

Operaciones de detección y clasificación de señales en imágenes
espectrales muestreadas mediante un sistema de sensado
compresivo.

Ferley Medina Rojas, MSc.
Candidato a Doctor en Ingeniería
Universidad Pontificia Bolivariana
ferley.medina@campusucc.edu.co

Cristina Gómez Santamaría, PhD.
Directora de Tesis
Universidad de Pontificia Bolivariana
cristina.gomez@upb.edu.co

Henry Arguello Fuentes, PhD.
Co-director de Tesis
Universidad Industrial de Santander
henarfu@uis.edu.co

Noviembre 30 de 2017

Información General

Título del Proyecto	Operaciones de detección y clasificación de señales en imágenes espectrales muestreadas mediante un sistema de sensado compresivo.
Líder Principal	Ferley Medina Rojas, Msc
Miembros e Integrantes	Cristina Gómez Santamaría, PhD - Directora
Unidad Académica	Doctorado en Ingeniería área Telecomunicaciones
Universidades Involucradas	Universidad Cooperativa de Colombia Universidad Pontificia Bolivariana
Lugar de Ejecución	Medellín, Universidad Pontificia Bolivariana Neiva, Universidad Cooperativa de Colombia
Fecha de Inicio	Enero 2013
Fecha de Fin	Diciembre 2016
Palabras Claves	<i>Imágenes espectrales</i> <i>Detección de Objetivos</i> <i>Muestreo compresivo</i> <i>Clasificación</i>
Costo Total del Proyecto	\$347'700.000

Tabla de Contenido

Lista de Figuras	4
Lista de Tablas	6
Introducción	1
1 Arquitecturas de muestreo compresivo en imágenes espectrales	10
1.1 Introducción	10
1.2 Sistema de adquisición comprimida de imágenes hiperespectrales (HSI)	10
1.3 Sistema de adquisición comprimida de HSI con dos dispersores	13
1.4 Codificación compresiva espacio-espectral para imágenes hiperespectrales	15
1.5 Sistema de adquisición de imágenes multiespectrales con detectores basados en filtros ópticos	17
1.6 Apertura codificada hiperespectral	19
1.7 Código de apertura y transmitancia	21
1.8 Resumen de las arquitecturas	21
1.9 Reconstrucción de imagen	22
1.9.1 Simulaciones en reconstrucción de imágenes	22
1.9.2 Discusión de resultados en reconstrucción de imágenes	22
1.10 Conclusiones	25
2 Detección en imágenes	27
2.1 Introducción	27
2.2 Detección en medidas comprimidas.	28
Detección de objetivos.	28
Detección de objetivos en la señal comprimida.	29
2.3 Algoritmos de detección del estado del arte	29
Algoritmo de filtro de emparejado (MF)	30
Algoritmo de minimización de energía restringida (CEM)	30
Algoritmo estimación de coherencia adaptativo (ACE)	31
Algoritmo mapeo del ángulo espectral (SAM)	31
Algoritmo de proyección subespacio ortogonal (OSP)	31
Métodos de evaluación de los detectores	32
2.4 Construcción del diccionario	32
2.4.1 Análisis de complejidad del algoritmo de construcción del diccionario	33
2.5 Aprendizaje	33
2.6 Modelo matemático de detección de objetivos en imágenes espectrales en el dominio comprimido en las arquitecturas DD-CASSI, HYCA, SSCSI	34
2.6.1 Algoritmo de detección de objetivo en imágenes en el dominio comprimido en las arquitecturas DD-CASSI, HYCA, SSCSI	36

2.6.2	Análisis de complejidad del algoritmo detección de objetivos en imágenes espectrales en el dominio comprimido en las arquitecturas DD-CASSI, HYCA, SSCSI	37
2.7	Modelo matemático de detección de objetivos en imágenes espectrales en el dominio comprimido arquitectura SSCSI	37
2.7.1	Algoritmo de detección de objetivo en imágenes espectrales en el dominio comprimido arquitectura SSCSI	38
2.7.2	Análisis de complejidad del algoritmo detección de objetivos en imágenes espectrales en el dominio comprimido arquitectura SSCSI	40
2.8	Simulaciones de detección de objetivos en imágenes espectrales en el dominio comprimido . .	40
2.9	Discusión de resultados de detección de objetivos en imágenes espectrales en el dominio comprimido	40
2.10	Conclusiones	46
3	Clasificación	48
3.1	Introducción	48
3.2	Aprendizaje	48
3.3	Modelo matemático de clasificación de imágenes espectrales en el dominio comprimido de las arquitecturas DD-CASSI, HYCA, SSCSI	49
3.3.1	Algoritmo de clasificación de imágenes espectrales en el dominio comprimido de las arquitecturas DD-CASSI, HYCA, SSCSI	49
3.4	Modelo matemático de clasificación de imágenes espectrales en el dominio comprimido arquitectura SSCSI	49
3.4.1	Algoritmo de clasificación de imágenes espectrales en el dominio comprimido en la arquitectura SSCSI	49
3.5	Simulaciones en clasificación de imágenes en el dominio comprimido	49
3.6	Discusión de resultados de clasificación de imágenes en el dominio comprimido	50
3.6.1	Análisis comparativo de resultado con el estado del arte	53
3.7	Conclusiones	54
4	Conclusiones	55
5	Futuros trabajos	56
	Referencias	57

Lista de Figuras

1	(a) Imagen RGB, (b) imagen multiespectral (menos de 10 bandas), (c) imagen hiperespectral (mayor de 100 bandas).	4
2	(a) Imagen RGB, (b) secuencia de los coeficientes Wavelet de la (a) ordenados de mayor a menor magnitud, (c) imagen recuperada con el 5% de los coeficientes Wavelet.	5
3	Curva de intensidades ordenadas (descendentemente) de un píxel espectral proyectado sobre vectores singulares derechos de una de muestra de entrenamiento. La curva indica la capacidad para representar la potencia de la señal [1]	6
1.1	Sistema CASSI con apertura codificada binaria[2]	11
1.2	Arquitectura óptica CASSI [2]	12
1.3	Matriz de muestreo $\mathbf{H}_{CASSI}$, $N=5$, $L=3$, y $q=3$	12
1.4	Componentes de la Arquitectura DD-CASSI [3]	14
1.5	Arquitectura DD-CASSI [3]	14
1.6	Matriz de muestreo $\mathbf{H}_{DD-CASSI}$, $N=5$, $L=3$, y $q=3$	15
1.7	Componentes de la arquitectura SSCSI [4]	15
1.8	Arquitectura óptica SSCSI [4]	16
1.9	Matriz de muestreo $\mathbf{H}_{SSCSI}$, $N=5$, $L=3$, y $q=3$	17
1.10	Componentes de la arquitectura SCCSI [5]	18
1.11	Arquitectura óptica SCCSI [5]	18
1.12	Matriz de muestreo $\mathbf{H}_{SCCSI}$, $N=5$, $L=3$, y $q=3$	19
1.13	Estrategia para tomar las medidas del data cubo hiperespectral, (a) es la forma como el cubo es dividido en ventanas cuadradas no sobre puestas $ws \times ws$, (b) de la apertura codificada de la matriz que mide cada píxel en la dimensión espectral [6]	20
1.14	Matriz de muestreo $\mathbf{H}_{HYCA}$, $N=5$, $L=3$, y $q=3$	20
1.15	Porcentaje de transmitancia, (a) es el 30%, (b) el 50%, (c) el 70%	21
1.16	Reconstrucción de la imagen INDIAN PINES en las arquitecturas CASSI, SSCSI, SCCSI, HYCA	23
1.17	Reconstrucción de la imagen Salinas en las arquitecturas CASSI, SSCSI, SCCSI, HYCA	24
1.18	Firma espectral de un píxel de la imagen Indian Pines en las arquitecturas CASSI, SSCSI, SCCSI, HYCA, (a) punto 80,60, (b) punto 110,96.	25
1.19	Firma espectral de un píxel de la imagen Salinas en las arquitecturas CASSI, SSCSI, SCCSI, HYCA, (a) punto 80,60, (b) punto 110,96.	25
2.1	Variación detección de la imagen Salinas en las arquitecturas compresivas CASSI, HYCA, SSCSI, según los porcentajes de compresión 25%, 38%, 100%	41
2.2	Detección de la imagen Indian Pines en las arquitecturas compresivas CASSI, HYCA, SSCSI, compresión 38%, 10% de los datos para construir el diccionario	41
2.3	Evaluación de detección con ROC en la imagen Indian Pines en las arquitecturas compresivas CASSI, HYCA, SSCSI, compresión 38%, 10% de los datos para construir el diccionario	42

2.4	Detección de la imagen Pavia en las arquitecturas compresivas CASSI, HYCA, SSCSI, compresión 38%, 10% de los datos para construir el diccionario	42
2.5	Evaluación de detección con ROC en la imagen Pavia en las arquitecturas compresivas CASSI, HYCA, SSCSI, compresión 38%, 10% de los datos para construir el diccionario	43
2.6	Detección de la imagen Salinas en las arquitecturas compresivas CASSI, HYCA, SSCSI, compresión 38%, 10% de los datos para construir el diccionario	43
2.7	Evaluación de detección con ROC en la imagen Salinas en las arquitecturas compresivas CASSI, HYCA, SSCSI, compresión 38%, 10% de los datos para construir el diccionario	44
2.8	Detección de la imagen Salinas en las arquitecturas DD-CASSI, HYCA, SSCSI con una compresión de 25% y 10% de los datos para construir el diccionario	45
2.9	Detección de la arquitectura SSCSI, (a) pasto en Indian Pines, (b) asfalto en Pavia, (c) hierbas verdes en Salinas, 10% de los datos para construir el diccionario y $q=1$	45
2.10	Matriz de muestreo compresivo de la arquitectura compresiva SSCSI, $N=3$, $L=3$, $q=2$, $\mathbf{H}_{SSCSI} \in \mathbb{R}^{N^2 q \times N^2 L}$	46
2.11	Matriz de muestreo compresivo de la arquitectura SSCSI, $N=3$, $L=3$, y $q=2$, $\mathbf{H}_{SSCSI} \in \mathbb{R}^{(N(N+L-1))q \times N^2 L}$	46
3.1	Clasificación de la imagen Salinas en las arquitecturas DD-CASSI, HYCA, SSCSI con una compresión de 25% y 10% de los datos para construir el diccionario	52
3.2	Clasificación de la imagen INDIAN PINES en las arquitecturas DD-CASSI, HYCA, SSCSI	53

Lista de Tablas

1.1	Características de las arquitecturas	22
1.2	Lista de variables características de las arquitecturas CASSI, DD-CASSI, SSCSI, SCCSI, HYCA	22
1.3	Reconstrucción promedio PSNR en [dB]	23
2.1	Lista de variables algoritmo construcción de diccionario	33
2.2	Lista de variables algoritmo de detección de objetivos en imágenes espectrales en el dominio comprimido en las arquitecturas DD-CASSI, HYCA, SSCSI	37
2.3	Lista de variables algoritmo de detección de objetivos en imágenes espectrales en el dominio comprimido arquitectura SCCSI	39
2.4	Detección en el dominio comprimido de las arquitecturas de muestreo compresivo, 10% de los datos para construir el diccionario	41
3.1	Clasificación en el dominio comprimido de las arquitecturas de muestreo compresivo, 10% de los datos para construir el diccionario	50
3.2	Clasificación en el dominio comprimido de las arquitecturas de muestreo compresivo, 50% de los datos para construir el diccionario	50
3.3	Clasificación en el dominio comprimido de las arquitecturas de muestreo compresivo por clases, 10% de los datos para construir el diccionario	51
3.4	Clasificación en el dominio comprimido de las arquitecturas de muestreo compresivo, 10% de los datos para construir el diccionario y medidas compresas con un nivel de ruido de 20 [dB]	51
3.5	Clasificación en el dominio comprimido de las arquitecturas de muestreo compresivo, 10% de los datos para construir el diccionario y medidas compresas con un nivel de ruido de 25 [dB]	52
3.6	Clasificación en el dominio comprimido de las arquitecturas de muestreo compresivo, 50% de los datos para construir el diccionario y medidas compresas con un nivel de ruido de 20 [dB]	52
3.7	Clasificación en el dominio comprimido de la arquitectura SCCSI por clases con el 10% de los datos para construir el diccionario	53
3.8	Clasificación en Indian Pines, Salinas, Pavia; imágenes originales, algoritmo propuesto con SSCSI; 10% de los datos para construir el diccionario,	54
3.9	Clasificación en Indian Pines, Salinas, Pavia con el 10% de los datos para construir el diccionario, 38% compresión de los datos	54

Glosario

SI: *Spectral Imaging*, las imágenes espectrales (SI, de su sigla en inglés) representan información en alta resolución espectral, de los materiales o la vegetación presente en la superficie de la tierra.

CS: *Compressive Sensing*, el muestreo compresivo es una teoría que enuncia que se puede superar el límite de muestreo de Nyquist, ya que permite la compresión de las señales en el momento del muestreo.

TD: *Target Detection*, la detección de objetivos determina si un objeto con firma espectral conocida está presente dentro de la imagen, este proceso se basa en la teoría de detección comprimida y en los modelos físicos de la señal, es decir, los modelos del fondo y el modelo del subespacio conocido confinado de forma determinística o aleatoria.

CASSI: *Coded aperture snapshot spectral imaging*, el Sistema de adquisición comprimida de imágenes espectrales basado en la apertura codificada, modula una escena espacio-espectral.

SSCSI: *spatial spectral encoded compressive hyperspectral imaging*, mediante la codificación compresiva en el espacio espectral para imágenes hiperespectrales se reconstruye una imagen hiperespectral de alta resolución a partir de una sola imagen del sensor, para lo cual, el diseño de la cámara óptica está fundamentado en el muestreo de la imagen hiperespectral codificada en espacio y espectro.

SCCSI: *snapshot colored compressive spectral imager*, los patrones espectrales compresivos de imágenes instantáneas reemplazan la matriz de plano focal por los detectores con patrones de filtros ópticos.

HYCA: *hyperspectral coded aperture*, la apertura codificada hiperespectral se basa en un vector espectral definido en un sub espacio de baja dimensionalidad y en la alta correlación presente en las bandas espectrales entre el dominio de lo espacial y espectral.

Resumen

Las imágenes espectrales (SI, de su sigla en inglés) contienen información en alta resolución espectral, de los materiales o la vegetación presente en la superficie de la tierra. Las L bandas de una SI forman un cubo de datos, cuyas dimensiones corresponden a la combinación de información espacial (x, y) y espectral (L) de la escena. Sin embargo, a medida que aumenta la resolución de las cámaras, el número de muestras crece considerablemente, debido a que los sensores y las arquitecturas utilizadas se basan en el criterio de Shannon-Nyquist. Por lo tanto, el volumen de la información generada en el muestreo tradicional demanda grandes cantidades de memoria y de ancho de banda para la comunicación y extracción de la información.

La teoría de muestreo compresivo (CS, de su sigla en inglés) permite hacer un muestreo eficiente de las señales, disminuyendo la cantidad de medidas requeridas en métodos tradicionales. CS se adoptó como un protocolo de muestreo de imágenes espectrales, y se han desarrollado una serie de arquitecturas basadas en este principio, entre las que cabe mencionar *Coded Aperture Snapshot Spectral Imaging* (CASSI), *Spatio-spectral Encoded Compressive Spectral Imaging* (SSCSI), *Snapshot Colored Compressive Spectral Imager* (SCCSI) y *Hyperspectral Coded Aperture* (HYCA). Estas permiten simultáneamente el muestreo y la compresión de las SI.

Para el análisis de las SI se requiere la disponibilidad del cubo de datos, es decir, que luego de la compresión se requieren procesos de reconstrucción de todos los datos dentro de la escena. Las principales aplicaciones de SI requieren algoritmos de detección, que prueban, por medio de la estadística, si un objeto está presente o no en las medidas; y de clasificación, que determinan a qué clase pertenecen los píxeles de interés.

Los algoritmos tradicionales de detección y clasificación en SI también requieren como entrada el cubo de datos reconstruido, lo que demanda altos costos computacionales por la gran cantidad de memoria requerida, ancho de banda para la transmisión y espacio de almacenamiento de los datos. Recientemente se estudió el problema de procesamiento de SI en el dominio comprimido con las medidas generadas por la arquitectura del sistema CASSI.

Esta tesis propone un algoritmo de detección y de clasificación de imágenes espectrales en dominio comprimido con base en las arquitecturas DD-CASSI, SSCSI y HYCA (cuyas bandas espectrales no presentan desplazamiento). Adicionalmente se propone otro algoritmo de detección y de clasificación para la arquitectura SSCSI, que sí tiene desplazamiento espectral.

El desempeño de los algoritmos se analizó con diferentes niveles de compresión de los datos (25%, 38% y 100%) y con diferentes niveles de ruido (20 y 25 [dB]). Se tomaron tres imágenes espectrales de libre uso con características diversas para las pruebas. Los diccionarios se construyeron con el 10% y 50% de los datos requeridos para el entrenamiento. Se presenta un análisis de resultados comparando los algoritmos propuestos con las diferentes arquitecturas en términos de desempeño en las tareas de detección y clasificación en dominio comprimido. Se encontró que los algoritmos con el mejor comportamiento se presentaron con la arquitectura SSCSI para un 38% de compresión y 10% de los datos utilizados para la construcción del diccionario, alcanzando una detección del 94.84% en la imagen Salinas, 89.63% en Pavia y 85.20% Indian Pines. En clasificación el 87.72% en Pavia (seis clases), 85.44% en Salinas (9 clases) y 74.53% Indian Pines (16 clases).

Introducción

Imágenes espectrales

Las imágenes espectrales (SI, de su sigla en inglés) son una concatenación de imágenes bidimensionales que contienen información de una escena a lo largo del espectro electromagnético en alta resolución espectral, por ejemplo, de los materiales o la vegetación presente en la superficie de la tierra [7, 8, 9]. La información contenida en una SI corresponde a datos de radiancia y reflectancia de la superficie, que pueden ser observados como una dispersión de puntos en un espacio Euclidiano L -dimensional, donde L es el número de bandas espectrales. Las SI son usadas en las áreas como el medio ambiente [10], minería [11], geología [12, 10], caracterización del suelo [13, 14]. Especialmente, en la agricultura para el monitoreo, seguimiento y control del período vegetativo de los cultivos (desde la siembra, hasta determinar el punto de recolección de la cosecha) e identificación de malezas, plagas, enfermedades o deficiencias de nutrientes [15, 16]. Un píxel perteneciente a una SI se considera como un vector $\mathbf{v} = [v_1, v_2, \dots, v_L]$, que contiene uno o varios espectros de diferentes materiales en una escena mezclados [17]. Es posible medir la similaridad entre los dos espectros, detectar y clasificar un objetivo explorando los datos contenidos en la L -dimensión aplicando algoritmos de detección y clasificación [18].

Las L bandas de una imagen espectral forman un cubo de datos, cuyas dimensiones corresponden a la combinación de información espacial (x, y) y espectral L de la escena. Los sensores SI pueden adquirir la información espectral de los materiales que conforman los diversos objetos en una escena, que tienen un comportamiento espectral específico, de acuerdo a su composición [18]. La Figura 1 muestra la clasificación de las imágenes espectrales de acuerdo a la cantidad de bandas que contiene. La Figura 1 (a) muestra una imagen RGB, que pertenecen al rango visible del espectro; la Figura 1 (b) muestra una imagen multispectral (MSI), que contiene información en decenas de bandas; y la Figura 1 (c) muestra una imagen hiperespectral (HSI), que contiene más de 100 bandas [19]. El volumen de la información generada en el muestreo tradicional de las SI demanda grandes cantidades de memoria, ancho de banda y recuperación de la información a partir de algoritmos de reconstrucción que también pueden demandar altos costos computacionales. El muestreo compresivo (CS, de su sigla en inglés) es una teoría que ha sido estudiada para el eficiente muestreo de la señales y reducir la redundancia de las medidas, tomando como ventaja su correlación (espacial y espectral, en el caso de las SI) [20]. No existe un algoritmo de detección y clasificación en SI que funcionen de forma general a partir de mediciones comprimidas de las arquitecturas de compresión de SI del estado del arte CASSI, SSCSI, SCCSI y HYCA.

En los últimos años, el muestreo compresivo se ha adoptado como un protocolo de muestreo de imágenes espectrales. Se han desarrollado una serie de arquitecturas basadas en este principio, entre las que cabe mencionar el sistema CASSI [2], el sistema SSCSI [4], el sistema SCCSI [5] y el sistema HYCA [6], que permiten realizar de forma simultánea el muestreo y compresión de las imágenes SI.

Las aplicaciones tradicionales de detección y clasificación en imágenes espectrales requieren como entrada todo el cubo de datos, lo que demanda altos costos computacionales por la gran cantidad de memoria requerida, ancho de banda para la comunicación y espacio de almacenamiento de los datos. Por ejemplo, Yi Chen en [21], presenta el modelo del núcleo, que toma un conjunto de objetos linealmente dependiente en un espacio, para transformarlo en otro espacio con mayor número de características o de grupos, en el que los objetos se pueden separar linealmente con el conocimiento de una función de mapeo. Jiani Zhang en

[22] presenta el modelo de la correlación, en el que se determina la similitud entre los píxeles vecinos en un pequeño espacio caracterizado. Michael Wakin y otros exponen en [23] el modelo de colector, para imágenes que tienen un comportamiento dinámico. Sylvain Rousseau y otros en [24] expone el modelo del espectro de la imagen, que por medio de la firma espectral de un objeto detecta si está presente y lo clasifica según su clase. Sin embargo, estos trabajos no abordan el proceso compresivo sobre imágenes hiperespectrales. De la literatura solo se encuentra que el problema de procesamiento en el dominio comprimido ha sido abordado en imágenes espectrales con las medidas generadas por la arquitectura del sistema CASSI [25].

Teniendo en cuenta lo anterior, nace la motivación de realizar la presente propuesta de investigación que busca abordar el problema de detección y clasificación en imágenes espectrales a partir de mediciones comprimidas en las arquitecturas de medida compresivas de imágenes espectrales del estado del arte. Para esto, se plantea el uso de las arquitecturas de sensado compresivo de imágenes espectrales CASSI, SSCSI, SCCSI y HYCA las cuales son las arquitecturas más importantes del estado del arte. De esta forma, esta investigación es la primera en abordar el problema de detección y clasificación en el dominio comprimido para imágenes espectrales en estas arquitecturas.

Hipótesis

¿Es posible realizar la detección y clasificación de imágenes espectrales en el dominio compresivo basados en los sensores compresivos de CASSI, SSCSI, SCCSI, HYCA, logrando tasas de desempeño comparables con los algoritmos de detección y clasificación que utilizan directamente las imágenes espectrales?.

Justificación del Problema

Las SI representan información en alta resolución espectral, de los materiales o la vegetación presente en la superficie de la tierra [7], espacio [8], y cuerpo humano [9]. Las SI, han contribuido a mejorar los sistemas de explotación en las áreas de la minería [11], para delimitar las minas, cuantificar y cualificar los minerales presentes. En la geología [12], [10] y caracterización del suelo [13], para definir el uso y explotación del suelo de acuerdo a las propiedades de formación, físicas y químicas. En las coberturas vegetales [14] en especial el monitoreo a cultivos agrícolas, desde la siembra hasta determinar el punto de recolección de la cosecha e identificación de malezas, plagas, enfermedades o deficiencias de nutrientes, para elaborar las formulaciones técnicas a aplicar para el control y recuperación de los daños causados [15], [16]. Para extraer el gran volumen de información contenida en una imagen espectral se requiere mayor cantidad de memoria [26], ancho de banda para la comunicación [27], y espacio de almacenamiento para los datos lo que aumenta el costo computacional [22], [28].

Las técnicas de CS [20], [29], [30], [31], hacen un muestreo eficiente de las señales, disminuyen la cantidad de medidas impuestas por el criterio de Nyquist [32] y el costo computacional para extraer la información en la imagen. Los algoritmos basados en CS [33], calculan un conjunto de coeficientes dispersos en una base (por ejemplo Wavelet) [34], correspondientes a una señal, que permite la recuperación de dicha señal sin distorsión [35], [36]. CS puede modelarse como un conjunto de proyecciones lineales sobre una matriz de muestreo, donde una señal dispersa [37], representada en un vector, tiene un factor de dispersión, si contiene elementos no nulos de la señal.

CS se aplica en el muestreo de imágenes como la cámara de único píxel [38], para la detección de imágenes de resonancia magnética y de radar [20]; imágenes médicas y espectrales en el dominio compresivo [39]; detección de anomalías en imágenes espectrales [40]. También, se adoptó como un protocolo de muestreo de imágenes espectrales [41], y se han desarrollado una serie de arquitecturas basadas en este principio, entre las que cabe mencionar las arquitecturas ópticas CASSI [2], SSCSI [4], SCCSI [5], [42], y HYCA [6].

Las aplicaciones tradicionales de detección y clasificación en imágenes espectrales requieren como entrada todo el cubo de datos [43], [44], [45], lo que demanda altos costos computacionales [22], [26], [27], [28] por la gran cantidad de memoria requerida [26], ancho de banda para la comunicación [27] y espacio de almacenamiento de los datos [22] [28].

En la actualidad, existen algoritmos de detección y clasificación sobre medidas comprimidas, obtenidas con el sistema CASSI [25]. Sin embargo, estos algoritmos no han sido desarrollados para las nuevas arquitecturas de muestreo compresivo SSCSI, SCCSI, HYCA, que muestran mayores beneficios y potencialidades con respecto a CASSI. El diseño de los algoritmos de detección y clasificación para imágenes espectrales a partir de mediciones comprimidas de acuerdo a la arquitectura que las generó permite una generalidad de los algoritmos de detección y clasificación. Además, se reduce la dimensionalidad de la imagen [40], [43], [46], [47], [48], [49], el costo computacional [4], [50], en los cálculos de las operaciones de los algoritmos de detección y clasificación [18] [51]. También, disminuye el ancho de banda que se requiere en el proceso de comunicación de los datos [52], [53] y el espacio para el almacenamiento de los mismos [46], [54], [55] .

Adicionalmente, se acorta el tiempo de respuesta en el cálculo de los procesos para la toma oportuna de decisiones en las áreas del medio ambiente [19], determinar los agentes de contaminación ambiental para implementar los planes de mitigación o control del equilibrio natural. En la minería [11], para realizar en menor tiempo programas técnicos de explotación minera focalizados en los sitios donde se encuentran las minas, que prevengan los desastres de pérdidas de las vidas humanas o de los sistemas ecológicos. En la geología [12], [10] y caracterización del suelo [13], para disminuir el tiempo en establecer los sistemas de explotación de uso del suelo de acuerdo a sus propiedades de formación, físicas y químicas. En las coberturas vegetales [14] en especial el monitoreo a cultivos agrícolas, desde la siembra hasta determinar el punto de recolección de la cosecha e identificación de malezas, plagas, enfermedades o deficiencias de nutrientes, para elaborar de forma oportuna las formulaciones técnicas que controlen y recuperen los daños causados [15], [16].

Pertinencia

Los resultados de esta tesis son de interés para las empresas productoras de hardware y software, para implementar dispositivos de cobertura vegetal, de estudio del espacio, cuerpo humano, geología, minería, con este nuevo conocimiento que disminuye el tiempo de respuesta en las operaciones de detección y clasificación en las imágenes espectrales. Además, las empresas encargadas de la vigilancia y las fuerzas militares, necesitan reducir el tiempo en la identificación de los objetos de interés.

Se espera que los resultados obtenidos sean el punto de partida de nuevos proyectos, entre los cuales se encuentran:

- Agricultura de precisión para determinar en el menor tiempo y exactitud los agentes de malezas, plagas y deficiencias de nutrientes que deterioran los cultivos y establecer las formulaciones técnicas.
- Trazabilidad en los sistemas de producción de las diferentes empresas de bienes y servicios para garantizar el desempeño.
- Sistemas de cómputo paralelo para establecer los procesos que se pueden realizar de forma simultánea que mejoren el tiempo de respuesta a los cálculos requeridos.
- Medicina para determinar las enfermedades presente en una parte del cuerpo humano para establecer el protocolo a seguir.

Los algoritmos con el mejor comportamiento se presentaron con la arquitectura SSCSI para un 38% de compresión y 10% de los datos utilizados para la construcción del diccionario, alcanzando una detección del 94.84% en la imagen Salinas, 89.63% en Pavia y 85.20% Indian Pines. En clasificación el 87.72% en Pavia (seis clases), 85.44% en Salinas (9 clases) y 74.53% Indian Pines (16 clases).

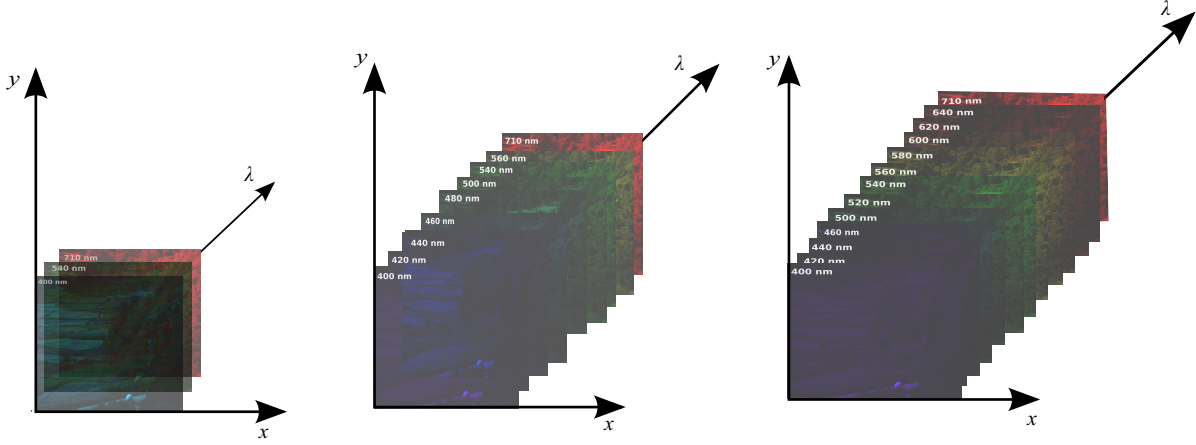


Figura 1: (a) Imagen RGB, (b) imagen multispectral (menos de 10 bandas), (c) imagen hiperespectral (mayor de 100 bandas).

Muestreo compresivo

El muestreo compresivo establece que una señal puede ser reconstruida a partir de muestras comprimidas [56], [57]. Esta teoría es basada en los principios de dispersión e incoherencia [56], [58]. De esta manera, se calcula un conjunto de coeficientes dispersos en alguna base (por ejemplo Wavelet), que corresponde a una señal $\mathbf{f} = \{\mathbf{f} \in \mathbb{R}^{N^2 \cdot L} \mid [f_1, \dots, f_{N^2}, \dots, f_{N^2 \cdot L}]^T\}$, que representa la imagen espectral, donde N^2 representa la resolución espacial y L la resolución espectral, lo que permite recuperar una aproximación muy cercana a la señal que se obtendría usando métodos tradicionales [20].

El muestreo compresivo puede ser modelado como un conjunto de proyecciones lineales de $\mathbf{f}$ con la matriz de muestreo $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1^T, \dots, \mathbf{h}_W^T]^T \in \mathbb{R}^{W \times N^2 \cdot L}$; tal que $\mathbf{g} = \mathbf{H}\mathbf{f}$, donde $W \ll N^2 \cdot L$ [31]. También, se puede expresar como:

$$\mathbf{g} = \sum_{i=1}^W \mathbf{h}_i \mathbf{f}_i = \mathbf{H}\mathbf{f}. \quad (1)$$

Dispersión de las señales

Una señal dispersa de tamaño $N_h = N^2 L$, puede ser representada en el vector $\mathbf{s} \in \mathbb{R}^{N_h}$, donde K es el factor de dispersión si $\|\mathbf{s}\|_0 = |\mathbf{s}| = |s_k \neq 0 : k = \{1, \dots, N_h\}| \leq K$, donde $\mathbf{s}$ contiene elementos no cero de la señal en algún dominio. La mayoría de señales no son de naturaleza dispersa, sin embargo, pueden ser transformadas a una representación dispersa [29]:

$$\mathbf{f} = \mathbf{\Psi}\mathbf{s}, \quad (2)$$

donde $\mathbf{\Psi} \in \mathbb{R}^{N_h \times N_h}$ es la base de representación dispersa. La Figura 2 muestra un ejemplo de una imagen que se puede representar según la expansión (2). La Figura 2(a) muestra una imagen de 165×370 píxeles, la Figura 2(b) muestra la secuencia de los coeficientes Wavelet de la imagen de la Figura 2(a), en donde solo en el 5% de las posiciones se concentran los coeficientes más representativos de la imagen, y la Figura (c) muestra la imagen de la Figura 2(a) recuperada con el 5% de los coeficientes Wavelet de mayor magnitud. Las transformaciones dispersas están dadas por diccionarios tales como Wavelet, Coseno discreto, Fourier o producto de aprendizaje a partir de imágenes de muestra.

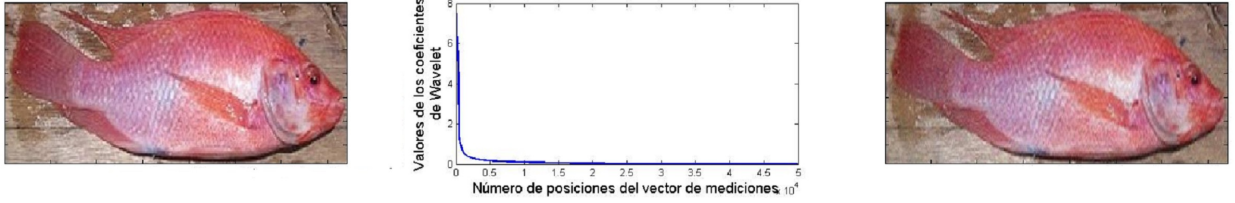


Figura 2: (a) Imagen RGB, (b) secuencia de los coeficientes Wavelet de la (a) ordenados de mayor a menor magnitud, (c) imagen recuperada con el 5% de los coeficientes Wavelet.

Diccionarios

Un diccionario es un arreglo bidimensional cuyas columnas se conocen como átomos, que contienen información de una señal específica, son usados en áreas como super-resolución, reconstrucción de señales/imágenes, clasificación y detección. Los átomos de los diccionarios usados para la clasificación de imágenes espectrales contienen información de un píxel espectral [33]. Un diccionario se representa como una matriz $\Psi \in \mathbb{R}^{N \times N_c}$, donde N_c es el número de átomos extraídos de imágenes de prueba.

Diccionario dispersos. Los diccionarios Ψ son usados para transformar las señales en representaciones dispersas, [59] están basados en modelos matemáticos o en procesos de aprendizaje de forma directa desde los datos de prueba [60], [61]. En algunas ocasiones, los modelos existentes no satisfacen la condición de dispersión de manera eficiente, y se hace necesaria la construcción de bases mediante el entrenamiento [62]. Un diccionario se puede construir con descomposición en valores singulares (SVD, de su sigla en inglés) de una matriz $\mathbf{A}$, esta es útil en problemas de mínimos cuadrados [63]. Sea $\mathbf{A}$ una matriz de $M \times N$ con $M \leq N$. Entonces existe una matriz ortogonal $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{M \times M}$ y $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ y una matriz $\Sigma = [\Sigma' \mid \emptyset]$, $\emptyset$ es una sub matriz nula $\in \mathbb{R}^{M \times (N-M)}$, $\Sigma' = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_M) \in \mathbb{R}^{M \times M}$ con $\sigma_1 \leq \sigma_2 \leq \sigma_M \leq 0$, tal que

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^T \quad (3)$$

Los vectores columna de $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_M]$ son llamados vectores singulares izquierdos y similarmente $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_N]$ son llamados vectores singulares derechos. Los σ_i son llamados valores singulares de $\mathbf{A}$. Cuando $N > M$, es posible usar los vectores singulares derechos como un diccionario. Las proyecciones sobre esta base representan suficientemente bien los datos, en una menor dimensionalidad del dominio espacial. Este hecho es necesario en el enfoque de muestreo compresivo. La Figura 3 muestra un ejemplo de un píxel espectral proyectado sobre vectores singulares derechos de una selección de muestra de entrenamiento, la curva indica la capacidad para representar la potencia de la señal [1].

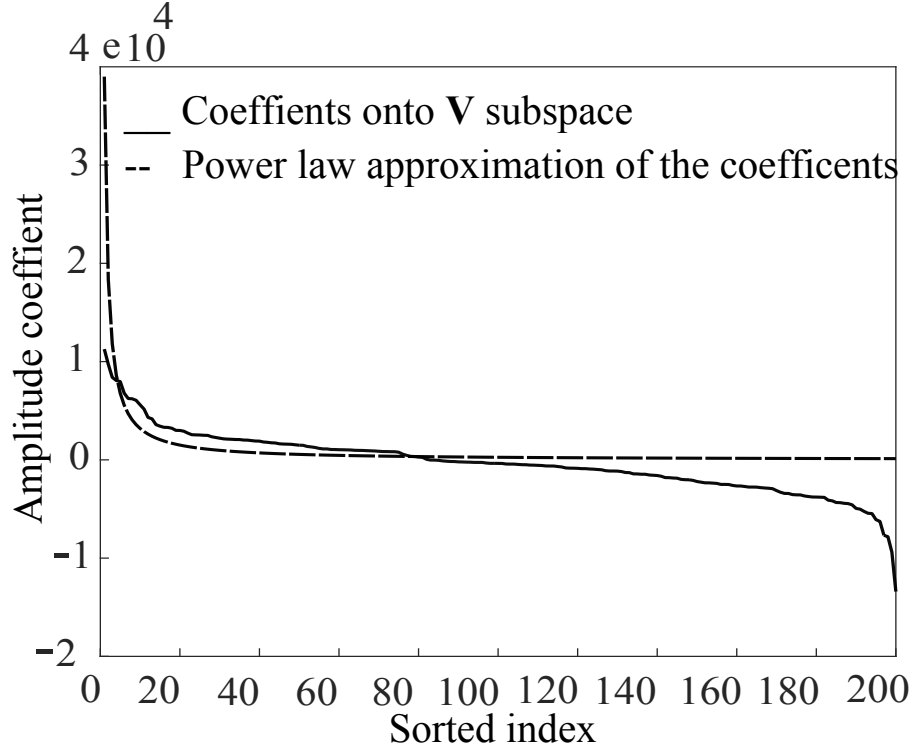


Figura 3: Curva de intensidades ordenadas (descendentemente) de un píxel espectral proyectado sobre vectores singulares derechos de una de muestra de entrenamiento. La curva indica la capacidad para representar la potencia de la señal [1]

De esta manera, el diccionario se construye en base a la matriz $\mathbf{V}$ como una combinación lineal:

$$\mathbf{\Psi} = \mathbf{VR} \quad (4)$$

donde $\mathbf{R}$ contiene una selección de componentes espectrales puros (del inglés endmembers).

El aprendizaje de un diccionario se hace directamente desde la información captada [44], en vez de usar diccionarios predeterminados (como Wavelet o Fourier), y por lo general conduce a una mejor representación para proporcionar mejores resultados en aplicaciones prácticas como la detección y clasificación [33], [63] [27], [64], [65].

Muestreo Incoherente

La incoherencia en el muestreo compresivo está dada por el grado de correlación entre los elementos de las bases $\mathbf{H}$ y $\mathbf{\Psi}$. La existencia de la correlación significa que existe un alto grado de coherencia entre las dos bases, que está dada por:

$$\mu(\mathbf{H}, \mathbf{\Psi}) = \sqrt{N} \cdot \max_{1 \leq k, j \leq N} |\langle \boldsymbol{\varphi}_k, \boldsymbol{\psi}_j \rangle|, \quad (5)$$

donde el valor mínimo y máximo están definidos por $\mu(\mathbf{H}, \mathbf{\Psi}) \in [1, \sqrt{N}]$. Si al calcular (5) se obtiene el máximo valor, no hay certeza de que la señal f pueda ser recuperada. Para resolver esta dificultad, se recurre al muestreo aleatorio [33], [30], [66], [25], que, en general, tiene alto grado de incoherencia con cualquier base de representación.

Aplicaciones del muestreo compresivo

El muestreo compresivo ha sido aplicado con éxito en el muestreo de señales en innumerables sectores, se destacan aplicaciones en el muestreo de imágenes como la cámara de único píxel, la detección de imágenes de resonancia magnética y de radar [20]; imágenes médicas y espectrales en el dominio compresivo [39]; detección de anomalías en imágenes espectrales [40]. En los últimos años, el muestreo compresivo [41] se adoptó como un protocolo de muestreo de imágenes espectrales, y se han desarrollado una serie de arquitecturas basadas en este principio, entre las que cabe mencionar CASSI (del inglés *Coded aperture snapshot spectral imaging*), SSCSI (del inglés *spatial spectral encoded compressive hyperspectral imaging*), SCCSI (del inglés *snapshot colored compressive spectral imager*) y HYCA (del inglés *hyperspectral coded aperture*).

Objetivos

1. Determinar e implementar las arquitecturas de muestreo compresivo más citadas en la literatura.
2. Modelar matemáticamente el problema de detección y clasificación de imágenes espectrales a partir de mediciones comprimidas.
3. Diseñar un algoritmo de detección y uno de clasificación de imágenes espectrales que opere directamente en el dominio compresivo.
4. Evaluar el desempeño del algoritmo diseñado con respecto a los algoritmos de detección y clasificación que operan directamente sobre las imágenes espectrales, mediante simulación numérica.

Organización del manuscrito

El manuscrito se encuentra organizado de la siguiente forma:

- **Capítulo 1:** Describe algunas arquitecturas de muestreo compresivo en imágenes espectrales, presenta un análisis cuantitativo y cualitativo en cuanto a la reconstrucción de estos sistemas.
- **Capítulo 2:** Detalla aspectos relacionados con la detección de objetivos en imágenes espectrales y el método propuesto para usar las medidas de los sistemas estudiados en esta tarea.
- **Capítulo 3:** Presenta aspectos relacionados con la clasificación en imágenes espectrales y el método propuesto para usar las medidas de los sistemas estudiados en esta tarea.

Principales contribuciones

- **Capítulo 1:**
 - Revisión y evaluación de algunas arquitecturas de muestreo compresivo, que tienen implementación práctica, junto con algunos métodos de compresión teóricos.
- **Capítulo 2:**
 - Modelo matemático del problema de detección.
 - A conocimiento del autor no existía un algoritmo de detección de objetivos en imágenes espectrales a partir de medidas comprimidas, haciendo uso de un diccionario para entrenar los píxeles.
- Evaluación del algoritmo de detección mediante simulación numérica.

- **Capítulo 3:**
- Modelo matemático del problema de clasificación.
- A conocimiento del autor no existía un algoritmo de clasificación en imágenes espectrales a partir de medidas comprimidas, haciendo uso de un diccionario para entrenar los píxeles.
- Evaluación del algoritmo de clasificación mediante simulación numérica.

Lista de publicaciones

Artículos publicados

- A quantitative and qualitative performance analysis of compressive spectral imagers, Revista Tecnura ISSN 0123-921x, 21 (52) 2017, <http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/Tecnura/article/view/10943>
- Funcionalidades de la minería de datos, Revista Ingeniería y Región ISSN: 1657-6985 2014, <https://www.journalusco.edu.co/index.php/iregion/article/view/728>

Conferencias

- Arquitecturas de muestreo compresivo para tareas de detección y clasificación de imágenes espectrales de cultivos, ISBN 978-0-9993443-0-9, ISSN: 2414-6390, <http://www.laccei.org/LACCEI2017-BocaRaton/full-papers/FP473.pdf>, 2017
- Diseño de Patrones de Estratificación de Cultivos en el Departamento del Huila Colombia, Minería de Datos para una Agricultura de Precisión, ISBN 978-0-9822896-9-3, ISSN: 2414-6390, <http://www.laccei.org/LACCEI2016-SanJose/RefereedPapers/RP104.pdf>, 2016
- Algoritmos y Tareas para la minería de Datos, ISBN 978-0-9822896-7-9, <http://www.laccei.org/LACCEI2014-Guayaquil/RefereedPapers/RP065.pdf>, 2014

Publicaciones en preparación

- Spectral image classification from compressive measurements based on singular value decomposition.
- Target detection in spectral images from compressive measurements.

Capítulo 1

Arquitecturas de muestreo compresivo en imágenes espectrales

1.1 Introducción

El sistema de adquisición en las arquitecturas de muestreo compresivo puede ser modelado algebraicamente como $\mathbf{g} = \mathbf{H}\mathbf{f}$, donde $\mathbf{H}$ es la matriz de muestreo que caracteriza el sistema. Los parámetros de la matriz de muestreo, dependen estrictamente de los elementos ópticos y configuración de las arquitecturas. En este capítulo se describe el modelo de muestreo de las arquitecturas CASSI, SSCSI, SCCSI y HYCA. Se hace un análisis cuantitativo (tasa de ruido a señal pico (PSNR [dB]), porcentaje de compresión, de $\mathbf{H}$), y cualitativo (comportamiento espectral de los píxeles en la imagen reconstruida, la forma como se construye $\mathbf{H}$) de cada arquitectura para determinar la de mejor rendimiento en el proceso de reconstrucción de imágenes que influyen en las operaciones de detección y clasificación.

1.2 Sistema de adquisición comprimida de imágenes hiperespectrales (HSI)

El Sistema de adquisición comprimida de imágenes espectrales (CASSI) basado en la apertura codificada, representadas por $T(x, y)$, modula una escena espacio-espectral $f_0(x, y, \lambda)$, el campo codificado resultante $f_1(x, y, \lambda)$, se dispersa con un elemento dispersivo $\alpha(\lambda)$, esto es:

$$f_2(x, y, \lambda) = \iint T(x', y') f_0(x', y', \lambda) \times h(x - x' - s_1\lambda, y - y') dx' dy', \quad (1.1)$$

donde $T(x', y')$ representa la función de transmisión de la apertura codificada, $h(x - x' - s_1\lambda, y - y')$ es la respuesta al impulso óptico del sistema y $s_1\lambda$ es la dispersión inducida por el elemento dispersivo, asumida como lineal. Las medidas comprimidas son adquiridas cuando el campo $f_2(x, y, \lambda)$ se integra en el sensor. La densidad espectral en frente del detector está dada por $\mathbf{g}(x, y) = \int_{\varrho} f_2(x, y, \lambda) d\lambda$, donde ϱ rango espectral del detector, la respuesta óptica al impulso del sistema se asume como lineal e ideal, la densidad espectral resultante es:

$$g(x, y) = \int f_0(x + s_1\lambda, y, \lambda) T(x + s_1\lambda, y) d\lambda. \quad (1.2)$$

La apertura codificada $T(x, y)$ puede ser representado como un arreglo pixelado espacialmente. Asumiendo que el píxel de la apertura codificada tiene tamaño Δ_t y $t_{n', m'}$ representa un valor binario (0) bloqueo y (1) desbloqueo, la apertura codificada se puede expresar como:

$$T(x, y) = \sum_{n', m'} t_{n', m'} \text{rect} \left(\frac{x}{\Delta_t} - n', \frac{y}{\Delta_t} - m' \right). \quad (1.3)$$

La escena espacio-espectral se representa mediante $F_{n', m', k}$, tal que $n' \in \{0, \dots, N-1\}$ es el índice en x , $m' \in \{0, \dots, N-1\}$ es el índice en y , $k \in \{0, \dots, L-1\}$ es el índice en la longitud de onda. Las medidas discretas en el sensor se pueden expresar como:

$$G_{n, m} = \sum_{k=0}^{L-1} F_{(n-k), m, k} T_{(n-k), m} + \omega_{n, m}, \quad (1.4)$$

donde $G_{n, m}$ es la intensidad en la (n, m) posición del detector G con dimensiones $(N+L-1) \times N$, $n \in \{0, \dots, (N+L-1)\}$, $m \in \{0, \dots, N-1\}$, el cubo espectral $\mathbf{F}$ tiene tamaño $N \times N \times L$, $(n-k)$, está definido entre $1 \leq (n-k) \leq N$, en otros casos $(n-k) = 0$, $T_{n, m}$ es el (n, m) th valor en el modulador espacial y ω representa el ruido del sistema. La Figura 1.1 muestra la arquitectura CASSI desde el sensor hasta el cubo de datos [2], [25], [67]. La Figura 1.2 ilustra el sistema de adquisición de la arquitectura CASSI, desde la captura de la escena pasando por la rejilla de difracción, el plano espectral, el código de apertura, el sensor y la obtención de la imagen.

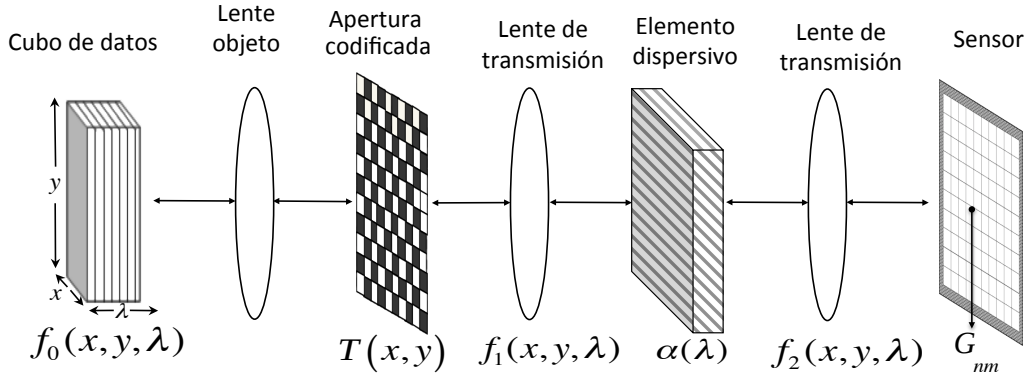


Figura 1.1: Sistema CASSI con apertura codificada binaria[2]

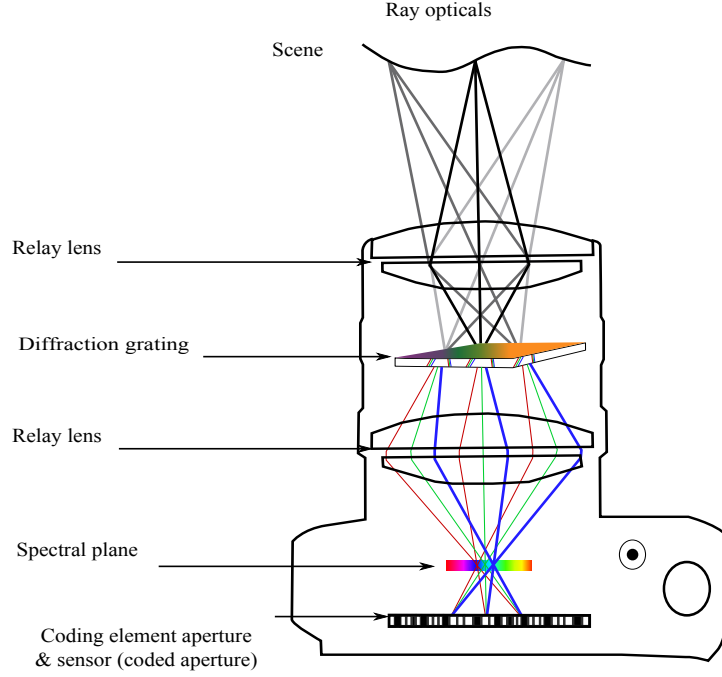


Figura 1.2: Arquitectura óptica CASSI [2]

La ecuación (1.1) puede ser expresada como un sistema de ecuaciones lineal $\mathbf{g} = \mathbf{H}_{CASSI} \mathbf{f}$ donde $\mathbf{H}_{CASSI}$ representa la matriz de muestreo. La matriz $\mathbf{H}_{CASSI}$ considera los efectos de la codificación y dispersión como un solo operador lineal. La Figura 1.3 muestra la matriz de muestreo $\mathbf{H}_{CASSI} \in \mathbb{R}^{(N(N+L-1))q \times N^2L}$, donde q es el número de proyecciones codificadas (*shots*), para $N=5$, $L=3$, y $q=3$. El número de medidas es $m = N(N+L-1)q$. El patrón de la diagonal que se repite en la dirección horizontal (tantas veces como el número de bandas espectrales se vayan a muestrear) corresponde al patrón de la apertura codificada, cada vez con una unidad de N desplazamiento en la dirección vertical.

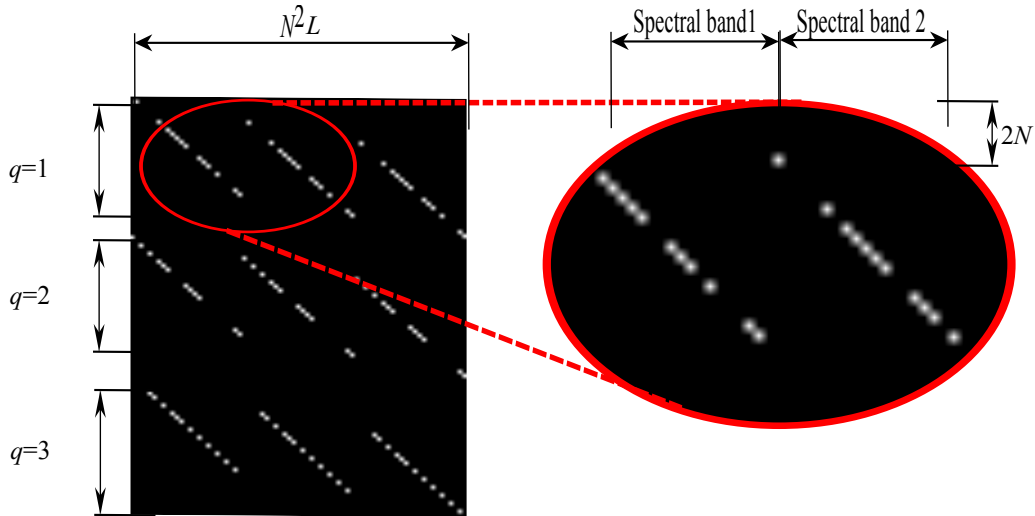


Figura 1.3: Matriz de muestreo $\mathbf{H}_{CASSI}$, $N=5$, $L=3$, y $q=3$

1.3 Sistema de adquisición comprimida de HSI con dos dispersores

El sistema de imágenes comprimidas de una sola adquisición con dos dispersores (DD-CASSI)[3] tiene una densidad espectral $f_0(x, y; \lambda)$, que es dispersada según:

$$\begin{aligned} f_1(x, y, \lambda) &= \iint dx' dy' \delta(x' - [x + s_2(\lambda - \lambda_c)]) \delta(y' - y) f_0(x', y', \lambda) \\ &= f_0(x + s_2(\lambda - \lambda_c), y, \lambda), \end{aligned} \quad (1.5)$$

donde δ es la propagación del elemento dispersivo a través de la unidad óptica de aumento de la imagen con dispersión lineal en s_2 y centro en la longitud de onda λ_c .

La apertura codificada de la densidad espectral se expresa:

$$f_2(x, y, \lambda) = T(x, y) f_1(x, y, \lambda) = T(x, y) f_0(x + s_2(\lambda - \lambda_c), y, \lambda), \quad (1.6)$$

donde $T(x, y)$ es el patrón de transmisión espacial de la apertura codificada.

La densidad espectral en el plano del detector, es el resultado de la propagación del segundo conjunto de imágenes y elemento dispersivo, expresado como:

$$\begin{aligned} g(x, y, \lambda) &= \iint dx' dy' \delta(x' - [x - s_2(\lambda - \lambda_c)]) \delta(y' - y) f_2(x', y', \lambda) \\ &= T(x - s_2(\lambda - \lambda_c), y) f_0(x, y, \lambda) \\ &= C(x, y, \lambda) f_0(x, y, \lambda), \end{aligned} \quad (1.7)$$

donde la función $C(x, y, \lambda) = T(x - s_2(\lambda - \lambda_c), y)$ introduce un filtro de tres dimensiones que actúa en la fuente de la densidad espectral. La matriz del detector está conformada espacialmente por píxeles de tamaño Δ . La función de transmisión de la apertura codificada T está determinada por:

$$T(x, y) = \sum_{n', m'} T_{n', m'} \text{rect} \left(\frac{x}{\Delta} - n', \frac{y}{\Delta} - m' \right). \quad (1.8)$$

Finalmente, el filtro espectral tiene una localización espacial con una estructura a nivel $\Delta\lambda = \Delta/s_2$. Las diferentes filas del detector están sin restricciones y en la misma fila son permutaciones cíclicas del uno al otro.

La Figura 1.4 muestra los elementos que conforman la arquitectura DD-CASSI, con dos brazos dispersivos secuenciales utilizados en forma de un espectrómetro dispersivo. Los brazos están ubicados de forma opuesta, de manera que el segundo compensa la dispersión introducida por el primero, su separación se da en el plano de la apertura codificada. La Figura 1.5 ilustra el sistema de adquisición de la arquitectura CASSI, desde la captura de la escena pasando por la rejilla de difracción, el código de apertura, la segunda rejilla de difracción, el plano espectral, el sensor y la obtención de la imagen.

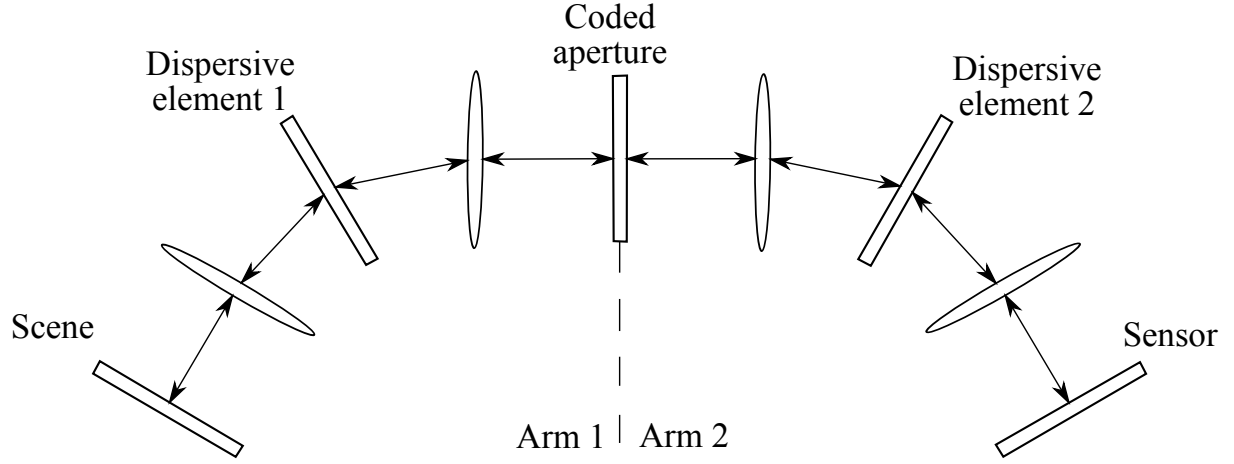


Figura 1.4: Componentes de la Arquitectura DD-CASSI [3]

La Figura 1.5 ilustra el sistema de adquisición de la arquitectura DD-CASSI.

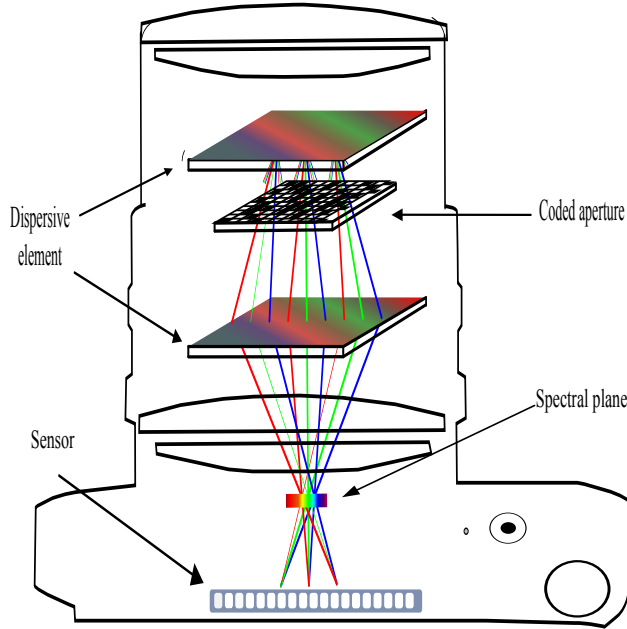


Figura 1.5: Arquitectura DD-CASSI [3]

La ecuación 1.6 puede ser discretizada como la matriz del sistema DD-CASSI $\mathbf{g} = \mathbf{H}_{DD-CASSI} \mathbf{f}$ donde $\mathbf{H}_{DD-CASSI}$ representa la matriz de muestreo DD-CASSI. la matriz $\mathbf{H}_{DD-CASSI}$ representa un operador que, de manera discreta, hace las operaciones de codificación y dispersión de la señal. La Figura 1.6 muestra la forma como se crea la matriz de muestreo DD-CASSI $\mathbf{H}_{DD-CASSI} \in \mathbb{R}^{N^2 q \times N^2 L}$. El número de medidas es $m = N^2 q$. El patrón de la diagonal que se repite en la dirección horizontal corresponde al patrón de código de cada canal espectral de forma independiente, tantas veces como el número de bandas espectrales que se desean adquirir.

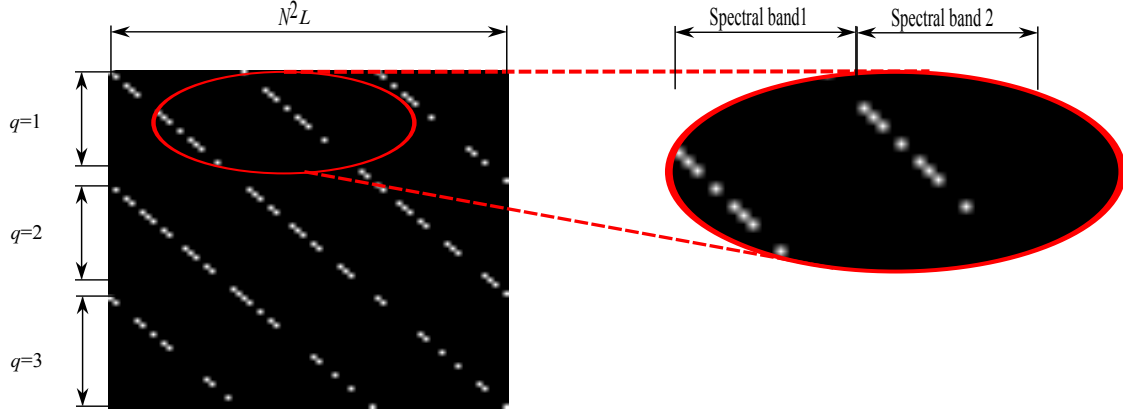


Figura 1.6: Matriz de muestreo $\mathbf{H}_{DD-CASSI}$, $N=5$, $L=3$, y $q=3$

1.4 Codificación compresiva espacio-espectral para imágenes hiperspectrales

Mediante la codificación compresiva espacio-espectral para imágenes hiperspectrales (SSCSI) se reconstruye una imagen hiperspectral de alta resolución a partir de un único sensor, para lo cual, el diseño de la cámara óptica está fundamentado en el muestreo de la imagen hiperspectral codificada en espacio y espectro [4]. La Figura 1.7 muestra la arquitectura SSCSI desde los datos de entrenamiento, hasta la imagen recuperada. La Figura 1.8 ilustra el sistema de adquisición de la arquitectura SSCSI, desde la captura de la escena pasando por la rejilla de difracción, el plano espectral, la máscara, el código de apertura y la obtención de la imagen.

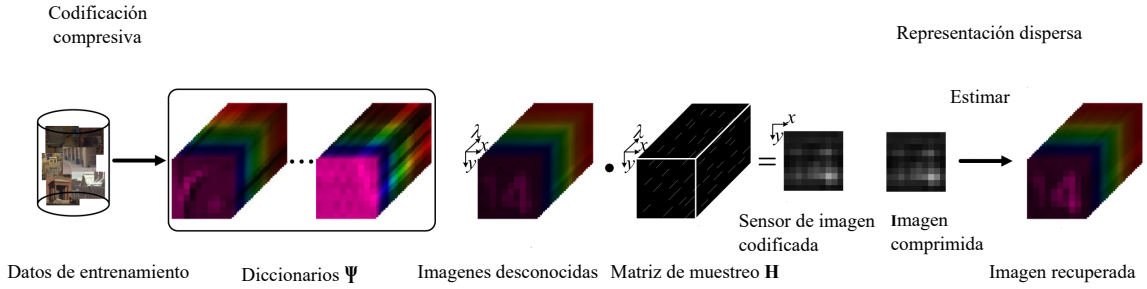


Figura 1.7: Componentes de la arquitectura SSCSI [4]

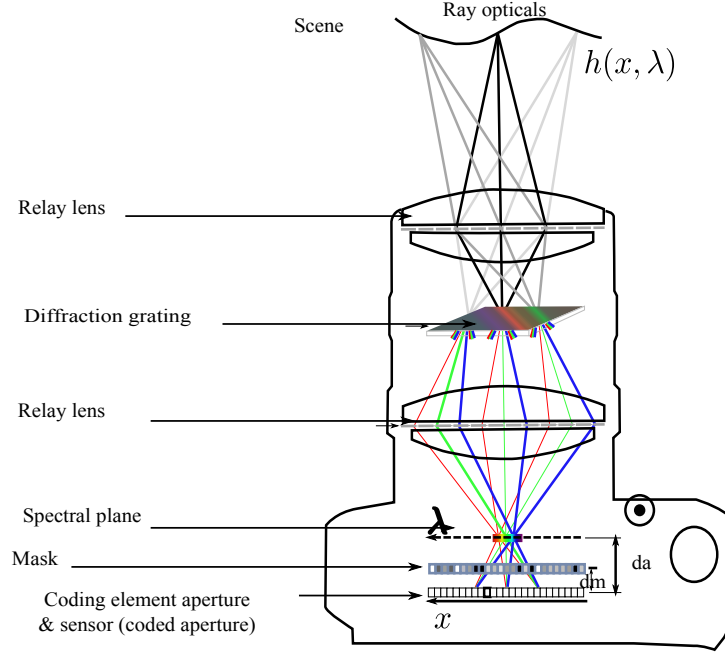


Figura 1.8: Arquitectura óptica SSCI [4]

El muestreo de la imagen hiperespectral codificada en espacio y espectro está dado por $o(x, y, \lambda)$ para imágenes hiperespectrales en tres dimensiones, $i(x, y)$ es la imagen del sensor, formada por la proyección de las imágenes hiperespectrales a largo de la dimensión del espectro sobre el dominio Ω_λ :

$$i(x, y) = \int_{\Omega_\lambda} o(x, y, \lambda) d\lambda. \quad (1.9)$$

La ecuación (1.9) puede ser discretizada como la combinación lineal $\mathbf{g} = \mathbf{H}_{SSCI} \mathbf{f}$ donde $\mathbf{H}_{SSCI}$ representa la matriz de muestreo SSCI. La matriz $\mathbf{H}_{SSCI}$ contiene los elementos que codifican cada canal espectral de forma independiente. La Figura 1.9 muestra la matriz de muestreo SSCI $\mathbf{H}_{SSCI} \in \mathbb{R}^{N^2 q \times N^2 L}$. El número de medidas $m = N^2 q$. El patrón de la diagonal que se repite en la dirección horizontal corresponde al patrón de código de cada canal espectral de forma independiente, tanta veces el número de bandas espectrales que se desea adquirir.

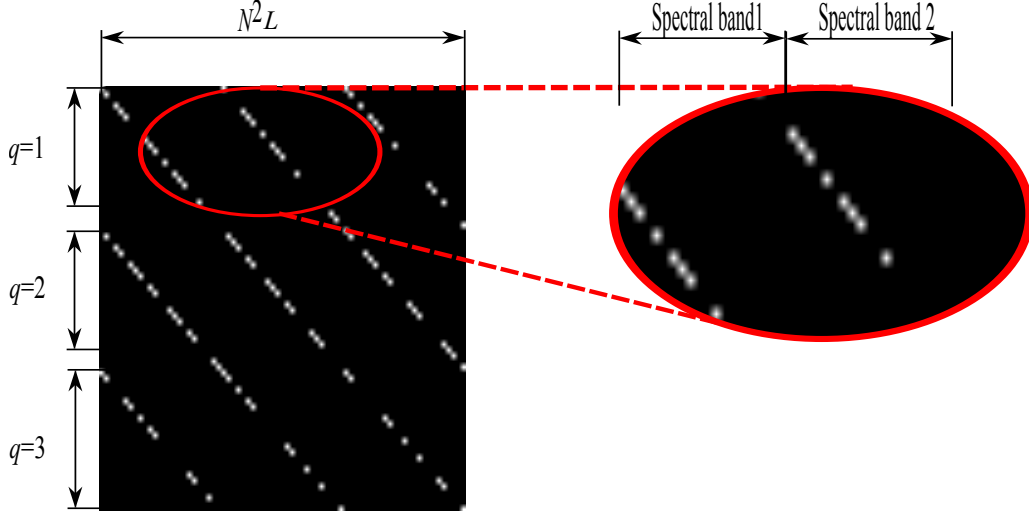


Figura 1.9: Matriz de muestreo $\mathbf{H}_{SCSI}$, $N=5$, $L=3$, y $q=3$

1.5 Sistema de adquisición de imágenes multispectrales con detectores basados en filtros ópticos

Los patrones espectrales compresivos de imágenes instantáneas (SCCSI) reemplazan la matriz de plano focal (FPA) por los detectores con patrones de filtros ópticos. Adicionalmente, un elemento dispersivo permite captar la información tanto espacial como espectral de la fuente al origen en una sola toma [5]. Esta arquitectura tiene un arreglo de filtros ópticos en el detector, con distinta respuesta espectral, que permite obtener componentes espectrales específicos en cada píxel. De esta manera, el esquema de codificación se expande a la dimensión espectral, permitiendo que el problema de reconstrucción sea mejor condicionado. El reducido número de elementos ópticos, hace que sea un sistema compacto que genera una reducción de costos considerable y facilidades en su implementación. La Figura 1.10 muestra la arquitectura SCCSI desde el detector, que esta ubicado en el plano focal del lente, hasta la escena. La Figura 1.11 ilustra el sistema de adquisición de la arquitectura SCCSI, desde la captura de la escena pasando por la rejilla de difracción, el plano espectral, el código de apertura y obtener la imagen.

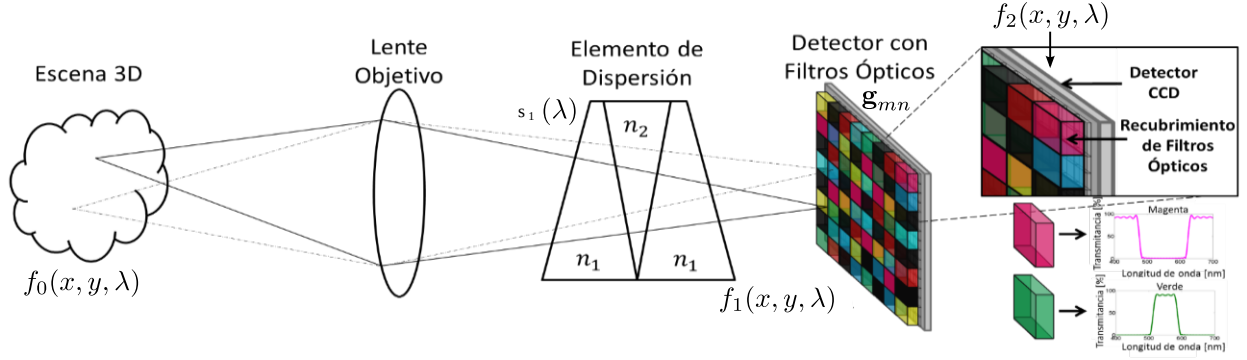


Figura 1.10: Componentes de la arquitectura SCCSI [5]

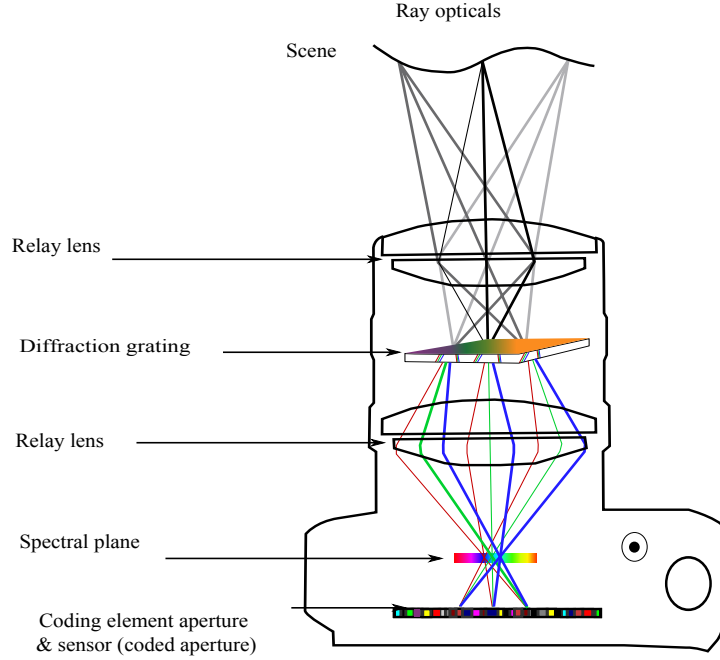


Figura 1.11: Arquitectura óptica SCCSI [5]

En el sistema SCCSI, la imagen multispectral $f_0(x, y, \lambda)$, primero se dispersa espectralmente por un elemento dispersivo, generando el campo $f_1(x, y, \lambda)$, que está dado por

$$f_1(x, y, \lambda) = \iint f_0(x', y', \lambda) h(x' - x, y' - y - s_1(\lambda)) dx' dy', \quad (1.10)$$

donde $s_1(\lambda)$ es la dispersión y h es la respuesta al impulso del sistema, f_1 se codifica por la matriz de filtros ópticos $C(x, y, \lambda)$, ubicada en el detector FPA, para obtener una versión codificada y dispersa de la señal original, expresada como:

$$f_2(x, y) = f_1(x, y, \lambda) C(x, y, \lambda), \quad (1.11)$$

donde la salida del sistema $f_2(x, y)$ se obtiene integrando el producto de f_1 y el arreglo de filtros ópticos sobre el rango espectral del detector ρ . La ecuación (1.11) puede ser expresada como un sistema de ecuaciones

lineal $\mathbf{g} = \mathbf{H}_{SCCSI} \mathbf{f}$ donde $\mathbf{H}_{SCCSI}$ representa la matriz de muestreo SCCSI. La matriz $\mathbf{H}_{SCCSI}$ determina la respuesta espectral de la estructura de la matriz de filtros ópticos y representa el correcto funcionamiento de los elementos dispersivos. La Figura 1.12 muestra la matriz de muestreo del sistema SCCSI $\mathbf{H}_{SCCSI} \in \mathbb{R}^{N(N+L-1)q \times N^2L}$, para $N=5$, $L=3$, y $q=3$. Note que los patrones de las diagonales en la matriz corresponden al efecto que tiene el patrón de filtros ópticos sobre cada píxel y a lo largo de las bandas espectrales ($m=N(N+L-1)q$).

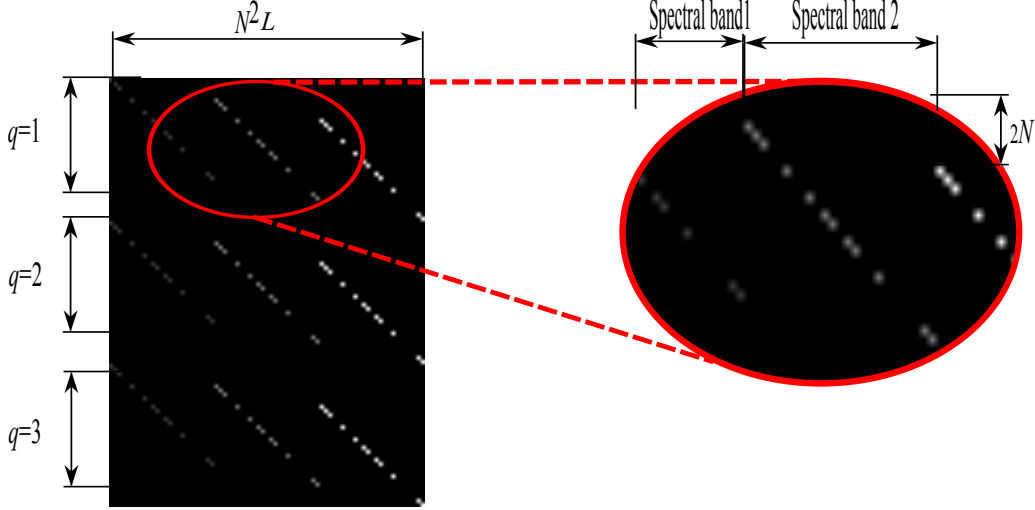


Figura 1.12: Matriz de muestreo $\mathbf{H}_{SCCSI}$, $N=5$, $L=3$, y $q=3$

1.6 Apertura codificada hiperespectral

El método basado en la apertura codificada hiperespectral (HYCA) se apoya en las características de las imágenes hiperespectrales; la baja dimensionalidad del espacio a la cual pertenece el vector hiperespectral que está compuesto por proyecciones aleatorias Gaussianas o Bernoulli i.i.d., y la alta correlación entre las dimensiones espaciales y espectrales de los componentes del cubo de datos [6]. El cubo de datos se define como $\mathbf{F} \in \mathbb{R}^{L \times N \times N}$.

El vector de las medidas $\mathbf{g} \in \mathbb{R}^{N^2L}$ se puede expresar como:

$$\mathbf{g} = H(\mathbf{F}) + \omega, \quad (1.12)$$

donde $H: \mathbb{R}^{N \times N \times L} \rightarrow \mathbb{R}^{N^2q}$ es un operador que calcula los N^2q productos internos entre el vector hiperespectral y los elementos de $\mathbf{F}$ y ω el nivel de ruido. Como H es un operador lineal, entonces se tiene que $H(\mathbf{F}) = \mathbf{H}\mathbf{f}$, donde $\mathbf{f} := \text{vec}(\mathbf{F})$ es el vector formado de las columnas de $\mathbf{F}$, y $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{N^2q \times N^2L}$, es la matriz que representa el operador lineal H en forma discreta.

Como el objetivo del muestreo compresivo es recuperar $\mathbf{f}$, $\mathbf{f} = \Psi \mathbf{s}$, la recuperación de la imagen se plantea como:

$$\min_{\mathbf{s}} \|\mathbf{s}\|_0 \quad \text{sueto a} \quad \|\mathbf{g} - \mathbf{H}\Psi\mathbf{s}\| \leq \delta, \quad (1.13)$$

donde $\delta \geq 0$ y depende del tamaño de n . La matriz $\mathbf{H}$ se construye como:

$$\mathbf{H} := \text{bdiag}(\mathbf{H}_1, \dots, \mathbf{H}_{N \times N}), \quad (1.14)$$

donde $\text{bdiag}(\cdot)$ es el bloque de diagonales, $\mathbf{H}_i \in \mathbb{R}^{q \times L}$ es la matriz que mide cada píxel a lo largo de su longitud espectral (L) y q es el número de veces que se mide cada píxel. La Figura 1.13 muestra la forma

como se divide el cubo de datos en ventanas cuadradas no superpuestas $ws \times ws$, y ws es el tamaño de la ventana.

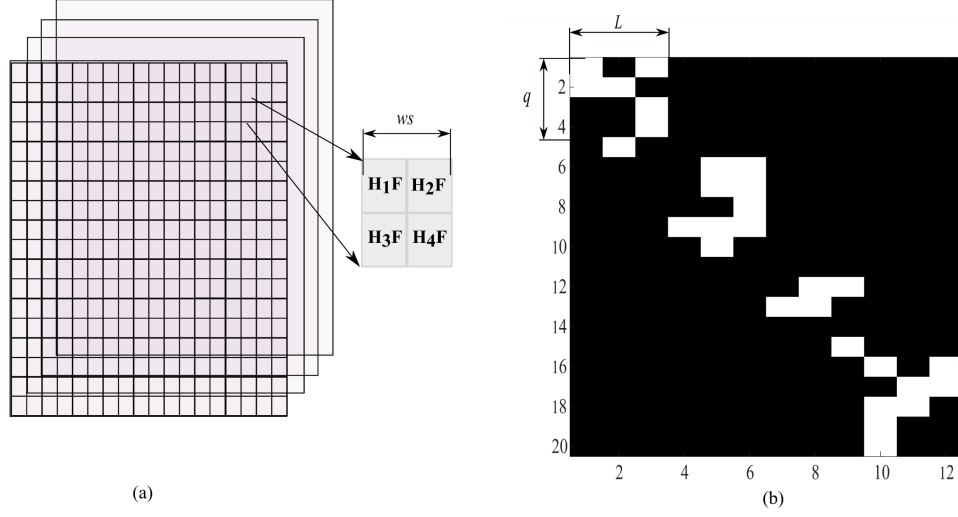


Figura 1.13: Estrategia para tomar las medidas del data cubo hiperespectral, (a) es la forma como el cubo es dividido en ventanas cuadradas no sobre puestas $ws \times ws$, (b) de la apertura codificada de la matriz que mide cada píxel en la dimensión espectral [6]

La Figura 1.14 muestra la matriz de muestreo del sistema HYCA $\mathbf{H}_{HYCA} \in \mathbb{R}^{N^2 q \times N^2 L}$, para $N=5$, $L=3$, y $q=3$. El número de medidas es $m=N^2 q$. El patrón de la diagonal que se repite corresponde a la ecuación (1.14).

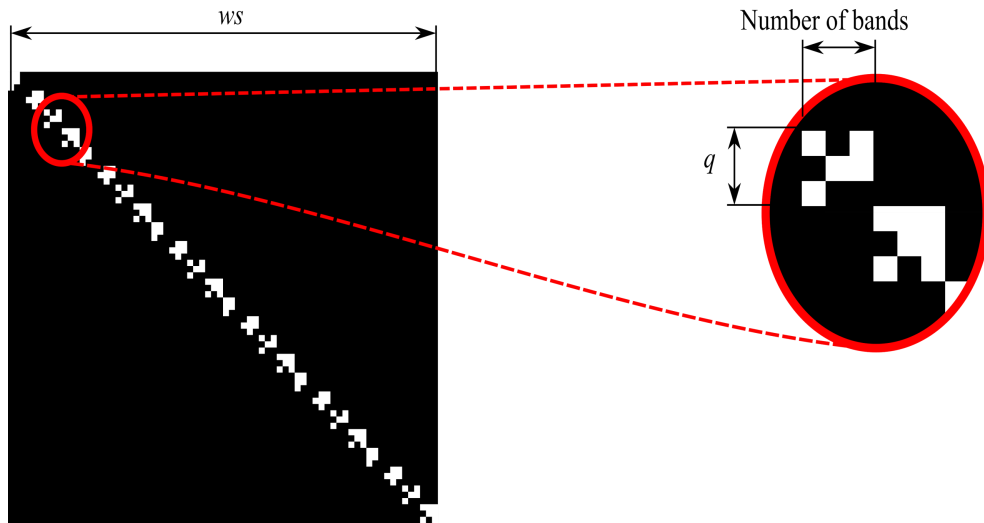


Figura 1.14: Matriz de muestreo $\mathbf{H}_{HYCA}$, $N=5$, $L=3$, y $q=3$

1.7 Código de apertura y transmitancia

La apertura codificada y su transmitancia define la información que cada sensor adquiere de una escena. La forma como se codifica la entrada de luz al detector está definida para cada arquitectura, como se mencionó anteriormente. La apertura codificada son elementos que interrumpen el paso de luz hacia el detector y restringen sectores del detector de forma determinística. La cantidad de luz que se deja pasar es conocida como la transmitancia, como muestra la Figura 1.15, y se define como:

$$T = \frac{1}{Q} \sum_{i=1}^Q x_i, \quad (1.15)$$

donde x_i es el i -ésimo elemento de la apertura codificada y Q es la cantidad total de elementos. CASSI $x_i \in \{0, 1\}$ [2], SSCSI $x_i \in \{0, 1\}$ [4], SCCSI $x_i \in \{0, \dots, 1\}$ [5] and, HYCA $x_i \in \{0, \dots, 1\}$ [6].

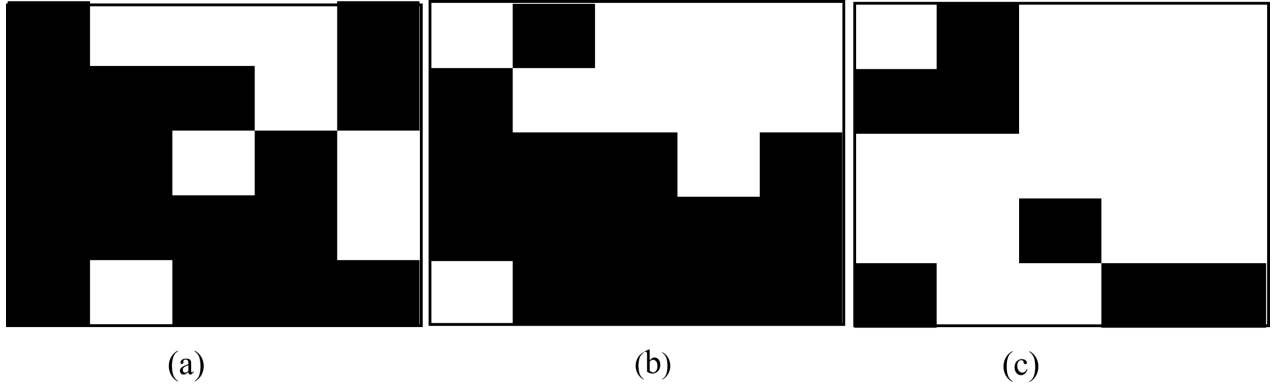


Figura 1.15: Porcentaje de transmitancia, (a) es el 30%, (b) el 50%, (c) el 70%

1.8 Resumen de las arquitecturas

La Tabla 1.1 muestra las características de las diferentes arquitecturas, tales como, la compresión, la matriz de muestreo $\mathbf{H}$ y la forma como cada elemento es codificado. Además, las arquitecturas con el límite de compresión inferior más bajo son SSCSI, HYCA y DD-CASSI. Sin embargo, cabe resaltar, que para conocimiento del autor HYCA es un procedimiento que aún no tiene implementación práctica, corresponde a un método teórico. La Tabla 1.2 describe las variables usadas en la Tabla 1.1.

La arquitectura óptica de CASSI Figura 1.2, DD-CASSI Figura 1.5, SSCSI Figura 1.8 y SCCSI Figura 1.11 definen la forma como se capturan los píxeles en la imagen, insumo para construir la matriz $\mathbf{H}$. CASSI y SCCSI tienen el mismo tamaño y forma de $\mathbf{H}$ (Figuras 1.12, 1.3), con un desplazamiento hacia abajo por cada banda espectral lo cual crea mezcla de píxeles de forma lineal. Mientras SSCSI tiene filtro de color, DD-CASSI no tiene filtro pero sí doble rejilla de difracción, por lo cual son iguales en la formación de $\mathbf{H}$ (Figuras 1.9, 1.6), sin desplazamiento hacia abajo por cada banda espectral, formando una $\mathbf{H}$ de menor tamaño.

Tabla 1.1: Características de las arquitecturas

Características	CASSI	DD-CASSI	SSCSI	SCCSI	HYCA
Tasa de compresión	$\frac{(N(N+L-1))q}{N^2L}$	$\frac{(N^2)q}{N^2L}$	$\frac{(N^2)q}{N^2L}$	$\frac{(N(N+L-1))q}{N^2L}$	$\frac{(N^2)q}{N^2L}$
Dimensiones de $\mathbf{H}$	$(N(N+L-1))q \times N^2L$	$N^2q \times N^2L$	$N^2q \times N^2L$	$(N(N+L-1))q \times N^2L$	$N^2q \times N^2L$
Codificación	espacial	espacio espectral	espacio espectral	espacio espectral	espacio espectral

Tabla 1.2: Lista de variables características de las arquitecturas CASSI, DD-CASSI, SSCSI, SCCSI, HYCA

Variable	Descripción
M	producto interno entre el vector hiperespectral y los elementos de $\mathbf{F}$
N	número de filas y columnas de $\mathbf{F}$
L	número de bandas espectrales de $\mathbf{F}$
q	número de proyecciones codificadas

1.9 Reconstrucción de imagen

La reconstrucción se basa en resolver un sistema lineal indeterminado de ecuaciones para estimar $\mathbf{f}$ a partir de $\mathbf{g}$. El proceso se puede modelar como un problema de optimización.

$$\mathbf{f} = \Psi(\min_s \|\mathbf{g} - \mathbf{H}\Psi\mathbf{s}\|_2^2 + \tau \|\mathbf{s}\|_1), \quad (1.16)$$

donde el parámetro τ es una constante de regularización y $\mathbf{H}$ puede ser la matriz de muestreo mencionada en la Tabla 1.1. En la reconstrucción es necesario usar un algoritmo que pueda ser ajustado para que el problema converja de manera rápida, por ejemplo el GPSR [68]; TWIST, que utilizan un diccionario disperso implícito como una variación total para resolver el problema de optimización [69]; el algoritmo SPARSA, diseñado para resolver el problema de optimización a gran escala, consiste en la suma de un término de error suave y otro de regularización en como el GPSR, pero no se limita a la regularización ℓ_1 [70].

1.9.1 Simulaciones en reconstrucción de imágenes

Las simulaciones fueron desarrolladas con dos conjuntos de bases de datos de prueba y algunos experimentos con medidas obtenidas desde los conjuntos de datos con diferentes tasas de compresión. Esto se realizó para analizar el rendimiento de cada arquitectura. Para las simulaciones se usaron el conjunto de datos de Indian Pines y Salinas tomadas por el sensor AVIRIS [71]. El conjunto de datos de Indian Pines con 145×145 píxeles, 220 bandas espectrales con un rango de 0.2 a $2.4 \mu\text{m}$ y una resolución espacial de 20 m. El conjunto de datos de Salinas con 512×217 píxeles, 224 bandas espectrales y una resolución espectral de 3.7 m. [72]. De cada conjunto de datos se usaron 8 bandas espectrales con 128×128 píxeles. El algoritmo de reconstrucción usado fue GPSR [68], con un máximo de 200 iteraciones, la transmitancia en las matrices aleatorias fue 50% (valor medio para el paso de la energía), y una compresión de hasta el 12% (el valor máximo posible de q en SCCSI es 4, porque el prisma que hace las proyecciones de código rota en las posiciones 0° , 90° , 180° , 270°). Para las simulaciones, las medidas comprimidas se realizaron usando las matrices de muestreo descritas en la Tabla 1.1.

1.9.2 Discusión de resultados en reconstrucción de imágenes

La Tabla 1.3 detalla la relación tasa de ruido a señal pico (PSNR). $\text{PSNR} = 10 \log_{10}(\max_p / \bar{e}^2)$, donde $\max_p$ es el valor máximo que un píxel puede tomar en una muestra y $\bar{e}^2$ es el error cuadrático medio entre los píxeles de las imágenes. Los valores de PSNR están en función del número de datos usados en la reconstrucción a

partir de las medidas de CASSI, SSCSI, SCCSI, y HYCA, para la imagen de Indian Pines la cual se tomó a modo de prueba. Según los resultados de la Tabla 1.3, se analiza CASSI con SSCSI que tienen los mismos porcentajes de compresión de datos, forma y tamaño de $\mathbf{H}$ según Tabla 1.1. CASSI obtiene los mejores resultados en reconstrucción, a una compresión de 13.18% alcanza una PSNR 30,69 [dB] y SSCSI de 29,18 [dB]. A una compresión 52,73% CASSI obtiene 34,96 [dB] y SSCSI 30,61 [dB]. CASSI presenta el mejor resultado por el diseño óptico del sensor que controla la transmitancia. Por otro lado comparando HYCA con SSCSI que tienen los mismos porcentajes de compresión de datos y tamaño de $\mathbf{H}$ según la Tabla 1.1. SSCSI en una compresión 12,50% alcanza un PSNR 32,91 [dB] y HYCA 31,49 [dB], a una compresión 50% SSCSI obtiene 37,57 [dB] y HYCA 37,59 [dB]. HYCA obtiene a mayor compresión mejor PSNR, por la matriz de bloques (block digonal) $\mathbf{H}$ Figura 1.14.

El valor de PSNR es proporcional al número de proyecciones codificadas q , un resultado que será considerado para evaluar el porcentaje de detección y clasificación obtenidos. Finalmente, la tasa de compresión se calcula según la formula de la Tabla 1.1, a mayor número de código de proyecciones (q) mayor el valor de compresión.

Tabla 1.3: Reconstrucción promedio PSNR en [dB]

Código de proyecciones	CASSI		SSCSI		HYCA		SSCSI	
	compresión %	PSNR [dB]	compresión %	PSNR [dB]	compresión %	PSNR [dB]	compresión %	PSNR [dB]
1	13,18	30,69	13,18	29,18	12,50	31,49	12,50	32,91
2	26,37	32,69	26,37	30,18	25,00	34,42	25,00	35,06
3	39,55	33,81	39,55	30,53	37,50	37,65	37,50	36,65
4	52,73	34,96	52,73	30,61	50,00	37,59	50,00	37,57

Las Figuras 1.16 y 1.17 muestran la reconstrucción del cubo de datos de Indian Pines y Salinas en las arquitecturas CASSI, SSCSI, SCCSI, HYCA, con el PSNR respectivo y la figura original como punto de referencia para analizar los resultados obtenidos de forma visual. Para CASSI y SSCSI la compresión de los datos 26,37%, HYCA y SSCSI 25%, $q = 2$ como se mostró en la Tabla 1.3. El mayor valor de PSNR lo tiene la arquitectura SSCSI donde los píxeles tienen una menor distorsión comparado con la imagen de referencia.

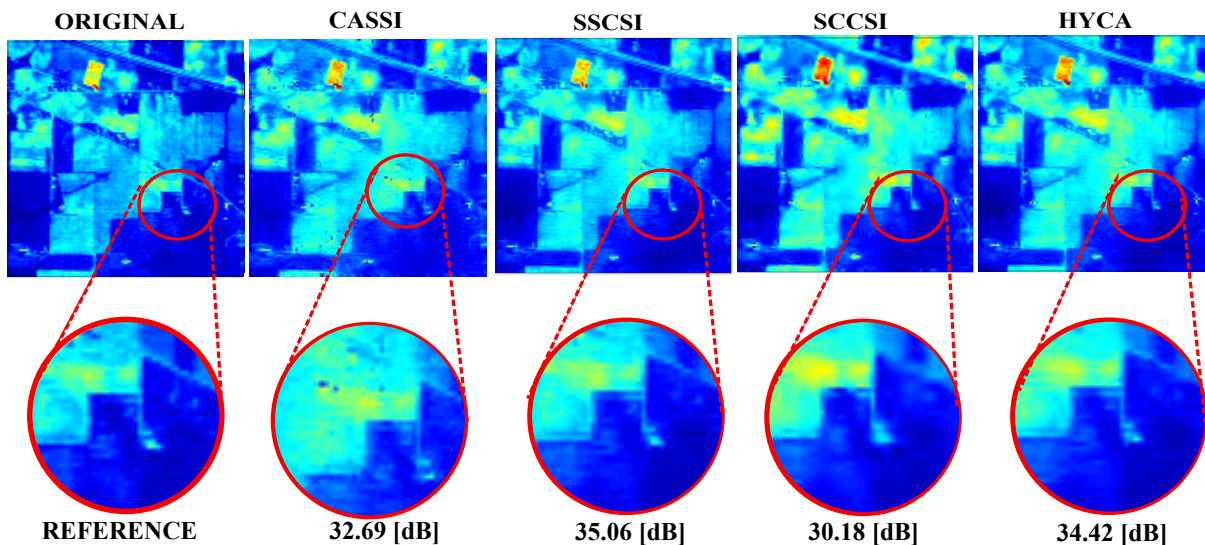


Figura 1.16: Reconstrucción de la imagen INDIAN PINES en las arquitecturas CASSI, SSCSI, SCCSI, HYCA

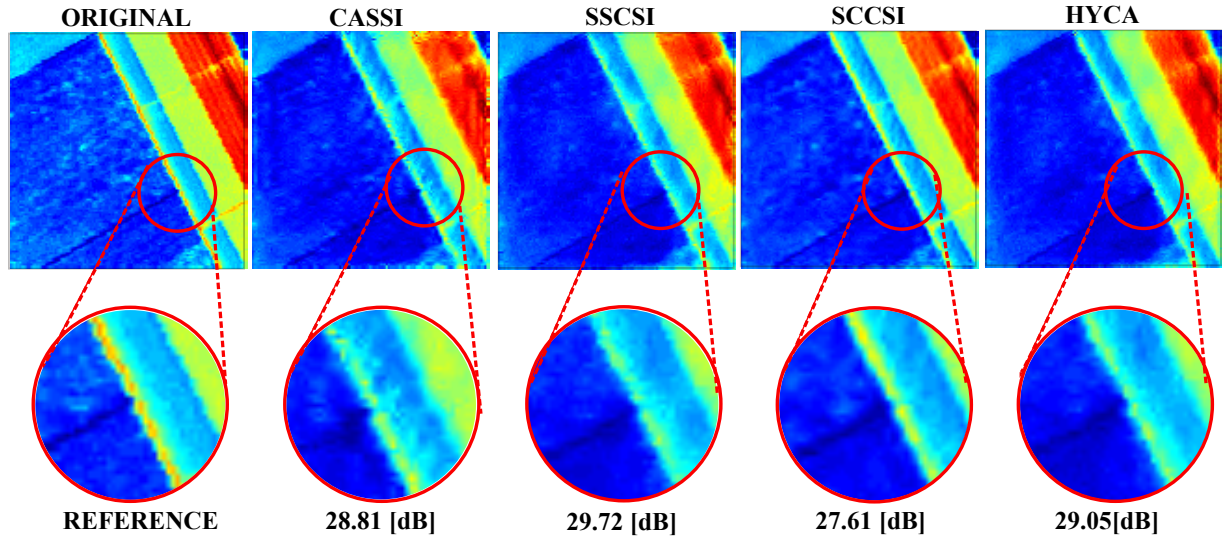


Figura 1.17: Reconstrucción de la imagen Salinas en las arquitecturas CASSI, SSCSI, SCCSI, HYCA

Las Figuras 1.18 y 1.19 muestran de forma ilustrativa las firmas espectrales de los píxeles en la coordenadas espaciales tomadas de forma aleatoria (80,60) y (110,96) generadas por las arquitecturas CASSI, SSCSI, HYCA, y SCCSI después de reconstruidas las imágenes Salinas e Indian Pines. La firma espectral es la intensidad de los píxeles a través de las bandas espectrales del cubo de datos.

Al observar estas figuras se puede encontrar que para ambos píxeles analizados la firma espectral de las cuatro arquitecturas difiere de la imagen original, mostrando la afectación que el proceso de reconstrucción produce independientemente de la arquitectura utilizada. Se puede observar además que las arquitecturas CASSI, HYCA y SSCSI siguen muy de cerca la firma espectral del píxel original a través de las bandas espectrales al analizar la imagen Indian Pines. La arquitectura SCCSI en cambio, se diferencia significativamente de la firma espectral del píxel original, el arreglo de filtros ópticos en el detector permite obtener componentes espectrales específicos en cada píxel. Por otro lado, para la imagen Salinas se encuentra que las cuatro arquitecturas siguen de cerca la firma espectral del píxel original. Se puede identificar entonces que la calidad de la reconstrucción varía con la arquitectura elegida, el tipo de imagen utilizada, los píxeles seleccionados y las bandas de frecuencia.

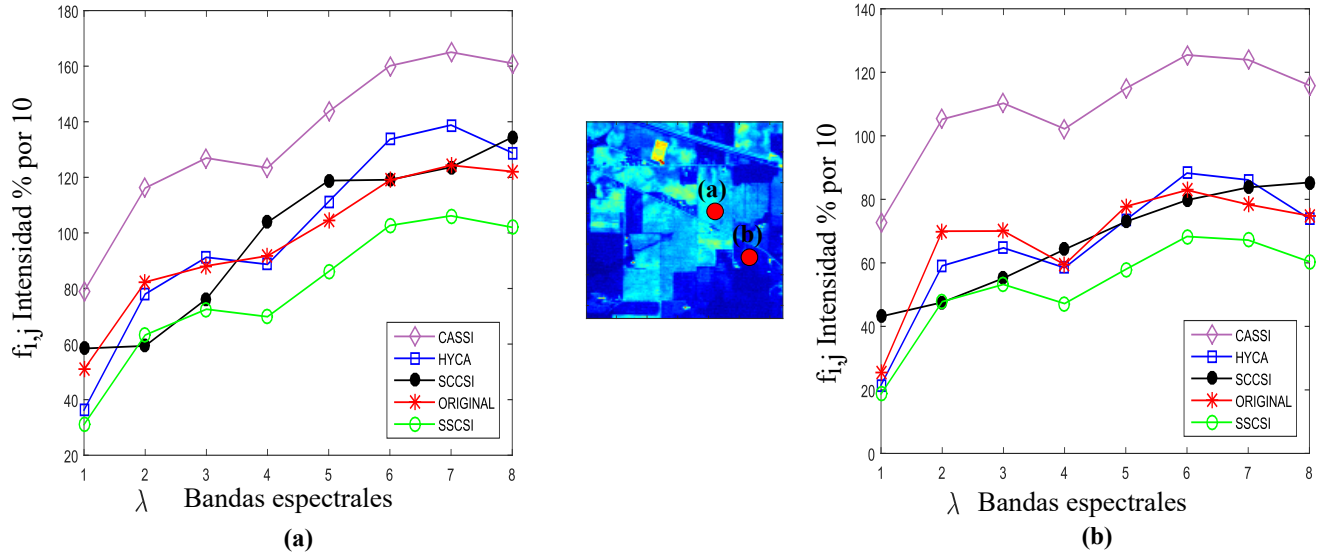


Figura 1.18: Firma espectral de un píxel de la imagen Indian Pines en las arquitecturas CASSI, SSCSI, SCCSI, HYCA, (a) punto 80,60, (b) punto 110,96.

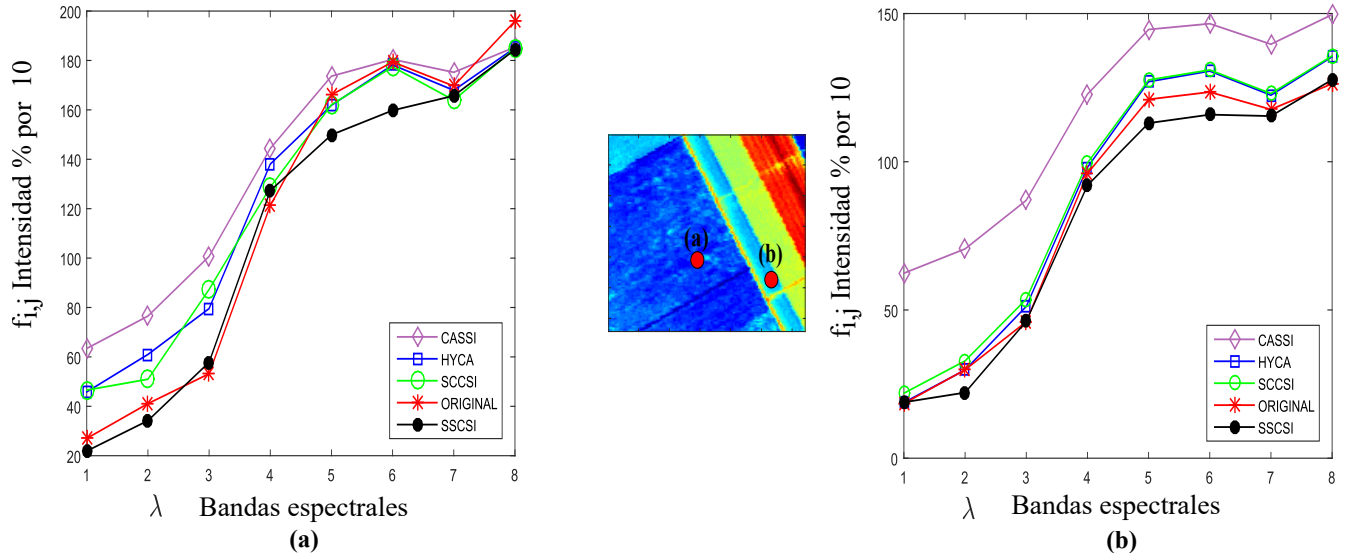


Figura 1.19: Firma espectral de un píxel de la imagen Salinas en las arquitecturas CASSI, SSCSI, SCCSI, HYCA, (a) punto 80,60, (b) punto 110,96.

1.10 Conclusiones

La principal diferencia entre las arquitecturas es la forma de comprimir la imagen. CASSI, Figura 1.3, codifica espacialmente todas las bandas espectrales con el mismo código, las medidas se forman de la combinación

lineal de píxeles de diferentes firmas espectrales previamente codificadas. A diferencia de este, SCCSI, Figura 1.12, codifica cada banda espectral de forma diferente. SSCSI y DD-CASSI, Figuras 1.9, y 1.6, corresponden a combinaciones lineales de píxeles.

Finalmente, HYCA Figura 1.14, plantea un método de compresión teórico para la atenuación espectral de los píxeles que son multiplexados sin un desplazamiento en las bandas espectrales, los píxeles de las diferentes firmas espectrales no se mezclan. La combinación lineal de píxeles es un factor importante para determinar el comportamiento espectral de cada píxel.

La calidad de la reconstrucción depende de la arquitectura utilizada y de la tasa de compresión de acuerdo a las pruebas realizadas entre las arquitecturas que son directamente comparables, primer grupo SSCSI, HYCA, DD-CASSI, segundo grupo CASSI y SCCSI. Se espera que estos resultados tengan una relación en la detección y clasificación.

Capítulo 2

Detección en imágenes

En este capítulo se define el concepto de detección, se describen algunos algoritmos del estado del arte utilizados para hacer detección, que sirven de base para construir el nuevo propuesto de detección en el dominio comprimido. Se explica el concepto de ROC como una métrica para evaluar el desempeño del algoritmo propuesto además, de la forma para construir el diccionario con el entrenamiento, entrada indispensable para la nueva solución propuesto.

También, se describen los modelos matemáticos para la construcción de los algoritmos de detección, uno para las arquitecturas DD-CASSI, SSCSI, HYCA y el otro para SCCSI. Se realizan simulaciones numéricas de los algoritmos con diferentes niveles de compresión, de ruido y de datos para construir el diccionario. Se presentan y analizan los resultados de dichas simulaciones.

2.1 Introducción

Dentro de las operaciones posibles sobre medidas comprimidas están la detección, y clasificación o estimación, que se encargan de la extracción de la información a partir de las muestras [28], [73].

La detección tradicional de muestreo compresivo consiste en probar, por medio de la estadística, una de las hipótesis H_0 o H_1 acerca de un objetivo, es decir, que el objetivo está ausente o presente en las medidas. Las hipótesis están dadas por:

$$\begin{aligned} H_0 : \mathbf{g} &= \omega \\ H_1 : \mathbf{g} &= \mathbf{f} + \omega, \end{aligned} \tag{2.1}$$

donde $\omega \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 I_N)$ es ruido Gaussiano i.i.d. Dados

$$\begin{aligned} P_F &= Pr(H_1 \text{ es seleccionado cuando } H_0 \text{ es verdadero}) \\ P_D &= Pr(H_1 \text{ es seleccionado cuando } H_1 \text{ es verdadero}), \end{aligned} \tag{2.2}$$

donde P_F denotan la tasa de falsa alarma y P_D la tasa de detección, [74]. El detector de *Neyman-Person* (NP) [48] es la regla de decisión que maximiza P_D sujeto a la restricción $P_F \leq \mathbf{s}$. No es difícil mostrar que la regla de decisión óptima es la prueba de razón por verosimilitud (del inglés *likelihood ratio test*):

$$\iota(\mathbf{g}) = \frac{b_1(\mathbf{g})}{b_0(\mathbf{g})} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \eta, \tag{2.3}$$

donde η es seleccionado dado

$$P_F = \int_{\iota(\mathbf{g}) > \eta} b_o(\mathbf{g}) d\mathbf{g} = \mathbf{s}. \tag{2.4}$$

Para las hipótesis se tiene que:

$$\begin{aligned} b_0(\mathbf{g}) &= (2\pi\sigma^2)^{-\frac{N}{2}} e^{\left(\frac{-\|\mathbf{g}\|_2^2}{2\sigma^2}\right)}, \\ b_1(\mathbf{g}) &= (2\pi\sigma^2)^{-\frac{N}{2}} e^{\left(\frac{-\|\mathbf{g}-\mathbf{f}\|_2^2}{2\sigma^2}\right)}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

tomando un logaritmo el detector se define como:

$$t := \langle \mathbf{g}, \mathbf{f} \rangle \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \sigma^2 \log(\eta) + \frac{1}{2} \|\mathbf{f}\|_2^2, \quad (2.6)$$

donde t es estadísticamente suficiente para el problema de detección, entonces, t contiene toda la información requerida para decidir ente H_0 y H_1 .

2.2 Detección en medidas comprimidas.

Considerando el problema de detección tradicional, pero observando $\mathbf{g} = \mathbf{H}\mathbf{f}$ en vez de $\mathbf{f}$, las hipótesis [75] sobre el objetivo se plantean como:

$$\begin{aligned} \tilde{H}_0 : \mathbf{g} &= \mathbf{H}\omega \\ \tilde{H}_1 : \mathbf{g} &= \mathbf{H}(\mathbf{f} + \omega), \end{aligned} \quad (2.7)$$

en este caso se tiene:

$$\begin{aligned} b_0(\mathbf{g}) &= \frac{e^{\left(\frac{-1}{2}\mathbf{g}^T(\sigma^2\mathbf{H}\mathbf{H}^T)^{-1}\mathbf{g}\right)}}{\left|\sigma^2\mathbf{H}\mathbf{H}^T\right|^{\frac{1}{2}}(2\pi)^{\frac{N}{2}}} \\ b_1(\mathbf{g}) &= \frac{e^{\left(\frac{-1}{2}(\mathbf{g}-\mathbf{H}\mathbf{f})^T(\sigma^2\mathbf{H}\mathbf{H}^T)^{-1}(\mathbf{g}-\mathbf{H}\mathbf{f})\right)}}{\left|\sigma^2\mathbf{H}\mathbf{H}^T\right|^{\frac{1}{2}}(2\pi)^{\frac{N}{2}}}, \end{aligned} \quad (2.8)$$

tomando un logaritmo se obtiene una prueba equivalente simplificada como:

$$\mathbf{g}^T(\mathbf{H}\mathbf{H}^T)^{-1}\mathbf{H}\mathbf{f} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \sigma^2 \log(\eta) + \frac{1}{2}\mathbf{f}^T\mathbf{H}^T(\mathbf{H}\mathbf{H}^T)^{-1}\mathbf{H}\mathbf{f}, \quad (2.9)$$

el detector compresivo se define como [76] [77] :

$$\tilde{t} := \mathbf{g}^T(\mathbf{H}\mathbf{H}^T)^{-1}\mathbf{H}\mathbf{f}. \quad (2.10)$$

Detección de objetivos.

La detección de objetivos determina si un objeto con firma espectral conocida está presente dentro de la imagen, este proceso se basa en la teoría de detección comprimida y en los modelos físicos de la señal, es decir, los modelos del fondo y el modelo del subespacio conocido confinado de forma determinística o aleatoria [66]. Usualmente, el material del fondo se agrupa de distintas formas y se modela con una distribución de contorno t-elíptica, mezclada con una distribución Gaussiana, para encontrar el tamaño de una partícula abundante [51]. El modelo del espectro depende de los parámetros desconocidos y de una señal desconocida, mientras el modelo del espectro del objetivo está dado por una distribución normal multivariante, debido a que las colas de ésta no afectan significativamente la probabilidad de detección [66], [78]. Por otro lado, el modelo píxel del objetivo está dado por una distribución Gaussiana centrada en las firmas del objetivo, con la covarianza de la matriz de detección [51].

Detección de objetivos en la señal comprimida.

La detección de objetivos en la señal comprimida se basa en la observación de los píxeles pertenecientes a la misma clase que se encuentran en un subespacio de pocas dimensiones [79], en el cual la señal de prueba se puede representar por pocas muestras de entrenamiento de un diccionario, y el vector de la representación compresiva contiene la información descriptiva para la detección y clasificación. Estos problemas se han tratado con los siguientes enfoques:

- Usando representaciones dispersas de un núcleo [80], es decir, el píxel es inducido a un espacio de características de grandes dimensiones por un núcleo, asumiendo separadamente una representación por combinación lineal de las muestras de entrenamiento en el mismo espacio caracterizado [21]. La correlación entre los píxeles vecinos en un pequeño espacio se incorpora a la representación dispersa del núcleo a través del modelo de dispersión en el espacio caracterizado [22]. El vector de dispersión se recupera por medio de algoritmos basados en el enfoque de núcleo, en uno o múltiples píxeles junto con el modelo de dispersión, verificado mediante la característica operativa del receptor (ROC).
- Por otro lado, otros enfoques se basan en el modelo de colector [23], la espectralización de la imagen multiespectral [24], la combinación de las características de los elementos de construcción entre cada sección de la imagen [53], diferentes tipos de funciones de núcleos apilados [81] y una hipótesis independiente para la detección de subpíxeles (HMSD) [82].

2.3 Algoritmos de detección del estado del arte

Los algoritmos de detección de objetivos en SI tienen la tarea de detectar un píxel deseado (objetivo) en una escena (imagen hiperspectral) con el menor número de falsas alarmas (FA).

La base matemática de los algoritmos de detección hace parte del área de la estadística conocida como hipótesis binaria. Dado un espectro observado x , se pretende decidir entre una de las dos siguientes hipótesis [66, 73, 83]:

H_0 : Objetivo Ausente

H_1 : Objetivo Presente

Si $p(x | H_0)$ y $p(x | H_1)$ son las funciones de densidad de probabilidad (PDF) de x bajo las dos hipótesis, esto se puede expresar como

$$\iota(x) = \frac{p(x | \text{Objetivo Presente})}{p(x | \text{Objetivo Ausente})}. \quad (2.11)$$

Si $\iota(x)$ excede un cierto umbral η , entonces la hipótesis de Objetivo Presente se da como verdadera. Un aspecto importante en los algoritmos de detección de objetivos es la selección del umbral η , esto debido a que si se selecciona un umbral η bajo, se aumenta la probabilidad de detección (P_D), sin embargo, si se maneja un umbral η alto, se obtienen bajas tasas de probabilidad de falsa alarma (P_{FA}). La relación existente entre P_D y P_{FA} determina el desempeño de los detectores o algoritmos, la métrica que mayor se usa en la comunidad científica para evaluar el desempeño de los algoritmos de detección son las curvas de caracterización operativa del receptor ROC (del inglés, *receiver operating characteristic curve*) [73], las curvas ROC dibujan la P_D del objetivo, frente a la P_{FA} como una función de todos los posibles valores del umbral η . Ahora, un detector óptimo es aquel que logra detectar los objetivos con una P_D alta y una P_{FA} muy baja.

Los algoritmos de detección de HSI deben superar dificultades como: (1) con gran frecuencia el número de píxeles contenidos dentro de un hipercubo está en el orden de 10^5 con la limitante de que la estimación

de P_{FA} es menor a 10^{-4} por cada hipercubo; (2) el número de objetivos de un tipo o clase en particular en una escena es frecuentemente muy pequeño y limita la precisión del desempeño de detección; (3) la verdad de terreno (del inglés, *ground truth*) es muy limitada para la totalidad de la escena y en la gran mayoría de investigaciones no se cuenta con ella, dificultando la validación de los resultados de desempeño de los algoritmos; (4) la existencia de píxeles mezclados (subpíxel) en la escena, dado que un píxel observado por el sensor puede recibir información del objetivo y del fondo; y (5) la gran variabilidad espectral, que se evidencia por el hecho de que un espectro único y fijo, teóricamente perfecto, no existe para ningún material dado. Los espectros observados a partir de muestras del mismo material no son idénticos, incluso en experimentos de laboratorio, debido a las variaciones en la superficie del material. La variabilidad es más pronunciada en aplicaciones de SR (del inglés, *remote sensing*) debido a las condiciones atmosféricas, ruido del sensor, la composición del material, la ubicación del sensor y la muestra, materiales circundantes, y otros factores [66, 83].

En la presente sección y de acuerdo al estado del arte de algoritmos de detección aplicados a HSI, se realiza una revisión de cinco de los algoritmos con mayores citaciones e importancia.

Algoritmo de filtro de emparejado (MF)

El filtro de emparejado y sus diferentes variaciones han sido ampliamente usados en aplicaciones de detección de objetivos en HSI [66, 83]. MF se basa en la prueba de las hipótesis binarias descrita en la ecuación (2.11). La PDF asociada a cada hipótesis es modelada como una distribución normal y puede ser expresada por

$$H_0 : x \sim N(\mu_b, \mathbf{\Gamma}_b) \text{ Objetivo ausente} \quad (2.12)$$

$$H_1 : x \sim N(\mu_t, \mathbf{\Gamma}_t) \text{ Objetivo presente,} \quad (2.13)$$

si se asume que las dos hipótesis tienen igual matriz de covarianza, $\mathbf{\Gamma}_b = \mathbf{\Gamma}_t = \mathbf{\Gamma}$, y partiendo que la selección del factor de normalización no afecta el desempeño del MF, este puede usar la siguiente ecuación

$$D_{MF}(x) = \frac{(\mu_t - \mu_b)^T \mathbf{\Gamma}^{-1} (\mathbf{x} - \mu_b)}{(\mu_t - \mu_b)^T \mathbf{\Gamma}^{-1} (\mu_t - \mu_b)}, \quad (2.14)$$

donde μ_t es el espectro objetivo, $\mathbf{x}$ es el espectro del píxel a evaluar (fondo o *background*), μ_b es el vector de que contienen la media del fondo y $\mathbf{\Gamma}$ es la matriz de covarianza.

Algoritmo de minimización de energía restringida (CEM)

El CEM está diseñado como un filtro de respuesta de impulso finito para pasar a través del objetivo deseado y reducir al mínimo la energía de salida resultante generada por el fondo con excepción de los objetivos deseados [82]. Una matriz de correlación o covarianza es utilizada para caracterizar la composición del fondo desconocido. Esta técnica maximiza la respuesta de la firma conocida y suprime la respuesta compuesta por información del fondo, esto permite detectar la firma objetivo conocida. El detector de CEM se expresa como

$$D_{CEM}(x) = \frac{\mathbf{d}^T \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{x}}{\mathbf{d}^T \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{d}}, \quad (2.15)$$

donde $\mathbf{d}$ es el espectro objetivo, $\mathbf{x}$ es el espectro del píxel a evaluar, y $\mathbf{\Gamma}$ es la matriz de covarianza o correlación del fondo. CEM pertenece a los algoritmos basados en un enfoque estructurado donde se utiliza las estadísticas para describir el fondo, por esta razón se incluye en la presente investigación.

Algoritmo estimación de coherencia adaptativo (ACE)

El Estimador de Coherencia Adaptativo (ACE) puede ser extraído de la Tasa de Máxima Verosimilitud Generalizada (GLRT), partiendo de la asunción que se conoce la matriz de covarianza del fondo [66], ACE puede ser escrito como

$$D_{ACE}(x) = \frac{(\mathbf{d}^T \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{x})^2}{(\mathbf{d}^T \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{d})(\mathbf{x}^T \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{x})}, \quad (2.16)$$

donde $\mathbf{d}$ es el espectro objetivo, $\mathbf{x}$ es el espectro del píxel a evaluar, y $\mathbf{\Gamma}$ es la matriz de covarianza del fondo. El ACE usa una forma diferente de estimar la estadística de detección y logra una mayor separación entre el objetivo y el fondo. Adicionalmente, ACE permite establecer con mayor facilidad un umbral P_{FA} constantes. Similar a CEM y MF, ACE ofrece un medio rápido para la detección de una firma objetivo específica basado en coincidencias frente a una firma de una librería espectral o una firma espectral de las misma HSI. Adicionalmente, ACE no requiere conocimiento de todos los espectros puros presentes dentro de una escena. En estudios previos el algoritmo ACE ofrece el mejor desempeño frente a los otros algoritmos [73], razón que lo hace viable para ser aplicado en la presente investigación.

Algoritmo mapeo del ángulo espectral (SAM)

El algoritmo SAM es usado para determinar que tan similar pueden ser dos espectros, a partir del cómputo del ángulo entre los dos vectores (vector objetivo y vector píxel a evaluar). SAM es rápido, fácil y su costo computacional es bajo, no requiere de ninguna información estadística de la escena [84]. Cualquier píxel de la HSI o escena es tratado como un vector con dimensionalidad igual al número de bandas de la HSI y la similitud es calculada como el ángulo entre dos espectros

$$\cos\theta = \frac{\mathbf{d} \bullet \mathbf{x}}{\|\mathbf{d}\| \|\mathbf{x}\|}, \quad (2.17)$$

donde $\mathbf{d}$ es el espectro objetivo o vector deseado, x es el píxel a evaluar, y θ es el ángulo entre los dos. El algoritmo SAM también puede ser realizado por multiplicación de matrices y se puede expresar como

$$D_{SAM}(x) = \frac{\mathbf{d}^T \mathbf{x}}{(\mathbf{d}^T \mathbf{d})^{1/2} (\mathbf{x}^T \mathbf{x})^{1/2}}. \quad (2.18)$$

Los resultados de detección tienen valores entre 0 y 1, los píxeles con mayor similitud tiene valores cercanos a 1, debido a los ángulos pequeños entre los vectores en evaluación. SAM se incluye en la presente investigación como un algoritmo de detección de línea base por ser un algoritmo tradicional, fácil de usar, y que no requiere de información estadística de la escena, permitiendo ser evaluado contra algoritmos más robustos.

Algoritmo de proyección subespacio ortogonal (OSP)

El algoritmo OSP primero diseña un proyector de subespacio ortogonal para eliminar la respuesta de los píxeles no objetivos, a continuación, aplica un filtro de emparejado para buscar la coincidencia del objetivo deseado en los datos. OSP es eficiente y eficaz cuando la firma del objetivo es muy diferente con respecto al fondo. Cuando el ángulo espectral entre la firmas de la HSI y la firma objetivo es pequeña, la atenuación de la señal objetivo es dramática y el rendimiento de algoritmo OSP podría ser deficiente. El OSP se puede expresar como

$$D_{OSP}(x) = \frac{\mathbf{d}^T \mathbf{P}_U^\perp x}{\mathbf{d}^T \mathbf{P}_U^\perp \mathbf{d}}, \quad (2.19)$$

donde $\mathbf{d}$ es el espectro objetivo o vector deseado, x es el píxel a evaluar, y $\mathbf{P}_U^\perp = \mathbf{I}_{L \times L} - \mathbf{U} \mathbf{U}^\#$ es el

proyector de subespacio ortogonal. L es el número de bandas, $\mathbf{U}$ es la matriz de espectros no-objetivos, y $\mathbf{U}^\# = (\mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^T$ es la pseudoinversa de $\mathbf{U}$.

También existen otros algoritmos como máquinas de soporte vectorial (SVM_s) [85], programación lineal que reemplaza la norma ℓ_o por la ℓ_1 y por técnicas de optimización convexa [26], [46]. Por otra parte, están los de búsqueda combinada simultánea ortogonal (SOMP), detección de subespacio adaptativo (ADS), búsqueda combinada simultánea de núcleo ortogonal (KSOMP) y máquinas de soporte vectorial de núcleo compuesto (SVMCK) [21]. Los algoritmos de detección de filtros combinados espectrales (SMF), detección de subespacios adaptados (ASD) y detección de subespacios combinados (MSD), son expresados como una combinación de las firmas del espectro objetivo y del fondo [39].

Otros algoritmos como KMSD, KOSP, KSMF, y KASD [39], son implementados a partir de los MSD, OSP, SMF, y ASD [86], usando la teoría de aprendizaje de núcleos [21], [46]. El OSP es un algoritmo que usa un modelo de fondo estructurado para caracterizar la variabilidad espectral y es el primer algoritmo de filtro de emparejado geométrico con un enfoque diferentes a los anteriores algoritmos usados en la presente investigación.

Métodos de evaluación de los detectores

- Modelo estocástico. El modelo estocástico se utiliza para evaluar el espectro λ [74], la distribución se evalúa con ROC [87].

$$ROC = P_D / P_F. \quad (2.20)$$

- Crear un conjunto artificial del espectro de los píxeles con conocimiento determinado de los píxeles del objetivo. Se hace mediante el uso de una tasa, para referirse a la frecuencia relativa de un evento P_D o P_F . Cuando el conjunto de los espectros del píxel es relativamente pequeño (algunos cientos), el resultado se refleja en los de la imagen real, las declaraciones hechas acerca del número de píxeles identificados queda como los contenidos en el objetivo o los valores reportados por el detector. Cuando el conjunto de espectros de los píxeles es muy grande (algunos miles), el resultado se refiere a las estimaciones de los valores teóricos [87].
- Uso del espectro de una imagen real, cuando la localización del píxel objetivo es conocida. Se da porque los píxeles objetivos, en su mayoría, no son homogéneos [88], contienen una gran variedad de materiales de fondo, haciendo necesario recurrir a la localización conocida del píxel objetivo [87].

2.4 Construcción del diccionario

El diccionario se construye de acuerdo a los criterios de la sección de dispersión de las señales y con el algoritmo 1 [60].

Algoritmo 1 Construcción de diccionarios

Entradas: $\mathbf{F}$ cubo de datos, $\mathbf{G}$ puntos verdaderos de $\mathbf{F}$, ρ porcentaje de entrenamiento de los datos de $\mathbf{A}$, Λ número de clases contenidas en $\mathbf{G}$

Salidas: Ψ

```
1:  $N \leftarrow$  número de columnas de  $\mathbf{F}$ 
2:  $M \leftarrow$  número de filas de  $\mathbf{F}$ 
3: for  $k:=0$  to  $\Lambda$  do
4:    $cont \leftarrow 1$ 
5:   for  $i:=0$  to  $M$  do
6:     for  $j:=0$  to  $N$  do
7:       if  $G_{i,j} = k$  then
8:          $\mathbf{A}_{cont} \leftarrow [\mathbf{F}_{(i,j,1)}, \mathbf{F}_{(i,j,2)}, \dots, \mathbf{F}_{(i,j,L)}]^T$  extrae la firma espectral de la posición (i,j) de  $\mathbf{F}$ 
9:          $cont \leftarrow cont + 1$ 
10:  $\Psi_k \leftarrow (\mathbf{A}, \rho)$  función que selecciona aleatoriamente un porcentaje  $\rho$  de las columnas  $\mathbf{A}$  para resolver la ecuación (2)
```

Para generar una base de representación a partir de un diccionario de firmas espectrales que cumpla la ecuación (2), se establece el Algoritmo 1, el cual tiene como entrada el cubo de datos $\mathbf{F}$, los puntos verdaderos con etiquetas $\mathbf{G}$ de $\mathbf{F}$, porcentaje de los datos para construir el diccionario ρ , número de clases Λ contenidas en $\mathbf{G}$.

Específicamente, en la línea 1 del algoritmo 1 se asigna el número de columnas de $\mathbf{F}$ que son iguales al número de filas en la línea 2, el cubo de datos tiene dimensiones espaciales cuadradas. De la línea 3 a la 7 se hace un primer ciclo según el número de clases en $\mathbf{G}$, los ciclos dos y tres recorren la matriz de puntos verdaderos $\mathbf{G}$ de $\mathbf{F}$ para asignar en la matriz $\mathbf{A}$ los píxeles de cada clase contenidos en $\mathbf{F}$. En la línea 8 existe una función que a partir de la matriz $\mathbf{A}$ obtiene las bases de representación Ψ_k según el porcentaje de píxeles ρ de cada una de las clases k .

Tabla 2.1: Lista de variables algoritmo construcción de diccionario

Variable	Tamaño	Descripción
$\mathbf{F}$	$M \times N \times L$	cubo de datos
$\mathbf{G}$	$M \times N$	puntos verdaderos de $\mathbf{F}$
Λ	escalar	número de clases contenida en $\mathbf{G}$
$\mathbf{A}$	$L \times MN$	píxeles de las diferentes clases de $\mathbf{F}$
ρ	escalar	porcentaje de entrenamiento de la matriz $\mathbf{A}$
Ψ	$L \times MN$	diccionario disperso ecuación (2)
k	Λ	cada una de las clases de $\mathbf{G}$

2.4.1 Análisis de complejidad del algoritmo de construcción del diccionario

El proceso de validación del algoritmo 1 de la línea 3 a la 7 toma (MNK) operaciones de comparación y de copiado. Por otro lado, la complejidad computacional en la línea 8 es $O(\rho MNL)$ con lo cual se garantiza que el algoritmo es escalable. Esta heurística es finita, los ciclos son de tamaño finito. Se halla la mejor solución posible (línea 10).

2.5 Aprendizaje

El aprendizaje en la señal dispersa se basa en diccionarios que son formados con diferentes muestras de la señal de interés, [60], [89], el cual, se utiliza en los procesos de detección y clasificación, [47], [90], [91], [92],

[93], [94]. En el aprendizaje se utilizan modelos de formación del píxel de fondo [95], de objetivo y la unión entre los dos anteriores.

El modelo de entrenamiento del píxel de fondo está definido por:

$$\mathbf{f} = \mathbf{\Psi}_b \mathbf{s}, \quad (2.21)$$

donde $\mathbf{\Psi}_b = [\boldsymbol{\psi}_1^b \boldsymbol{\psi}_2^b \dots \boldsymbol{\psi}_{N_b}^b]$, $\mathbf{\Psi}_b = L \times N_b$ es el diccionario de fondo tal que las columnas son las muestras de entrenamiento del fondo (llamadas átomos), N_b es el número de muestras de entrenamiento del píxel de fondo, y L el número de bandas de la imagen [49].

El modelo de entrenamiento del píxel objetivo está dado por:

$$\mathbf{f} = \mathbf{\Psi}_t \mathbf{s}, \quad (2.22)$$

donde $\mathbf{\Psi}_t = [\boldsymbol{\psi}_1^t \boldsymbol{\psi}_2^t \dots \boldsymbol{\psi}_{N_t}^t]$, $\mathbf{\Psi}_t = L \times N_t$ es el diccionario de entrenamiento de los píxeles del objetivo [49].

La unión del modelo de entrenamiento del píxel de fondo con el de objetivo genera:

$$\mathbf{f} = \mathbf{\Psi}_b \mathbf{s}' + \mathbf{\Psi}_t \mathbf{s}' = \mathbf{\Psi} \gamma, \quad (2.23)$$

donde $\mathbf{\Psi} = [\mathbf{\Psi}_b \mathbf{\Psi}_t]$ es una matriz $L \times (N_b + N_t)$ de las muestras de entrenamiento del objetivo y del fondo, $\gamma = [\mathbf{s}'^T]^T$ un vector [49].

2.6 Modelo matemático de detección de objetivos en imágenes espectrales en el dominio comprimido en las arquitecturas DD-CASSI, HYCA, SSCSI

De los algoritmos del estado del arte, se toma el de filtro de emparejado que resuelve el problema de mínimos cuadrados para estimar Ψ , asumiendo $\mu = \mu_b = 0$. Este problema se puede solucionar mediante heurísticas encontradas [96] para una aplicación diferente a esta tesis. A continuación se presenta el modelo matemático para proponer una nueva heurística en el contexto de detección de imágenes espectrales.

Se inicia re-ordenando la matriz de muestreo $\mathbf{H}$ para obtener una matriz de bloques (block diagonal); se establecen las matrices de re-ordenamiento, $\mathbf{R}_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ y $\mathbf{R}_2 \in \mathbb{R}^{m \times m}$, donde $n = MNL$, $m = MNq$. Las cuales, se pueden expresar matemáticamente como:

$$(R_{i,i'})_1 = \begin{cases} 1 & \text{si } i' = d + eM + hMN, \\ 0 & \end{cases} \quad (2.24)$$

y

$$(R_{j,j'})_2 = \begin{cases} 1 & \text{si } j' = a + bM + cMN, \\ 0 & \end{cases} \quad (2.25)$$

para $a = \frac{i}{MN}$; $b = \frac{\text{mod}(i, ML)}{L}$; $c = \text{mod}(i, L)$; $i = \{0, \dots, MNL - 1\}$; $i' = \{0, \dots, MNL - 1\}$, $d = \frac{j}{MN}$; $e = \frac{\text{mod}(j, ML)}{L}$; $h = \text{mod}(j, L)$; $j = \{0, \dots, MNL - 1\}$; $j' = \{0, \dots, MNL - 1\}$.

Con base en las ecuaciones (2.24) y (2.25) la ecuación (1) de la introducción se puede reescribir como:

$$\mathbf{R}_2 \mathbf{g} = \mathbf{R}_2 \mathbf{H} \mathbf{R}_1^T \mathbf{R}_1 \mathbf{f}, \quad (2.26)$$

donde $\mathbf{R}_1^T \mathbf{R}_1 = \mathbf{I}$ y $\mathbf{R}_2^T \mathbf{R}_2 = \mathbf{I}$. Reescribiendo la ecuación (2.26) se tiene:

$$\tilde{\mathbf{g}} = \tilde{\mathbf{H}} \tilde{\mathbf{f}}, \quad (2.27)$$

donde $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{R}_2 \mathbf{H} \mathbf{R}_1^T$ es una matriz con M bloques en su diagonal y $\tilde{\mathbf{g}} = \mathbf{R}_2 \mathbf{g}$ y $\tilde{\mathbf{f}} = \mathbf{R}_1 \mathbf{f}$ son la versión reestructurada de las medidas y el cubo original, respectivamente. Dada la estructura de $\tilde{\mathbf{H}}$, la ecuación (2.27) se puede escribir como:

$$\tilde{\mathbf{g}}_i = \tilde{\mathbf{H}}_i \tilde{\mathbf{f}}_i, \quad (2.28)$$

donde i representa la ecuación de muestreo para el i -th bloque. Los componentes de la ecuación (2.28) se pueden describir como:

$$\tilde{\mathbf{g}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{g}}_0 \\ \tilde{\mathbf{g}}_1 \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{g}}_{MN-1} \end{bmatrix},$$

y

$$\tilde{\mathbf{f}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{f}}_0 \\ \tilde{\mathbf{f}}_1 \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{f}}_{MN-1} \end{bmatrix},$$

y

$$\tilde{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}}_0 & \mathbf{0} & \cdot & \cdot & \cdot & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{H}}_1 & \cdot & \cdot & \cdot & \mathbf{0} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdot & \cdot & \cdot & \tilde{\mathbf{H}}_{MN-1} \end{bmatrix},$$

para $i = [0, 1, \dots, MN - 1]$, donde $\tilde{\mathbf{g}}_i \in \mathbb{R}^q$, $\tilde{\mathbf{f}}_i \in \mathbb{R}^L$ y $\tilde{\mathbf{H}}_i \in \mathbb{R}^{q \times L}$.

Descomponiendo $\tilde{\mathbf{H}}$ en sus valores SVD, $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{U}\tilde{\Sigma}\mathbf{V}^T$, dado que $\tilde{\mathbf{H}}$ es una matriz block diagonal su descomposición se puede expresar como, $\tilde{\mathbf{H}}_i = \mathbf{U}_i\boldsymbol{\Sigma}_i\mathbf{V}_i^T$, $\tilde{\mathbf{H}} = \text{diag}(\mathbf{U}_i\boldsymbol{\Sigma}_i\mathbf{V}_i^T)$, donde $\mathbf{U}^T\mathbf{U} = \mathbf{I}$, $\mathbf{V}^T\mathbf{V} = \mathbf{I}$, la ecuación (2.28) se puede expresar como:

$$\tilde{\mathbf{g}}_i = \mathbf{U}_i\boldsymbol{\Sigma}_i\mathbf{V}_i^T\tilde{\mathbf{f}}_i, \quad (2.29)$$

al multiplicar la ecuación (2.29) por $\mathbf{U}^T$ se expresa como:

$$\mathbf{U}_i^T\tilde{\mathbf{g}}_i = \boldsymbol{\Sigma}_i\mathbf{V}_i^T\tilde{\mathbf{f}}_i, \quad (2.30)$$

como $\boldsymbol{\Sigma}_i$ es una matriz diagonal no cuadrada se truncan las matrices $\mathbf{U}\tilde{\Sigma}\mathbf{V}^T$ de la ecuación (2.30) en función de los valores propios $\boldsymbol{\Sigma}_i$ se expresa como:

$$\tilde{\mathbf{U}}_i^T\tilde{\mathbf{g}}_i = \tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_i\tilde{\mathbf{V}}_i^T\tilde{\mathbf{f}}_i, \quad (2.31)$$

al multiplicar la ecuación (2.31) por la inversa de $\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_i$ se expresa como:

$$\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_i^{-1}\tilde{\mathbf{U}}_i^T\tilde{\mathbf{g}}_i = \tilde{\mathbf{V}}_i^T\tilde{\mathbf{f}}_i, \quad (2.32)$$

reescribiendo la ecuación (2.32) se expresa como:

$$\hat{\mathbf{g}}_i = \tilde{\mathbf{V}}_i^T\tilde{\mathbf{f}}_i, \quad (2.33)$$

donde $\hat{\mathbf{g}}_i = \tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_i^{-1}\tilde{\mathbf{U}}_i^T\tilde{\mathbf{g}}_i$. La detección se realiza directamente en el dominio comprimido con el uso de un diccionario puro $\boldsymbol{\Psi}_k^l$, $k = 1, \dots, A$ cada una de las clases, l el índice de firmas por clase (recorre el total de firmas por cada clase)

$$\mathbf{t}_i = \arg \min_{k=1, \dots, A} \|\hat{\mathbf{g}} - \tilde{\mathbf{V}}_i^T\boldsymbol{\Psi}_k^l\|_2^2, \quad (2.34)$$

donde $\mathbf{t} \in \mathbb{R}^{MN \times 1}$.

2.6.1 Algoritmo de detección de objetivo en imágenes en el dominio comprimido en las arquitecturas DD-CASSI, HYCA, SSCSI

En esta sección se muestra el algoritmo desarrollado para la detección de imágenes en el dominio comprimido en las arquitecturas DD-CASSI, HYCA, SSCSI.

Algoritmo 2 Detección de objetivos en imágenes espectrales en el dominio comprimido en las arquitecturas DD-CASSI, HYCA, SSCSI

Entradas: $\mathbf{g}$ medidas según ecuación (1), $\mathbf{H}$ matriz de muestreo de cada arquitectura detalladas en el capítulo 1, Ψ diccionario creado por el algoritmo (1), Λ clase de fondo o de objetivo, $\tau = 1e^{-8}$ valor de tolerancia para hallar los mayores valores singulares propios, $a = 1 \times 10^{10}$

Salidas: $\mathbf{T}$

```

1:  $\mathbf{U}\Sigma\mathbf{V} \leftarrow$  valores singulares de descomposición de  $\mathbf{H}$  ecuación (3)
2:  $\sigma_{min} \leftarrow \Sigma_{0,0}$ 
3:  $k \leftarrow 1$ 
4: while ( $\sigma_{min} > \tau$ ) do
5:    $\sigma_{min} \leftarrow \Sigma_{k,k}$ 
6:    $k \leftarrow k + 1$ 
7:  $\tilde{\mathbf{U}} \leftarrow$  se truncan las filas de  $\mathbf{U}$  en función de  $k$ 
8:  $\tilde{\Sigma} \leftarrow$  se truncan las filas y columnas  $\Sigma$  en función de  $k$ 
9:  $\tilde{\mathbf{V}} \leftarrow$  se truncan las filas de  $\mathbf{V}$  en función de  $k$ 
10:  $\hat{\mathbf{g}} \leftarrow \tilde{\Sigma}^{-1}\tilde{\mathbf{U}}^T\tilde{\mathbf{g}}$  medidas comprimidas en función de los valores singulares propios
11:  $\tilde{\mathbf{H}} \leftarrow \tilde{\mathbf{V}}^T$  matriz de block diagonal
12:  $l \leftarrow 0$  número de firmas en cada clase
13: for  $i:=0$  to  $M-1$  do
14:   for  $j:=0$  to  $N-1$  do
15:     for  $k:=0$  to  $\Lambda-1$  do
16:        $b \leftarrow \min_k(\|\hat{\mathbf{g}}_l - \tilde{\mathbf{H}}_l\Psi_k^l\|_2^2)$  función ecuación (2.34)
17:       if  $b < a$  then
18:          $T_{i,j} \leftarrow k$  resuelve el problema de optimización
19:          $a \leftarrow b$ 
20:        $l \leftarrow l + 1$ 

```

Para resolver el problema de detección según la función (2.34), se establece el Algoritmo 2. El cual tiene como entrada la medidas $\mathbf{g}$, el total de clases Λ , el valor de tolerancia de los valores propios τ , un parámetro de error inicial $a = 1 \times 10^{10}$ (valor elegido con base en pruebas de sensibilidad del algoritmo), el diccionario Ψ y la matriz de muestreo con su estructura en bloques $\tilde{\mathbf{H}}$. La matriz $\mathbf{H}$ como se explico en el capítulo 1, es diferente para cada arquitectura $\mathbf{H}_{DD-CASSI}$ (Figura 1.6) [3], $\mathbf{H}_{SSCSI}$ (Figura 1.9) [4], $\mathbf{H}_{HYCA}$ (Figura 1.14) [6], se calcula a partir de las ecuaciones (1) y (2).

En la línea 1, se calcula la descomposición en los valores singulares de la matriz $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^T$. Con base en Σ se establece la variable σ_{min} con el primer valor propio $\Sigma_{0,0}$, y $k = 1$, línea 2 y 3, respectivamente. En las líneas 4 a 6, se calcula el total de valores propios que van a ser usados para la detección de la imagen, es importante recalcar que la variable k representa el total de filas y columnas de $\mathbf{U}$ y $\mathbf{V}^T$ que se van a conservar. En las líneas 7 a 9, se calculan las matrices truncadas $\tilde{\mathbf{U}}$, $\tilde{\mathbf{V}}$ y $\tilde{\Sigma}$ en función de la variable k . En las líneas 10 y 11, se recalculan las medidas $\hat{\mathbf{g}} = \tilde{\Sigma}^{-1}\tilde{\mathbf{U}}^T\tilde{\mathbf{g}}$ y la matriz $\tilde{\mathbf{H}} = \tilde{\mathbf{V}}^T$. Finalmente, de la línea 13 a 20 se realiza la detección en función de la medidas comprimidas $\hat{\mathbf{g}}$ y la versión SVD truncada de la matriz en bloque $\tilde{\mathbf{H}}$. Específicamente, la detección de cada píxel espectral se realiza por separado en función del problema de optimización establecido en la línea 16.

Tabla 2.2: Lista de variables algoritmo de detección de objetivos en imágenes espectrales en el dominio comprimido en las arquitecturas DD-CASSI, HYCA, SSCSI

Variable	Tamaño	Descripción
$\mathbf{g}$	MNq	medidas compresivas ecuación (1)
$\mathbf{H}$	$MNq \times MNL$	matriz de muestreo de las arquitecturas descritas en el capítulo 1
Λ	número de clases	total de clases en el cubo de datos (fondo, objetivo)
k	Λ	número de clases
l	escalar	número de firmas en cada clase
Ψ	$L \times MN$	diccionario disperso, salida algoritmo (1)
$\tilde{\Sigma}$	$k \times k$	matriz truncada diagonal de vectores singulares
$\tilde{\mathbf{V}}$	$k \times L$	matriz truncada de vectores propios derechos
$\tilde{\mathbf{U}}$	$q \times L$	matriz truncada de vectores propios izquierdos
$\mathbf{T}$	$M \times N$	matriz de la clase detectada ecuación (2.34)
τ	$1e^{-8}$	valor de tolerancia para hallar los mayores valores singulares propios
b	escalar	valor mínimo que retorna la función ecuación (2.34)
a	1×10^{10}	limite máximo para encontrar el valor mínimo de b

2.6.2 Análisis de complejidad del algoritmo detección de objetivos en imágenes espectrales en el dominio comprimido en las arquitecturas DD-CASSI, HYCA, SSCSI

La complejidad computacional del algoritmo 2 depende directamente del tamaño de las entradas, y el número de operaciones tiene una dependencia lineal de este valor. El proceso de detección de cada píxel espectral o firma toma $O(qLMNk)$ con lo cual se garantiza que el algoritmo es escalable. Esta heurística es finita (se define el valor τ para los valores singulares y los demás ciclos son de tamaño finito). Se halla la mejor solución posible (línea 16).

2.7 Modelo matemático de detección de objetivos en imágenes espectrales en el dominio comprimido arquitectura SSCSI

Con el fin de re-ordenar la matriz de muestreo $\mathbf{H}$ para obtener una matriz de bloques (block diagonal) se establecen las matrices de re-ordenamiento, $\mathbf{R}_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ y $\mathbf{R}_2 \in \mathbb{R}^{m \times m}$, donde $n = MNL$, $m = M(N + L - 1)q$. Las cuales, se pueden expresar matemáticamente como:

$$(R_{i,i'})_1 = \begin{cases} 1 & \text{si } j' = d + eM + hMN, \\ 0 & \end{cases} \quad (2.35)$$

y

$$(R_{j,j'})_2 = \begin{cases} 1 & \text{si } i' = a + bM + cMN, \\ 0 & \end{cases} \quad (2.36)$$

para $a = \frac{i}{MN}$; $b = \frac{\text{mod}(i, ML)}{L}$; $c = \text{mod}(i, L)$; $i = \{0, \dots, MNL - 1\}$; $i' = \{0, \dots, MNL - 1\}$, $d = \frac{j}{MN}$; $e = \frac{\text{mod}(j, ML)}{L}$; $h = \text{mod}(j, L)$; $j = \{0, \dots, MNL - 1\}$; $j' = \{0, \dots, MNL - 1\}$.

Con base en las ecuaciones (2.35) y (2.36) la ecuación (1) se puede reescribir como:

$$\mathbf{R}_2 \mathbf{g} = \mathbf{R}_2 \mathbf{H} \mathbf{R}_1^T \mathbf{R}_1 \mathbf{f}, \quad (2.37)$$

donde $\mathbf{R}_1^T \mathbf{R}_1 = \mathbf{I}$ y $\mathbf{R}_2^T \mathbf{R}_2 = \mathbf{I}$. Reescribiendo la ecuación (2.37) se tiene:

$$\tilde{\mathbf{g}} = \tilde{\mathbf{H}} \tilde{\mathbf{f}}, \quad (2.38)$$

donde $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{R}_2 \mathbf{H} \mathbf{R}_1^T$ es una matriz con M bloques en su diagonal y $\tilde{\mathbf{g}} = \mathbf{R}_2 \mathbf{g}$ y $\tilde{\mathbf{f}} = \mathbf{R}_1 \mathbf{f}$ son la versión reestructurada de las medidas y el cubo original, respectivamente. Dada la estructura de $\tilde{\mathbf{H}}$, la ecuación (2.38) se puede escribir como:

$$\tilde{\mathbf{g}}_i = \tilde{\mathbf{H}}_i \tilde{\mathbf{f}}_i, \quad (2.39)$$

donde i representa la ecuación de muestreo para el i -th bloque. Los componentes de la ecuación (2.39) se pueden describir como:

$$\tilde{\mathbf{g}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{g}}_0 \\ \tilde{\mathbf{g}}_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{g}}_{M-1} \end{bmatrix},$$

y

$$\tilde{\mathbf{f}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{f}}_0 \\ \tilde{\mathbf{f}}_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{f}}_{M-1} \end{bmatrix},$$

y

$$\tilde{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}}_0 & \mathbf{0} & \cdot & \cdot & \cdot & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{H}}_1 & \cdot & \cdot & \cdot & \mathbf{0} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdot & \cdot & \cdot & \tilde{\mathbf{H}}_{M-1} \end{bmatrix},$$

para $i = [0, 1, \dots, MN - 1]$, donde $\tilde{\mathbf{g}}_i \in \mathbb{R}^{(N+L-1) \times 1}$, $\tilde{\mathbf{f}}_i \in \mathbb{R}^{NL}$ y $\tilde{\mathbf{H}}_i \in \mathbb{R}^{(N+L-1) \times NL}$. En el capítulo uno se mostró que esta arquitectura presenta desplazamiento en las bandas espectrales en la construcción de la matriz $\mathbf{H}$ lo cual, produce una mezcla de píxeles en la medida que el código de proyecciones q se repite. Para evitar esta mezcla se tiene $q=1$. Para mejorar los resultados era importante generar una repetición en los datos lo cual se logra mediante un producto Kronecker $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{1}_N^T \otimes \Psi_k^l$. La detección se realiza directamente en el dominio comprimido con el uso de un diccionario puro Ψ_k^l , $k = 1, \dots, A$ cada una de las clases, l el índice de firmas por clase (recorre el total de firmas por cada clase)

$$\mathbf{t}_i = \arg \min_{k=1, \dots, A} \|\tilde{\mathbf{g}}_i - \tilde{\mathbf{H}}_i \Psi_k^l\|_2^2, \quad (2.40)$$

donde $\mathbf{t} \in \mathbb{R}^{MN \times 1}$.

2.7.1 Algoritmo de detección de objetivo en imágenes espectrales en el dominio comprimido arquitectura SCCSI

En esta sección se muestra el algoritmo desarrollado para la detección de imágenes espectrales en el dominio comprimido.

Algoritmo 3 Detección de objetivos en imágenes espectrales en el dominio comprimido arquitectura SCCSI

Entradas: $\mathbf{g}$ medidas según ecuación (1), $\mathbf{H}$ matriz de muestreo de cada arquitectura detalladas en el capítulo 1, Ψ diccionario creado por el algoritmo (1), Λ clase de fondo o de objetivo, $z = 1 \times 10^{11}$

Salidas: $\mathbf{T}$

```
1: for i:=0 to M-1 do
2:   for j:=0 to (N+L-2) do
3:      $\mathbf{a} \leftarrow \text{función}(H_{i,j})$  devuelve la  $j^{th}$  fila de  $H_i$ 
4:      $g \leftarrow \text{función}(g_{i,j})$  devuelve el  $j^{th}$  valor de  $g_i$ 
5:     for k:=0 to  $\Lambda$  -1 do
6:        $y \leftarrow \text{función}(\Psi_k)$  retorna el total de firmas del diccionario  $\Psi$  para la clase  $k$ 
7:       for l:=0 to  $y$  do
8:          $\Omega \leftarrow \mathbf{1}_N^T \otimes \Psi_k^l$  producto kronecker que emula las capas espectrales
9:          $\mathbf{w} \leftarrow \text{vectorización } \Omega$ 
10:         $b \leftarrow |g - \mathbf{a}^T \mathbf{w}|$  función ecuación (2.40)
11:        if  $b < z$  then
12:           $T_{i,j} \leftarrow k$ 
13:           $z \leftarrow b$ 
```

Para resolver el problema de detección según la función (2.40), se establece el Algoritmo 3. El cual tiene como entrada la medidas $\mathbf{g}$, el total de clases Λ , un parámetro de error inicial $z = 1 \times 10^{10}$ (valor elegido con base en pruebas de sensibilidad del algoritmo), el diccionario Ψ y la matriz de muestreo con su estructura en bloques $\tilde{\mathbf{H}}$. La matriz $\mathbf{H}$ es $\mathbf{H}_{SCCSI}$ Figura 1.12 [42] capítulo 1, que se calcula a partir de las ecuaciones (1) y (2).

Específicamente, en el algoritmo 1 en la línea 1, línea 2, se recorre la cantidad de filas y columnas de $\mathbf{H}$ para extraer la j^{th} fila de H_i y el j^{th} valor de g_i . La línea 5 inicia el ciclo que recorre cada clase (fondo y objetivo), la línea 6 retorna el número de firmas Λ de cada clase k contenidas en el diccionario Ψ . De la línea 7 hasta la 13 se resuelve el problema de detección de cada píxel espectral por separado en función del problema de optimización establecido en la línea 10. Es importante aclarar que en la línea 8 se emula las capas espectrales a partir del diccionario Ψ . Esto se realiza dado que no se desea reconstruir el cubo de datos. Además, dada la geometría de muestreo de la arquitectura SCCSI (desplazamiento horizontal hacia abajo), no se puede reducir el problema a una matriz de bloques pequeños.

Tabla 2.3: Lista de variables algoritmo de detección de objetivos en imágenes espectrales en el dominio comprimido arquitectura SCCSI

Variable	Tamaño	Descripción
$\mathbf{g}$	$MNq \times 1$	medidas compresivas ecuación (1)
$\mathbf{H}$	$M(N + L - 1) \times MNL$	matriz de muestreo SCCSI descritas en el capítulo 1
Λ	número de clases	total de clases en el cubo de datos
k	Λ	número de clases
l	escalar	número de firmas en cada clase
$\mathbf{a}$	MNL	vector número de fila de $\mathbf{H}_i$
b	escalar	diferencia entre las medidas y las medidas generadas por el diccionario
Ψ	$L \times MN$	diccionario disperso
Ω	$L \times N$	matriz producto kronecker que emula las capas espectrales
$\mathbf{w}$	NL	vectorización de Ω
$\mathbf{T}$	$M \times N$	matriz de la clase detectada ecuación (2.40)

2.7.2 Análisis de complejidad del algoritmo detección de objetivos en imágenes espectrales en el dominio comprimido arquitectura SSCSI

La complejidad computacional de la detección de cada píxel espectral o firma con el algoritmo 3 es proporcional a $O(MN Ly\beta)$, donde $\beta = N \text{ tamaño}(\Psi_k^l)$ (producto kronecker de la línea 8) con lo cual se garantiza que el algoritmo es escalable. Esta heurística es finita, los ciclos son de tamaño finito. Se halla la mejor solución posible (línea 12).

2.8 Simulaciones de detección de objetivos en imágenes espectrales en el dominio comprimido

Las simulaciones fueron desarrolladas con tres conjuntos de bases de datos de prueba, se realizaron algunos experimentos con medidas obtenidas desde los conjuntos de datos con diferentes tasas de compresión de datos para la construir el diccionario y con diferentes niveles de ruido. Esto se realizó para analizar el rendimiento en la detección de cada arquitectura. Para las simulaciones se usó el conjunto de datos de Indian Pines y Salinas tomadas por el sensor AVIRIS [71]. El conjunto de datos de Indian Pines tiene 145×145 píxeles, 220 bandas espectrales con un rango de 0.2 a $2.4 \mu m$ y una resolución espacial de 20 m., se usaron 200 bandas espectrales con 128×128 píxeles, con un objetivo a detectar pasto, etiqueta 5. El conjunto de datos de Salinas tiene 512×217 píxeles, 224 bandas espectrales y una resolución espectral de 3.7 m. [72], se tomaron 204 bandas espectrales con 128×128 píxeles, con un objetivo a detectar hierbas verdes, etiqueta 7. Adicionalmente se utilizó la imagen Pavia University [97] con 610×610 píxeles, 103 bandas espectrales, una resolución espacial de 1.3 m., tomada por el sensor ROSIS, se usaron 103 bandas espectrales con 256×256 píxeles, con un objetivo a detectar asfalto, etiqueta 1. De los objetivos a detectar en cada cubo de datos se tienen los puntos verdaderos de tierra con etiquetas. La transmitancia en las matrices aleatorias fue 50%, y el máximo de medidas del 100%. Para las simulaciones, las medidas comprimidas se realizaron usando las matrices de muestreo descritas en la Tabla 1.1. La tarea de detección requiere de una mayor compresión de los datos, es necesario aumentar el número de código de proyecciones q .

2.9 Discusión de resultados de detección de objetivos en imágenes espectrales en el dominio comprimido

La Tabla 2.4 muestra la detección de objetivos en el dominio comprimido de las arquitecturas de muestreo compresivo DD-CASSI, HYCA, SSCSI con una compresión (se calcula según formulas Tabla 1.1) de datos 25% al 100% para el conjunto de datos Indian Pines, Salinas, y Pavia. En una compresión de datos del 25% Indian Pines obtiene un porcentaje de detección 77,80% DD-CASSI, 80,67% HYCA, 83,96% SSCSI; Salinas 83,52% DD-CASSI, 88,09% HYCA, 88,24% SSCSI; Pavia 91,12% DD-CASSI, 92,86% HYCA, 93,74% SSCSI. Para una compresión de los datos del 38% el comportamiento es similar al del 25% en cada arquitectura con los conjuntos de datos, SSCSI sigue obteniendo el mejor porcentaje de detección seguido por HYCA.

La Figura 2.1 muestra el porcentaje de variación de detección en Salinas del 25% al 38% de compresión de los datos que es 2,73% en DD-CASSI, 0,76% en HYCA y 1,57% en SSCSI. Finalmente, para el rango del 38% al 100% la mayor diferencia la tiene DD-CASSI con un 8,45% pero, sigue siendo la de menor valor comparada con HYCA y SSCSI. Los resultados de detección para las imágenes de Indian Pines y Salinas son coherentes con los resultados de reconstrucción de la Tabla 1.3, Figura 1.16 y Figura 1.17 donde SSCSI y HYCA obtienen los mejores resultados.

Tabla 2.4: Detección en el dominio comprimido de las arquitecturas de muestreo compresivo, 10% de los datos para construir el diccionario

Compresión %	Detección % Indian Pines			Detección % Pavia			Detección % Salinas		
	DD-CASSI	HYCA	SSCSI	DD-CASSI	HYCA	SSCSI	DD-CASSI	HYCA	SSCSI
25	77,80	80,67	83,96	83,52	88,09	88,24	91,12	92,86	93,74
38	78,48	82,49	85,20	85,80	88,76	89,63	92,96	93,81	94,84
100	86,10	87,32	90,23	94,25	94,35	95,52	93,97	94,08	95,03

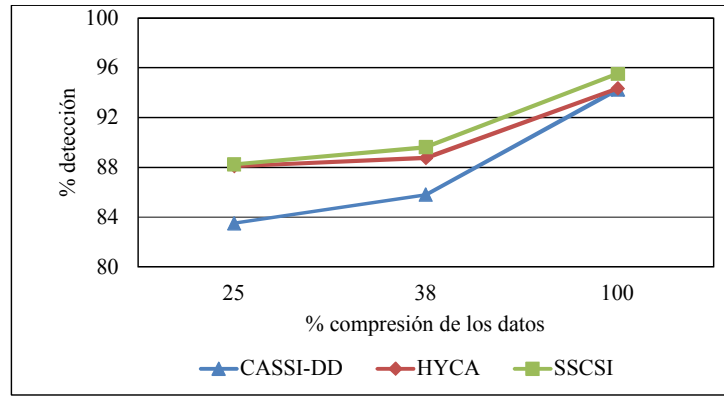


Figura 2.1: Variación detección de la imagen Salinas en las arquitecturas compresivas CASSI, HYCA, SSCSI, según los porcentajes de compresión 25%, 38%, 100%

La Figura 2.2 muestra la detección de pasto en la imagen Indian Pines con una compresión de los datos 38%, 10% de los datos para construir el diccionario el cual, se crea de forma supervisada de acuerdo al algoritmo 1 y ρ porcentajes de las firma espectrales. La arquitectura SSCSI supera en un 7,89% el valor de la detección obtenido en CASSI y un 3,18% a HYCA. El rango de detección está entre un 78,48% y 85,20%. La Figura 2.3 presenta la ROC métrica usada para validar los resultados obtenidos. Muestra que la arquitectura de mejor rendimiento es la SSCSI, 72% de los píxeles de pasto son detectados como verdaderos positivos antes de detectar un píxel diferente al pasto, falso positivo. Igual comportamiento tiene HYCA con un 70%, por último, CASSI con un 64%.

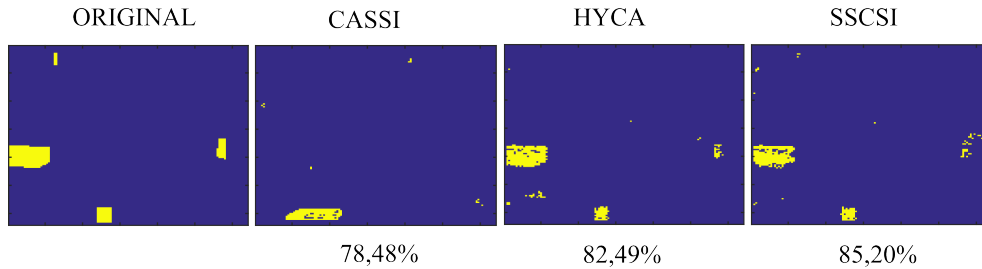


Figura 2.2: Detección de la imagen Indian Pines en las arquitecturas compresivas CASSI, HYCA, SSCSI, compresión 38%, 10% de los datos para construir el diccionario

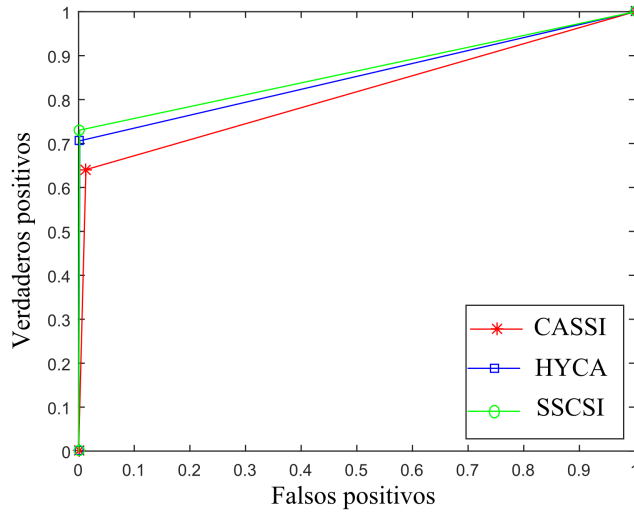


Figura 2.3: Evaluación de detección con ROC en la imagen Indian Pines en las arquitecturas compresivas CASSI, HYCA, SSCSI, compresión 38%, 10% de los datos para construir el diccionario

La Figura 2.4 muestra la detección de asfalto en la imagen Pavia con una compresión de los datos 38%, 10% de los datos para construir el diccionario. La arquitectura SSCSI supera en un 4,27% el valor de la detección obtenido en CASSI y un 0,97% a HYCA. El rango de detección está entre un 85,80% a 89,63%, la Figura 2.5 ROC métrica usada para validar los resultados obtenidos, muestra que la arquitectura de mejor rendimiento SSCSI, 79% de los píxeles de asfalto son detectados como verdaderos positivos antes de detectar un píxel diferente al asfalto, falso positivo. Igual comportamiento tiene HYCA con un 78%, por último, CASSI con un 71%.

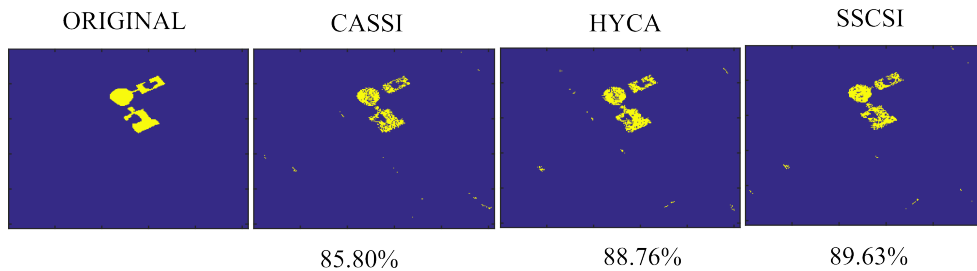


Figura 2.4: Detección de la imagen Pavia en las arquitecturas compresivas CASSI, HYCA, SSCSI, compresión 38%, 10% de los datos para construir el diccionario

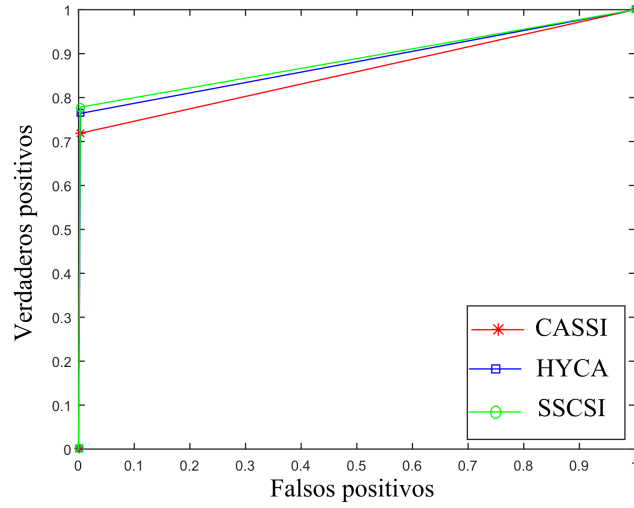


Figura 2.5: Evaluación de detección con ROC en la imagen Pavia en las arquitecturas compresivas CASSI, HYCA, SSCSI, compresión 38%, 10% de los datos para construir el diccionario

La Figura 2.6 muestra la detección de hierbas verdes en la imagen Salinas con una compresión de los datos 38%, 10% de los datos para construir el diccionario. La arquitectura SSCSI supera en un 1,88% el valor de la detección obtenido en CASSI y un 1,03% a HYCA. El rango de detección esta entre un 92,96% y 94,84%, la Figura 2.7 ROC métrica usada para validar los resultados obtenidos, muestra que la arquitectura de mejor rendimiento SSCSI, 90% de los píxeles de hierbas verdes son detectados como verdaderos positivos antes de detectar un píxel diferente a hierbas verdes, falso positivo. Igual comportamiento tiene CASSI con un 89%, por último, HYCA con un 88%.

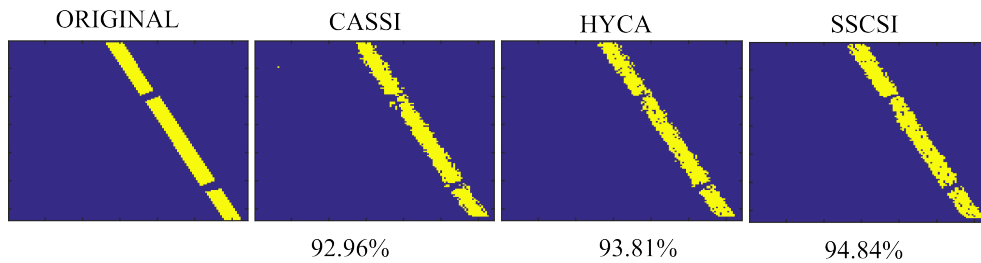


Figura 2.6: Detección de la imagen Salinas en las arquitecturas compresivas CASSI, HYCA, SSCSI, compresión 38%, 10% de los datos para construir el diccionario

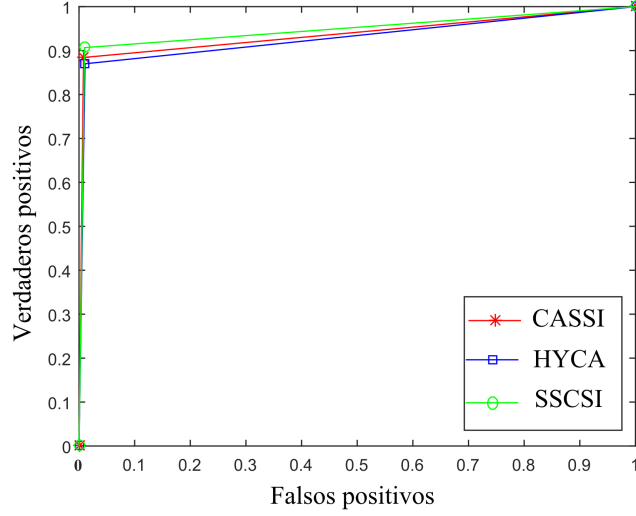


Figura 2.7: Evaluación de detección con ROC en la imagen Salinas en las arquitecturas compresivas CASSI, HYCA, SSCSI, compresión 38%, 10% de los datos para construir el diccionario

El algoritmo 2 se sometió al efecto de la ecuación de tasa de ruido en la señal (SNR). $SNR = 10\log_{10}(\mu_g/\sigma_{noise})$, donde μ_g es el valor promedio del vector de medidas $\mathbf{g}$ y σ_{noise} es la desviación estándar del ruido. La Figura 2.8 muestra el comportamiento de la detección en los niveles de ruido 20 [dB], 25 [dB] de la imagen Salinas, al realizar una comparación con los resultados de la Tabla 2.4 (columna de detección % Salinas con una compresión 25%, 10 % de los datos para construir el diccionario), muestra que DD-CASSI disminuye un 11,58% de detección, HYCA 11,89%, SSCSI 12,80% en 20 [dB]. DD-CASSI disminuye un 8,25% detección, HYCA 9,02%, SSCSI 9,09% en 25 [dB]. El comportamiento de la Figura 2.8 es similar a los valores de la Tabla 2.4, donde SSCSI tiene el mejor resultado, seguido HYCA, por último, DD-CASSI. Resultados que obedecen al tamaño y forma de construir la matriz $\mathbf{H}$, (Tabla 1.1, DD-CASSI) (Figura 1.6), SSCSI (Figura 1.9 sin desplazamiento hacia a bajo por cada banda espectral de la imagen), HYCA forma la diagonal por bloque de diagonales que forma cada píxel espectral (Figura 1.14).

SSCSI es la arquitectura de mejor desempeño en la detección con niveles de ruido (Figura 2.1) y sin ruido (Tabla 2.4). También, se prueba la estabilidad del algoritmo propuesto para funcionar con ruido. Además, Salinas logra mejores valores de detección, por la mayor información espectral que contiene, dado su mayor número de bandas espectrales (224), comparada con Indian Pines (220) y Pavia (103), cómo se describe en la sección 2.8.

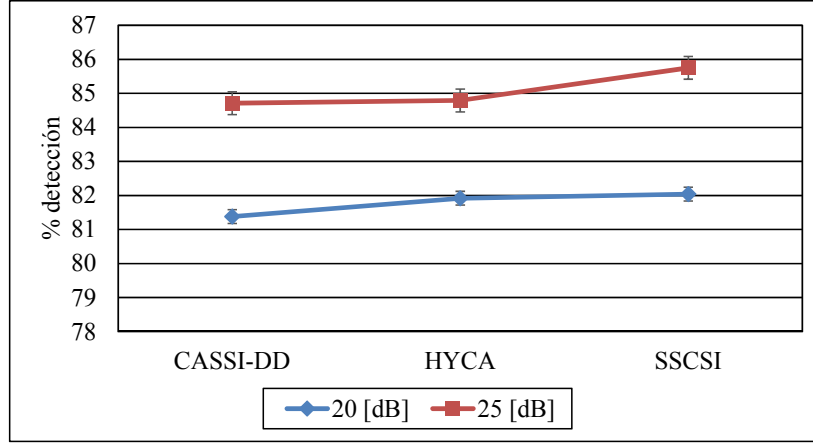


Figura 2.8: Detección de la imagen Salinas en las arquitecturas DD-CASSI, HYCA, SSCSI con una compresión de 25% y 10% de los datos para construir el diccionario

La Figura 2.9 muestra que el porcentaje de detección en la arquitectura SSCSI para pasto en la imagen Indian Pines es 51,07%, 51,60% para asfalto en Pavia y 60,38% hierbas verdes en Salinas. El porcentaje de detección tiene una variación de 15,42%, valores bajos comparados con los obtenidos en la Tabla 2.4 donde se obtiene un porcentaje máximo de 94,84%.

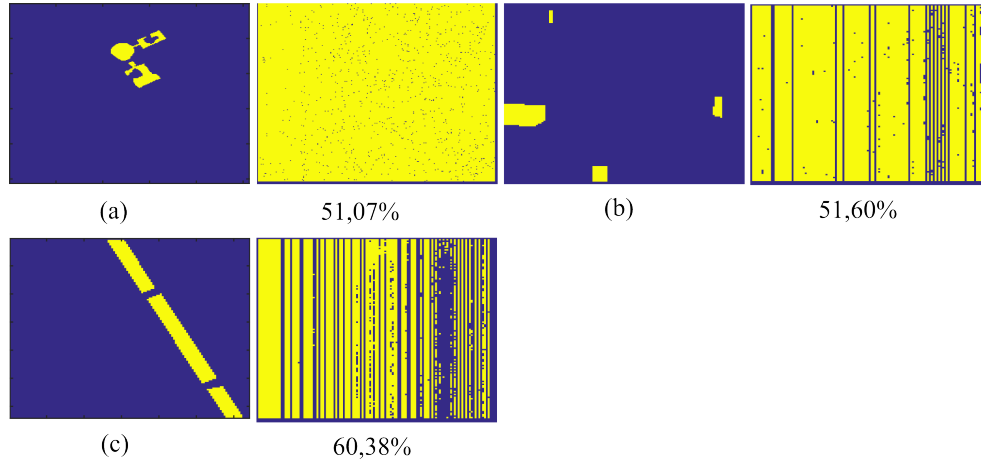


Figura 2.9: Detección de la arquitectura SSCSI, (a) pasto en Indian Pines, (b) asfalto en Pavia, (c) hierbas verdes en Salinas, 10% de los datos para construir el diccionario y $q=1$

Diferencia dada porque cada arquitectura tienen una matriz de medidas como se muestran en la Figura 1.6 DD-CASSI, Figura 1.9 SSCSI, Figura 1.14 HYCA, la diagonal conformada en cada una es el producto de la integración de cada uno de los dispositivos, Figura 1.5 DD-CASSI, Figura 1.8 SSCSI, Figura 1.14 HYCA que crea una correlación espacial y espectral que se prolonga de forma vertical en la medida que aumenta el número de las proyecciones q sin solapamiento de la diagonal, tal como se describe en la Figura 2.10.

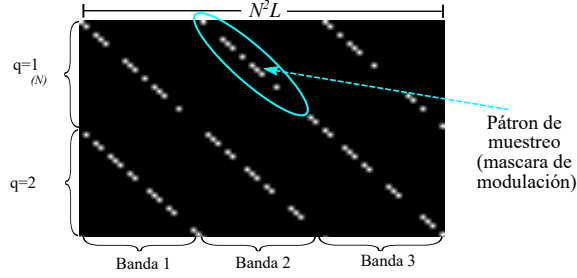


Figura 2.10: Matriz de muestreo compresivo de la arquitectura compresiva SSCSI, $N=3$, $L=3$, $q=2$, $\mathbf{H}_{SSCSI} \in \mathbb{R}^{N^2 q \times N^2 L}$

Nótese que la detección en medidas de los sensores con corrimiento espectral se dificulta más que en las medidas de las arquitecturas en las que se compensa la dispersión, debido a las combinaciones lineales, no deterministas, de píxeles no adyacentes, es decir, de diferentes firmas espectrales como se observa en la Figura 2.11.

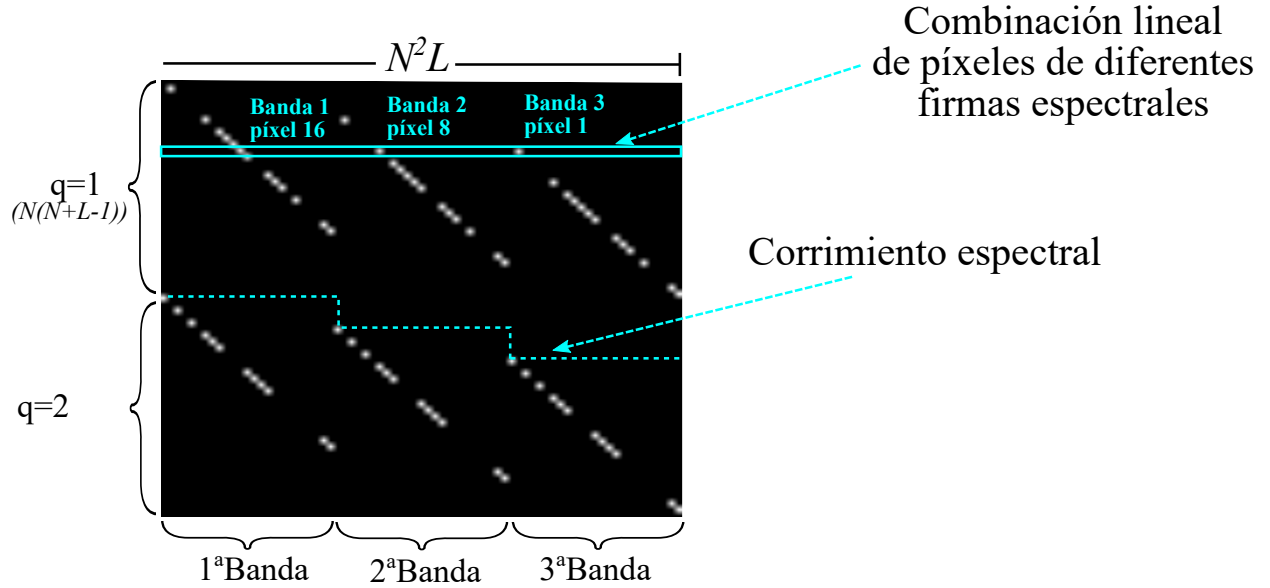


Figura 2.11: Matriz de muestreo compresivo de la arquitectura SCCSI, $N=3$, $L=3$, y $q=2$, $\mathbf{H}_{SCCSI} \in \mathbb{R}^{(N(N+L-1))q \times N^2 L}$

Además, la arquitectura está limitada a un valor máximo de $q = 4$ y 8 bandas, tiene una restricción en el número de medidas $m \gtrsim K \log(N \cdot M \cdot L) \ll (N \cdot M \cdot L)$ [98], donde m está en función de q sección 1.5. Para el cubo de datos de Indian Pines con una dimensión $128 \times 128 \times 200$ y $q = 1$ no cumple la restricción por lo tanto el porcentaje de detección es mínimo.

2.10 Conclusiones

Se propone un algoritmo que construye las matrices $\mathbf{R}_1$ y $\mathbf{R}_2$ para obtener una matriz de bloques (block diagonal) que transforma las medidas $\mathbf{g}$. Las matrices de sensado $\mathbf{H}$ se convierten en block diagonal del espectro de cada píxel $\mathbf{H}_i$, se calculan los SVD vectores singulares derechos truncados, para reducir la

dimensionalidad, obteniendo unas medidas reorganizadas como se muestra en el algoritmo 2. Sin embargo, la detección en medidas de sensores con corrimiento espectrales se dificulta con el método propuesto, planteando consideraciones especiales para estas medidas (algoritmo 3), donde se realiza el producto kronecker entre un vector de unos y cada clase del diccionario para complementar las medidas, sin hacer uso de los SVD.

Los algoritmos de detección del estado del arte realizan la operación en las imágenes sin tener en cuenta el origen de la arquitectura y con la imagen completa. A conocimiento del autor éste sería del primer algoritmo que hace detección directa sobre las medidas comprimidas DD-CASSI, HYCA, SSCSI y SCCSI. Reduce la dimensionalidad de los datos ocupando menos memoria para el cálculo de las operaciones de detección y clasificación, menos ancho de banda para el transporte de los datos además, y menos capacidad de espacio para el almacenamiento de los datos.

Realizadas las simulaciones numéricas la arquitectura de mejor desempeño en la detección es SSCSI, con un rango del 83,96% al 95,52%, seguido por HYCA entre 80,67% y 94,35%, por último, DD-CASSI con un valor 77,80% a 94,25%. El máximo valor obtenidos en la arquitectura SCCSI es de 60,38%. Sin embargo, la complejidad computacional del algoritmo de detección de la arquitectura SCCSI es de menor orden comparado con el algoritmo de las arquitecturas DD-CASSI, SSCSI y HYCA.

Capítulo 3

Clasificación

En este capítulo se define el concepto de clasificación, se describe el proceso de aprendizaje del diccionario Ψ utilizado como entrada en los algoritmos 2, 3 para realizar la operación de clasificación en el dominio comprimido.

También, se describe que mediante el cambio de parámetro Λ los modelos matemáticos funcionan para la construcción de los algoritmos de clasificación uno para las arquitecturas DD-CASSI, SSCSI, HYCA y el otro para SCCSI. Se realizan simulaciones numéricas de los algoritmos con diferentes niveles de compresión, de ruido y de datos para construir el diccionario. Además, se comparan los resultados obtenidos en este trabajo con el estado del arte que realiza clasificación en una proyección del dominio comprimido.

3.1 Introducción

La clasificación decide la clase a la cual pertenece un píxel [37], además, se refiere a poder distinguir entre $\mathbf{H}(\mathbf{S}_0 + \omega)$ y $\mathbf{H}(\mathbf{S}_1 + \omega)$ definido por la hipótesis

$$H_i : \mathbf{g} = \mathbf{H}(\mathbf{f}_i + \omega), \quad (3.1)$$

para $i = 1, 2, \dots, R$, en donde $\mathbf{f}_i$ es la señal conocida, con $\mathbf{f}_i \in \mathbf{S}$, $R = |\mathbf{f}|$ y $\mathbf{S}$ es la clase. Para la clasificación se usan algoritmos semisupervisados como los colectores [45], extracción de características de las señales [99] y máquinas de soporte vectorial (SVM), que se basan en una forma no lineal, usando un núcleo para encontrar un hiperplano separado por algunas características del espacio, las cuales son inducidas por la función núcleo, mientras todos los cálculos son realizados en el espacio original [43]. En imágenes, el núcleo se puede utilizar para diferenciar los píxeles objetivos y píxeles de fondo [25]. En la clasificación se debe realizar un proceso de entrenamiento de la señal, la cual, se basa en procesos de aprendizaje.

3.2 Aprendizaje

El aprendizaje en la señal dispersa se basa en diccionarios que son formados con diferentes muestras de la señal de interés, tal como se explicó en la sección de dispersión de la señal. En el aprendizaje se utiliza el modelo de formación del píxel de cada una de las clases contenidas en los puntos verdaderos de tierra (GT), que está definido por:

$$\mathbf{f} = \Psi_k \mathbf{s}, \quad (3.2)$$

donde $\Psi_k = [\psi_1^k \psi_2^k \dots \psi_{N_l}^k]$, $\Psi_k = L \times N_l$ es el diccionario de cada una de las clases tal que las columnas son las muestras de entrenamiento (llamadas átomos), N_l es el número de muestras de entrenamiento de cada clase, y L el número de bandas de la imagen [49]. $\Psi = [\Psi_k^1, \Psi_k^2, \dots, \Psi_k^A]$ es una matriz $L \times (N_k)$ de las muestras de entrenamiento de cada clase, donde $k = 1, \dots, A$ y A = número de clases. Aprendizaje necesario para que

los algoritmos 2, 3 realicen la operación de clasificación en las medidas comprimidas de las arquitecturas DD-CASSI, SSCSI, HYCA y SCCSI.

3.3 Modelo matemático de clasificación de imágenes espectrales en el dominio comprimido de las arquitecturas DD-CASSI, HYCA, SSCSI

En este trabajo se considera los problemas de detección y de clasificación como análogos, es decir, que se consideran el problema de detección como clasificación de dos clases (fondo, y objetivo). Entonces, el modelo matemático de clasificación es el mismo descrito en 2.6, con la diferencia de que la variable Λ ahora hace referencia al número de clases que contiene cada imagen Indian Pines 16, Pavia 9 y Salinas 6.

3.3.1 Algoritmo de clasificación de imágenes espectrales en el dominio comprimido de las arquitecturas DD-CASSI, HYCA, SSCSI

Dado que el problema de detección es un caso particular del problema de clasificación modificamos en el algoritmo 2 la variable Λ con valores de 16, 9, 6 para cada imagen.

3.4 Modelo matemático de clasificación de imágenes espectrales en el dominio comprimido arquitectura SCCSI

El modelo matemático descrito en la sección 2.7 resuelve el problema de clasificación, en este caso Λ se ajuste al número de clases de cada imagen.

3.4.1 Algoritmo de clasificación de imágenes espectrales en el dominio comprimido en la arquitectura SCCSI

El algoritmo 3 resuelve el problema de clasificación con $\Lambda > 3$, las clases que contienen las imágenes.

3.5 Simulaciones en clasificación de imágenes en el dominio comprimido

La simulaciones fueron desarrolladas con tres conjuntos de bases de datos de prueba, algunos experimentos con medidas obtenidas desde los conjuntos de datos con diferentes tasas de compresión, de datos para la construir el diccionario y de niveles de ruido. Esto se realizó para analizar el rendimiento en la clasificación de cada arquitectura. Para las simulaciones se usaron el conjunto de datos de Indian Pines y Salinas tomadas por el sensor AVIRIS [71]. El conjunto de datos de Indian Pines con 145×145 píxeles, 220 bandas espectrales en el rango de 0.2 a $2.4 \mu m$ y una resolución espacial de 20 m. De este conjunto de datos se usaron 200 bandas espectrales con 128×128 píxeles, 16 clases etiquetadas, cultivo de alfalfa, tres variedades de maíz, pasto, pasto-árboles, hierba-árboles, hierba-pasto-segado, heno-hilado, avena, tres variedades de soja, trigo, maderas, edificios-hierba-árboles, piedras-torres. Por otro lado, del conjunto de datos de Salinas con 512×217 píxeles, 224 bandas espectrales y una resolución espectral de 3.7 m. [72], se tomaron 204 bandas espectrales con 128×128 píxeles, 9 clases etiquetadas, dos variedades de brócoli con malezas verdes, tres variedades de barbecho, rastrojo, apio, uvas, suelo viñado. Finalmente, del conjunto de datos Pavia University tomado por el sensor ROSIS [97], con 610×610 píxeles, 103 bandas espectrales, una resolución espacial de 1.3 m, se usaron 103 bandas espectrales con 256×256 píxeles 6 clases etiquetadas asfalto, prados, grava, árboles, chapas de metal pintadas, suelo sin cobertura.

Las imágenes mencionadas fueron comprimidas usando las matrices de muestreo descritas en la Tabla 1.1. La transmitancia en las matrices aleatorias fue de 50%, y la máxima compresión 100%.

3.6 Discusión de resultados de clasificación de imágenes en el dominio comprimido

La Tabla 3.1 muestra los resultados de clasificación del algoritmo 2, con un 10% de los datos para la construcción del diccionario. En las tres arquitecturas DD-CASSI, SSCSI y HYCA a mayor compresión de los datos el porcentaje de clasificación aumenta. SSCSI es la arquitectura con mejor porcentaje de clasificación en los niveles de compresión 25%, 38%, 50%, 100%. El mejor porcentaje de clasificación a una compresión 38% con SSCSI se obtiene con Pavia (6 clases) 87,72%, luego Salinas (9 clases) 85,44% por último, Indian Pines (16 clases) 74,53%. La compresión del 100% según formula Tabla 1.1 expresa que el número de medidas usadas para construir la matriz $\mathbf{H}$ es igual al tamaño de la imagen (cubo de datos).

La Tabla 3.2 también muestra los valores de clasificación obtenidos pero, con un 50% de los datos para construir el diccionario. El comportamiento es igual al de la Tabla 3.1, a más compresión mayor el porcentaje de clasificación, con la diferencia que los porcentajes de clasificación son mayores que los de la Tabla 3.1, se tiene 40% de más datos para construir el diccionario. El mejor porcentaje de clasificación a una compresión 38% con SSCSI se obtiene Pavia (6 clases) 94,63%, luego Salinas (9 clases) 93,49% por último, Indian Pines (16 clases) 90,28%. Finalmente, SSCSI es la arquitectura que obtiene los mejores porcentajes de clasificación, para diferentes valores de compresión y de construcción del diccionario.

Tabla 3.1: Clasificación en el dominio comprimido de las arquitecturas de muestreo compresivo, 10% de los datos para construir el diccionario

Compresión %	Clasificación % Indian Pines			Clasificación % Salinas			Clasificación % Pavia		
	DD-CASSI	SSCSI	HYCA	DD-CASSI	SSCSI	HYCA	DD-CASSI	SSCSI	HYCA
25	72,34	74,51	72,61	83,38	85,19	83,06	87,02	87,61	86,65
38	72,50	74,53	73,24	84,69	85,44	84,72	87,08	87,72	87,36
50	72,54	74,72	73,46	84,88	85,91	84,93	87,47	88,41	87,51
100	73,77	75,93	74,76	87,82	89,89	88,42	88,67	89,65	88,94

Tabla 3.2: Clasificación en el dominio comprimido de las arquitecturas de muestreo compresivo, 50% de los datos para construir el diccionario

Compresión %	Clasificación % Indian Pines			Clasificación % Salinas			Clasificación % Pavia		
	DD-CASSI	SSCSI	HYCA	DD-CASSI	SSCSI	HYCA	DD-CASSI	SSCSI	HYCA
25	87,01	90,13	86,55	92,45	93,36	91,38	94,34	94,44	94,37
38	87,95	90,28	87,95	92,96	93,49	91,63	94,49	94,63	94,55
50	88,95	90,47	88,12	93,02	93,64	91,82	94,60	94,90	94,71

La Tabla 3.3 muestra la clasificación de cada arquitectura por las clases presentes en Indian Pines, Salinas, Pavia con el total de todas las clases juntas a una compresión del 38%, 10% de los datos para construir el diccionario. SSCSI Indian Pines con 16 clases tiene la menor clasificación 74,53%, seguido Salinas con 9 clases 85,44% y Pavia con 6 clases 87,72%. El porcentaje de clasificación para cada imagen está en función del número de clases, a menor clases mayor el porcentaje de clasificación obtenido. Al comparar la Tabla 3.1 con la Tabla 3.2 se observa, que a mayor porcentaje de los datos para construir el diccionario mayor es el porcentaje de clasificación obtenido.

Tabla 3.3: Clasificación en el dominio comprimido de las arquitecturas de muestreo compresivo por clases, 10% de los datos para construir el diccionario

Clases	Clasificación % Indian Pines			Clasificación % Salinas			Clasificación % Pavia		
	DD-CASSI	SSCSI	HYCA	DD-CASSI	SSCSI	HYCA	DD-CASSI	SSCSI	HYCA
1	57,41	83,33	79,63	73,22	77,20	76,16	99,28	99,73	99,73
2	61,85	65,41	62,62	74,80	73,77	70,74	99,12	98,95	98,79
3	60,58	58,65	56,41	75,27	75,51	74,04	99,79	99,93	99,86
4	41,88	46,15	49,15	92,61	93,26	90,66	97,83	97,83	97,83
5	86,12	90,34	85,92	100,00	100,00	85,71	50,40	49,23	51,89
6	93,31	96,12	92,24	93,92	93,76	94,41	88,50	88,55	88,23
7	65,38	80,77	69,23	91,20	90,00	88,27			
8	92,27	91,16	83,43	69,61	74,84	68,64			
9	50,00	50,00	40,00	100,00	100,00	100,00			
10	69,52	78,91	74,62						
11	74,68	78,89	75,04						
12	42,83	55,86	48,37						
13	88,21	96,23	94,34						
14	85,66	86,16	81,46						
15	39,21	40,26	37,11						
16	85,26	90,53	87,37						
Total	72,50	74,53	73,24	84,69	85,44	84,72	87,08	87,72	87,36

El algoritmo 2 se sometió al efecto de la ecuación de tasa de ruido en la señal (SNR). $SNR = 10\log_{10}(\mu_g/\sigma_{noise})$, donde μ_g es el valor promedio del vector de medidas $\mathbf{g}$ y σ_{noise} es la desviación estándar del ruido. La tabla 3.4 muestra la clasificación de Indian Pines, Salinas, Pavia, en las arquitecturas DD-CASSI, SSCSI, HYCA 10% de los datos para construir el diccionario, SNR = 20 [dB], la arquitectura con mejor clasificación es SSCSI en todas las imágenes. Con una compresión 38% en Indian Pines obtiene un 41,72%, Salinas 69,67%, Pavia 80,01%. La diferencia de la Tabla 3.4 con la Tabla 3.5 es el valor de SNR que pasa de 20 [dB] a 25[dB]. El comportamiento de la Tabla 3.4 es igual a la Tabla 3.5, SSCSI obtiene los mejores resultados en la clasificación. Al restar los valores obtenidos en clasificación de las Tablas 3.1 y 3.4 en una compresión 38% con SSCSI Indian Pines obtiene -32,81%, Salinas -15,77%, Pavia -7,71%, es decir hay una significativa disminución producto del ruido al cual se someten las imágenes. Además, Pavia obtiene la menor diferencia por tener menos número de clases, 6, mientras, Indian Pines tiene 15 y se observa que presenta la mayor diferencia.

La tabla 3.6 tiene el mismo comportamiento en los resultados de clasificación de la Tabla 3.4, los porcentajes disminuyen producto del ruido a que son sometidas las imágenes pero, no en la misma proporción de los valores de la Tabla 3.4, debido a que el porcentaje de los datos para construir el diccionario es mayor en un 40%. La proporción se conserva al compararse con la Tabla 3.2 que clasifica con el 50% de los datos para construir el diccionario. Este resultado es esperado dado que a mayor porcentaje de los datos para construir el diccionario mayor es el porcentaje de clasificación

Tabla 3.4: Clasificación en el dominio comprimido de las arquitecturas de muestreo compresivo, 10% de los datos para construir el diccionario y medidas compresas con un nivel de ruido de 20 [dB]

Compresión %	Clasificación % Indian Pines			Clasificación % Salinas			Clasificación % Pavia		
	DD-CASSI	SSCSI	HYCA	DD-CASSI	SSCSI	HYCA	DD-CASSI	SSCSI	HYCA
25,00	37,56	38,05	37,91	55,84	63,73	57,41	77,48	78,75	77,84
38,00	40,13	41,72	39,74	58,99	69,67	58,23	78,53	80,01	79,49
50,00	41,30	42,32	41,23	60,97	71,09	60,10	79,10	81,19	80,48

Tabla 3.5: Clasificación en el dominio comprimido de las arquitecturas de muestreo compresivo, 10% de los datos para construir el diccionario y medidas compresas con un nivel de ruido de 25 [dB]

Compresión %	Clasificación % Indian Pines			Clasificación % Salinas			Clasificación % Pavia		
	DD-CASSI	SSCSI	HYCA	DD-CASSI	SSCSI	HYCA	DD-CASSI	SSCSI	HYCA
25,00	46,36	46,67	45,19	65,21	71,51	65,07	81,87	71,96	81,38
38,00	48,07	48,39	47,30	66,96	76,87	67,18	81,32	80,85	81,89
50,00	50,29	51,73	50,13	67,62	77,04	68,17	81,61	83,74	81,69

Tabla 3.6: Clasificación en el dominio comprimido de las arquitecturas de muestreo compresivo, 50% de los datos para construir el diccionario y medidas compresas con un nivel de ruido de 20 [dB]

Compresión %	Clasificación % Indian Pines			Clasificación % Salinas			Clasificación % Pavia		
	DD-CASSI	SSCSI	HYCA	DD-CASSI	SSCSI	HYCA	DD-CASSI	SSCSI	HYCA
25,00	35,64	37,62	36,48	55,32	62,85	55,91	77,32	66,88	76,13
38,00	38,67	39,84	38,89	57,90	68,17	56,76	77,39	77,62	77,74
50,00	40,93	41,42	39,93	58,73	71,12	58,29	78,61	80,03	78,34

La Figura 3.1 muestra el comportamiento de la imagen Salinas en las arquitecturas DD-CASSI, HYCA, SSCSI con 20[dB] y 25[dB]. El mayor porcentaje de clasificación lo obtiene SSCSI, seguido por HYCA y finalmente DD-CASSI, lo que demuestra la robustez del algoritmo 2 para operar en estos niveles de ruido.

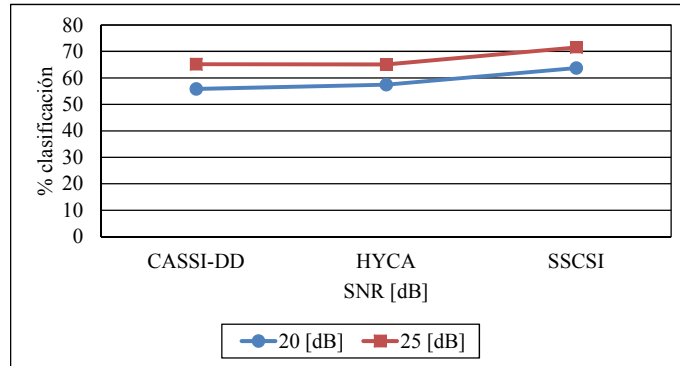


Figura 3.1: Clasificación de la imagen Salinas en las arquitecturas DD-CASSI, HYCA, SSCSI con una compresión de 25% y 10% de los datos para construir el diccionario

La Figura 3.2 ilustra los resultados obtenidos de clasificación en las arquitecturas DD-CASSI, SSCSI y HYCA con una compresión del 20%, 10% de los datos para construir el diccionario, con una diferencia del 24.49% al 27.66% comparado con la imagen original la cual, corresponde al valor del 100% mostrado en la figura. Finalmente, la arquitectura con mayor porcentaje de clasificación SSCSI 74.51%, seguido por HYCA 72.61% y DD-CASSI 72.34%, estos resultados son coherentes a los obtenidos en detección, Tabla 2.4 y a los de reconstrucción Figura 1.16, donde las arquitecturas HYCA y SSCSI presentan el mejor desempeño.

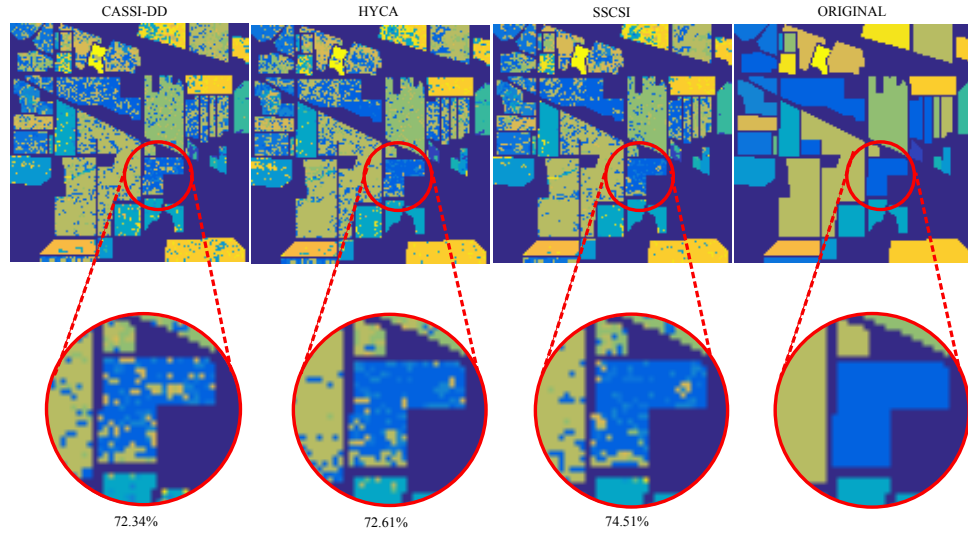


Figura 3.2: Clasificación de la imagen INDIAN PINES en las arquitecturas DD-CASSI, HYCA, SSCSI

En la Tabla 3.7 muestra la clasificación obtenida en la arquitectura SSCSI para cada clase, la imagen de mejor resultado Salinas con un 19,40%, seguido por Pavia con 12,73% y por último Indian Pines con 6,49%.

Tabla 3.7: Clasificación en el dominio comprimido de la arquitectura SSCSI por clases con el 10% de los datos para construir el diccionario

Clases	% Indian Pines	% Salinas	% Pavia
1	0	1,88	16,03
2	28,38	2,48	6,78
3	9,94	65,05	13,43
4	15,38	9,70	9,60
5	9,86	3,46	0
6	0,8	34,84	30,52
7	0		
8	0,55		
9	0		
10	1,62		
11	6,69		
12	2,12		
13	1,42		
14	6,06		
15	2,11		
16	1,89		
Total	6,49	12,73	19,40

3.6.1 Análisis comparativo de resultado con el estado del arte

La Tabla 3.8 compara los resultados obtenidos del algoritmo de clasificación que funciona sin muestreo compresivo (original) en las imágenes Indian Pines, Salinas, Pavia contra los obtenidos por el algoritmo propuesto 2 en SSCSI a una compresión 38%. Los valores obtenidos son menores a los alcanzados con la imágenes originales en un rango de -3,96% a -1,94%. El rango de menor clasificación se debe a que el

algoritmo propuesto opera en el dominio comprimido, donde la cantidad de datos es menor, requiere menos memoria de procesamiento, y espacio de almacenamiento.

Tabla 3.8: Clasificación en Indian Pines, Salinas, Pavia; imágenes originales, algoritmo propuesto con SSCSI; 10% de los datos para construir el diccionario,

Método	Clasificación %		
	Indian Pines	Salinas	Pavia
Original	78,26	89,4	89,66
Propuesto SSCSI	74,53	85,44	87,72
Diferencia (Propuesto - Original)	-3,73	-3,96	-1,94

El artículo de clasificación de imágenes espectrales con proyección en las medidas comprimidas y optimización del código de apertura codificada del 70% y 38% de compresión de los datos [25], obtiene un porcentaje de clasificación de 73,93% en Indian Pines. En este trabajo se alcanza un porcentaje máximo de clasificación de 87,72%, sin optimización del código de apertura, opera directamente sobre las medidas comprimidas de las arquitecturas DD-CASSI, SSCSI, HYCA y SCCSI, como se observa en la Tabla 3.1. Con una optimización del código de apertura se puede superar el actual valor alcanzado.

La Tabla 3.9 compara los resultados obtenidos en el algoritmo propuesto 2 con [25] sin optimización de código de apertura (sección 1.7). El algoritmo propuesto tiene un mejor rendimiento en la arquitectura SSCSI, es así, como en Pavia lo supera en un 9,7%, con Indian Pines en 11,35%, solo en Salinas el algoritmo [25] supera en un 0,79% al propuesto. Esté, opera en el dominio comprimido, donde la cantidad de datos es menor, requiere menos memoria de procesamiento y espacio de almacenamiento. Además, no se debe realizar una reconstrucción de la imagen.

Tabla 3.9: Clasificación en Indian Pines, Salinas, Pavia con el 10% de los datos para construir el diccionario, 38% compresión de los datos

Método	DD-CASSI %			SSCSI %			HYCA %		
	Indian Pines	Salinas	Pavia	Indian Pines	Salinas	Pavia	Indian Pines	Salinas	Pavia
[25]	63,52	88,59	89,36	63,18	86,23	78,02	64,62	87,72	79,82
Propuesto	72,50	84,69	87,08	74,53	85,44	87,72	73,24	84,72	87,36
Diferencia (Propuesto - [25])	8,98	-3,9	-2,28	11,35	-0,79	9,7	8,62	- 3,0	7,54

3.7 Conclusiones

Teniendo en cuenta que el problema de clasificación se consideró una extensión al de detección, los algoritmos propuestos 2 y 3, siguen los mismos principios establecidos en el capítulo 2. El cambio de parámetro A de dos clases en detección (fondo u objetivo) a seis en Pavia, nueve en Salinas y dieciséis en Indian Pines realiza la clasificación en las arquitecturas DD-CASSI, HYCA, SSCSI y SCCSI. El entrenamiento del diccionario se hace acorde al número de clases.

La simulación numérica realizada para analizar los resultados de los algoritmos de clasificación en las arquitecturas DD-CASSI, HYCA, SSCSI y SCCSI con los diferentes niveles de compresión 25%, 38%, 50%, 100%, diferentes porcentajes de los datos para construir el diccionario 10%, 50%, permite concluir que la arquitectura de mejor rendimiento es SSCSI. En una compresión 25%, 10% de los datos para construir el diccionario se logra una clasificación del 74,51% al 87,61%, HYCA del 72,61% al 86,65%, por último, DD-CASSI del 72,34% al 87,02%. También, fue sometido a diferentes nivel de ruido 20 [dB], 25 [dB] obteniendo los mejores resultados SSCSI. En una compresión 25%, 10% de los datos para construir el diccionario, 20 [dB] se tiene una clasificación del 38,05% al 78,75%, HYCA del 37,91% al 77,84%, por último, DD-CASSI del 37,56% al 77,48%, probando que el algoritmo es robusto para trabajar en condiciones con ruido, se obtiene un 8,86% de menos clasificación. Finalmente, el número de clases que tiene cada imagen influye en la clasificación, a mayor número de clases el porcentaje es menor.

Capítulo 4

Conclusiones

Las arquitecturas de muestreo compresivo más citadas en la literatura están las físicas como CASSI, DD-CASSI, SCCSI, SSCSI y la teórica HYCA. Las cuales, se pueden agrupar de acuerdo a la forma de construir la matriz de sensado $\mathbf{H}$ con desplazamiento en las bandas espectrales CASSI, SCCSI, o sin desplazamiento DD-CASSI, SSCSI y HYCA.

La calidad de la reconstrucción depende de la arquitectura utilizada y de la mayor tasa de compresión (más datos) de acuerdo a las pruebas realizadas entre las arquitecturas que son directamente comparables, primer grupo SSCSI, HYCA, DD-CASSI, segundo grupo CASSI y SCCSI. La mejor arquitectura es la SSCSI.

En las arquitecturas que no presentan desplazamiento de las bandas espectrales se usa la descomposición en valores singulares (SVD), para reducir la dimensionalidad de la matriz de sensado. En cambio, las que tienen desplazamiento se utiliza el producto Kronecker para proyectar las capas espectrales debido a que se trabaja con un código de proyecciones $q=1$, para no realizar mezcla de píxeles.

La construcción de los diccionarios como base de representación es necesaria para los dos grupos de arquitecturas y para la detección y clasificación. La forma de entrenamiento está en función al número de las clases.

Los algoritmos de clasificación se derivaron como un modelo extendido a más de dos clases de los algoritmos planteados para detección. Es decir, la operación de detección puede ser entendida como un caso particular con 2 clases, del modelo de clasificación.

En las simulaciones numéricas realizadas se obtuvo, a mayor cantidad de datos tomados para construir el diccionario mejor el porcentaje de clasificación y más robusto a ruido, a mayor ruido menor éxito en la clasificación, a mayor cantidad de clases menor éxito en la clasificación, a mayor compresión mejor el comportamiento, porque se toman más medidas.

En el dominio comprimido la arquitectura que mejor funciona con el algoritmo propuesto es SSCSI (mayor detección, clasificación y robusta al ruido), lo cual es consistente con lo encontrado en los algoritmos de reconstrucción clásicos.

El desempeño del algoritmo propuesto en dominio comprimido sacrifica del 4% al 5% la tasa de éxito en la operación de detección o clasificación con respecto a la versión que no esta en el dominio comprimido, a cambio de reducción de dimensionalidad (manejo de memoria, transporte y procesamiento). Además, funciona mejor que el más cercano en la literatura ([25]) que también opera en dominio comprimido proyectado pero con CASSI.

Capítulo 5

Futuros trabajos

Construir un modelo matemático para optimizar el código de apertura de las arquitecturas de muestreo compresivo, de manera que permita un mejor resultado en las operaciones de detección y clasificación en el dominio comprimido.

Realizar un modelo matemático que resuelva el problema de mezcla de píxeles en la matriz de sensado, para que sirva de base a la construcción de un algoritmo que simultáneamente realice las operaciones de detección y clasificación en las arquitecturas con o sin desplazamiento espectral.

Desarrollar un modelo matemático para realizar las operaciones de clasificación y detección en el dominio comprimido a partir de la teoría de aprendizaje de núcleos.

Referencias

- [1] M. F. Duarte, C. Hegde, V. Cevher, and R. G. Baraniuk, “Recovery of compressible signals in unions of subspaces,” in *Proceedings - 43rd Annual Conference on Information Sciences and Systems, CISS 2009*, 2009, pp. 175–180.
- [2] H. Arguello and G. Arce, “Code aperture design for compressive spectral imaging,” in *18th European Signal Processing Conference*, no. 1, 2010, pp. 1434–1438.
- [3] M. E. Gehm, R. John, D. J. Brady, R. M. Willett, and T. J. Schulz, “Single-shot compressive spectral imaging with a dual-disperser architecture,” *Optics express*, vol. 15, no. 21, pp. 14 013–14 027, 2007.
- [4] X. Lin, Y. Liu, J. Wu, and Q. Dai, “Spatial-spectral encoded compressive hyperspectral imaging,” *ACM Trans. Graph.*, vol. 33, no. 6, pp. 233:1—233:11, 2014. [Online]. Available: <http://doi.acm.org/10.1145/2661229.2661262>
- [5] C. Correa, H. Arguello, and G. Arce, “Compressive spectral imaging with colored-patterned detectors,” in *ICASSP, IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing - Proceedings*, 2014, pp. 7789–7793. [Online]. Available: <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-84905245176&partnerID=40&md5=31e2fa11f1dd23fa650b6676e8c13a1d>
- [6] G. Martin, J. M. Bioucas-Dias, and A. Plaza, “Hycas: A new technique for hyperspectral compressive sensing,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 53, no. 5, pp. 2819–2831, 2015. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6964803>
- [7] M. K. Griffin, S. May-Hsu, H. K. Burke, S. M. Orloff, and C. a. Upham, “Examples of EO-1 Hyperion data analysis,” *Lincoln Laboratory Journal*, vol. 15, no. 2, pp. 271–298, 2005.
- [8] J. Gustin, D. Grodent, L. C. Ray, B. Bonfond, E. J. Bunce, J. D. Nichols, and N. Ozak, “Characteristics of north jovian aurora from STIS FUV spectral images,” *Icarus*, vol. 268, pp. 215–241, 2016.
- [9] G. Lu and B. Fei, “Medical hyperspectral imaging: a review,” *Journal of biomedical optics*, vol. 19, no. 1, p. 10901, 2014. [Online]. Available: <http://www.pubmedcentral.nih.gov/articlerender.fcgi?artid=3895860&tool=pmcentrez&rendertype=abstract>
- [10] G. Mishne, R. Talmon, I. Cohen, and S. Member, “Graph-Based Supervised Automatic Target Detection,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 53, no. 5, pp. 2738–2754, 2015. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6954458>
- [11] H. Soydan, A. Koz, H. Azebne Düzgün, and A. Aydin Alatan, “Hydrocarbon microseepage mapping using signature based target detection techniques,” U. Michel, K. Schulz, M. Ehlers, K. G. Nikolakopoulos, and D. Civco, Eds., Oct. 2015, p. 96440I. [Online]. Available: <http://proceedings.spiedigitallibrary.org/proceeding.aspx?doi=10.1117/12.2195105>

- [12] A. Camacho-Velasco, C. A. Vargas-García, F. A. Rojas-Morales, S. F. Castillo-Castelblanco, and H. Arguello-Fuentes, “Aplicaciones y retos del sensado remoto hiperespectral en la geología colombiana Applications and challenges of hyperspectral remote sensing in the colombian geology Aplicações e desafios do sensoriamento remoto hiperespectral na geologia colombiana,” *Revista Facultad de Ingeniería (Fac. Ing.)*, vol. 24, no. 40, pp. 17–29, 2015.
- [13] S. Ozturk, Y. E. Esin, and Y. Artan, “Object Detection in Rural Areas using Hyperspectral Imaging,” p. 96432M, Oct. 2015. [Online]. Available: <http://proceedings.spiedigitallibrary.org/proceeding.aspx?doi=10.1117/12.2195326>
- [14] A. Backhaus, F. Bollenbeck, and U. Seiffert, “Robust classification of the nutrition state in crop plants by hyperspectral imaging and artificial neural networks,” in *2011 3rd Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing: Evolution in Remote Sensing (WHISPERS)*. IEEE, Jun. 2011, pp. 1–4. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6080898>
- [15] S. M. Arafat, M. A. Aboelghar, and E. F. Ahmed, “Crop Discrimination Using Field Hyper Spectral Remotely Sensed Data,” *Advances in Remote Sensing*, vol. 02, no. 02, pp. 63–70, 2013. [Online]. Available: <http://www.scirp.org/journal/PaperInformation.aspx?PaperID=32668&#abstract>
- [16] C. C. D. Lelong, J. M. Roger, S. Brégand, F. Dubertret, M. Lanore, N. a. Sitorus, D. a. Raharjo, and J. P. Caliman, “Evaluation of oil-palm fungal disease infestation with canopy hyperspectral reflectance data,” *Sensors*, vol. 10, no. 1, pp. 734–747, 2010.
- [17] M. Golbabaee, S. Arberet, and P. Vanderghenst, “Compressive Source Separation: Theory and Methods for Hyperspectral Imaging,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 22, no. 12, pp. 5096–5110, Dec. 2013. [Online]. Available: <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/24043385http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6595593>
- [18] A. Zare, J. Bolton, J. Chanussot, and P. Gader, “Foreword to the Special Issue on Hyperspectral Image and Signal Processing,” *Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, IEEE Journal of*, vol. 7, no. 6, pp. 1841–1843, 2014. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6870524>
- [19] E. Adam, O. Mutanga, and D. Rugege, “Multispectral and hyperspectral remote sensing for identification and mapping of wetland vegetation: A review,” *Wetlands Ecology and Management*, vol. 18, no. 3, pp. 281–296, 2010. [Online]. Available: <http://www.springerlink.com/index/10.1007/s11273-009-9169-z>
- [20] R. G. Baraniuk, “Compressive sensing,” *IEEE Signal Processing Magazine*, pp. 118–124, 2007.
- [21] Y. Chen, N. M. Nasrabadi, and T. D. Tran, “Kernel sparse representation for hyperspectral target detection,” in *International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*, 2012, pp. 7484–7487.
- [22] J. Zhang, J. Erway, X. Hu, Q. Zhang, and R. Plemmons, “Randomized SVD Methods in Hyperspectral Imaging,” *Journal of Electrical and Computer Engineering*, vol. 2012, no. 15, pp. 1–15, 2012. [Online]. Available: <http://www.hindawi.com/journals/jece/2012/409357/>
- [23] M. B. Wakin, “Manifold-Based Signal Recovery and Parameter Estimation from Compressive Measurements,” *Stat*, vol. 1050, pp. 1–22, 2010. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/1002.1247>
- [24] S. Rousseau, D. Helbert, P. Carré, and J. Blanc-Talon, “Compressive pattern matching on multispectral data,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 52, no. 12, pp. 7581–7592, 2014.

- [25] A. Ramirez, H. Arguello, G. R. Arce, and B. M. Sadler, "Spectral image classification from optimal coded-aperture compressive measurements," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 52, pp. 3299–3309, 2014.
- [26] A. M. Bruckstein, D. L. Donoho, and M. Elad, "From sparse solutions of systems of equations to sparse modeling of signals and images," pp. 34–81, 2009.
- [27] V. M. Patel and R. Chellappa, "Sparse Representations, Compressive Sensing and dictionaries for pattern recognition," *1st Asian Conference on Pattern Recognition, ACPR 2011*, no. 5, pp. 325–329, 2011.
- [28] M. A. Davenport, P. T. Boufounos, M. B. Wakin, and R. G. Baraniuk, "Signal processing with compressive measurements," *IEEE Journal on Selected Topics in Signal Processing*, vol. 4, no. 2, pp. 445–460, 2010.
- [29] D. L. Donoho, "Compressed sensing," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52, no. 4, pp. 1289–1306, 2006.
- [30] E. Candes and M. Wakin, "An Introduction To Compressive Sampling," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 25, no. 2, 2008.
- [31] S. Foucart and H. Rauhut, *A Mathematical Introduction to Compressive Sensing*. New York: Springer, 2013.
- [32] C. E. Shannon, "A mathematical theory of communication," *Bell System Technical Journal*, vol. 27, pp. 379–423, 623–656, 1948.
- [33] J. A. Tropp, "Greed is good: Algorithmic results for sparse approximation," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 50, no. 10, 2004.
- [34] J. Haupt and R. Nowak, "Compressive sampling for signal detection," *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. 7, pp. 1509–1512, 2007.
- [35] P. A. P. Lobato, C. R. H. Ruiz, S. J. A. Quiróga, and V. A. L. Recio, "Recuperación de señales dispersas utilizando orthogonal matching pursuit (omp)," *Ingeniería e Investigación*, vol. 29, pp. 1–8, 2009.
- [36] V. Kekatos and G. Giannakis, "From sparse signals to sparse residuals for robust sensing," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 59 No. 7, pp. 3355–3368, 2011.
- [37] J. Haupt, R. Castro, R. Nowak, G. Fudge, and A. Yeh, "Compressive Sampling for Signal Classification," in *2006 Fortieth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*. IEEE, 2006, pp. 1430–1434.
- [38] D. Thapa, K. Raahemifar, and V. Lakshminarayanan, "Less is more: compressive sensing in optics and image science," *Journal of Modern Optics*, vol. 62, no. 3, pp. 169–183, Mar. 2014. [Online]. Available: <http://www.tandfonline.com/loi/tmop20http://dx.doi.org/10.1080/09500340.2014.966793http://www.tandfonline.com/http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/09500340.2014.966793>
- [39] H. Kwon and N. M. Nasrabadi, "A comparative analysis of kernel subspace target detectors for hyperspectral imagery," *Eurasip Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 2007, 2007.
- [40] F. Sierra-Pajuelo, A. Paz-Gallardo, and A. Plaza, "Performance Optimizations for an Automatic Target Generation Process in Hyperspectral Analysis," in *Architecture of Computing Systems. Proceedings*. Proceedings, ARCS 2015-The 28th International Conference on, 2015, pp. 1–6.
- [41] K. Bryan and T. Leise, "Making Do with Less: An Introduction to Compressed Sensing," *SIAM Review*, vol. 55, no. 3, pp. 547–566, 2013. [Online]. Available: <http://epubs.siam.org/doi/abs/10.1137/110837681>

- [42] C. L. V. C. Correa and H. E. A. Rguello, "Snapshot colored compressive spectral imager," *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 32, no. 10, pp. 1754–1763, 2015. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1364/JOSAA.32.001754>
- [43] M. Fauvel, J. A. Benediktsson, J. Chanussot, and J. R. Sveinsson, "Spectral and spatial classification of hyperspectral data using svms and morphological profiles," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 46, no. 11, pp. 3804–3814, 2008.
- [44] Q. Wei, J. Bioucas-Dias, N. Dobigeon, and J.-Y. Tournieret, "Hyperspectral and Multispectral Image Fusion Based on a Sparse Representation," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 53, no. 7, pp. 3658–3668, 2015.
- [45] M. A. Davenport, M. F. Duarte, M. B. Wakin, J. N. Laska, D. Takhar, K. F. Kelly, and R. G. Baraniuk, "The smashed filter for compressive classification and target recognition," in *SPIE 6498, Computational Imaging V*, vol. 6498, no. January, 2007, pp. 64 980H–64 980H–12.
- [46] Y. Chen, N. M. Nasrabadi, and T. D. Tran, "Simultaneous joint sparsity model for target detection in hyperspectral imagery," *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, vol. 8, no. 4, pp. 676–680, 2011.
- [47] R. Baraniuk, M. A. Davenport, M. F. Duarte, and C. Hegde, "An introduction to compressive sensing," *Connexions e-textbook*, 2011.
- [48] Y.-G. Wang, Z. Liu, L. Yang, and W.-L. Jiang, "Generalized compressive detection of stochastic signals using Neyman-Pearson theorem," *Signal, Image and Video Processing*, Jul. 2014. [Online]. Available: <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-84904225024&partnerID=40&md5=1038e2b151752b54f99f96da8c88301fhttp://link.springer.com/10.1007/s11760-014-0666-z>
- [49] Y. Chen, N. M. Nasrabadi, and T. D. Tran, "Sparse Representation for Target Detection in Hyperspectral Imagery," *Selected Topics in Signal Processing, IEEE Journal of*, vol. 5, no. 3, pp. 629–640, 2011.
- [50] R. F. Medina and S. C. Gómez, "Funcionalidades de la minería de datos," *Revista IngenierÍA y Región*, pp. 31–40, 2014.
- [51] E. Truslow, D. Manolakis, M. Pieper, T. Cooley, and M. Brueggeman, "Performance prediction of matched filter and adaptive cosine estimator hyperspectral target detectors," *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, vol. 7, no. 6, pp. 2337–2350, 2014.
- [52] J. Treichler, M. Davenport, and R. Baraniuk, "Application of compressive sensing to the desing of wideband signal acquisition receivers," in *Defense Apps. of Signal Processing*, vol. 5, 2009, Conference Proceedings.
- [53] H. Liu and S. Li, "Target detection using sparse representation with element and construction combination feature," *IEEE TRANSACTIONS ON INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT*, vol. 64, no. 2, pp. 290–298, 2015.
- [54] M. H. Padgavankar and S. R. Grupta, "Big data storage and challenges," *International Journal of Computer Science and Information Technologies*, vol. 5, no. 2, pp. 2218–2223, 2014.
- [55] M. Chen, S. Mao, and Y. Liu, "Big data: A survey," *Mobile Networks and Applications*, vol. 19, no. 2, pp. 171–209, 2014.
- [56] K. Hayashi, M. Nagahara, and T. Tanaka, "A user's guide to compressed sensing for communications systems," *IEICE Transactions on Communications*, vol. E96-B, no. 3, pp. 685–712, 2013.
- [57] H. Morteza, "Reducing adc sampling rate with compressive sensing," *ArXiv Preprint arXiv:1503.00311*, pp. 1–8, 2015.

- [58] G. R. Arce, D. J. Brady, L. Carin, H. Arguello, and D. S. Kittle, "Compressive Coded Aperture Spectral Imaging: An Introduction," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 31, no. 1, pp. 105–115, Jan. 2014. [Online]. Available: <http://proceedings.spiedigitallibrary.org/proceeding.aspx?articleid=812490http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6678264>
- [59] S. S. Chen, D. L. Donoho, and M. a. Saunders, "Atomic Decomposition by Basis Pursuit," *SIAM Journal on Scientific Computing*, vol. 20, no. 1, pp. 33–61, 1998.
- [60] Y. Chen, N. M. Nasrabadi, and T. D. Tran, "Hyperspectral Image Classification Using Dictionary-Based Sparse Representation," *IEEE TRANSACTIONS ON GEOSCIENCE AND REMOTE SENSING*, vol. 49, no. 10, 2, pp. 3973–3985, 2011.
- [61] K. Gröchenig, *Foundations of time-frequency analysis*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [62] F. Krahmer, D. Needell, and R. Ward, "COMPRESSIVE SENSING WITH REDUNDANT DICTIONARIES AND STRUCTURED MEASUREMENTS," pp. 1–21, 2015.
- [63] M. Aharon, M. Elad, and A. Bruckstein, "K-SVD: An algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 54, no. 11, pp. 4311–4322, 2006.
- [64] Y. Sun, G. Gu, X. Sui, Y. Liu, and C. Yang, "Single image super-resolution using compressive sensing with a redundant dictionary," *IEEE Photonics Journal*, vol. 7, no. 2, pp. 1–1, 2015. [Online]. Available: http://www.ieee.org/publications_standards/publications/rights/index.htmlhttp://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=7055220
- [65] J. Cao, Y. Zhao, X. Lai, M. E. H. Ong, C. Yin, Z. X. Koh, and N. Liu, "Landmark recognition with sparse representation classification and extreme learning machine," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 352, no. 10, pp. 4528–4545, Oct. 2015.
- [66] D. Manolakis, E. Truslow, M. Pieper, T. Cooley, and M. Brueggeman, "Detection Algorithms in Hyperspectral Imaging Systems: An Overview of Practical Algorithms," *Signal Processing Magazine, IEEE*, vol. 31, no. 1, pp. 24–33, 2014.
- [67] H. Arguello and G. R. Arce, "Code aperture optimization for spectrally agile compressive imaging." *Journal of the Optical Society of America. A, Optics, image science, and vision*, vol. 28, no. 11, pp. 2400–13, 2011. [Online]. Available: <http://josaa.osa.org/abstract.cfm?URI=josaa-28-11-2400>
- [68] M. A. T. Figueiredo, R. D. Nowak, and S. J. Wright, "Gradient projection for sparse reconstruction: Application to compressed sensing and other inverse problems," *IEEE Journal on Selected Topics in Signal Processing*, vol. 1, no. 4, pp. 586–597, 2007.
- [69] J. M. Bioucas-Dias and M. A. T. Figueiredo, "A new TwIST: Two-step iterative shrinkage/thresholding algorithms for image restoration," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 16, no. 12, pp. 2992–3004, 2007.
- [70] S. J. Wright, R. D. Nowak, and M. A. T. Figueiredo, "Sparse reconstruction by separable approximation," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 57, no. 7, pp. 2479–2493, 2009.
- [71] A. N. Indiana's. (1992) Indiana's indian pines dataset. [Online]. Available: <https://engineering.purdue.edu/~biehl/MultiSpec/hyperspectral.html>
- [72] Grupo de Inteligencia Computacional de la Universidad del País Vasco (UPV/EHU), "Hyperspectral Remote Sensing Scenes," 2014. [Online]. Available: http://www.ehu.eus/ccwintco/index.php?title=Hyperspectral{_-}Remote{_-}Sensing{_-}Scenes

- [73] D. Manolakis and G. Shaw, "Detection algorithms for hyperspectral imaging applications," *Signal Processing Magazine, IEEE*, vol. 19, no. 1, pp. 29–43, 2002.
- [74] W. Gross, J. Boehler, H. Schilling, W. Middelmann, J. Weyermann, P. Wellig, R. Oechsli, and M. Kneubuehler, "Assessment of target detection limits in hyperspectral data," K. U. Stein and R. H. M. A. Schleijsen, Eds., Oct. 2015, p. 96530J. [Online]. Available: <http://proceedings.spiedigitallibrary.org/proceeding.aspx?doi=10.1117/12.2192197>
- [75] J. Cao and Z. Lin, "Bayesian signal detection with compressed measurements," *Information Sciences*, vol. 289, pp. 241–253, 2014. [Online]. Available: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0020025514007993>
- [76] M. a. Davenport, M. B. Wakin, and R. G. Baraniuk, "Detection and Estimation with Compressive Measurements," *Computer Engineering*, pp. 1–16, 2007. [Online]. Available: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.86.7670&rep=rep1&type=pdf>
- [77] G. K. Atia, "Change Detection with Compressive Measurements," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 22, no. 2, pp. 182–186, 2015. [Online]. Available: <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=6883184>
- [78] D. Malioutov, M. Çetin, and A. S. Willsky, "A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays," *IEEE Transaction on Signal Processing*, vol. 53, no. 8, pp. 3010–3022, 2005.
- [79] C. Zhao, G. Zhao, B. Qi, and X. Li, "Reduced near border set for endmember extraction," *Optik - International Journal for Light and Electron Optics*, vol. 126, pp. 4424–4431, 2015.
- [80] M. Filippone, F. Camastra, F. Masulli, and S. Rovetta, "A survey of kernel and spectral methods for clustering," *Pattern Recognition*, vol. 41, no. 1, pp. 176–190, Jan. 2008. [Online]. Available: www.elsevier.com/locate/pr<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0031320307002580>
- [81] C. Zhao, W. Li, X. Li, and B. Qi, "Sparse representation based on stacked kernel for target detection in hyperspectral imagery," *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, 2015.
- [82] B. Du, Y. Zhang, L. Zhang, and L. Zhang, "A hypothesis independent subpixel target detector for hyperspectral images," *Signal Processing*, vol. 110, pp. 244–249, 2015.
- [83] N. M. Nasrabadi, "Hyperspectral target detection : An overview of current and future challenges," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 31, no. 1, pp. 34–44, 2014.
- [84] O. A. De Carvalho, P. R. Meneses, O. Abílio, D. C. Jr, and P. R. Meneses, "Spectral Correlation Mapper (SCM): An Improvement on the Spectral Angle Mapper (SAM)," *JPL Publication*, vol. 9, no. 00-18, pp. 1–9, 1999.
- [85] H. K. H. Kwon and N. Nasrabadi, "Kernel orthogonal subspace projection for hyperspectral signal classification," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 43, no. 12, 2005.
- [86] V. N. Vapnik, "An overview of statistical learning theory." *IEEE transactions on neural networks / a publication of the IEEE Neural Networks Council*, vol. 10, no. 5, pp. 988–999, 1999.
- [87] P. Bajorski, "Analytical comparison of the matched filter and orthogonal subspace projection detectors for hyperspectral images," in *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 45, no. 7, 2007, pp. 2394–2402.

- [88] N. Hasson, S. Asulin, D. Blumberg, and S. R. Rotman, "Evaluating backgrounds for subpixel target detection: when closer isn't better," in *SPIE Defense+ Security*, M. Velez-Reyes and F. A. Kruse, Eds., May 2015, p. 94720R. [Online]. Available: <http://proceedings.spiedigitallibrary.org/proceeding.aspx?doi=10.1117/12.2085059>
- [89] Z. Wang, "Ideals," 01 21 2015. [Online]. Available: <http://hdl.handle.net/2142/72917>
- [90] M. Chen, J. Silva, J. Paisley, C. Wang, D. Dunson, and L. Carin, "Compressive sensing on manifolds using a nonparametric mixture of factor analyzers: Algorithm and performance bounds." *IEEE Transactions on Signal Processing: A Publication of the IEEE signal Processing Society*, vol. 58, no. 12, pp. 6140–6155, 2010.
- [91] H. Xu, N. Fu, L. Qiao, and X. Peng, "Directly estimating endmembers for compressive hyperspectral images," *Sensors (Basel)*, vol. 15, no. 4, pp. 9305–9323, 2015. [Online]. Available: <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/25905699>
- [92] F. Chen, A. P. Chandrakasan, and V. M. Stojanovic, "Design and analysis of a hardware-efficient compressed sensing architecture for data compression in wireless sensors," *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 47 No. 3, pp. 744–756, 2012.
- [93] D. Lee and J. Choi, "Learning dynamic compressive sensing models," *CORR abs 1502.04538V1*, pp. 1–16, 2015.
- [94] J. Lee, D ; Choi, "Learning compressive sensing models for big spatio-temporal data," in *In SIAM 15th Intl. Conf. Data Mining*. En SIAM 51th Intl. Conf. Data Mining (SDM), 2015, Conference Proceedings.
- [95] C. Wang and S. Qin, "Adaptive detection method of infrared small target based on target-background separation via robust principal component analysis," *Infrared Physics & Technology*, vol. 69, pp. 123–135, Mar. 2015. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1016/j.infrared.2015.01.017http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1350449515000286>
- [96] H. Liu and S. Li, "Target detection using sparse representation with element and construction combination feature," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2015.
- [97] G. d. I. C. d. l. U. d. P. V. (UPV/EHU), "Hyperspectral Remote Sensing Scenes," 1991. [Online]. Available: <http://www.ehu.eus/ccwintco/index.php?title=Hyperspectral{-}Remote{-}Sensing{-}Scenes{#}Pavia{-}University{-}scene>
- [98] H. Arguello and G. R. Arce, "Colored coded aperture design by concentration of measure in compressive spectral imaging," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 23, no. 4, pp. 1896–1908, 2014.
- [99] J. Wright, A. Y. Yang, A. Ganesh, S. S. Sastry, and Y. Ma, "Robust face recognition via sparse representation," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 31, no. 2, pp. 210–227, 2009.