

**ANÁLISIS DE SERIES DE TIEMPO DE CAUDAL MEDIANTE LA TRANSFORMADA DE
FOURIER. CASO DE ESTUDIO ESTACIONES REGISTRADORAS UBICADAS SOBRE
EL RIO GUATIQUIA EN LOS SECTORES DE SAN JOSÉ, PUENTE ABADÍA Y SAN
LUÍS**

Presentado por:

JUAN CARLOS VALERO FANDIÑO



**UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA
ESCUELA DE INGENIERÍAS Y ADMINISTRACIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL
BUCARAMANGA
2013**

**ANÁLISIS DE SERIES DE TIEMPO DE CAUDAL MEDIANTE LA TRANSFORMADA DE
FOURIER. CASO DE ESTUDIO ESTACIONES REGISTRADORAS UBICADAS SOBRE
EL RIO GUATIQUIA EN LOS SECTORES DE SAN JOSÉ, PUENTE ABADÍA Y SAN
LUÍS**



Presentado por:
JUAN CARLOS VALERO FANDIÑO

Trabajo de grado como requisito para optar al título de
INGENIERO CIVIL

Asesor interno
DIEGO ALEJANDRO GUZMÁN ARIAS. I.C, Msc

Asesor externo
JORGE ALBERTO VALERO FANDIÑO. IC, Msc

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA
ESCUELA DE INGENIERÍAS Y ADMINISTRACIÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL
BUCARAMANGA
2013**

NOTA DE ACEPTACION

DIEGO MARTÍN OVIEDO SALCEDO. Ph.D

Jurado Calificador

IVÁN ANDRÉS HERRERA GALVIS MSC.

Jurado Calificador

Bucaramanga, Enero de 2013

“Estudia el pasado si quieres pronosticar el futuro”.

Confucio.

Agradecimientos

A Dios, pues es a quién todo le debo.

A mis padres José Antonio y María del Carmen, por haber creído en mí, por tener siempre las palabras de cariño, comprensión y amor.

A mi hermano Jorge Alberto, por su decisivo apoyo en los momentos importantes de mi vida.

A mi esposa Sandra Patricia y a mí Hija Laura Sofía, por su confianza, respeto y cariño, y por ser la fuente de mi inspiración.

Al Ingeniero Diego Guzmán, por su orientación y colaboración como director de mi Trabajo de Grado.

A Víctor Manuel, Martha Viviana y Benjamín, por todo su apoyo, confianza y amistad durante mis estudios Ingeniería.

A todos los profesores que contribuyeron en mi formación tanto profesional como humana.

A la Empresa de Acueducto y Alcantarillado de Bogotá por la información suministrada.

CONTENIDO

1	INTRODUCCIÓN	14
2	OBJETIVOS	15
2.1	OBJETIVO GENERAL	15
2.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	15
3	ANTECEDENTES	16
4	MARCOS DE REFERENCIA	17
4.1	AFORO CON MOLINETE O CORRENTÓMETRO	17
4.1.1	SELECCIÓN DEL SITIO DE AFORO	19
4.1.2	MÉTODOS DE AFORO CON MOLINETE	20
4.1.3	PARTES DE UNA ESTACIÓN DE AFORO	21
4.2	DESCRIPCIÓN NUMÉRICA DE LOS DATOS: ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA	22
4.2.1	MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL	22
4.2.2	MEDIDAS DE DISPERSIÓN	23
4.2.3	DESCRIPCIÓN GRÁFICA DE LOS DATOS	25
4.2.4	DESCRIPCIÓN DE LA MEMORIA DE PROCESO	27
4.3	TRANSFORMADA DE FOURIER	33
4.3.1	TRANSFORMADA: LA OTRA REALIDAD	34
4.3.2	REPRESENTACIÓN DE UNA SERIE DE TIEMPO MEDIANTE LA SUMA DE ARMÓNICOS	35
4.3.3	CARACTERIZACIÓN MATEMÁTICA DE UN ARMÓNICO (F)	37
4.3.4	PERIDOGRAMA	41
4.3.5	TRANSFORMADA DE FOURIER DIRECTA DISCRETA	41
4.3.6	TRANSFORMADA DE FOURIER INVERSA DISCRETA	42
4.4	MARCO GEOGRÁFICO	43
4.4.1	UBICACIÓN DE LAS ESTACIONES ANALIZADAS	45
5	METODOLOGÍA	47
5.1	REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	47
5.2	SELECCIÓN DE LAS HERRAMIENTAS COMPUTACIONALES A UTILIZAR	47
5.3	RECOPIACIÓN DE LA INFORMACIÓN	47
5.4	ORGANIZACIÓN Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN	47
5.5	ELABORACIÓN DEL INFORME FINAL	48
6	ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN RECOPIADA EN LA ESTACIÓN GUATIQUEÑA - SAN JOSÉ	49

6.1	DESCRIPCIÓN DE LA ESTACIÓN	49
6.2	INFORMACIÓN A ANALIZAR	50
6.3	ANÁLISIS EXPLORATORIO	50
6.4	MEMORIA DEL PROCESO	52
6.4.1	FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN LINEAL	52
6.4.2	EXPONENTE DE HURST	53
6.5	ANÁLISIS DE FOURIER	54
<u>7</u>	<u>ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN RECOPIADA EN LA ESTACIÓN GUATIQUEÍA – PUENTE ABADÍA</u>	<u>59</u>
7.1	DESCRIPCIÓN DE LA ESTACIÓN	59
7.2	INFORMACIÓN A ANALIZAR	60
7.3	ANÁLISIS EXPLORATORIO	60
7.4	MEMORIA DEL PROCESO	62
7.4.1	FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN LINEAL	62
7.4.2	EXPONENTE DE HURST	63
7.5	ANÁLISIS DE FOURIER	64
<u>8</u>	<u>ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN RECOPIADA EN LA ESTACIÓN GUATIQUEÍA - SAN LUIS</u>	<u>69</u>
8.1	DESCRIPCIÓN DE LA ESTACIÓN	69
8.2	INFORMACIÓN A ANALIZAR	70
8.3	ANÁLISIS EXPLORATORIO	70
8.4	MEMORIA DEL PROCESO	72
8.4.1	FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN LINEAL	72
8.4.2	EXPONENTE DE HURST	73
8.5	ANÁLISIS DE FOURIER	74
<u>9</u>	<u>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</u>	<u>79</u>
<u>10</u>	<u>BIBLIOGRAFÍA</u>	<u>81</u>
<u>ANEXOS</u>		<u>84</u>
<u>1</u>	<u>SERIES DE CAUDAL, HISTOGRAMAS Y DIAGRAMAS DE CAJA Y BIGOTES PARA LA ESTACIÓN GUATIQUEÍA SAN JOSÉ</u>	<u>85</u>
<u>2</u>	<u>FUNCIONES DE AUTOCORRELACIÓN LINEAL PARA LA ESTACIÓN GUATIQUEÍA SAN JOSÉ</u>	<u>89</u>
<u>3</u>	<u>EXPONENTES DE HURST PARA LA ESTACIÓN GUATIQUEÍA SAN JOSÉ</u>	<u>91</u>

<u>4</u>	<u>PERIDOGRAMAS PARA LA ESTACIÓN GUATIQUEÍA SAN JOSÉ</u>	<u>95</u>
<u>5</u>	<u>SERIES DE CAUDAL, PRIMER ARMÓNICO O MEDIA, SIGUIENTES TRES ARMÓNICOS, SERIE RECONSTRUIDA Y MAGNITUD DE LOS ERRORES PARA LA ESTACIÓN GUATIQUEÍA SAN JOSÉ.</u>	<u>97</u>
<u>6</u>	<u>SERIE DE CAUDAL, HISTOGRAMA Y DIAGRAMA DE CAJA Y BIGOTES PARA LA ESTACIÓN GUATIQUEÍA PUENTE ABADÍA.</u>	<u>101</u>
<u>7</u>	<u>FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN LINEAL PARA LA ESTACIÓN GUATIQUEÍA PUENTE ABADÍA</u>	<u>102</u>
<u>8</u>	<u>EXPONENTE DE HURST PARA LA ESTACIÓN GUATIQUEÍA PUENTE ABADÍA.</u>	<u>103</u>
<u>9</u>	<u>PERIDOGRAMA PARA LA ESTACIÓN GUATIQUEÍA PUENTE ABADÍA.</u>	<u>104</u>
<u>10</u>	<u>SERIE DE CAUDAL, PRIMER ARMÓNICO O MEDIA, SIGUIENTES TRES ARMÓNICOS, SERIE RECONSTRUIDA Y MAGNITUD DE LOS ERRORES PARA LA ESTACIÓN GUATIQUEÍA PUENTE ABADÍA.</u>	<u>105</u>
<u>11</u>	<u>SERIES DE CAUDAL, HISTOGRAMAS Y DIAGRAMAS DE CAJA Y BIGOTES PARA LA ESTACIÓN GUATIQUEÍA SAN LUIS.</u>	<u>106</u>
<u>12</u>	<u>FUNCIONES DE AUTOCORRELACIÓN LINEAL PARA LA ESTACIÓN GUATIQUEÍA SAN LUIS.</u>	<u>108</u>
<u>13</u>	<u>EXPONENTES DE HURST PARA LA ESTACIÓN GUATIQUEÍA SAN LUIS</u>	<u>109</u>
<u>14</u>	<u>PERIDOGRAMAS PARA LA ESTACIÓN GUATIQUEÍA SAN LUIS</u>	<u>111</u>
<u>15</u>	<u>SERIES DE CAUDAL, PRIMER ARMÓNICO O MEDIA, SIGUIENTES TRES ARMÓNICOS, SERIE RECONSTRUIDA Y MAGNITUD DE LOS ERRORES PARA LA ESTACIÓN GUATIQUEÍA SAN LUIS.</u>	<u>112</u>
<u>16</u>	<u>SERIES DE TIEMPO REGISTRADAS Y SERIES RECONSTRUIDAS A PARTIR DE LA MEDIA Y 10 ARMÓNICOS.</u>	<u>114</u>
<u>17</u>	<u>DISCO COMPACTO CON LAS SERIES DE TIEMPO ORIGINALES SUMINISTRADAS POR LA EAAB Y FRAGMENTOS DE LAS SERIES FINALMENTE ANALIZADOS.</u>	<u>121</u>

LISTA DE TABLAS

TABLA 4-1. SERIE ORIGINAL VS SERIE REZAGADA UNA, DOS Y TRES UNIDADES DE TIEMPO.....	30
TABLA 6-1. RESULTADOS DEL ANÁLISIS EXPLORATORIO PARA LOS FRAGMENTOS DE LA SERIE DE TIEMPO REGISTRADA EN LA ESTACIÓN GUATIQUEÍA SAN JOSÉ.	50
TABLA 6-2. PARÁMETROS DE LOS ARMÓNICOS 2 AL 4 PARA LA ESTACIÓN GUATIQUEÍA SAN JOSÉ.	55
TABLA 7-1. RESULTADOS DEL ANÁLISIS EXPLORATORIO PARA LOS FRAGMENTOS DE LA SERIE DE TIEMPO REGISTRADA EN LA ESTACIÓN GUATIQUEÍA PUENTE ABADÍA.	60
TABLA 7-2 PARÁMETROS DE LOS ARMÓNICOS 2 AL 4 PARA LA ESTACIÓN GUATIQUEÍA PUENTE ABADÍA.	65
TABLA 8-1 RESULTADOS DEL ANÁLISIS EXPLORATORIO PARA LOS FRAGMENTOS DE LA SERIE DE TIEMPO REGISTRADA EN LA ESTACIÓN GUATIQUEÍA SAN LUIS.	70
TABLA 8-2. PARÁMETROS DE LOS ARMÓNICOS 2 AL 4 PARA LA ESTACIÓN GUATIQUEÍA SAN LUIS.	75

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 4-1. MOLINETE PARA AFORO POR VADEO. FUENTE: (SIGNOPTECH).....	18
FIGURA 4-2. MOLINETE PARA AFORO POR SUSPENSIÓN. FUENTE: (RICKLY HYDROLOGICAL COMPANY)	18
FIGURA 4-3 CURVA DE ELEVACIÓN-GASTOS. FUENTE: (APARICIO MIJARES, 1992)	19
FIGURA 4-4 AFORO POR VADEO – ESTACIÓN BOCATOMA RÍO GUATIQUÍA FUENTE: EAAB.	20
FIGURA 4-5 AFORO POR SUSPENSIÓN DESDE BOTE. FUENTE PROPIA.....	20
FIGURA 4-6 AFORO POR SUSPENSIÓN DESDE PUENTE. FUENTE: EAAB.	21
FIGURA 4-7. AFORO POR SUSPENSIÓN DESDE TARABITA. FUENTE: (MENAJOVSKY, 2006).....	21
FIGURA 4-8. ELEMENTOS DE UN DIAGRAMA DE CAJA Y BIGOTES.	27
FIGURA 4-9. VALORES DEL COEFICIENTE DE CORRELACIÓN LINEAL (RK) PARA ALGUNOS ESCENARIOS. (A) Y (B) RK = 0, CORRELACIÓN LINEAL NULA, (C) RK= -1, CORRELACIÓN LINEAL NEGATIVA Y (D) RK = 0,9877, CORRELACIÓN LINEAL POSITIVA.	29
FIGURA 4-10. FOTOGRAFÍA TOMADA CON CÁMARA NORMAL Y FOTOGRAFÍA TOMADA CON CÁMARA INFRARROJA. FUENTE: (ENJOY SPACE)	34
FIGURA 4-11. (A) SEÑAL EN EL DOMINIO DEL TIEMPO Y (B) SEÑAL TRANSFORMADA Y APRECIADA BAJO LALENTE DEL ANÁLISIS DE FOURIER.	35
FIGURA 4-12. DESCOMPOSICIÓN DE UNA SERIE DE TIEMPO EN SUS CINCO ARMÓNICOS MÁS IMPORTANTES.	36
FIGURA 4-13. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LA RELACIÓN EXISTENTE ENTRE αf , βf , Af Y ϕf	39
FIGURA 4-14. RECONSTRUCCIÓN DE UNA SEÑAL CON 10 ARMÓNICOS.....	43
FIGURA 4-15. PERFIL LONGITUDINAL DEL RÍO GUATIQUÍA Y SUS AFLUENTES. FUENTE ALCALDÍA DE VILLAVICENCIO.	44
FIGURA 4-16. CUENCA DEL RIO GUATIQUÍA. FUENTE: (INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN DE RECURSOS BIOLÓGICOS ALEXANDER VON HUMBOLDT).....	46
FIGURA 6-1. AFORO CON MOLINETE EN LA ESTACIÓN SAN JOSÉ, UBICADA SOBRE EL RIO GUATIQUÍA. FUENTE EAAB.....	49
FIGURA 6-2. LIMNÍGRAFO ESTACIÓN SAN JOSÉ, UBICADA SOBRE EL RIO GUATIQUÍA. FUENTE EAAB.	49
FIGURA 6-3 . SERIE DE CAUDAL, HISTOGRAMA Y DIAGRAMA DE CAJA Y BIGOTES PARA LA ESTACIÓN GUATIQUÍA SAN JOSÉ. NÚMERO DE DATOS 1580.	52
FIGURA 6-4. FUNCIÓN DE AUTO-CORRELACIÓN LINEAL PARA LA ESTACIÓN GUATIQUÍA SAN JOSÉ. NÚMERO DE DATOS 1580.....	53
FIGURA 6-5. EXPONENTE HURST PARA LA ESTACIÓN GUATIQUÍA SAN JOSÉ. NÚMERO DE DATOS 1580.	54
FIGURA 6-6. PERIDOGRAMA PARA LA ESTACIÓN GUATIQUÍA SAN JOSÉ. NÚMERO DE DATOS 1580	55
FIGURA 6-7. SERIE DE CAUDAL, PRIMER ARMÓNICO O MEDIA, SIGUIENTES TRES ARMÓNICOS, SERIE RECONSTRUIDA Y MAGNITUD DE LOS ERRORES PARA LA ESTACIÓN GUATIQUÍA SAN JOSÉ. NÚMERO DE DATOS 1580	56
FIGURA 6-8. SERIE DE TIEMPO REGISTRADA Y SERIE RECONSTRUIDA A PARTIR DE LA MEDIA Y 10 ARMÓNICOS PARA LA ESTACIÓN GUATIQUÍA SAN JOSÉ. NÚMERO DE DATOS 1580.	57
FIGURA 6-9. SERIES RESUMIDAS DE CAUDALES ANUALES.	58
FIGURA 7-1. ESTACIÓN LIMNIGRÁFICA PUENTE ABADÍA. FUENTE EAAB.	59
FIGURA 7-2. LIMNÍGRAFO ESTACIÓN PUENTE ABADÍA, UBICADA SOBRE EL RIO GUATIQUÍA. FUENTE EAAB.	59
FIGURA 7-3 SERIE DE CAUDAL, HISTOGRAMA Y DIAGRAMA DE CAJA Y BIGOTES PARA LA ESTACIÓN GUATIQUÍA PUENTE ABADÍA. NÚMERO DE DATOS 1006.....	62
FIGURA 7-4. FUNCIÓN DE AUTO-CORRELACIÓN LINEAL PARA LA ESTACIÓN GUATIQUÍA PUENTE ABADÍA. NÚMERO DE DATOS 1006.	63
FIGURA 7-5 EXPONENTE HURST PARA LA ESTACIÓN GUATIQUÍA PUENTE ABADÍA. NÚMERO DE DATOS 1006.	64
FIGURA 7-6 PERIDOGRAMA PARA LA ESTACIÓN GUATIQUÍA PUENTE ABADÍA. NÚMERO DE DATOS 1006.	65
FIGURA 7-7 SERIE DE CAUDAL, PRIMER ARMÓNICO O MEDIA, SIGUIENTES TRES ARMÓNICOS, SERIE RECONSTRUIDA Y MAGNITUD DE LOS ERRORES PARA LA ESTACIÓN GUATIQUÍA PUENTE ABADÍA. NÚMERO DE DATOS 1006.	66
FIGURA 7-8. SERIE DE TIEMPO REGISTRADA Y SERIE RECONSTRUIDA A PARTIR DE LA MEDIA Y 10 ARMÓNICOS PARA LA ESTACIÓN GUATIQUÍA PUENTE ABADÍA. NÚMERO DE DATOS 1006.....	67
FIGURA 7-9. SERIES RESUMIDAS DE CAUDALES ANUALES.	68
FIGURA 8-1 AFORO CON MOLINETE EN LA ESTACIÓN SAN LUIS, UBICADA SOBRE EL RIO GUATIQUÍA. FUENTE EAAB.	69

FIGURA 8-2. LIMNÍGRAFO ESTACIÓN SAN LUIS, UBICADA SOBRE EL RIO GUATIKUÍA. FUENTE EAAB.	69
FIGURA 8-3. SERIE DE CAUDAL, HISTOGRAMA Y DIAGRAMA DE CAJA Y BIGOTES PARA LA ESTACIÓN GUATIKUÍA SAN LUIS. NÚMERO DE DATOS 982.	72
FIGURA 8-4. FUNCIÓN DE AUTO-CORRELACIÓN LINEAL PARA LA ESTACIÓN GUATIKUÍA SAN LUIS. NÚMERO DE DATOS 982	73
FIGURA 8-5 EXPONENTE HURST PARA LA ESTACIÓN GUATIKUÍA SAN LUIS. NÚMERO DE DATOS 982.....	74
FIGURA 8-6. PERIDOGRAMA PARA LA ESTACIÓN GUATIKUÍA SAN LUIS. NÚMERO DE DATOS 982.....	75
FIGURA 8-7. SERIE DE CAUDAL, PRIMER ARMÓNICO O MEDIA, SIGUIENTES TRES ARMÓNICOS, SERIE RECONSTRUIDA Y MAGNITUD DE LOS ERRORES PARA LA ESTACIÓN GUATIKUÍA SAN LUIS. NÚMERO DE DATOS 982.	76
FIGURA 8-8. SERIE DE TIEMPO REGISTRADA Y SERIE RECONSTRUIDA A PARTIR DE LA MEDIA Y 10 ARMÓNICOS PARA LA ESTACIÓN GUATIKUÍA SAN LUIS. NÚMERO DE DATOS 982.	77
FIGURA 8-9. SERIES RESUMIDAS DE CAUDALES ANUALES.	78

RESUMEN GENERAL DE TRABAJO DE GRADO

TITULO: ANÁLISIS DE SERIES DE TIEMPO DE CAUDAL MEDIANTE LA TRANSFORMADA DE FOURIER. CASO DE ESTUDIO ESTACIONES REGISTRADORAS UBICADAS SOBRE EL RIO GUATÍQUÍA EN LOS SECTORES DE SAN JOSÉ, PUENTE ABADÍA Y SAN LUÍS

AUTOR: JUAN CARLOS VALERO FANDIÑO

FACULTAD: INGENIERIA CIVIL

DIRECTOR: DIEGO ALEJANDRO GUZMÁN ARIAS

Resumen

El presente trabajo de grado tuvo como finalidad analizar tres series de caudal diarias suministrada por la Empresa de Acueducto y Alcantarillado de Bogotá (EAAB), provenientes de tres estaciones ubicadas a lo largo del río Guatiquía en los sectores de San José, Puente Abadía y San Luis, con el fin de contribuir al conocimiento del comportamiento de los cauces colombianos. En el presente estudio se realizó un análisis exploratorio de los datos, encontrando numerosos vacíos de información, errores de digitación y valores repetidos de caudal; lo que conllevó a analizar fragmentos de cada una de las series de caudal. Una vez identificados los fragmentos se evaluó la memoria del proceso mediante dos técnicas: La función de autocorrelación lineal y el exponente de Hurst encontrando que los fragmentos de caudal exhibían una fuerte memoria. Finalmente para cada fragmento se identificaron sus armónicos importantes mediante la transformada directa de Fourier y se reconstruyeron los fragmentos mediante la transformada inversa de Fourier; lo anterior con el fin de identificar funciones matemáticas determinísticas de menor complejidad que encapsulasen el comportamiento general de las series de caudal original, para apoyar en un futuro procesos de modelación hidrológica de cauces y embalses, mediante la generación de series sintéticas de caudal.

Palabras claves: Series de caudal, análisis exploratorio, Función de Autocorrelación lineal, Exponente de Hurst, Transformada de Fourier.

GENERAL SUMMARY OF WORK OF DEGREE

TITLE: TIME SERIES ANALYSIS OF FLOW THROUGH FOURIER TRANSFORM. CASE STUDY RECORDING STATIONS GUATIQUEIA LOCATED ON THE RIVER IN THE AREAS OF SAN JOSE, BRIDGE ABBEY AND ST. LOUIS

AUTHOR: JUAN CARLOS VALERO FANDIÑO

FACULTAD: CIVIL ENGINEERING

DIRECTOR: DIEGO ALEJANDRO GUZMÁN ARIAS

Summary

The present grade work had as purpose to analyze three daily flow series river's given by the water and sewage company of Bogotá (EAAB) coming from three stations located along the river Guatiquía in San José's sectors, Puente Abadía and San Luis with the purpose of contributing to the knowledge of the behavior of the Colombian rivers. In this study an exploratory analysis of the data was made, finding numerous holes of information, typing errors and values repeated of flow; for this reason, were analyzed fragments of the original series. Once identified the fragments the memory of process was evaluated through two techniques: The autocorrelation function and the Hurst exponent, finding that the flow fragments showed a strong memory. Finally for each fragment identified it's important harmonics through the direct Fourier transform and the fragments were reconstructed through the inverse Fourier Transform; the above mentioned with the purpose of identifying deterministic functions of smaller complexity that encapsulates the general behavior of the series of original flow, to support in a future processes of hydrological modeling of river and reservoirs, by means of the generation of synthetic series of flow.

Keywords: Flow series, exploratory analysis, autocorrelation function, Hurst exponent, Fourier Transform.

1 INTRODUCCIÓN

Los seres humanos interesados por comprender la naturaleza hemos inventado la manera de medir fenómenos tales como la lluvia, la cantidad de agua que circula por un río, los latidos del corazón, la cantidad de energía generada por un cuáasar, etc. Pero no basta, en la mayoría de los casos, con solamente medir el fenómeno de interés, también es necesario analizar la información recolectada.

Con la presente investigación se pretendió aprovechar el espacio académico trabajo de grado, para apropiarse algunas técnicas para el análisis de series de tiempo, entre las que se destacan: el análisis exploratorio, el análisis de la memoria de un fenómeno y análisis de frecuencias denominado análisis de Fourier. Dichos conceptos fueron materializados al estudiar la información recopilada por la Empresa de Acueducto y Alcantarillado de Bogotá (EAAB) en tres (3) puntos a lo largo del río Guatiquía.

Debido a que el análisis de series de tiempo requiere un tratamiento matemático particular, y que para los ingenieros civiles a nivel de pregrado tales conceptos no son frecuentemente utilizados, la presente investigación pretende responder al interrogante: ¿Cuáles son las consideraciones matemáticas y procedimentales necesarias para analizar series de tiempo prestando especial atención al análisis de frecuencias mediante la transformada de Fourier? Lo anterior con el fin de ofrecer a ingenieros y profesionales de las ciencias de la tierra, un marco matemático y tres ejemplos de análisis.

El documento inicia con la presentación de los objetivos de la investigación en el capítulo 2; continúa en el capítulo 3 con la exposición de los antecedentes y presenta en el capítulo 4 algunos conceptos relacionados con: el método de aforo con molinete, la estadística descriptiva, la transformada de Fourier y el marco Geográfico. En el capítulo 5 se describe la metodología seguida en la presente investigación. Por su parte los capítulos 6, 7 y 8 se analizan los registros de caudal de tres estaciones ubicadas en el río Guatiquía y en el capítulo 9 se presentan conclusiones, recomendaciones y posibles aplicaciones de la investigación. Al final del documento, se presentan figuras complementarias para la comprensión del trabajo de grado.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo general

Analizar las series de tiempo del nivel del agua registradas en las estaciones Guatiquía-San José, Guatiquía-Puente Abadía y Guatiquía-San Luis ubicadas sobre el río Guatiquía mediante la transformada de Fourier.

2.2 Objetivos específicos

- Recopilar, organizar y analizar la bibliografía relacionada con la transformada de Fourier.
- Recopilar y organizar la información proveniente de las series de nivel del agua de las estaciones de Guatiquía-San José, Guatiquía-Puente Abadía y Guatiquía-San Luis recopilada por la Empresa de Acueducto y Alcantarillado de Bogotá (EAAB).
- Analizar mediante la Transformada de Fourier las series de tiempo de nivel del agua de las estaciones de Guatiquía-San José, Guatiquía-Puente Abadía y Guatiquía-San Luis.

3 ANTECEDENTES

Uno de los métodos de interpretación de las series de tiempo es la Transformada de Fourier que permite que cualquier señal pueda ser representada como una suma de funciones sinusoidales con distintas frecuencias, amplitudes y desfases. La Transformada de Fourier fue un éxito durante el siglo XIX resolviendo problemas relacionados con la física y la ingeniería, debido a su capacidad de transformar una señal del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia, con la capacidad de no alterar el contenido de la información, sino presentándola de una manera diferente.

La historia de esta transformada inicia con Euler en 1748 con el estudio de los movimientos vibratorios de una cuerda. Euler afirmaba que la configuración de la cuerda en un instante determinado se podía obtener como una combinación lineal de modos normales. En 1807 Jean-Baptiste-Joseph Fourier presentó ante la Academia Francesa de Ciencias los resultados de sus estudios de la transmisión de calor y un método para resolver las ecuaciones allí planteadas; sin embargo la publicación final de su trabajo no se llevó a cabo sino hasta 15 años después, con su libro titulado ‘La teoría analítica del calor’ (1822). En su teoría Fourier afirmaba que cualquier distribución calórica, se podía descomponerse en una suma de funciones sinusoidales.

En 1829, Dirichlet presentó las situaciones bajo las cuales la función periódica podía representarse como una serie de Fourier. A finales del siglo XIX existían muchas aplicaciones relacionadas con la transformada de Fourier entre las que vale la pena resaltar la de Lord Kelvin quien diseñó una computadora analógica para la predicción de flujo y reflujo de las mareas en la que se hace visible la teoría de Fourier para la obtención de la periodicidad de ciertos fenómenos. En ese momento parecía cierto que para poder aumentar la precisión de los resultados había que aumentar el número de componentes de frecuencias calculadas, de tal manera que si se reconstruía la señal el error sería menor en cuanto mayor fuese el número de frecuencias. Esta suposición se derrumbó cuando se trabajaba con señales discontinuas para las cuales al aumentar su número de componentes de frecuencia el error permanecía constante. En 1899, Josiah Willard Gibbs ratificó teóricamente este resultado en señales discontinuas, concluyendo que el error quedaba confinado a los alrededores de la discontinuidad y tiende a cero en el resto de los puntos (fenómeno de Gibbs).

Con el paso del tiempo y el advenimiento de las computadoras el uso de la Transformada de Fourier se popularizó al disminuir notoriamente los tiempos de cálculo. Sin embargo fue necesario desarrollar rutinas que disminuyesen aún más los tiempos de cálculo y es así como aparece la Transformada Rápida de Fourier (FFT por sus siglas en inglés).

Actualmente existen técnicas más complejas para el análisis de frecuencias como el análisis Wavelet el cual nace con el fin de superar las limitaciones que se tenían al analizar fenómenos no estacionarios con la Transformada de Fourier.

4 MARCOS DE REFERENCIA

Puesto que con la presente investigación se busca analizar series de tiempo de caudal mediante la transformada de Fourier, es necesario presentar una serie de conceptos de manera didáctica para facilitar al lector su comprensión.

Ésta sección se divide en cuatro partes: La primera encaminada a la descripción de la metodología de aforo con molinete; la segunda orientada a la presentación de conceptos relacionados con el análisis exploratorio de series de tiempo. En la tercera sección se hace alusión a la transformada de Fourier y en la cuarta sección se describe la zona de estudio, la cual circunscribe las estaciones analizadas.

4.1 Aforo con molinete o correntómetro

El caudal de un río representa la cantidad de agua que pasa por una sección transversal en un tiempo determinado y se expresa como el volumen por unidad de tiempo. En la medición de caudal se pueden utilizar diferentes métodos como lo son: el aforo volumétrico, con vertedero, con flotador, con trazador, entre otros. Sin embargo el método más utilizado es el aforo con molinete o correntómetro.

El molinete o correntómetro es un aparato utilizado para medir la velocidad del agua y está provisto con una hélice, gracias a la cual se puede medir la velocidad del flujo. Para que el molinete pueda colocarse a la profundidad deseada, en el caso de aforo por vadeo, se ajusta la hélice utilizando la varilla vertical (ver Figura 4-1) y para el caso de aforo por suspensión se fija un peso con forma hidrodinámica, llamado escandallo (véase Figura 4-2) que sumerge el molinete y se acopla a la corriente del agua para obtener una buena lectura.

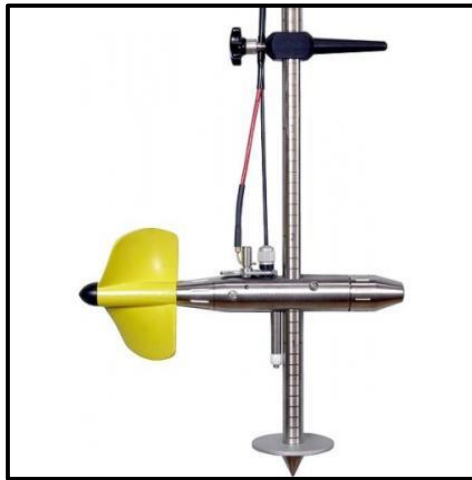


Figura 4-1. Molinete para aforo por vadeo.
Fuente: (Signoptech)

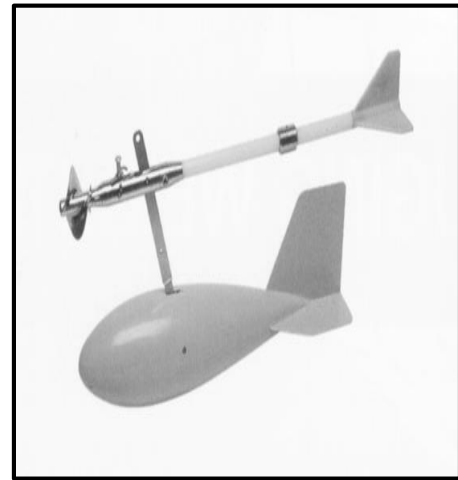


Figura 4-2. Molinete para aforo por suspensión.
Fuente: (Rickly Hydrological Company)

El molinete registra velocidad angular y mediante la fórmula de calibración, que depende de cada aparato en particular, se traduce a velocidad del agua, la cual al relacionarse con el área transversal del río permite calcular el caudal. El aforo con molinete consiste en la medición del caudal por el método del área velocidad, en el cual se escoge una sección del río ubicada en un sector con tendencia recta para evitar que la medición de la velocidad sea alterada. A esta sección transversal del río se hacen divisiones o particiones respecto al ancho para posteriormente medir en cada una de ellas la profundidad y las velocidades, y de esta manera poder calcular los caudales correspondientes a cada segmento de la sección transversal. Finalmente la sumatoria de los caudales de cada elemento permite calcular el caudal total que circula por río.

Normalmente las mediciones de caudal con molinete son dispendiosas y costosas, razón por la cual se realizan a la par mediciones de nivel del agua con un limnómetro o limnígrafo, con el fin de relacionar Profundidad y caudal mediante la denominada “curva elevación-gastos” (véase Figura 4-3). De esta manera a partir de sencillas lecturas de nivel del agua se puede hallar el caudal.

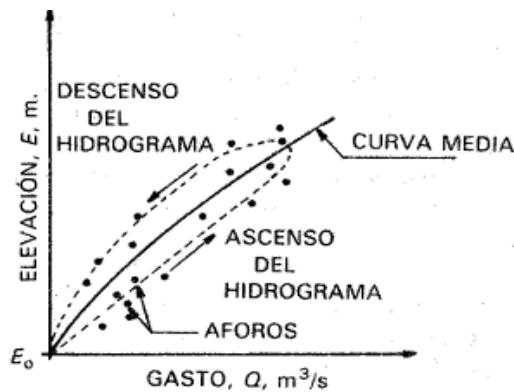


Figura 4-3 Curva de elevación-gastos. Fuente: (Aparicio Mijares, 1992)

4.1.1 Selección del Sitio de aforo

Los sitios seleccionados para hacer la medición de caudales deben tener las siguientes características:

- Deben garantizar que las líneas de flujo sean paralelas en todos los puntos y que formen ángulo recto con la sección transversal de la corriente.
- Deben ofrecer un fácil acceso en cualquier tiempo y bajo cualquier condición, con el objetivo de que los operarios puedan ejercer un control permanente evitando dejar la estación sin ningún registro por periodos de tiempo muy largos.
- La estación debe estar ubicada en un lugar seguro donde nunca sea destruida por una avenida.
- Si existen estructuras que puedan servir para cruzar la corriente debe estudiarse su conveniencia, cada vez que estas puedan causar remolinos o alteraciones en las mediciones, en cuyo caso no serían de utilidad. Si no existen tales estructuras se debe tener cuidado en su construcción para evitar alteraciones eligiendo un sitio estrecho, con alineamiento recto y geológicamente estable.
- El régimen del escurrimiento debe ser tranquilo donde la velocidad del agua no sea ni muy baja ni muy grande, a fin de que el molinete trabaje de manera adecuada evitando que deje de funcionar o que pueda dañarse por los cuerpos extraños que transporta el agua. Las profundidades deben ser superiores a los 0.3 m y las velocidades deben oscilar entre los 0.10 m/s y los 2.50 m/s
- Los sitios de aforo deben carecer de plantas acuáticas, nieve enlodada o cristales de hielo.

4.1.2 Métodos de aforo con molinete

El método más conveniente para aforar un río con molinete depende del lugar, ancho, profundidad y otras condiciones del cauce, así como de los materiales de que se pueda disponer. Hay casos en que se afora vadeando la corriente (ver Figura 4-4) y casos cuando es necesario suspender el molinete (ver Figura 4-5, Figura 4-6 y Figura 4-7).



Figura 4-4 Aforo por Vadeo – Estación Bocatoma Río Guatiquía Fuente: EAAB.



Figura 4-5 Aforo por suspensión desde bote. Fuente propia.



Figura 4-6 Aforo por suspensión desde Puentes.
Fuente: EAAB.



Figura 4-7. Aforo por suspensión desde Tarabita.
Fuente: (Menajovsky, 2006)

4.1.3 Partes de una estación de aforo

Las estaciones donde se emplea el método de sección y velocidad, están constituidas por un tramo del cauce llamado “tramo de aforo”, donde se practican todas las operaciones del aforo, y en el cual están localizadas:

1. La sección o secciones del cauce en las que se hacen los aforos, designándose como “secciones de aforo”.
2. Una estructura que se aprovecha o designa especialmente para hacer las maniobras y observaciones llamada “estructura de aforo”.
3. Reglas graduadas llamadas miras, debidamente referidas a las orillas, para observar en ellas la elevación del nivel del agua en períodos determinados.
4. El equipo y útiles necesarios para la medida de la sección y la velocidad de la corriente.
5. Un aparato registrador de las alturas del agua (limnómetro o limnógrafo), en las estaciones de importancia o cuando se trata de corrientes con fluctuaciones de nivel considerables. (EAAB, 2005).

4.2 Descripción numérica de los datos: Estadística Descriptiva

La estadística descriptiva es aquella que se encarga de recolectar, ordenar y analizar un conjunto de datos que hacen parte de una muestra en cierta población, con el objetivo de describir apropiadamente las características de la muestra.

4.2.1 Medidas de tendencia central

Las medidas de tendencia central son aquellos valores que reflejan el centro de la variable estudiada. Básicamente son tres: la media, la mediana y la moda.

- *Media*

La media se puede definir como aquel valor que representa de forma clara el centro de gravedad de la distribución.

La media también se puede clasificar en: media aritmética, media ponderada, media geométrica, media armónica y media cuadrática, de ellas la de mayor interés es la media aritmética. La media aritmética se puede especificar como aquel valor que es promedio de todos los valores de la variable o también como el auténtico centro de gravedad de la distribución.

La *media* de una muestra de tamaño n $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ se determina mediante la ecuación:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n X_i$$

Ecuación 4-1

Donde:

\bar{x} : Media muestral

n : Tamaño de la muestra

x_j : j -ésimo valor del conjunto de datos.

La media es solo un “indicador” de lo que pasa en el centro de los datos y de manera formal es el primer momento alrededor del valor cero.

- *Mediana*

La mediana se define como aquel valor de la variable que deja a su derecha y a su izquierda exactamente el mismo número de individuos. Es aquella medida de tendencia central que divide la serie de datos en dos mitades o partes iguales, una vez estos han sido ordenados todos los valores de la variable. La mediana adopta el valor del elemento central si el número de elementos es impar o el promedio de los dos elementos centrales cuando el número de datos es par.

- *Moda*

La moda es aquel valor de la variable que más veces se repite en una serie estadística; es decir que tiene una mayor frecuencia simple. Dicha medida se puede calcular para todo tipo de variable de manera sencilla ya que no requiere de cálculos complejos para su determinación, solo conteo y se puede establecer tanto para datos cualitativos como cuantitativos.

4.2.2 Medidas de dispersión

Son medidas que se emplean para determinar el grado de variabilidad o de dispersión de los datos con respecto a la media.

- *Rango*

El rango es la diferencia entre el valor más grande de la observación y el valor de la observación más pequeño y representa la extensión del conjunto de datos.

- *Varianza y desviación estándar*

La varianza mide la distancia existente entre los valores de la serie y la media es la media aritmética. Se calcula como la sumatoria de las diferencias al cuadrado entre cada valor y la media, multiplicadas por el número de veces que se ha repetido cada valor. La sumatoria de estos datos se divide en el tamaño de la muestra.

$$S^2 = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n (Xi - \bar{X})^2$$

Ecuación 4-2

La varianza siempre será mayor que cero. Mientras más se aproxima a cero, más concentrados están los valores de la serie alrededor de la media. Por el contrario, mientras mayor sea la varianza, más dispersos están los datos.

La desviación estándar se calcula como la raíz cuadrada positiva de la varianza.

$$S = \sqrt{\frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n (Xi - \bar{X})^2} \quad \text{Ecuación 4-3}$$

- *Coefficiente de variación muestral*

Esta medida es adimensional y mide la variabilidad de los datos en términos relativos respecto a la media muestral y es útil para comparar conjuntos de datos cuando la escala de medición difiere de manera considerable entre estos. El coeficiente de variación muestral se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$CV = \frac{S}{\bar{X}} \quad \text{Ecuación 4-4}$$

- *Coefficiente de asimetría*

Mide el grado de asimetría de la distribución con respecto a la media. Al cuantificar la simetría, es necesario conservar información tanto del signo, como de la distancia de cada dato a la media (centro de simetría). Este razonamiento implica que la diferencia entre cada valor y la media debe estar afectada por una potencia impar, que para el caso toma el valor de tres.

Si la varianza es el segundo momento respecto de la media, el tercer momento respecto a la media se define como el coeficiente de asimetría de la muestra o definido mediante la siguiente ecuación.

$$g_1 = \frac{1}{n * s^3} * \sum_{i=1}^n (Xi - \bar{X})^3 \quad \text{Ecuación 4-5}$$

Los resultados pueden ser los siguientes:

$g_1 = 0$ Distribución simétrica; existe la misma concentración de valores a la derecha y a la izquierda de la media.

$g_1 > 0$ Distribución asimétrica positiva; existe mayor concentración de valores a la derecha de la media que a su izquierda.

$g_1 < 0$ Distribución asimétrica negativa; existe mayor concentración de valores a la izquierda de la media que a su derecha.

- *Coefficiente de apuntamiento*

El Coeficiente de Curtosis o Apuntamiento de Fischer, pretende determinar el grado de agrupación respecto a la media en función de la cresta del histograma. El coeficiente de apuntamiento se calcula mediante la ecuación:

$$g_2 = \frac{1}{n * s^4} * \sum_{i=1}^n (Xi - \bar{X})^4$$

Ecuación 4-6

Si:

$g_2 < 3.0$ la distribución se denomina platicúrtica y es decir más achatada que la distribución normal.

$g_2 = 3.0$ la distribución se denomina mesocúrtica, es decir similar a la distribución normal.

$g_2 > 3.0$ la distribución se denomina leptocúrtica, es decir más puntiaguda que la distribución normal.

4.2.3 Descripción gráfica de los datos

La descripción gráfica de los datos es una herramienta muy útil a la hora de analizar una serie de datos ya que puede dar una primera impresión de su comportamiento en cuanto a la tendencia, asimetría, dispersión etc. de manera visual.

A continuación se describe dos tipos de representaciones gráficas el Histograma y el diagrama de caja y bigotes.

- *Histograma*

Representación gráfica de conjuntos de datos, elaborada con el fin de contemplar la distribución de la información, permitiéndole al investigador tener una visión inmediata de la amplitud de los datos, los valores que más se repiten o de mayor frecuencia absoluta y el grado de dispersión alrededor de valores centrales o típicos.

El histograma se construye subdividiendo el conjunto de datos en intervalos de igual extensión llamados clases, para los cuales se determina el número de elementos integrantes (frecuencias). En el eje de las ordenadas se ubica las frecuencias y en el eje de las abscisas se colocan las clases. Se traza un rectángulo sobre cada intervalo o subconjunto, de manera que la altura del rectángulo sea proporcional a la fracción de observaciones que caen en el intervalo.

Puede resultar útil adoptar ciertos criterios para elegir los intervalos, aun cuando estos criterios sean un tanto arbitrarios. Un primer criterio tiene que ver con que los puntos de división del eje de las abscisas no coincidan con ningún elemento del conjunto original, con el fin de evitar ambigüedades, es decir que un dato no pertenece a las clases. Un segundo criterio se relaciona con la amplitud de los intervalos y en consecuencia con el mínimo número de intervalos necesarios para describir los datos. Para fijar de manera aproximada el número de intervalos (k) se puede hacer uso de las siguientes consideraciones matemáticas:

- $K = 1 + 3.3 * \log_{10} n$ Ecuación 4-7

- $K = 2 * \sqrt[3]{n}$ Ecuación 4-8

- $K = \sqrt{n}$ Ecuación 4-9

- Tomar entre 5 y 15 intervalos, empleando un mayor número de intervalos para cantidades grandes de datos.

Donde:

K : Cantidad de intervalos

n : El número datos a analizar.

En todo caso es el investigador es quien define en cuantos intervalos fragmentará el conjunto de datos de modo que las fórmulas antes presentadas se constituyen únicamente como guías. (Wackerly D & Scheaffer, 2002)

- *Diagrama de caja y bigotes*

Un diagrama de caja, también llamado diagrama de caja y bigotes, está formado por un rectángulo, la caja, y dos segmentos, los bigotes, uno a cada lado del rectángulo. La caja abarca el recorrido intercuartílico, que es el intervalo comprendido entre el primer cuartil (q_1) y el tercer cuartil (q_3). Dentro de la caja se representa con un segmento la mediana de la distribución. El bigote izquierdo queda determinado por el valor mínimo y el primer cuartil y el derecho por el tercer cuartil y el valor máximo, excepto si existen valores atípicos.

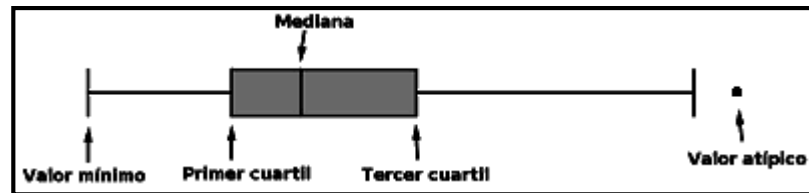


Figura 4-8. Elementos de un diagrama de caja y bigotes.

4.2.4 Descripción de la memoria de proceso

La memoria del proceso es muy importante en cualquier análisis de series de datos, de modo que permite relacionar si eventos que se puedan estar presentando en un momento determinado tienen una dependencia directa con sucesos que se registraron anteriormente en una misma estación. Esta memoria del proceso se puede representar como una alerta temprana ante posibles eventos de inundaciones o sequías según se esté dando el comportamiento de los ríos durante el periodo de tiempo que se estén analizando.

Existen muchas herramientas utilizadas en la descripción de la memoria del proceso pero para efectos de este trabajo de grado solo se analiza la función de Auto-correlación lineal y el exponente Hurst.

- **Función de auto-correlación lineal**

Antes de hablar de la función de autocorrelación lineal, es necesario de hablar del coeficiente de correlación lineal.

○ **Coefficiente de correlación lineal**

En una distribución bidimensional puede ocurrir que las dos variables guarden algún tipo de relación entre sí. Por ejemplo, si se analiza la estatura y el peso de los alumnos de una clase es muy posible que exista relación entre ambas variables: mientras más alto sea el alumno, mayor será su peso.

El coeficiente de correlación lineal mide el grado de intensidad de esta posible relación entre las variables. Este coeficiente se aplica cuando la relación que puede existir entre las variables es lineal (es decir, si representáramos en un gráfico los pares de valores de las dos variables la nube de puntos se aproximaría a una recta).

No obstante, puede que exista una relación que no sea lineal, sino exponencial, parabólica, etc. En estos casos, el coeficiente de correlación lineal mediría mal la intensidad de la relación las variables, por lo que convendría utilizar otro tipo de coeficiente más apropiado.

El coeficiente de correlación lineal se calcula aplicando la siguiente fórmula:

$$r_k = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y})}{[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2]^{1/2} * [\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2]^{1/2}} \quad \text{Ecuación 4-10}$$

Donde:

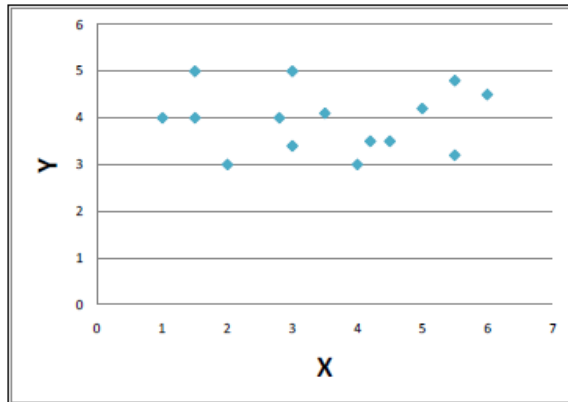
x_i : i-ésimo valor de la variable x

y_i : i-ésimo valor de la variable y

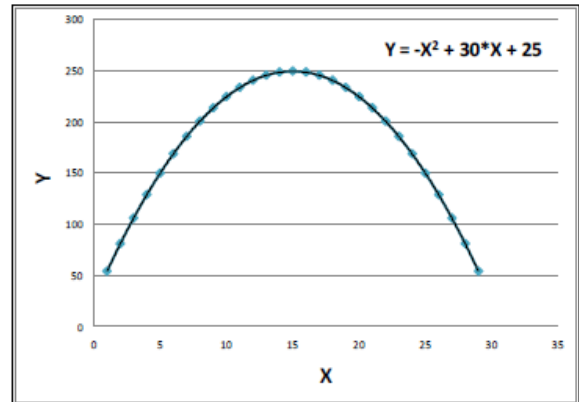
\bar{x} : Media muestral de la variable x

\bar{y} : Media muestral de la variable y

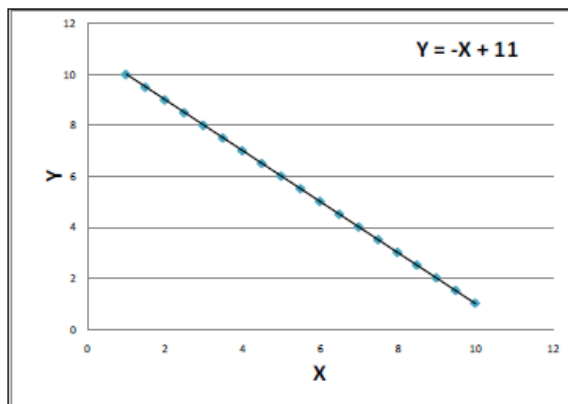
El coeficiente de correlación lineal se encuentra definido en el intervalo $-1 \leq r_k \leq 1$. El valor $r_k = -1$ indica una correlación inversamente proporcional entre las dos variables de análisis, mientras que un valor de $r_k = 1$ señala una correlación directamente proporcional. Si $r_k = 0$, entonces no existe ninguna relación lineal entre X y Y . En la Figura 4-2 se las gráficas de dispersión para algunos valores de r_k .



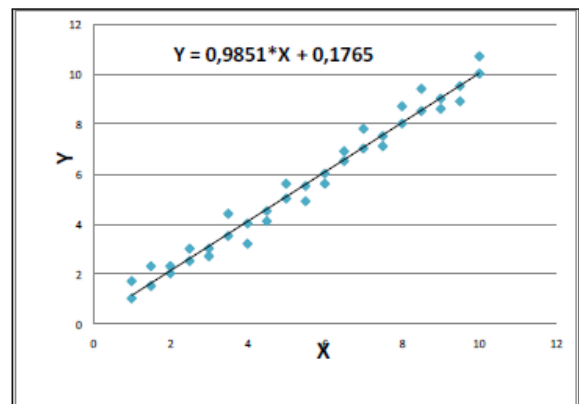
(a) $r_k = 0$



(b) $r_k = 0$



(c) $r_k = -1$



(d) $r_k = 0,9877$

Figura 4-9. Valores del coeficiente de correlación lineal (r_k) para algunos escenarios. (a) y (b) $r_k = 0$, correlación lineal nula, (c) $r_k = -1$, Correlación lineal negativa y (d) $r_k = 0,9877$, Correlación lineal positiva.

En la Figura 4-9 (b), puede verse que aunque existe una relación parabólica perfecta el coeficiente de correlación lineal (r_k) es cercano a cero, por cuando r_k mide el parecido con una línea recta y no con una parábola u otra función.

○ Función de Auto-correlación Lineal

La *función de auto-correlación* mide la relación existente entre los valores de la serie temporal discreta de un proceso y los correspondientes a la misma serie rezagada o desfasada “k” unidades de tiempo, como se presenta en la Tabla 4-1.

Tabla 4-1. Serie Original Vs Serie rezagada una, dos y tres unidades de tiempo.

Serie Original	k=1	K=2	K=3
a ₁	-	-	-
a ₂	a ₁	-	-
a ₃	a ₂	a ₁	-
a ₄	a ₃	a ₂	a ₁
a ₅	a ₄	a ₃	a ₂
·	·	·	·
a _i	a _{i-1}	a _{i-2}	a _{i-3}
·	·	·	·
a _n	a _{n-1}	a _{n-2}	a _{n-3}

Esta función es de gran utilidad para encontrar patrones repetitivos dentro de una señal. Para estimar el coeficiente de auto-correlación entre la serie original y la misma serie rezagadas unidades de tiempo, debe hacerse el uso de la siguiente expresión:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x}) * (x_{t-k} - \bar{x})}{\sqrt{[\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2 * (x_{t-k} - \bar{x})^2]}}$$

Ecuación 4-11

Donde:

r_k : Coeficiente de auto-correlación Lineal de rezago k.

x_t : Dato de la serie original.

\bar{x} : La media de la serie de datos.

x_{t-k} : Dato rezagado “k” unidades de tiempo.

Para obtener la función de Auto-correlación se grafica en el eje horizontal el valor del rezago y en el eje vertical el coeficiente de correlación entre la serie original y la serie rezagada (auto-correlación). Un decaimiento rápido de la función de Auto-correlación permite afirmar que la serie en análisis tiene poca memoria y decaimiento lento indica un proceso con alta memoria. (Moros Vivas, 2010)

- **Exponente de Hurst**

El primero en estudiar las series fractales fue el científico británico Harold Edwin Hurst (1880-1978). Posteriormente, sus ideas fueron retomadas por Mandelbrot quien colocó su trabajo en un contexto más general bajo el nombre de Análisis de Rango Re-escalado (R/S). El R/S es un método estadístico utilizado para evaluar la ocurrencia de eventos poco comunes y es una herramienta ideal para procesos físicos y financieros, aunque no se limita solamente a este tipo de eventos. El parámetro que resulta de un análisis (R/S), el coeficiente o exponente Hurst, el cual es una medida de independencia de las series de tiempo y una manera de distinguir series fractales. (Juárez, 2007)

Hurst era constructor de presas en los inicios del Siglo XX y por un tiempo trabajó en el proyecto de la presa del río Nilo. En el momento del diseño de la presa se le presentó un problema interesante de hidrología, concerniente en determinar la capacidad de almacenamiento dependiendo del flujo que entraba al río proveniente de diferentes elementos como lluvias y riachuelos y un flujo controlado de salida del río utilizado primordialmente en el riego. Con anterioridad, muchos hidrólogos habían supuesto este comportamiento del influjo como un proceso aleatorio, una suposición razonable cuando se trabaja en un ecosistema complejo. Sin embargo, a él no le pareció que se explicara de forma tan fácil este comportamiento. Hurst estudió los registros históricos (de 622 D.C. a 1469 D.C.) que mantenían los egipcios y observó que en el proceso, flujos más grandes del promedio eran seguidos por sobre flujos todavía más grandes. Inesperadamente el proceso cambiaba a flujos menores que el promedio y eran seguidos por flujos todavía menores que los anteriores. Parecían ciclos pero cuya longitud no era periódica. Un análisis estándar revelaba la no existencia de correlación estadísticamente significativa entre las observaciones, por lo que Hurst desarrollo su propia metodología. (Juárez, 2007)

Por otra parte Hurst estaba enterado del trabajo de Einstein sobre el movimiento browniano. Este último había encontrado que la distancia que una partícula errática suspendida en un fluido se incrementa con la raíz cuadrada del tiempo, si escribimos esto en forma de ecuación tenemos que:

$$R = T^{0.50}$$

Ecuación 4-12

Donde R = distancia y T = tiempo.

La ecuación anterior es conocida como regla de un medio y es utilizada principalmente en estadística. En finanzas se utiliza para asumir que la dispersión de los rendimientos se incrementa con la raíz cuadrada del tiempo.

Para aplicar este concepto a series de tiempo que no sean movimientos brownianos, como el de la partícula errática de Einstein, se debería considerar una ecuación que tome en consideración que los componentes de las series de tiempo no son independientes. Hurst al

resolver su problema relacionado con la capacidad de la presa encontró la siguiente ecuación que generaliza la idea anterior que sólo era aplicable a movimientos brownianos (Mandelbrot y Wallis lo probaron en 1969)

$$\left(\frac{R}{S}\right)_n = cn^H \quad \text{Ecuación 4-13}$$

Donde (R / S) se conoce como el estadístico Rango Re-escalado.

c = constante.

n = indicador del valor de la serie de tiempo.

H = exponente o coeficiente Hurst.

○ Rango Re-escalado (R/S)

R/S tiene media cero y se expresa en términos de la desviación estándar. En general, los valores de R/S se incrementan con n, por el valor de la ley de potencias igual al exponente Hurst, esta es la primera conexión del fenómeno Hurst y la geometría Fractal.

El exponente de Hurst se determina por medio de una regresión lineal de los puntos de $\ln(R/S)_n$ contra $\ln(n)$, como se muestra en la siguiente ecuación

$$\ln(R/S)_n = \log(c) + H \log(n) \quad \text{Ecuación 4-14}$$

Si el sistema tuviera la característica de independencia entonces $H = 0.50$. Sin embargo, como resultado de su investigación de la presa del río Nilo encontró un coeficiente de $H = 0.91$. Si comparamos el ejemplo de la partícula errática de Einstein con un $H = 0.91$ entonces esta última partícula cubriría una distancia mayor que otra con un proceso aleatorio en el mismo periodo. Mandelbrot demostró empíricamente que en series de tiempo cuyas observaciones son independientes el estadístico (R/S) es asintóticamente proporcional a la raíz cuadrada, es decir si $H = 0.5$ resulta un evento aleatorio puro.

○ Valores de Coeficiente Hurst

Si $0.0 \leq H < 0.5$ significa anti persistencia en la serie de tiempo o lo que es lo mismo que si en periodos anteriores el fenómeno iba en ascenso en tiempos futuros el proceso ira en descenso y viceversa. Se conoce como efecto Noé de la biblia por cuanto tras una temporada climática seca apareció el diluvio y tras el diluvio una temporada seca.

Si $H = 0.5$ implica un proceso independiente. Es decir, evidencia independencia estadística de largo plazo. El futuro no se ve influenciado por lo que ocurre en el presente y pasado.

Si $0.5 < H \leq 1.0$ implica series de tiempo persistentes o lo que es lo mismo que si en periodos anteriores el fenómeno iba en ascenso en tiempos futuros el proceso seguirá en ascenso y viceversa. Se conoce como efecto José de la biblia por cuanto tras una vaca gorda siguió otra vaca gorda y tras una vaca flaca siguió otra vaca flaca.

En conclusión cuando una serie de tiempo tiene un valor de H diferente de 0.5, las observaciones NO son independientes. Cada observación es producto del recuerdo de todos los eventos predecesores, es decir, existe un efecto de sesgo o de memoria. Sin embargo, esta no es una memoria de corto plazo, comúnmente llamada Markoviana, esta memoria es distinta, es de largo plazo. Es evidente que eventos más recientes tengan un impacto mayor que eventos distantes, pero estos últimos siguen influenciando al proceso.

○ **Determinación de Coeficiente Hurst**

Para calcular el exponente Hurst “ H ” se debe dividir el conjunto de datos en subconjuntos, para los cual se calculan los correspondientes valores de $R(n)$ y $S(n)$. El primer subconjunto contiene todos los datos de la serie y para este subconjunto se calcula n y $R/S(n)$. Son los logaritmos de n y $R/S(n)$ los que se ubican en un diagrama logarítmico. El segundo punto de la gráfica se obtiene al dividir la serie de tiempo en dos subconjuntos; a cada uno de los cuales se les calcula el rango y la desviación estándar, obteniendo $R_1/S_1(n)$ y $R_2/S_2(n)$. El segundo punto a graficar comprende la dupla $\text{Log}(n/2)$ y logaritmo del promedio de $R_1/S_1(n)$ y $R_2/S_2(n)$. El proceso de creación de subconjuntos continúa así sucesivamente hasta que el número de datos de cada subconjunto no sea menor a 56 elementos (Ellis, 2007). Finalmente se aplica una regresión de mínimos cuadrados a las parejas de puntos $\text{log}(n)$ contra $\text{log}(R/S)$. La ordenada al origen es el $\text{log}(c)$ y la pendiente de la ecuación es la estimación del exponente Hurst “ H ”.

4.3 Transformada de Fourier¹

Uno de los propósitos de este trabajo de grado es exponer las consideraciones matemáticas necesarias para caracterizar señales de caudal mediante la Transformada de Fourier. Por lo tanto es importante destacar a quienes se les debe el aporte principal para este tipo de herramientas.

Jean Baptiste Joseph Fourier (1768 - 1830), fue el primero en darse cuenta de que muchos tipos de series temporales pueden ser representados como combinaciones lineales de funciones sinusoidales. Fourier expresó la distribución de temperaturas de un cuerpo, en

¹ (Moros Vivas, 2010)

función de la suma de funciones exponenciales sinusoidales. A partir del trabajo de Fourier, Cauchy estableció explícitamente la Transformada de Fourier en 1.816 en su trabajo “Theorie de la Propagation des Ondes”.

La presente sección busca mostrar una serie de conceptos relacionados con la Transformada de Fourier de manera didáctica para facilitar al lector su comprensión.

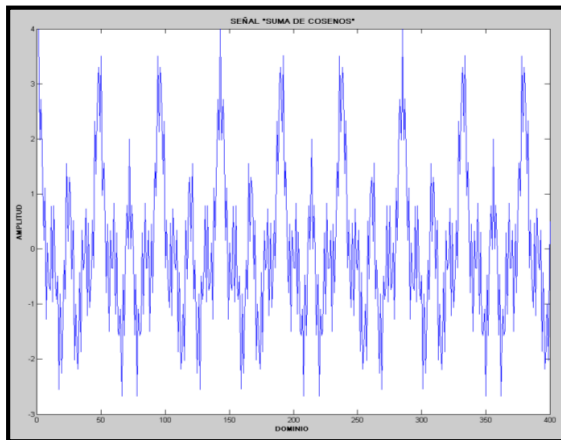
4.3.1 Transformada: La otra realidad

Al tomar una fotografía con una cámara tradicional se puede obtener una imagen como la del lado izquierdo de la Figura 4-10; en la cual es imposible identificar que se oculta bajo la bolsa negra. Sin embargo si se fotografiase el mismo evento con una cámara infrarroja se obtendría una imagen como la del lado derecho de la Figura 4-10, en la cual se observa claramente que bajo la bolsa solo se hallan los brazos del hombre sin ningún elemento adicional.

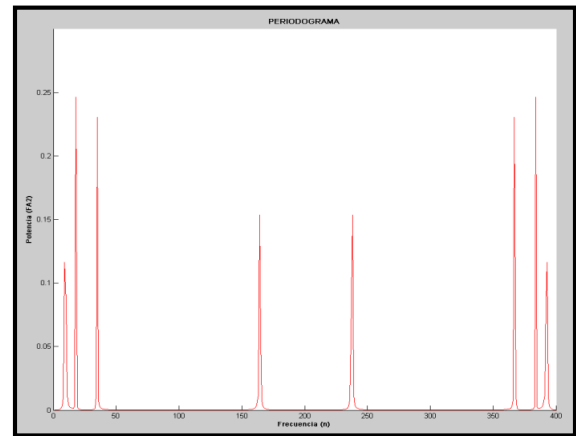


Figura 4-10. Fotografía tomada con cámara normal y fotografía tomada con cámara infrarroja. Fuente: (Enjoy Space)

La transformación de una función o señal, busca representar de manera diferente el fenómeno analizado, permitiendo identificar elementos no apreciables a simple vista como en el caso de las fotografías citadas en el párrafo anterior. En la Figura 4-11 se puede apreciar la misma señal bajo dos formas: En la Figura 4-11a en la forma tradicional variable contra tiempo y en la Figura 4-11b transformada según las consideraciones del análisis de Fourier Potencia contra Frecuencia.



(a)



(b)

Figura 4-11. (a) Señal en el dominio del tiempo y (b) Señal transformada y apreciada bajo la lente del análisis de Fourier.

El propósito del análisis de Fourier es identificar las frecuencias que componen una serie de tiempo.

4.3.2 Representación de una serie de tiempo mediante la suma de armónicos

Una serie de tiempo $y(t)$, puede ser representada mediante la combinación lineal de funciones sinusoidales conocidas como armónicos, tal como se puede ver en la Figura 4-12. En la parte superior de dicha figura se presenta la serie original y en la parte inferior aparecen los primeros cinco armónicos. Al sumar las ordenadas de todos los armónicos en que se puede descomponer la serie de tiempo, se puede obtener la serie original.

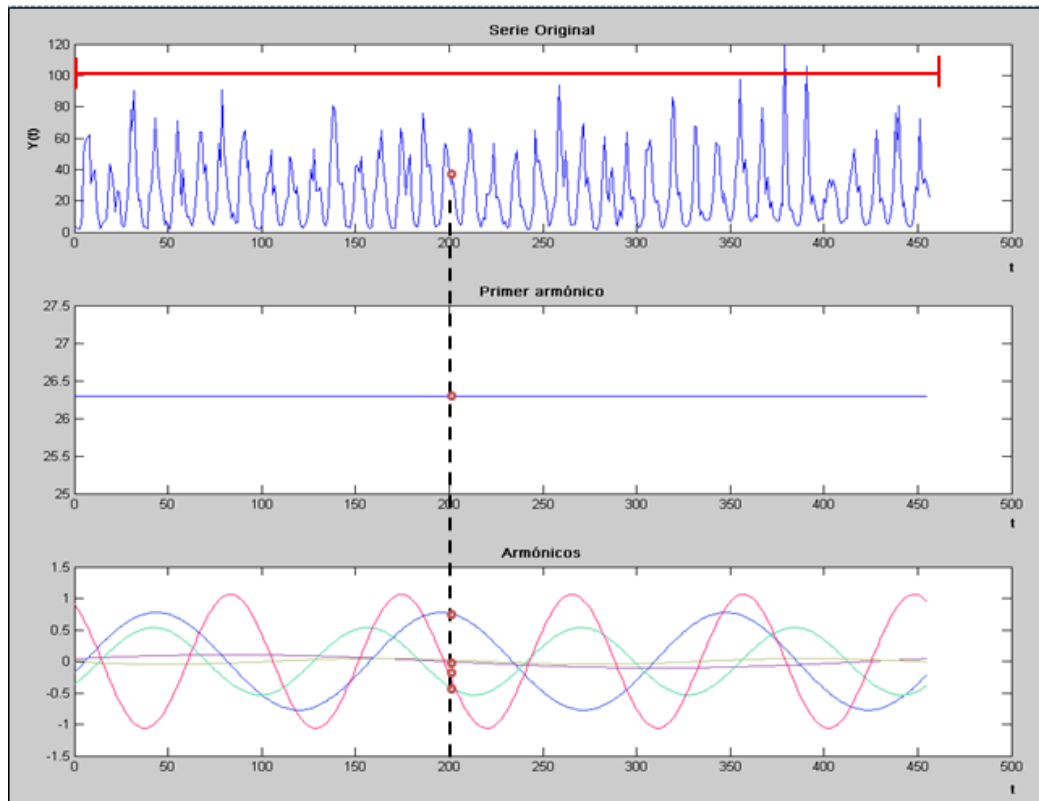


Figura 4-12. Descomposición de una serie de tiempo en sus cinco armónicos más importantes.

Como se puede observar en la Figura 4-12 el valor a $y(t)$ correspondiente en el tiempo $t = 200$ se puede aproximar a la suma de los valores de los cinco armónicos para dicho tiempo. La precisión en la reconstrucción de la señal se obtiene en este caso al involucrar más armónicos. Lo anterior se puede expresar de manera matemática como:

$$y_t(j) = \sum_{f=0}^{\infty} y_f(j)$$

Ecuación 4-15

Donde:

$y_t(j)$: Valor de la serie de tiempo en el tiempo j .

$y_f(j)$: Valor del f ésimo armónico en el tiempo j .

Es decir, el valor de la serie de tiempo en el tiempo t , es igual a la suma de las combinaciones de todos los armónicos (o frecuencias) en el tiempo t , tal como se aprecia en la Ecuación 4-15 y en la Figura 4-12.

4.3.3 Caracterización matemática de un armónico (f)²

Tal como se mencionó los armónicos son funciones sinusoidales que tienen la forma:

$$y_f(j) = A_f * \left[\cos \left(\frac{2 * \pi * f * j}{T_{m\acute{a}x}} + \phi_f \right) \right] \quad \text{Ecuación 4-16}$$

En donde:

$T_{m\acute{a}x}$: Tiempo durante el cual y_f está definida. Para el caso de la Figura 4-12, 460 unidades de tiempo.

f : Armónico o frecuencia: oscilaciones por unidad de tiempo

A_f : Amplitud del armónico

ϕ_f : Desfase del armónico

- **Calculo " A_f " y " ϕ_f "**

Haciendo:

$$\theta = \frac{2 * \pi * j}{T_{m\acute{a}x}} \quad \text{Ecuación 4-17}$$

Se llega a:

² QUIROGA, J. Análisis de Fourier. Primera Edición. Bogotá, Colombia. 2007.

$$y_f(j) = A_f * [\cos(\theta * f + \phi_f)]$$

De modo que³:

$$y_f(j) = A_f * [\cos(\theta * f) * \cos(\phi_f) - \sin(\theta * f) * \sin(\phi_f)]$$

Haciendo:

$$\alpha_f = A_f * \cos(\phi_f)$$

Ecuación 4-18

y

$$\beta_f = A_f * \sin(\phi_f)$$

Ecuación 4-19

$y_f(j)$ Se reduce a:

$$y_f(j) = \alpha_f * \cos(\theta * f) - \beta_f * \sin(\theta * f)$$

Ecuación 4-20

De la Ecuación 4-18 y Ecuación 4-19 puede verse que:

$$\cos(\phi_f) = \frac{\alpha_f}{A_f}$$

$$\sin(\phi_f) = \frac{\beta_f}{A_f}$$

Gráficamente dichas relaciones se visualizan como:

³ Recuerdese la identidad:

$\cos(a \pm b) = \cos(a) * \cos(b) \mp \sin(a) * \sin(b)$

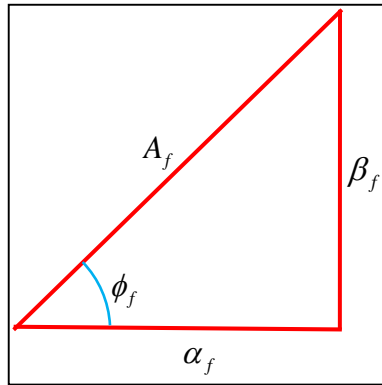


Figura 4-13. Representación gráfica de la relación existente entre α_f , β_f , A_f y ϕ_f

De esta manera:

$$A_f^2 = \alpha_f^2 + \beta_f^2$$

Ecuación 4-21

$$\phi_f = \tan^{-1} \left(\frac{\beta_f}{\alpha_f} \right)$$

Ecuación 4-22

" A_f " y " ϕ_f " se constituyen como los parámetros que caracterizan la ecuación del armónico " f ". A lo largo del presente documento se prestará únicamente atención al parámetro " A_f^2 " valor conocido como "potencia", el cual describe de manera directa la contribución del armónico " f " en la constitución de la señal. Altos valores de " A_f^2 " indican alta importancia del armónico " f " y viceversa. A los valores bajos de " A_f^2 " se les conoce como ruido o detalle de la señal.

- **Cálculo de " α_f " y " β_f " a partir de la serie de tiempo**

Como se aprecia en la Ecuación 4-21 y en la Ecuación 4-22 para cuantificar " A_f " y " ϕ_f " es necesario conocer los valores " α_f " y " β_f ". Dichos valores serán aquellos que minimicen el error " e_f " generado al tratar de reconstruir la señal únicamente a partir del armónico " f ". Lo anterior se puede expresar matemáticamente como:

$$e_f = \sum_{j=0}^{N-1} [y_t(j) - y_f(j)]^2$$

$$e_f = \sum_{j=0}^{N-1} [y_t(j) - \alpha_f * \cos(\theta_j * f) - \beta_f * \sin(\theta_j * f)]^2$$

En donde:

N : Es el tamaño de la serie de tiempo

Si el error " e_f " es pequeño es porque el armónico " f " contribuye en gran medida con la constitución de la señal. Minimizando " e_f " respecto a " α_f " y " β_f " se llega a:

$$\alpha_f = \frac{1}{N} * \sum_{j=0}^{N-1} \left[y_t(j) * \cos\left(\frac{2 * \pi * j * f}{N}\right) \right]$$

Ecuación 4-23

$$\beta_f = \frac{1}{N} * \sum_{j=0}^{N-1} \left[y_t(j) * \sin\left(\frac{2 * \pi * j * f}{N}\right) \right]$$

Ecuación 4-24

Nótese que cuando $f = 0$:

$$\alpha_0 = \frac{1}{N} * \sum_{j=0}^{N-1} y_t(j) = \text{La media de los datos}$$

$$\beta_0 = 0$$

4.3.4 Peridograma

Al graficar los valores de " A_f^2 " contra los valores de " f " se obtiene una gráfica conocida como "Periodograma" o "Espectro de Potencia" en la cual se puede visualizar la importancia de cada armónico en la reconstrucción de la señal (ver Figura 4-11b).

El peridograma, a pesar de su nombre, no ofrece los periodos de las oscilaciones en la serie, sino que brinda las frecuencias correspondientes. Una vez explorado el peridograma y señaladas las amplitudes destacadas, se buscan los valores de esas amplitudes y con los valores de frecuencias correspondientes se calculan los periodos oscilatorios.

Cuando se obtiene el peridograma de una serie considerablemente extensa, los periodos oscilatorios pueden corresponder a dos tipos de componentes ondulatorias de la serie: estacionalidad y ciclo. El ciclo, una componente similar a la estacionalidad, pero manifiesta en periodos de tiempo más extensos, produce debido a ello, amplitudes destacables entre las frecuencias muy bajas. La estacionalidad debe producir amplitudes destacadas entre valores más altos de la gama de frecuencias. (Aguirre Jaime, 1994)

4.3.5 Transformada de Fourier Directa Discreta

La transformada de Fourier directa discreta $y(f)$ se expresa de la siguiente manera:

$$y(f) = \alpha_f - i * \beta_f$$

Ecuación 4-25

Reemplazando la Ecuación 4-23 y la Ecuación 4-24 en la Ecuación 4-25, se obtiene:

$$y(f) = \frac{1}{N} * \sum_{j=0}^{N-1} \left[y_t(j) * \cos\left(\frac{2 * \pi * j * f}{N}\right) \right] - \frac{i}{N} * \sum_{j=0}^{N-1} \left[y_t(j) * \sin\left(\frac{2 * \pi * j * f}{N}\right) \right]$$

Ecuación 4-26

En las anteriores expresiones se introdujo el número imaginario " i ", con el fin de ampliar el dominio de la serie de tiempo de los reales a los números complejos.

4.3.6 Transformada de Fourier Inversa Discreta

Al proceso de reconstruir la señal a partir de los armónicos identificados se le conoce como Transformada de Fourier Inversa.

Al reemplazar la Ecuación 4-20 en la Ecuación 4-15 se llega a:

$$y_t(j) = \sum_{f=0}^{N-1} [\alpha_f * \cos(\theta_j * f) - \beta_f * \sin(\theta_j * f)]$$

Ecuación 4-27

Recordando que $T_{m\acute{a}x}$ es el tiempo en el cual se desarrolla el fenómeno analizado, se puede igualar $T_{m\acute{a}x}$ con el número de datos de la serie "N" de modo que la Ecuación 4-17 se transforma en:

$$\theta = \frac{2 * \pi * j}{N}$$

Ecuación 4-28

De este modo la Ecuación 4-27 se convierte en:

$$y_t(j) = \sum_{f=0}^{N-1} \alpha_f * \cos\left(\frac{2 * \pi * f * j}{N}\right) - \sum_{f=0}^{N-1} \beta_f * \sin\left(\frac{2 * \pi * f * j}{N}\right)$$

Ecuación 4-29

La cual es la expresión para calcular la Transformada de Fourier Inversa Discreta.

Como ejemplo de la reconstrucción de una serie de tiempo mediante el análisis de Fourier se presenta la Figura 4-14. En la Figura 4-14a se presenta una serie de tiempo, en la Figura 4-14b es el primer armónico o media de los datos, en la Figura 4-14c aparecen los armónicos de 1 al 9. La Figura 4-14d contiene la serie reconstruida con los 10 primeros armónicos y la Figura 4-14e los errores obtenidos o diferencias entre la señal original y la reconstruida.

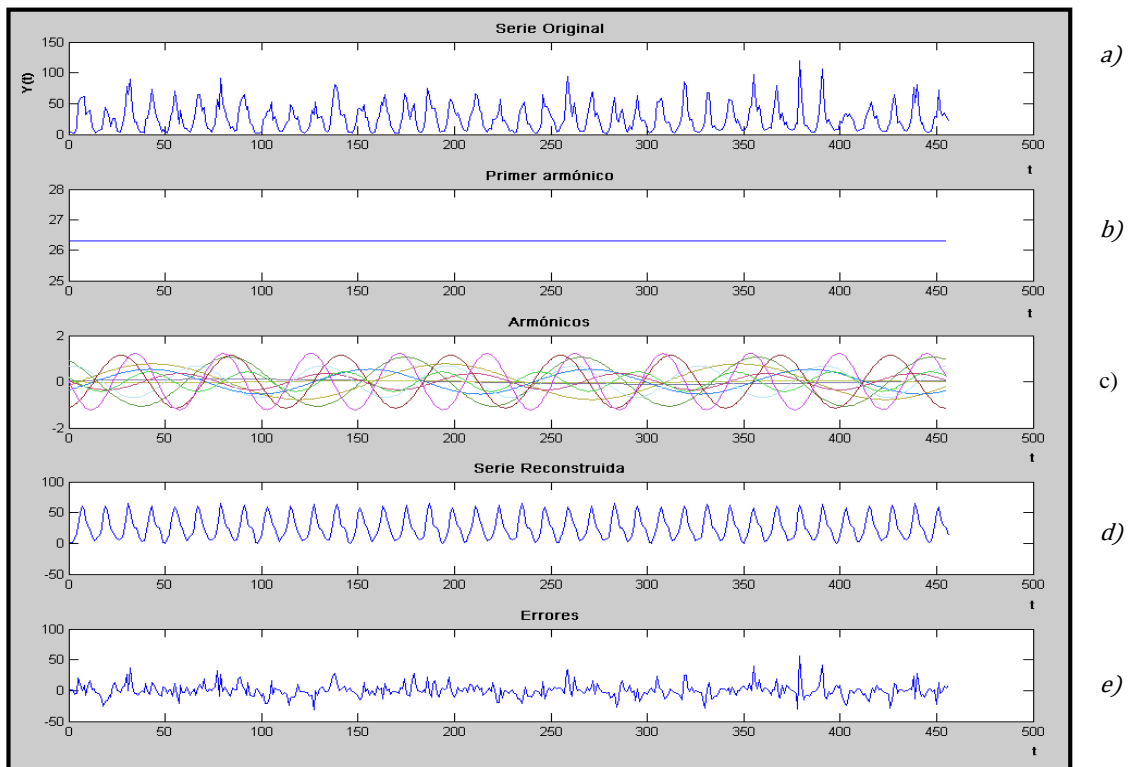


Figura 4-14. Reconstrucción de una señal con 10 armónicos

En resumen, se conoce como Transformada de Fourier Directa al formalismo matemático mediante el cual se identifican las frecuencias predominantes, cambiando la forma como se ve el fenómeno: deja de verse como " y " Vs " t " y pasa a verse bajo el lente de *Potencia Vs Frecuencia* (armónico), es decir la señal es vista ahora como Periodograma. Y se conoce como Transformada de Fourier Inversa al proceso de reconstruir la señal a partir de conjunto de armónicos.

4.4 Marco Geográfico

La cuenca del río Guatiquía tiene un área aproximada de 180.640 Hectáreas las cuales se encuentran compartidas por los municipios de Fómeque (Cundinamarca), San Juanito, El Calvario, Restrepo, Cumaral, Villavicencio y Puerto López.

El río Guatiquía nace con el nombre de río La Playa en el páramo de Chingaza en el municipio de Fómeque, departamento de Cundinamarca, a la cota 3.600 msnm. Recorre una longitud aproximada de 15 km hasta la laguna Chingaza en la cota 3.100 msnm. En este tramo, por su margen derecha, recibe las aguas de la quebrada La Gruta y la descarga de la laguna Chingaza la cual a su vez recibe aguas de numerosas lagunas como la laguna del

Medio y la Laguna San Juan y a su vez las aguas encauzadas en el río Frío provenientes de los páramos El Cristal, Chingaza, Hoya Hernando y del cerro La Paila. En este mismo tramo por la margen izquierda, el río recibe las aguas de las quebradas El Polo, Laguna Negra y Montenegro, las cuales reciben aguas de las lagunas Negra y Bonita. Después de la descarga de la laguna Chingaza toma el nombre de río Guatiquía y cruza un cañón profundo entre el cerro Leticia y las cuchillas de San José, San Luis y San Fernando. Luego de recorrer 9 km recibe las aguas del río Chuza a la cota 2.200 msnm; este río es uno de los principales afluentes de la cuenca alta del río Guatiquía (ver Figura 4-15).

Desde el límite de los departamentos de Cundinamarca y Meta el río Guatiquía recorre una longitud aproximada de 27 km hasta la desembocadura de la quebrada Honda, a la cota 600 msnm (Alcaldía de Villavicencio).

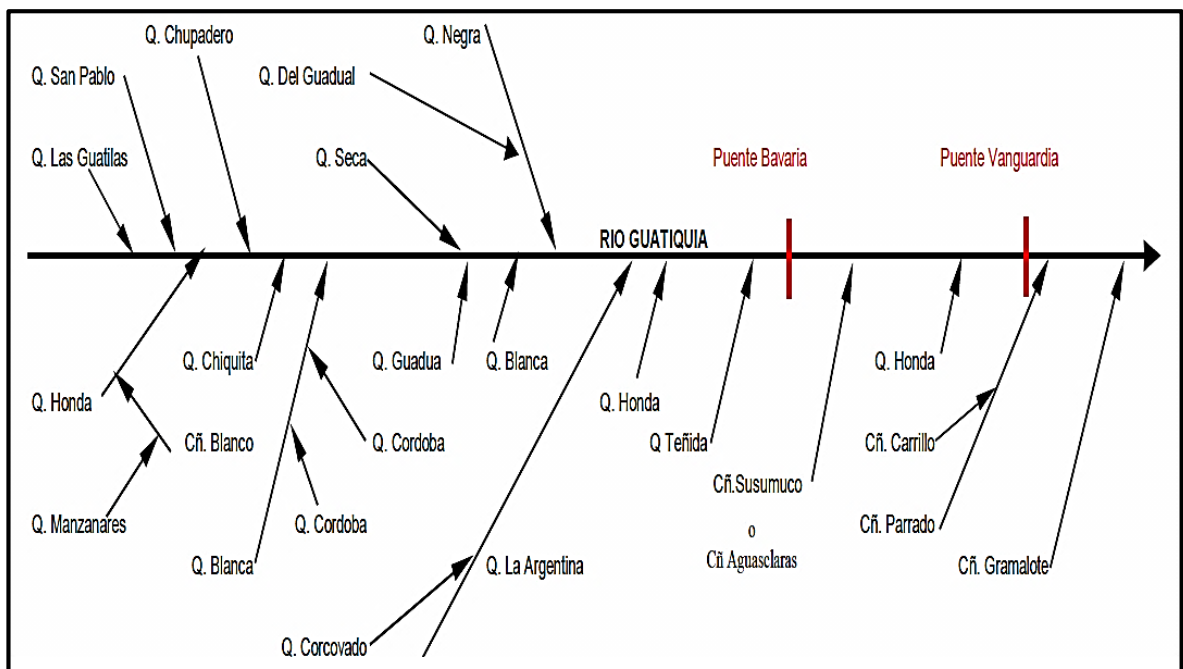


Figura 4-15. Perfil Longitudinal del río Guatiquía y sus afluentes. Fuente Alcaldía de Villavicencio.

El manejo inadecuado del uso de los recursos naturales en la parte alta de la cuenca, causan una serie de adversidades en el invierno; la erosión que presenta la parte alta de la cuenca como los cárcavamientos extensos profundos y con deslizamientos de material que genera como consecuencia el desbordamiento del río en la parte baja de la cuenca e inundaciones periódicas de las márgenes, causando cuantiosos daños materiales.

4.4.1 Ubicación de las estaciones analizadas

La estación limnigráfica Guatiquía San José se encuentra ubicada en el parque nacional natural de Chingaza en las coordenadas: latitud N 4°32'00", longitud W 73°45'00" a una altura de 3180 MSNM.

Por su parte la estación Limnigráfica San Luis se encuentra ubicada en la zona de San Juanito (Meta) vereda San Luis el Plan; en las coordenadas latitud N 4°29'00" longitud W 73°39'00" a una altura de 2950 MSNM.

Finalmente la estación Limnigráfica Guatiquía Puente Abadía se encuentra ubicada en Villavicencio (Meta); en las coordenadas: latitud N 4°14'05", longitud W 73°38'10" a una altura de 523 MSNM.

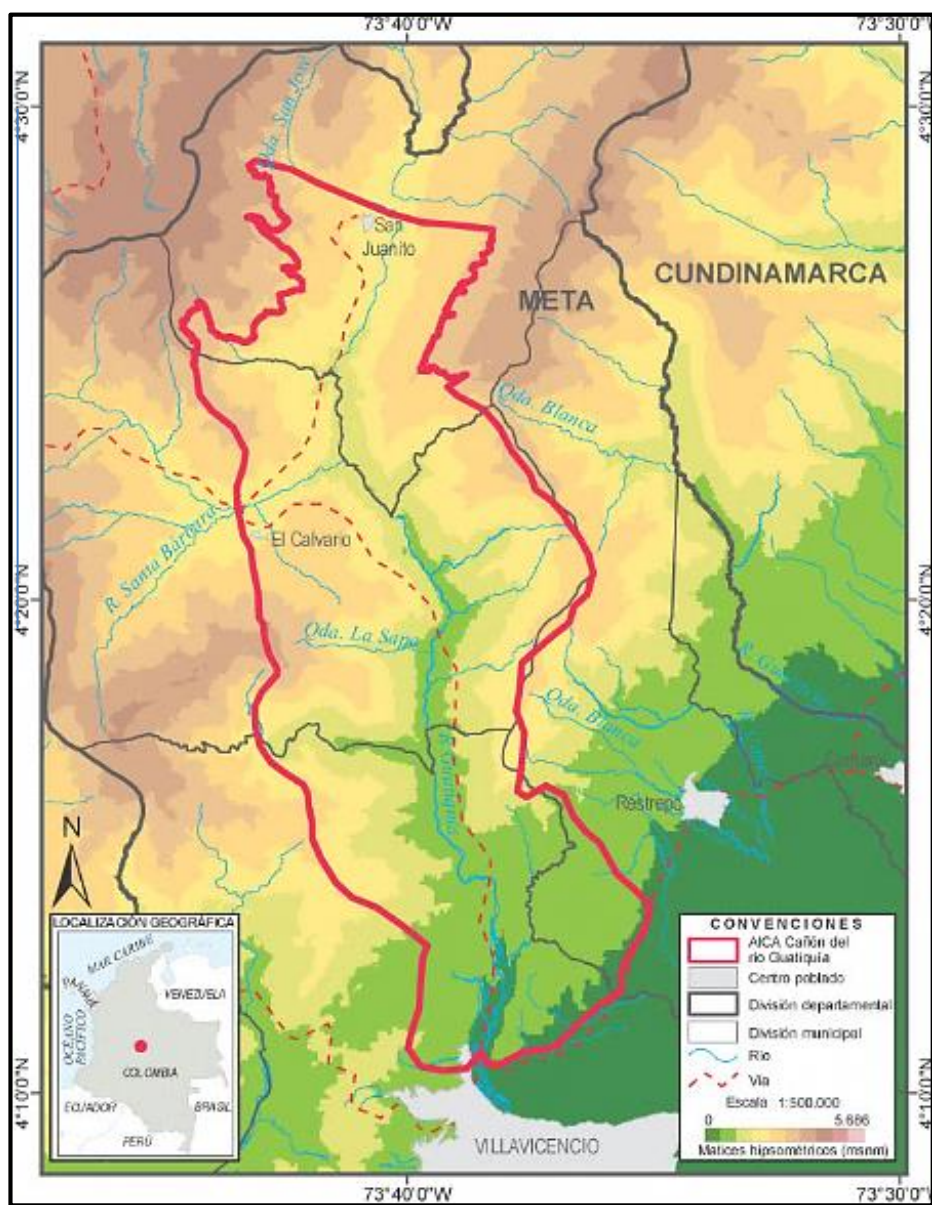


Figura 4-16. Cuenca del río Guatiquía. Fuente: (Instituto de Investigación de Recursos Biológicos Alexander Von Humboldt).

5 METODOLOGÍA

A continuación se describen las actividades que se realizaron para dar cumplimiento a los objetivos planteados en el trabajo de grado.

5.1 Revisión bibliográfica

Para la elaboración de este proyecto se hizo una exhaustiva revisión del estado del arte, incluyendo la revisión de artículos en revistas indexadas, libros y otros documentos relacionados con el tema de investigación, para poder fortalecer el marco teórico del presente trabajo de grado.

5.2 Selección de las herramientas computacionales a utilizar

Para realizar el análisis de las series de tiempo de caudal mediante la transformada de Fourier se hizo necesaria la utilización de rutinas de Excel y de MatLab.

En el software Excel se ordenó la información y se detectaron los datos faltantes de las series de tiempo. Por su parte en el software MatLab se realizaron los cálculos de todos los indicadores citados en el numeral 4.2 y se realizó el análisis de Fourier. En todo caso se utilizaron las rutinas de cálculo desarrolladas por el ingeniero Jorge Alberto Valero Fandiño codirector del presente trabajo de grado, porque se contó con la asesoría del desarrollador de primera mano y para poner a prueba dichos desarrollos.

5.3 Recopilación de la información

La información analizada en el presente trabajo de grado, relacionada con los valores de caudal registrados en las estaciones ubicadas sobre el río Guatiquía en los sectores de San José, Puente Abadía y San Luís fue suministrada por la EAAB. Después de hablar con el ingeniero Gustavo Herrán profesional adscrito a la sección de hidrología de la EAAB se decidió analizar la información proveniente de dichas estaciones por cuanto era la información más completa con que se contaba para una misma corriente.

5.4 Organización y Análisis de la información

Una vez la EAAB suministró la información se procedió a identificar información faltante y periodos de tiempo sin vacíos de información. En el presente trabajo de grado se decidió no completar vacíos de caudal, con el fin de no alterar la información original, conservar la

verdadera riqueza de los datos y poder identificar patrones en las series de caudal. Por esta razón para cada estación se terminaron analizando fragmentos de la serie de tiempo cuya extensión fuese mayor o igual a un año.

5.5 Elaboración del informe final

Una vez finalizados los pasos previamente citados se procedió a redactar un informe que abarcase los aspectos más relevantes identificados durante la realización del trabajo de grado.

6 ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN RECOPIADA EN LA ESTACIÓN GUATIKUÍA - SAN JOSÉ

Esta sección ha sido diseñada con el fin de materializar los planteamientos teóricos presentados en el capítulo 4. Se escogió como caso de estudio el análisis de tres estaciones ubicadas sobre el río Guatiquía y en la presente sección se presta especial atención a la estación San José.

El capítulo inicia con la descripción de la estación, continúa con la descripción de la información a analizar, y prosigue con el análisis exploratorio de la información, así como con el análisis de la memoria del proceso. El capítulo finaliza con el análisis de los componentes de frecuencia o análisis de Fourier.

6.1 Descripción de la estación

Desde marzo de 1966 hasta marzo del año 2004 en el punto conocido como San José ubicado sobre el río Guatiquía existió una estación de aforo con molinete (ver Figura 6-1). En el mes de marzo de 2004 se instaló en el mismo lugar un limnógrafo el cual se muestra en la Figura 6-2. (INFORME ESTACIONES SOBRE EL RÍO GUATIKUÍA, 2005).

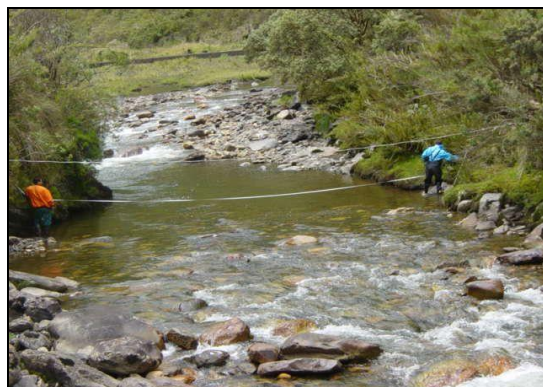


Figura 6-1. Aforo con molinete en la estación San José, ubicada sobre el río Guatiquía. Fuente EAAB.



Figura 6-2. Limnógrafo Estación San José, ubicada sobre el río Guatiquía. Fuente EAAB.

Tal como sucede en las otras estaciones limnográficas operadas por la EAAB, periódicamente se realizan aforos con molinete para corroborar la validez de la curva elevación - gastos (ver Figura 4-3) y poder realizar los ajustes correspondientes. Tal como se citó en el numeral 4.1 es necesario contar con la curva elevación – gastos para convertir

los registros de nivel en caudal. Vale la pena resaltar que para el presente estudio la EAAB suministró series de caudal y no de nivel.

6.2 Información a analizar

Para el presente trabajo de grado se analizó una serie de tiempo registrada en la estación San José desde el 24 de marzo de 1966 hasta el 31 de julio de 2012. Sin embargo es necesario precisar que en la serie de tiempo existieron numerosos vacíos, razón por la cual se decidió analizar los fragmentos de la serie con una extensión igual o superior a un año.

Vale la pena aclarar que no se rellenaron los vacíos de la información por cuanto se quería identificar patrones en la información original y la acción de completar datos no formaba parte de los objetivos de la presente investigación.

6.3 Análisis exploratorio

De acuerdo a lo expuesto en el numeral 6.2 respecto al tamaño de las series a analizar, se obtuvieron nueve (9) fragmentos de la serie de tiempo registrada en la estación Guatiquía San José: El mayor fragmento con una longitud de 1580 días (4.32 años) y el menor fragmento con una extensión de 369 días (1.01 años) ver Tabla 6-1.

En la Tabla 6-1 se puede apreciar para cada fragmento los valores mínimos y máximos de caudal, las medidas de tendencia central, las medidas de dispersión y los valores del exponente de Hurst.

Tabla 6-1. Resultados del análisis exploratorio para los fragmentos de la serie de tiempo registrada en la estación Guatiquía San José.

Fragmento		1	2	3	4	5	6	7	8	9									
Duración del Registro =>		18/02/1971 a	16/06/1975 a	24/03/1966 a	15/06/1970 a	03/06/1978 a	20/04/1982 a	24/06/1975 a	01/06/1978 a	14/07/2005 a	30/12/2007 a	01/01/2008 a	29/04/2009 a	01/09/2010 a	20/10/2011 a	01/01/1986 a	29/01/1987 a	28/09/1994 a	01/10/1995 a
Parámetro	Unidades																		
Longitud del registro	Días	1580	1545	1418	1074	900	485	415	394	369									
Mínimo	M ³ /s	0.26	0.30	0.11	0.29	0.11	0.45	0.39	0.45	2.24									
Máximo	M ³ /s	47.34	68.27	44.80	34.52	36.09	30.06	24.82	54.56	24.45									
de tende Medía	M ³ /s	4.92	5.59	4.42	4.99	4.59	3.71	4.22	5.81	6.16									

Fragmento		1	2	3	4	5	6	7	8	9									
Duración del Registro =>		18/02/1971 ^a	16/06/1975	24/03/1966 ^a	15/06/1970	03/06/1978 ^a	20/04/1982	24/06/1975 ^a	01/06/1978	14/07/2005 ^a	30/12/2007	01/01/2008 ^a	29/04/2009	01/09/2010 ^a	20/10/2011	01/01/1986 ^a	29/01/1987	28/09/1994 ^a	01/10/1995
Parámetro	Unidades																		
Moda	M ³ /s	0.48	4.00	0.43	0.40	0.44	0.62	1.78	0.57	2.51									
Mediana	M ³ /s	3.67	3.73	3.31	3.69	3.56	2.55	3.24	3.04	5.39									
Rango	M ³ /s	47.08	67.97	44.69	34.23	35.98	29.61	24.43	54.12	22.21									
Medidas de dispersión	Desviación Estándar	M ³ /s	4.80	6.43	4.52	4.77	4.35	3.73	3.53	7.68	3.65								
	Coefficiente de Variación	Adimensional	0.98	1.15	1.02	0.96	0.95	1.00	0.84	1.32	0.59								
	Coefficiente de Asimetría	Adimensional	2.54	3.12	2.52	1.94	2.52	2.31	2.20	2.91	1.78								
	Coefficiente de Apuntamiento	Adimensional	14.39	17.57	13.40	7.84	13.18	10.81	9.00	13.27	7.66								
	Exponente de Hurst	Adimensional	0.92	0.83	0.80	0.97	0.81	0.99	0.91	0.98	0.97								
Exponente de Hurst	Coefficiente correlación lineal	Adimensional	0.98	0.98	0.96	0.98	0.97	0.99	0.99	0.99	0.99								
	RMSE	Adimensional	0.16	0.17	0.21	0.15	0.15	0.08	0.07	0.03	0.06								

Nótese en la Tabla 6-1 que las medias de los 9 fragmentos oscilan entre 3.71 m³/s y 6.16 m³/s; que las modas oscilan entre 0.4 m³/s y los 4 m³/s; y que las medianas varían entre los 2.55 m³/s y 5.39 m³/s.

Respecto a las medidas de dispersión se puede observar en la misma Tabla 6-1 que las desviaciones estándar oscilan entre 3.53 m³/s y 7.68 m³/s. En cuanto a los coeficientes de variación estos son cercanos a 1.0 excepto para el fragmento de duración de 369 días. Por su parte el coeficiente de asimetría varía entre 1.78 y 3.12 indicando sesgo hacia valores altos de caudal. Finalmente el coeficiente de apuntamiento oscila entre 7.66 y 17.57 valores superiores a 3.0 indicando que todos los fragmentos son leptocúrticos, es decir que los valores de caudal se agrupan cerca a la media con bastante frecuencia.

En la Figura 6-3 se aprecia la serie de caudal, el histograma y el diagrama de caja y bigotes para el fragmento de la serie registrada en la estación Guatiquía San José con una duración de 1580 días. En el anexo 1 se presentan gráficas similares para los otros ocho fragmentos de la serie de caudal analizados. En la Figura 6-3 y en el anexo 1 se aprecia claramente la asimetría hacia valores altos y la dispersión de los datos respecto a la media.

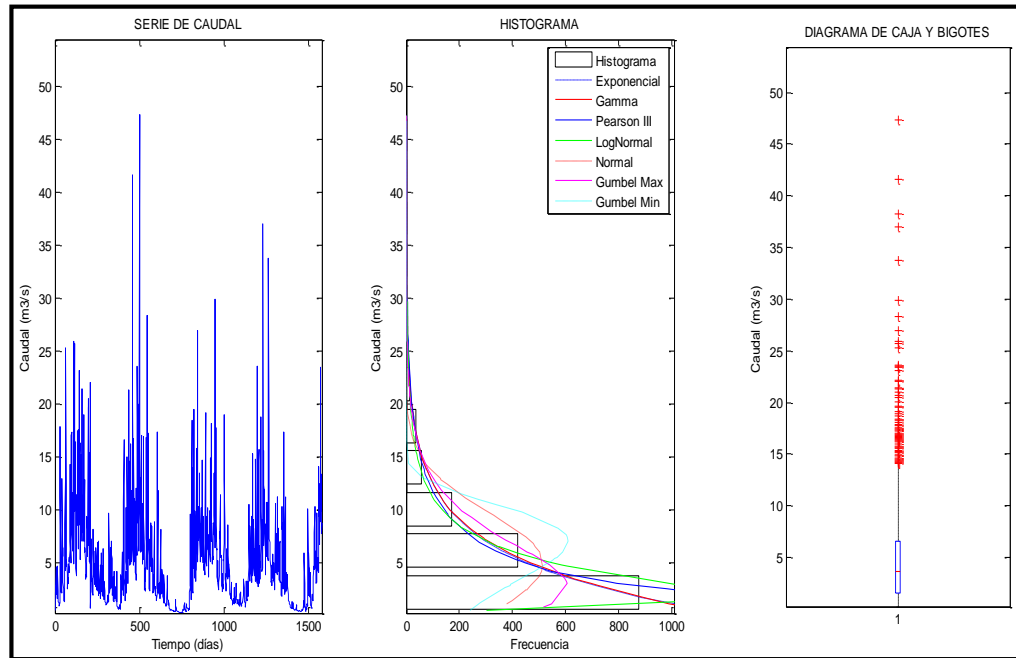


Figura 6-3 . Serie de caudal, histograma y diagrama de caja y bigotes para la estación Guatiquía San José. Número de datos 1580.

6.4 Memoria del proceso

La memoria de las series de caudal fue evaluada mediante la función del autocorrelación lineal y el exponente de Hurst y los resultados se presentan a continuación.

6.4.1 Función de Autocorrelación lineal

La función de autocorrelación lineal fue calculada utilizando la función “autocorr” de Matlab y un número de rezagos igual a un cuarto de la longitud de cada fragmento.

En la Figura 6-4 se puede apreciar la función de autocorrelación lineal para el fragmento de la serie registrada en la estación Guatiquía San José con una duración de 1580 días. En el anexo 2 se presentan gráficas similares para los otros ocho fragmentos de la serie de caudal analizados.

En la Figura 6-4 y en las gráficas del anexo 2 se aprecia que la memoria decae lentamente a lo largo del tiempo y que para todos los fragmentos la autocorrelación lineal para un rezago de un día es cercana a 0.7 indicando que el caudal de un día cualquiera se parecen mucho al caudal del día inmediatamente anterior.

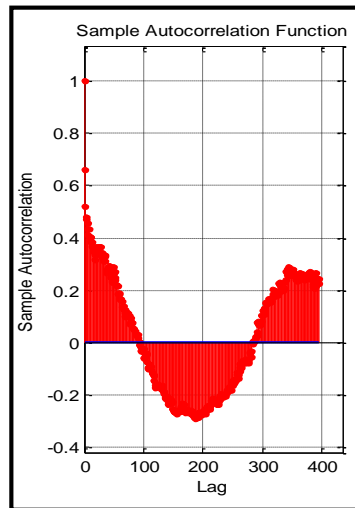


Figura 6-4. Función de auto-correlación Lineal para la estación Guatiquía San José. Número de datos 1580

Nótese en la Figura 6-4, en el Anexo Figura 2-1 y Anexo Figura 2-2 un comportamiento cíclico, de duración aproximada 350 días, el cual evidencia la existencia de periodicidades en la serie de tiempo analizada. Se prestará especial atención a las periodicidades de los fragmentos analizados en la sección 6.5.

6.4.2 Exponente de Hurst

Para los nueve fragmentos analizados el exponente de Hurst fluctuó entre 0.80 y 0.99 (ver Tabla 6-1) indicando que los fragmentos de la serie de tiempo exhiben un comportamiento persistente, según el cual, se refuerzan las tendencias de ascenso o descenso de caudales.

El cálculo del exponente de Hurst se realizó siguiendo los planteamientos presentados en el numeral 4.2.4. Inicialmente se evaluó si los pares de puntos $\text{Log}(R/S)$ Vs $\text{Log}(n)$ seguían un comportamiento lineal, para lo cual se calculó el coeficiente de correlación lineal encontrando que este variaba entre 0.96 y 0.99 evidencia de la fuerte correlación lineal. Garantizada la correlación lineal de los datos se procedió a ajustar una recta siguiendo el procedimiento de mínimos cuadrados. La bondad del ajuste se midió en términos del

RMSE (Raíz del Error Medio Cuadrático, por sus siglas en inglés) encontrando que el RMSE variaba entre 0.03 y 0.21.

En la Figura 6-5 se puede apreciar la recta ajustada a los pares de puntos $\log(R/S)$ Vs $\log(n)$ utilizados para calcular el exponente de Hurst para el fragmento de la serie registrada en la estación Guatiquía San José con una duración de 1580 días. En el anexo 3 se presentan gráficas similares para los otros ocho fragmentos de la serie de caudal analizados.

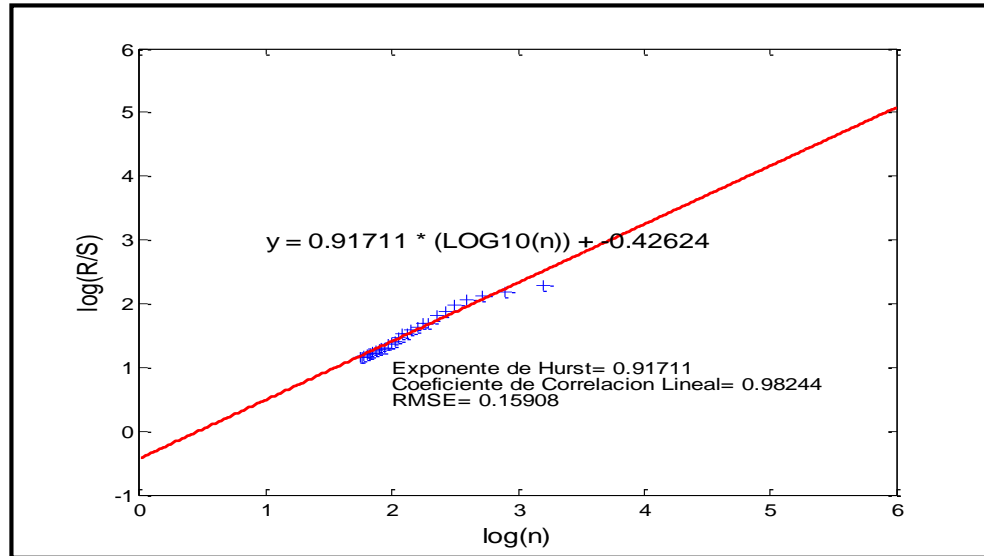


Figura 6-5. Exponente Hurst para la estación Guatiquía San José. Número de datos 1580.

6.5 *Análisis de Fourier*

Utilizando la rutina para el cálculo de la transformada directa de Fourier soportada por Matlab, fue posible descomponer la señal en armónicos, y cuantificar la importancia de cada armónico en términos de la amplitud del armónico al cuadrado o potencia (Af^2 , ver Ecuación 4-21).

En la Figura 6-6 se puede apreciar el peridograma para el fragmento de la serie registrada en la estación Guatiquía San José con una duración de 1580 días. En el anexo 4 se presentan gráficas similares para los otros ocho fragmentos de la serie de caudal analizados.

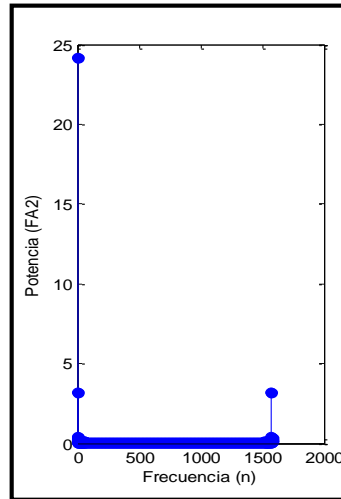


Figura 6-6. Peridograma para la estación Guatiquía San José. Número de datos 1580

En la Figura 6-6 y en las imágenes mostradas en el anexo 4 se aprecia en el margen izquierdo una frecuencia predominante la cual corresponde a la media de los datos y otras frecuencias menores cuya importancia también es medida en términos de Af^2 .

Por su parte en la Tabla 6-2 se presentan los valores de Amplitud, periodo y desfase de los armónicos 2 al 4 priorizados en función de la Amplitud al cuadrado (Af^2) para cada uno de los fragmentos de la serie de tiempo.

Tabla 6-2. Parámetros de los armónicos 2 al 4 para la estación Guatiquía San José.

Fragmento	Longitud del registro (días)	Armónico 2			Armónico 3			Armónico 4		
		Amplitud	Periodo	Desfase	Amplitud	Periodo	Desfase	Amplitud	Periodo	Desfase
		(m3/s)	(días)	(días)	(m3/s)	(días)	(días)	(m3/s)	(días)	(días)
1	1580	1.79	395.00	219.45	0.63	175.56	3.47	0.54	790.00	407.71
2	1545	1.91	386.25	-19.25	1.03	309.00	146.76	0.89	171.67	4.27
3	1418	1.79	354.50	-19.69	0.73	177.25	-1.82	0.47	61.65	-0.98
4	1074	2.08	358.00	-13.32	0.71	179.00	0.11	0.68	537.00	262.21
5	900	0.98	450	210	0.92	300	159.38	0.77	225	118.43
6	485	1.41	485.00	255.84	0.89	161.67	0.47	0.75	242.50	7.56
7	415	1.09	207.50	112.05	0.71	415.00	197.82	0.42	138.33	67.58

Fragmento	Longitud del registro (días)	Armónico 2			Armónico 3			Armónico 4		
		Amplitud	Periodo	Desfase	Amplitud	Periodo	Desfase	Amplitud	Periodo	Desfase
		(m ³ /s)	(días)	(días)	(m ³ /s)	(días)	(días)	(m ³ /s)	(días)	(días)
8	394	3.06	394.00	198.41	1.92	131.33	70.11	1.43	197.00	3.27
9	369	1.54	369.00	12.35	0.56	184.50	94.90	0.46	52.71	-0.63

Las gráficas del primer armónico (o media de los datos), de los armónicos 2 al 4, junto con la señal reconstruida a partir de dichos armónicos y el error producto de reconstruir la señal únicamente con los cuatro primeros armónicos para el fragmento de la serie registrada en la estación Guatiquía San José con una duración de 1580 días se presenta en la Figura 6-7. Figuras similares para los demás fragmentos son mostradas en las figuras del anexo 5.

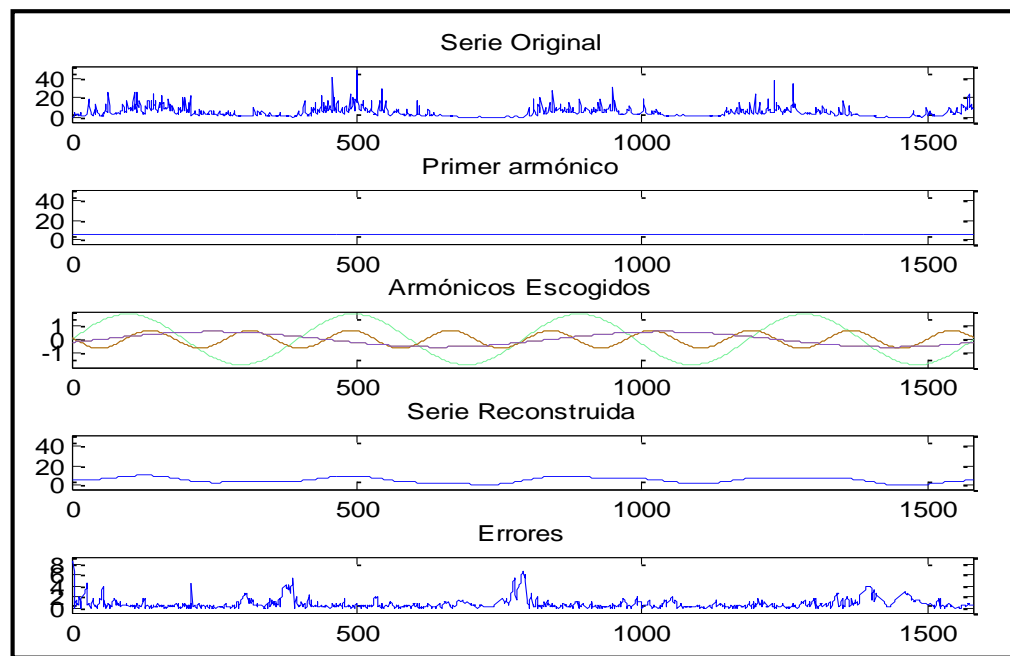


Figura 6-7. Serie de caudal, primer armónico o media, siguientes tres armónicos, serie reconstruida y magnitud de los errores para la estación Guatiquía San José. Número de datos 1580

Utilizando 10 armónicos y la media para reconstruir la señal se obtiene la Figura 6-8. Nótese en dicha figura, como a partir de un número tan bajo de armónicos⁴, la serie reconstruida de color rojo encapsula apropiadamente el comportamiento general de la serie de tiempo. Figuras similares para los demás fragmentos son presentadas en el anexo 16.

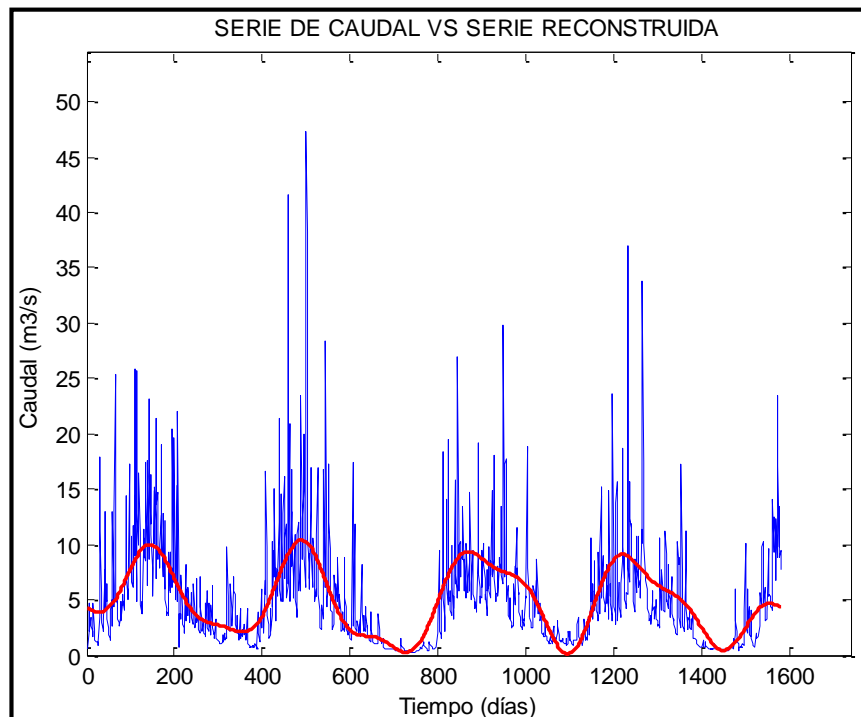


Figura 6-8. Serie de tiempo registrada y serie reconstruida a partir de la media y 10 armónicos para la estación Guatiquía San José. Número de datos 1580.

La reconstrucción de la señal se realizó utilizando la rutina transformada inversa de Fourier soportada por Matlab.

Con el fin de identificar los periodos del año con mayores y menores valores de caudal se procedió a crear para cada uno de los fragmentos una serie resumida de caudales anuales, para las cuales el caudal de cada día fue calculado promediando los valores de caudal registrados en días y meses iguales a lo largo de años diferentes. Las 9 series resumidas se pueden apreciar en la Figura 6-9.

⁴ 11 armónicos de 1580, es decir 0.69% del total de armónicos

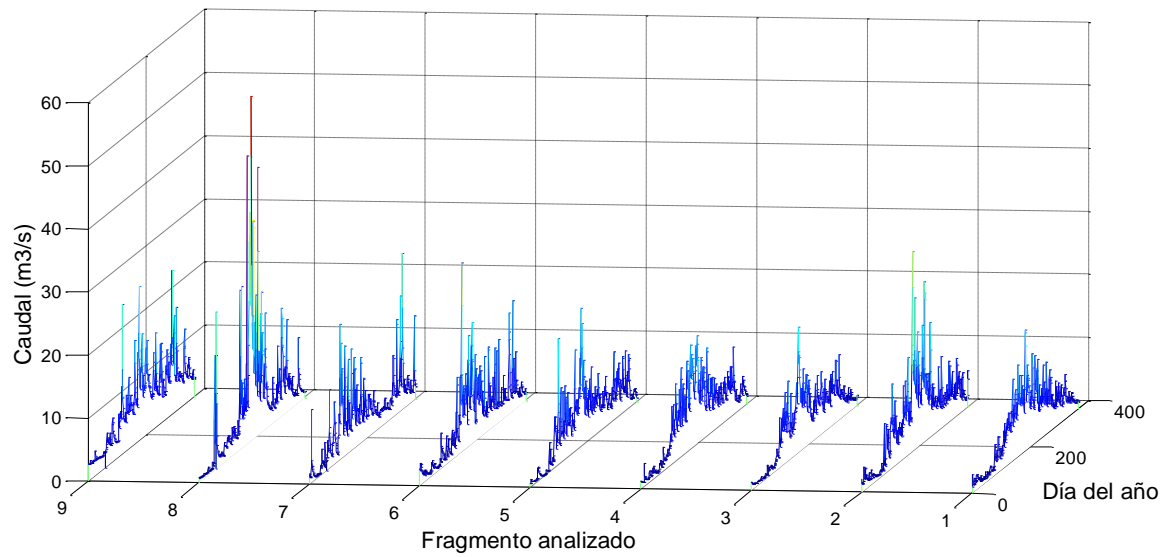


Figura 6-9. Series resumidas de caudales anuales.

En la Figura 6-9 se observa que los mayores valores de caudal ocurren entre los días 156 y 207, es decir entre principios de junio y finales de julio. Por su parte los valores bajos de caudal ocurren entre los días 1 y 73 correspondiendo al periodo comprendido entre inicios de enero y mediados de marzo. Los periodos de tiempo seleccionados para los valores altos y bajos de caudal corresponden a aquellos cuyos valores de caudal fuesen mayores que el valor del percentil 80 y menores que el valor del percentil 20.

7 ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN RECOPIADA EN LA ESTACIÓN GUATIKUÍA – PUENTE ABADÍA

Esta sección ha sido diseñada con el fin de materializar los planteamientos teóricos presentados en el capítulo 4. Se escogió como caso de estudio el análisis de tres estaciones ubicadas sobre el río Guatiquía y en la presente sección se presta especial atención a la estación Puente Abadía.

El capítulo inicia con la descripción de la estación, continúa con la descripción de la información a analizar, y prosigue con el análisis exploratorio de la información, así como con el análisis de la memoria del proceso. El capítulo finaliza con el análisis de los componentes de frecuencia o análisis de Fourier.

7.1 Descripción de la estación

La estación de Puente Abadía inicio operaciones el 1 de abril de 1968 bajo la supervisión del IDEAM de tal manera que los registros desde esa fecha hasta el 26 de agosto de 2004 son de su pertenencia. A partir de 27 de agosto de 2004 la EAAB ha venido realizando el seguimiento mensual a esta estación ubicada en el sector de Puente Abadía. (INFORME ESTACIONES SOBRE EL RÍO GUATIKUÍA, 2005)



**Figura 7-1. Estación limnigráfica Puente Abadía.
Fuente EAAB.**



**Figura 7-2. Limnógrafo Estación Puente Abadía,
ubicada sobre el río Guatiquía. Fuente EAAB.**

En esta estación limnigráfica operada por la EAAB, periódicamente realiza aforos con molinete con el objetivo de poder corroborar la validez de la curva elevación –gastos (ver Figura 4-3) y de esta manera poder determinar los ajustes necesarios para el buen funcionamiento de la relación elevación –gastos. Vale la pena resaltar que para la estación Puente Abadía la EAAB suministró series de caudal y no de nivel.

7.2 Información a analizar

En la realización de este proyecto se analizó la serie de tiempo proporcionada por la EAAB de la estación Puente Abadía que correspondía a los registros tomados desde el 1 de septiembre de 1993 hasta el 31 de diciembre de 2009. Es necesario aclarar que en esta serie de tiempo existieron numerosos vacíos, para lo cual se determinó que la serie original se debía analizar por fragmentos que tuvieran como mínimo una extensión igual o superior a un año.

Hay que destacar que no se utilizó ningún método para rellenar vacíos de información por cuanto se quería identificar patrones en la información original y la acción de completar datos no formaba parte de los objetivos de la presente investigación.

7.3 *Análisis exploratorio*

Teniendo en cuenta lo expuesto en el numeral 7.2 respecto al tamaño de las series a analizar, se encontraron dos (2) fragmentos de la serie de tiempo original correspondiente a la estación de Puente Abadía que cumplen con el criterio asumido por el autor de este estudio. El fragmento que posee una mayor extensión es de 1006 días (2.75 años) y el menor fragmento tiene una extensión de 462 días (1.26 años) ver Tabla 7-1.

En la Tabla 7-1 se puede para cada segmento los valores mínimos y máximos de caudal, las medidas de tendencia central, las medidas de dispersión y los valores del exponente de Hurst.

Tabla 7-1. Resultados del análisis exploratorio para los fragmentos de la serie de tiempo registrada en la estación Guatiquía Puente Abadía.

		Fragmento		1	2
		Duración del Registro =>		01/04/2007 a 31/12/2009	26/08/2004 a 30/11/2005
	Parámetro	Unidades			
	Longitud del registro	Días		1006	462
	Mínimo	M ³ /s		0.11	19.36
	Máximo	M ³ /s		350.33	169.01
Medidas de tendencia central	Medía	M ³ /s		78.48	67.51
	Moda	M ³ /s		108.55	53.17
	Mediana	M ³ /s		68.63	60.2
Medidas de dispersión	Rango	M ³ /s		350.23	149.65
	Desviación Estándar	M ³ /s		53.55	23.94
	Coficiente de Variación	Adimensional		0.68	0.35
	Coficiente de Asimetría	Adimensional		0.92	1.38

		Fragmento		1	2
		Duración del Registro =>		01/04/2007 a 31/12/2009	26/08/2004 a 30/11/2005
Exponente de Hurst	Parámetro	Unidades			
		Coefficiente de Apuntamiento	Adimensional	3.97	5.24
		Exponente de Hurst	Adimensional	0.97	0.97
		Coefficiente correlación lineal	Adimensional	0.99	0.98
		RMSE	Adimensional	0.06	0.13

En la Tabla 7-1 se puede observar que las medias de los dos fragmentos analizados en esta estación son de 67.51 m³/s y 78.48 m³/s; las modas 108.55 m³/s y 53.17 m³/s; y las medianas son de 68.63 m³/s y 60.20 m³/s

Con relación a las medidas de dispersión se puede observar en la Tabla 7-1 que las desviaciones estándar son 53.55 m³/s y 23.94 m³/s; los coeficientes de variación son 0.68 y 0.35. Por otra parte los coeficientes de asimetría fueron 0.92 y 1.38 indicando un leve sesgo hacia valores altos de caudal. Finalmente el coeficiente de apuntamiento resultó estar entre 3.97 y 5.24 levemente superiores a 3.0 indicando que todos los fragmentos son leptocúrticos, es decir que los valores de caudal se agrupan cerca a la media con moderada frecuencia.

En la Figura 7-3 se puede observar la serie de caudal, el histograma y el diagrama de caja y bigotes para el fragmento de la serie de caudal de la estación de Puente Abadía que tiene una duración de 1006 días. En el anexo 6 se presenta la gráfica que corresponde al fragmento de 462 días. En la Figura 7-3 y en el anexo 6 se observa claramente la leve asimetría hacia valores altos y la dispersión de los datos respecto a la media.

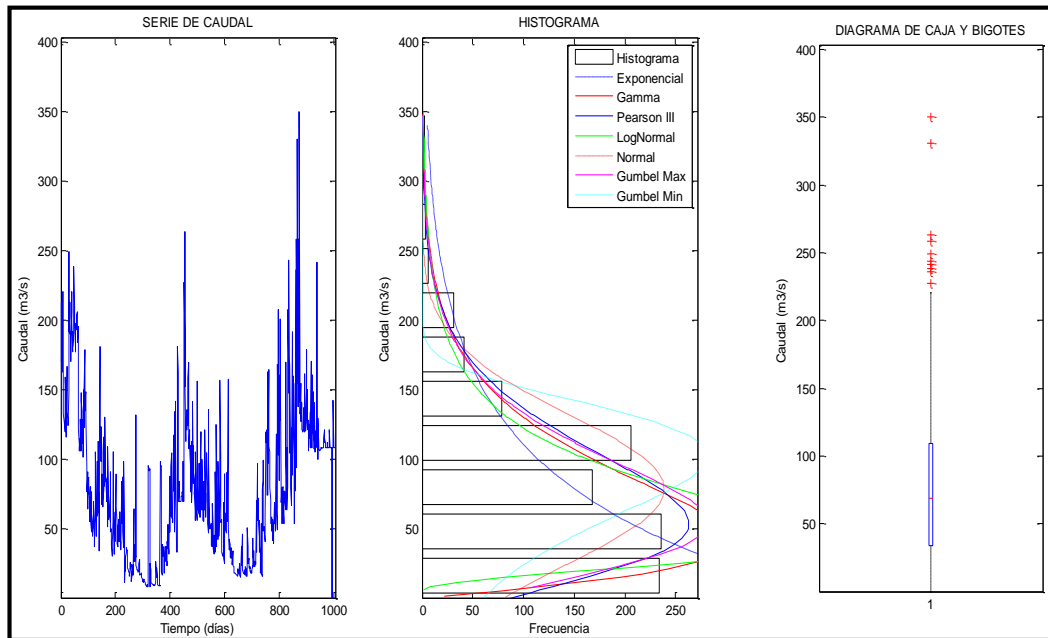


Figura 7-3 Serie de caudal, histograma y diagrama de caja y bigotes para la estación Guatiquía Puente Abadía. Número de datos 1006.

7.4 Memoria del proceso

La memoria de las series de caudal fue evaluada mediante la función del autocorrelación lineal y el exponente de Hurst y los resultados se presentan a continuación.

7.4.1 Función de Autocorrelación lineal

La función de autocorrelación lineal fue calculada utilizando la función “autocorr” de Matlab y un número de rezagos igual a un cuarto de la longitud de cada fragmento.

En la Figura 7-4 se puede apreciar la función de autocorrelación lineal para el fragmento de la serie registrada en la estación Guatiquía Puente Abadía con una duración de 1006 días. En el anexo 7 se presenta la gráfica para el otro fragmento.

En la Figura 7-4 y en la gráfica del anexo 7 se aprecia que la memoria decae lentamente a lo largo del tiempo y que para los dos fragmentos la autocorrelación lineal para un rezago de un día es cercana a 0.7 indicando que el caudal de un día cualquiera se parecen mucho al caudal del día inmediatamente anterior.

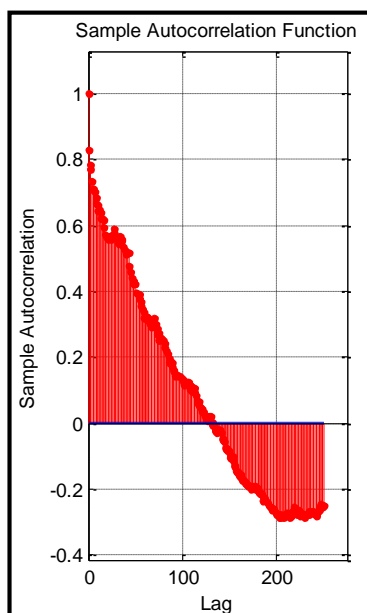


Figura 7-4. Función de auto-correlación Lineal para la estación Guatiquía Puente Abadía. Número de datos 1006.

Nótese en la Figura 7-4 y en el Anexo Figura 7-1 un comportamiento que probablemente sería cíclico si los fragmentos fuesen de mayor extensión. Se prestará especial atención a las periodicidades de los fragmentos analizados en la sección 7.5.

7.4.2 Exponente de Hurst

Para los dos fragmentos analizados el Exponente Hurst fue de 0.97 (ver Tabla 7-1) lo cual indica que estos fragmentos de la serie de tiempo, presentan un comportamiento altamente persistente, reforzando las tendencias de ascenso o descenso de caudales.

Para el cálculo del exponente Hurst se siguieron los planteamientos presentados en el numeral 4.2.4. Inicialmente se evaluó si los pares de puntos $\text{Log}(R/S)$ Vs $\text{Log}(n)$ seguían un comportamiento lineal, para lo cual se calculó el coeficiente de correlación lineal encontrando que este era igual a 0.98 y 0.99 evidencia de la fuerte correlación lineal. Una vez se garantizó la correlación lineal de los datos se procedió a ajustarles una recta siguiendo el procedimiento de mínimos cuadrados. La bondad del ajuste se midió en términos del RMSE (Raíz del Error Medio Cuadrático, por sus siglas en inglés) encontrando que el RMSE variaba entre 0.06 y 0.13.

En la Figura 7-5 se puede apreciar la recta ajustada a los pares de puntos $\text{Log}(R/S)$ Vs $\text{Log}(n)$ utilizados para calcular el exponente de Hurst para el fragmento de la serie registrada en la estación Guatiquía Puente Abadía con una duración de 1006 días. En el anexo 8 se

presenta la gráfica del otro fragmento de la serie de caudal analizada que corresponde a 462 días.

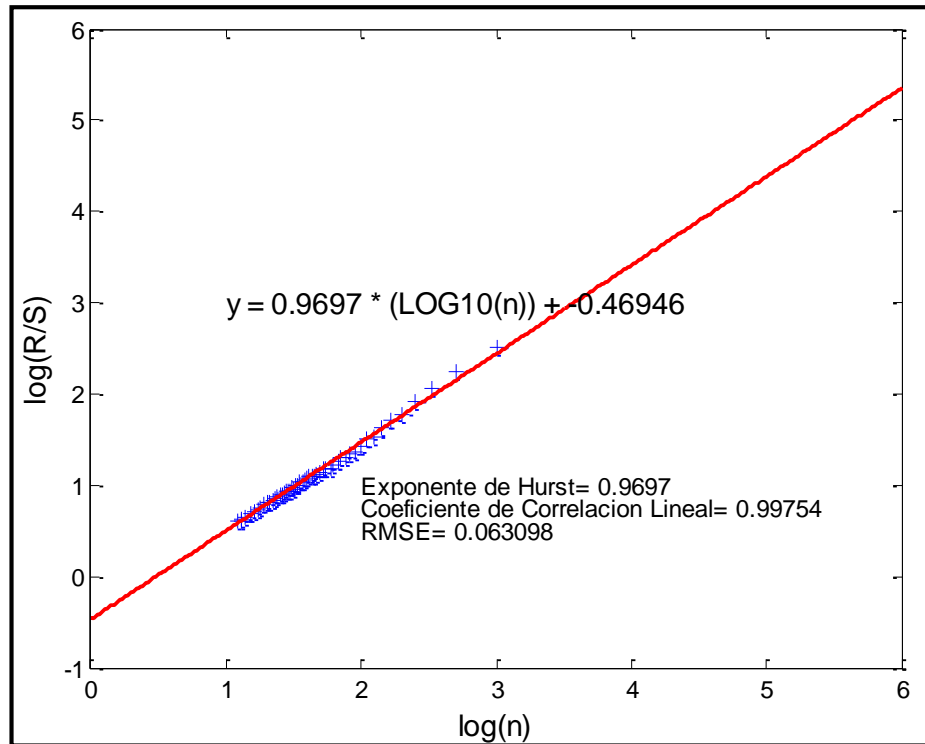


Figura 7-5 Exponente Hurst para la estación Guatiquía Puente Abadía. Número de datos 1006.

7.5 Análisis de Fourier

Utilizando la rutina para el cálculo de la transformada directa de Fourier soportada por Matlab, fue posible descomponer la señal en armónicos, y cuantificar la importancia de cada armónico en términos de la amplitud del armónico al cuadrado o potencia (Af^2 , ver Ecuación 4-21).

En Figura 7-6 se puede apreciar el peridograma para el fragmento de la serie registrada en la estación Guatiquía Puente Abadía con una duración de 1006 días. En el anexo 7 se presenta una gráfica similar para el otro fragmento de la serie de caudal analizado.

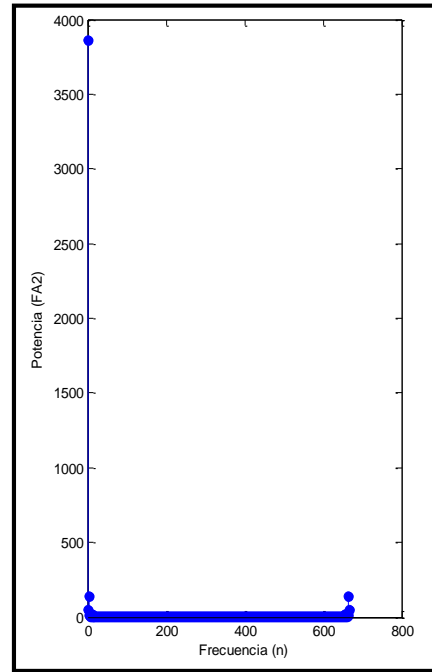


Figura 7-6 Peridograma para la estación Guatiquía Puente Abadía. Número de datos 1006.

En la Figura 7-6 y en la imagen mostrada en el anexo 7 se aprecia en el margen izquierdo una frecuencia predominante la cual corresponde a la media de los datos y otras frecuencias menores cuya importancia también es medida en términos de Af^2 .

Por su parte en la Tabla 7-2 se presentan los valores de Amplitud, periodo y desfase de los armónicos 2 al 4 priorizados en función de la Amplitud al cuadrado (Af^2) para cada uno de los fragmentos de la serie de tiempo.

Tabla 7-2 Parámetros de los armónicos 2 al 4 para la estación Guatiquía Puente Abadía.

Fragmento	Longitud del registro (días)	Armónico 2			Armónico 3			Armónico 4		
		Amplitud	Periodo	Desfase	Amplitud	Periodo	Desfase	Amplitud	Periodo	Desfase
		(m3/s)	(días)	(días)	(m3/s)	(días)	(días)	(m3/s)	(días)	(días)
1	1006	20.203	1006	12.813	18.350	503	6.039	9.878	335.33	171.43

Fragmento	Longitud del registro (días)	Armónico 2			Armónico 3			Armónico 4		
		Amplitud	Periodo	Desfase	Amplitud	Periodo	Desfase	Amplitud	Periodo	Desfase
		(m3/s)	(días)	(días)	(m3/s)	(días)	(días)	(m3/s)	(días)	(días)
2	462	8.17	462	223.89	5.83	231	-3.08	4.09	27.17	13.85

Las gráficas del primer armónico (o media de los datos), de los armónicos 2 al 4, junto con la señal reconstruida a partir de dichos armónicos y el error producto de reconstruir la señal únicamente con los cuatro primeros armónicos para el fragmento de la serie registrada en la estación Guatiquía Puente Abadía con una duración de 1006 días se presenta en la Figura 7-7. Una gráfica similar para el fragmento correspondiente a los 462 días se encuentra en el anexo 10.

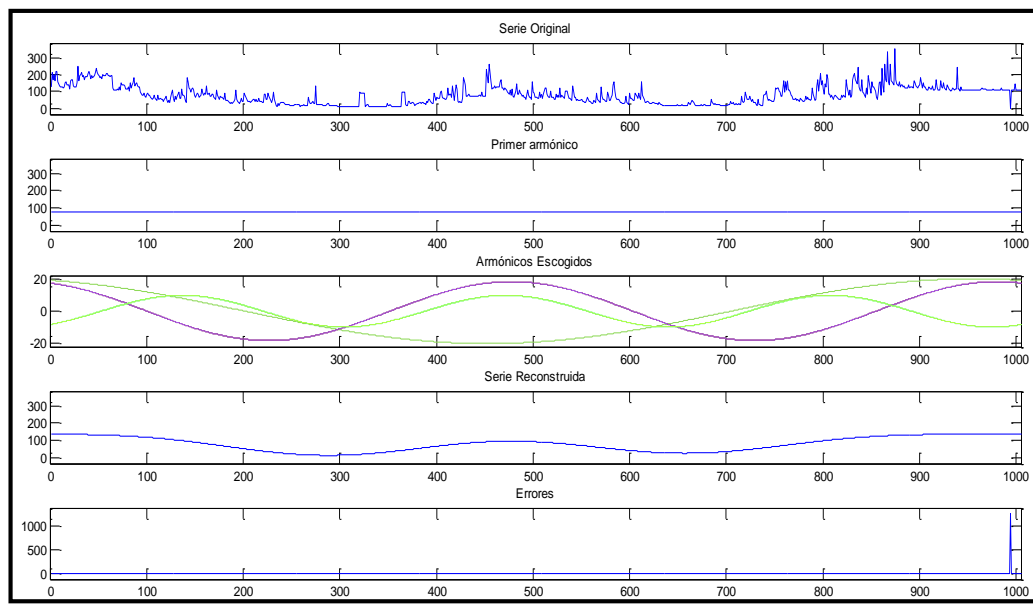


Figura 7-7 Serie de caudal, primer armónico o media, siguientes tres armónicos, serie reconstruida y magnitud de los errores para la estación Guatiquía Puente Abadía. Número de datos 1006.

Utilizando 10 armónicos y la media para reconstruir la señal se obtiene la Figura 7-8. Nótese en dicha figura, como a partir de un número tan bajo de armónicos⁵, la serie reconstruida de color rojo encapsula apropiadamente el comportamiento general de la serie de tiempo. Figuras similares para los demás fragmentos son presentadas en el anexo 16.

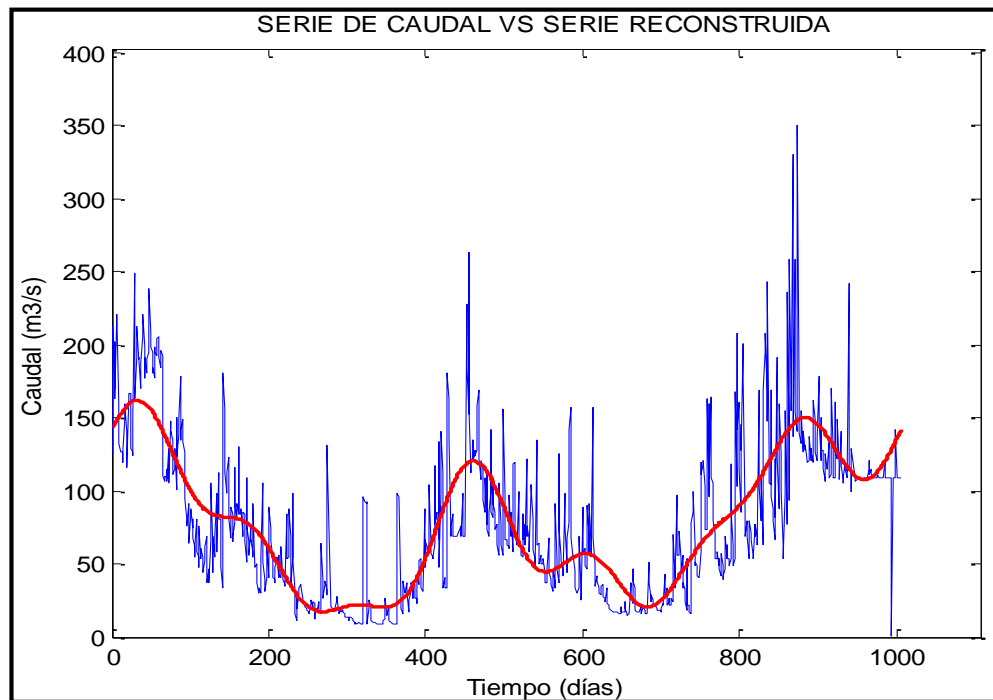


Figura 7-8. Serie de tiempo registrada y serie reconstruida a partir de la media y 10 armónicos para la estación Guatiquía Puente Abadía. Número de datos 1006.

La reconstrucción de la señal se realizó utilizando la rutina transformada inversa de Fourier soportada por Matlab.

Una vez reconocido el tiempo periodo promedio, se procedió a identificar los periodos del año con mayores y menores valores de caudal. Por esta razón se procedió a crear para cada uno de los fragmentos una serie resumida de caudales anuales, para las cuales el caudal de cada día fue calculado promediando los valores de caudal registrados en días y meses iguales a lo largo de años diferentes. Las 2 series resumidas se pueden apreciar en la Figura 7-9.

⁵ 11 armónicos de 1006, es decir 1.09% del total de armónicos

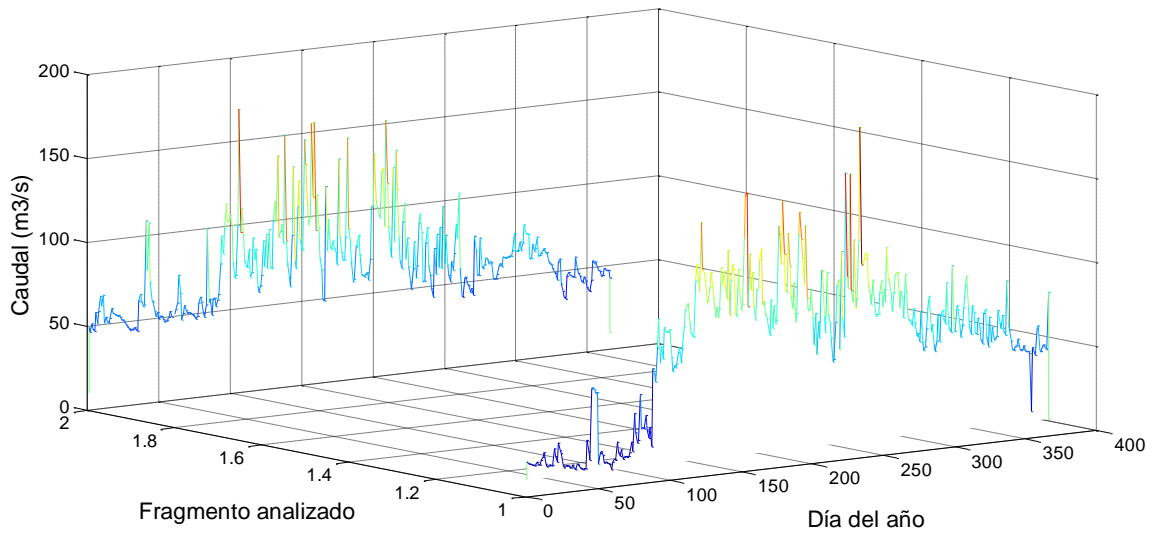


Figura 7-9. Series resumidas de caudales anuales.

En la Figura 7-9 se puede apreciar que los mayores valores de caudal ocurren entre los días 115 y 260, es decir entre finales de abril y mediados de septiembre. Por su parte los valores bajos de caudal ocurren entre los días 1 y 74 correspondiendo al periodo comprendido entre principios de enero y mediados de marzo. Los periodos de tiempo seleccionados para los valores altos y bajos de caudal corresponden a aquellos cuyos valores de caudal fuesen mayores que el valor del percentil 80 y menores que el valor del percentil 20.

8 ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN RECOPIADA EN LA ESTACIÓN GUATIKUÍA - SAN LUIS

Esta sección ha sido diseñada con el fin de materializar los planteamientos teóricos presentados en el capítulo 4. Se escogió como caso de estudio el análisis de tres estaciones ubicadas sobre el río Guatiquía y en la presente sección se presta especial atención a la estación San Luis.

El capítulo inicia con la descripción de la estación, continúa con la descripción de la información a analizar, y prosigue con el análisis exploratorio de la información, así como con el análisis de la memoria del proceso. El capítulo finaliza con el análisis de los componentes de frecuencia o análisis de Fourier.

8.1 Descripción de la estación

La estación San Luis ubicada en el río Guatiquía inicio su funcionamiento el 18 de enero de 1991 como estación de aforos y niveles ver Figura 8-1. En el mes de Mayo del 2004 se instaló en el mismo lugar un limnígrafo el cual se muestra en la Figura 8-2. (INFORME ESTACIONES SOBRE EL RÍO GUATIKUÍA, 2005).



Figura 8-1 Aforo con molinete en la estación San Luis, ubicada sobre el río Guatiquía. Fuente EAAB.



Figura 8-2. Limnógrafo Estación San Luis, ubicada sobre el río Guatiquía. Fuente EAAB.

En esta estación limnigráfica operada por la EAAB periódicamente se realizan aforos con molinete con el fin de corroborar la validez de la curva elevación – gastos (ver figura 4.3) y de esta manera poder realizar los ajustes correspondientes a que diera lugar. Tal como se citó en el numeral 4.1 la curva elevación-gastos convierte los registros de nivel en caudal;

pero para el presente trabajo de grado no se requiere dicha relación por cuanto la EAAB suministró series de caudal y no de nivel.

8.2 Información a analizar

Para la realización de este estudio se analizaron los datos de la estación ubicada en el sector de Guatiquía San Luis correspondiente al caudal diario desde el día 18 de enero de 1991 hasta el 30 de marzo de 2012 para un total de 6785 datos. Sin embargo es necesario precisar que en la serie de tiempo existieron numerosos vacíos, razón por la cual se decidió analizar los fragmentos de la serie con una extensión igual o superior a un año.

Vale la pena aclarar que no se rellenaron los vacíos de la información por cuanto se quería identificar patrones en la información original y la acción de completar datos no formaba parte de los objetivos de la presente investigación.

8.3 *Análisis exploratorio*

De acuerdo a lo expuesto en el numeral 6.2 respecto al tamaño de las series a analizar, se obtuvieron cuatro (4) fragmentos de la serie de tiempo registrada en la estación Guatiquía San Luis: El mayor fragmento con una longitud de 982 días (2.69 años) y el menor fragmento con una extensión de 456 días (1.25 años) ver Tabla 8-1.

En la Tabla 8-1 se puede apreciar para cada fragmento los valores mínimos y máximos de caudal, las medidas de tendencia central, las medidas de dispersión y los valores del exponente de Hurst.

Tabla 8-1 Resultados del análisis exploratorio para los fragmentos de la serie de tiempo registrada en la estación Guatiquía San Luis.

Fragmento		1	2	3	4	
Duración del Registro =>		22/02/2004 a 30/10/2006	11/08/1999 a 31/12/2000	01/11/2006 a 13/03/2008	01/08/2009 a 30/10/2010	
Parámetro	Unidades					
Longitud del registro	Días	982	509	499	456	
Mínimo	M ³ /s	1.18	0.85	0.99	1.94	
Máximo	M ³ /s	40.77	30.01	20.62	21.80	
Medidas de tendencia central	Medía	M ³ /s	6.03	5.00	4.03	4.59
	Moda	M ³ /s	2.93	1.24	2.27	3.69
	Mediana	M ³ /s	4.72	2.82	3.34	3.69

Fragmento		1	2	3	4	
Duración del Registro =>		22/02/2004 a 30/10/2006	11/08/1999 a 31/12/2000	01/11/2006 a 13/03/2008	01/08/2009 a 30/10/2010	
Parámetro	Unidades					
Medidas de dispersión	Rango	M ³ /s	39.59	29.16	19.62	19.85
	Desviación Estándar	M ³ /s	4.37	5.06	2.23	2.540
	Coefficiente de Variación	Adimensional	0.72	1.01	0.55	0.55
	Coefficiente de Asimetría	Adimensional	2.12	2.00	2.77	2.23
	Coefficiente de Apuntamiento	Adimensional	10.03	6.93	14.75	10.15
Exponente de Hurst	Exponente de Hurst	Adimensional	0.97	0.99	0.89	0.95
	Coefficiente correlación lineal	Adimensional	0.99	0.99	0.99	0.98
	RMSE	Adimensional	0.04	0.06	0.05	0.10

Nótese en la Tabla 8-1 que las medias de los 4 fragmentos oscilan entre 4.03 m³/s y 6.03 m³/s, las modas varían entre 1.24 m³/s y 3.69 m³/s, y que las medianas varían entre los 2.82 m³/s y 4.72 m³/s.

Respecto a las medidas de dispersión se puede observar en la misma Tabla 8-1 que las desviaciones estándar oscilan entre 2.23 m³/s y 5.06 m³/s. Por su parte los coeficientes de variación son cercanos a 0.7. En cuanto al coeficiente de asimetría varía entre 2.00 y 2.77 indicando sesgo hacia valores altos de caudal. Finalmente el coeficiente de apuntamiento oscila entre 6.93 y 14.75 valores superiores a 3.0 indicando que todos los fragmentos son leptocúrticos, es decir que los valores de caudal se agrupan cerca a la media con bastante frecuencia.

En la Figura 8-3 se aprecia la serie de caudal, el histograma y el diagrama de caja y bigotes para el fragmento de la serie registrada en la estación Guatiquía San Luis con una duración de 982 días. En el anexo 11 se presentan gráficas similares para los otros tres fragmentos de la serie de caudal analizados. En la Figura 8-3 y en el anexo 11 se aprecia claramente la asimetría hacia valores altos y la dispersión de los datos respecto a la media.

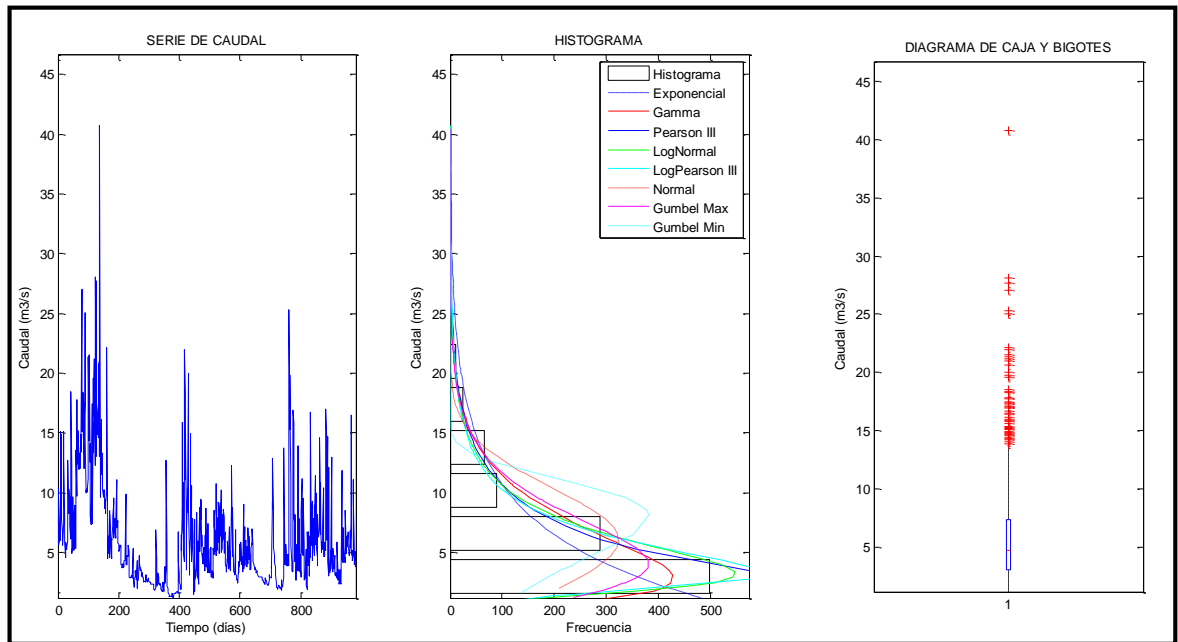


Figura 8-3. Serie de caudal, histograma y diagrama de caja y bigotes para la estación Guatiquía San Luis. Número de datos 982.

8.4 Memoria del proceso

La memoria de las series de caudal fue evaluada mediante la función del autocorrelación lineal y el exponente de Hurst y los resultados se presentan a continuación.

8.4.1 Función de Autocorrelación lineal

La función de autocorrelación lineal fue calculada utilizando la función “autocorr” de Matlab y un número de rezagos igual a un cuarto de la longitud de cada fragmento.

En la Figura 8-4 se puede apreciar la función de autocorrelación lineal para el fragmento de la serie registrada en la estación Guatiquía San Luis con una duración de 982 días. En el anexo 12 se presentan gráficas similares para los otros fragmentos de la serie de caudal analizados.

En la Figura 8-4 y en las gráficas del anexo 12 se aprecia que la memoria decae lentamente a lo largo del tiempo y que para todos los fragmentos la autocorrelación lineal para un rezago de un día es cercana a 0.7 indicando que el caudal de un día cualquiera se parecen mucho al caudal del día inmediatamente anterior.

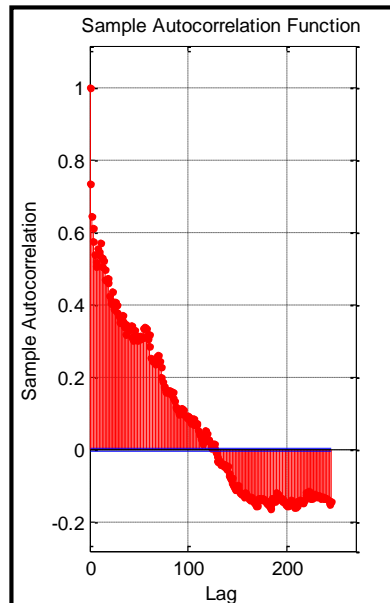


Figura 8-4. Función de auto-correlación Lineal para la estación Guatiquía San Luis. Número de datos 982

Nótese en la Figura 8-4 y en las figuras del anexo 12 un comportamiento que probablemente sería cíclico si los fragmentos fuesen de mayor extensión. Se prestará especial atención a las periodicidades de los fragmentos analizados en la sección 8.5.

8.4.2 Exponente de Hurst

Para los cuatro fragmentos analizados el exponente de Hurst fluctuó entre 0.89 y 0.99 (ver Tabla 8-1) indicando que los fragmentos de la serie de tiempo exhiben un comportamiento persistente, según el cual, se refuerzan las tendencias de ascenso o descenso de caudales.

El cálculo del exponente de Hurst se realizó siguiendo los planteamientos presentados en el numeral 4.2.4. Inicialmente se evaluó si los pares de puntos $\text{Log}(R/S)$ Vs $\text{Log}(n)$ seguían un comportamiento lineal, para lo cual se calculó el coeficiente de correlación lineal encontrando que este variaba entre 0.98 y 0.99 evidencia de la fuerte correlación lineal. Garantizada la correlación lineal de los datos se procedió a ajustar una recta siguiendo el procedimiento de mínimos cuadrados. La bondad del ajuste se midió en términos del RMSE (Raíz del Error Medio Cuadrático, por sus siglas en inglés) encontrando que el RMSE variaba entre 0.04 y 0.10.

En la Figura 8-5 se puede apreciar la recta ajustada a los pares de puntos $\text{Log}(R/S)$ Vs $\text{Log}(n)$ utilizados para calcular el exponente de Hurst para el fragmento de la serie registrada en la estación Guatiquía San Luis con una duración de 982 días. En el anexo 13 se presentan gráficas similares para los otros tres fragmentos de la serie de caudal analizados.

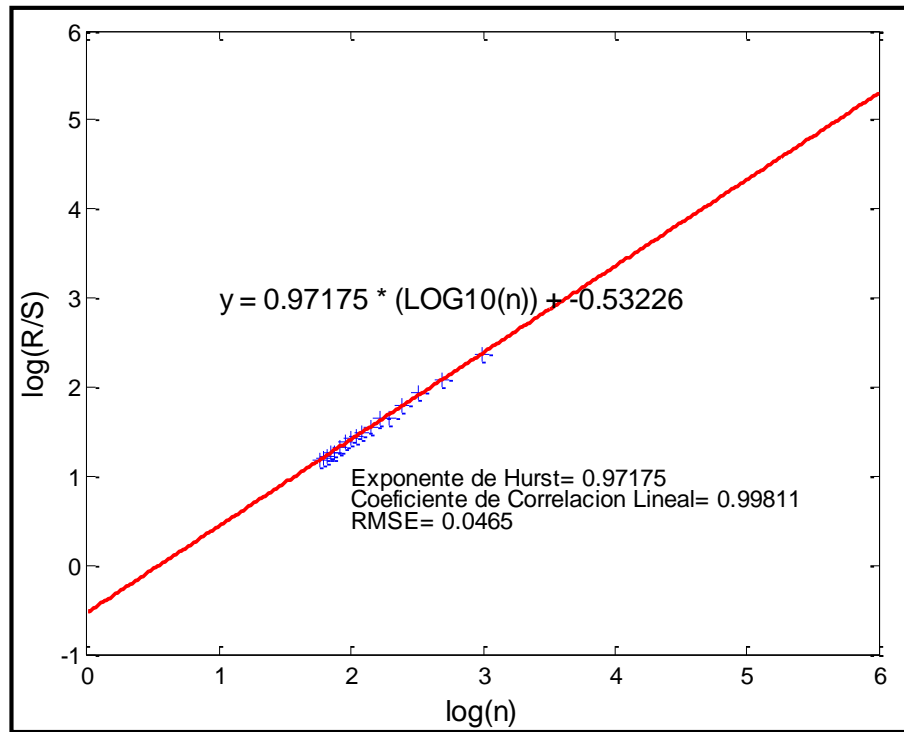


Figura 8-5 Exponente Hurst para la estación Guatiquía San Luis. Número de datos 982.

8.5 *Análisis de Fourier*

Utilizando la rutina para el cálculo de la transformada directa de Fourier soportada por Matlab, fue posible descomponer la señal en armónicos, y cuantificar la importancia de cada armónico en términos de la amplitud del armónico al cuadrado o potencia (Af^2 , ver Ecuación 4-21).

En la Figura 8-6 se puede apreciar el peridograma para el fragmento de la serie registrada en la estación Guatiquía San Luis con una duración de 982 días. En el anexo 14 se presentan gráficas similares para los otros tres fragmentos de la serie de caudal analizados.

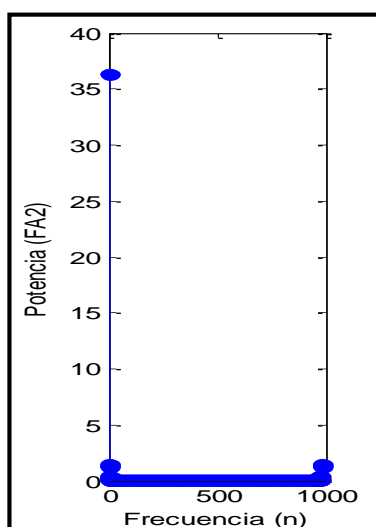


Figura 8-6. Peridograma para la estación Guatiquía San Luis. Número de datos 982.

En la Figura 8-6 y en las imágenes mostradas en el anexo 14 se aprecia en el margen izquierdo una frecuencia predominante la cual corresponde a la media de los datos y otras frecuencias menores cuya importancia también es medida en términos de Af^2 .

Por su parte en la Tabla 8-2 se presentan los valores de Amplitud, periodo y desfase de los armónicos 2 al 4 priorizados en función de la Amplitud al cuadrado (Af^2) para cada uno de los fragmentos de la serie de tiempo.

Tabla 8-2. Parámetros de los armónicos 2 al 4 para la estación Guatiquía San Luis.

Fragmento	Longitud del registro (días)	Armónico 2			Armónico 3			Armónico 4		
		Amplitud	Periodo	Desfase	Amplitud	Periodo	Desfase	Amplitud	Periodo	Desfase
		(m3/s)	(días)	(días)	(m3/s)	(días)	(días)	(m3/s)	(días)	(días)
1	982	1.19	982	-9.00	1.18	327.33	170.34	1.12	491	-11.95
2	509	1.6393	509	25.635	1.0123	169.66	-5.389	0.8482	127.25	1.8161
3	499	0.5702	499	252.57	0.4883	249.5	4.0390	0.3813	166.33	-1.645
4	456	0.6984	456	9.1766	0.6240	228	118.77	0.6046	152	-2.484

Las gráficas del primer armónico (o media de los datos), de los armónicos 2 al 4, junto con la señal reconstruida a partir de dichos armónicos y el error producto de reconstruir la señal únicamente con los cuatro primeros armónicos para el fragmento de la serie registrada en la

estación Guatiquía San Luis con una duración de 982 días se presenta en la Figura 8-7. Figuras similares para los demás fragmentos son mostradas en las figuras del anexo 15.

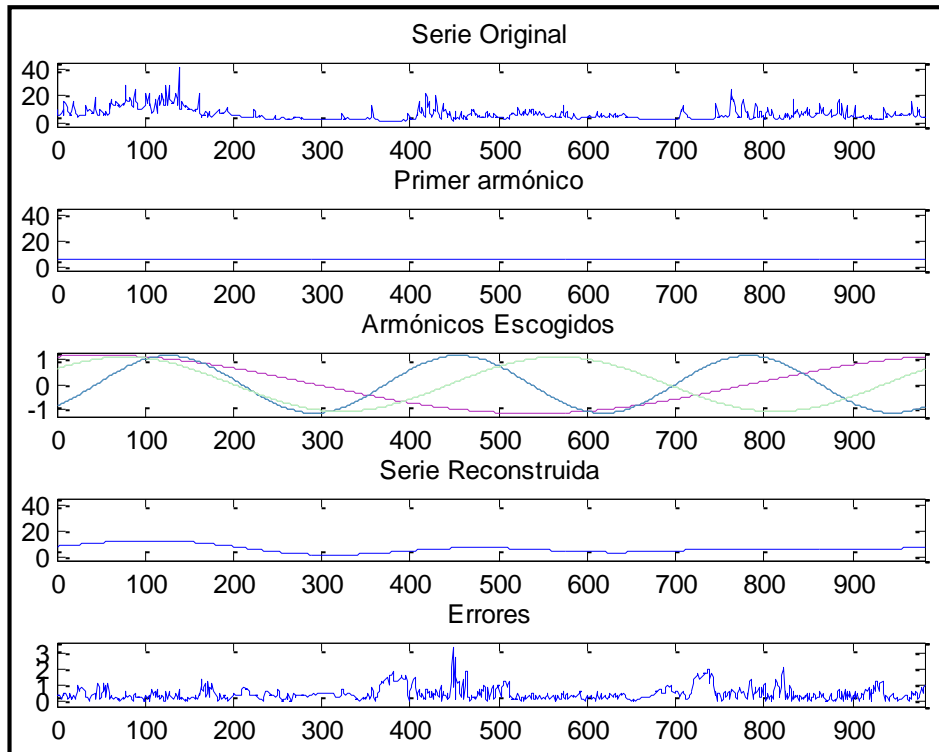


Figura 8-7. Serie de caudal, primer armónico o media, siguientes tres armónicos, serie reconstruida y magnitud de los errores para la estación Guatiquía San Luis. Número de datos 982.

Utilizando 10 armónicos y la media para reconstruir la señal se obtiene la Figura 8-8. Nótese en dicha figura, como a partir de un número tan bajo de armónicos⁶, la serie reconstruida de color rojo encapsula apropiadamente el comportamiento general de la serie de tiempo. Figuras similares para los demás fragmentos son presentadas en el anexo 16.

⁶ 11 armónicos de 1006, es decir 1.12% del total de armónicos

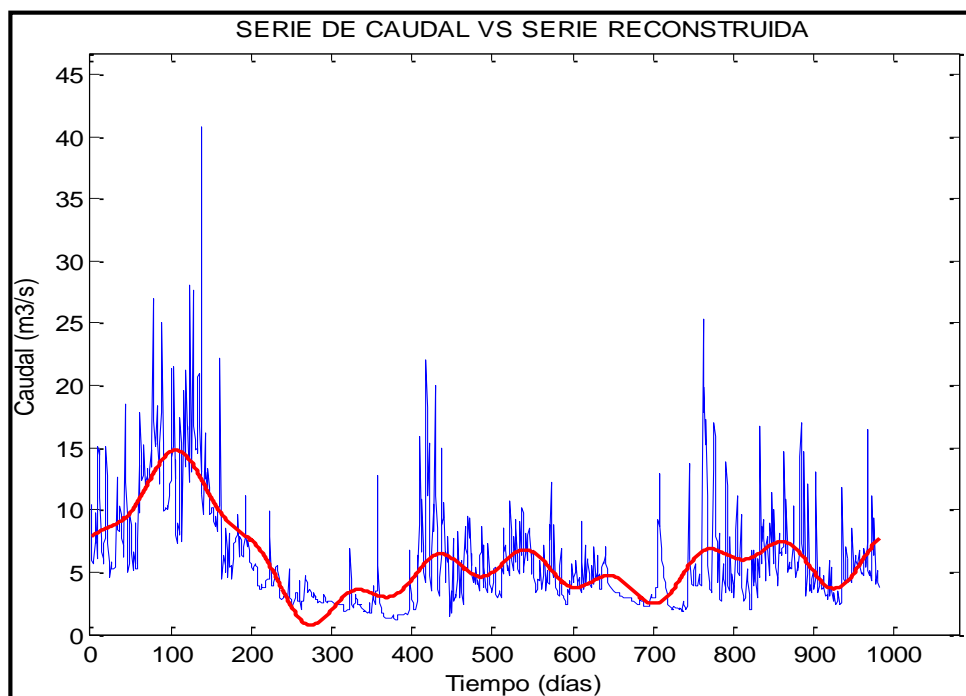


Figura 8-8. Serie de tiempo registrada y serie reconstruida a partir de la media y 10 armónicos para la estación Guatiquía San Luis. Número de datos 982.

La reconstrucción de la señal se realizó utilizando la rutina transformada inversa de Fourier soportada por Matlab.

Una vez reconocido el tiempo periodo promedio, se procedió a identificar los periodos del año con mayores y menores valores de caudal. Por esta razón se procedió a crear para cada uno de los fragmentos una serie resumida de caudales anuales, para las cuales el caudal de cada día fue calculado promediando los valores de caudal registrados en días y meses iguales a lo largo de años diferentes. Las 4 series resumidas se pueden apreciar en la Figura 8-9.

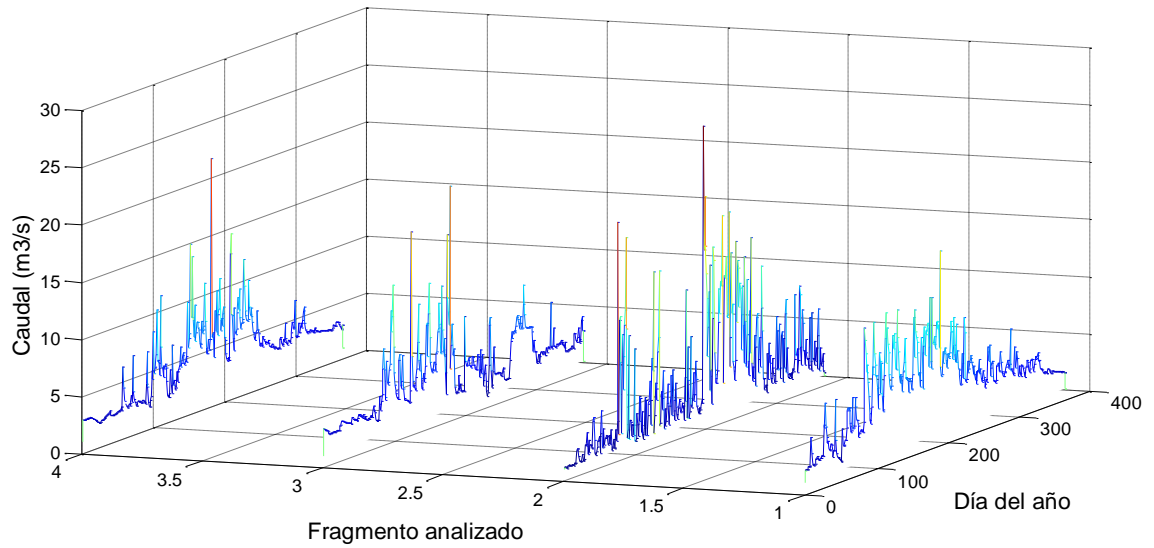


Figura 8-9. Series resumidas de caudales anuales.

En la Figura 8-9 se puede apreciar que los mayores valores de caudal ocurren entre los días 163 y 234, es decir entre mediados de junio y finales de agosto. Por su parte los valores bajos de caudal ocurren entre los días 364 y 61 correspondiendo al periodo comprendido entre finales de diciembre y principios de marzo. Los periodos de tiempo seleccionados para los valores altos y bajos de caudal corresponden a aquellos cuyos valores de caudal fuesen mayores que el valor del percentil 80 y menores que el valor del percentil 20.

9 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se revisó y evaluó gran cantidad de información, permitiendo reforzar y adquirir conocimientos adicionales a los del pregrado.

El análisis exploratorio es fundamental al estudiar series de tiempo, por cuanto mediante dicho análisis se identifican las características generales de la señal. Sin embargo antes de realizar el análisis exploratorio es necesario identificar vacíos de información y valores consecutivos repetidos. Para el caso de estudio se identificaron numerosos vacíos y valores consecutivos repetidos, con duraciones hasta de 29 días, indicando según información suministrada por funcionarios de la EAAB fallas en los instrumentos registradores de las estaciones. Lo anterior conllevó a analizar fragmentos libres de valores vacíos y valores consecutivos repetidos.

Al analizar las series de tiempo de caudal registradas en las estaciones Guatiquía-San José, Guatiquía-Puente Abadía y Guatiquía-San Luis, se pudo observar que todas las señales poseen un exponente de Hurst superior a 0.5 lo que indica un comportamiento persistente para dichas series.

Mediante la realización del presente trabajo de grado se demostró que los tiempos periodos en los cuales se descompone una serie de tiempo resultan ser submúltiplos del tamaño de la serie original, razón por la cual con la transformada directa de Fourier se encuentran únicamente los valores de amplitud y desfase para cada armónico, dado que los tiempos periodos ya vienen prefijados según el tamaño de la serie de tiempo. Por su parte gracias al peridograma o gráfica de amplitud contra frecuencia, es posible identificar las principales frecuencias de una serie de tiempo y a partir de dichas frecuencias importantes construir una señal similar a la serie original mediante la transformada inversa de Fourier.

Se pudo comprobar que mediante la Transformada de Fourier no es posible obtener un único tiempo periodo que describa el fenómeno estudiado, sino que por el contrario un conjunto de armónicos a partir de los cuales se puede recomponer la serie de tiempo original.

Es interesante observar como una metodología como la transformada de Fourier permite identificar el alma de la serie de tiempo mediante pocos armónicos, para el caso la media y 10 armónicos. Gracias a dichos armónicos se pueden generar series sintéticas de caudal mediante las cuales se pueden apoyar procesos de modelación hidrológica de cauces y embalses.

Para poder analizar series de tiempo mediante la transformada de Fourier es necesario contar con rutinas de cálculo eficientes y con máquinas con buena capacidad, por cuanto los cálculos son numerosos. Sin las rutinas y las máquinas necesarias, procesos que tardaron segundos demorarían minutos o incluso horas, aumentando los tiempos requeridos para realizar un análisis.

Con investigaciones como la realizada se aumenta el conocimiento del sistema hídrico de Bogotá, en pro de facilitar las labores de operación, control, vigilancia y planificación de la información recopilada en las estaciones limnimétricas y limnigráficas.

Este análisis es de gran utilidad para entidades como la EAAB, el Acueducto Metropolitano de Bucaramanga (AMB), el Instituto de Hidrología y Estudios Ambientales de Colombia (IDEAM), la Corporación Autónoma Regional de Santander (CAS), la Corporación Autónoma Regional para la Defensa de la Meseta de Bucaramanga (CDMB), etc. Se recomienda realizar investigaciones similares en las citadas entidades.

10 BIBLIOGRAFÍA

- (s.f.). Recuperado el 16 de agosto de 2012, de Wikipedia:
http://es.wikipedia.org/wiki/Serie_de_Fourier
- (s.f.). Recuperado el 25 de Agosto de 2012, de
recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/estadistica_y_probabilidad/medidas/cuartiles/teoria.htm
- (2005). *INFORME ESTACIONES SOBRE EL RÍO GUATIQUÍA*. Empresa de Acueducto y alcantarillado de Bogotá, Cundinamarca. Bogotá: Gerencia de tecnología, Dirección de servicios técnicos, Área de Hidrología Básica.
- (2012). Recuperado el 25 de Agosto de 2012, de http://www.ite.educacion.es/es/recursos:recursostic.educacion.es/gauss/web/materiales_didacticos/eso/actividades/estadistica_y_probabilidad/medidas/cuartiles/teoria.htm
- (2012). Recuperado el 29 de 09 de 2012, de Scribd. La biblioteca en línea más grande del mundo.: <http://es.scribd.com/doc/69015178/6/CAPITULO-9-Analisis-espectral>
- Alcaldía de Villavicencio*. (2012). Recuperado el 29 de 09 de 2012, de <http://www.alcaldiadevillavicencio.gov.co>
- www.aulafacil.com*. (2012). Recuperado el 16 de Septiembre de 2012, de <http://www.aulafacil.com/CursoEstadistica/Lecc-12-est.htm>
- Aguirre Jaime, A. (1994). *Introducción al tratamiento de series temporales: Aplicación a las ciencias de la Salud*. Madrid, España: Díaz de Santos S.A.
- Alcaldía de Villavicencio. (s.f.). Expediente Municipal. Suelo, espacio público y división territorial. Unidad XI.
- Anderson, M. (Ed.). (Mayo/Junio de 2012). *MIT Technology Review*. Recuperado el 20 de Noviembre de 2012, de http://www.technologyreview.es/read_article.aspx?id=40355
- Aparicio Mijares, F. J. (1992). *Fundamentos de Hidrología de Superficie* (1 ed.). Limusa.
- Arrillaga Garmendia, J., & Eguíluz Morán, L. I. (1994). *Armónicos en sistemas de potencia*. Santander: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cantabria, D.L.
- aulafacil.com*. (s.f.). Recuperado el 25 de Agosto de 2012, de <http://www.aulafacil.com/CursoEstadistica/Lecc-12-est.htm>

- Corporación para el desarrollo sostenible del área de manejo especial “La Macarena” Cormacarena. (2009). Centro Andino para la economía en el medio ambiente CAEMA, Bogotá.
- EAAB, D. d. (2005). *Informe estaciones sobre el rio Guatiquia, hidrología Básica*. Bogotá: Gerencia de Tecnología EAAB.
- Ellis, C. (2007). The sampling properties of Hurst exponent estimates. *Statistical Mechanics and its Applications*, 375(1), 159-173.
- Enjoy Space*. (s.f.). Recuperado el 01 de 01 de 2013, de <http://www.enjoyspace.com/en/editorial-cases/herschel-the-infrared-universe>
- González, G. (1997). <http://www.emis.de>. Recuperado el 15 de Septiembre de 2012, de Servicio Europeo de Información Matemática: <http://www.emis.de/journals/DM/v5/art6.pdf>
- Guerrero Guzmán, V. M. (2003). *Análisis estadístico de series de tiempo económicas* (Segunda ed.). (Thomson, Ed.) Cengage Learning Editores.
- Instituto de Investigación de Recursos Biológicos Alexander Von Humboldt. (s.f.). Recuperado el 02 de 01 de 2013, de <http://aicas.humboldt.org.co/mapas/CO179.jpg>
- Juárez, G. S. (2007). Recuperado el 1 de Septiembre de 2012, de www.mexder.com.mx: <http://www.mexder.com.mx/inter/info/mexder/avisos/Procesos%20Hurst%20y%20Movimiento%20Browniano%20Fraccional%20en%20Mercados%20Fractales.pdf>
- Latina, U. A. (2012). *Matemáticas III, Descripciones de una Relación*. Recuperado el 1 de Noviembre de 2012, de Universidad virtual.: http://189.203.26.193/Biblioteca/Bachillerato/Matematicas_III/Pdf/Sesion_08.pdf
- León, C., & Vivas, F. (2010). Recuperado el 30 de Agosto de 2012, de <http://www.banrep.gov.co/docum/ftp/borra603.pdf>
- Menajovsky, S. (2006). *Hidrometría*. Recuperado el 28 de 12 de 2012, de <http://www.efn.uncor.edu/departamentos/hidraul/hidrologia/Auxiliar/Hidrometría.pdf>
- Moros Vivas, A. M. (2010). *Caracterización de Señales de Precipitación mediante la transformada de Fourier y la transformada de Wavelet*. Bogotá.
- Olivares M., M. M. (Abril de 2004). *Estadística Descriptiva*.
- Organizacion Metereologica Mundial. (1994). *Guia de Practicas Hidrlogicas* (Adquisición y Proceso de datos, analisis, prediccion y otras aplicaciones. ed.).

Rickly Hydrological Company. (s.f.). Recuperado el 28 de 12 de 2012, de <http://www.rickly.com/sgi/6500.htm>

Sánchez, P. A. (23 de Abril de 2008). *Scientific Electronic Library Online.* (R. I. Medellín, Ed.) Recuperado el 16 de Septiembre de 2012, de <http://www.scielo.org.co/pdf/rium/v7n12/v7n12a07.pdf>

Signoptech. (s.f.). Recuperado el 28 de 12 de 2012, de <http://www.signoptech.com/seba-f1-hydrometrie-universal-current-meter>

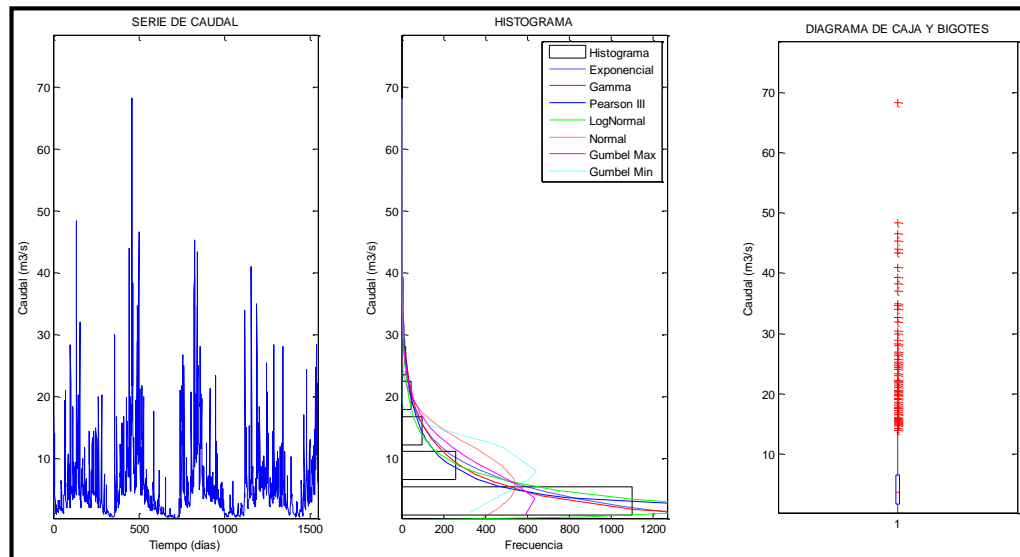
Steve, A. (2001). *Technical Analisis from A to Z.* (M. Cabedo, Trad.) Barcelona: Mc Graw-Hill.

Wackerly D, M. W., & Scheaffer, R. (2002). *Estadística matemática con aplicaciones* (Sexta ed.). Thomsom.

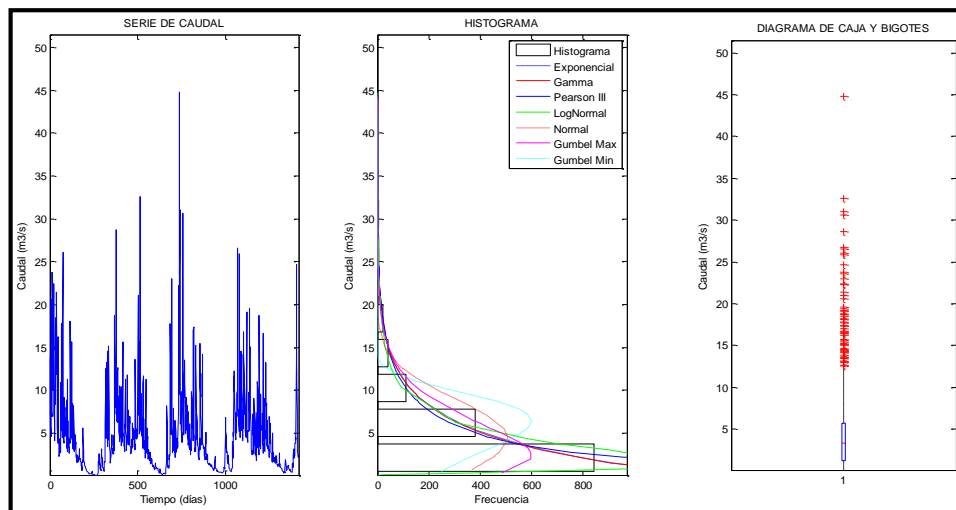
Wikipedia. (s.f.). Recuperado el 17 de Agosto de 2012, de es.wikipedia.org/wiki/Dato

ANEXOS

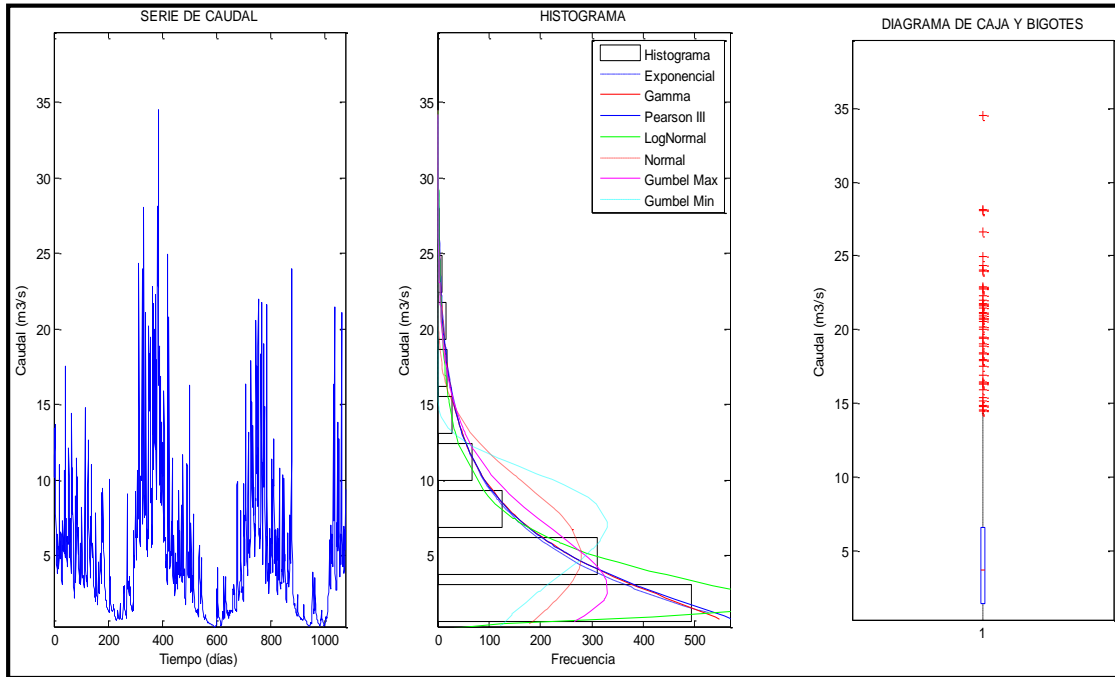
1 SERIES DE CAUDAL, HISTOGRAMAS Y DIAGRAMAS DE CAJA Y BIGOTES PARA LA ESTACIÓN GUATIKUÍA SAN JOSÉ



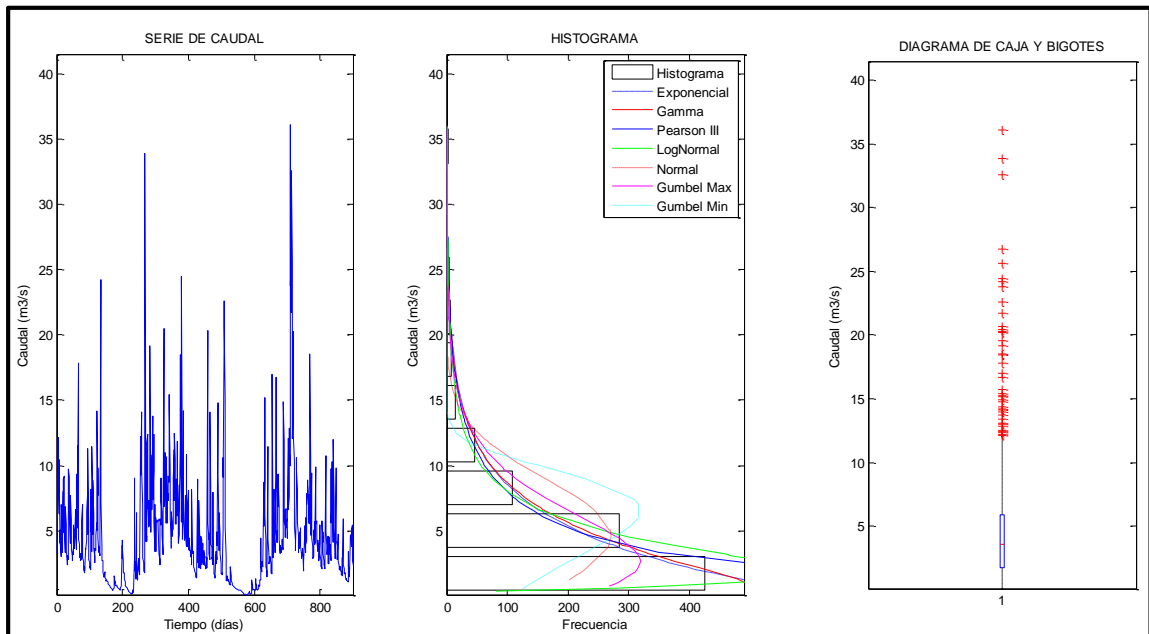
Anexo Figura 1-1. Serie de caudal, histograma y diagrama de caja y bigotes para la estación Guatiquía San José. Número de datos 1545.



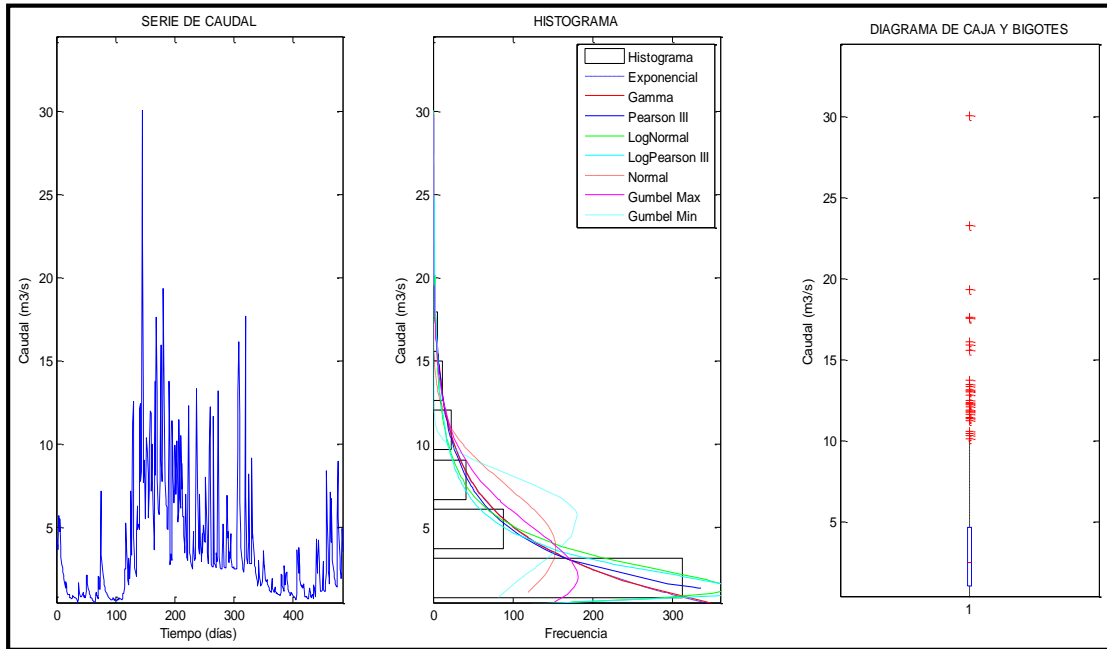
Anexo Figura 1-2. Serie de caudal, histograma y diagrama de caja y bigotes para la estación Guatiquía San José. Número de datos 1418.



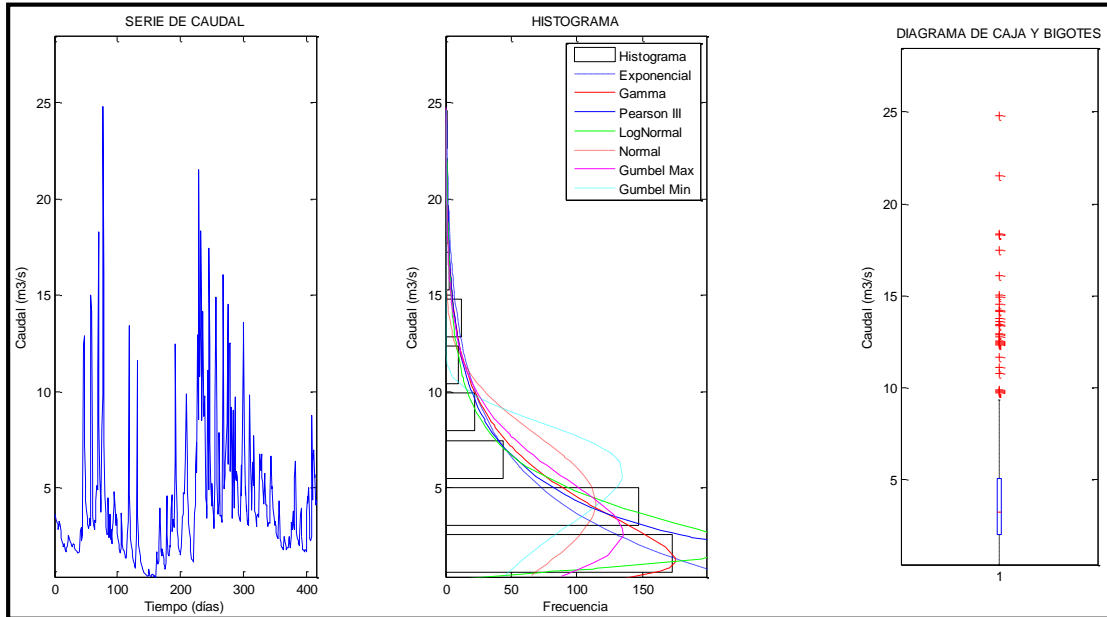
Anexo Figura 1-3. Serie de caudal, histograma y diagrama de caja y bigotes para la estación Guatiquía San José. Número de datos 1074.



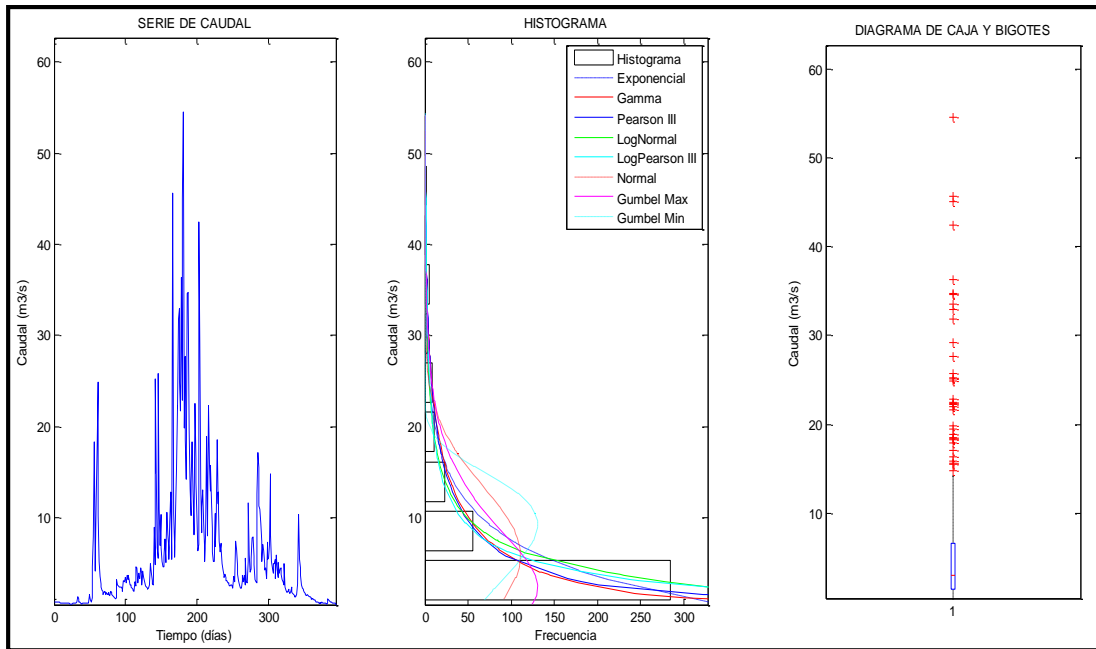
Anexo Figura 1-4. Serie de caudal, histograma y diagrama de caja y bigotes para la estación Guatiquía San José. Número de datos 900.



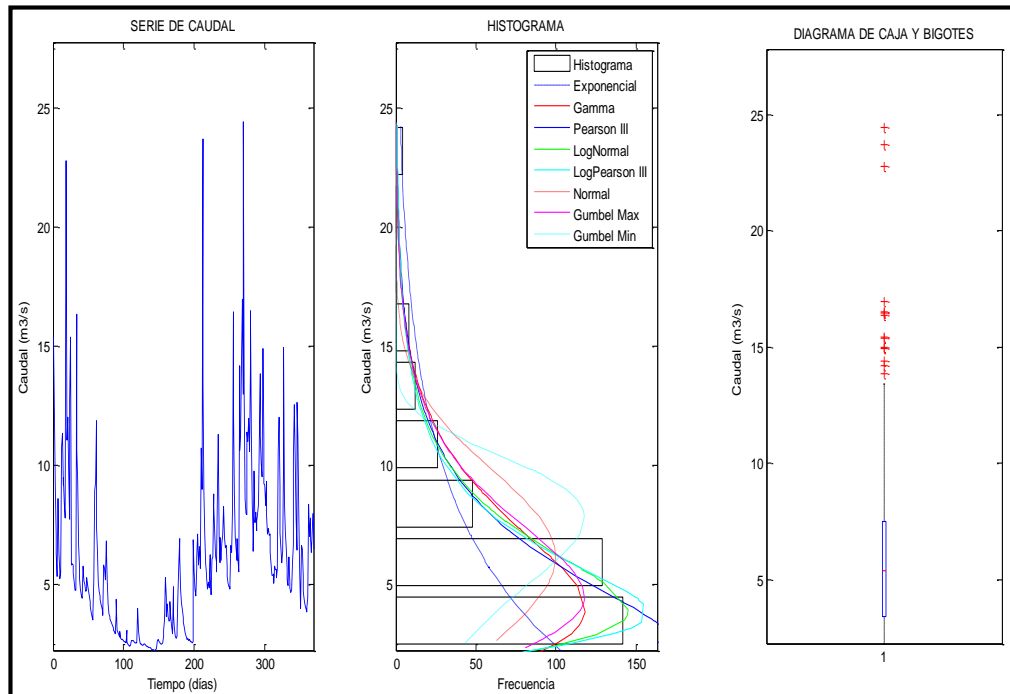
Anexo Figura 1-5. Serie de caudal, histograma y diagrama de caja y bigotes para la estación Guatiquía San José. Número de datos 485.



Anexo Figura 1-6. Serie de caudal, histograma y diagrama de caja y bigotes para la estación Guatiquía San José. Número de datos 415.

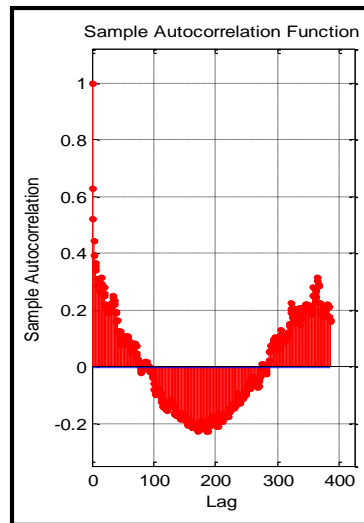


Anexo Figura 1-7. Serie de caudal, histograma y diagrama de caja y bigotes para la estación Guatiquía San José. Número de datos 394.

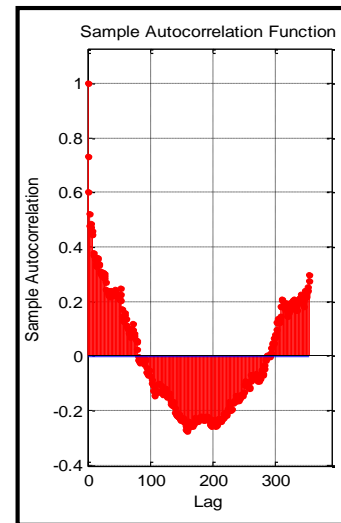


Anexo Figura 1-8. Serie de caudal, histograma y diagrama de caja y bigotes para la estación Guatiquía San José. Número de datos 369.

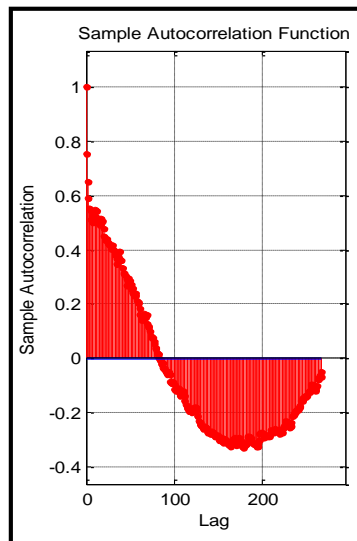
2 FUNCIONES DE AUTOCORRELACIÓN LINEAL PARA LA ESTACIÓN GUATIQUÍA SAN JOSÉ



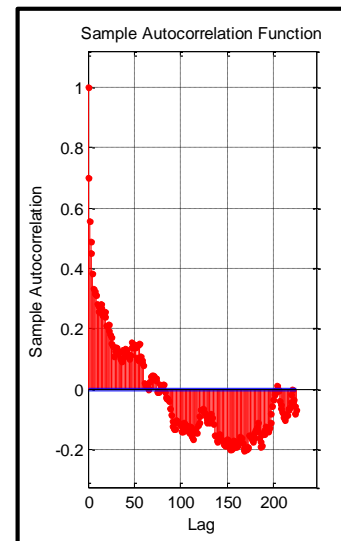
Anexo Figura 2-1. Función de auto-correlación Lineal para la estación Guatiquía San José. Número de datos 1545



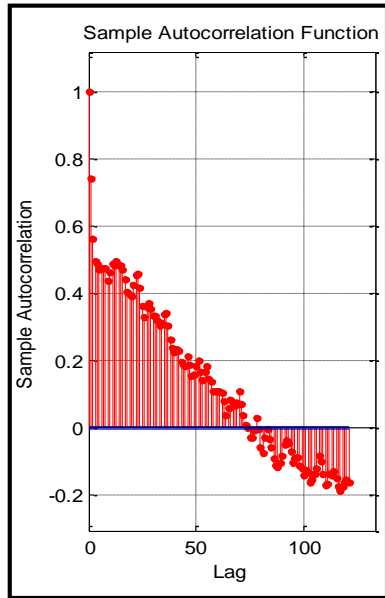
Anexo Figura 2-2. Función de auto-correlación Lineal para la estación Guatiquía San José. Número de datos 1418



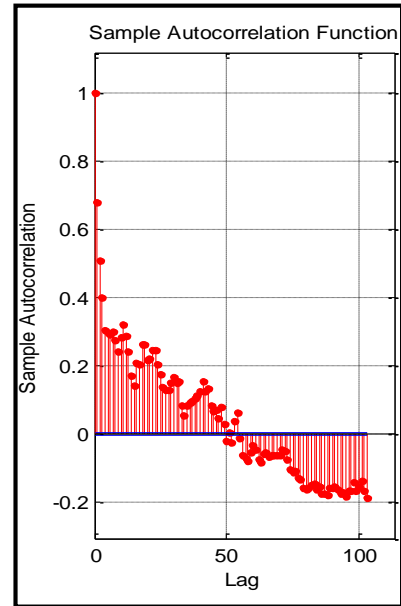
Anexo Figura 2-3. Función de auto-correlación Lineal para la estación Guatiquía San José. Número de datos 1074



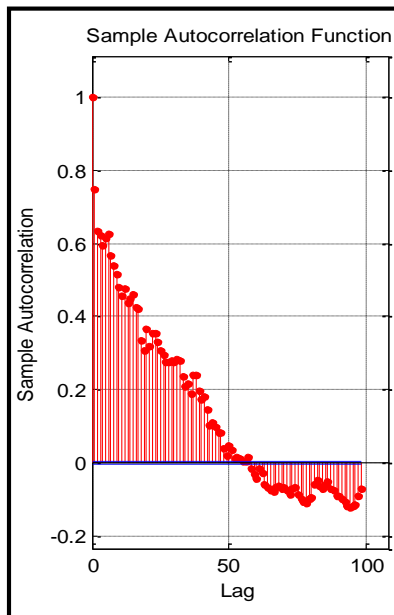
Anexo Figura 2-4. Función de auto-correlación Lineal para la estación Guatiquía San José. Número de datos 900



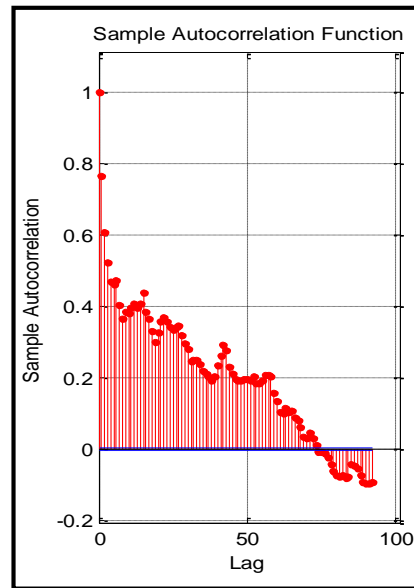
Anexo Figura 2-5. . Función de auto-correlación Lineal para la estación Guatiquía San José. Número de datos 485



Anexo Figura 2-6. Función de auto-correlación Lineal para la estación Guatiquía San José. Número de datos 415.

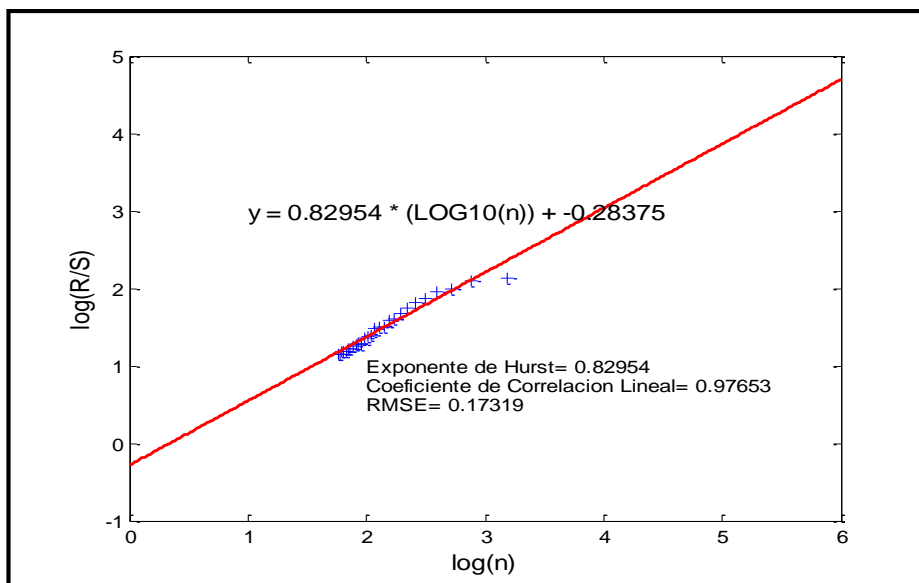


Anexo Figura 2-7. Función de auto-correlación Lineal para la estación Guatiquía San José. Número de datos 394.

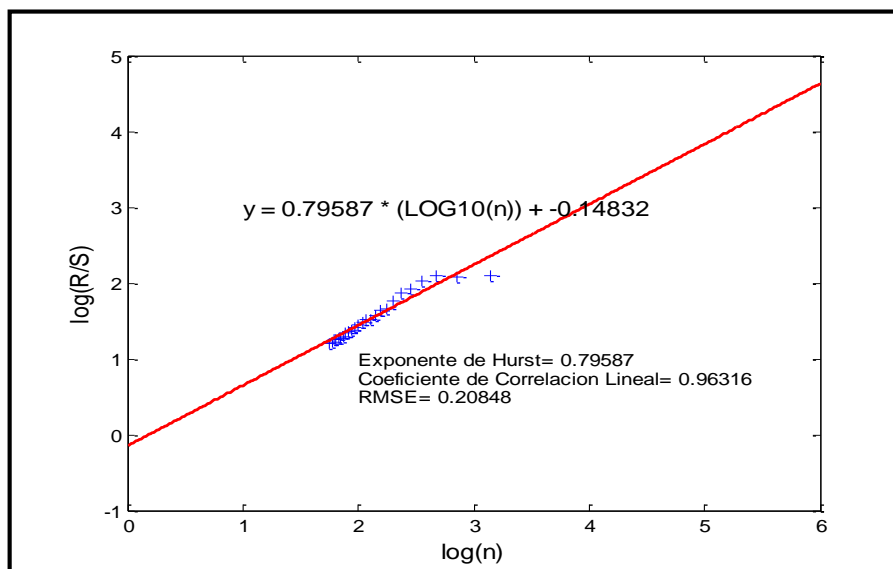


Anexo Figura 2-8. Función de auto-correlación Lineal para la estación Guatiquía San José. Número de datos 369.

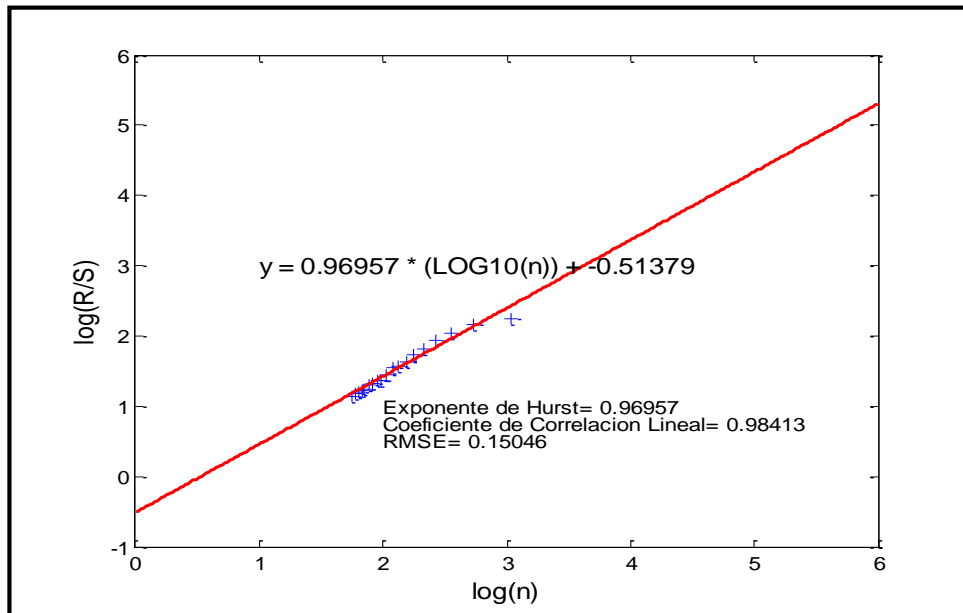
3 EXPONENTES DE HURST PARA LA ESTACIÓN GUATÍQUÍA SAN JOSÉ



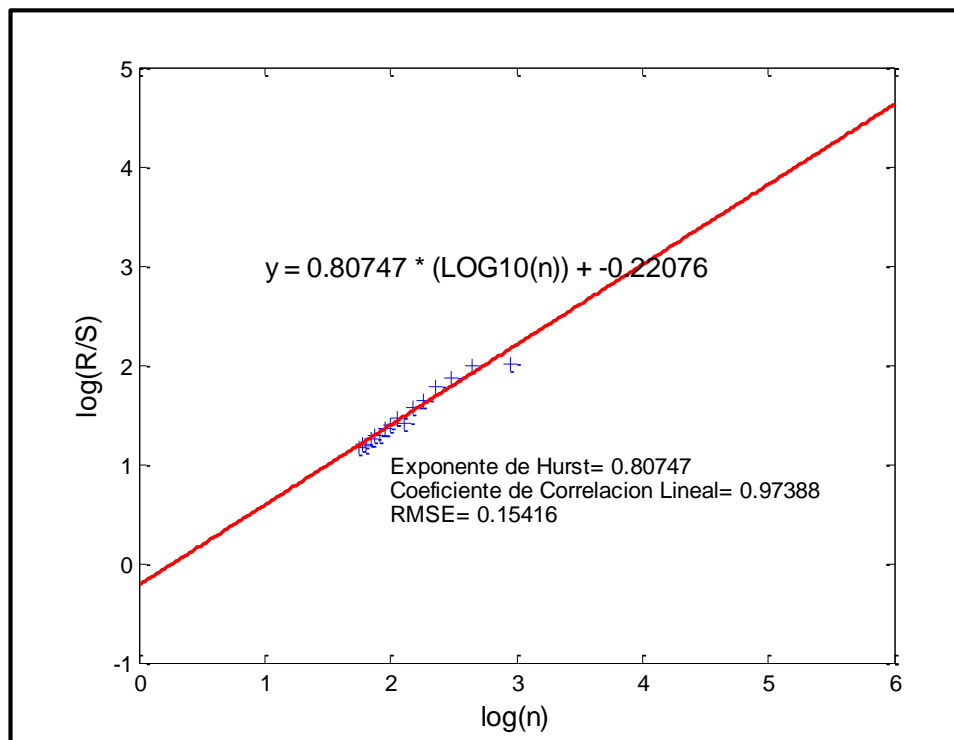
Anexo Figura 3-1. Exponente Hurst para la estación Guatiquía San José. Número de datos 1545.



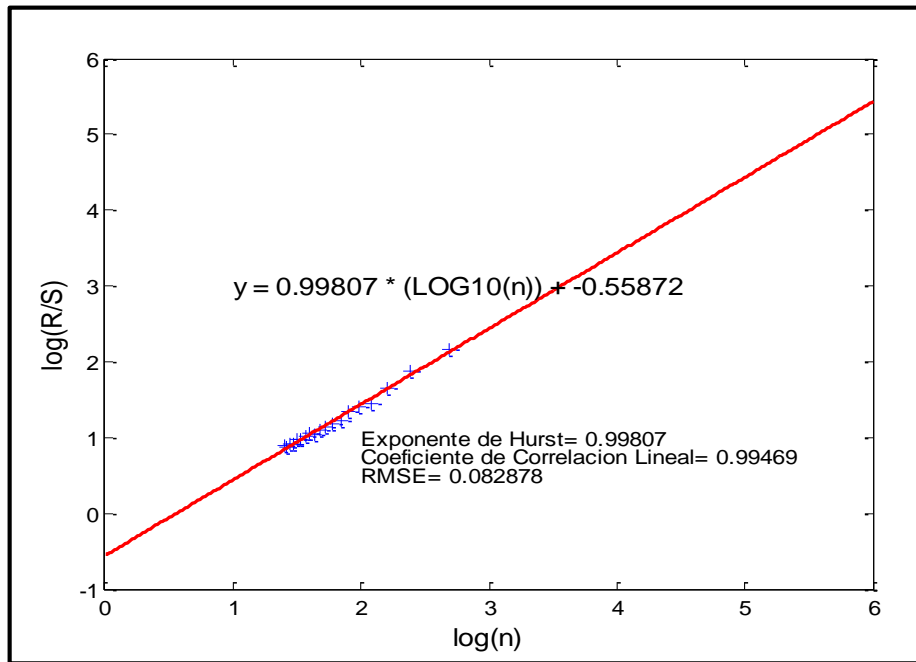
Anexo Figura 3-2. Exponente Hurst para la estación Guatiquía San José. Número de datos 1418.



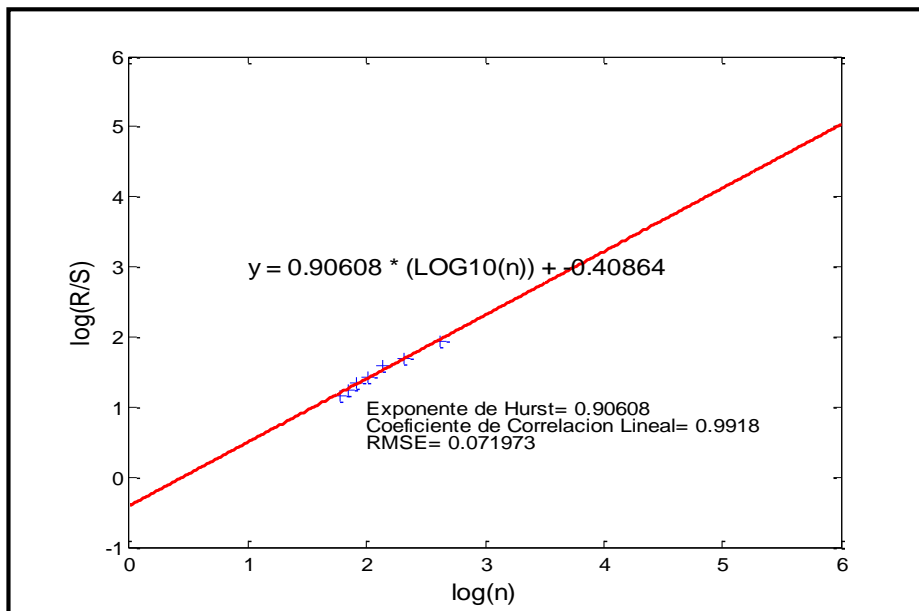
Anexo Figura 3-3. Exponente Hurst para la estación Guatiquía San José. Número de datos 1074.



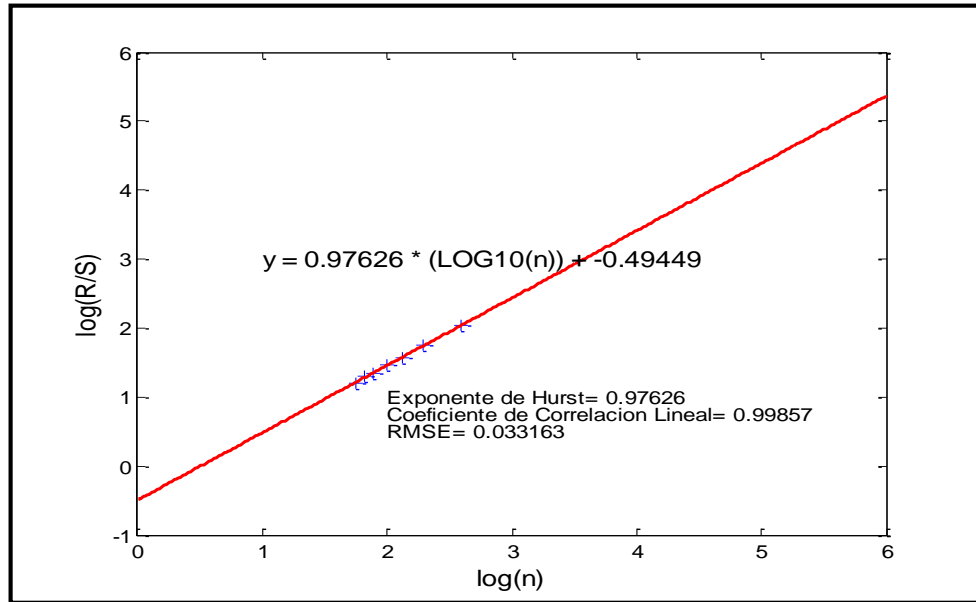
Anexo Figura 3-4. Exponente Hurst para la estación Guatiquía San José. Número de datos 900.



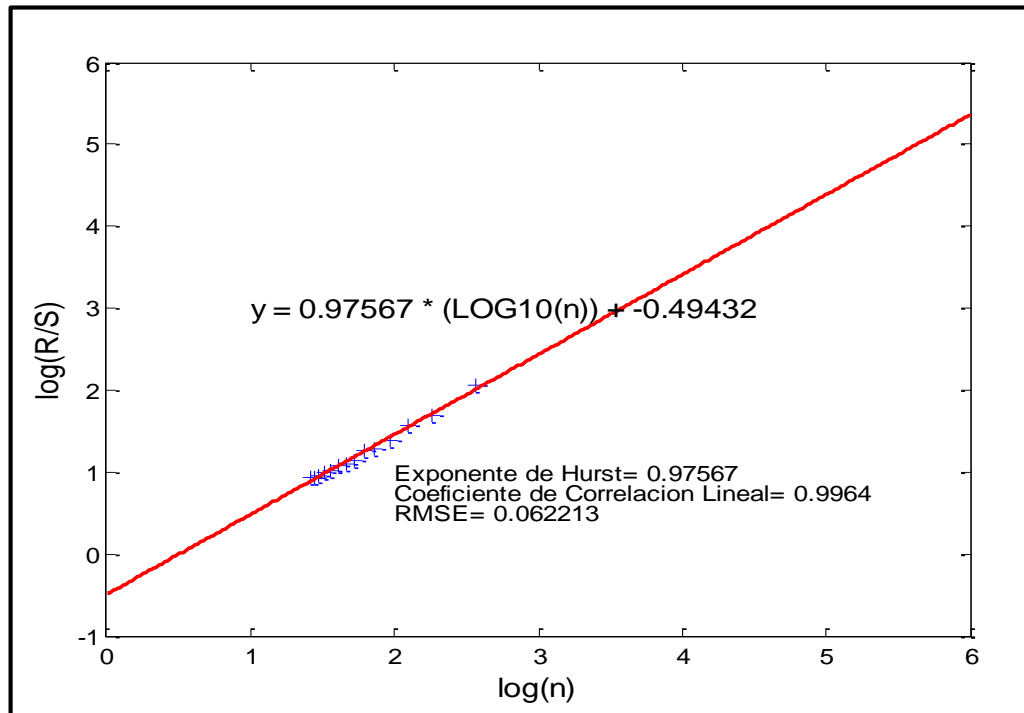
Anexo Figura 3-5. Exponente Hurst para la estación Guatiquía San José. Número de datos 485.



Anexo Figura 3-6. Exponente Hurst para la estación Guatiquía San José. Número de datos 415.

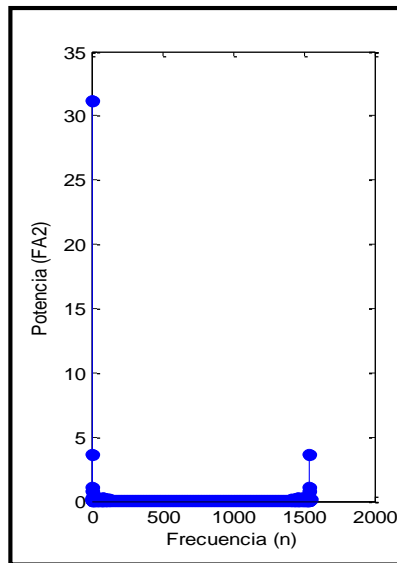


Anexo Figura 3-7. Exponente Hurst para la estación Guatiquía San José. Número de datos 394.

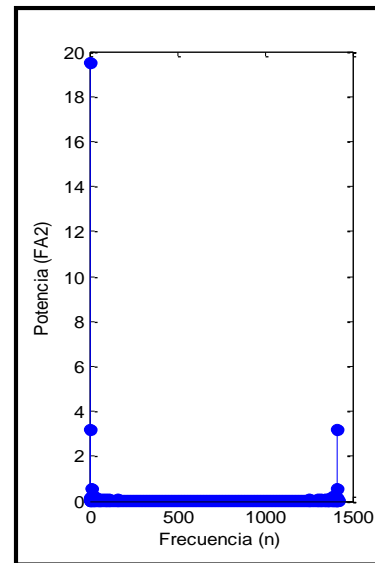


Anexo Figura 3-8. . Exponente Hurst para la estación Guatiquía San José. Número de datos 369.

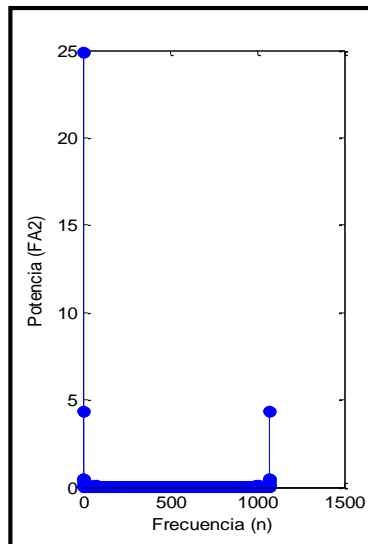
4 PERIDOGRAMAS PARA LA ESTACIÓN GUATIQÚIA SAN JOSÉ



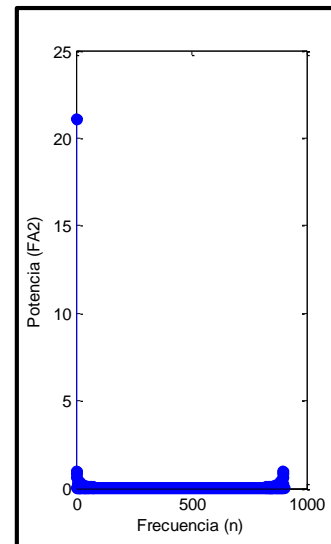
Anexo Figura 4-1. Peridograma para la estación Guatiquía San José. Número de datos 1545



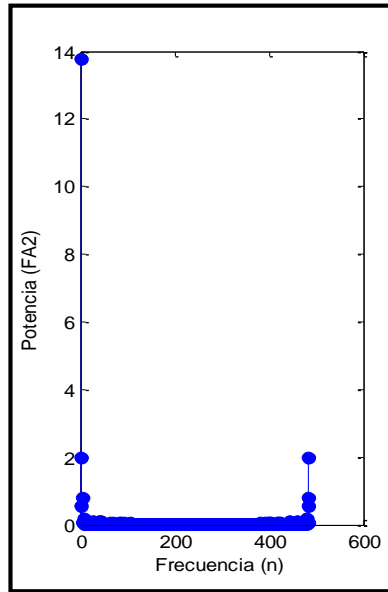
Anexo Figura 4-2. Peridograma para la estación Guatiquía San José. Número de datos 1418



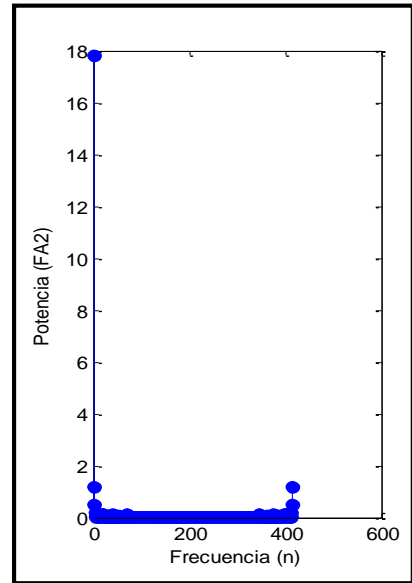
Anexo Figura 4-3. Peridograma para la estación Guatiquía San José. Número de datos 1074.



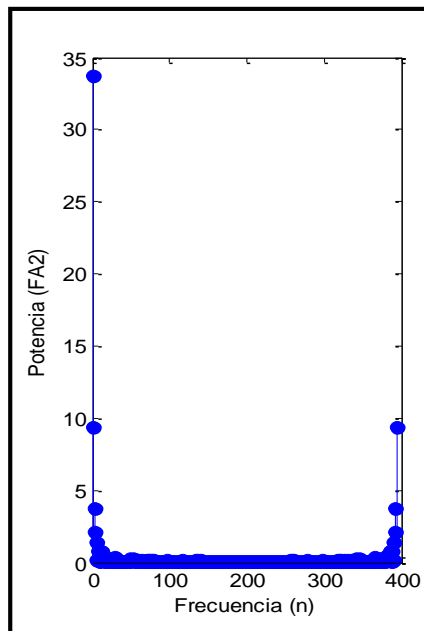
Anexo Figura 4-4. Peridograma para la estación Guatiquía San José. Número de datos 900.



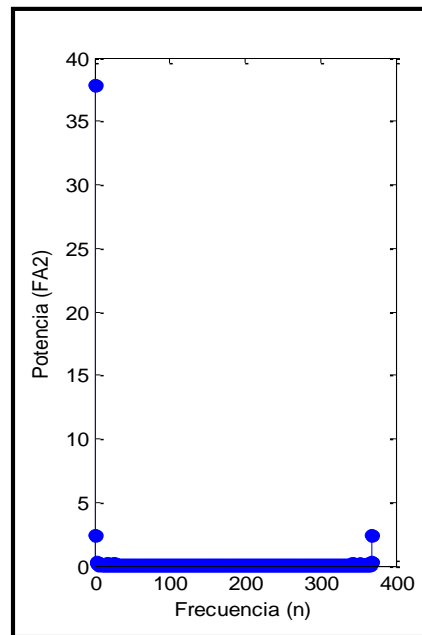
Anexo Figura 4-5. Peridograma para la estación Guatiquía San José. Número de datos 485



Anexo Figura 4-6. Peridograma para la estación Guatiquía San José. Número de datos 415

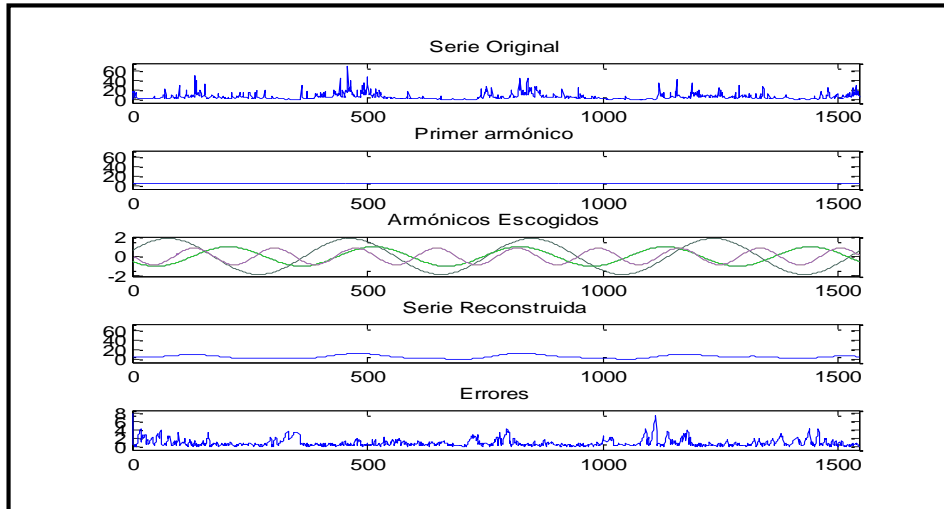


Anexo Figura 4-7. Peridograma para la estación Guatiquía San José. Número de datos 394

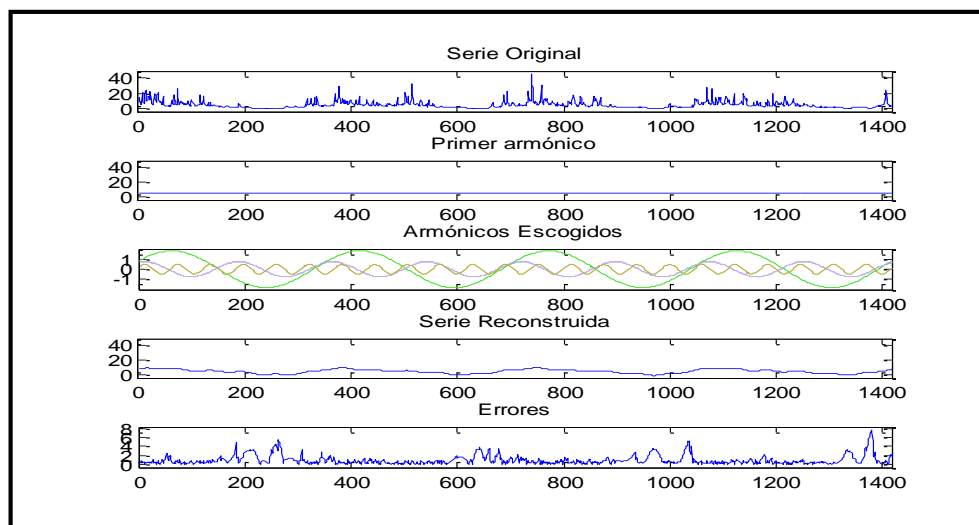


Anexo Figura 4-8. . Peridograma para la estación Guatiquía San José. Número de datos 369

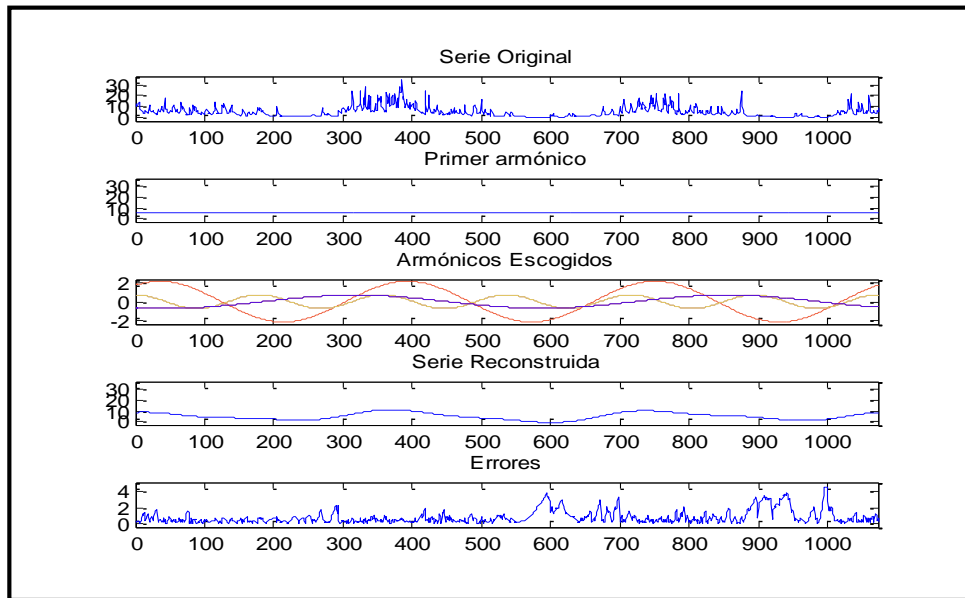
5 SERIES DE CAUDAL, PRIMER ARMÓNICO O MEDIA, SIGUIENTES TRES ARMÓNICOS, SERIE RECONSTRUIDA Y MAGNITUD DE LOS ERRORES PARA LA ESTACIÓN GUATIQUÍA SAN JOSÉ.



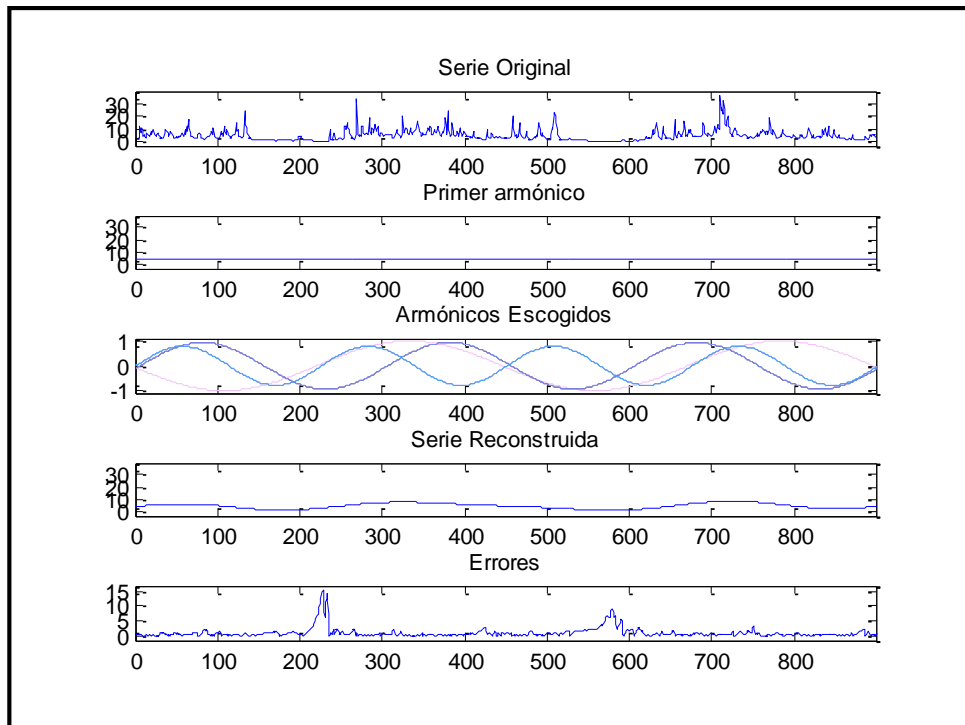
Anexo Figura 5-1. Serie de caudal, primer armónico o media, siguientes tres armónicos, serie reconstruida y magnitud de los errores para la estación Guatiquía San José. Número de datos 1545



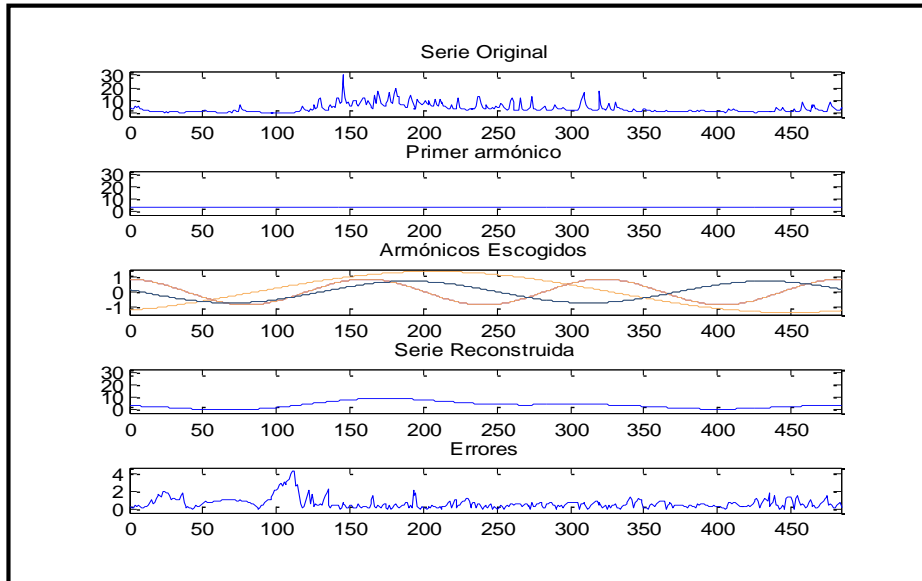
Anexo Figura 5-2. Serie de caudal, primer armónico o media, siguientes tres armónicos, serie reconstruida y magnitud de los errores para la estación Guatiquía San José. Número de datos 1418



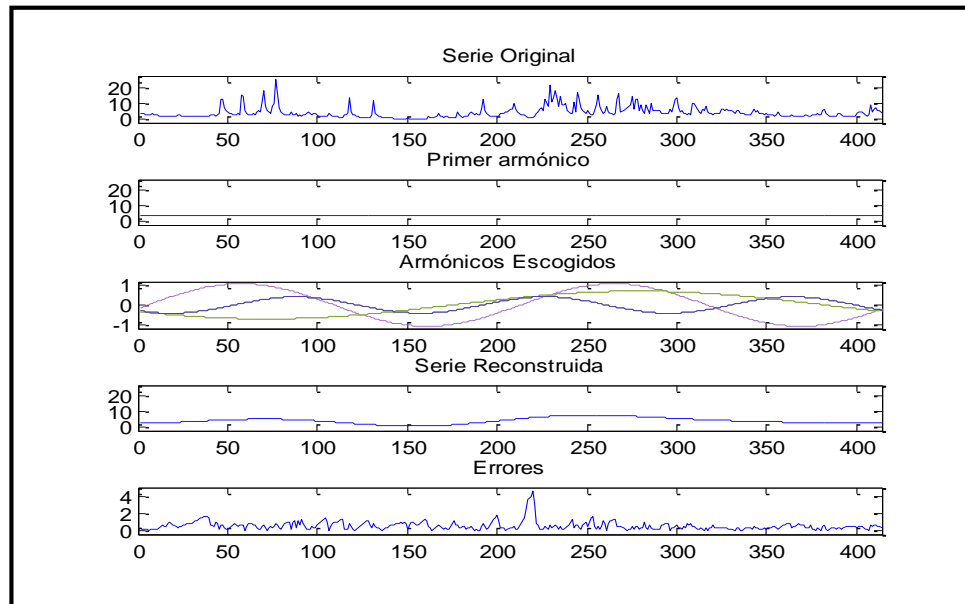
Anexo Figura 5-3. Serie de caudal, primer armónico o media, siguientes tres armónicos, serie reconstruida y magnitud de los errores para la estación Guatiquía San José. Número de datos 1074



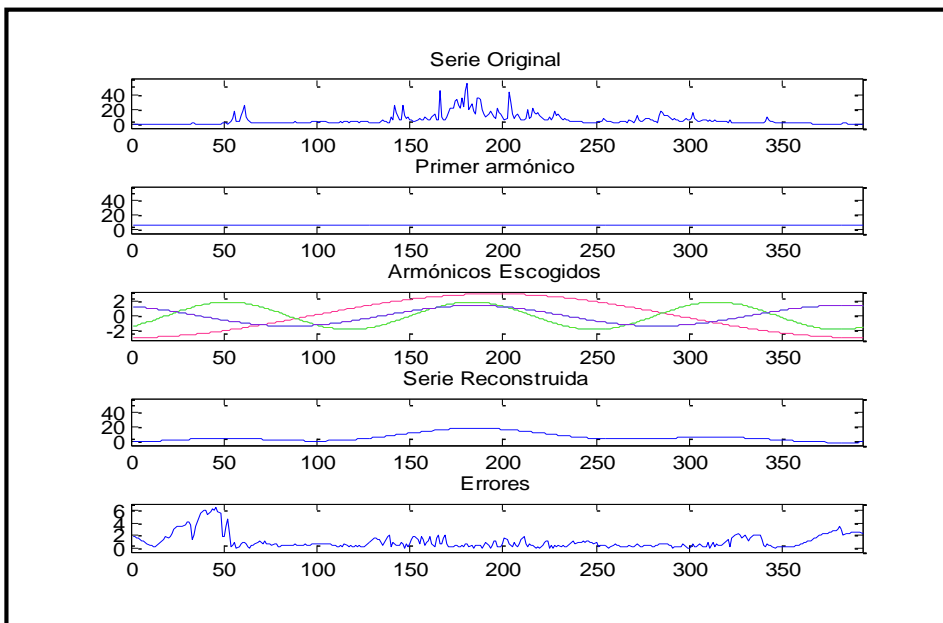
Anexo Figura 5-4. Serie de caudal, primer armónico o media, siguientes tres armónicos, serie reconstruida y magnitud de los errores para la estación Guatiquía San José. Número de datos 900.



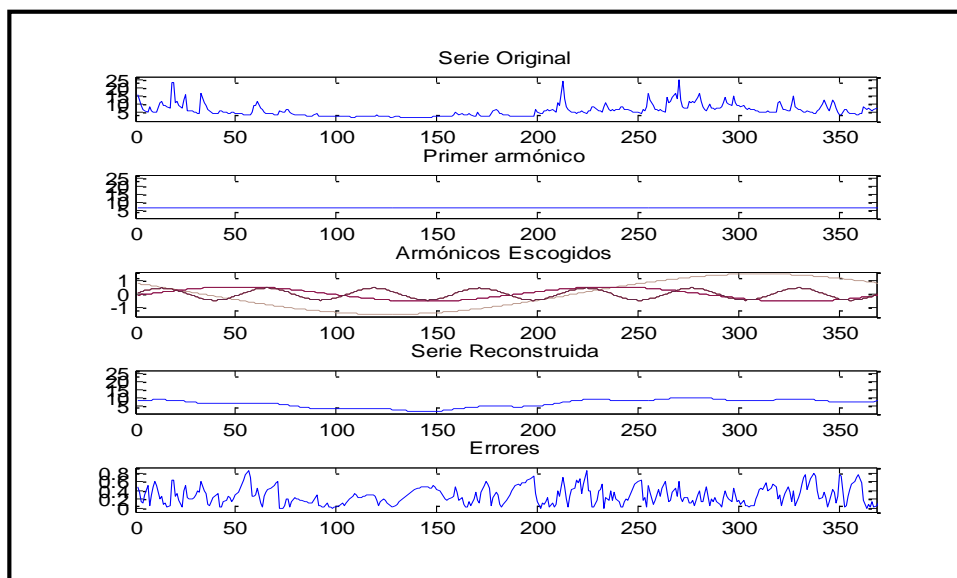
Anexo Figura 5-5. Serie de caudal, primer armónico o media, siguientes tres armónicos, serie reconstruida y magnitud de los errores para la estación Guatiquía San José. Número de datos 485



Anexo Figura 5-6. Serie de caudal, primer armónico o media, siguientes tres armónicos, serie reconstruida y magnitud de los errores para la estación Guatiquía San José. Número de datos 415

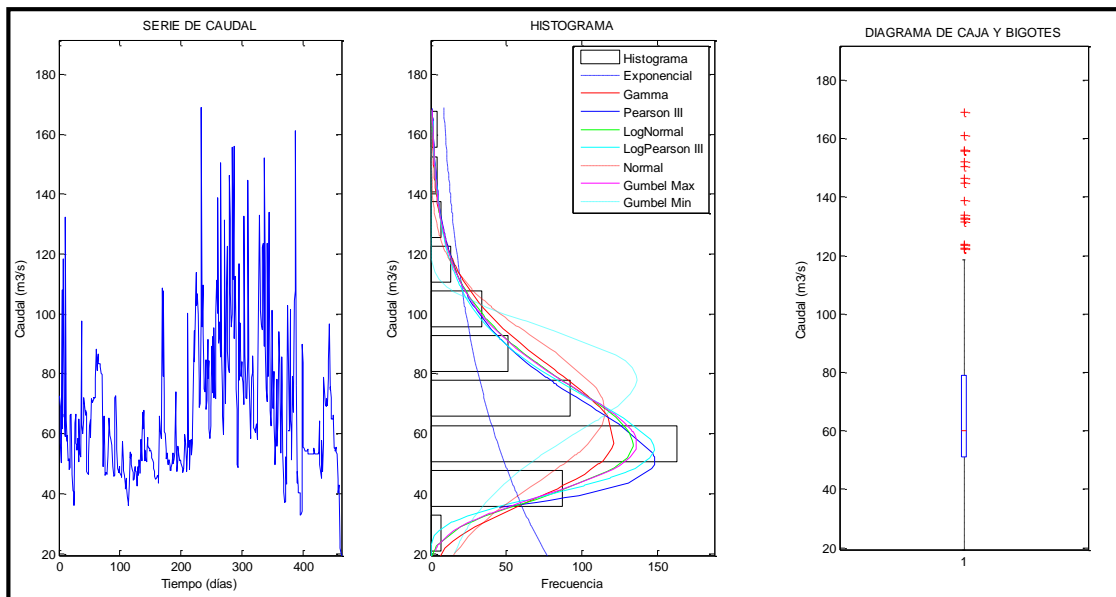


Anexo Figura 5-7. Serie de caudal, primer armónico o media, siguientes tres armónicos, serie reconstruida y magnitud de los errores para la estación Guatiquía San José. Número de datos 394



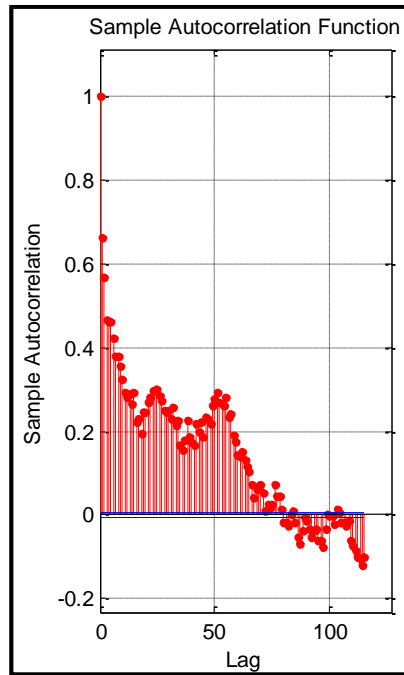
Anexo Figura 5-8 . Serie de caudal, primer armónico o media, siguientes tres armónicos, serie reconstruida y magnitud de los errores para la estación Guatiquía San José. Número de datos 369

6 SERIE DE CAUDAL, HISTOGRAMA Y DIAGRAMA DE CAJA Y BIGOTES PARA LA ESTACIÓN GUATIKUÍA PUENTE ABADÍA.



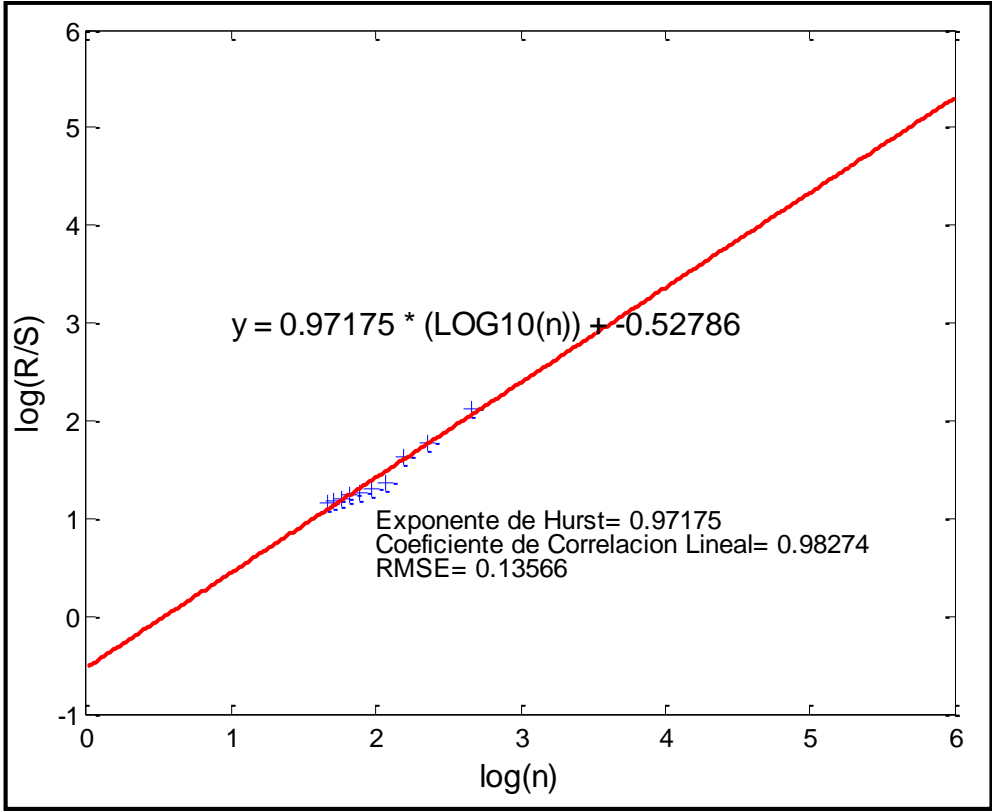
Anexo Figura 6-1. Serie de caudal, histograma y diagrama de caja y bigotes para la estación Guatiquía Puente Abadía. Número de datos 462.

7 *FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN LINEAL PARA LA ESTACIÓN GUATIKUÍA PUENTE ABADÍA*



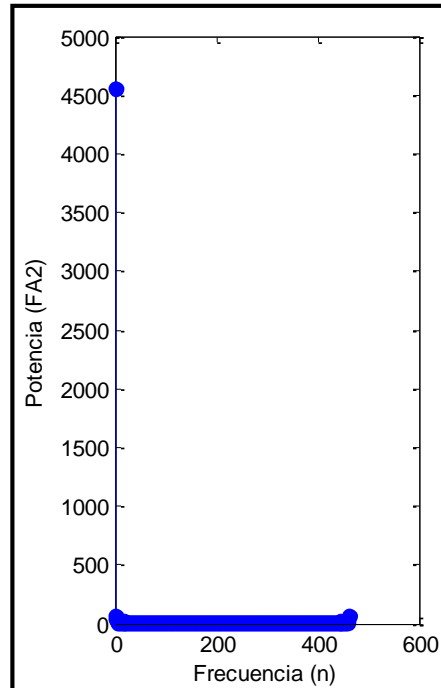
Anexo Figura 7-1. Función de auto-correlación lineal para la estación de Guatiquía Puente Abadía.
Numero de datos 462

8 EXPONENTE DE HURST PARA LA ESTACIÓN GUATIQUEÍA PUENTE ABADÍA.



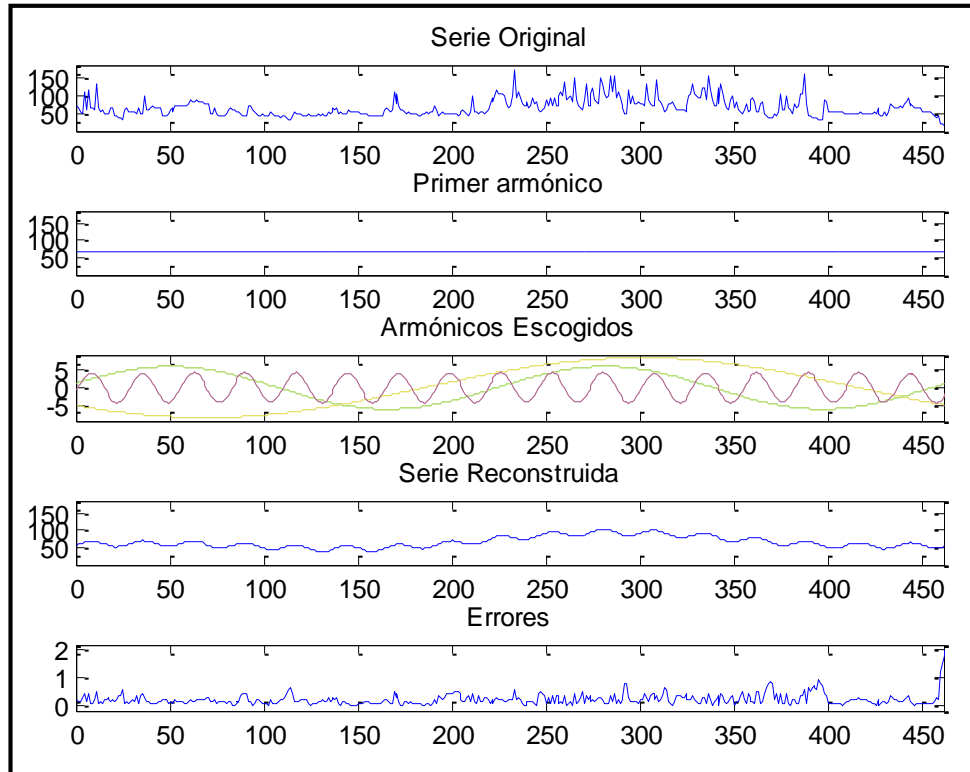
Anexo Figura 8-1. Exponente Hurst para la estación Guatiquía Puente Abadía. Número de datos 462.

9 PERIDOGRAMA PARA LA ESTACIÓN GUATIQUÍA PUENTE ABADÍA.



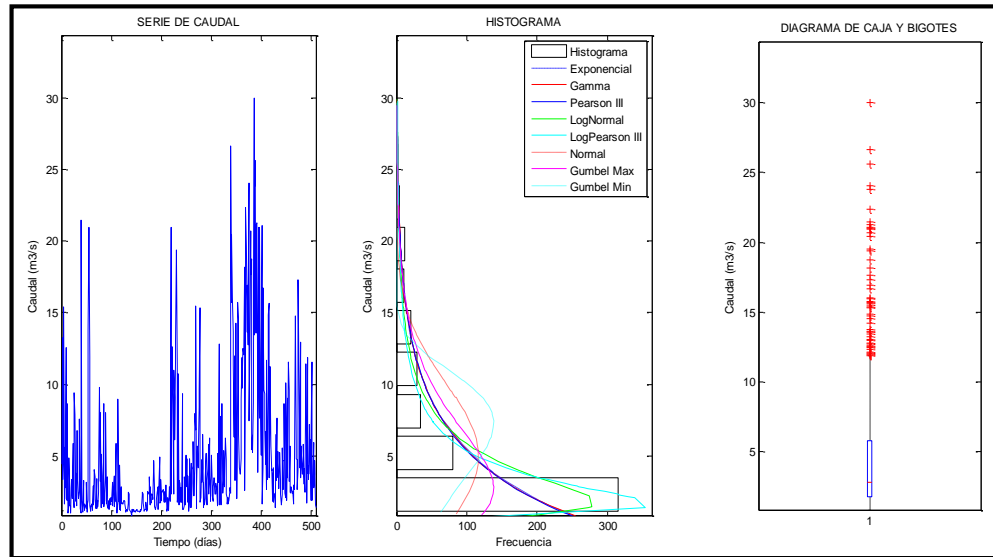
Anexo Figura 9-1. Peridograma para la estación Guatiquía Puente Abadía. Número de datos 462.

10 SERIE DE CAUDAL, PRIMER ARMÓNICO O MEDIA, SIGUIENTES TRES ARMÓNICOS, SERIE RECONSTRUIDA Y MAGNITUD DE LOS ERRORES PARA LA ESTACIÓN GUATÍQUÍA PUENTE ABADÍA.

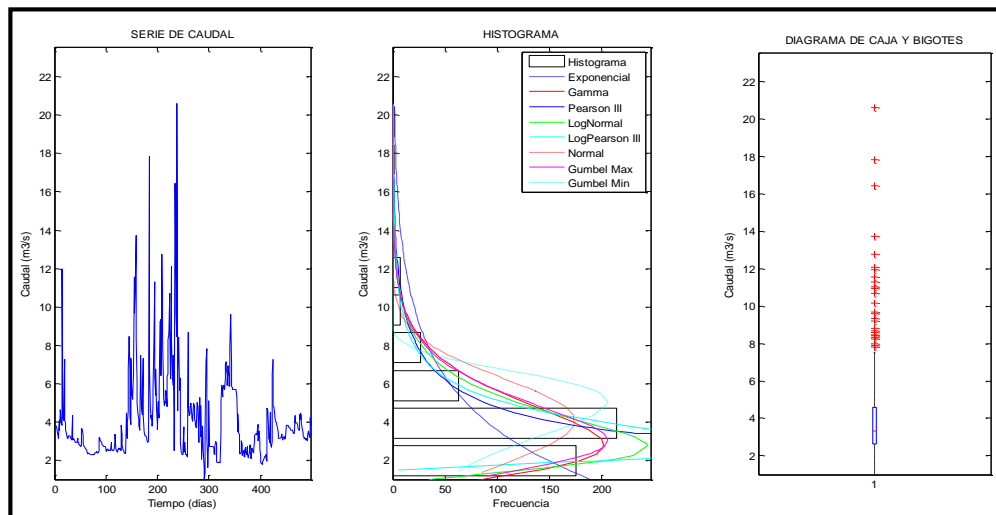


Anexo Figura 10-1 Serie de caudal, primer armónico o media, siguientes tres armónicos, serie reconstruida y magnitud de los errores para la estación Guatiquía Puente Abadía. Número de datos 462.

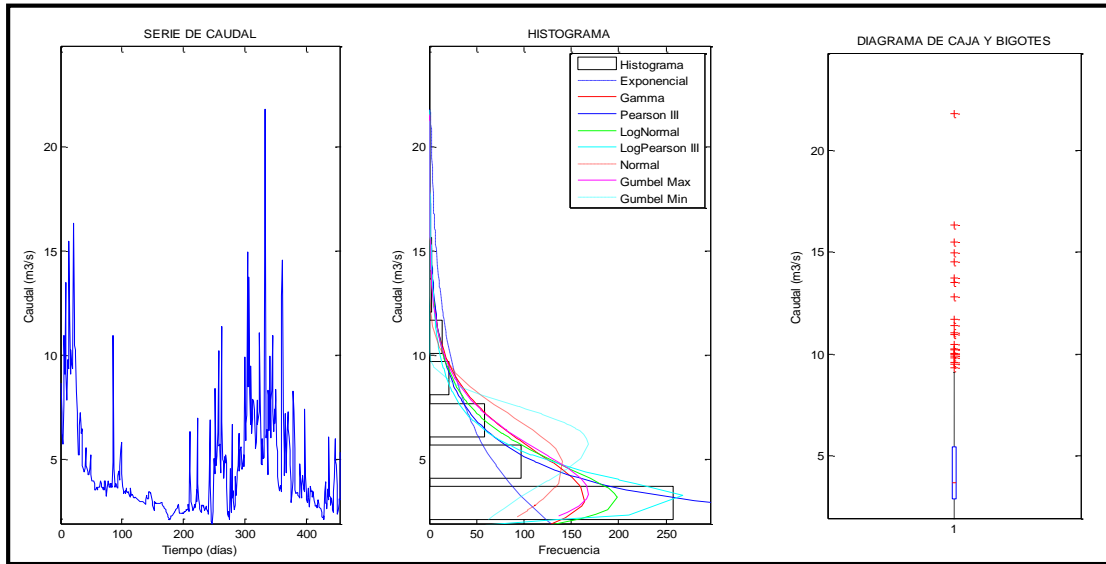
11 SERIES DE CAUDAL, HISTOGRAMAS Y DIAGRAMAS DE CAJA Y BIGOTES PARA LA ESTACIÓN GUATIKUÍA SAN LUIS.



Anexo Figura 11-1. Serie de caudal, histograma y diagrama de caja y bigotes para la estación Guatiquía San Luis. Número de datos 509.

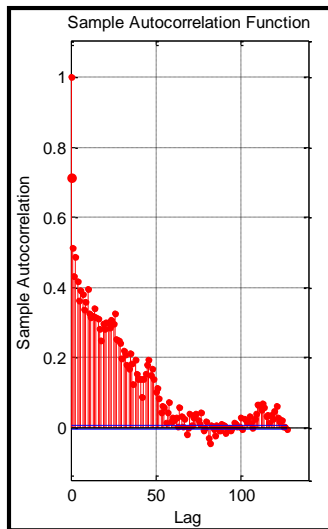


Anexo Figura 11-2. Serie de caudal, histograma y diagrama de caja y bigotes para la estación Guatiquía San Luis. Número de datos 499

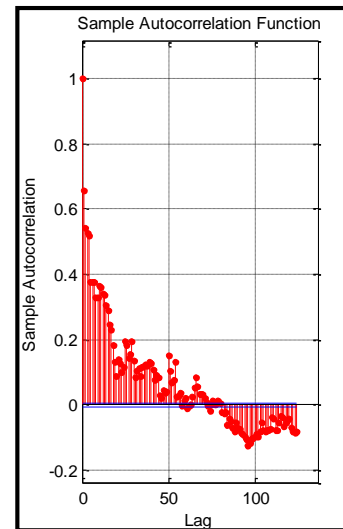


Anexo Figura 11-3. Serie de caudal, histograma y diagrama de caja y bigotes para la estación Guatiquía San Luis. Número de datos 456.

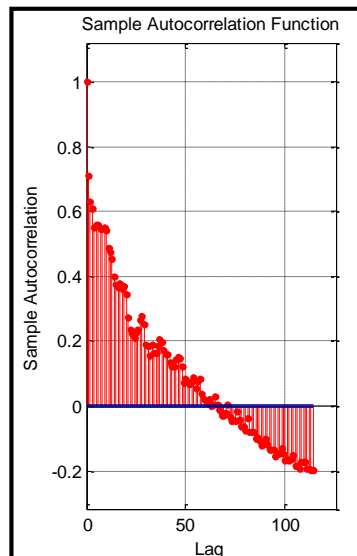
12 FUNCIONES DE AUTOCORRELACIÓN LINEAL PARA LA ESTACIÓN GUATIQUEÍA SAN LUIS.



Anexo Figura 12-1. . Función de auto-correlación Lineal para la estación Guatiquía San Luis. Número de datos 509.

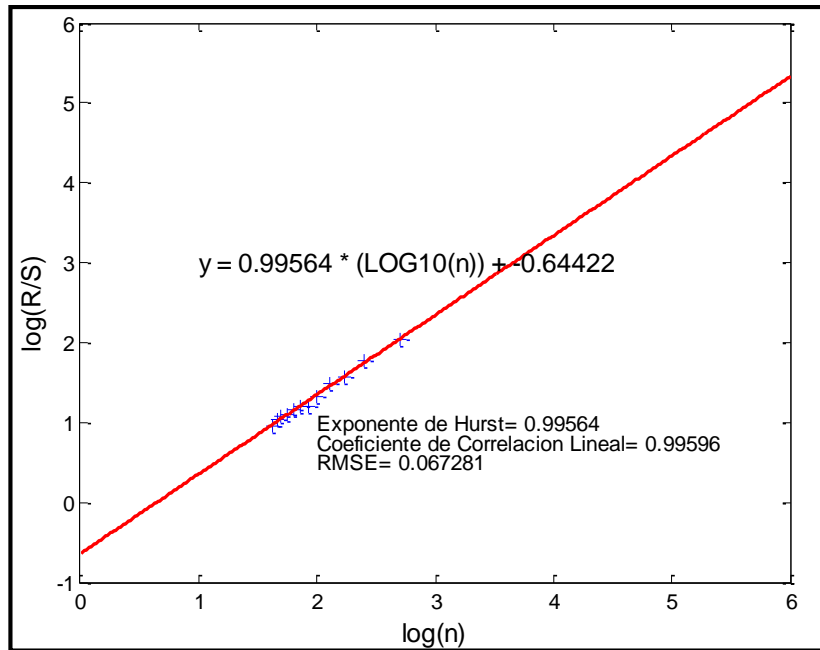


Anexo Figura 12-2. Función de auto-correlación Lineal para la estación Guatiquía San Luis. Número de datos 499.

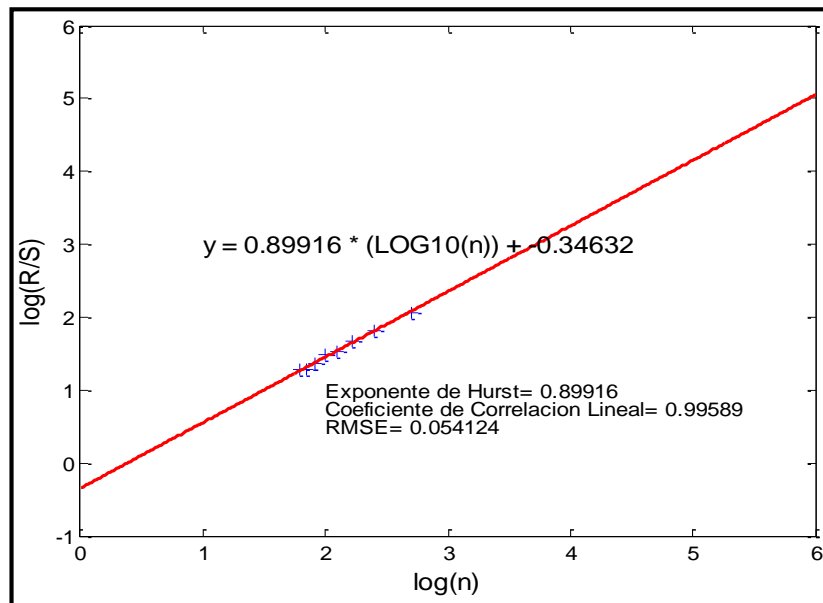


Anexo Figura 12-3. Función de auto-correlación Lineal para la estación Guatiquía San Luis. Número de datos 456.

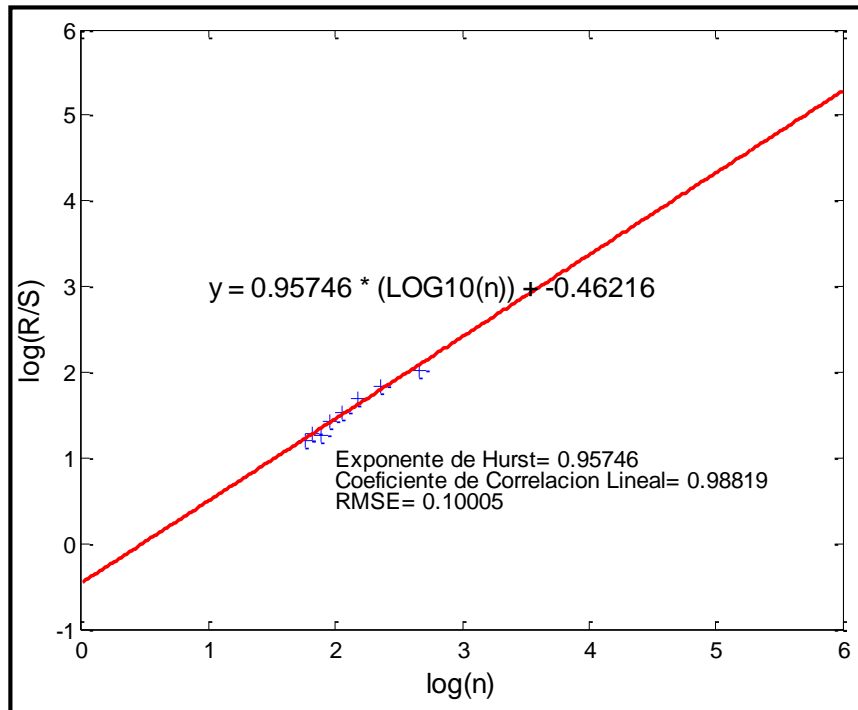
13 EXPONENTES DE HURST PARA LA ESTACIÓN GUATIQÚA SAN LUIS



Anexo Figura 13-1. Exponente Hurst para la estación Guatiquía San Luis. Número de datos 509.

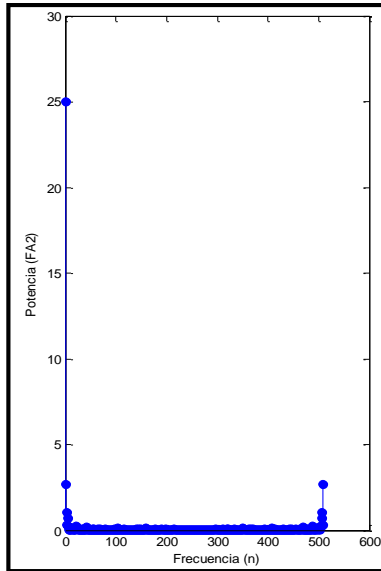


Anexo Figura 13-2. Exponente Hurst para la estación Guatiquía San Luis. Número de datos 499

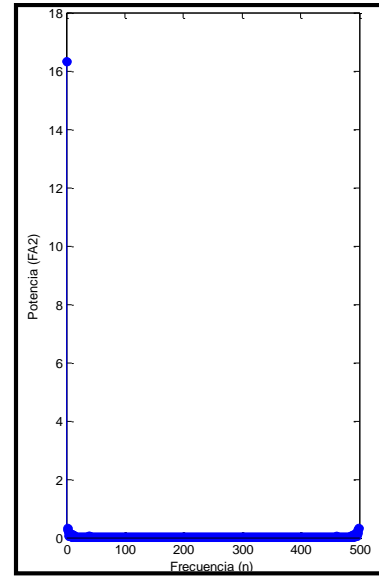


Anexo Figura 13-3. Exponente Hurst para la estación Guatiquía San Luis. Número de datos 456.

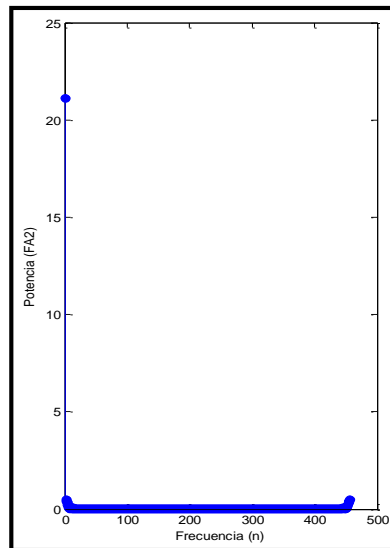
14 PERIDOGRAMAS PARA LA ESTACIÓN GUATIQÚA SAN LUIS



Anexo Figura 14-1. Peridograma para la estación Guatiquía San Luis. Número de datos 509

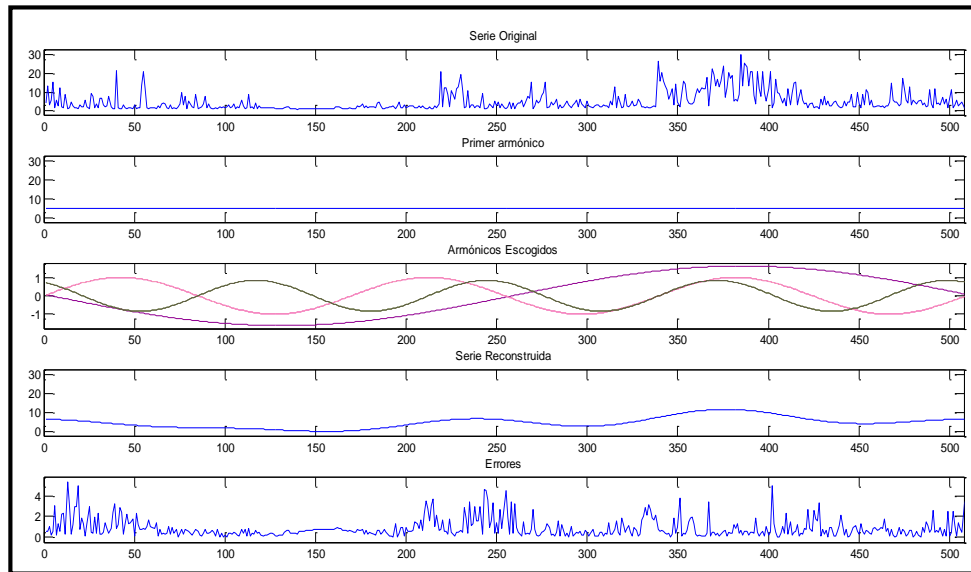


Anexo Figura 14-2. Peridograma para la estación Guatiquía San Luis. Número de datos 499

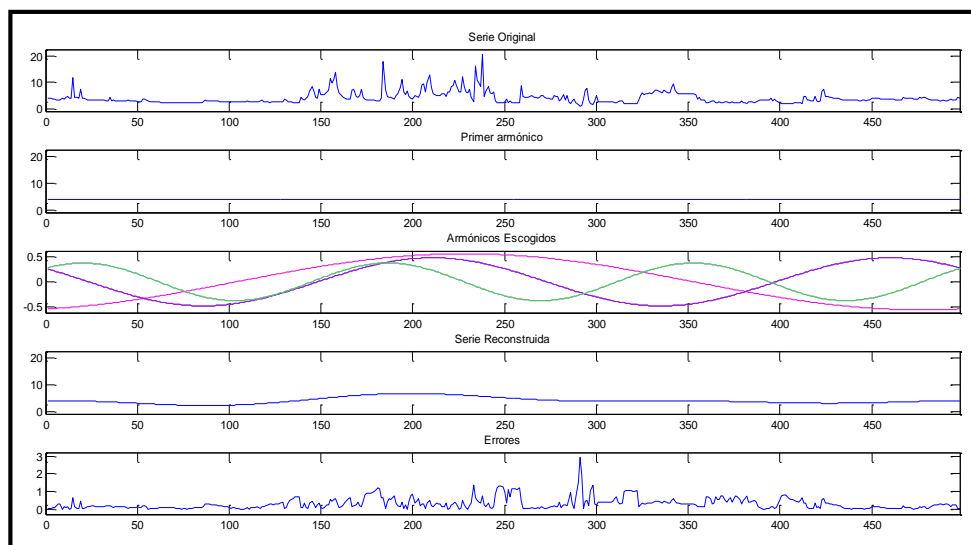


Anexo Figura 14-3. Peridograma para la estación Guatiquía San Luis. Número de datos 456

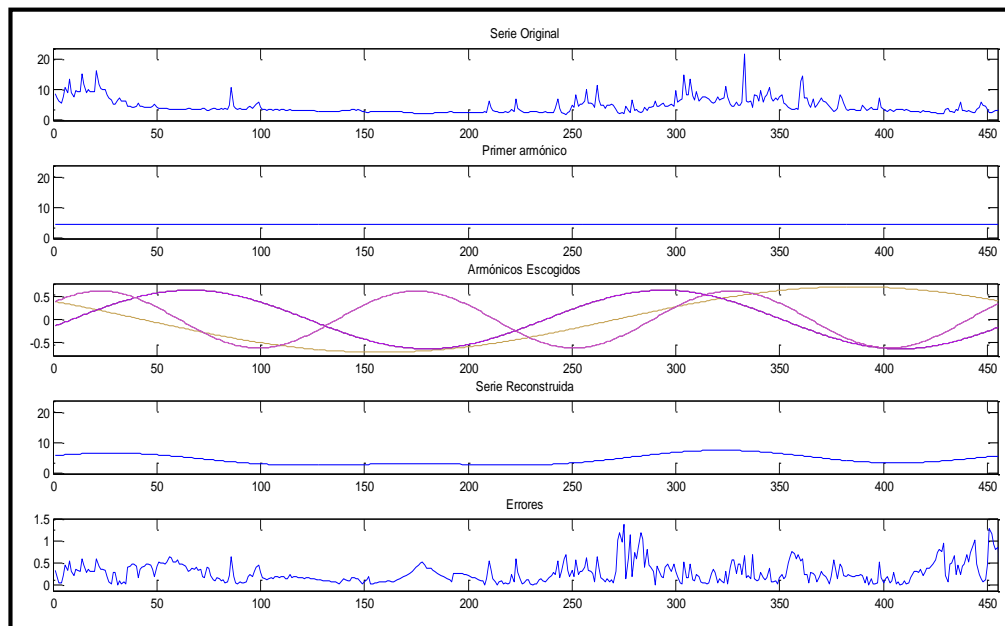
15 SERIES DE CAUDAL, PRIMER ARMÓNICO O MEDIA, SIGUIENTES TRES ARMÓNICOS, SERIE RECONSTRUIDA Y MAGNITUD DE LOS ERRORES PARA LA ESTACIÓN GUATÍQUÍA SAN LUIS.



Anexo Figura 15-1. Serie de caudal, primer armónico o media, siguientes tres armónicos, serie reconstruida y magnitud de los errores para la estación Guatiquía San Luis. Número de datos 509.

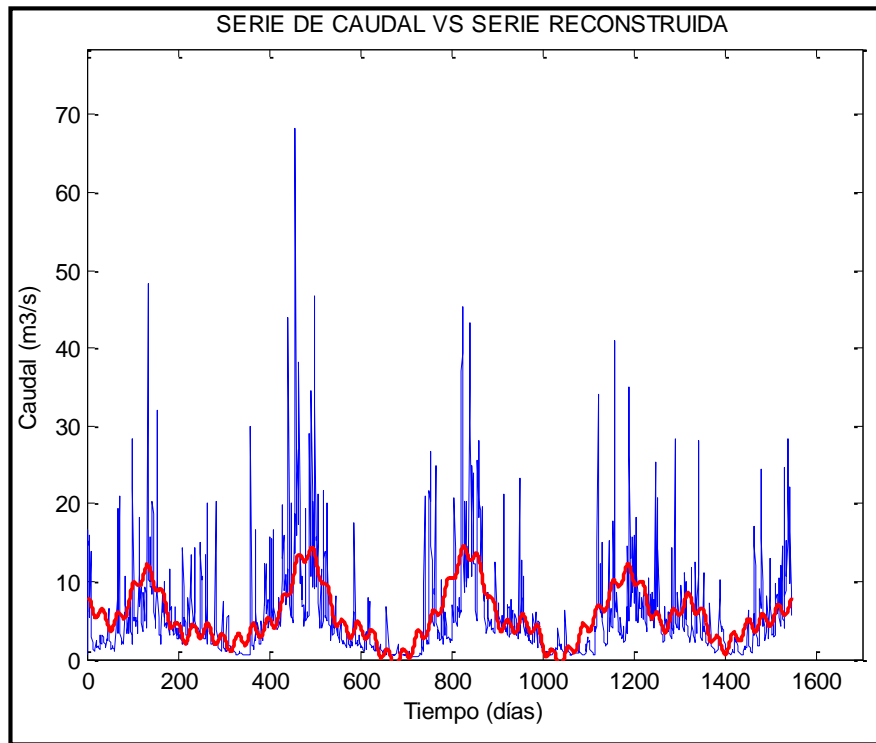


Anexo Figura 15-2. Serie de caudal, primer armónico o media, siguientes tres armónicos, serie reconstruida y magnitud de los errores para la estación Guatiquía San Luis. Número de datos 499.

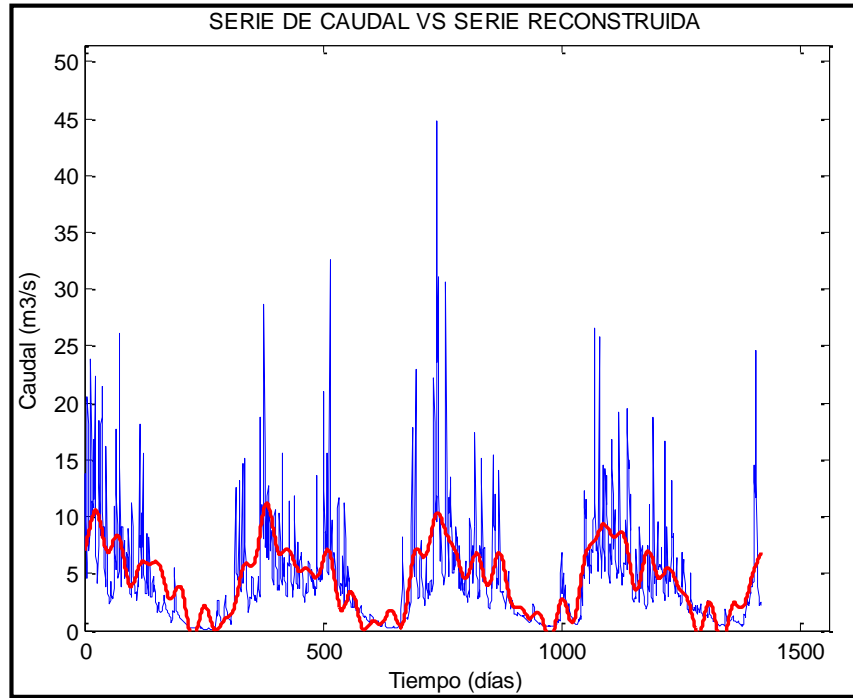


Anexo Figura 15-3. Serie de caudal, primer armónico o media, siguientes tres armónicos, serie reconstruida y magnitud de los errores para la estación Guatiquía San Luis. Número de datos 456.

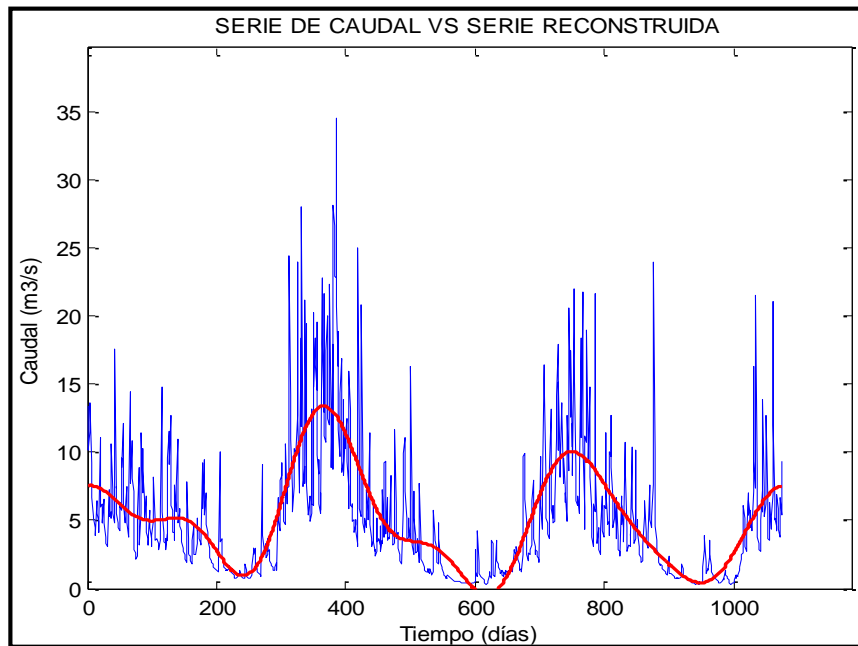
16 SERIES DE TIEMPO REGISTRADAS Y SERIES RECONSTRUIDAS A PARTIR DE LA MEDIA Y 10 ARMÓNICOS.



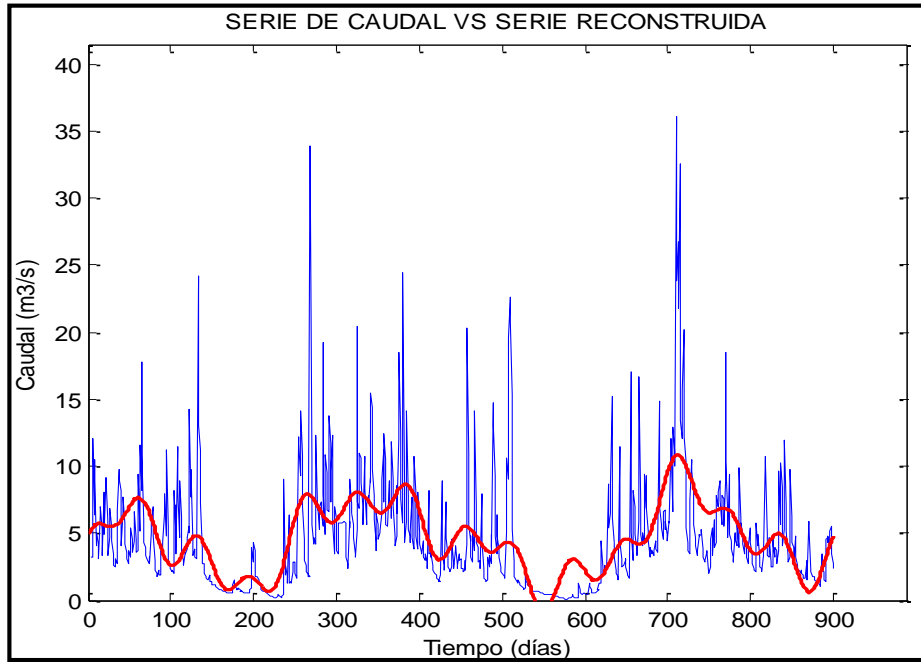
Anexo Figura 16-1. Serie de tiempo registrada y serie reconstruida a partir de la media y 10 armónicos para la estación Guatiquía San José. Número de datos 1545.



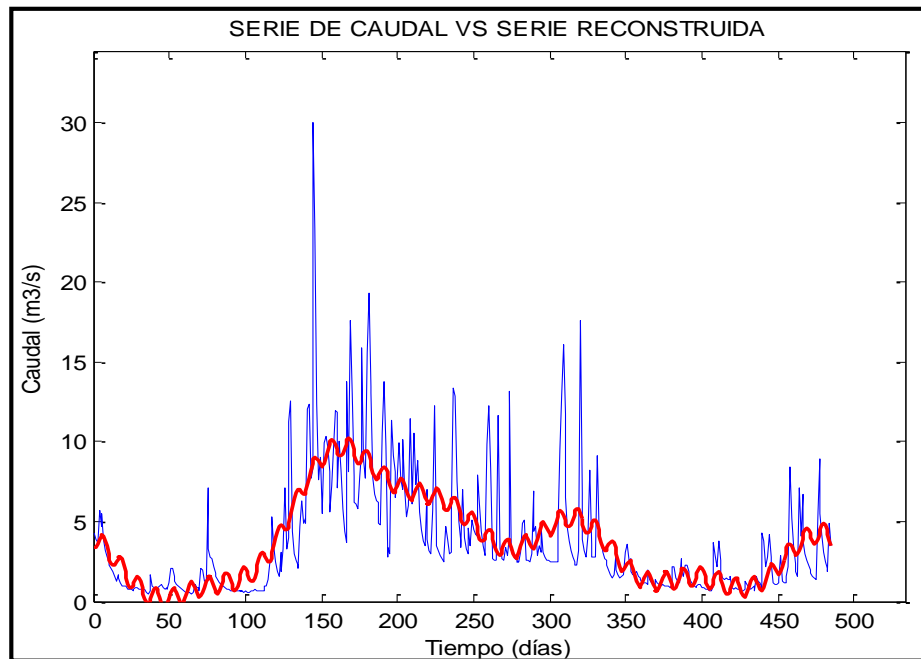
Anexo Figura 16-2. Serie de tiempo registrada y serie reconstruida a partir de la media y 10 armónicos para la estación Guatiquía San José. Número de datos 1418.



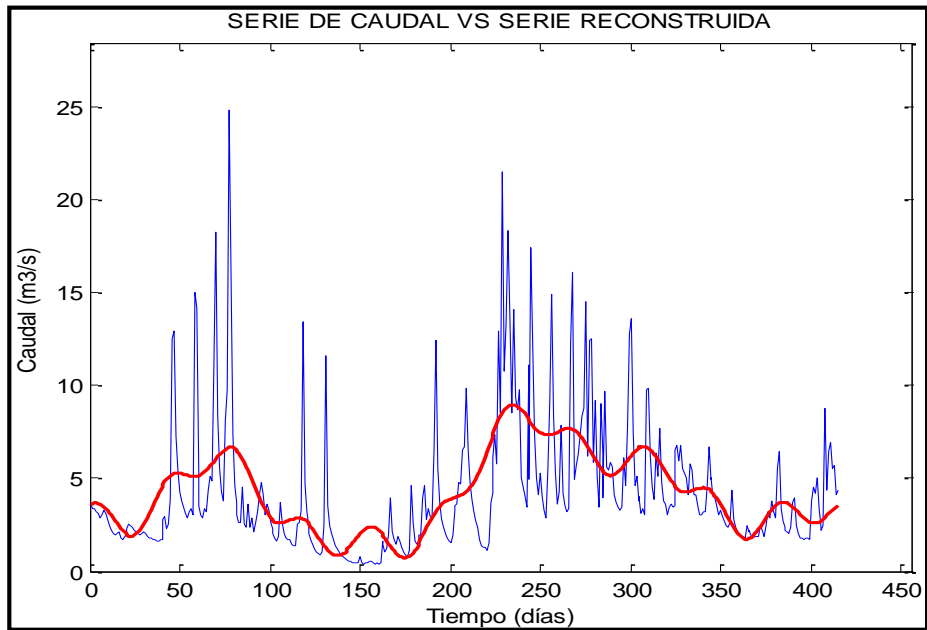
Anexo Figura 16-3 Serie de tiempo registrada y serie reconstruida a partir de la media y 10 armónicos para la estación Guatiquía San José. Número de datos 1074.



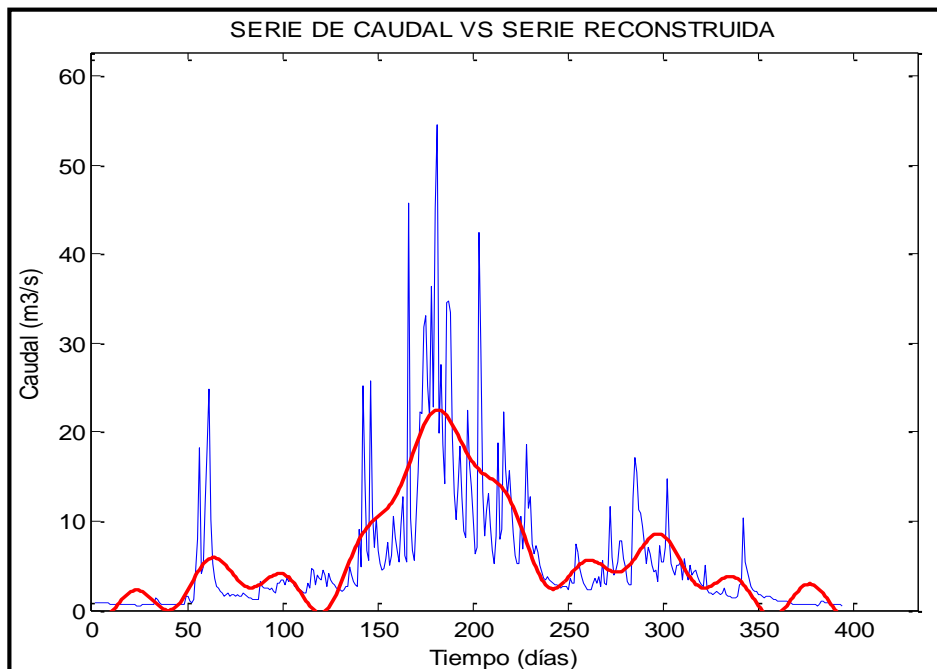
Anexo Figura 16-4 Serie de tiempo registrada y serie reconstruida a partir de la media y 10 armónicos para la estación Guatiquía San José. Número de datos 900.



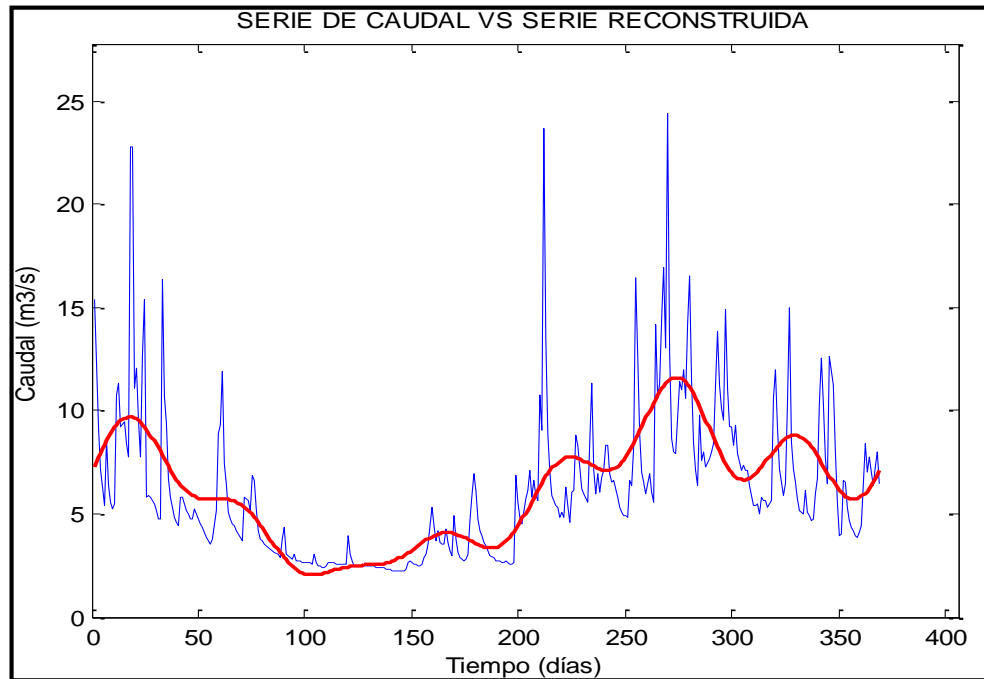
Anexo Figura 16-5 Serie de tiempo registrada y serie reconstruida a partir de la media y 10 armónicos para la estación Guatiquía San José. Número de datos 485.



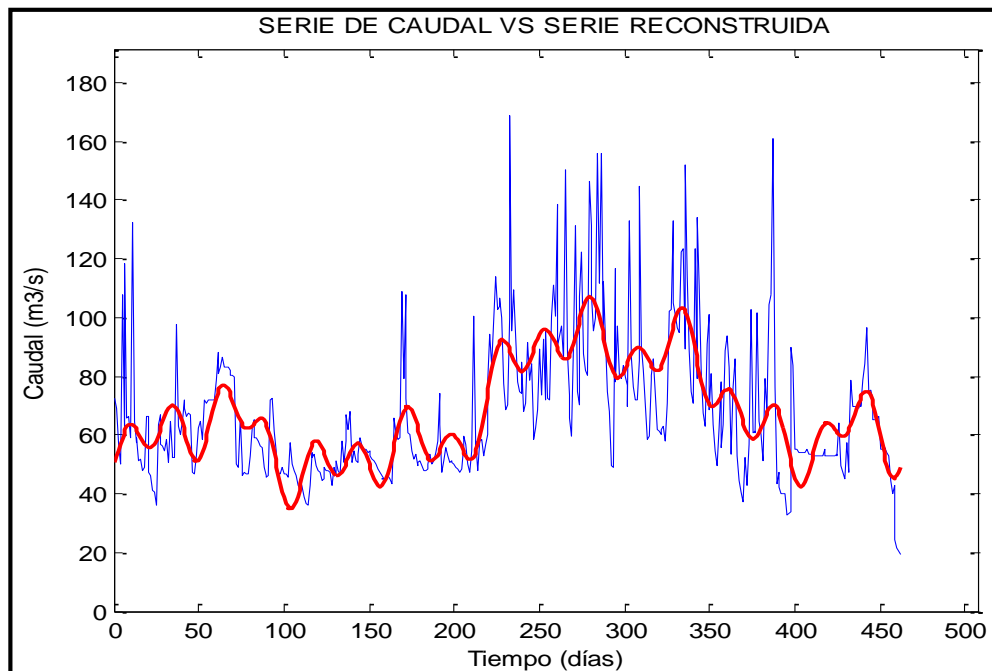
Anexo Figura 16-6 Serie de tiempo registrada y serie reconstruida a partir de la media y 10 armónicos para la estación Guatiquía San José. Número de datos 415.



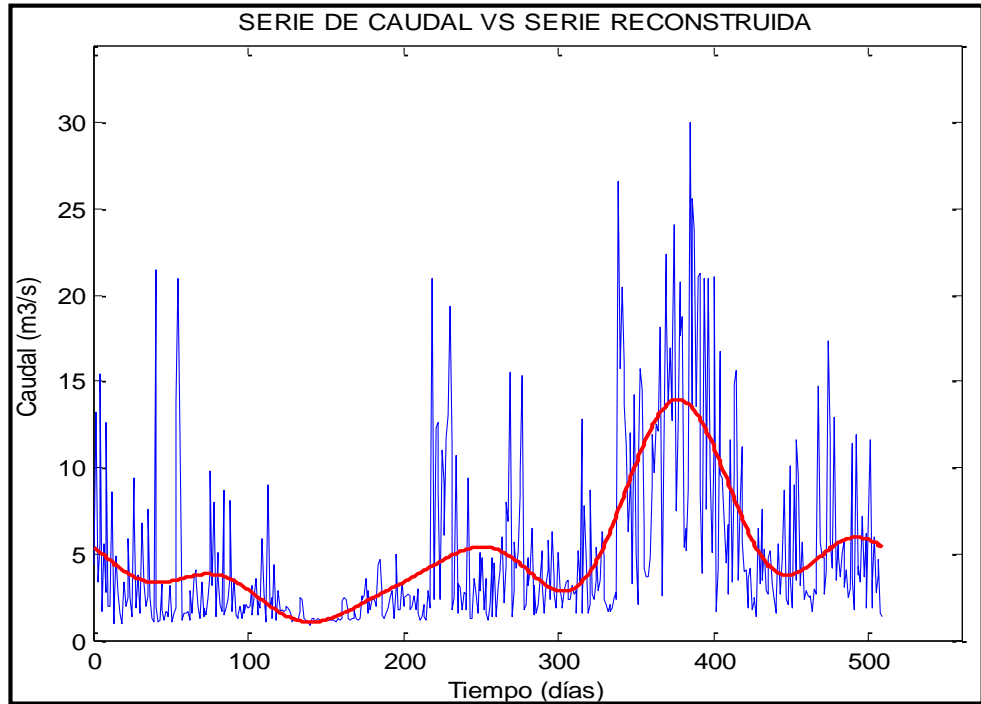
Anexo Figura 16-7 Serie de tiempo registrada y serie reconstruida a partir de la media y 10 armónicos para la estación Guatiquía San José. Número de datos 394.



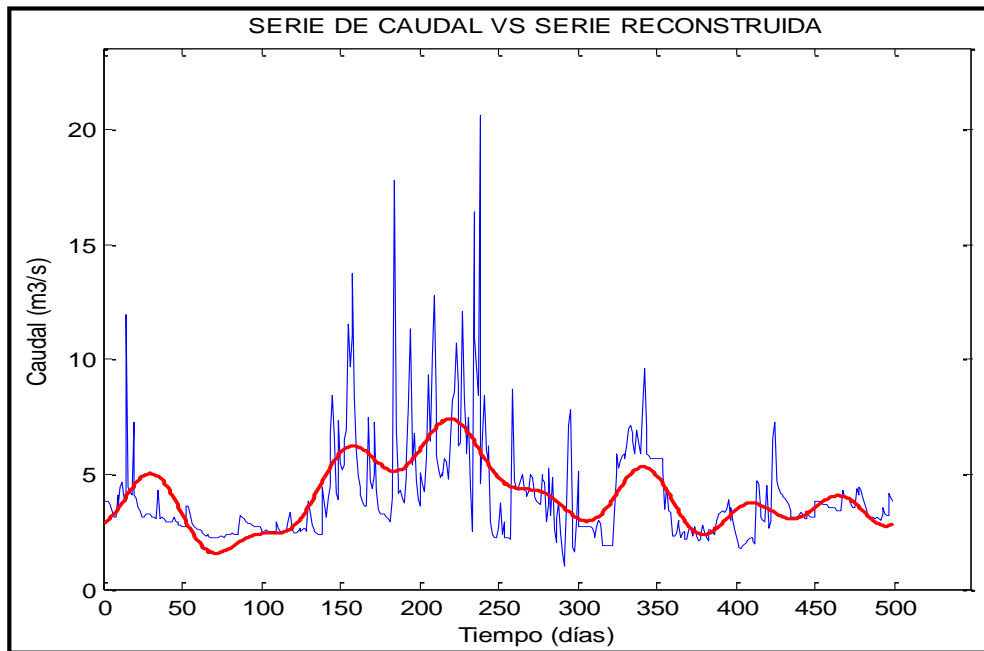
Anexo Figura 16-8 Serie de tiempo registrada y serie reconstruida a partir de la media y 10 armónicos para la estación Guatiquía San José. Número de datos 369.



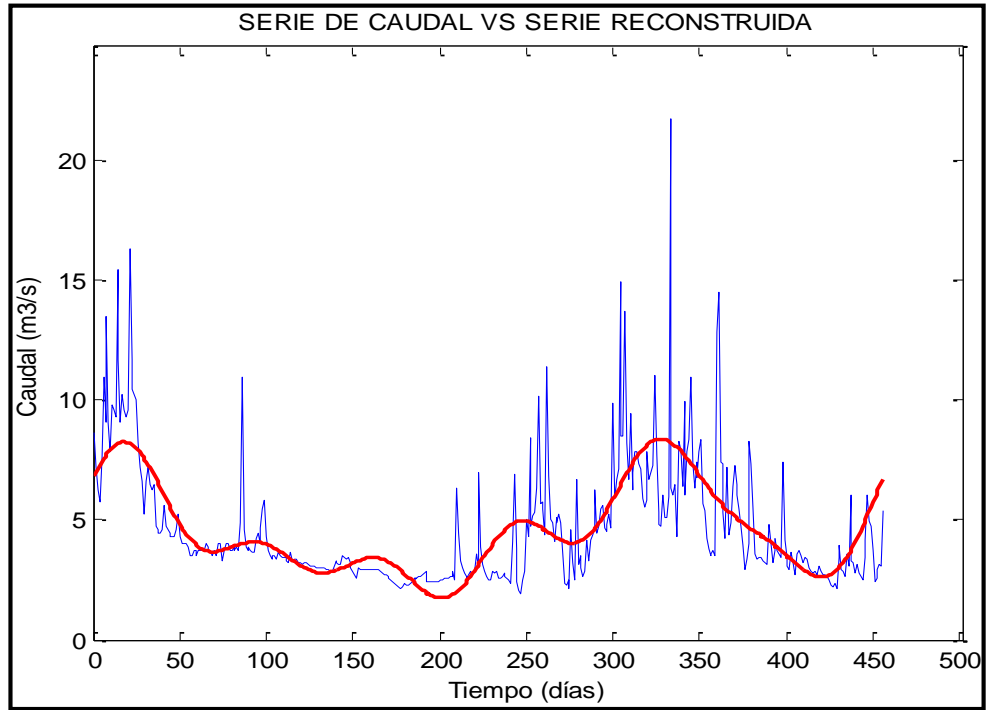
Anexo Figura 16-9 Serie de tiempo registrada y serie reconstruida a partir de la media y 10 armónicos para la estación Guatiquía Puente Abadía. Número de datos 462.



Anexo Figura 16-10 Serie de tiempo registrada y serie reconstruida a partir de la media y 10 armónicos para la estación Guatiquía San Luis. Número de datos 509.



Anexo Figura 16-11 Serie de tiempo registrada y serie reconstruida a partir de la media y 10 armónicos para la estación Guatiquía San Luis. Número de datos 499.



Anexo Figura 16-12 Serie de tiempo registrada y serie reconstruida a partir de la media y 10 armónicos para la estación Guatiquía San Luis. Número de datos 456.

***17 DISCO COMPACTO CON LAS SERIES DE TIEMPO
ORIGINALES SUMINISTRADAS POR LA EAAB Y
FRAGMENTOS DE LAS SERIES FINALMENTE
ANALIZADOS.***