ecuaciones anteriores, la forma final de la ecuación de continuidad es:

$$\begin{aligned}\int W_1 N_k \frac{\Delta \alpha_{nk}}{\Delta t} dV - \int \hat{v}_j N_k \Delta \alpha_{nk} \frac{\partial(W_1)}{\partial x_j} dV \dots \\ \dots - \int \hat{\alpha} N_l \Delta v_{jnl} \frac{\partial(W_1)}{\partial x_j} dV + \oint W_1 N_k \Delta \alpha_{nk} \hat{v}_j n_j dS \dots \\ \dots + \oint W_1 \hat{\alpha} N_l \Delta v_{jnl} n_j dS = \int W_1 \frac{\alpha^{m-1}}{\Delta t} dV \dots \\ \dots - \left[\int W_1 \frac{\hat{\alpha}}{\Delta t} dV - \int \hat{v}_j \hat{\alpha} \frac{\partial(W_1)}{\partial x_j} dV + \oint W_1 \hat{\alpha} \hat{v}_j n_j dS \right]\end{aligned}\tag{28}$$

✓ *Ecuación de momento.*

La forma integral de la ecuación de momento es:

$$\int W_{2i} \left(\frac{\partial(\alpha v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha v_j v_i)}{\partial x_j} \right) dV = \int W_{2i} r h s^* dV\tag{29}$$

Donde W_{2i} representa la función de peso de la ecuación de momento en una dirección y no implicará la sumatoria de subíndices repetidos i . El lado derecho que contiene $r h s^*$ es:

$$\int W_{2i} r h s^* dV = \int W_{2i} \alpha [\lambda_i + \psi(v_{a,i} - v_i)] dV\tag{30}$$

$$\psi = \frac{C_d Re_p}{4K} \lambda_i = \frac{1}{Fr^2} \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_p} \right) g_i\tag{31}$$

Integrando los términos derivativos en el espacio:

$$\begin{aligned}
& \int W_{2i} \frac{\partial(\alpha v_i)}{\partial t} - \alpha v_j v_i \frac{\partial(W_{2i})}{\partial x_j} dV \dots \\
& \dots + \oint W_{2i} \alpha v_j v_i n_j dS = \int W_{2i} rhs^* dV \quad (32)
\end{aligned}$$

Aplicando la ecuación derivativa en el tiempo y linealizando todos los términos en el tiempo m obtenemos:

$$\begin{aligned}
& \int \frac{W_{2i}}{\Delta t} (\alpha v_i)_{n-1}^m dV + \int \frac{W_{2i}}{\Delta t} v_{i,n-1}^m \Delta \alpha_n^m dV \dots \\
& \dots + \int \frac{W_{2i}}{\Delta t} \alpha_{n-1}^m \Delta v_{in}^m dV - \int \frac{W_{2i}}{\Delta t} (\alpha v_i)^{m-1} dV \dots \\
& \dots - \int (\alpha v_j v_i)_{n-1}^m \frac{\partial(W_{2i})}{\partial x_j} dV - \int \Delta \alpha_n^m (v_j v_i)_{n-1}^m \frac{\partial(W_{2i})}{\partial x_j} dV \dots \\
& \dots - \int \Delta v_{in}^m (\alpha v_j)_{n-1}^m \frac{\partial(W_{2i})}{\partial x_j} dV - \int \Delta v_{jn}^m (\alpha v_j)_n^m - 1 \frac{\partial(W_{2i})}{\partial x_j} dV \dots \quad (33) \\
& \dots + \oint W_{2i} (\alpha v_j v_i)_{n-1}^m n_j dS + \oint W_{2i} \Delta \alpha_n^m (v_j v_i)_{n-1}^m n_j dS \dots \\
& \dots + \int W_{2i} \Delta v_{in}^m (\alpha v_j)_{n-1}^m n_j dS + \oint W_{2i} \Delta v_{jn}^m (\alpha v_i)_{n-1}^m n_j dS \dots \\
& \dots = \int W_{2i} rhs^* dV
\end{aligned}$$

Luego linealizando los términos en el lado derecho da:

$$\begin{aligned}
& \int W_{2i} \alpha [\lambda_i + \psi(v_{a,i} - v_i)] dV = \dots \\
& \dots \int W_{2i} \alpha_{n-1}^m [\lambda_i + \psi(v_{a,i} - v_{i,n-1}^m)] dV + \int W_{2i} \alpha_{n-1}^m \psi \Delta v_{in}^m dV \quad (34) \\
& \dots + \int W_{2i} \Delta \alpha_{n-1}^m [\lambda_i + \psi(v_{a,i} - v_{i,n-1}^m)] dV
\end{aligned}$$

Reorganizando los términos que envuelven Δ a la izquierda, reemplazando los términos desconocidos, por sus funciones de interpolación y simplificando se obtiene la formulación de la ecuación de momento por elementos finitos, donde el superíndice m es omitido por simplicidad y todos los términos están en función del nivel de tiempo m :

$$\begin{aligned}
& \int \frac{W_{2i}}{\Delta t} \hat{v}_i N_k \Delta \alpha_{nk} dV + \int \frac{W_{2i}}{\Delta t} \hat{\alpha} N_l \Delta v_{inl} dV \dots \\
& \dots - \int \hat{v}_j \hat{v}_i N_k \Delta \alpha_{nk} \frac{\partial(W_{2i})}{\partial x_j} dV - \int \hat{\alpha} \hat{v}_j N_l \Delta v_{inl} \frac{\partial(W_{2i})}{\partial x_j} dV \dots \\
& \dots - \int \hat{\alpha} \hat{v}_i N_l \Delta v_{jnl} \frac{\partial(W_{2i})}{\partial x_j} dV + \oint W_{2i} N_k \Delta \alpha_{nk} \hat{v}_j \hat{v}_i n_j dS \dots \\
& \dots + \oint W_{2i} N_l \Delta v_{in} \hat{\alpha} \hat{v}_j n_j dS + \oint W_{2i} N_l \Delta v_{jnl} \hat{\alpha} \hat{v}_i n_j dS \dots \\
& \dots - \int W_{2i} \hat{\alpha} \psi N_l \Delta v_{inl} dV - \int W_{2i} N_k \Delta \alpha_{nk} [\lambda_i + \psi(v_{a,i} - \hat{v}_i)] dV \dots \\
& \dots = \int \frac{W_{2i}}{\Delta t} (\alpha v_i)^{m-1} dV \dots \\
& \dots - \left[\int \frac{W_{2i}}{\Delta t} \hat{\alpha} \hat{v}_i dV - \int \hat{\alpha} \hat{v}_j \hat{v}_i \frac{\partial(W_{2i})}{\partial x_j} dV + \oint W_{2i} \hat{\alpha} \hat{v}_j \hat{v}_i n_j dS \right] \dots \\
& \dots + \int W_{2i} \hat{\alpha} [\lambda_i + \psi(v_{a,i} - \hat{v}_i)] dV
\end{aligned} \tag{35}$$

✓ *Matriz de rigidez del elemento:*

El resultado de la discretización de las ecuaciones de las partículas por el método de elementos finitos de Galerkin crea un sistema lineal de ecuaciones, que puede ser representado por una matriz de rigidez A de 4×4 , un vector de variables desconocidas Qx y un residual para cada elemento en el espacio del dominio:

$$|A| \Delta x = R \tag{36}$$

$$|A| = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix} \Delta x = \begin{bmatrix} \Delta \alpha \\ \Delta v_1 \\ \Delta v_2 \\ \Delta v_3 \end{bmatrix} R = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \end{bmatrix} \tag{37}$$

Donde cada entrada en la matriz A es a su vez una submatriz $n \times n$, que depende del número de nodos de cada elemento. Los datos de la primera fila pueden ser deducidos a partir de la ecuación de continuidad y los datos en las filas restantes se pueden deducir de la ecuación de momento. El vector de residuales se calcula para un nivel de iteración $n-1$, en el tiempo m . Para finalizar se construye un sistema lineal de ecuaciones a partir de la matriz de conectividad dada para el dominio de acuerdo a la cantidad de grados de libertad de cada elemento y el número de elementos, que tenga el caso, con el fin de armar la matriz de rigidez global para todo el dominio y resolver las incógnitas [26] y [51].

6. METODOLOGÍA

Teniendo como referente el estado del arte, se trabajará en ANSYS con los paquetes de FLUENT y FENSAP – ICE. Como se mencionó anteriormente se seleccionan estos por la disponibilidad de estas herramientas en el campus universitario, además se consideran herramientas fiables, debido a la cantidad de expertos que las usan como se ve en la literatura. Estas se utilizarán para realizar las simulaciones que conciernen a la sintonía y validación de datos experimentales disponibles en la literatura, y el estudio de tres casos que hayan sido reportados, que, debido a los fenómenos de formación de hielo, hayan generado consecuencias negativas considerables. De esta manera el trabajo con las herramientas quedará distribuido en cuatro partes, la validación de las herramientas y los tres casos de estudio. Cada una de estas partes se segmenta a continuación.

6.1 Validación

Con el fin de verificar que las herramientas computacionales que se emplearán son capaces de reproducir los fenómenos físicos que se buscan estudiar, se realizaron tres simulaciones tal y como se describe a continuación.

6.1.1 Validación FLUENT

Para validar los resultados de esta herramienta se realizaron una serie de simulaciones donde se compara el coeficiente de sustentación y arrastre a varios ángulos de ataque, con los coeficientes de sustentación y arrastre experimentales tomados de los datos reportados por Ladson [52] en un perfil NACA 0012. Las condiciones de frontera, se presentan en la tabla 1:

Tabla 1. Condiciones validación Ladson

Reynolds	$6.00 \cdot 10^6$
Mach	0.15
Cuerda [cm]	60.1
Densidad [kg/m^3]	1.225
Viscosidad [$\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$]	$1.7894 \cdot 10^{-5}$
Velocidad [m/s]	145.83042

Cabe aclarar que las condiciones registradas en la tabla 1, son las condiciones a las cuales Ladson realizó las pruebas experimentales en el perfil NACA 0012, lo que se pretende es recrear dicho experimento con las herramientas de computo mencionadas, y así validar la

veracidad de los resultados que estas arrojan, mediante una comparación entre ambos resultados, los experimentales y los de la simulación.

Para realizar esta simulación se utilizó una malla estructurada en 2D con 482800 elementos hexaédricos, y con un dominio de 12 veces la cuerda, como se muestra en la figura 20. Se seleccionaron este tipo de elementos, debido a que estos brindan una mejor solución en las simulaciones, disminuyen el coste computacional, lo cual disminuye el tiempo de simulación, gracias a que poseen un mejor enlace de elemento a elemento. La malla presenta convergencia a partir de los 460000 elementos. Las características geométricas del perfil se encuentran en la tabla 1. La geometría empleada se muestra en la figura 19, donde encontramos un dominio para una malla tipo C, se usó este tipo para facilitar la construcción de la malla estructurada, además que es la representación computacional mas fiable de acuerdo con la literatura para simular flujos externos.

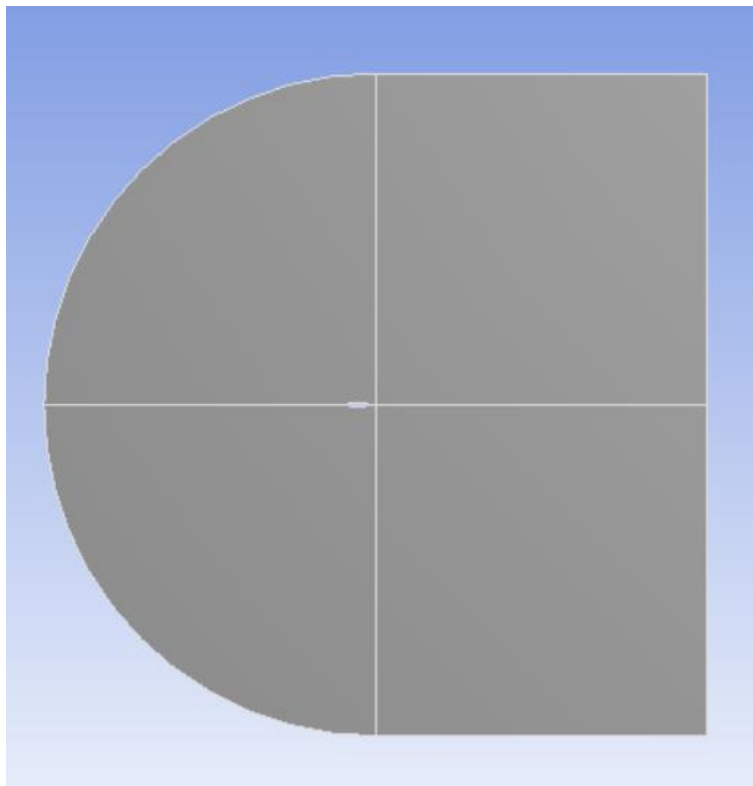


Figura 19. Geometría del dominio del flujo sobre el perfil.

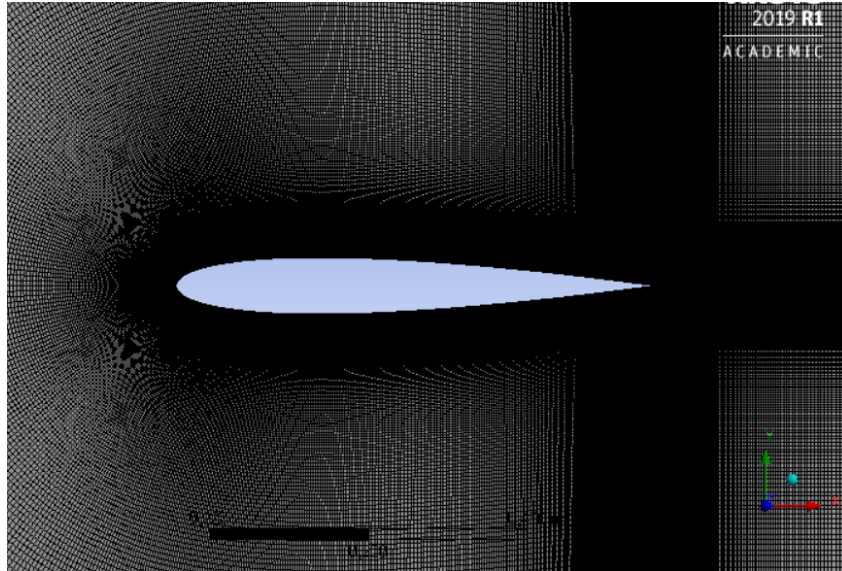


Figura 20. Mallado del perfil.

En la figura 21 se muestra el gráfico de calidad de los elementos de la malla para esta validación. Se puede observar que la calidad de los elementos no se considera buena, debido a que su mayoría, se encuentran en un valor que tiende a cero, teniendo en cuenta, que se considera de 0-0.2 como de muy mala calidad del elemento, de 0.2-0.5 mala calidad del elemento, de 0.5- 0.9 buena calidad y de 0.9 a 1 muy buena calidad del elemento. Para este caso la calidad del elemento no juega un papel preponderante, debido a que los elementos más cercanos a la superficie del perfil tienden a tener una muy alta relación de aspecto, como se observa en la figura 22, donde la mayoría de los elementos tienen una relación de aspecto que va de 50 a casi 1000, como lo indica esta. En la figura 23, se puede observar una muy buena oblicuidad, la cual debe tender a ser cero, en la gráfica, se puede ver que esta de 0 a 0.17, lo cual indica que los elementos tienen excelente oblicuidad. Teniendo en cuenta, que se considera excelente si va de 0-0.2, muy buena de 0.2-0.5, buena de 0.5-0.75, mala de 0.75-0.95 y elementos degenerados de 0.95 en adelante.

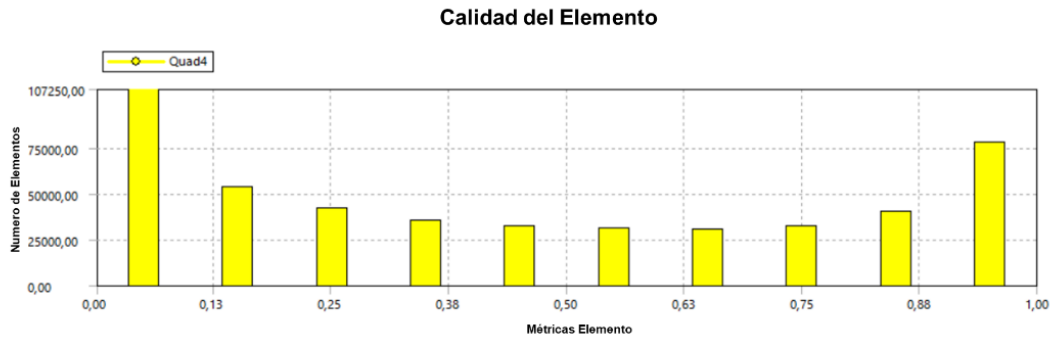


Figura 21. Calidad de elementos de la malla para validación en perfil NACA 0012 en 2D.

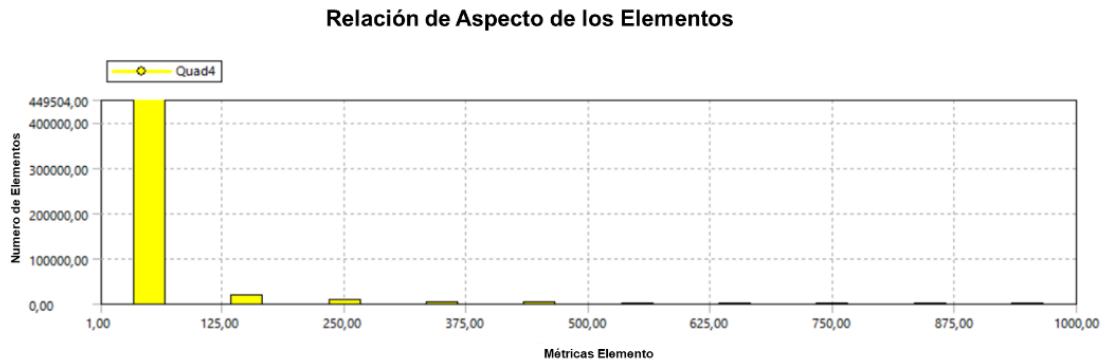


Figura 22. Relación de aspecto de elementos de malla para validación NACA 0012 en 2D.

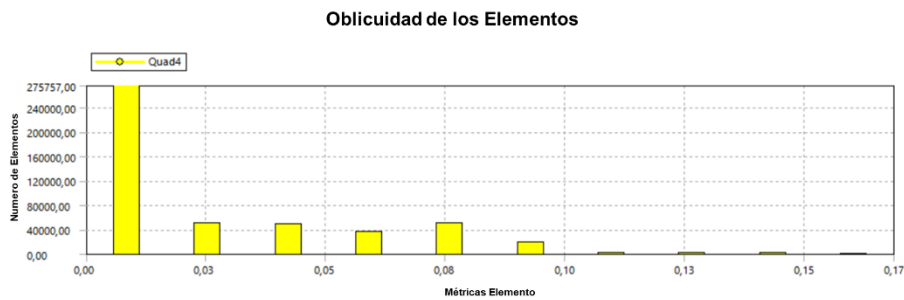


Figura 23. Oblicuidad de elementos de malla para validación NACA 0012 en 2D.

6.1.2 Validación FENSAP – ICE

Para la validación de esta herramienta se compara la formación de hielo experimental reportada por Al-Khalil [53] en un perfil NACA 0012, con los resultados de formación de hielo obtenidos a partir de este módulo de ANSYS. También se compara la formación de

hielo reportada por Wang et al [23] en su caso N°14 para un perfil NACA 63(4)421 a diferentes Reynolds, con el resultado obtenido en FENSAP-ICE. En la tabla 2 se reportan las condiciones empleadas para la simulación de las pruebas hechas por Al-Khalil y en la tabla 3 se reportan las condiciones empleadas para las pruebas hechas por Wang, que serán nuestras condiciones de trabajo para la simulación para comparar los resultados de esta, con los experimentales.

Tabla 2. Condiciones validación Al - Khalil

Presión [Pa]	101325
Densidad [kg/m³]	1.318821823
Temperatura [K]	267.65
Viscosidad Dinámica [Kg/(m·s)]	1.6900858043·10 ⁻⁵
Reynolds	3.85·10 ⁶
Cuerda [m]	0.9144
Envergadura [m]	0.1
Área [m²]	0.09144
Constante Aire - R [J/(Kg·K)]	287.05376
Conductividad Térmica [W/(m·K)]	0.023584957
Velocidad [m/s]	54
LWC [g/m³]	0.7
IWC [g/m³]	0
Rugosidad [mm]	0.5
Calor Específico [J/Kg·K]	1004.68816
MVD [μm]	20
ICD [μm]	0
Tiempo de engelamiento [s]	600

Tabla 3. Condiciones validación Wang

Reynolds	830000	937000	1050000	1150000
Área [m²]	0.0388	0.0388	0.0388	0.0388
Cuerda [m]	0.5	0.5	0.5	0.5
Densidad [kg/m³]	1.130263	1.130263	1.130263	1.130263
Temperatura [K]	268.15	268.15	268.15	268.15
μ [Kg/(m·s)]	1.76E-05	1.76E-05	1.76E-05	1.76E-05
V [m/s]	25.8870369	29.2242814	32.7486612	35.8675813
Envergadura [m]	0.125	0.125	0.125	0.125
LWC [g/m³]	0.8	0.8	0.8	0.8

Para simular la formación de hielo en un perfil NACA 0012 se utilizó una malla en 3D, con 616000 nodos y 490000 elementos como se observa en la figura 25, con elementos

hexaédricos, que cómo se mencionó anteriormente ofrecen una mejor fidelidad en los resultados. La malla presenta convergencia en sus resultados a partir de 480000 elementos. El dominio utilizado es de 12.5 veces la cuerda con una forma tipo C, esto para facilitar la construcción de un mallado estructurado, como se observa en las figuras 24 y 25. Las características geométricas del perfil se pueden encontrar en la tabla 2.

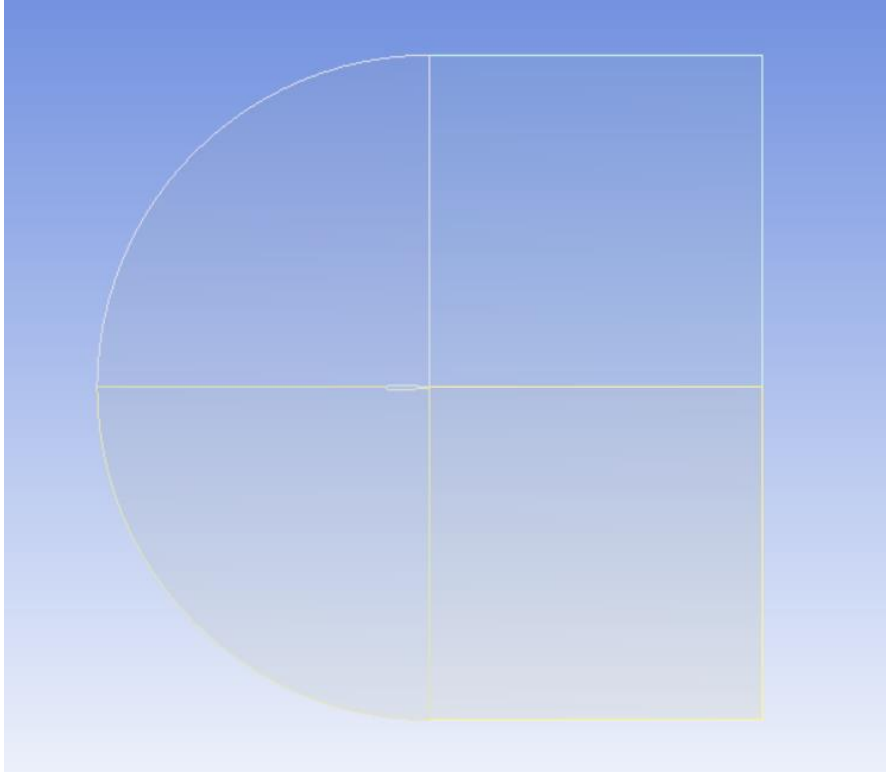


Figura 24. Dominio para formación de hielo sobre el perfil NACA 0012.

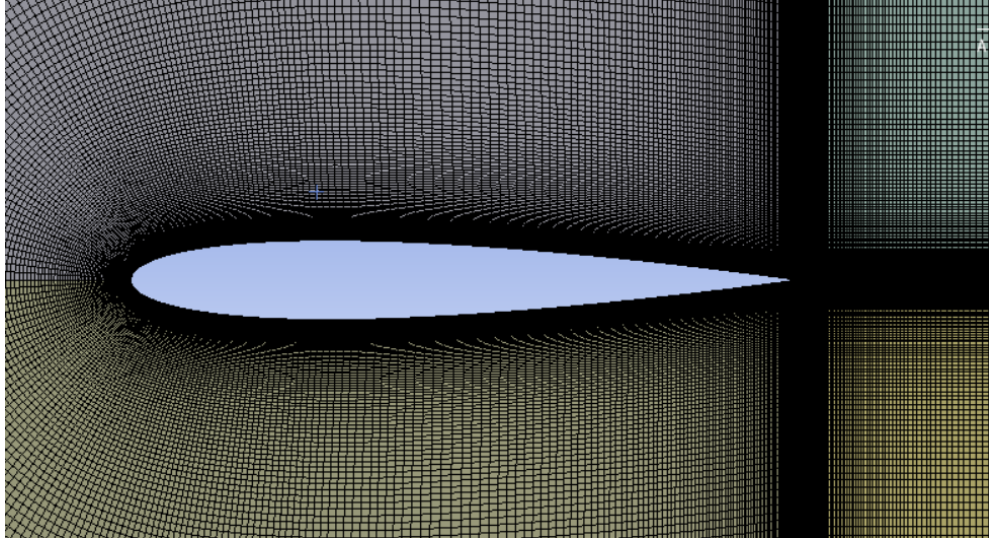


Figura 25. Malla para el perfil NACA 0012 en 3D.

En la figura 26, se puede observar, que la calidad de los elementos de la malla es mala, aun así, como en el caso anterior de la malla en 2D, esto es debido a la alta relación de aspecto de los elementos, por tanto, no tiene ningún efecto importante. La relación de aspecto de los elementos, en su mayoría tienden a tener un valor de 1 como se observa en la figura 27, que es lo ideal y en el caso de la oblicuidad, como se observa en la figura 28, los elementos tienden a situarse en un valor de cero, lo cual indica que es excelente, pero siempre hay algunos de hasta 0.81, alejados de la superficie del perfil, que tienden a ser muy malos, pero no afectan el resultado de la simulación.

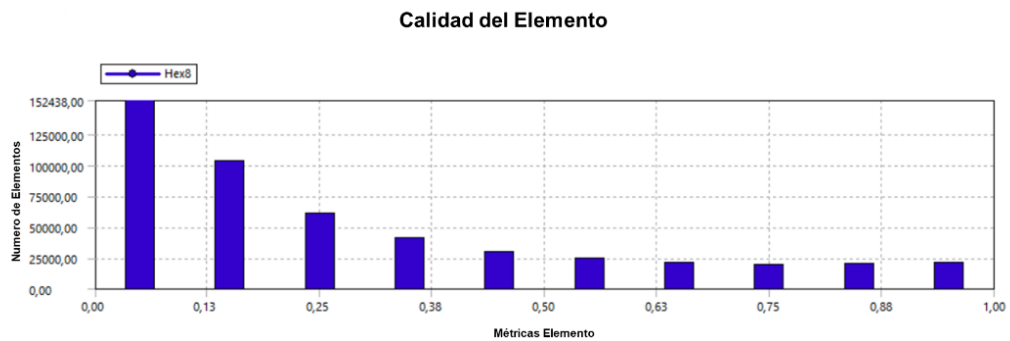


Figura 26. Calidad de elementos de la malla para validación en perfil NACA 0012 en 3D.

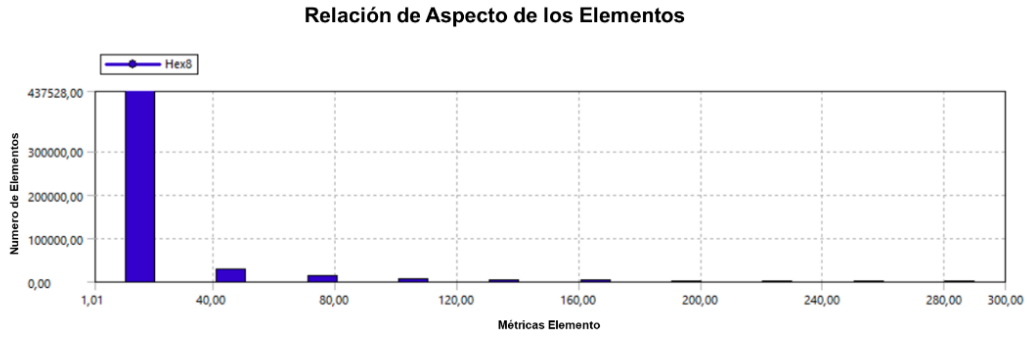


Figura 27. Relación de aspecto de malla para validación en perfil NACA 0012 en 3D.

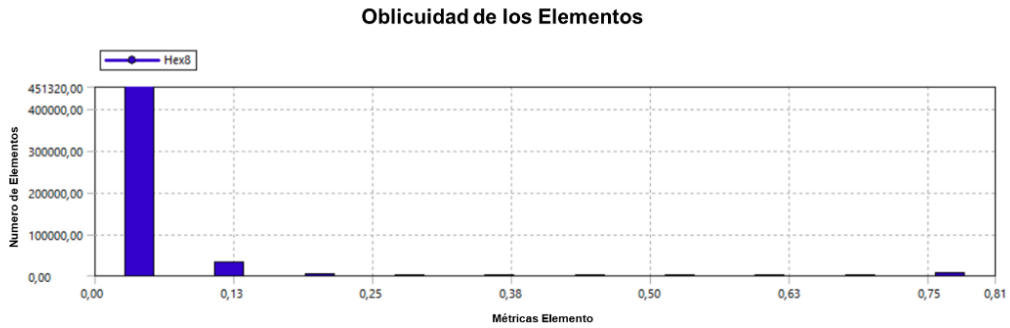


Figura 28. Oblicuidad de elementos de la malla para validación en perfil NACA 0012 en 3D.

Para simular la acreción de hielo en el perfil NACA 63(4)421, con el fin de asemejarnos a los datos que presenta Wang, se utilizó el dominio que se observa en la figura 29, el cual tiene las dimensiones del túnel de viento donde se hace el experimento, por ende, se utiliza una malla en 3D, con 1512066 nodos y 1471022 elementos hexaédricos, nuevamente la razón de uso de este tipo de elementos, es la fidelidad de sus resultados. La malla presenta convergencia en sus resultados a partir 1460000 elementos. En la figura 29 también se puede apreciar que el dominio posee cuatro particiones, esto para facilitar la construcción de un mallado estructurado, tal y como se puede observar en la figura 30.

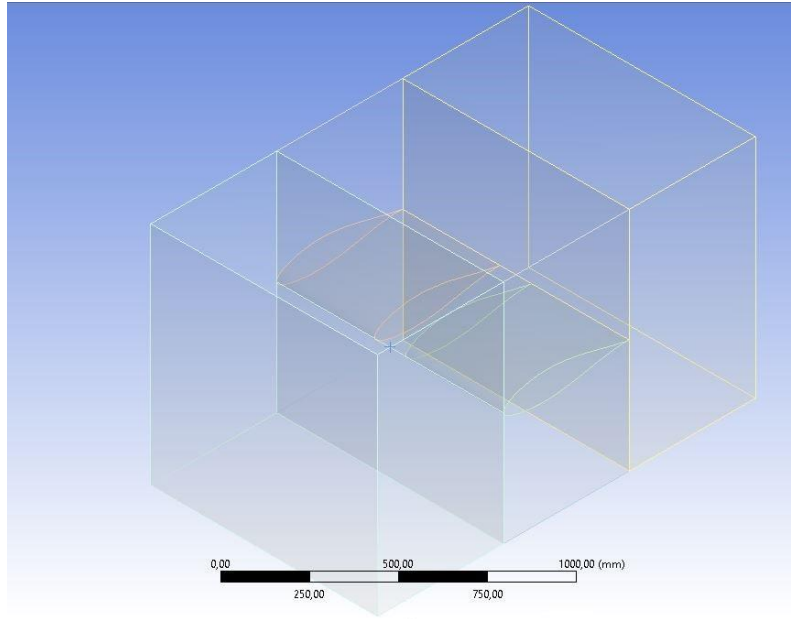


Figura 29. Dominio de validación en el perfil NACA 63(4)421

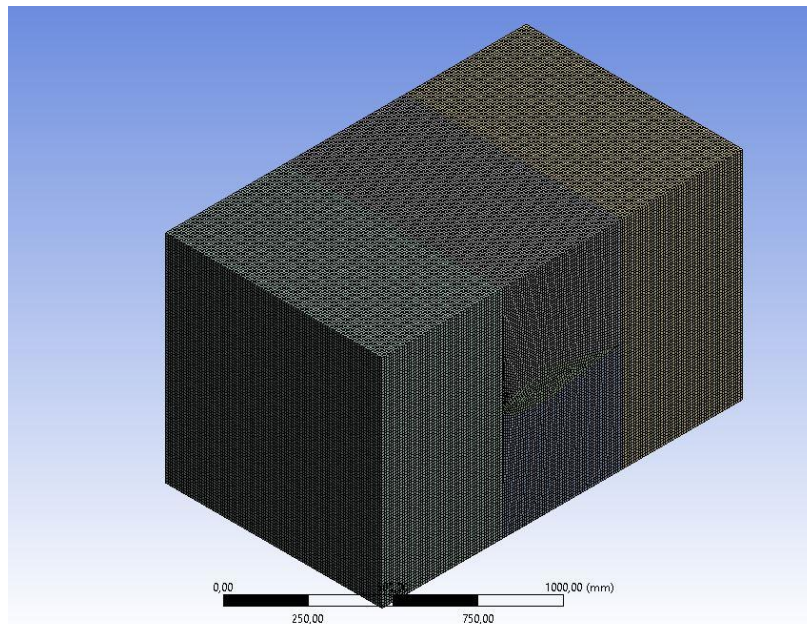


Figura 30. Malla del dominio para el perfil NACA 63(4)421.

En la figura 31, se puede observar, como la calidad de los elementos es muy buena ya que tiende a 1 en la mayoría de los elementos. En la figura 32 se observa que la relación de aspecto en la mayoría de los elementos tiende a uno, por ende, poseen buena relación de aspecto. En la figura 33, se puede observar, que la oblicuidad de los elementos es excelente

en la mayoría de estos, debido a su cercanía a un valor de cero, aun así, muy pocos elementos tienen una oblicuidad muy mala, pero debido a que no son degenerados, los errores debido a discretización del dominio son muy pequeños, por ende, la fidelidad en los resultados de la simulación no se ve afectada.

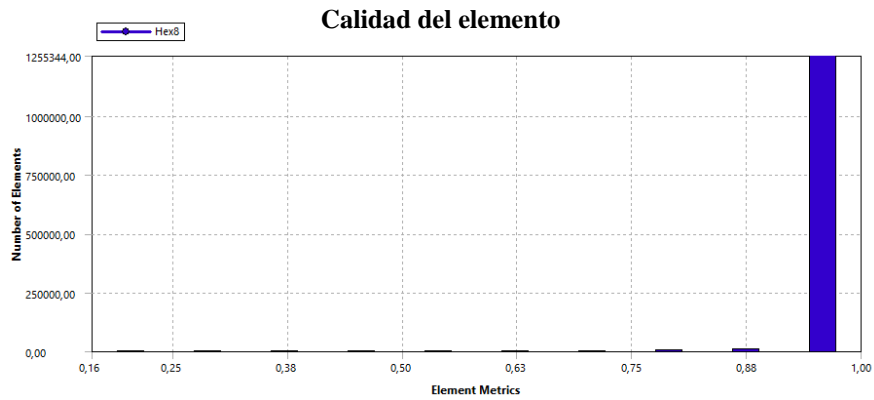


Figura 31. Calidad del elemento para malla de validación en el NACA 63(4)421

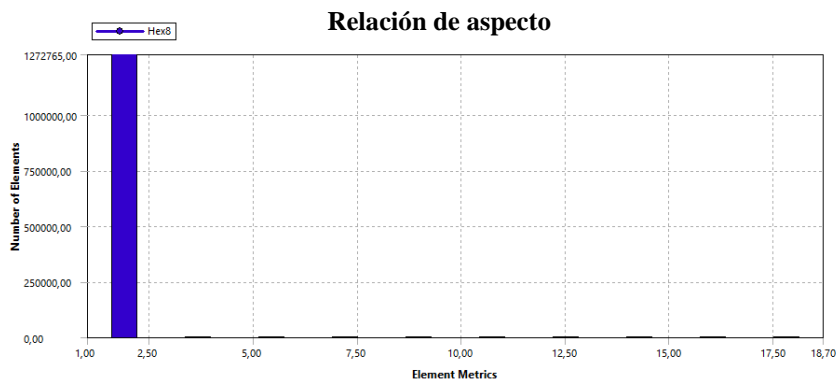


Figura 32. Relación de aspecto para elementos de malla de validación en el NACA 63(4)421

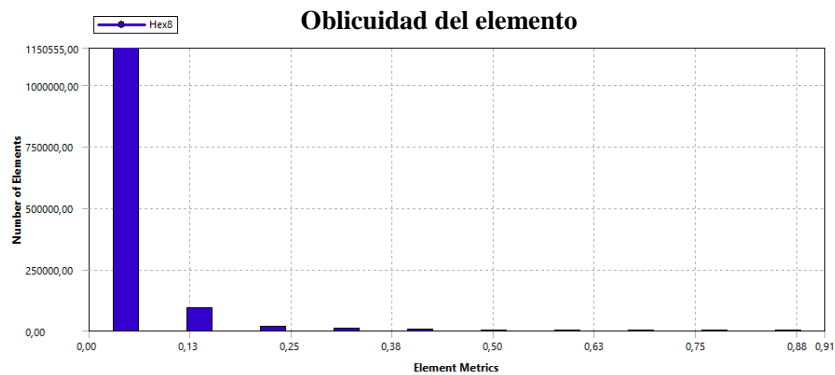


Figura 33. Oblicuidad de elementos de la malla de validación en el NACA 63(4)421

6.2 Caso de Estudio N°1: Rotor de un helicóptero

Una de las máquinas que tiene mayor gama de uso en la industria aeronáutica son los helicópteros, y es gracias a su capacidad de acceso a zonas remotas, en donde cumplen misiones de rescate, combate aéreo, vigilancia e inteligencia, carga y descarga de mercancías, fotografía aérea, entre otras; es por esto que durante algunos ciclos de operación, este tipo de aeronaves se ven enfrentadas a condiciones climáticas adversas, que por supuesto, también dependerán del lugar donde se esté llevando a cabo la tarea. Para este caso el interés está centrado en la operación bajo condiciones climáticas adversas que generen formación de hielo en la aeronave. Es evidente que es muy importante estudiar este tipo de casos, debido a que de por sí los helicópteros aerodinámicamente no son totalmente estables y atribuirle el hecho de que se esté formando una película de hielo, que constantemente cambie la geometría de las palas del rotor y del fuselaje de la aeronave, afecta directamente el rendimiento aerodinámico de la aeronave, que intuitivamente se creería que dicho rendimiento aerodinámico se degradaría (este es uno de los aspectos que se verificará con la simulación de este caso). Los componentes más comúnmente afectados por formación de hielo en un helicóptero se muestran en la figura 34.

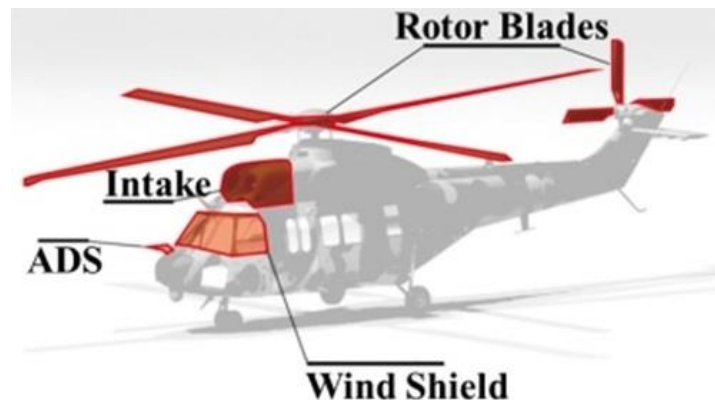


Figura 34. Zonas propensas a la formación de hielo en un helicóptero [54]

Un claro ejemplo de las consecuencias que conlleva la operación de un helicóptero bajo condiciones de formación de hielo es el caso del BK117A3 (ver figura 35) operado por Air Methods for React, dedicada a brindar soporte médico aéreo de emergencia, la cual se siniestró cerca a Rochelle, en el estado de Illinois, Estados Unidos, accidente en el cual murió el piloto y dos tripulantes del personal médico. Las condiciones climáticas reportadas en el aeropuerto municipal de Rochelle, a 10 millas de donde ocurrió el accidente eran siete millas de visibilidad, nieve ligera, techo cubierto a 3.300 pies, temperatura de -1°C y punto de rocío de -2°C . El dictamen final del reporte de investigación del accidente dado por la National Transportation Safety Board (NTSB) indicó que la aeronave se encontraba bajo condiciones de nieve, llovizna y partículas de agua superenfriadas, y determinó como causas probables del

accidente, que las condiciones climáticas adversas generaron que el piloto perdiera el control de la aeronave [55], [56] y [57].

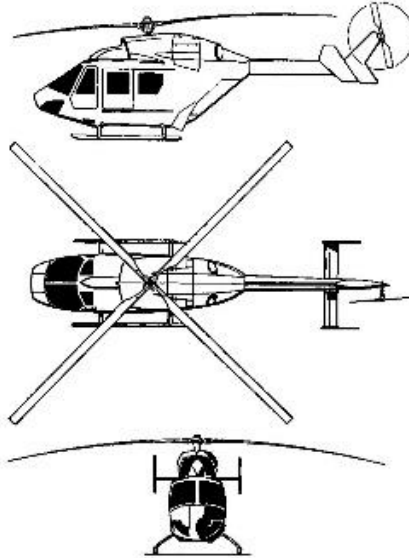


Figura 35. Tres vistas helicóptero BK117A3 [58]

Bajo las condiciones climáticas reportadas por la NTSB, intuitivamente se podría decir que se formaron películas de hielo en zonas críticas de la aeronave. La idea principal en este caso de estudio es recrear las condiciones climáticas en las que se encontraba el rotor de la aeronave mediante una simulación, para apreciar si degradó el rendimiento aerodinámico de este debido a la formación de hielo, tomando como referencia la aeronave del accidente mencionado y las condiciones reportadas. Para comprender un poco las simplificaciones que se harán para simular el rotor, primero se deben definir algunos conceptos en torno a los fenómenos aerodinámicos que posee el rotor.

- ✓ *Disimetría de sustentación:* Cuando un helicóptero se encuentra en vuelo horizontal hacia adelante, el rotor del helicóptero sufre este fenómeno, el cual es un desbalance que se da debido a la fuerza de sustentación por la manera en cómo se enfrentan las palas del rotor con respecto al viento relativo. Cómo las palas del rotor se pueden considerar como alas con una relación de aspecto alta y que poseen, en su mayoría, un perfil simétrico o cuasi-simétrico, y a su vez expuestas a una velocidad rotacional, en el rotor se forma lo que denomina un lado de avance y un lado de retroceso. El lado de avance son las palas que se enfrentan al flujo por el borde de ataque. Y el lado de retroceso son las palas que se enfrentan al flujo por el borde de fuga. En el lado de avance hay una mayor componente de velocidad, debido a que a la componente generada por el viento relativo se le adiciona la velocidad rotacional que lleva la pala definida por:

$$V_R = \Omega \cdot r \quad (37)$$

Ahora, cómo en lado de retroceso la componente de velocidad rotacional V_R es opuesta a la componente generada por el viento relativo se genera un desbalance de velocidades en las palas, en ambos lados que si esto se considera en la ecuación de sustentación:

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_l \quad (38)$$

Un desbalance en las velocidades genera un desbalance al cuadrado en las fuerzas de sustentación que poseen las palas de cada lado. Esto se aprecia de mejor manera en la figura 36.

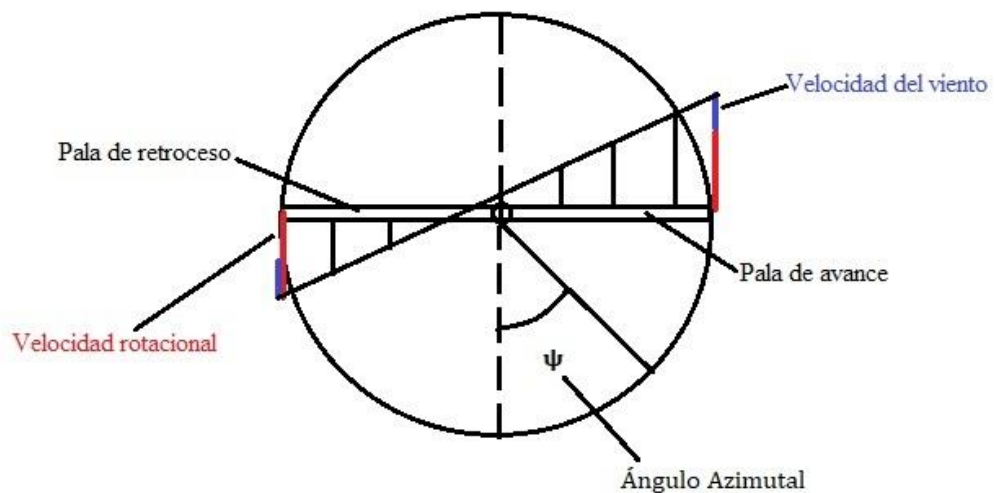


Figura 36. Disimetría de sustentación

- ✓ *Precesión giroscópica:* El rotor de un helicóptero es un cuerpo que está girando a altas velocidades, por lo tanto, se le atribuye el mismo comportamiento físico que posee un giróscopo. La precesión giroscópica es el fenómeno que sufre un giróscopo cuando a este se le aplica una fuerza y la reacción de esta se da a 90° a partir de donde se aplicó. Ahora, considerando el hecho de que en el lado de avance del rotor tenemos un vector de sustentación mayor que en el lado de retroceso (por disimetría de sustentación), esta diferencia de fuerzas genera una fuerza residual que hace que el rotor sufra el fenómeno de precesión

giroscópica, induciendo un nuevo factor que descompensa la estabilidad del rotor. Un esquema de esto se aprecia en la figura 37.

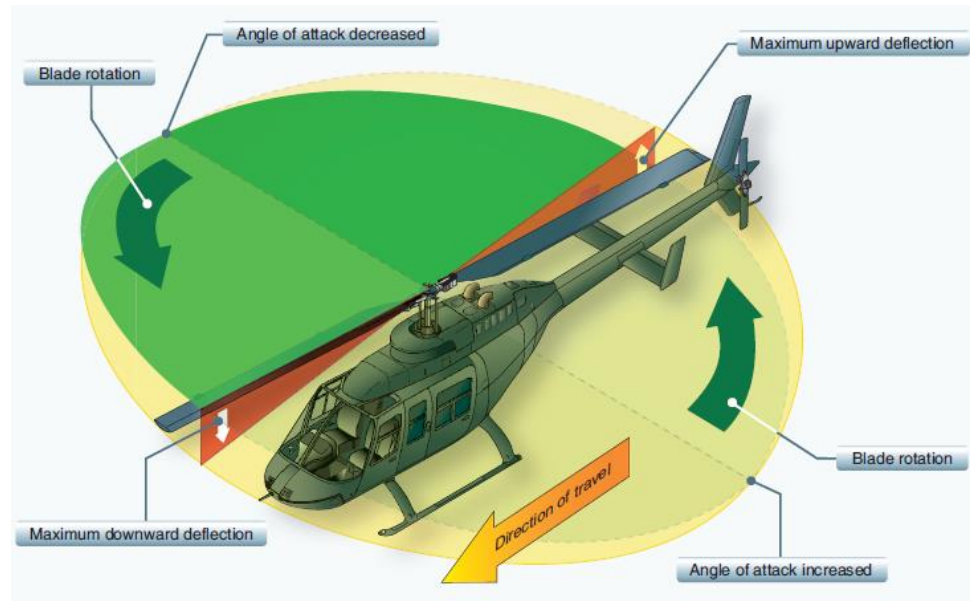


Figura 37. Precesión giroscópica en un rotor [59]

Por suerte, los ingenieros descubrieron la manera de brindar una solución a esta problemática en torno a los fenómenos anteriormente descritos que generan inestabilidad. El rotor del helicóptero viene integrado en el hub assembly con un sistema que controla el ángulo de paso que deben tener las palas, dependiendo del ángulo azimutal en el que se encuentre esta. Este sistema trabaja en conjunto con el swash plate y el control de cíclico, y básicamente lo que hace, es que le da un ángulo de paso mayor o menor a la pala, lo cual también aumenta o disminuye el ángulo de ataque de la pala, que dependiendo del perfil aerodinámico que esta posea, la pala obtendrá el coeficiente de sustentación necesario para que se dé la compensación de las fuerzas, es decir, que la pala tendrá un ángulo de paso variable durante toda su rotación. Aun así, la inestabilidad no se elimina por completo, dependiendo de la fase de vuelo en la que se encuentre el helicóptero, el piloto también juega un papel fundamental en mantener la estabilidad de la aeronave.

Cómo se puede apreciar, es complicado simular el flujo a través del rotor completo y tener en cuenta al mismo tiempo todos estos fenómenos, por esta razón se realizará una simplificación que han hecho diversos autores (e.g. [60], [61] y [62]) para el desarrollo numérico de los fenómenos aerodinámicos en torno al rotor de un helicóptero, y es la de asumir este como un disco actuador. Esto ya se ha realizado en simulaciones CFD como en [63], cuyo resultado se aprecia en la figura 38.

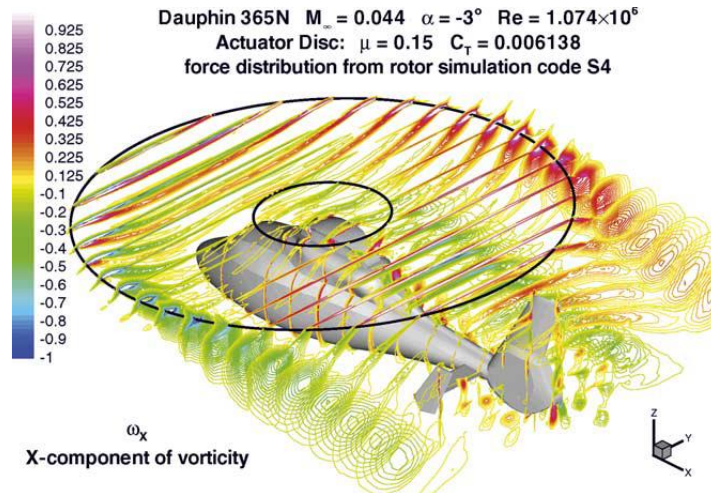


Figura 38. Simulación del rotor de un helicóptero como disco actuador [63]

Asumir el rotor como disco actuador simplifica el fenómeno y brinda una buena aproximación para los resultados del flujo, haciendo que los efectos por disimetría de sustentación y precesión giroscópica sean despreciables. Para la simulación de la formación de hielo en el rotor, se realizará solamente en una pala, y gracias a la asunción de disco actuador el resultado de formación de hielo para las otras palas se puede considerar que se da de la misma manera.

Las condiciones a las que se realizaron las simulaciones se encuentran en la tabla 4:

Tabla 4. Condiciones para la simulación del rotor de helicóptero.

Reynolds	832333.2607
Mach	0.15225335
Viscosidad Dinámica [Kg/m·s]	$1.69187 \cdot 10^{-5}$
AOA [deg]	2.5944
Densidad [Kg/m³]	0.9046625
Constante Aire – R [J/Kg·K]	287.1
Presión [Pa]	69664.01
Cuerda [m]	0.311321
Velocidad [m/s]	50
Temperatura [K]	268.55
Calor Específico [J/Kg·K]	1004.85
Conductividad Térmica [W/m·K]	0.023650981
Área [m²]	1.7122655
RPM	398.3
ICC [g/m³]	0.1
Diámetro Cristales [μm]	100

LWC [g/m³]	1.2
Diámetro Gotas [μm]	35
Tiempo Engelmiento [s]	1020

Estas condiciones se asumieron teniendo en cuenta que en el reporte del accidente no registran altitud de vuelo para el helicóptero, y se asume que el helicóptero se encontraba volando a una altitud de crucero de 10000 pies. Por otro lado, la geometría empleada para la simulación se presenta en la figura 39, en la que la geometría de color verde es la pala del helicóptero la cual tiene un perfil NACA 23012 en la raíz y un perfil NACA 23010 en la punta, de acuerdo con la base de datos de [64]. La pala posee una envergadura de 5.5 m teniendo en cuenta que el rotor del helicóptero tiene un diámetro de 11 m. La parte transparente es el dominio del fluido, la cual es una sección circular de 90° (esto debido a que el helicóptero posee 4 palas) de 6 m de radio y una longitud de 20 veces la cuerda de la pala.

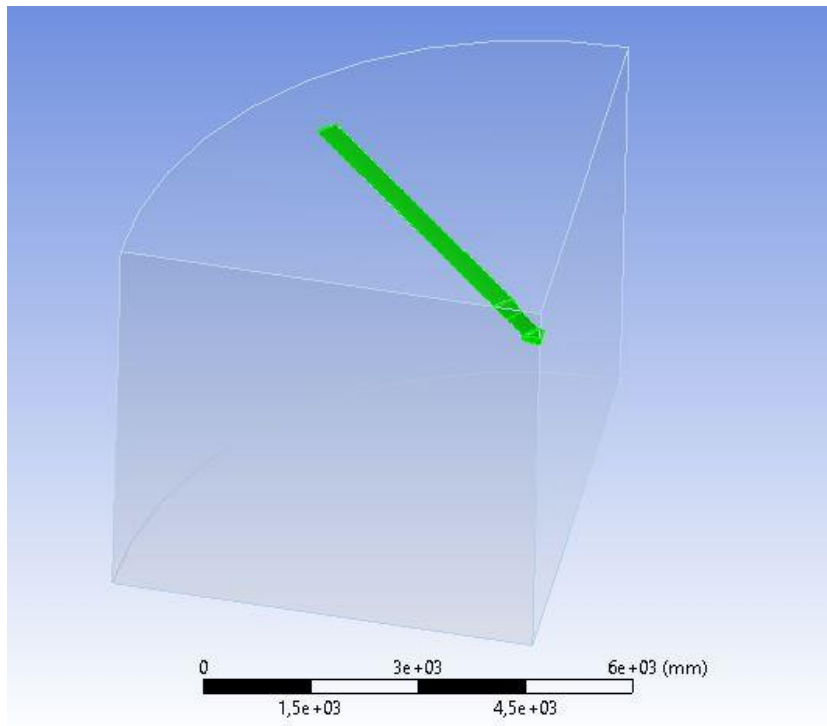


Figura 39. Geometría pala de helicóptero

En la figura 40 se presenta la malla de la geometría de la figura 39, la cual posee un refinamiento en las cercanías de la pala, tiene 915179 elementos y 163370 nodos, teniendo una convergencia a partir de los 900000 elementos, es decir que, a partir de este número de elementos, bajo ciertas condiciones, la malla ofrece veracidad en sus resultados.

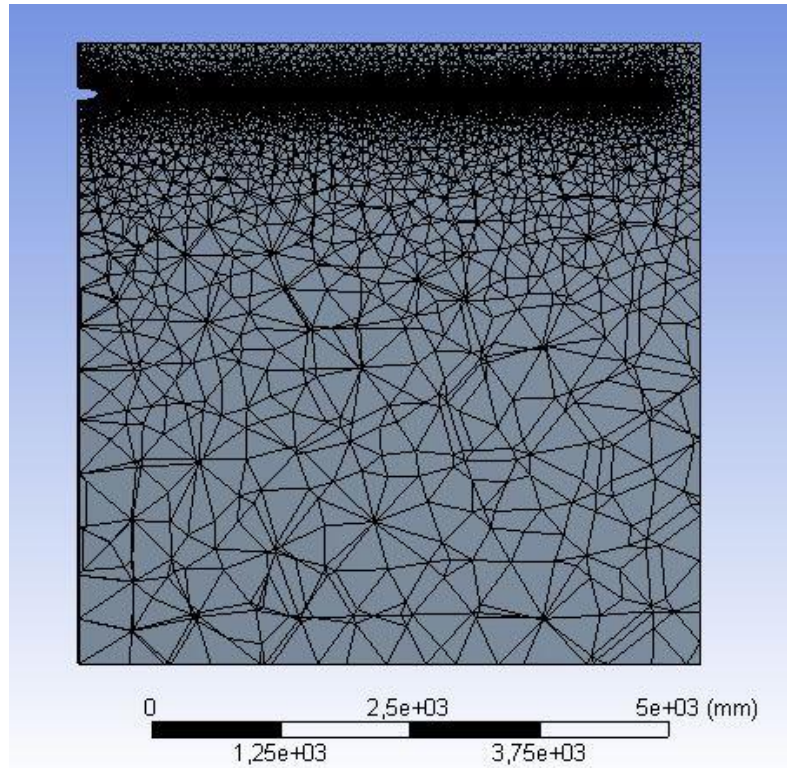


Figura 40. Malla de la pala de helicóptero

Cómo se puede apreciar en la figura 40 la malla posee elementos tetraédricos, debido a que cómo se trata de una geometría muy esbelta, el refinamiento de la malla en las cercanías de la pala con elementos hexaédricos sería muy complejo, así que por simplicidad se seleccionó este tipo de elementos. En la figura 41 se muestra el gráfico de calidad de los elementos, en el cual podemos apreciar, que la gran mayoría se encuentra en un valor cercano a 1 y mayor a un valor de 0.5, por ende, se podría decir que la calidad de los elementos es buena y aceptable. Por otro lado, en cuanto a la relación de aspecto de los elementos en la figura 42, se puede observar que la gran mayoría de los elementos tienen una relación de aspecto aproximadamente de 1, por lo tanto, los elementos de la malla poseen una buena relación de aspecto. Y, por último, en cuanto a la oblicuidad de los elementos de la malla, en la figura 43 se pueden observar que la mayoría de los elementos poseen una oblicuidad cercana a 0 y mayor a 0.5 lo que hace, que, por este lado, los elementos de la malla sean buenos y aceptables. No obstante, hay elementos que no cumplen con la categoría de buenos y aceptables para la simulación, pero como están lejos de la superficie de interés, es decir, de la pala, la fidelidad de los resultados no se verá afectada.

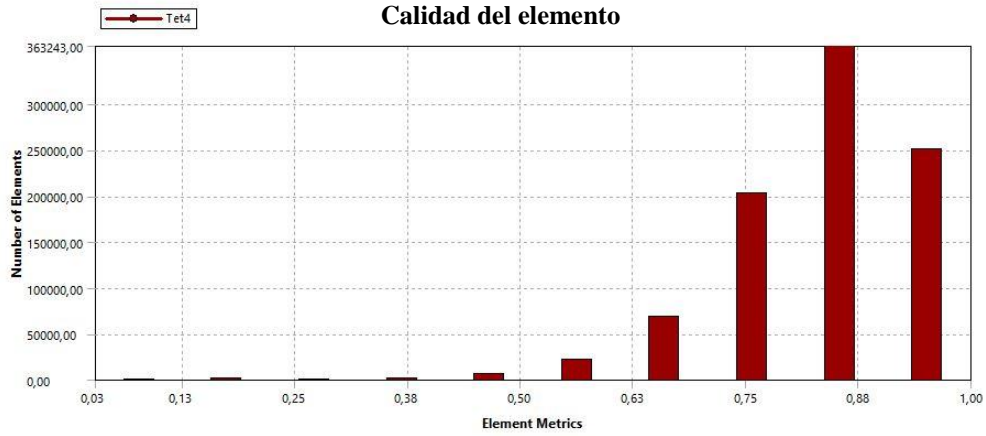


Figura 41. Calidad de elementos de malla del Caso N°1

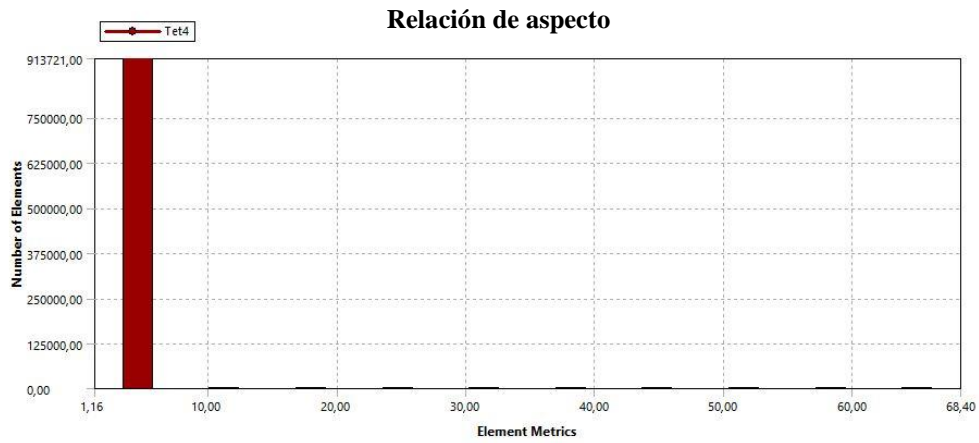


Figura 42. Relación de aspecto de malla del Caso N°1

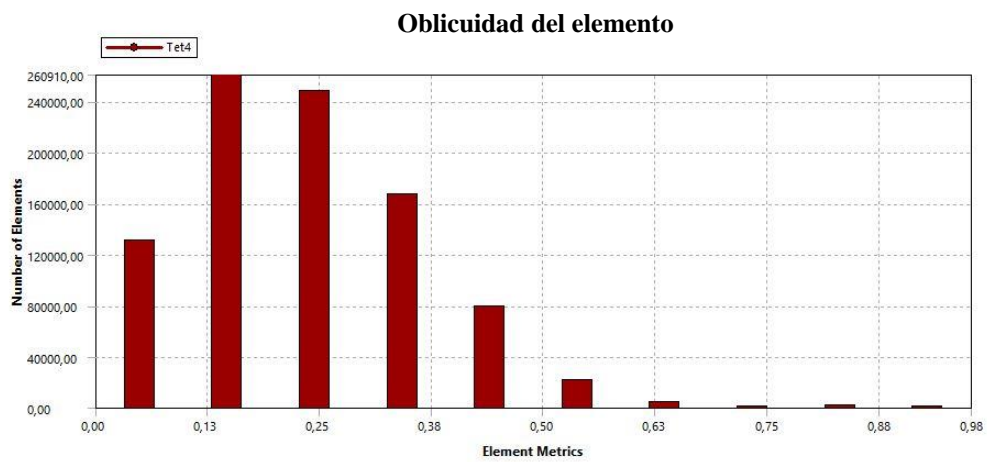


Figura 43. Oblicuidad de malla del Caso N°1

Cabe mencionar que las geometrías para todos los casos fueron realizadas en el software de CAD CATIA [65], las mallas en el componente de mallado (Meshing) de ANSYS. En cuanto a medidas y valores de algunas variables para las condiciones de simulación de este se definieron y se tomaron datos a partir del Certificado Tipo del Helicóptero BK117A3 [66], y de los reportes del accidente mencionados anteriormente.

6.3 Caso de Estudio N°2: Ala de una aeronave

La mayoría de las operaciones en aeronáutica se llevan a cabo con una aeronave convencional de ala fija. Estas durante su operación, al igual que en el caso de un helicóptero se ven expuestas a condiciones climáticas adversas que también permiten la formación de hielo. Los aviones son más propensos a estar expuestos a este tipo de fenómenos multifase debido a que en contraste con los helicópteros poseen mayor techo de servicio alcanzando mayores altitudes con menores temperaturas que facilitan la formación de hielo.

Un rango general de altura para esto, oscila entre los 7000 y 41000 pies, donde las temperaturas se encuentran en un rango entre 0°C y - 40°C. A estas altitudes por lo general hay nubes convectivas, las cuales contienen cristales de hielo y gotas superenfriadas. Las áreas más propensas a la formación de hielo en una aeronave se muestran en la figura 44.



Figura 44. Zonas propensas a la formación de hielo en una aeronave [54]

La formación de hielo en las alas de una aeronave trae como consecuencias el cambio constante en la geometría del perfil alar, lo que cambia el rendimiento aerodinámico del ala, lo que puede traer consecuencias catastróficas, como es el caso del CASA CN 235 (ver figura 45) de la Fuerza Aérea Colombiana (FAC) siniestrado, en el que perdieron la vida 11 militares [67]. Esta aeronave se accidentó cuando hacía un vuelo entre la base de Palanquero y Codazzi – Cesar a 21000 pies de altitud, y según el reporte del accidente las condiciones climáticas no eran las óptimas para realizar el vuelo, y las condiciones eran propicias para la formación de

hielo, dado el hecho de que la aeronave se encontraba atravesando una nube convectiva tal y como se ve en la figura 46.

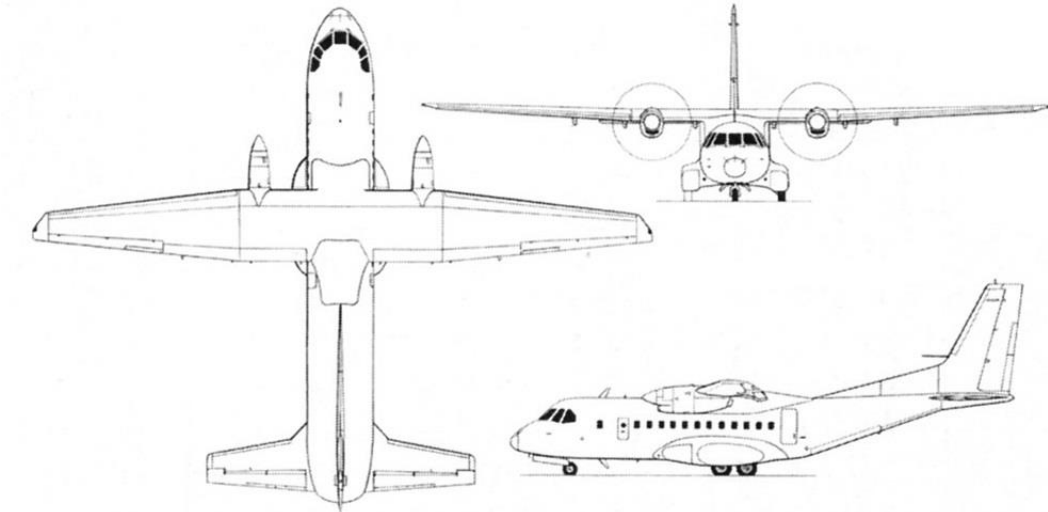


Figura 45. Tres vistas CASA CN 235 [68]

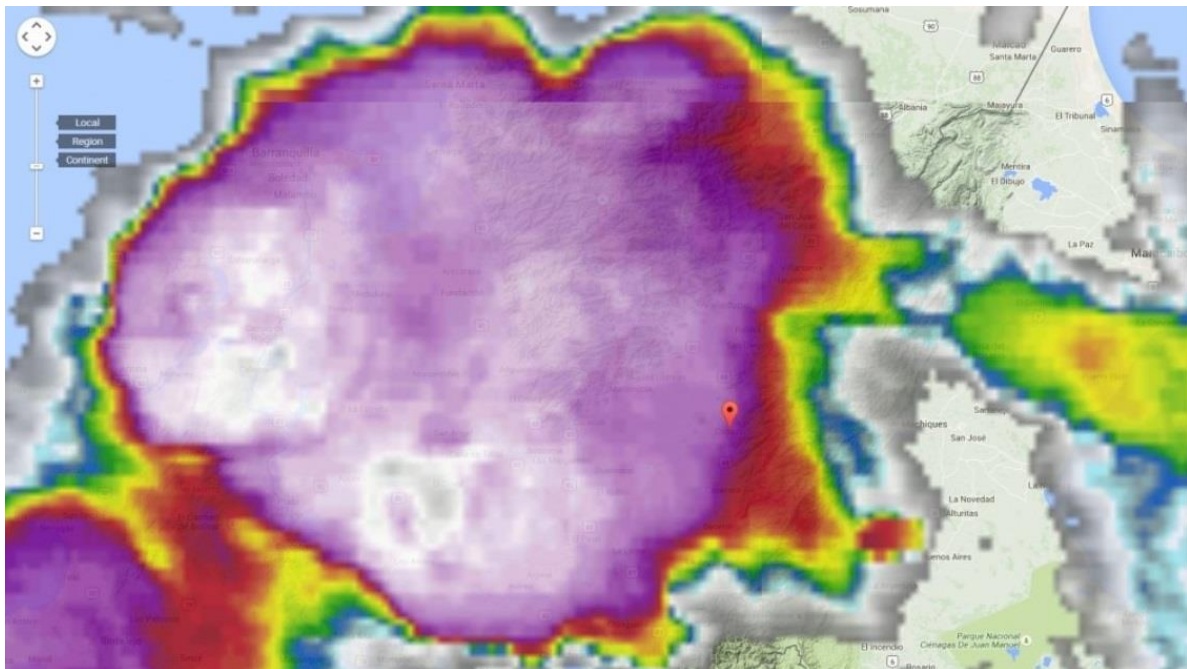


Figura 46. Imagen satelital de las condiciones climáticas durante el vuelo [69]

La idea de este caso de estudio es realizar una simulación en la que se recreen las condiciones a las que se encontraba la aeronave, para apreciar si es posible que se haya dado la formación

de hielo sobre la superficie alar, de ser así se analizarán los cambios aerodinámicos que se dieron en el ala, además se incluirá el hecho de que la aeronave posee un sistema de deshielo de tubo piccolo, asumiendo que este genera una temperatura constante sobre el borde de ataque del ala, y se realizarán dos simulaciones para notar la diferencia de formación de hielo con y sin este sistema. Otra simplificación es que solamente se simulará la envergadura del ala que va desde la punta hasta el motor, esto por simplicidad y no tener que incluir el efecto que genera la hélice del motor de la aeronave, debido a que esta trabaja con motores turboprop. Las condiciones empleadas para la simulación se presentan en la tabla 5.

Tabla 5. Condiciones para simular la formación en el ala de la aeronave

Reynolds	9431043.565
Mach	0.326839263
Viscosidad Dinámica [Kg/m·s]	1,58369E-05
AOA [deg]	0
Densidad [Kg/m³]	0.630875
Presión [Pa]	44643.795
Cuerda [m]	2.301
Velocidad [m/s]	102.889
Temperatura [K]	246.75
Constante Aire – R [J/Kg·K]	287.1
Conductividad Térmica [W/m·K]	0.022023971
Calor Específico [J/Kg·K]	1006.43
Flux de Calor Sistema antihielo [KW/m²]	71.3323
Área [m²]	19.305
ICC [g/m³]	0.5
Diámetro Cristales [μm]	150
LWC [g/m³]	2
Diámetro Gotas [μm]	20
Tiempo Engelamiento [s]	900

Estas condiciones se tomaron a partir de la altitud de vuelo que tenía la aeronave según el reporte del accidente (21000 pies) asumiendo una condición de crucero.

La geometría empleada para la simulación se muestra en la figura 47, donde la geometría verde es el ala y la geometría transparente es el dominio para el aire, el cual es 4 veces la cuerda en Z, X y 3 veces la cuerda en Y, además esta porción del ala tiene una envergadura de 8.8 m.

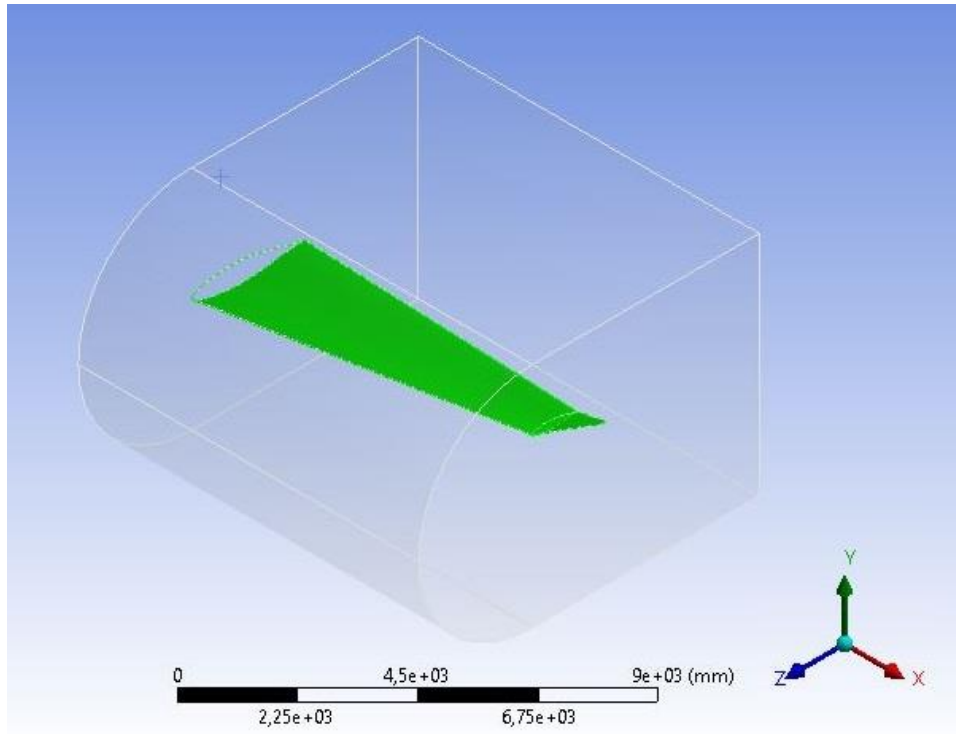


Figura 47. Geometría ala de aeronave

En cuanto a la malla esta posee 3928717 elementos y 679709 nodos, y posee un refinamiento en los elementos cercanos al ala. La malla se realizó con esta cantidad de elementos debido a que la malla presentaba convergencia a partir de los 3600000 elementos (es decir que, bajo condiciones constantes y mayor número de elementos, ofrece resultados constantes), y la idea es obtener los resultados en la medida que sea posible lo más cercanos a la realidad. Este mallado se muestra en la figura 48.

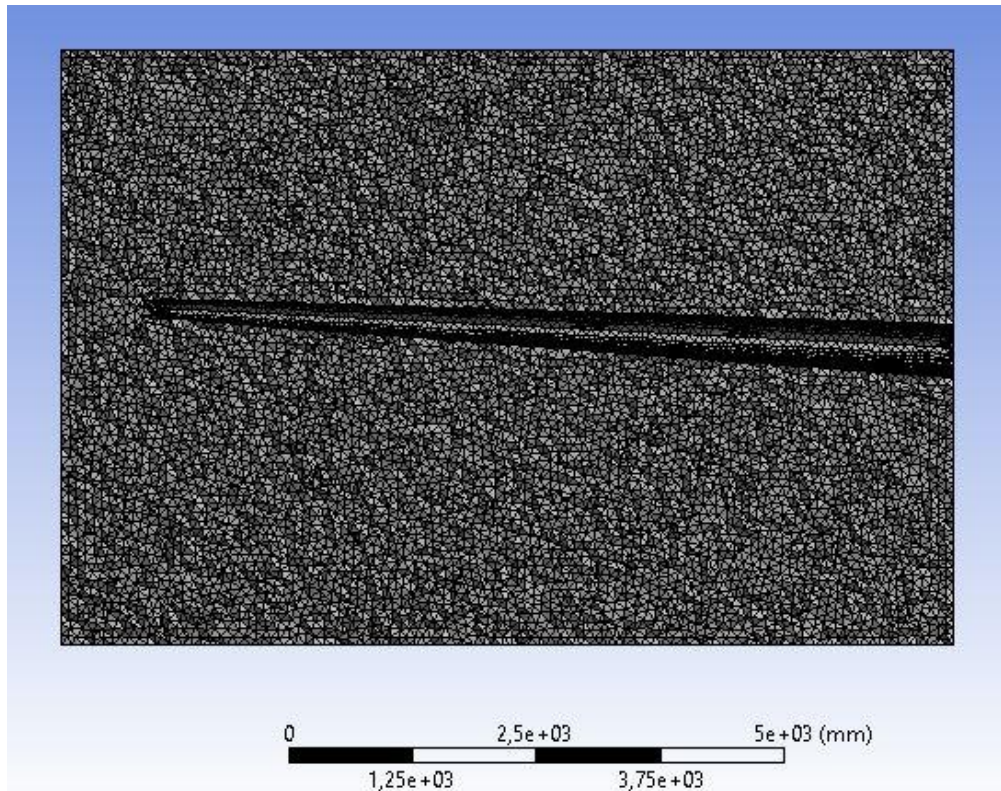


Figura 48. Malla del ala de aeronave

Cómo se puede apreciar en la figura 48, la malla posee elementos de tipo tetraédricos. Este tipo de elementos se seleccionó por simplicidad al momento de realizar el mallado de la geometría, debido a que el ala, posee una geometría compleja y realizar un mallado con elementos hexaédricos con el fin de buscar una malla estructurada, era algo de gran dificultad. En la figura 49 se presenta el gráfico de calidad de los elementos de la malla, en el que se aprecia que la mayoría de los elementos se encuentran en un valor cercano a 1 y superior a 0.5, lo que implica que la calidad de los elementos es buena y aceptable.

En lo que concierne a la relación de aspecto de los elementos, la cual se puede observar en la figura 50, se aprecia que la mayoría de los elementos poseen un valor 2.5 y menor a 10, lo cual es cercano a 1 e inferior a 20, es decir, que los elementos en cuanto a su relación de aspecto son aceptables, además como son elementos tetraédricos, esta variable de calidad no es tan determinante.

En cuanto a la oblicuidad de los elementos de la malla, en la figura 51 que la mayoría de los elementos tienden a encontrarse en un valor cercano a 0 y relativamente inferior a 0.5, lo que indica que, en el sentido de la oblicuidad de los elementos, la malla es buena y aceptable.

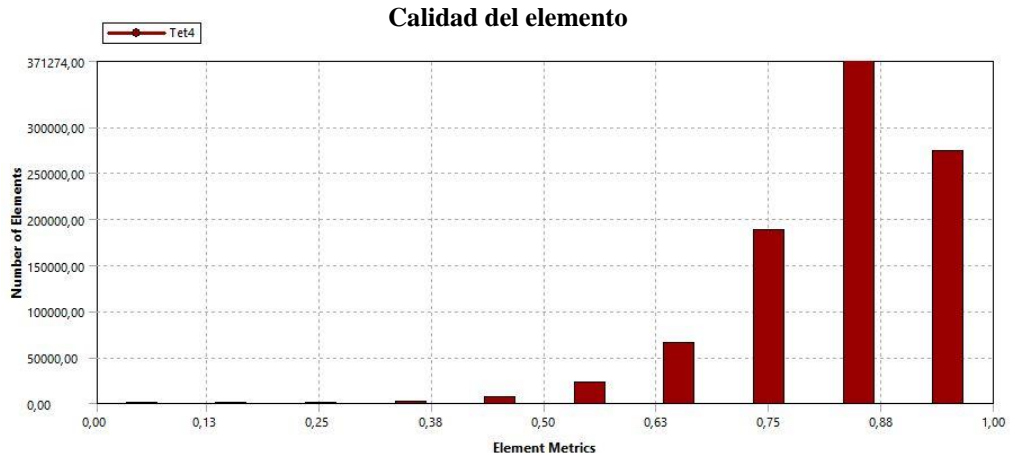


Figura 49. Calidad de elementos malla del Caso N°2

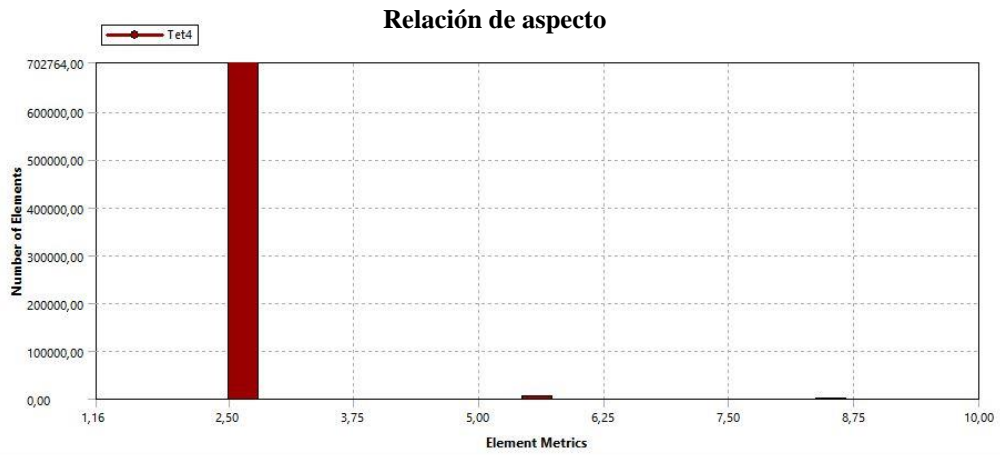


Figura 50. Relación de aspecto de malla del Caso N°2

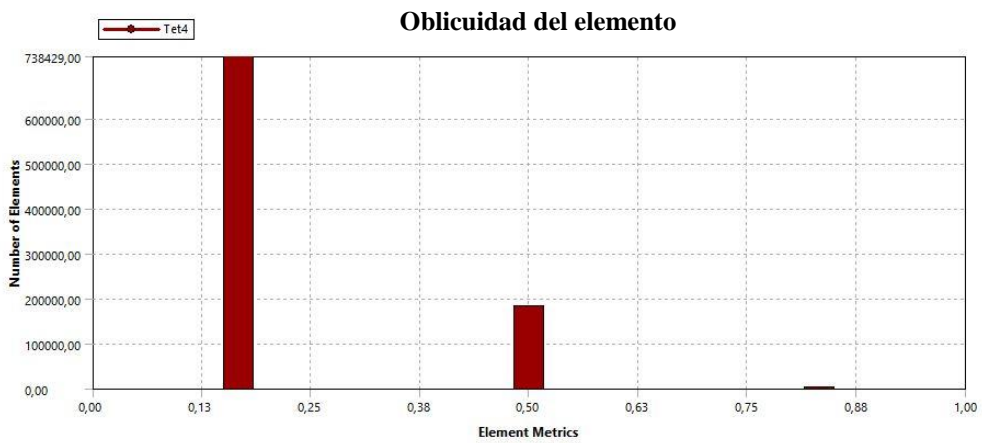


Figura 51. Oblicuidad de malla del Caso N°2

En cuanto a medidas y valores de algunas variables para las condiciones de simulación de este caso, se definieron y se tomaron datos a partir del Certificado Tipo de la aeronave CASA CN-235 [70], y de los reportes del accidente mencionados anteriormente.

6.4 Caso de estudio N°3: Ingestión de cristales de hielo en una turbina.

Cómo se mencionó en el estado del arte, las turbinas aeronáuticas pueden presentar formación de hielo en diversos componentes de las primeras etapas como el fan, el estator, el rotor del compresor, entre otras; esto cuando estas se ven sometidas a operaciones con condiciones climáticas adversas en la que hay presencia de partículas de agua superenfriadas y cristales de hielo. La ingestión de dichos cristales hace que estos tiendan a adherirse sobre superficies en las que hay altas temperaturas, como por ejemplo los álabes del compresor los cuales se encuentran antes de la cámara de combustión. La acreción de hielo en estas zonas genera fenómenos de contraflujo (surge), entrada en pérdida (stall) y retroceso de los álabes (rollback).

En la figura 52 se aprecia un gráfico de presión vs. flujo másico de aire, en donde se ve que a menor flujo de aire se corre el riesgo de estar más cerca de la línea de surge, y es precisamente esto lo que ocurre cuando se forman películas de hielo en las primeras etapas, que generan un mayor volumen que impide que pase la cantidad de flujo adecuado, haciendo que el compresor genere contraflujo.

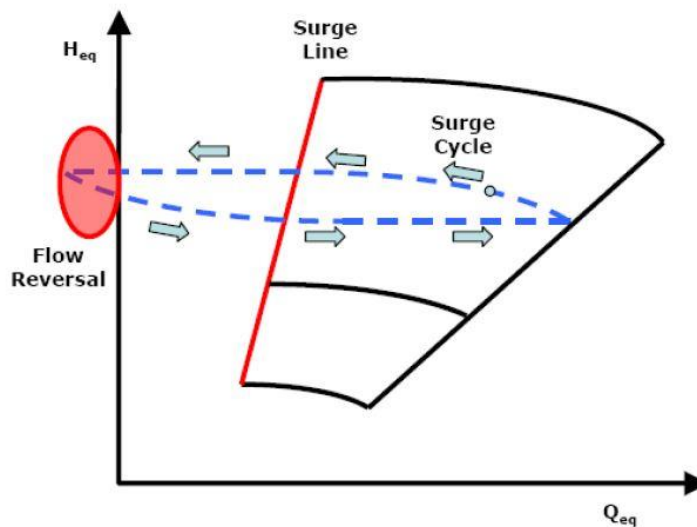


Figura 52. Presión (H_{eq}) vs. Flujo Másico de aire (Q_{eq}) para un ciclo de surge [71]

Las consecuencias de la formación de hielo en estas zonas de una turbina generan pérdidas de potencia en el motor, debido a que el flujo de entrada no es el suficiente para la producción de

empuje requerido, lo cual trae graves consecuencias cómo el apagón repentino de la flama generando el apagado del motor, que para una aeronave en vuelo puede ser fatal. La NASA hace un tiempo realizó una recopilación del número de accidentes que se generaron en un margen de 15 años debido a la formación de hielo en los motores por causa de la ingesta de cristales de hielo. El resultado de esto se muestra en la figura 53 donde los accidentes están clasificados por tipo de motor.

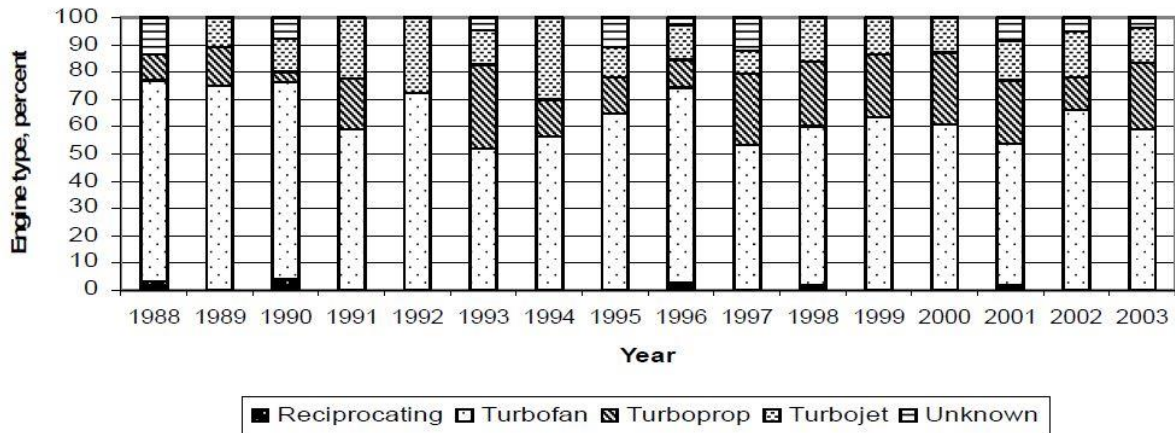


Figura 53. Accidentes por tipo de motor [72]

Cómo se puede apreciar en la figura 53 la mayoría de los accidentes se presentaron en aeronaves con motores turboprop, turbojet y turbofan, y algunos de los accidentes fatales de esa época se presentan en la tabla 6:

Tabla 6. Accidentes fatales por tipo de motor.

Fecha	Ubicación	Aerolínea	Tipo De Motor
03/15/89	West Lafayette, IN	Mid Pacific	Turboprop
02/17/91	Cleveland, OH	Ryan International	Turbojet
03/22/92	Flushing, NY	US Air	Turbofan
10/31/94	Roselawn, IN	American Eagle	Turboprop

Otro ejemplo un poco más actual ocurrido en el 2014 es el del Embraer 145 (ver figura 54) operado por Trans States Airlines que realizaba un vuelo de Houston, Texas a Memphis, Tennessee, por suerte no resultaron personas heridas, pero la aeronave tuvo graves daños debido a que la aeronave experimentó un hard landing. Según el informe de la NTSB, la aeronave presentó condiciones de engelamiento [73] y [74]. La idea de este caso de estudio es recrear las condiciones a las cuales se encontraba en vuelo la aeronave y verificar la formación

de hielo en las primeras etapas de los motores de esta. Esta aeronave posee dos motores turbofan Roll Royce AE 3007A (ver figura 55).

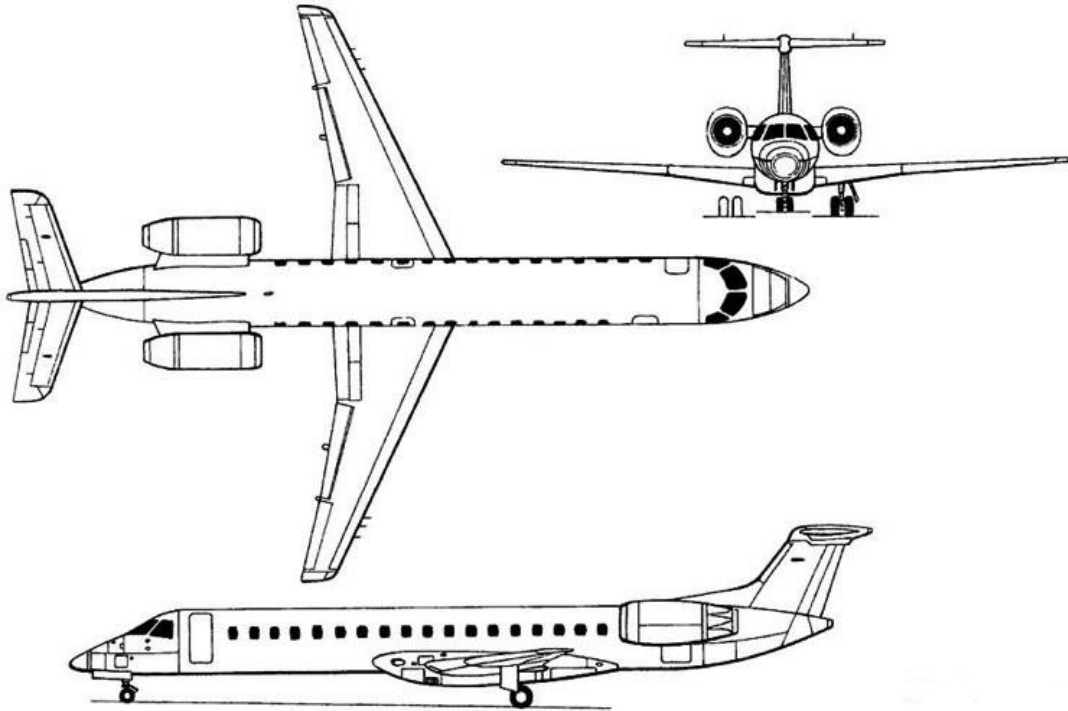


Figura 54. Tres vistas Embraer ERJ 145 [75]

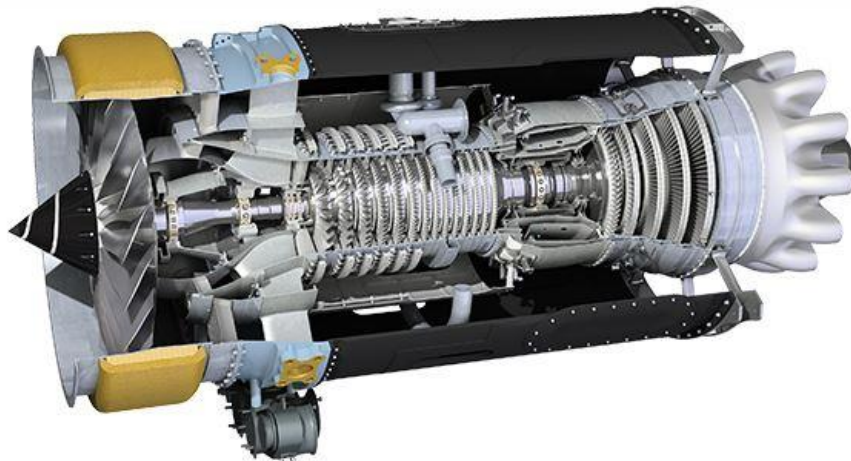
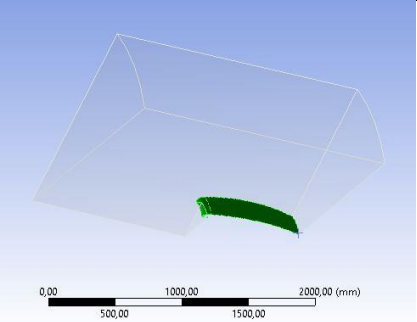
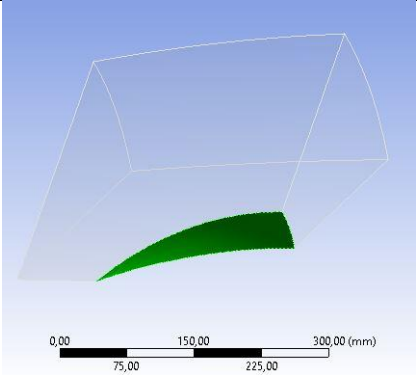


Figura 55. Roll Royce AE 3007A [76]

Por simplicidad solo se simularán las primeras etapas del motor, desde la nacelle, el spinner, el fan, el estator (el cual contiene el bypass y el inlet guide vane), hasta la primera fila de álabes del rotor del compresor, esto debido a que son las etapas que más se ven afectadas por la formación de hielo. La simulación para este caso se realizará en el módulo de FENSAP-TURBO el cuál es específico para simulaciones de elementos de turbo maquinarias. Este es simplemente un componente de la herramienta madre FENSAP – ICE que a diferencia de los otros componentes permite solucionar múltiples mallas al mismo tiempo y de manera acoplada, es decir, que tengan una interfaz común. En este sentido para realizar las simulaciones se realizaron 6 geometrías diferentes con sus respectivas mallas. En la tabla 7 se presentan las geometrías construidas con sus respectivas descripciones, y en la tabla 8 las mallas de cada geometría con su respectiva descripción.

Tabla 7. Geometrías para el caso de estudio 3

COMPONENTE	GEOMETRÍA
<p><i>Nacelle:</i> La geometría resaltada en verde es la nacelle del motor, lo transparente es el dominio del fluido, el cual es una sección circular de 1.5 veces la longitud del motor y 30° de periodicidad.</p>	 <p><i>Figura 56. Geometría Nacelle</i></p>
<p><i>Spinner:</i> La geometría resaltada en verde es el spinner como tal, lo transparente es el dominio del fluido, el cual es una sección circular de 1 vez la longitud del spinner, y posee una periodicidad de 30°.</p>	 <p><i>Figura 57. Geometría Spinner</i></p>

Fan: Las geometrías resaltadas en verde son el álabe del fan y el borde de ataque que divide al bypass y al inlet guide vane en el estator. El álabe posee un perfil NACA 65-(12A₁₀)10 y además un twist geométrico de 30°. La geometría transparente es el dominio del fluido, y posee una periodicidad de 15°.

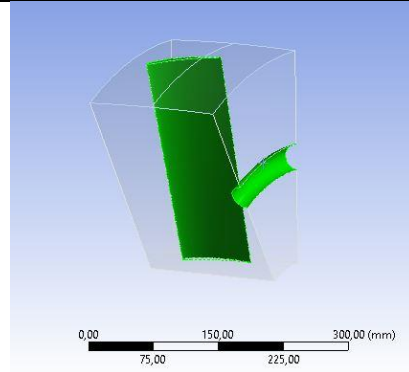


Figura 58. Geometría Fan

Bypass: La geometría resaltada en verde es el álabe del bypass el cual posee un perfil NACA 65410 y tiene un twist geométrico de 15°. La geometría transparente es el dominio del fluido y posee una periodicidad de 10°.

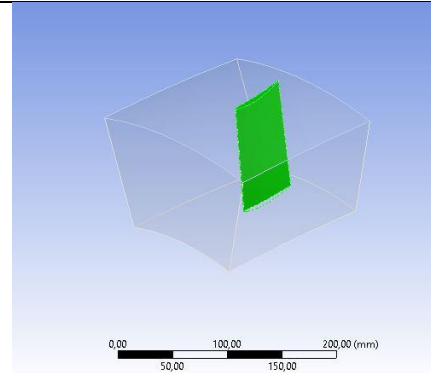


Figura 59. Geometría Bypass

Inlet Guide Vane (IGV): La geometría resaltada en verde es el álabe del IGV, el cual posee un perfil NACA 65810 y además posee un twist geométrico de 20°. La geometría transparente es el dominio del fluido, y posee una periodicidad de 10°.

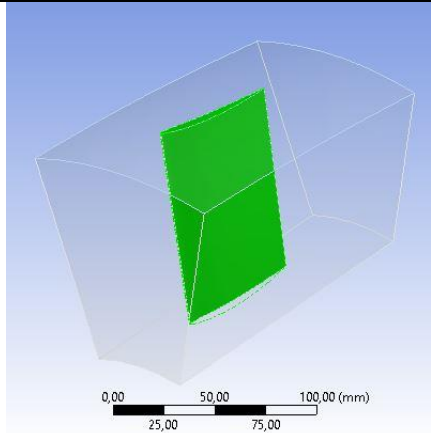
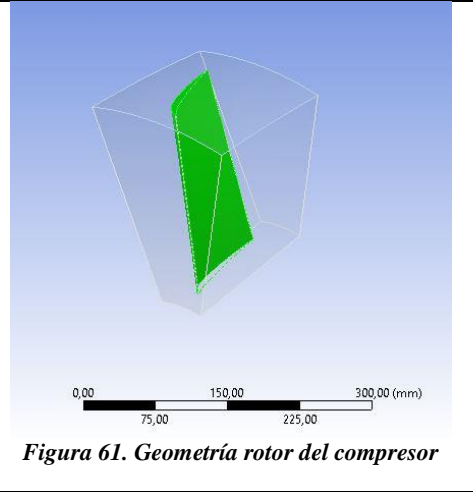


Figura 60. Geometría IGV

Rotor del Compresor: La geometría resaltada en verde es el álabe de la primera fila de álabes del rotor del compresor, posee un perfil NGTE 10C4/30C50, y posee un twist geométrico de 35°. La parte transparente es el dominio del fluido el cuál posee una periodicidad de 15°.



Es importante mencionar que algunas medidas de las geometrías anteriormente descritas fueron asumidas al igual que algunos perfiles aerodinámicos a partir de reportes de la NASA [77] y [78], en los cuales se describe información sobre lo que es más común para este tipo de componentes, esto debido a la carencia de información que se tiene por parte del fabricante a cerca de esto.

Tabla 8. Mallas para el caso de estudio 3

COMPONENTE	MALLA
<p><i>Nacelle:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Elementos: 3209200 ✓ Nodos: 560120 ✓ Convergencia: A partir de 3000000 elementos ✓ Tipo de elementos: Tetraédricos 	<p>Figura 62. Malla Nacelle</p>

Spinner:

- ✓ Elementos: 243625
- ✓ Nodos: 45981
- ✓ Convergencia: A partir de 220000 elementos
- ✓ Tipo de elementos: Tetraédricos

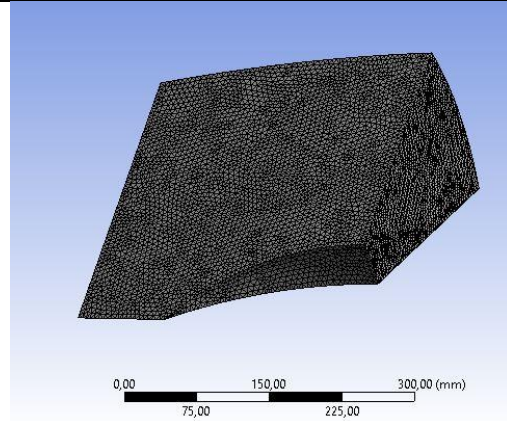


Figura 63. Malla Spinner

Fan:

- ✓ Elementos: 598280
- ✓ Nodos: 108492
- ✓ Convergencia: A partir de 590000 elementos
- ✓ Tipo de elementos: Tetraédricos

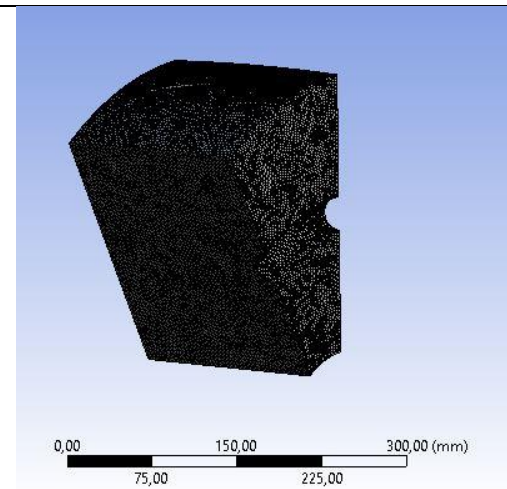


Figura 64. Malla Fan

Bypass:

- ✓ Elementos: 252692
- ✓ Nodos: 258258
- ✓ Convergencia: A partir de 250000 elementos
- ✓ Tipo de elementos: Hexaédricos

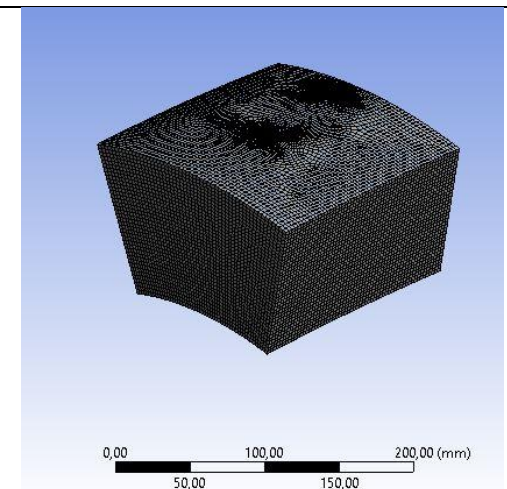


Figura 65. Malla Bypass

Inlet Guide Vane (IGV):

- ✓ Elementos: 251970
- ✓ Nodos: 259253
- ✓ Convergencia: A partir de 250000 elementos
- ✓ Tipo de elementos: Hexaédricos

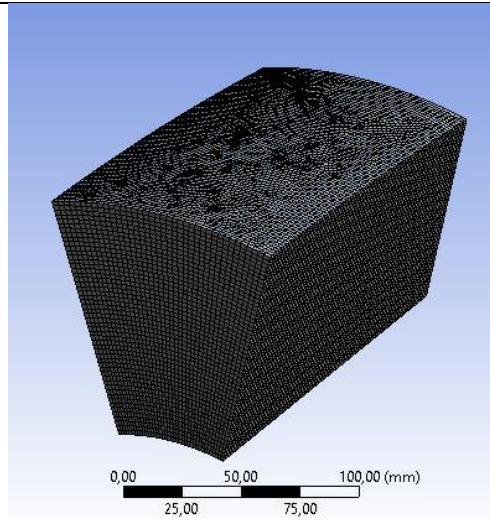


Figura 66. Malla IGV

Rotor del Compresor:

- ✓ Elementos: 899262
- ✓ Nodos: 913554
- ✓ Convergencia: A partir de 890000 elementos
- ✓ Tipo de elementos: Hexaédricos

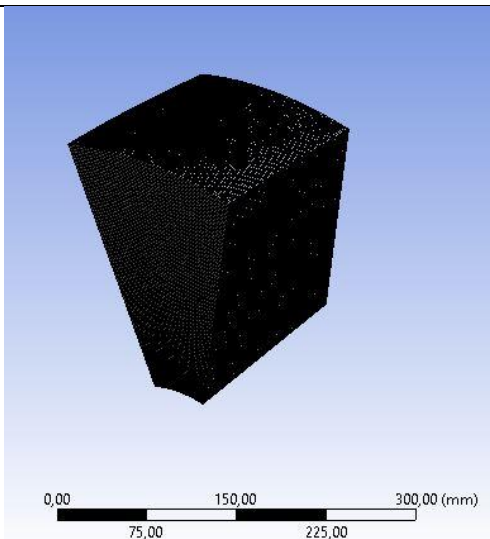
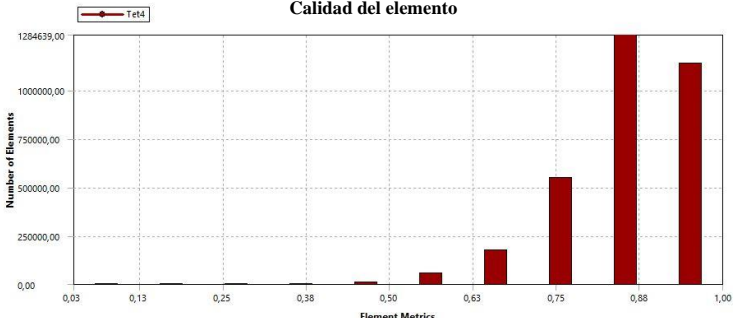
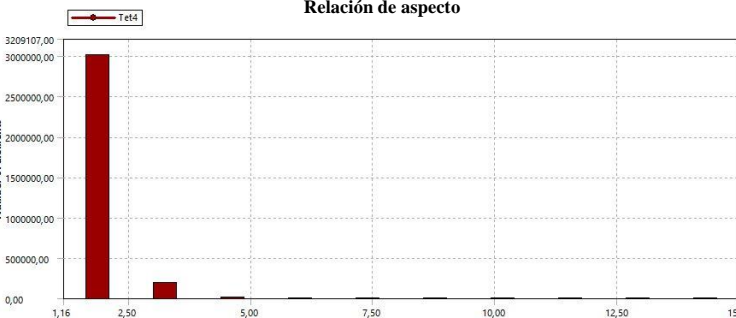
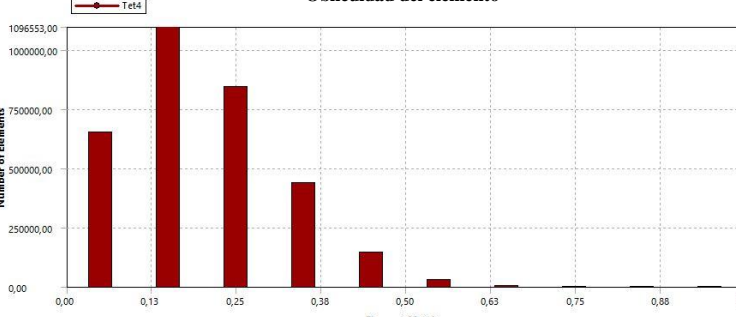
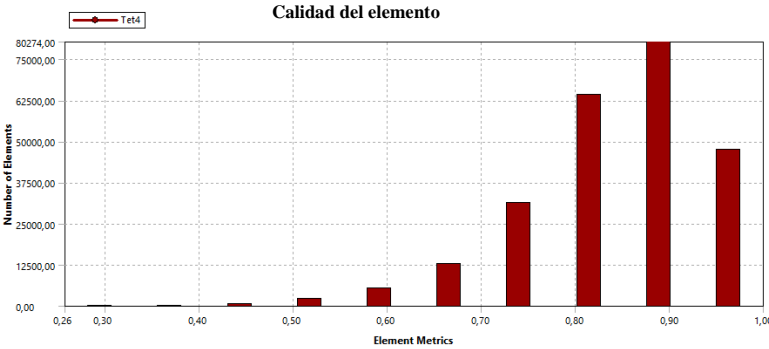
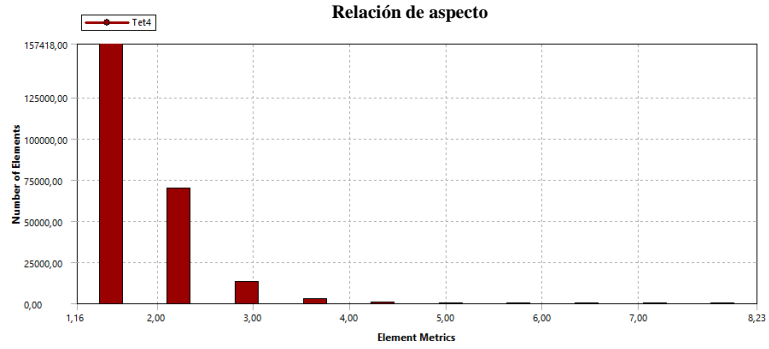
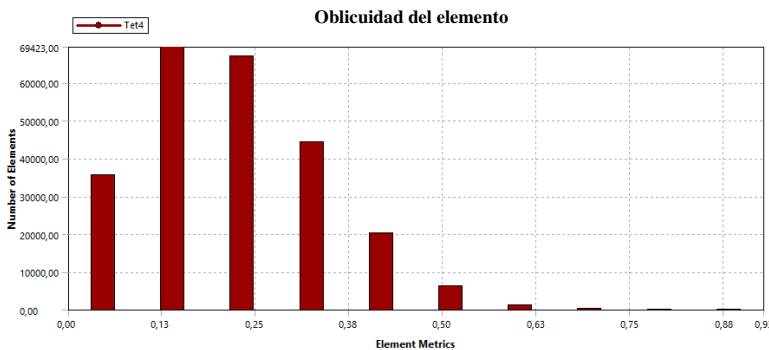


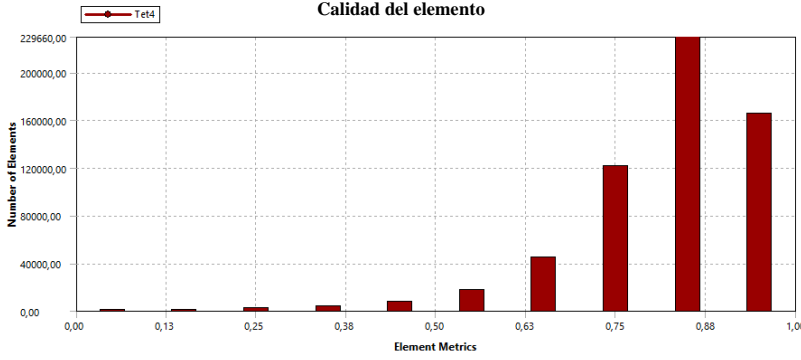
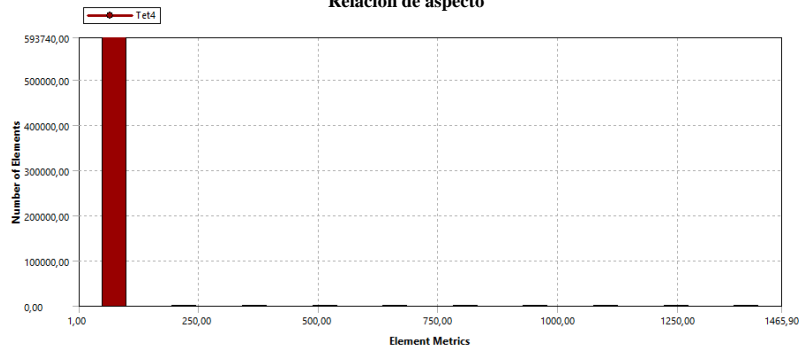
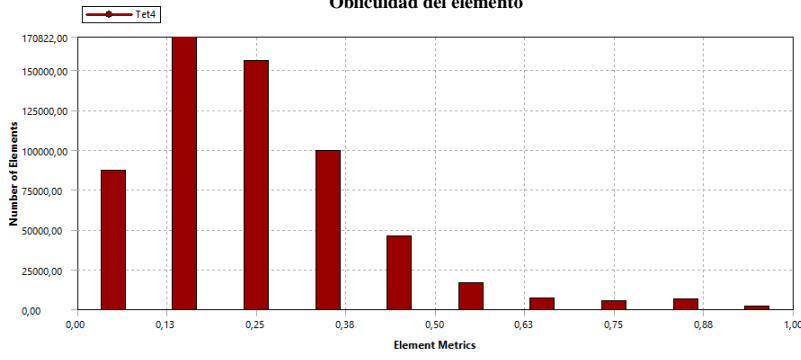
Figura 67. Malla rotor del compresor

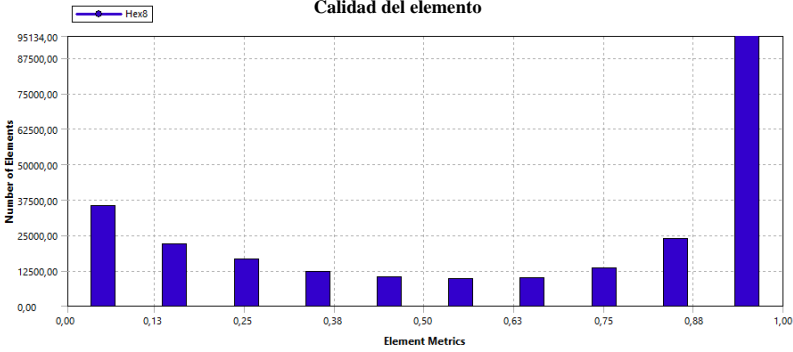
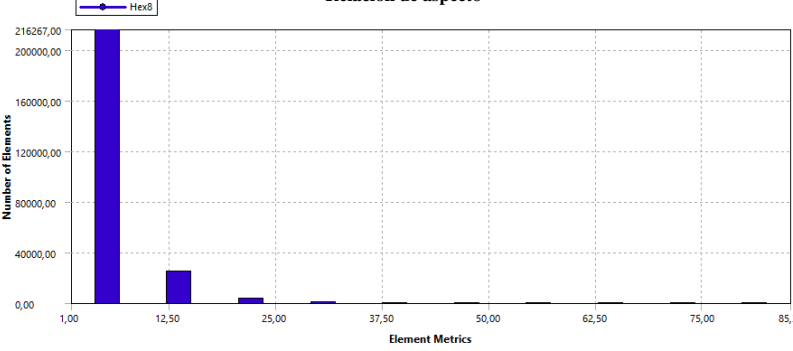
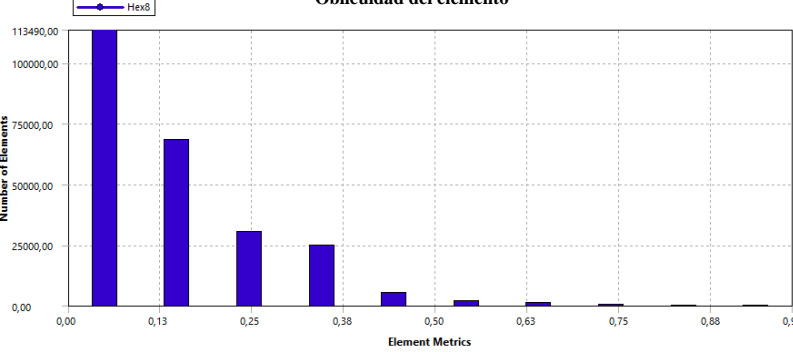
Con respecto a las descripciones hechas en la tabla 8 sobre las mallas de cada componente: en los que poseen elementos tetraédricos, se utilizan estos por simplicidad y mejor amoldamiento de la malla a la geometría y porque un mallado estructurado con elementos hexaédricos resultaba en una tarea compleja. En los componentes que sí tienen elementos hexaédricos, es porque la geometría permitió realizar un mallado estructurado con este tipo de elementos. Las estadísticas de calidad del elemento, relación de aspecto y oblicuidad de elemento para cada una de las mallas mostradas anteriormente se registra en la tabla 9.

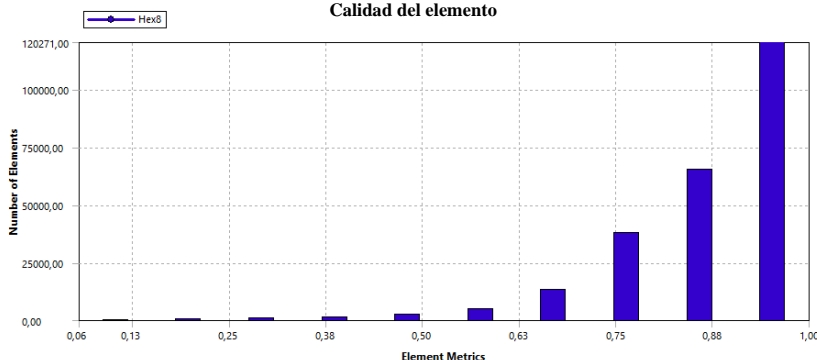
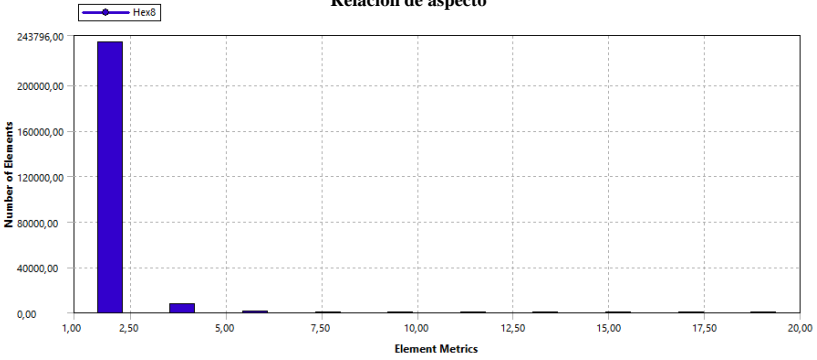
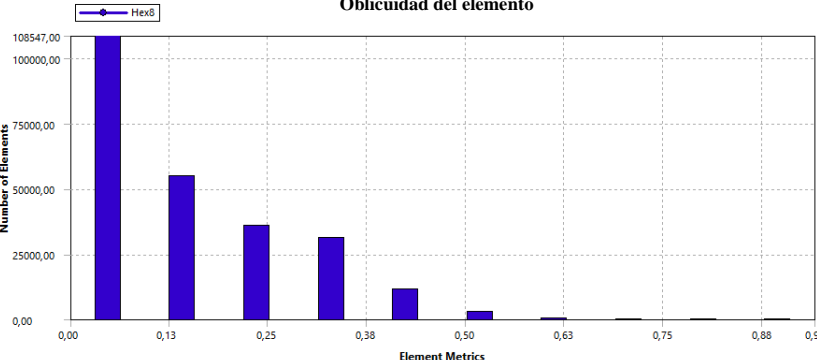
Tabla 9. Estadísticas de mallas para el Caso N°3

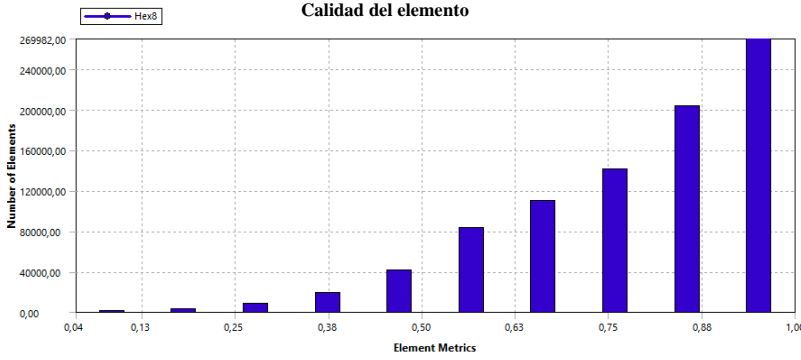
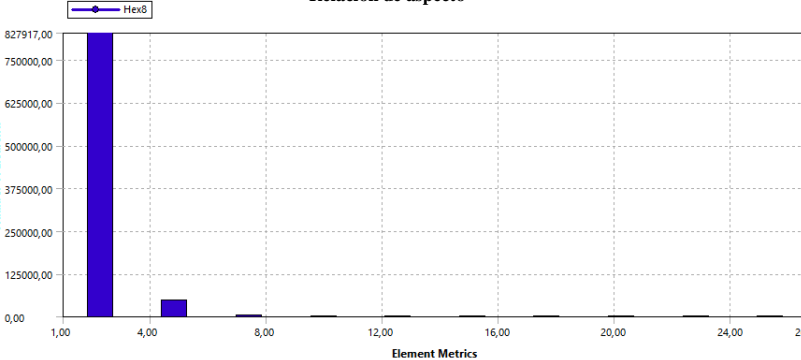
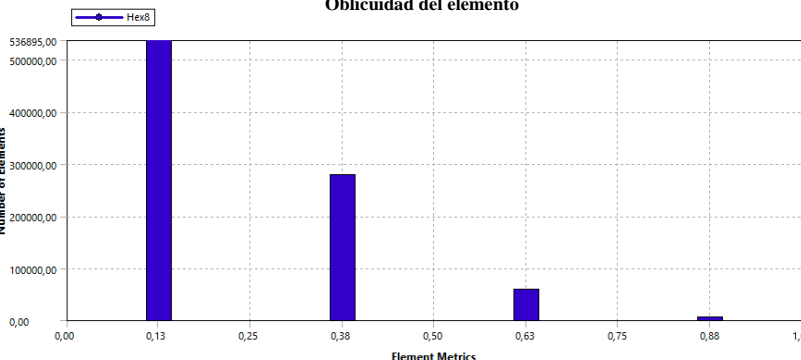
COMPONENTE	ESTADÍSTICA	
<i>Nacelle</i>	<i>Calidad del elemento</i>	 <p style="text-align: center;">Calidad del elemento</p> <p style="text-align: center;"><i>Figura 68. Calidad del elemento para malla del Nacelle</i></p>
	<i>Relación de aspecto</i>	 <p style="text-align: center;">Relación de aspecto</p> <p style="text-align: center;"><i>Figura 69. Relación de aspecto para malla del Nacelle</i></p>
	<i>Oblicuidad</i>	 <p style="text-align: center;">Oblicuidad del elemento</p> <p style="text-align: center;"><i>Figura 70. Oblicuidad del elemento para malla del Nacelle</i></p>

	<p><i>Calidad del elemento</i></p>	 <p>Calidad del elemento</p> <p>Number of Elements</p> <p>Element Metrics</p> <p><i>Figura 71. Calidad del elemento para malla del Spinner</i></p>
<p><i>Spinner</i></p>	<p><i>Relación de aspecto</i></p>	 <p>Relación de aspecto</p> <p>Number of Elements</p> <p>Element Metrics</p> <p><i>Figura 72. Relación de aspecto para malla del Spinner</i></p>
	<p><i>Oblicuidad</i></p>	 <p>Oblicuidad del elemento</p> <p>Number of Elements</p> <p>Element Metrics</p> <p><i>Figura 73. Oblicuidad del elemento para malla del Spinner</i></p>

	<p><i>Calidad del elemento</i></p>	 <p>Calidad del elemento</p> <p>Number of Elements</p> <p>Element Metrics</p> <p><i>Figura 74. Calidad del elemento para malla del Fan</i></p>
<p><i>Fan</i></p>	<p><i>Relación de aspecto</i></p>	 <p>Relación de aspecto</p> <p>Number of Elements</p> <p>Element Metrics</p> <p><i>Figura 75. Relación de aspecto para malla del Fan</i></p>
	<p><i>Oblicuidad</i></p>	 <p>Oblicuidad del elemento</p> <p>Number of Elements</p> <p>Element Metrics</p> <p><i>Figura 76. Oblicuidad del elemento para malla del Fan</i></p>

	<p><i>Calidad del elemento</i></p>	 <p>Calidad del elemento</p> <p>Number of Elements</p> <p>Element Metrics</p> <p>Figura 77. Calidad del elemento para malla del Bypass</p>
<p><i>Bypass</i></p>	<p><i>Relación de aspecto</i></p>	 <p>Relación de aspecto</p> <p>Number of Elements</p> <p>Element Metrics</p> <p>Figura 78. Relación de aspecto para malla del Bypass</p>
	<p><i>Oblicuidad</i></p>	 <p>Oblicuidad del elemento</p> <p>Number of Elements</p> <p>Element Metrics</p> <p>Figura 79. Oblicuidad del elemento para malla del Bypass</p>

	<p><i>Calidad del elemento</i></p>	 <p>Calidad del elemento</p> <p>Number of Elements</p> <p>Element Metrics</p> <p><i>Figura 80. Calidad del elemento para malla del IGV</i></p>
<p><i>Inlet Guide Vane (IGV)</i></p>	<p><i>Relación de aspecto</i></p>	 <p>Relación de aspecto</p> <p>Number of Elements</p> <p>Element Metrics</p> <p><i>Figura 81. Relación de aspecto para malla del IGV</i></p>
	<p><i>Oblicuidad</i></p>	 <p>Oblicuidad del elemento</p> <p>Number of Elements</p> <p>Element Metrics</p> <p><i>Figura 82. Oblicuidad del elemento para malla del IGV</i></p>

	<p><i>Calidad del elemento</i></p>	 <p>Figura 83. Calidad del elemento para el rotor del compresor</p>
<p><i>Rotor del compresor</i></p>	<p><i>Relación de aspecto</i></p>	 <p>Figura 84. Relación de aspecto para malla del rotor del compresor</p>
	<p><i>Oblicuidad</i></p>	 <p>Figura 85. Oblicuidad del elemento para malla del rotor del compresor</p>

En cuanto a la malla del nacelle, se puede decir que los elementos de la malla poseen una buena calidad (ver figura 68) debido a que la mayoría de estos se encuentra en un valor entre 1 y 0.5, tienen una buena relación de aspecto debido a que la mayoría de los elementos tienen un valor cercano a 1 (ver figura 69), y poseen buena oblicuidad debido a que los elementos se encuentran en un valor entre 0 y 0.5 (ver figura 70). En lo que concierne al spinner los elementos de la malla de este tienen un comportamiento similar a los elementos de la malla del

nacelle, por ende, se podría decir que la malla es buena y aceptable (ver figuras 71 a 73). Si se observan los gráficos estadísticos de las mallas de los componentes del fan (ver figuras 74 a 76), IGV (ver figuras 80 a 82) y el rotor del compresor (ver figuras 83 a 85), se podría realizar un análisis similar que con el nacelle y el spinner, teniendo como conclusión que los mallados de estos componentes también son buenos y aceptables.

En lo que respecta al bypass no poseen muy buena calidad, tal y como se aprecia en la figura 77, pero al igual que en casos anteriores esta variable no es determinante para los resultados de la simulación debido a que la malla del bypass posee elementos hexaédricos. En contraste con la calidad de los elementos, la malla posee una buena relación de aspecto y buena oblicuidad, debido a que en su mayoría los elementos están cercanos a un valor de 1 y 0, respectivamente (ver figuras 78 y 79). A pesar de que hay algunos elementos en las mallas que están un poco alejados de los criterios de aceptación, al igual que en casos anteriores, estos elementos no están próximos a las zonas de interés, por lo tanto, el resultado de las simulaciones no se verá afectado.

Por otro lado, la manera en que FENSAP realiza los acoples de las mallas de los componentes que se muestran en la tabla 8, es por medio de las interfaces que genera el programa con las condiciones de frontera de entrada y salida de cada una, es decir, por ejemplo, la salida de presión del nacelle es la condición de velocidad de entrada para el spinner y así sucesivamente, esto se aprecia de mejor manera en la figura 86 y en la tabla 10.

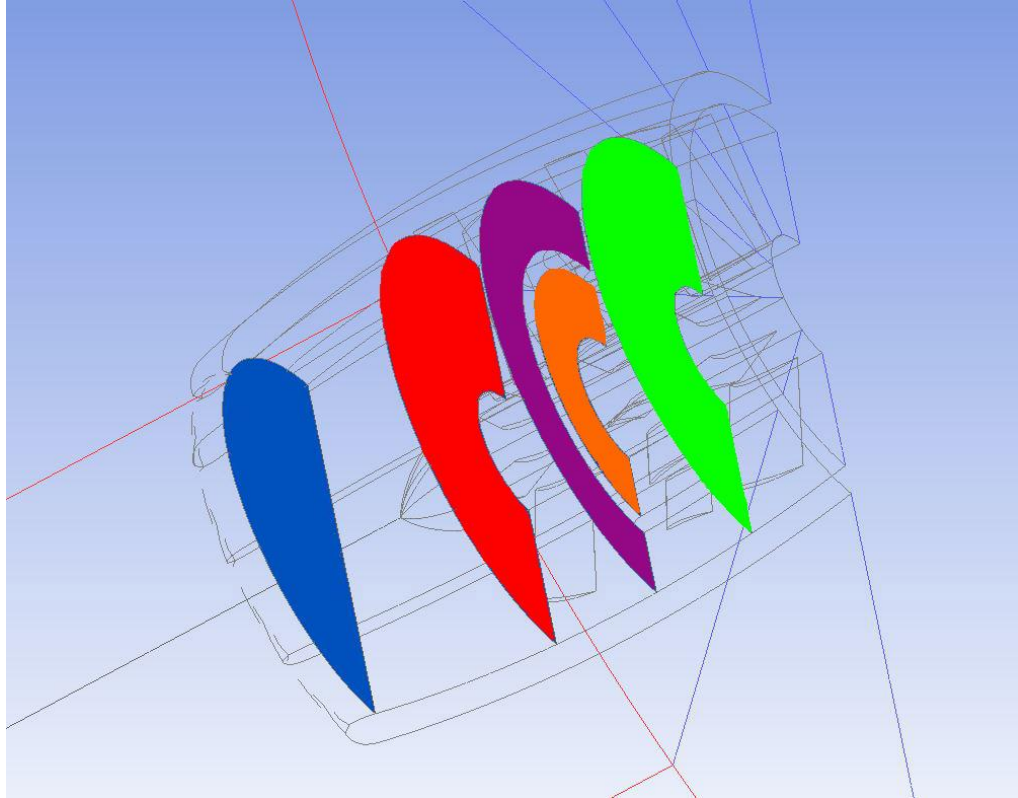


Figura 86. Interfaces entre componentes en el caso de estudio 3

Tabla 10. Interfaces de componentes en el motor

N°	INTERFAZ	COLOR
1	Nacelle → Spinner	Blue
2	Spinner → Fan	Red
3	Fan → Bypass IGV	Purple
4		Orange
5	Estator → Rotor del Compresor	Green

En la tabla 11 se presentan las condiciones para la simulación de este caso de estudio.

Tabla 11. Condiciones simulación motor turbofan

Reynolds	5890326.246
Densidad Aire [Kg/m³]	0.652044076
Viscosidad Dinámica [Kg/m·s]	1.59404·10 ⁻⁵
Constante Aire - R [J/Kg·K]	287.053

Conductividad Térmica	0.022175706
Calor Específico [J/Kg·K]	1004.6855
Rugosidad [m]	0.0005
Longitud Característica [m]	0.8
Velocidad del aire [m/s]	180
Presión [Pa]	46558.838
Temperatura [K]	248.75
LWC [Kg/m³]	0.001
Diámetro de gotas [μm]	20
Densidad Agua [Kg/m³]	1000
ICC [Kg/m³]	0.5
Diámetro de cristales [μm]	100
RPMs Fan	1400
RPMs Rotor Compresor	1500
Tiempo Engelmiento [s]	600

Algunos valores y variables para los datos requeridos para la simulación de este caso fueron tomados a partir de datos reportados en el certificado tipo del motor AE3007A [79], del certificado tipo de la aeronave Embraer ERJ 145 [80], y del reporte de accidente mencionado anteriormente.

7. RESULTADOS Y ANÁLISIS

7.1 Validación

A continuación, se presentan los resultados obtenidos de las simulaciones realizadas, para las validaciones que se describieron anteriormente en el capítulo 6.

7.1.1 Validación NACA 0012 FLUENT.

En las figuras 87 y 88 se presentan los resultados obtenidos para esta validación:

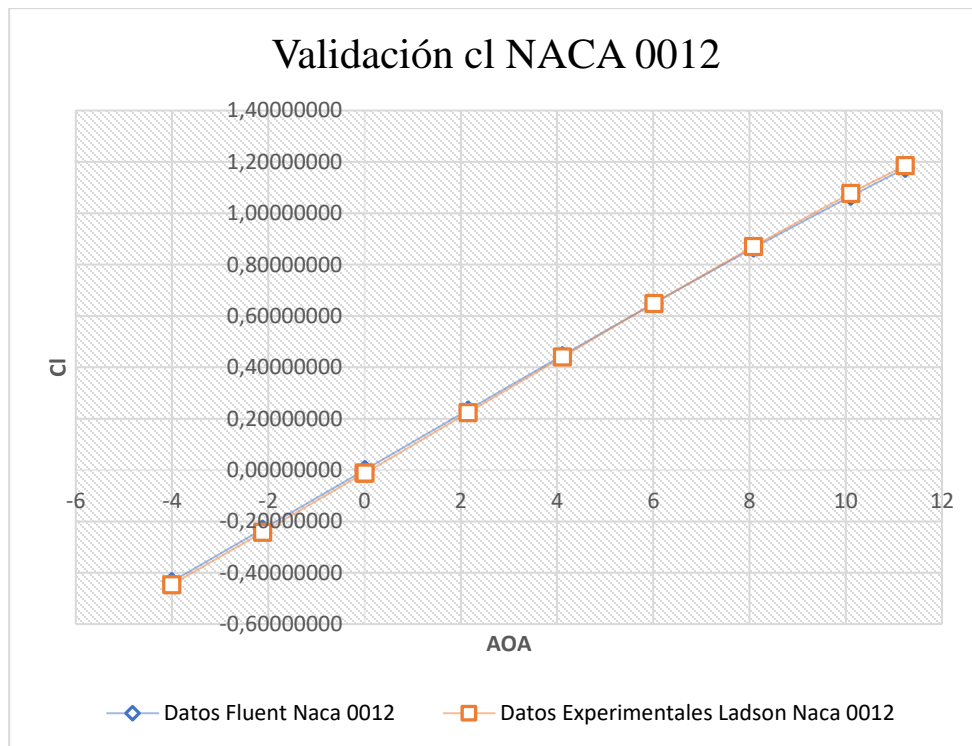


Figura 87. Validación del coeficiente de sustentación a diferentes ángulos de ataque.

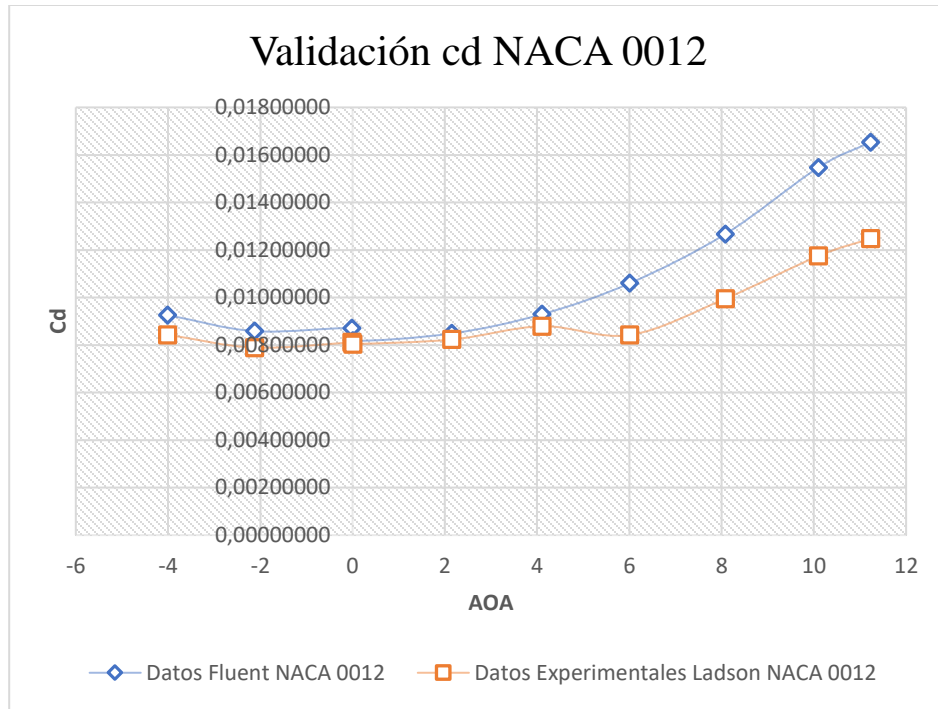


Figura 88. Validación del coeficiente de arrastre a diferentes ángulos de ataque.

En la figura 87, se puede observar que el coeficiente de sustentación obtenido a partir de FLUENT, es muy cercano al coeficiente de sustentación obtenido a partir de los datos experimentales tomados por Ladson. Para el coeficiente de arrastre, se ve que la gráfica no se acerca tanto a la experimental en la figura 88, pero se logró obtener un buen error, donde para bajos ángulos de ataque positivos, el error para el coeficiente de sustentación es de 4.51% y para el coeficiente de arrastre es de 3.11% por lo cual podemos observar que el programa es capaz de simular el fenómeno físico con un alto grado de precisión, aunque a altos ángulos de ataque el arrastre aumenta considerablemente con respecto al experimental, debido a que cambia el punto de transición de laminar a turbulento en el perfil. Además, se debe tener en cuenta el error de discretización, acorde a la malla que tiene el modelo.

7.1.2 Validación NACA 0012 FENSAP-ICE.

En la figura 89, 90 y 91 se muestran los resultados obtenidos para esta validación:

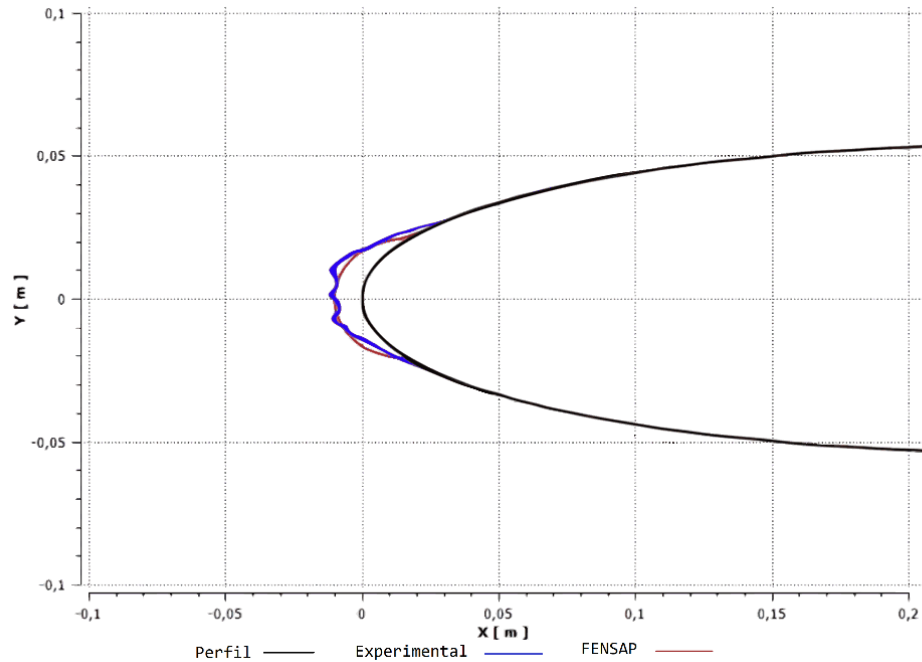


Figura 89. Comparación de la formación de hielo experimental [53] y del FENSAP – ICE

En la figura 89, se puede apreciar que la formación de hielo sobre la superficie, obtenida a partir de FENSAP-ICE, se aproxima considerablemente en forma y en espesor a la película de hielo experimental obtenida a partir de la literatura, la forma del cuerno que se ve en los datos experimentales, no tiene el mismo comportamiento que en FENSAP-ICE, debido a que las gotas de agua superenfriadas, no necesariamente van formando una película suave, como el resultado obtenido en FENSAP-ICE. El error de los espesores relativos de las películas de hielo es del 2.9%; es un error inferior al 5%, que es lo aceptable para ingeniería, por lo tanto, se podría decir que el programa se ajusta y es capaz de realizar modelaciones y simulaciones de fenómenos de formación de hielo, representando lo que ocurre en la realidad.

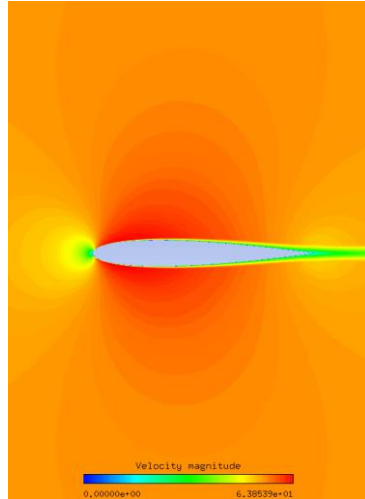


Figura 90. Contornos de velocidad en perfil NACA 0012 obtenido con FENSAP-ICE.

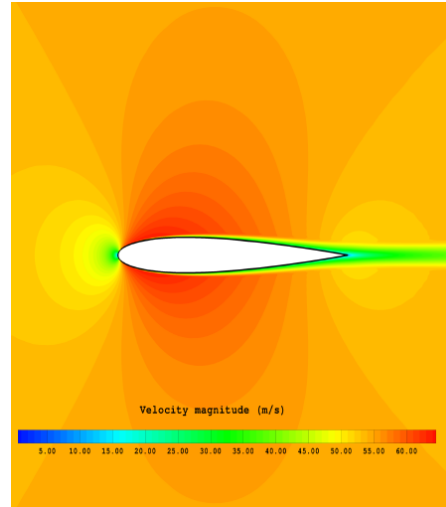


Figura 91. Contorno de velocidad a partir de los datos de Nilamdeen con FENSAP-ICE.

En las figuras 90 y 91, se presenta una comparación, entre los contornos de la magnitud de velocidad del flujo de aire obtenida a partir de la simulación propia, y la simulación realizada por Nilamdeen, las cuales se realizaron con las mismas condiciones, en FENSAP-ICE, con el fin de demostrar la destreza y el conocimiento en el uso del programa, las velocidades no son exactamente las mismas, debido a que se realizaron en diferentes versiones de FENSAP-ICE, por tanto existen diferencias, entre ambas, que son muy pequeñas.

7.1.3 Validación NACA 63(4)421 FENSAP-ICE.

En las figuras 92, 93 y 94 se pueden observar los resultados obtenidos para esta validación:

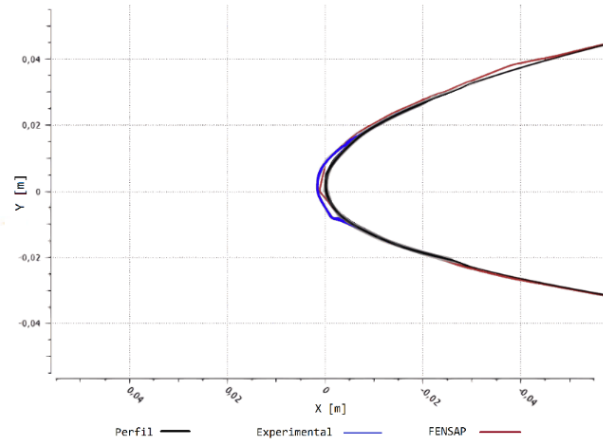


Figura 92. Comparación de los datos de Wang [81] y obtenidos con FENSAP-ICE.

En la figura 92, se puede observar, que la película de hielo obtenida por FENSAP-ICE, no se aproxima considerablemente, a los datos obtenidos de Wang, debido a que para ese caso no se tiene gran información, cómo, por ejemplo, la forma de las gotas y el TWC, que son datos necesarios y que influyen directamente en los resultados de la simulación. Por otro lado, la geometría, es aproximada a la forma de la película de hielo obtenida por Wang, como se observa en las figuras 93 y 94. El error entre los espesores obtenidos para la película de hielo es del 11.2%. Aunque este error no entra en el margen de aceptación, los resultados de esta simulación esclarecen el hecho, de que para aproximarnos lo más que se pueda a lo que ocurre en la realidad, se deben conocer y tener bien definidas todas las variables que están involucradas durante el desarrollo del fenómeno.



Figura 93. Foto de acreción de hielo sobre un perfil NACA 63(4)421 tomada de Wang [81]

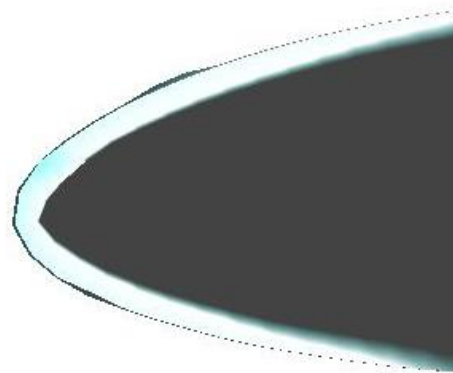


Figura 94. Acreción de hielo utilizando el programa FENSAP-ICE para el caso de Wang

7.2 Caso de estudio N°1: Rotor de un helicóptero.

Los resultados de sustentación, arrastre y torque obtenidos en la simulación se registran en la tabla 12.

Tabla 12. Resultados Caso de Estudio N°1

Sin Engelmiento			
Cl	Cd	Torque [Nm]	Potencia [W]
2.867	0.0434	366.692	15294.67875
Con Engelmiento			
Cl	Cd	Torque [Nm]	Potencia [W]
2.5584	0.09121	808.366	33716.84761
Diferencias			
ΔCl	ΔCd	$\Delta \text{Torque [Nm]}$	$\Delta \text{Potencia [W]}$
0.30871	0.04724	441.674	18422.16886
Cl [%]	Cd [%]	Torque [%]	Potencia [%]
10.77	51.79	54.64	54.64

El resultado del flujo obtenido a partir de FLUENT en el rotor se muestra en la figura 95.

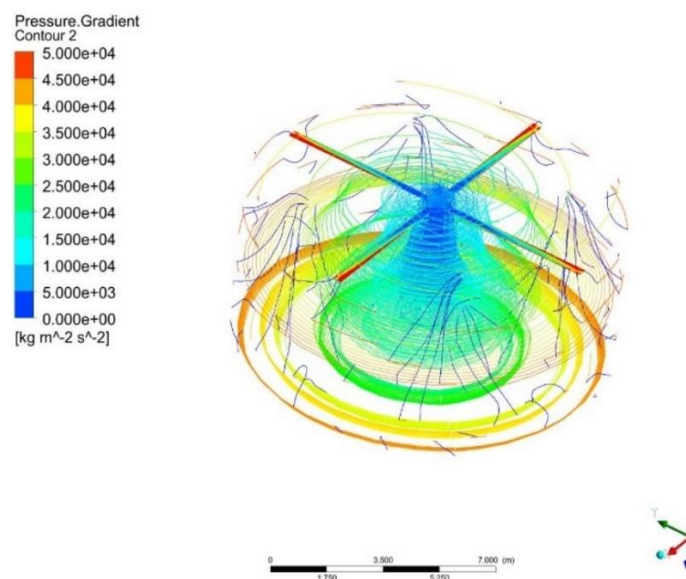


Figura 95. Resultado flujo en el rotor de helicóptero

El resultado de formación de hielo para el rotor se muestra en la figura 96, de manera tridimensional, y en la figura 97 de manera bidimensional en la pala del helicóptero a una distancia radial de 4.5 m.

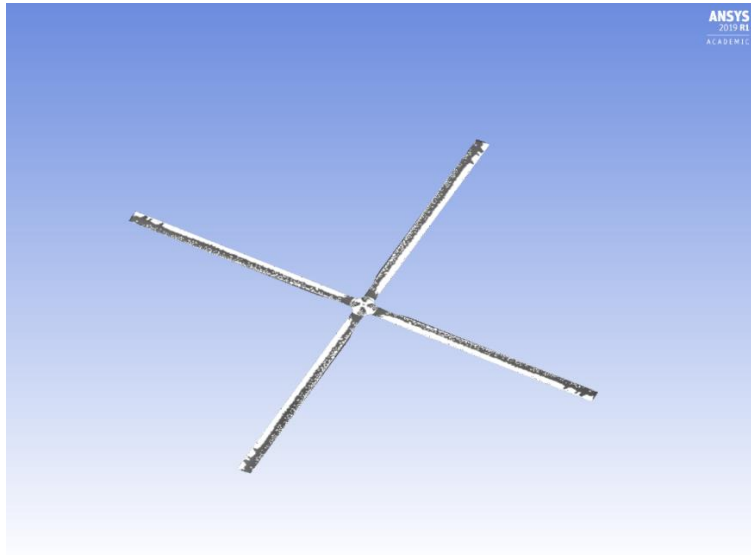


Figura 96. Formación de hielo en el rotor del helicóptero

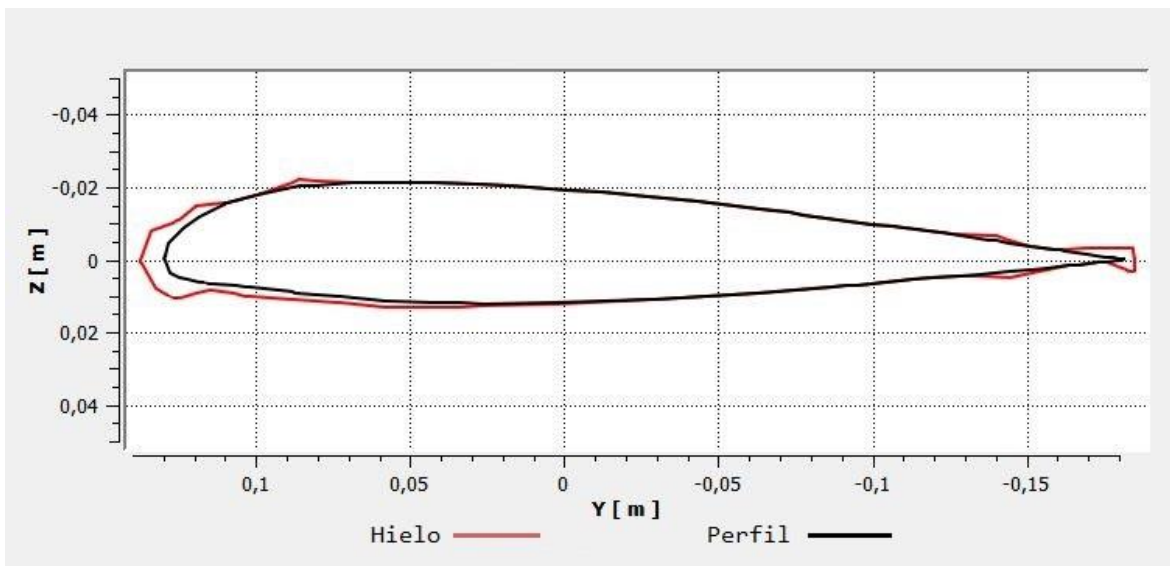


Figura 97. Formación de hielo 2D en la pala del helicóptero

Cómo se puede apreciar los resultados registrados en la tabla 12, después de la formación de hielo en el rotor hubo una disminución del C_l del 10.77%, un aumento del drag en un 51.79% y por supuesto si las palas tienen un mayor arrastre necesitan un mayor torque, es decir una mayor potencia requerida; dicho aumento fue del 54.64%. De esta manera se puede decir

que los resultados son totalmente lógicos y además tratándose de un componente que está girando a altas rpm, cualquier masa adicional generada induce inestabilidad en la rotación de este lo cual hace que el piloto pierda el control de la aeronave, teniendo como resultado final, las consecuencias que pagaron los tripulantes del BK117A3 de este caso de estudio.

Por otro lado, como se observa en la figura 95, en el borde de ataque de las palas es donde se presenta un menor gradiente de presión, tal y cómo se ve en el contorno de esta figura, y este va aumentando radialmente, y haciendo una comparación con la figura 96 en las zonas en las que se formó hielo, se podría decir que a menor gradiente de presión, mayor eficiencia de colección de partículas de hielo y gotas de agua superenfriadas. Este hecho se puede ratificar observando la figura 97, donde se puede apreciar la película de hielo formada bidimensionalmente, y claramente se ve que el mayor espesor de hielo se forma en el borde de ataque de la pala.

- ∴ *Propuestas:* El principal problema para la selección de un sistema o mecanismo que evite la formación de hielo en las palas del rotor de un helicóptero, es que es un componente que se encuentra girando a alta velocidad, por lo que el choque de partículas de hielo con el rotor es inevitable. Considerar la idea de un componente mecánico, cómo botas neumáticas no es una buena opción debido a que el espacio reducido interno en las palas no permite la instalación de un sistema de estos, además cambiar la geometría del perfil con un sistema mecánico induciría por defecto desbalances en el rotor. Lo que deja como mejor opción emplear resistencias eléctricas uniformemente distribuidas a lo largo de la envergadura de toda la pala y que generen un flux de calor constante sobre toda la superficie de esta, existen varias formas de hacer esto como la propuesta de Froman [82] o la de Maglieri [83]. La propuesta sería que la parte regulativa para todos los helicópteros sea más estricta en cuanto a sistemas que prevengan la formación de hielo, y además sería bueno considerar el hecho de que la aeronave posea un sistema sensorial ([84] y [85]) que indique si es conveniente que la aeronave haga un aterrizaje de emergencia, lo cual es una ventaja comparativa de los helicópteros frente a las aeronaves de ala fija dado que los helicópteros pueden aterrizar casi que en cualquier lugar. Esto disminuiría en gran medida los accidentes por formación de hielo en las palas de los rotores de los helicópteros, debido a que hoy en día los fabricantes venden helicópteros certificados sin este tipo de sistemas como por ejemplo el Bell 206 que no cuenta con este tipo de sistemas, y muy pocos helicópteros poseen sistemas antihielo, como el Mi-26.

7.3 Caso de estudio N°2: Ala de una aeronave

En la tabla 13 se registran los resultados de coeficiente de arrastre y sustentación, con y sin formación de hielo y los deltas de estos coeficientes, esto obtenido a partir de las simulaciones realizadas para este caso de estudio. Y en las figuras 98 a 103 se presentan los resultados de contornos de velocidad, formación de hielo y flujos de calor evaporativo, para las situaciones con y sin formación de hielo.

Tabla 13. Resultados para el caso N°2.

Sin Englamiento	
C_l	C_d
0.43649861	0.02118352
Con Englamiento	
C_l	C_d
0.43023782	0.02576268
Sistema Anti-Ice	
C_l	C_d
0.4365728	0.02120769
Diferencia sin Antihielo	
ΔC_l	ΔC_d
0.00626079	0.00457915
Diferencia con Antihielo	
ΔC_l	ΔC_d
$7.419 \cdot 10^{-5}$	$2.417 \cdot 10^{-5}$
Reducción η sin antihielo [%]	
18.95%	
Reducción η con antihielo [%]	
0.0970%	

En la tabla 13, se puede observar, que se disminuye en aproximadamente un 19% la eficiencia del ala, debido al engelamiento, lo cual puede provocar que exista desprendimiento de la capa limite y por tanto entrada en pérdida del ala, como lo que sucedió con el avión CN 235 de la FAC. Si durante el engelamiento, el sistema de antihielo de la aeronave estuviera encendido al momento de entrar a la nube, como se logra ver en la tabla 13, la disminución en la eficiencia es menor al 1%, por tanto, el piloto, pudo haber mantenido el control de la aeronave, y descender a una altitud segura, hasta llegar a su destino.

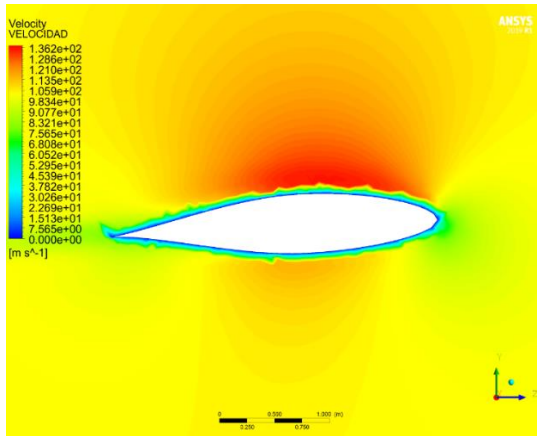


Figura 98. Contorno de velocidad sin engelamiento

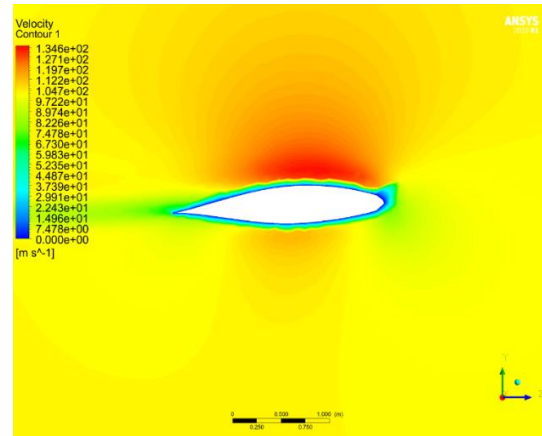


Figura 99. Contorno de velocidad con engelamiento.

En la figura 99, se puede observar, como disminuye la velocidad sobre el perfil, con respecto a la figura 98. Esto debido a la capa de hielo, que daña su geometría, disminuyendo la sustentación y aumentando considerablemente el arrastre, como se observa en la tabla 13.

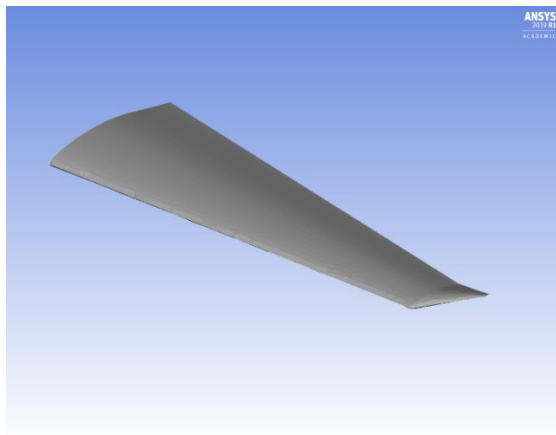


Figura 100. Ala con sistema antihielo evaporativo.

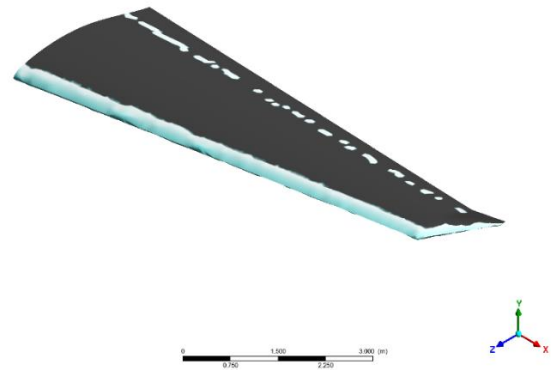


Figura 101. Ala sin sistema antihielo.

En la figura 101, se puede observar que también hay formación de hielo, cerca al borde de fuga, lo que nos indica que, durante el vuelo, probablemente hubo engelamiento en las superficies de control, lo que impide su correcto accionamiento y por tanto pérdida de control de la aeronave.

En la figura 100, se ve como un sistema antihielo, evaporativo, es capaz de eliminar casi por completo la capa de hielo, la gran desventaja, de este sistema es que se necesitaría mucha potencia, incluso mucho mayor a lo que ofrecen los generadores del motor, como

se puede observar en la tabla 5, donde la potencia necesaria, es de 71 KW, con el fin de que otorgue la temperatura necesaria para eliminar la capa de hielo.

En la figura 102, se puede observar como el flux de calor por evaporación, es mucho menor a lo largo de la cuerda del ala, además el flux de calor es mucho menor en la superficie con respecto al que se muestra en la figura 103, donde el flux de calor es muy alto, además de que se distribuye en mayor medida a lo largo de la superficie.

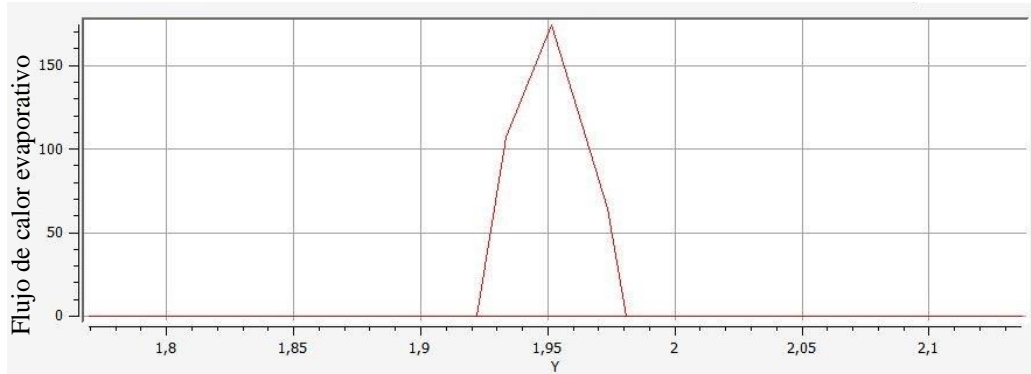


Figura 102. Flujo de calor evaporativo sin sistema de deshielo

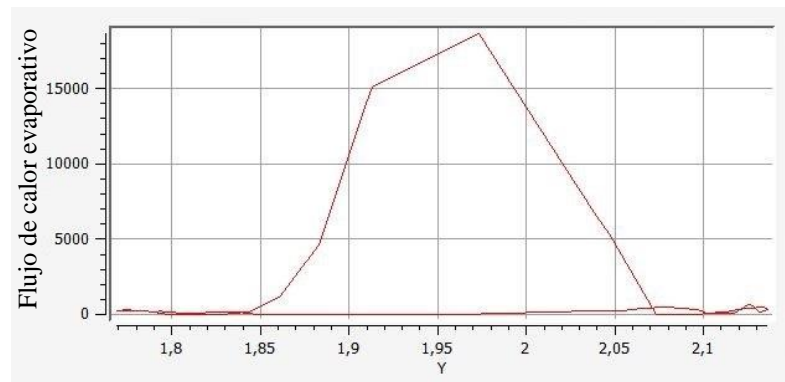


Figura 103. Flujo de calor evaporativo con sistema de deshielo

- ∴ *Propuestas:* Con el fin de disminuir el gasto energético, que implica colocar un sistema antihielo evaporativo, y evitar al mismo tiempo la formación de hielo, se plantea un sistema de deshielo, que utilice resistencias eléctricas, que se calienten por intervalos de tiempo en puntos focalizados del ala, mientras la aeronave pasa en medio de la nube convectiva, haciendo que el hielo se derrita y por la acción del aire de impacto se desprenda de la superficie. Budinger et al [43], proponen un sistema de deshielo, por medio de actuadores piezoeléctricos, que generen una vibración en el punto donde se dé la acreción de hielo, con el fin de desprender la película, y que

esta se despegue por la acción del impacto contra el viento. Estas propuestas están pensadas con el fin de reducir el gasto energético de los sistemas antihielo/deshielo actuales, los cuales además de tener un alto gasto energético, contienen componentes que aumentan el peso considerablemente como lo son tuberías en el caso de tubos Piccolo y botas de deshielo, que además dañan la aerodinámica del perfil al inflarse. Además, también se proponen unas resistencias eléctricas, que se calienten lo suficiente para derretir el hielo que se forme en puntos críticos de los actuadores de control, para evitar la formación de hielo en estos puntos que pueden conllevar la pérdida de control de la aeronave.

7.4 Caso de estudio N°3: Ingestión de cristales de hielo en motor turbofan

Para este caso de estudio primero se realizó la simulación del flujo de aire a través del motor tal y cómo se muestra en el contorno de presión indicado en la figura 104, en donde se puede apreciar que los resultados son lógicos debido a que las mayores presiones se encuentran en los puntos que generan zonas de estancamiento para el fluido.

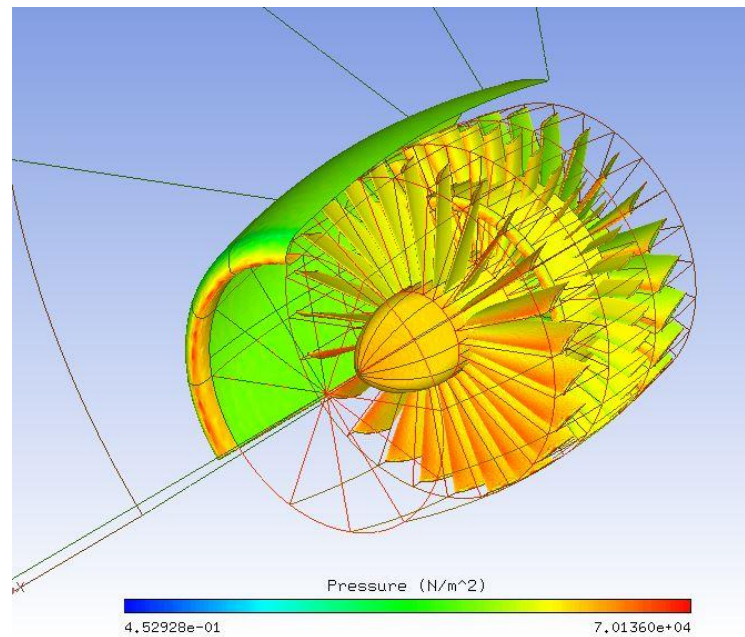


Figura 104. Contorno de presión para el flujo a través del motor

Hecho esto se realizó el acople de la simulación del flujo de gotas con el de aire, y de esta manera ir logrando el flujo multifase para recrear el fenómeno que se desea replicar. En la

figura 105 se muestra el contorno de la eficiencia de colección de las gotas, que son las zonas en las que se impregnan las gotas con mayor facilidad.

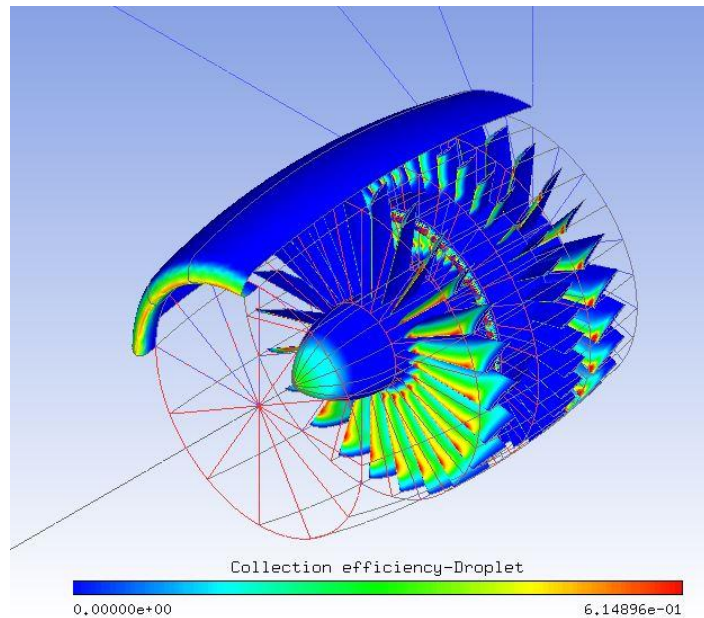


Figura 105. Eficiencia de colección de las gotas.

Después de haber hecho la simulación de la formación de gotas de agua superenfriadas, se realiza la simulación de los cristales de hielo, y la solución de esta simulación se acopla a los resultados de las simulaciones anteriores, la del flujo de aire y la de las gotas, y de esta manera se logra conformar el entorno multifásico en el cual se encuentra sometido el motor.

En las figuras 106, 107 y 108 se muestran los contornos de los diferentes tipos de acreción de hielo que se dan en el motor. En la figura 106 se muestra la fracción de la formación de hielo en el motor debido a cristales que se encontraban en su fase sólida; en la figura 107 se muestra la fracción de acreción de hielo que se formó debido a cristales de hielo que se encontraban en fase líquida, es decir, que a causa de la temperatura a la que los sometió el motor, completaron un cambio de fase de sólido a líquido, es decir, que se habían convertido totalmente en gotas.

En la figura 108 se muestra la fracción de la masa de hielo que se formó debido a los cristales que estaban cambiando de fase sólida a líquida y que no alcanzaron a completar dicho cambio e impactaron con las superficies de los componentes del motor, es decir, en palabras castizas se estaban derritiendo. De esta manera acorde a los contornos presentados se puede decir que la mayor formación de hielo en componentes como la nacelle, el spinner y el fan se dio debido a cristales en fase sólida, en el estator por cristales que se encontraban en cambio de fase y en el rotor por cristales que se habían convertido en gotas y que estaban en cambio de fase mayoritariamente. Posteriormente en la figura 109 se muestra la eficiencia de colección de las gotas es decir las zonas que más recaudaron formación de hielo con

mayor eficiencia, y finalmente en la figura 110 se muestra la formación de hielo final que se dio en el motor.

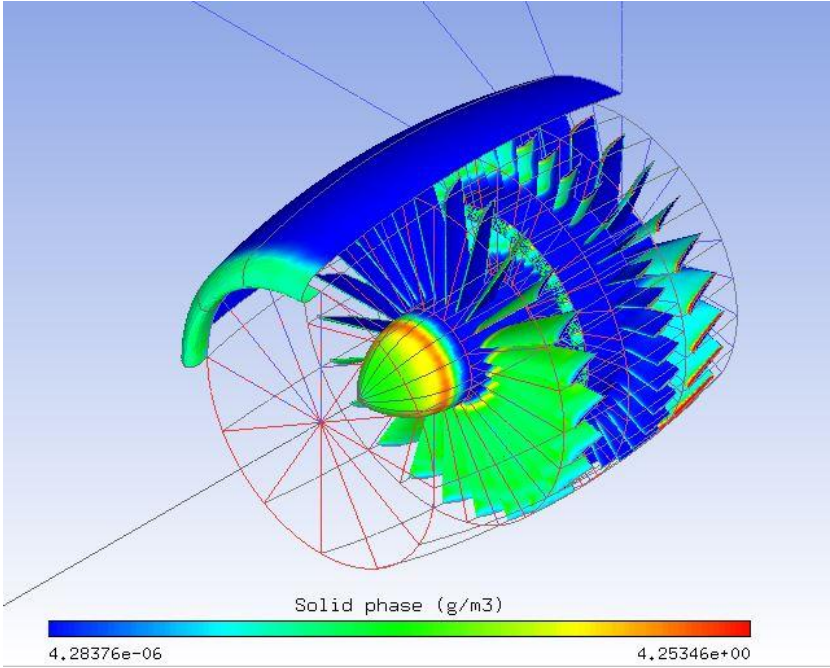


Figura 106. Cristales en fase sólida

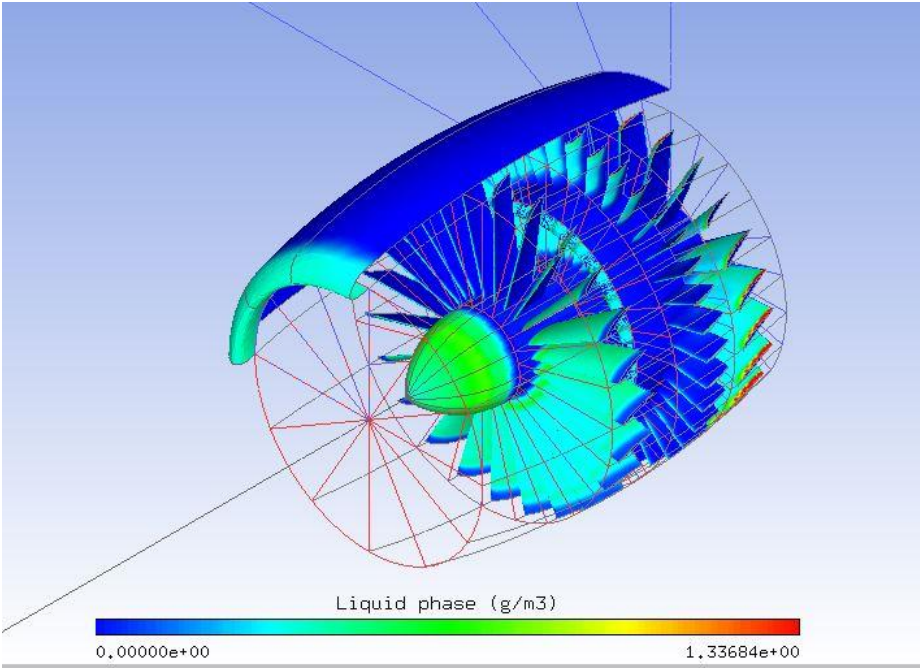


Figura 107. Cristales en fase líquida

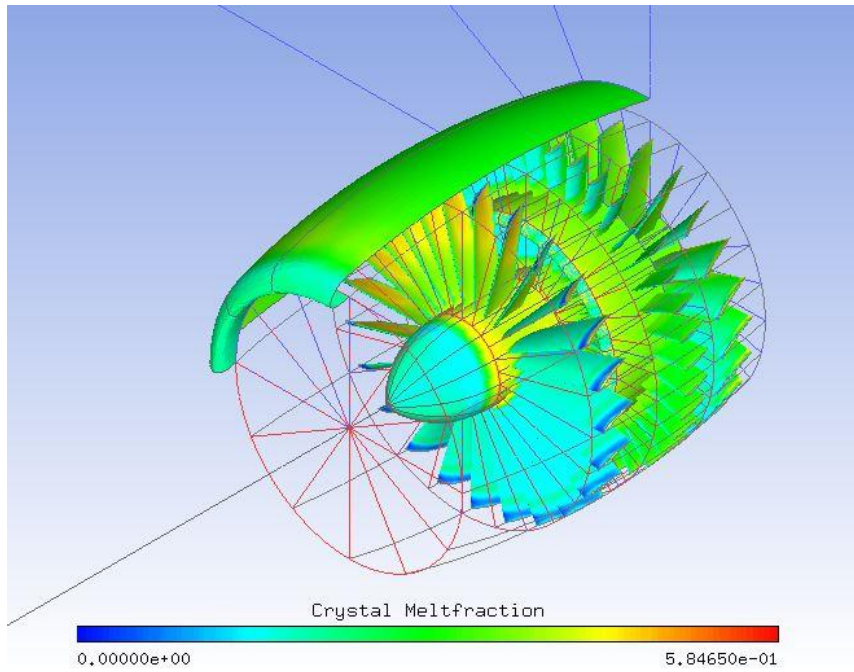


Figura 108. Fracción de Cristales Derretidos

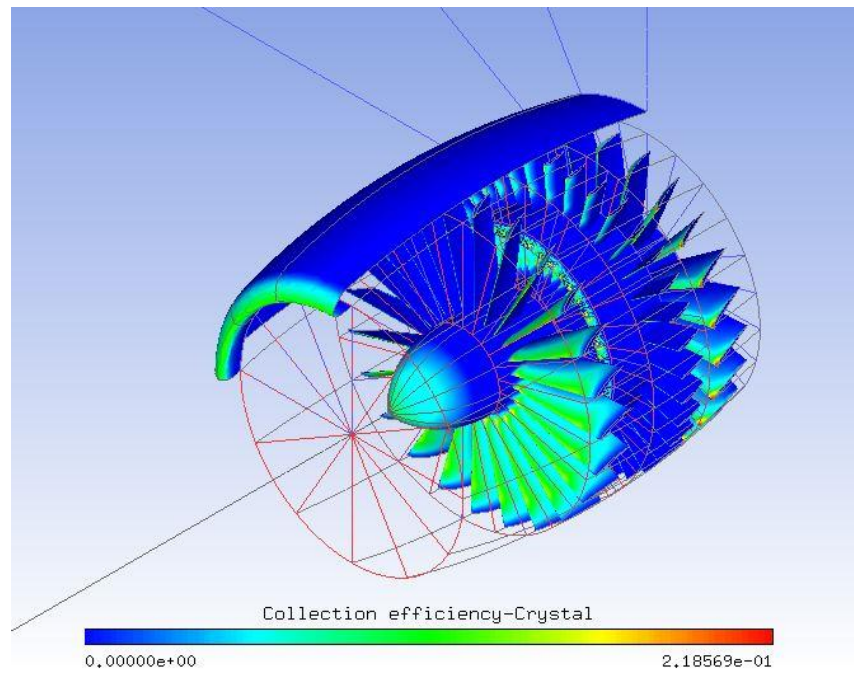


Figura 109. Eficiencia de Colección de Cristales

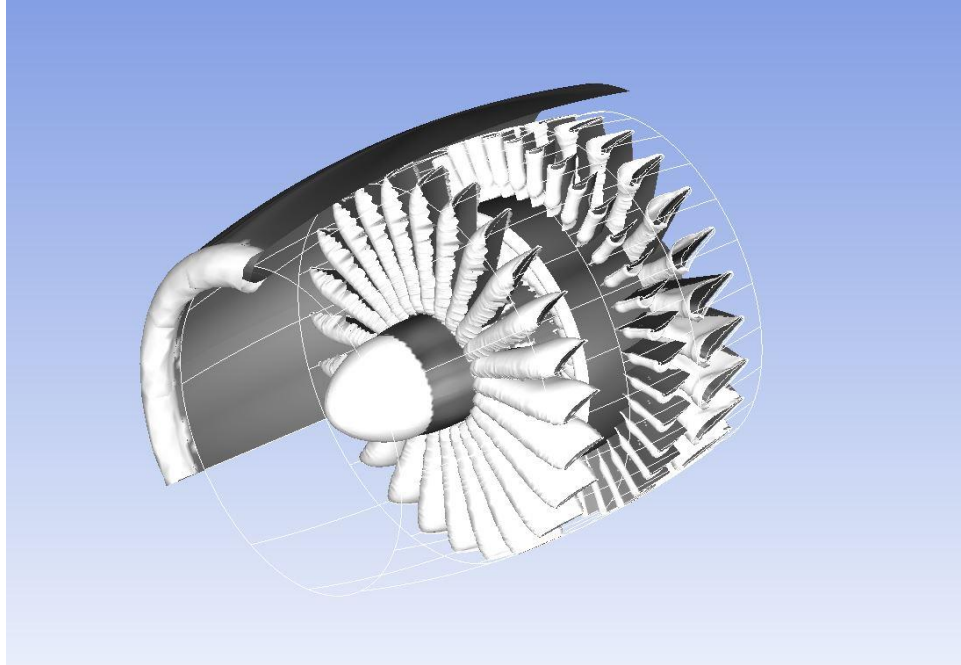
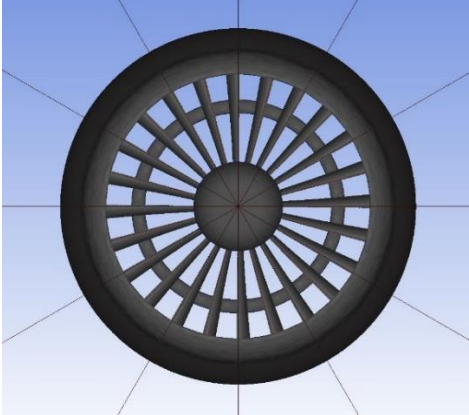
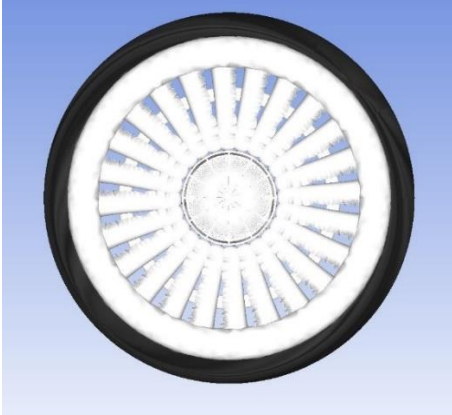
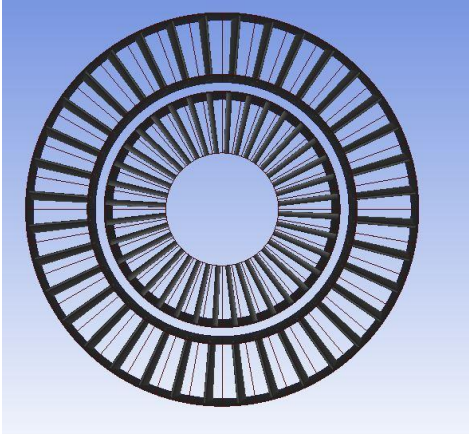
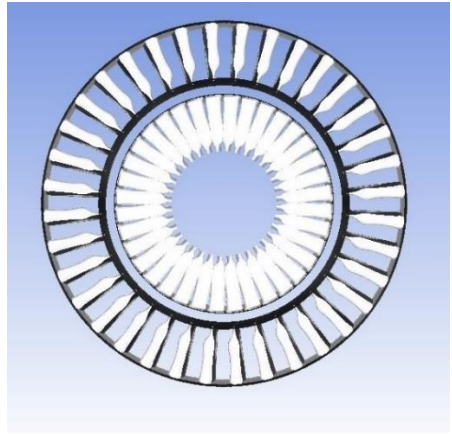
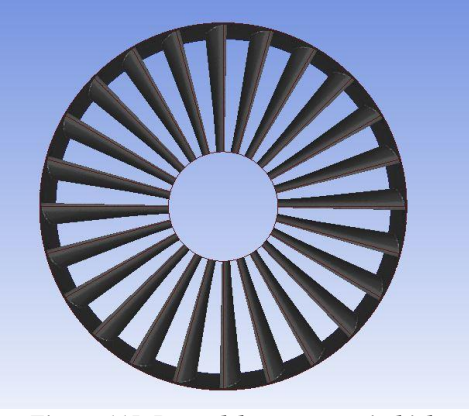
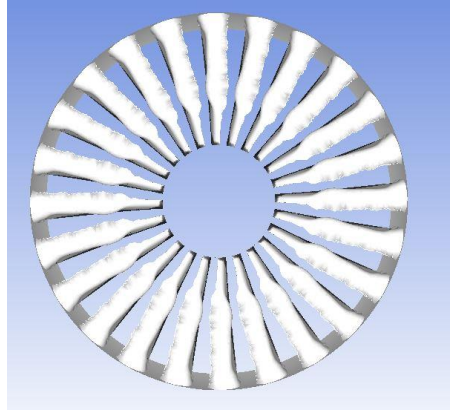


Figura 110. Resultado formación de hielo motor turbofan

En la tabla 14 se presenta la formación de hielo que se dio en cada componente individualmente, y se muestra el área frontal de cada componente con y sin formación de hielo esto con la intención de poder apreciar fácilmente la reducción de área por las cuales puede atravesar el flujo en el motor. Si se observan las figuras 115 y 116 a simple vista se ve que la reducción de área en el rotor del compresor es lo suficiente como para que se presenten fenómenos de contraflujo y de stall, lo que trae como consecuencia final pérdidas de potencia en el motor o apagones repentinos de este debido al apagado de la flama.

Por otro lado, en las figuras 111 y 112 se puede observar como la toma de aire del motor, se ve reducida, lo que genera, que no se cumpla con el flujo másico de aire, establecido por diseño para el motor lo que reduce el empuje que puede generar el motor, ya que es menos aire el que sale a través de la tobera del motor, además para tener funcionando el sistema de antihielo del motor, es necesario sangrar aire de este mismo, lo que ratifica el hecho de que puede presentarse un apagón de la llama en el motor, debido a la falta de flujo másico para sostener la temperatura de la llama en la cámara de combustión. Si se aprecian detenidamente las figuras 113 y 114, la reducción de área frontal para el IGV es evidente y la obstrucción por la película de hielo es total, lo que hace que el rotor del compresor solo tome el aire que viene del bypass, por ende, la relación de compresión del compresor se va a ver reducida, ratificando el hecho de que se haya presentado una pérdida de potencia.

Tabla 14. Componentes del motor con y sin formación de hielo

	Componentes sin formación de hielo	Componentes con formación de hielo
Nacelle, Spinner & Fan	 <p>Figura 111. Entrada del motor sin hielo</p>	 <p>Figura 112. Entrada del motor con hielo</p>
Estator: Bypass & Inlet Guide Vane	 <p>Figura 113. Estator del motor sin hielo</p>	 <p>Figura 114. Estator del motor con hielo</p>
Primera Fila Álabes Rotor del Compresor	 <p>Figura 115. Rotor del compresor sin hielo</p>	 <p>Figura 116. Rotor del compresor con hielo</p>

∴ *Propuestas:* Con el fin de prevenir un apagón repentino de llama debido a la formación de hielo se proponen dos diferentes formas en cuanto a sistemas antihielo y deshielo para aeromotores y también para evitar la formación de hielo en la toma

de aire del motor y en las primeras etapas del compresor. La primera consiste en utilizar el efecto térmico inducido por plasma, por medio de actuadores DBD de plasma, que calienten la superficie, y generen la fusión de las partículas de hielo, evitando que se peguen a la superficie de acuerdo con lo planteado con Zhou et al [86]. La segunda propuesta consiste en utilizar una película de un material hidrofóbico, para evitar que se dé la formación de hielo en las superficies expuestas, como lo plantean Laforte et al [87]. Si se implementan algunas de estas dos opciones, con el pasar del tiempo seguramente nacerán nuevas propuestas, se logrará evitar o mitigar la formación de películas de hielo en estas primeras etapas de este tipo de motores, reduciendo así el índice de accidentes e incidentes de aeronaves por causas de pérdidas de potencias y apagones de los motores debido a formaciones de hielo.

8. CONCLUSIONES

Para el primer caso de estudio, acorde a los resultados presentados se puede concluir finalmente que el rendimiento aerodinámico del rotor sufrió una alta degradación aerodinámica debido a la formación de hielo, y se logró comprender que esta degradación puede contener las posibles causas de mayor peso para que el accidente de la aeronave reportado se presentará, reafirmando las causas probables presentadas por la NTSB en el reporte final presentado. En cuanto al segundo caso de estudio la simulación logró demostrar que el sistema anti – hielo de la aeronave tiene las capacidades suficientes para evitar que se presentara una formación de hielo considerable para qué las causas principales del accidente fueran por formación de hielo; este resultado demuestra que el sistema anti – hielo no estaba en funcionamiento durante la formación de hielo, como se presenta en el reporte del accidente. Para el tercer caso de estudio, la simulación demostró que la formación de hielo en el motor es bastante considerable y tal cómo se describió en la parte de análisis las pérdidas de potencia registradas en el reporte del incidente de la aeronave son fielmente respaldadas por los resultados de la simulación.

A través del estudio de los tres casos presentados y por medio de las validaciones respectivas realizadas para cada herramienta o software usado, los resultados abren a la luz hechos que los investigadores de los accidentes e incidentes, quizás no pudieron analizar al momento en el que se estaba realizando la investigación de cada caso para proporcionar un dictamen final, esto permite reafirmar lo importante que es el análisis numérico con soporte computacional de fenómenos de este tipo, debido a que cómo se demostró se pueden replicar estos con una alta certeza de lo que sucederá en la realidad.

Por otro lado, este proyecto deja a la luz las aplicaciones que pueden tener este tipo de análisis en diversos campos en la industria aeronáutica llegando a la premisa de que es un campo fuerte para explotar en la investigación de accidentes que involucren este tipo de fenómenos, debido a que permite esclarecer hechos que a simple vista no se aprecian, y que quizás quedan ocultos, y lo más importante es que no se requiere una interacción directa con la zona del accidente por así decirlo, sino simplemente tener claro las condiciones a las que se generó y tener la astucia para reproducir el fenómeno.

En contraste con lo anterior, también se abre la posibilidad de la aplicación de que este tipo de metodologías de simulación se apliquen en la fase de diseño de componentes en los cuales se preverá que se encontrarán en interacción directa con este tipo de ambientes agrestes, que cómo se evidenció en máquinas como aeronaves y motores trae consecuencias fatales. Si se incluye este tipo de análisis en la fase de diseño de los componentes se logrará buscar estrategias para que desde el diseño se optimice la manera en la que se evite la formación de hielo o se busquen estrategias para combatirlo de manera eficiente y así de esta manera mitigar el riesgo de fallos en dichos componentes debido a la formación y acreción de hielo en este. En la figura 84 se presenta un esquema sencillo paso a paso de cómo se podría optimizar el diseño de un componente.

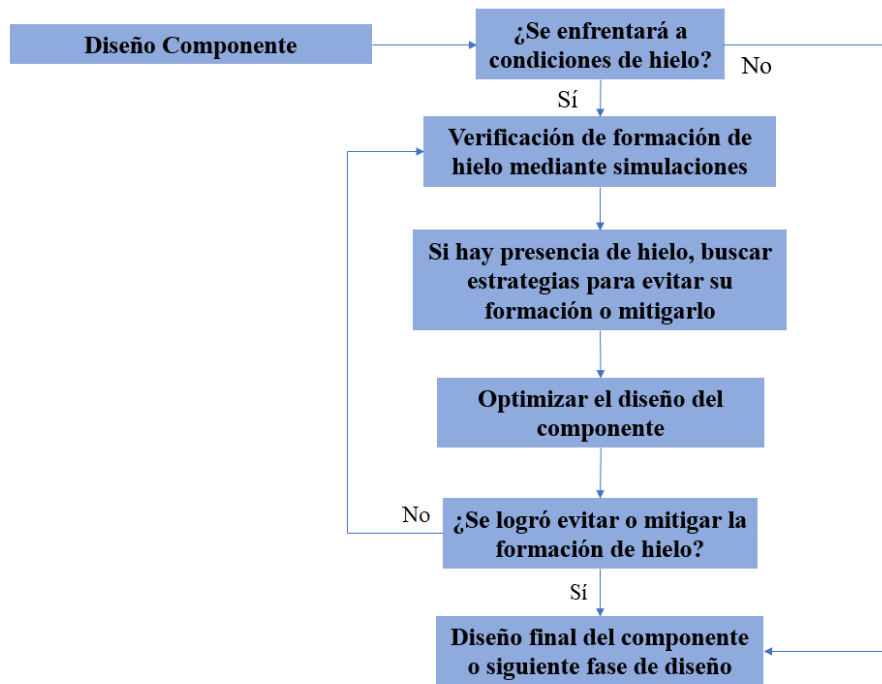


Figura 117. Esquema de optimización de diseño

Como conclusión se puede decir que se cumplió con los objetivos planteados para el desarrollo de este proyecto, llegándose a la premisa de que los flujos multifase que permiten o facilitan la formación de hielo en un componente que se ve expuesto a dichas condiciones, requieren de suma atención y más en la industria aeronáutica donde se mantiene siempre una mentalidad proactiva con la que se busca la reducción del riesgo.

9. REFERENCIAS

- [1] A. Bucknell, M. McGilvray y D. R. H. Gillespie, «Experimental Studies of Ice Crystal Accretion on an Axisymmetric Body at Engine-Realistic Conditions,» de *Atmospheric and Space Environments Conference*, Atlanta, Georgia, 2018.
- [2] W. Zhenlong, «Drop “impact” on an airfoil surface,» *Advances in Colloid and Interface Science*, vol. CCLVI, pp. 23-47, 2018.
- [3] J. Sobieszczanski- Sobieski, «Multidisciplinary aerospace design optimization: survey of recent developments,» *Structural optimization*, vol. XIV, n° 1, pp. 1-23, 1997.
- [4] P. K. Menon y G. D. Sweriduk, «Optimal Strategies for Free-Flight Air Traffic Conflict Resolution,» *JOURNAL OF GUIDANCE, CONTROL, AND DYNAMICS*, vol. XXII, n° 2, pp. 202-211, 1999.
- [5] M. Drela, «Integrated simulation model for preliminary aerodynamic, structural, and control-law design of aircraft,» de *40th Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit, Structures, Structural Dynamics, and Materials and Co-located Conferences*, St. Louis,MO,U.S.A., 1999.
- [6] T. Nagata, A. Noguchi y T. Nonomura, «Schlieren visualization of transonic and supersonic flow over a sphere at Reynolds number between 103 and 105 through free-flight tests,» de *AIAA Scitech 2019 Forum*, San Diego, 2019.
- [7] M. N. Farooqi, D. Izbassarov, M. Muradoǵlu y D. Unat, «Communication analysis and optimization of 3D front tracking method for multiphase flow simulations,» *The International Journal of High Performance Computing Applications*, vol. XXXIII, n° 1, pp. 67-80, 2019.
- [8] H. E. J. Addy y J. P. Veres, «An Overview of NASA Engine Ice-Crystal Icing Research,» de *International Conference on Aircraft and Engine Icing and Ground Deicing*, Chicago, 2011.
- [9] T. C. Currie, P. M. Struk y J.-C. Tsao, «Fundamental Study of Mixed-Phase Icing with Application to Ice Crystal Accretion in Aircraft Jet Engines,» de *4th AIAA Atmospheric and Space Environments Conference*, New Orleans, 2012.
- [10] L. Zhang, Z. Liu y F. Zhang, «CFD Modeling of Mixed-Phase Icing,» *International Journal of Turbo and Jet Engines*, vol. III, n° 4, pp. 309-419, 2015.
- [11] M. J. Oliver, «Validation Ice Crystal Icing Engine Test in the Propulsion Systems Laboratory at NASA Glenn Research Center,» de *6th AIAA Atmospheric and Space Environments Conference*, Atlanta, 2014.

- [12] F. Boudala, G. A. Isaac y D. Wu, «AMS Journals - AMERICAN METEOROLOGICAL SOCIETY,» 11 Marzo 2019. [En línea]. Available: <https://journals.ametsoc.org/action/doSearch?AllField=Faisal+Boudala>. [Último acceso: 22 Marzo 2019].
- [13] L. P. Raj, J. Lee y R. Myong, «Ice accretion and aerodynamic effects on a multi-element airfoil under SLD icing conditions,» *Aerospace Science and Technology*, vol. LXXXV, pp. 320-333, 2019.
- [14] National Transportation Safety Board, «NTSB,» NTSB, 9 Julio 1996. [En línea]. Available: <https://www.ntsb.gov/investigations/accidentreports/pages/aar9601.aspx>. [Último acceso: 11 Octubre 2018].
- [15] R. Jackel, G. L. Gutierrez Urueta, F. Tapia Rodriguez, J. B. Rodrigues Loureiro y C. Monreal Jimenez, «EXPERIMENTAL STUDY OF ICE FORMATION ON AN AERONAUTICAL PITOT PROBE,» de *3rd Thermal and Fluids Engineering Conference (TFEC)*, Fort Lauderdale, 2018.
- [16] M. Behbahani-Pour y G. Radice, «Fuel Contamination on the Large Transport Airplanes,» *Journal of Aeronautics & Aerospace Engineering*, vol. VI, n° 4, pp. 1-11, 2017.
- [17] S. Baena, D. C. P. Lawson y D. J. K.-W. Lam, «RIG TO INVESTIGATE ICE ACCRETION ON DIFFERENT PUMP INLET FILTER-MESH SCREENS,» de *28TH INTERNATIONAL CONGRESS OF THE AERONAUTICAL SCIENCES*, Brisbane, Australia, 2012.
- [18] B. J. Murray, S. L. Broadley y G. J. Morris, «Supercooling of water droplets in jet aviation fuel,» *FUEL*, vol. XC, n° 1, pp. 433-435, 2011.
- [19] Society of Automotive Engineers, «SAE International,» ©2018 SAE International. All rights reserved, 24 Agosto 2006. [En línea]. Available: <https://www.sae.org/standards/content/air790c/>. [Último acceso: 13 Octubre 2018].
- [20] B. Greenfield, W. F. Louisos y D. L. Hitt, «Impact of Dilute Multiphase Flow in Supersonic Micronozzles,» *Journal of Spacecraft and Rockets*, pp. 1-10, 2011.
- [21] M. C. Homola, P. J. Nicklasson y P. A. Sundsbo, «Ice sensors for wind turbines,» *Cold Regions Science and Technology*, vol. XLVI, n° 2, pp. 125-131, 2006.
- [22] P. Olivier y A. Ilinca, «Anti-icing and de-icing techniques for wind turbines: Critical review,» *Cold Regions Science and Technology*, vol. LXV, n° 1, pp. 88-96, 2011.
- [23] X. Wang, G. F. Naterer y E. Bibeau, «Multiphase Nusselt Correlation for Impinging Droplet Heat Flux from a NACA Airfoil,» *JOURNAL OF THERMOPHYSICS AND HEAT TRANSFER*, vol. XXII, n° 2, pp. 219-226., 2008.

- [24] F. M. Fu P, «A CFD approach for modeling the rime-ice accretion process on a horizontal-axis wind turbine,» *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. XCVIII, n° 4-5, pp. 181-188, 2010.
- [25] Y. Bourgault, H. Beaugendre y W. G. and Habashi, «Development of a Shallow-Water Icing Model in FENSAP-ICE,» *Journal of Aircraft*, vol. XXXVII, n° 4, pp. 640-646, 2000.
- [26] W. G. Habashi y S. Nilamdeen, «Multiphase Approach Toward Simulating Ice Crystal Ingestion in Jet Engines,» *Journal of Propulsion and Power*, vol. XXVII, n° 5, pp. 959-969, 2011.
- [27] ANSYS Inc., *ANSYS Fluent Software*, Canonsburg: ANSYS Products, © 2019 ANSYS, Inc. All rights reserved.
- [28] A. Pendenza, W. Habashi y M. y Fossati, «A 3D Mesh Deformation Technique for Irregular In-flight Ice Accretion Shapes,» de *44th AIAA Fluid Dynamics Conference, AIAA AVIATION Forum*, Atlanta, 2014.
- [29] S. Nilamdeen y W. G. Habashi, «1st AIAA Atmospheric and Space Environments Conference,» de *FENSAP-ICE: Modeling of Water Droplets and Ice Crystals*, San Antonio, Texas, 2009.
- [30] Y. Liu y H. Hu, «An experimental investigation on the unsteady heat transfer process over an ice accreting airfoil surface,» *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. CXXII, pp. 707-718, 2018.
- [31] T. P. Bartkus, M. P. Struk y J.-C. y Tsao, «Evaluation of a Thermodynamic Ice-Crystal Icing Model Using Experimental Ice Accretion Data,» de *Atmospheric and Space Environments Conference, AIAA AVIATION Forum*, Atlanta, 2018.
- [32] S. Yan y J. Palacios, «Experimental Measurement of Ice Accretion Rate in Mixed-phase Icing Cloud,» de *Atmospheric and Space Environments Conference, AIAA AVIATION Forum*, Atlanta, 2018.
- [33] X. Yan, Y.-T. Jiang, C.-F. Li, R. R. Martin y S.-M. Hu, «Multiphase SPH Simulation for Interactive Fluids and Solids,» *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, vol. XXXV, n° 4, pp. 1-11, 2016.
- [34] G. Aouizerate, V. Charton y M. Balland, «Ice Crystals Trajectory Calculations in a Turbofan Engine,» de *Conference: 2018 Atmospheric and Space Environments Conference*, Atlanta, Georgia, 2018.
- [35] J.-C. Tsao, «Preliminary Evaluation of Altitude Scaling for Turbofan Engine Ice Crystal Icing,» de *9th AIAA Atmospheric and Space Environments Conference*, Denver, Colorado, 2017.

- [36] P. M. Struk y M. C. King, «Ice Crystal Icing Physics Study using a NACA 0012 Airfoil at the National Research Council of Canada's Research Altitude Test Facility,» de *2018 Atmospheric and Space Environments Conference*, Atlanta, Georgia, 2018.
- [37] A. Baumert, S. Bansmer, P. Trontin y P. Villedieu, «Experimental and numerical investigations on aircraft icing at mixed phase conditions,» *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. CXXIII, n° 1, pp. 957-978, 2017.
- [38] T. C. Currie y D. Fuleki, «Experimental Results for Ice Crystal Icing on Hemispherical and Double Wedge Geometries at Varying Mach Numbers and Wet Bulb Temperatures,» de *8th AIAA Atmospheric and Space Environments Conference*, Washington, D.C., 2016.
- [39] T. C. Currie, «Development of a Small Modular Multi-Stage Axial Compressor for Ice Crystal Icing Research,» de *2018 Atmospheric and Space Environments Conference*, Atlanta, Georgia, 2018.
- [40] R. Kundu y J. V. R. Prasad, «Modeling and Analysis of Ice shed in Multistage Compressor of Jet Engines,» de *6th AIAA Atmospheric and Space Environments Conference*, Atlanta, GA, 2014.
- [41] D. M. Kintea, M. Schremb, I. V. Roisman y C. Tropea, «Numerical investigation of ice particle accretion on heated surfaces with application to aircraft engines,» de *11th AIAA/ASME Joint Thermophysics and Heat Transfer Conference*, Atlanta, GA, 2014.
- [42] L. Zhang, Z. Liu y M. Zhang, «Numerical simulation of ice accretion under mixed-phase conditions,» *Journal of Aerospace Engineering*, vol. CCXXX, n° 13, p. 2473–2483, 2016.
- [43] A. Bucknell, M. McGilvray y D. R. H. Gillespie, «Experimental Studies of Ice Crystal Accretion on an Axisymmetric Body at Engine-Realistic Conditions,» de *2018 Atmospheric and Space Environments Conference*, Atlanta, Georgia, 2018.
- [44] A. B. Flegel, «Ice Crystal Icing Research at NASA,» de *9th AIAA Atmospheric and Space Environments Conference*, Denver, Colorado, 2017.
- [45] M. L. Grzych y J. G. Mason, «WEATHER CONDITIONS ASSOCIATED WITH JET ENGINE POWER LOSS AND DAMAGE DUE TO INGESTION OF ICE PARTICLES: WHAT WE'VE LEARNED THROUGH 2009,» de *14th Conference on Aviation, Range, and Aerospace Meteorology*, Seattle, 2010.
- [46] J. G. Mason, J. W. Strapp y P. Chow, «The Ice Particle Threat to Engines in Flight,» *44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, p. 206, 2006.
- [47] ANSYS, Inc., «Continuity and Momentum Equations,» ANSYS, Inc., 23 Enero 2009. [En línea]. Available: <http://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/th/node11.htm>. [Último acceso: 22 Octubre 2018].

- [48] ANSYS Inc., *ANSYS FENSAP-ICE Software*, Canonsburg: ANSYS Products , © 2019 ANSYS, Inc. All rights reserved.
- [49] A. Perez, «MECANALISIS,» Instituto Tecnológico De Tuxtla Gutiérrez , 04 Febrero 2012. [En línea]. Available: <https://sites.google.com/site/mecanalisis/home>. [Último acceso: 17 Mayo 2019].
- [50] R. Eymard, «SCHOLARPEDIA,» Brain Corporation, 2010. [En línea]. Available: http://www.scholarpedia.org/article/Finite_volume_method. [Último acceso: 30 Mayo 2019].
- [51] J. N. Reddy, *An Introduction to the Finite Element Method*, College Station, Texas: McGrawHill, 2006.
- [52] C. L. Ladson, «Effects of Independent Variation of Mach and Reynolds Numbers on the Low Speed Aerodynamic Characteristics of the NACA 0012 Airfoil Section,» *NASA Technical memorandum*, n° NASA-TM-4074, p. 21, 1 Octubre 1988.
- [53] K. Al-Khalil, «Assessment of Effects of Mixed-Phase Icing Conditions on Thermal Ice Protection Systems,» U.S. Department of Transportation, New York, 2003.
- [54] L. Prince Raj, J. W. Lee y R. S. Myong, «Ice accretion and aerodynamic effects on a multi-element airfoil under SLD icing conditions,» *Aerospace Science and Technology*, vol. LXXXV, n° 1, pp. 320-333, 2019.
- [55] NTSB, «NATIONAL TRANSPORTATION SAFETY BOARD,» NTSB Identification: CEN13FA096, 12 Diciembre 2012. [En línea]. Available: https://www.nts.gov/_layouts/nts.aviation/brief.aspx?ev_id=20121210X32953&key=1. [Último acceso: 30 Mayo 2019].
- [56] NTSB, «NATIONAL TRANSPORTATION SAFETY BOARD,» NTSB Identification: CEN13FA096, 12 Diciembre 2012. [En línea]. Available: https://www.nts.gov/_layouts/nts.aviation/brief2.aspx?ev_id=20121210X32953&ntsbn o=CEN13FA096&akey=1. [Último acceso: 30 Mayo 2019].
- [57] M. Huber, «AINonline HAI CONVENTION NEWS - Icing In Helicopters? Land Right Away.,» AINonline, 4 Marzo 2013. [En línea]. Available: <https://www.ainonline.com/aviation-news/2013-03-04/icing-helicopters-land-right-away>. [Último acceso: 30 Mayo 2019].
- [58] D. Donald, «All the world's rotorcraft,» Aviastar Helicopters, 10 Octubre 2007. [En línea]. Available: http://www.aviastar.org/helicopters_eng/mbb-117.php. [Último acceso: 1 Junio 2019].

- [59] Federal Aviation Administration , Helicopter Flying Handbook, Washington D. C.: Federal Aviation Administration (FAA) with the assistance of Safety Research Corporation of America (SRCA), 2012.
- [60] A. R. S. Bramwell, G. Done y D. Balmford, Bramwell's Helicopter Dynamics, Great Britain: Bath Press, 1971.
- [61] J. Seddon y S. Newman, Basic Helicopter Aerodynamics, Paris: Blackwell Science, 2002.
- [62] W. Johnson, Helicopter Theory, New York : DOVER PUBLICATIONS, INC., 1994.
- [63] F. Le Chuiton, «Actuator disc modelling for helicopter rotors,» *Aerospace Science and Technology* , vol. VIII, nº 4, pp. 285-297, 2004.
- [64] D. Lednicer, «The Incomplete Guide to Airfoil Usage,» Aeromechanical Solutions LLC, 15 Septiembre 2010. [En línea]. Available: <https://m-selig.ae.illinois.edu/ads/aircraft.html>. [Último acceso: 07 Junio 2019].
- [65] Dassault Systemes, «CATIA V5 R21,» ©Dassault Systemes - All rights reserved, Waltham, 2002-2019.
- [66] EASA - European Union Aviation Safety Agency, «TYPE CERTIFICATE DATA SHEET No. EASA.R.010,» 06 Marzo 2019. [En línea]. Available: https://www.easa.europa.eu/sites/default/files/dfu/EASA-TCDS-R010-BK117-Issue%206%20150407_0.pdf. [Último acceso: 07 Junio 2019].
- [67] FAC, «Fuerza Aerea Colombiana Asi se Va a las Alturas,» Fuerza Aerea Colombiana, 31 Julio 2015. [En línea]. Available: <https://www.fac.mil.co/en/node/46656>. [Último acceso: 4 Junio 2019].
- [68] D. Volkov, «The Corner of Heaven,» 1998. [En línea]. Available: <http://www.airwar.ru/image/idop/craft/cn235/cn235-1.gif>. [Último acceso: 5 Junio 2019].
- [69] Flight Safety Foundation, «Aviation Safety Network,» Flight Safety Foundation, 1996. [En línea]. Available: <https://aviation-safety.net/>. [Último acceso: 4 Junio 2019].
- [70] EASA - European Aviation Safety Agency, «Type Certificate Data Sheet - No. EASA.A.186,» 10 Enero 2011. [En línea]. Available: https://www.easa.europa.eu/sites/default/files/dfu/EASA-TCDS-A.186_CN_235_-_C295-02-10012011.pdf. [Último acceso: 07 Junio 2019].
- [71] Energy Control Technologies, «ECT,» Energy Control Technologies, [En línea]. Available: <http://www.energycontroltechnologies.com/index.html>. [Último acceso: 4 Junio 2019].

- [72] S. M. Jones, M. S. Reveley, J. K. Evans y F. A. Barrientos, «Subsonic Aircraft Safety Icing Study,» NASA, Washington D.C., 2008.
- [73] NTSB , «National Transportation Safety Board,» NTSB - National Transportation Safety Board - All rights reserved ©, 05 Febrero 2014. [En línea]. Available: https://www.nts.gov/_layouts/ntsb.aviation/brief.aspx?ev_id=20140211X00047. [Último acceso: 04 Junio 2019].
- [74] D. Erick, «NTSB - National Transportation Safety Board,» 01 Febrero 2015. [En línea]. Available: <https://ral.ucar.edu/sites/default/files/public/events/2015/in-flight-icing-users-technical-interchange-meeting-tim/docs/eick-ntsb-ncar-icing-presentation.pdf>. [Último acceso: 05 Junio 2019].
- [75] AeroFred, «Aero Fred,» Aero Fred © - All rights reserved, 01 Julio 2018. [En línea]. Available: https://aerofred.com/details.php?image_id=85999. [Último acceso: 06 Junio 2019].
- [76] Roll Royce , «Roll Royce,» Roll Royce © - All rights reserved, 16 Enero 2000. [En línea]. Available: <https://www.rolls-royce.com/products-and-services/civil-aerospace/business-aviation/ae-3007.aspx#section-contacts>. [Último acceso: 06 Junio 2019].
- [77] R. A. Felix y J. C. Emery, «A COMPARISON OF TYPICAL NATIONAL GAS TURBINE ESTABLISHMENT AND NACA AXIAL-FLOW COMPRESSOR BLADE SECTIONS IN CASCADE AT LOW SPEED,» NASA: NATIONAL ADVISORY COMMITTEE FOR AERONAUTICS - TECHNICAL NOTE 3937, Washington D.C., 1958.
- [78] S. M. Bogdonoff y E. E. Hess, «AXIAL - FLOW FAN AND COMPRESSOR BLADE DESIGN DATA AT 52.5° STAGGER AND FURTHER VERIFICATION OF CASCADE DATA BY ROTOR TESTS,» NASA: NATIONAL ADVISORY COMMITTEE FOR AERONAUTICS - TECHNICAL NOTE N°. 1271, Washington D.C., 1947.
- [79] EASA - European Aviation Safety Agency, «Type Certificate Data Sheet - No. IM.E.044,» 05 Mayo 2015. [En línea]. Available: https://www.easa.europa.eu/sites/default/files/dfu/AE3007_TCDS%20EASA.IM_E.044%20issue%2004_20150505_1.0.pdf. [Último acceso: 11 Junio 2019].
- [80] EASA - European Aviation Safety Agency, «Type Certificate Data Sheet - No. EASA.IM.A.032,» 19 Diciembre 2018. [En línea]. Available: https://www.easa.europa.eu/sites/default/files/dfu/EASA-TCDS-IM.A.032_Issue-10.pdf. [Último acceso: 11 Junio 2019].
- [81] X. Wang, «CONVECTIVE HEAT TRANSFER AND EXPERIMENTAL ICING AERODYNAMICS OF WIND TURBINE BLADES,» 2008.

- [82] G. S. Froman, «ICE MANAGEMENT SYSTEM FOR ROTARY WING AIRCRAFT». Estados Unidos Patente US 7,926,763 B2 , 11 Abril 2011.
- [83] M. J. Maglieri, «BLADE DE-CER FOR ROTARY WING AIRCRAFT». Estados Unidos Patente 5,704,567 , 06 Junio 1998.
- [84] FAA - Federal Aviation Administration, «AD - No. 20-73 AIRCRAFT ICE PROTECTION,» 21 Abril 1971. [En línea]. Available: https://www.faa.gov/documentLibrary/media/Advisory_Circular/AC_2--73.pdf. [Último acceso: 11 Junio 2019].
- [85] FAA - Federal Aviation Administration, «AC - No: 20-73A - Aircraft Ice Protection,» 16 Agosto 2006. [En línea]. Available: https://www.faa.gov/documentLibrary/media/Advisory_Circular/AC_20-73A.pdf. [Último acceso: 11 Junio 2019].
- [86] W. Zhou, L. Yang, H. Hu, H. Hu y M. Xuanshi, «Utilization of Thermal Effect Induced by Plasma Generation for Aircraft Icing Mitigation,» *AIAA*, vol. 56, n° 3, 2018.
- [87] C. Laforte, C. Blackburn, J. Perron y R. J. Aubert, «Icephobic Coating Evaluation for Aerospace Applications,» *AIAA*, vol. 55, n° 1327, pp. 13-17, 2014.
- [88] S. M. Nilamdeen, AN UNCOUPLED MULTIPHASE APPROACH TOWARDS MODELING ICE CRYSTALS IN JET ENGINES, Montreal, Quebec: McGill, 2010.
- [89] V. Budinger-Pommier, M. Budinger, P. Rouset, F. Deziter y E. Bonaccorso, «Electromechanical Resonant Ice Protection Systems: Initiation of Fractures with Piezoelectric Actuators,» *AIAA*, vol. 56, n° 11, 2018.