

**POSICIONAMIENTO DE UN AUTOMÓVIL EN ESPACIOS REDUCIDOS  
UTILIZANDO UN SISTEMA DE NAVEGACIÓN INERCIAL CON  
FILTROS DE KALMAN**

Brian David Guevara Niño

Id. 000279652

Universidad Pontificia Bolivariana – Seccional Bucaramanga

Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica

Bucaramanga

2020

**POSICIONAMIENTO DE UN AUTOMÓVIL EN ESPACIOS REDUCIDOS<sup>ii</sup>  
UTILIZANDO UN SISTEMA DE NAVEGACIÓN INERCIAL CON  
FILTROS DE KALMAN**

Brian David Guevara Niño

Id. 000279652

**PROYECTO DE GRADO**

presentado como requisito para optar al título de:

**INGENIERO ELECTRÓNICO**

Director del Proyecto

Juan Carlos Villamizar Rincón

Universidad Pontificia Bolivariana – Seccional Bucaramanga

Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica

Bucaramanga

2020

En primer lugar, quiero dedicarle este merito a mi familia que siempre me ha estado apoyando a lo largo de mi formación como profesional y de mi vida enseñándome a ser mejor cada día e inculcándome valores y sentido del deber.

También quiero agradecer a mis compañeros y amigos Javier Villamizar, Jefferson Toloza y Daniel Castañeda que me acompañaron en mi proceso de formación y que siempre estuvieron apoyándome de alguna manera u otra para seguir adelante y convertirme en un profesional.

## **Agradecimientos**

iv

Quiero agradecer al ingeniero y docente Juan Carlos Villamizar por haberme guiado en el proceso de este proyecto, por haber confiado en mis habilidades para realizarlo, y ser una gran ayuda para que esto pudiera salir adelante.

A los profesores de la facultad por haberme enseñado tanto y llenarme de experiencias y conocimientos.

A los compañeros de carrera que alguna vez me ayudaron a superar dificultades en el ámbito académico y que me apoyaron sin esperar nada a cambio.

## Tabla de Contenidos

v

|                                                                                         |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Introducción .....                                                                      | 3  |
| Capítulo 1 Planteamiento del Problema.....                                              | 4  |
| 1.1 Definición del problema .....                                                       | 4  |
| 1.2 Objetivos .....                                                                     | 4  |
| 1.2.1 Objetivo general .....                                                            | 4  |
| 1.2.2 Objetivos específicos.....                                                        | 4  |
| 1.3 Justificación .....                                                                 | 5  |
| 1.4 Impacto Esperado.....                                                               | 5  |
| Capítulo 2 Marco Teórico .....                                                          | 6  |
| 2.1 Que es un INS .....                                                                 | 6  |
| 2.2 Hardware.....                                                                       | 6  |
| 2.2.1 Controlador Arduino .....                                                         | 6  |
| 2.2.2 Sensores Inerciales MEMS.....                                                     | 7  |
| 2.2.3 Sensores Utilizados .....                                                         | 7  |
| 2.3 Orientación del acelerómetro.....                                                   | 9  |
| 2.3.1 Variables del Acelerómetro .....                                                  | 9  |
| 2.3.2 Ángulos RPY .....                                                                 | 10 |
| 2.4 Inclinación a partir del giroscopio .....                                           | 12 |
| 2.5 Integración numérica.....                                                           | 13 |
| 2.5.1 Regla del trapecio.....                                                           | 13 |
| 2.5.2 Regla de Simpson.....                                                             | 14 |
| 2.6 Filtros de las señales MEMS .....                                                   | 14 |
| 2.6.1 Filtro pasa bajas.....                                                            | 14 |
| 2.6.2 Filtro pasa altas.....                                                            | 15 |
| 2.7 Filtros de Kalman .....                                                             | 15 |
| Capítulo 3 Antecedentes.....                                                            | 17 |
| Capítulo 4 Marco metodológico .....                                                     | 18 |
| 4.1 Diseño .....                                                                        | 18 |
| 4.2 Tipo de investigación .....                                                         | 18 |
| 4.3 Instrumentos.....                                                                   | 18 |
| 4.4 Procedimiento .....                                                                 | 18 |
| 4.4.1 Selección de sensores inerciales .....                                            | 18 |
| 4.4.2 Familiarización con los sensores .....                                            | 19 |
| 4.4.2.1 GY-521/MPU6050 .....                                                            | 19 |
| 4.4.2.2 Sensor de efecto hall 55100.....                                                | 19 |
| 4.4.3 Selección de metodología para medición de distancia y ángulos de inclinación..... | 19 |
| 4.4.4 Montaje de los sensores en el automóvil de juguete .....                          | 20 |
| 4.4.5 Desarrollo del algoritmo para Arduino .....                                       | 21 |
| 4.4.6 Establecimiento del envío de señal en tiempo real indicando la posición .....     | 24 |
| 4.4.7 Pruebas .....                                                                     | 24 |
| 4.4.8 Optimización del algoritmo .....                                                  | 28 |
| Capítulo 5 Resultados.....                                                              | 29 |
| 5.1 Selección de sensores inerciales .....                                              | 29 |
| 5.2 Familiarización con los sensores .....                                              | 30 |

|                                                                                           |      |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 5.2.1 GY-521/MPU6050 .....                                                                | 30vi |
| 5.2.2 Sensor de efecto hall 55100 .....                                                   | 31   |
| 5.3 Selección de la metodología para medición de distancia y ángulos de inclinación ..... | 32   |
| 5.4 Montaje de los sensores en automóvil de juguete .....                                 | 34   |
| 5.5 Desarrollo del algoritmo para arduino. ....                                           | 36   |
| 5.6 Establecimiento del envío de señal en tiempo real indicando la posición .....         | 37   |
| 5.7 Pruebas.....                                                                          | 37   |
| Capítulo 6 Conclusiones y Recomendaciones .....                                           | 46   |
| Lista de Referencias .....                                                                | 48   |
| Anexos .....                                                                              | 50   |
| AnexoA Código de prueba para el sensor GY-521/MPU6050 .....                               | 50   |
| AnexoB Código de prueba para el sensor de efecto hall 55100 .....                         | 52   |
| AnexoC Código principal del navegador inercial.....                                       | 53   |

|                                                                             |    |
|-----------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Tabla1.</b> Especificaciones Arduino Mega .....                          | 7  |
| <b>Tabla2.</b> Especificaciones MPU6050.....                                | 8  |
| <b>Tabla3.</b> Especificaciones Hall Effect 55100. ....                     | 9  |
| <b>Tabla4.</b> Sensores inerciales .....                                    | 29 |
| <b>Tabla5.</b> Medidas piso liso.....                                       | 37 |
| <b>Tabla6.</b> Medidas pasillo .....                                        | 37 |
| <b>Tabla7.</b> Medidas carretera en bajada .....                            | 38 |
| <b>Tabla8.</b> Medidas carretera en subida .....                            | 38 |
| <b>Tabla9.</b> Canal en subida con 53%.....                                 | 38 |
| <b>Tabla10.</b> Canal en bajada con 53%.....                                | 39 |
| <b>Tabla11.</b> Canal en subida con 57.8%.....                              | 39 |
| <b>Tabla12.</b> Canal en bajada con 57.8%.....                              | 39 |
| <b>Tabla13.</b> Canal en subida con 62.6%.....                              | 39 |
| <b>Tabla14.</b> Canal en bajada con 62.6%.....                              | 40 |
| <b>Tabla15.</b> Canal en subida con 67.6%.....                              | 40 |
| <b>Tabla16.</b> Canal en bajada con 67.6%.....                              | 40 |
| <b>Tabla17.</b> Canal en subida con 72.6%.....                              | 40 |
| <b>Tabla18.</b> Canal en bajada con 72.6%.....                              | 41 |
| <b>Tabla19.</b> Angulo pitch automóvil inclinado hacia abajo MPU6050 .....  | 41 |
| <b>Tabla20.</b> Angulo pitch automóvil inclinado hacia arriba MPU6050 ..... | 41 |
| <b>Tabla21.</b> Angulo roll automóvil sentido horario MPU6050.....          | 42 |
| <b>Tabla22.</b> Angulo roll automóvil sentido antihorario MPU6050.....      | 42 |
| <b>Tabla23.</b> Angulo pitch automóvil sentido ascendente CMPS11 .....      | 42 |
| <b>Tabla24.</b> Angulo pitch automóvil sentido descendente CMPS11 .....     | 42 |
| <b>Tabla25.</b> Angulo roll automóvil sentido horario CMPS11.....           | 43 |
| <b>Tabla26.</b> Angulo roll automóvil sentido antihorario CMPS11.....       | 43 |

|                                                                            |    |
|----------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Figura1.</b> Arduino Nano .....                                         | 6  |
| <b>Figura2.</b> MPU6050.....                                               | 7  |
| <b>Figura3.</b> Sensor de efecto hall 55100 .....                          | 8  |
| <b>Figura4.</b> Ángulos RPY .....                                          | 11 |
| <b>Figura5.</b> Filtro Pasa Bajas RC .....                                 | 14 |
| <b>Figura6.</b> Filtro Pasa Altas RC.....                                  | 15 |
| <b>Figura7.</b> Diagrama de predicción y corrección.....                   | 16 |
| <b>Figura8.</b> Sistema de distancia Hall .....                            | 20 |
| <b>Figura9.</b> Esquema del montaje .....                                  | 20 |
| <b>Figura10.</b> Esquema de montaje vista superior .....                   | 21 |
| <b>Figura11.</b> Esquema de montaje vista lateral derecha .....            | 21 |
| <b>Figura12.</b> Laboratorio de máquinas eléctricas. ....                  | 25 |
| <b>Figura13.</b> Laboratorio de máquinas eléctricas. ....                  | 25 |
| <b>Figura14.</b> Pasillo edificio k. ....                                  | 26 |
| <b>Figura15.</b> Pasillo edificio K.....                                   | 26 |
| <b>Figura16.</b> Vía pavimentada. ....                                     | 27 |
| <b>Figura17.</b> Canal laboratorio de hidráulica. ....                     | 27 |
| <b>Figura18.</b> Canal laboratorio de hidráulica. ....                     | 28 |
| <b>Figura19.</b> Ángulos Pitch, Roll sensor CMPS11.....                    | 29 |
| <b>Figura20.</b> Datos del sensor GY-521/MPU6050.....                      | 31 |
| <b>Figura21.</b> Datos del sensor 55100 .....                              | 32 |
| <b>Figura22.</b> Ángulos Roll, Pitch sin filtro.....                       | 33 |
| <b>Figura23.</b> Ángulos Roll, Pitch sin filtro.....                       | 33 |
| <b>Figura24.</b> Distancia medida por el sensor sin filtro de kalman. .... | 34 |
| <b>Figura25.</b> Montaje del automóvil de juguete .....                    | 34 |
| <b>Figura26.</b> Montaje del automóvil de juguete .....                    | 35 |
| <b>Figura27.</b> Montaje del automóvil de juguete .....                    | 35 |
| <b>Figura28.</b> Montaje del automóvil de juguete .....                    | 36 |
| <b>Figura29.</b> Montaje del automóvil de juguete .....                    | 36 |
| <b>Figura30.</b> Angulo Roll con y sin filtro.....                         | 43 |
| <b>Figura31.</b> Angulo Roll con y sin filtro.....                         | 44 |
| <b>Figura32.</b> Angulo Pitch con y sin filtro .....                       | 44 |
| <b>Figura33.</b> Angulo Pitch con y sin filtro .....                       | 45 |
| <b>Figura34.</b> Distancia recorrida con y sin filtro .....                | 45 |



**RESUMEN GENERAL DE TRABAJO DE GRADO**

**TITULO:** POSICIONAMIENTO DE UN AUTOMÓVIL EN ESPACIOS REDUCIDOS UTILIZANDO UN SISTEMA DE NAVEGACIÓN INERCIAL CON FILTROS DE KALMAN

**AUTOR(ES):** Brian David Guevara Niño

**PROGRAMA:** Facultad de Ingeniería Electrónica

**DIRECTOR(A):** Juan Carlos Villamizar Rincón

**RESUMEN**

Los navegadores inerciales o INS son sistemas diseñados para ayudar a la navegación que mediante acelerómetro y giroscopio otorgan una posición estimada del vehículo en el que se encuentren instalados, se usan comúnmente en los sistemas náuticos, de aviación y naves espaciales, pero en los últimos años con el avance de automóviles inteligentes se han implementado en estos mismos. El proyecto es un navegador inercial de bajo costo hecho con filtros de Kalman, este se encuentra montado sobre un automóvil de juguete y el navegador se implementa por medio de Arduino, logrando así no solo tener un bajo costo de implementación sino una mejora significativa en la precisión de los sensores utilizados para hallar la posición del automóvil de juguete. La posición se determina por medio de las variables de distancia y los ángulos Roll, Pitch, Yaw o RPY. El sistema funciona gracias a un acelerómetro, giroscopio, y un sensor de efecto hall que funciona como odómetro, el filtro de Kalman se encarga de unir el rendimiento de estos sensores que por sí solos tienen ciertas imprecisiones, pero en conjunto mejoran notablemente. Para validar los resultados obtenidos por el algoritmo de Kalman, se realizaron pruebas especificadas en el procedimiento, con registros y gráficas.

**PALABRAS CLAVE:**

INS, Filtros de Kalman, Arduino, Roll Pitch Yaw, Navegador inercial

**Vº Bº DIRECTOR DE TRABAJO DE GRADO**

**GENERAL SUMMARY OF WORK OF GRADE**

**TITLE:** POSITIONING A CAR IN REDUCED SPACES USING AN INERTIAL NAVIGATION SYSTEM WITH KALMAN FILTERS

**AUTHOR(S):** Brian David Guevara Niño

**FACULTY:** Facultad de Ingeniería Electrónica

**DIRECTOR:** Juan Carlos Villamizar Rincón

**ABSTRACT**

Inertial Navigators or INS are systems designed to aid navigation that, by means of an accelerometer and gyroscope, give us an estimated position of the vehicle in which they are installed, which are commonly used in nautical, aviation and spacecraft systems, but in the latter years with the advancement of smart cars have been implemented in these. The project is a low-cost inertial navigator made with Kalman filters, it is mounted on a toy car and the browser is implemented by means of arduino, thus achieving not only a low cost implementation but a significant improvement in the precision of the sensors used to find the position of the toy car. The position is determined by means of the distance variables and the RPY angles. The system works thanks to an accelerometer, gyroscope, and a hall effect sensor that works as an odometer. The Kalman filter is responsible for uniting the performance of these sensors, which by themselves have certain inaccuracies, but overall they improve significantly. To validate the results obtained by the Kalman algorithm, tests specified in the procedure were performed, with records and graphs.

**KEYWORDS:**

INS, Kalman filters, Arduino, Roll Pitch Yaw, Inertial navigator

**V° B° DIRECTOR OF GRADUATE WORK**

## Introducción

Hoy en día existen sistemas de navegación inercial que son muy utilizados en aviación, sistemas de misiles tácticos, naves espaciales, submarinos (Woodman, 2007), pero estos sistemas llegan a ser algo costosos. Con el paso del tiempo se han ido desarrollando, mejorando su exactitud y haciéndolos cada vez más pequeños precisos y económicos.

Un sistema de navegación inercial es una técnica de navegación autónoma en la cual se busca mediante acelerómetros y giroscopios, rastrear la posición y orientación de un objeto, en base a un punto de inicio conocido, orientación y velocidad (Woodman, 2007).

Por otro lado, el posicionamiento se ha convertido en un componente crítico, en muchos sistemas inteligentes de transporte (ITS) y aplicaciones de sistemas avanzado de control y seguridad del vehículo (AVCSS) donde parámetros que indican el estado de este tales como: posición, velocidad, aceleración, orientación, y las tasas angulares son requeridas por aplicaciones relacionadas con temas como control de vehículos, navegación, sistemas de seguridad y gestión de tráfico (Vu et al., 2012), este sistema es muy importante para la automatización de vehículos, y un preciso control de estos.

Dado que los sensores de bajo costo tienen imprecisiones y son fácilmente influenciados por la variación de temperatura, se han estudiado, modelado y compensado para así alcanzar una calidad adecuada de medición.

Para el sistema de navegación inercial que se plantea en este proyecto es importante el filtro de Kalman, ya que proporciona una corrección de manera óptima y es la herramienta ideal para fusionar los datos de salida de múltiples sensores para llegar a la estimación precisa de los estados (Kumar & Jann, 2004).

En este trabajo buscamos, desarrollar un sistema de navegación inercial que sirva para detectar la posición de un vehículo en un espacio reducido, todo esto a bajo costo, utilizando acelerómetros y giroscopios más económicos, además de la plataforma gratuita Arduino, y la herramienta matemática “Filtros de Kalman”, todo esto será probado en un pequeño automóvil de control remoto, que estará equipado con dichos sensores.

## **Capítulo 1**

### **Planteamiento del Problema**

#### **1.1 Definición del problema**

Los vehículos autónomos usan sistemas de navegación inercial, para poder guiarse, estos sistemas usan sensores tales como giroscopios magnetómetros y acelerómetros, que se usan en conjunto para mejorar notablemente la exactitud y precisión de la posición proporcionada por estos, pero a pesar de esto, los instrumentos tienen sus propios errores dados por perturbaciones de temperatura, ruido, además del problema con la precisión debido a la integración numérica para hallar posición.

Al usar un solo tipo de sensor para el posicionamiento de los automóviles la inexactitud de este es muy alta, y para usos en espacios cerrados es poco práctico, por ejemplo, el sistema de posicionamiento global o GPS tiene una incertidumbre de aproximadamente 20 metros, a pesar de que la navegación inercial es algo que es usado en muchos vehículos al día de hoy, las aplicaciones para estos en espacios cerrados no son tan accesibles.

Cuando se trabaja con vehículos autónomos en espacios cerrados, se convierte en una tarea más complicada ya que las distintas opciones de posicionamiento como visión artificial, sensores laser y GPS pueden tener grandes imprecisiones debido a la naturaleza del espacio en que se trabaja (Li et al., 2019), por esta razón se busca una forma más precisa para determinar el posicionamiento, sin embargo en la implementación de la navegación inercial se podrían usar giroscopios laser, estos gozan de una muy alta precisión y son la única opción para reemplazar los giroscopios electromecánicos (Korkishko et al., 2018), pero estos son demasiado costosos para hacer el sistema más accesible, por eso se deben contemplar maneras de utilizar sensores de bajo costo, pero mejorando su precisión con el filtro de Kalman.

#### **1.2 Objetivos**

##### **1.2.1 Objetivo general**

- Desarrollar un sistema de navegación inercial y odómetros que nos permita determinar el posicionamiento de un automóvil de juguete, utilizando la plataforma arduino, sensores compatibles con esta y filtros de Kalman para la fusión de variables.

##### **1.2.2 Objetivos específicos**

1. Seleccionar sensores inerciales y metodologías para medición de distancia y ángulos de inclinación.
2. Estimar la posición y los ángulos RP del sistema de navegación inercial

3. Validar el comportamiento del automóvil de juguete realizando pruebas en entornos cerrados, verificando que la posición brindada por el sistema tenga un error mínimo del 10%.

### **1.3 Justificación**

Las incertidumbres de los sistemas de posicionamiento ajenos a la navegación inercial son muy grandes para ser utilizados en espacios cerrados, y los sensores por separados no brindan una gran estimación de la posición, por lo tanto, la navegación inercial sería la solución más acertada, pero esta también goza de algunos problemas, ya que sensores de alta calidad son muy costosos, y para el uso en espacios cerrados es demasiado el costo beneficio de usarlos.

Aunque los giroscopios de fibra óptica sean el siguiente paso de los giroscopios y de la navegación inercial (Korkishko et al., 2018) siguen siendo inviables por su gran costo, por esta razón los giroscopios tradicionales electromecánicos siguen siendo una opción económica ya que pueden ser adquiridos por casi cualquier persona.

Tomando de referencia (Li et al., 2019) podemos darnos cuenta que esta aplicación es esencial para los automóviles autónomos, por tanto, entre más optimización se pueda lograr por medio de la programación mejores serán las contribuciones de este proyecto.

A pesar de tener filtros de kalman implementados en sistemas de navegación inercial, estos no son modificables, esto quiere decir que este tipo de sensores tienen aplicaciones específicas, y no están diseñados para múltiples usos. Si bien en algunas aplicaciones estos filtros que están ya implementados podrían ser más baratos a la hora de desarrollar INS, para nuestro caso la mejor opción es crear un filtro con variables ajustables, ya que en conjunto los sensores junto con el arduino son más baratos que los sensores con el filtro ya implementado, y sus variables Q y R no son modificables.

### **1.4 Impacto Esperado**

La culminación de este proyecto ayudará al avance de la aplicación de sistemas de navegación inercial en espacios cerrados dotando a los investigadores de una fuente más de referenciación para la mejora de estos, y posibles implementaciones.

Lo que se plantea en este proyecto dará referencias para la implementación de sensores de bajo costo en futuros sistemas que se quieran implementar en automóviles automáticos, haciéndolos cada vez más accesibles para la sociedad.

## Capítulo 2 Marco Teórico

### 2.1 Que es un INS

Un sistema de navegación inercial es una técnica de navegación autónoma, cuyas mediciones son otorgadas por acelerómetros y giroscopios, en donde estas son usadas para adquirir la posición y orientación de un objeto conociendo su posición inicial. Woodman, O. J. (2007).

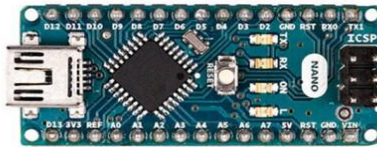
### 2.2 Hardware

En esta sección se mostrarán las diferentes partes de hardware usados en el INS.

#### 2.2.1 Controlador Arduino

Arduino es ante todo una empresa de software y hardware de código abierto. La Comunidad Arduino se refiere al proyecto y la comunidad de usuarios que diseña y utiliza placas de desarrollo basadas en microcontroladores. Estas placas de desarrollo se conocen como módulos Arduino, que son plataformas de creación de prototipos de código abierto. La placa de microcontrolador simplificada viene en una variedad de paquetes de placas de desarrollo.

El Arduino Nano es un tablero pequeño, completo y amigable basado en el ATmega328P. Carece solo de un conector de alimentación de CC y funciona con un cable USB Mini-B en lugar de uno estándar Arduino, Arduino Nano. Arduino, S. A. (2015).



**Figura1.** Arduino Nano

Arduino, Arduino Nano.

|                         |                                    |
|-------------------------|------------------------------------|
| Microcontroller         | ATmega328                          |
| Architecture            | AVR                                |
| Operating Voltage       | 5V                                 |
| Flash Memory            | 32 KB of wich 2K used by bootlader |
| SRAM                    | 2 KB                               |
| Clock Speed             | 16 MHz                             |
| Analog IN Pins          | 8                                  |
| EEPROM                  | 1 KB                               |
| DC Current per I/O Pins | 40 mA (I/O Pins)                   |
| Input Voltage           | 7-12 V                             |
| Digital I/O Pins        | 22 (6 of which are PWM)            |
| PWM Output              | 6                                  |
| Power Consumption       | 19 mA                              |
| PCB Size                | 18 x 45 mm                         |
| Weight                  | 7 g                                |
| Product Code            | A000005                            |

**Tabla1.** Especificaciones Arduino Mega  
Villarroel González, C. A. (2017).

### 2.2.2 Sensores Inerciales MEMS

Un sensor se entiende como el elemento encargado de transformar algunos estímulos químicos o físicos en energía eléctrica. Su función es medir algunas variables físicas de interés y generar una señal eléctrica, comúnmente expresada como voltaje, que puede ser procesada por una unidad de cálculo. Villarroel González, C. A. (2017).

### 2.2.3 Sensores Utilizados

En este proyecto se hace uso de dos sensores digitales, el MPU6050 y el sensor de efecto hall 55100, el MPU6050 contiene un MEMS acelerómetro y un MEMS giroscopio, en un solo chip como se ve en la **Figura2**.



**Figura2.** MPU6050

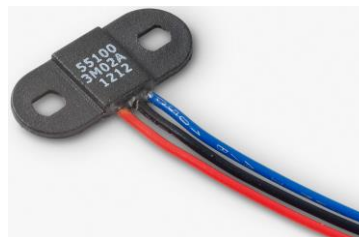
Villarroel González, C. A. (2017).

|                                                                                                                              |                                              |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| I2C Digital-output of 6-axis MotionFusion data in rotation matrix, quaternion, Euler Angle, or raw data format               |                                              |
| Input Voltage                                                                                                                | 2.3 - 3.4V                                   |
| Selectable Solder Jumpers                                                                                                    | CLK, FSYNC and AD0                           |
| Tri-Axis angular rate sensor (gyro) a full-scale range                                                                       | $\pm 50$ , $\pm 500$ , $\pm 1000$ ,          |
| Tri-Axis accelerometer with a full scale range of                                                                            | $\pm 2g$ , $\pm 4g$ , $\pm 8g$ and $\pm 16g$ |
| Digital Motion Processing™ (DMPTM) engine offloads complex MotionFusion, sensor timing synchronization and gesture detection |                                              |
| Embedded algorithms for run-time bias and compass calibration. No user intervention required                                 |                                              |
| Digital-output temperature sensor                                                                                            |                                              |
| Dimensions                                                                                                                   | 25.5 x 15.2 x 2.48mm                         |

**Tabla2.** Especificaciones MPU6050

Villarroel González, C. A. (2017).

El sensor de efecto hall 55100 es un sensor digital que puede ser programable para que funcione de manera analógica, y funciona por medio de un imán que lo activa, este modelo es la versión de 3 cables que cuenta con protección inversa y de sobretensión, las aplicaciones incluyen: posición, medición de revoluciones por minuto RPM, medición de flujo, conmutación de motor de corriente continua sin escobillas, sensores de ángulo entre otras, este es activado con el polo negativo de los imanes, y estas son sus especificaciones. Littelfuse. (2015).



**Figura3.** Sensor de efecto hall 55100



Algunas de las características del sensor de efecto Hall son:

| Hall Type                                              |                                                          |                          | Digital Switch<br>Three-Wire<br>(Voltage Output) | Digital Switch<br>Two-Wire<br>(Current Output) | A - Analogue<br>(Programmable<br>Only) |
|--------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------------------------------|------------------------------------------------|----------------------------------------|
| Supply Voltage<br>1                                    | Absolute Ratings<br>Operate<br>Overvoltage<br>Protection | Vdc<br>Vdc<br>Vdc - max. | -15 to +28<br>+3.8 to +24<br>32                  | -15 to +28<br>+3.75 to +24<br>32               | 8.5<br>4.5 - 5.5<br>19.5               |
| Output High Voltage                                    |                                                          | Vdc - min.               | Sinking output                                   | N/A                                            | 4.65                                   |
| Output Low Voltage                                     |                                                          | Vdc - max.               | 0.4 @ 20mA                                       | N/A                                            | 0.35                                   |
| Output Current (continuously on)                       |                                                          | mA - max.                | 20                                               | N/A                                            | -1.0 to +1.0                           |
| Current<br>Consumption<br>Over<br>Temperature<br>Range | Low<br>High                                              | mA - min.<br>mA - max.   | 1.6 - 5.2<br>1.6 - 5.2                           | 5.0 - 6.9<br>12.0 - 17.0                       | 2.0 - 10.0<br>2.0 - 10.0               |
| Switching Speed                                        |                                                          | kHz - max                | 10                                               | 10                                             | 2                                      |
| Temperature                                            | Operating                                                | °C                       | -40 to +100                                      | -40 to +100                                    | -40 to +100                            |

**Tabla3.** Especificaciones Hall Effect 55100.  
Datasheet 55100.

## 2.3 Orientación del acelerómetro

En esta sección se mostró como se obtienen las variables que nos otorga el acelerómetro para la orientación del automóvil.

### 2.3.1 Variables del Acelerómetro

El acelerómetro mide dos componentes de aceleración sobre cada eje. Una representada con la letra  $g$ , que es un vector con la aceleración de la gravedad y otra llamada  $a_r$  que mide la aceleración del cuerpo en cada uno de sus ejes.

Las lecturas del sensor, en forma de sus valores normalizados, está dada por:

$$G_p = \frac{\begin{bmatrix} G_{px} \\ G_{py} \\ G_{pz} \end{bmatrix}}{\sqrt{G_{px}^2 + G_{py}^2 + G_{pz}^2}}$$

Esta se puede expresar en términos de la aceleración de la gravedad como:

$$G_p = \begin{bmatrix} G_{px} \\ G_{py} \\ G_{pz} \end{bmatrix} = R_{xyz}(g - a_r)$$

En este caso nos interesa encontrar la matriz  $a_r$  y los ángulos de orientación del cuerpo respecto a la gravedad, hay que remover las lecturas del acelerómetro por medio de un filtro pasa altas.

La aceleración del cuerpo se puede expresar como:

$$a_r = \frac{\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}$$

a matriz  $g$  representa la aceleración de la gravedad, esta es perpendicular al centro de la tierra y solo tiene componente sobre el eje  $z$  y se expresa en valores normalizados como:

$$g = \frac{\vec{g}}{\|g\|} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

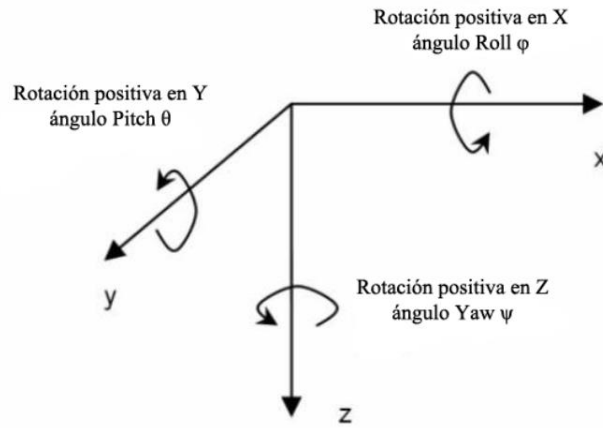
En definitiva, para hallar los ángulos de inclinación de un cuerpo a partir de las lecturas dadas por un acelerómetro se puede expresar como:

$$G_p = \begin{bmatrix} G_{px} \\ G_{py} \\ G_{pz} \end{bmatrix} = R_{xyz} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

La matriz de rotación  $R_{xyz}$  describe la rotación del sensor en cada uno de sus ejes. En el eje  $X$  se rota un ángulo  $\varphi$ , en el eje  $Y$  gira un ángulo  $\theta$  y sobre el eje  $Z$  gira un ángulo  $\psi$ .

### 2.3.2 Ángulos RPY

Partiendo de los ejes de coordenadas que sirven de referencia de las IMU, las rotaciones respecto a estos ejes provocaran el cambio en la orientación del objeto, y se definen de la siguiente forma.



**Figura4.** Ángulos RPY

Rivas, M. (2006)

Los ángulos Roll, Pitch y Yaw representan las tres rotaciones sobre los ejes X, Y y Z respectivamente. Rivas, M. (2006)

Se puede obtener la matriz de giro en base a tres matrices que giran sobre cada ángulo, las cuales son:

Giro en Roll

$$R_x(\varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & \sin(\varphi) \\ 0 & -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix}$$

Giro en Pitch

$$R_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

Giro en Yaw

$$R_z(\psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Con estas 3 matrices podemos hallar la matriz de transformación total que se define como:

$$R_{xyz} = R_x(\varphi) \cdot R_y(\theta) \cdot R_z(\varphi)$$

$$\begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ \cos \psi \sin \theta \sin \varphi - \cos \varphi \sin \psi & \cos \varphi \cos \psi + \sin \theta \sin \varphi \sin \psi & \cos \theta \sin \varphi \\ \cos \varphi \cos \psi \sin \theta + \sin \varphi \sin \psi & \cos \varphi \sin \theta \sin \psi - \cos \psi \sin \varphi & \cos \theta \cos \varphi \end{bmatrix}$$

Para encontrar la matriz  $R_{xyz}$  se deben encontrar los valores de los ángulos de Pitch, Roll, pero el valor de Yaw no puede ser hallado debido al problema para determinar la orientación de un cuerpo con los ángulos que se denomina “El bloqueo del cardan”. Debido a esto se pierde un grado de libertad cuando el eje de rotación coincide con el eje Z y este no se puede calcular, Vince, J. (2011).

Para hallar entonces estos dos ángulos se puede tomar la última columna de la matriz de rotación como:

$$\frac{G_p}{\|G_p\|} = \frac{\begin{bmatrix} G_{px} \\ G_{py} \\ G_{pz} \end{bmatrix}}{\sqrt{G_{px}^2 + G_{py}^2 + G_{pz}^2}} = \begin{bmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta) \sin(\varphi) \\ \cos(\theta) \cos(\varphi) \end{bmatrix}$$

Los ángulos de Pitch, Roll se puede calcular como:

$$\tan(\varphi) = \frac{G_{py}}{G_{pz}}$$

$$\tan(\theta) = \frac{-G_{px}}{G_{py} \sin(\varphi) + G_{pz} \cos(\varphi)} = \frac{-G_{px}}{\sqrt{G_{py}^2 + G_{pz}^2}}$$

Romaniuk, S., & Gosiewski, Z. (2014).

## 2.4 Inclinación a partir del giroscopio

El giroscopio nos brinda la lectura de velocidad de cambio de un ángulo, al integrar esta variante obtenemos los ángulos de giro en cada eje. Aunque tiene un problema de trasfondo, y es que el giroscopio solo mide ángulos relativos a la orientación inicial. Ya que la integral necesita un ángulo inicial.

$$\theta = \int w \, dt + \theta_o$$

Se debe tener en cuenta el error de derivada, que se presenta debido a los cambios de temperatura del sensor, y ocurre cuando se hace el cálculo del ángulo por medio de integración. Este error de derivada quiere decir que, aunque el sensor esté completamente en reposo el ángulo tendrá un error progresivo.

## 2.5 Integración numérica

### 2.5.1 Regla del trapecio

Es una forma sencilla de integrar una función con un error relativamente bajo. Consiste en dividir el intervalo de interpolación  $[a, b]$  en  $n$  intervalos más pequeños cada uno de ancho  $\Delta x = (b - a)/n$  de modo tal que:

$$= x_0 < x_1 < x_2 < \cdots < x_n = b$$

Sea  $f$  continua  $[a, b]$ . La regla de los trapecios para aproximar  $\int_a^b f(x)dx$  está dada por

$$\int_a^b f(x) dx \approx T_n = \frac{b-a}{2n} [f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \cdots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

Cuando  $n \rightarrow \infty$ , el lado derecho se aproxima a  $\int_a^b f(x)dx$

Stewart, J. (2008)

Para que la regla anterior tenga buenas aproximaciones se den tener en cuenta las siguientes condiciones:

- La señal debe ser libre de ruido. Generalmente se debe usar un filtro pasa-bajo para remover las frecuencias altas.

- En la señal no debe haber derivas. Las señales de deriva deben ser removidos, puesto que la deriva causará una alta concentración del error.

- Debe existir una tarea de calibración, es decir debe existir experimentos controlados donde se conozca con precisión la variable a integrar y la señal a obtener. Se recomienda tener sensores de respaldo para reducir el error.

- Para reducir los errores de integración los periodos de muestreo deben ser lo más pequeños posibles.

- El intervalo de muestreo siempre debe ser el mismo.

### 2.5.2 Regla de Simpson

Sea  $f$  continua en  $[a, b]$  y sea  $n$  un entero par. La regla de Simpson para aproximar  $\int_a^b f(x)dx$  es

$$\int_a^b f(x) dx = \left(\frac{b-a}{3n}\right) [f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + \cdots + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

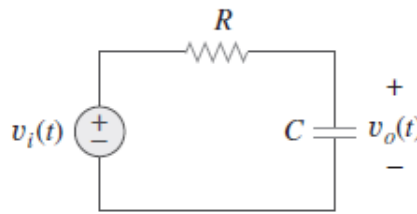
Cuando  $n \rightarrow \infty$  el lado derecho tiende a  $\int_a^b f(x)dx$  (Larson, R., & Edwards, B. 2016)

Al final el método de Simpson es más exacto que el hallado con la regla de integración trapezoidal.

## 2.6 Filtros de las señales MEMS

### 2.5.1 Filtro pasa bajas

El filtro pasa bajas es un circuito eléctrico que se encarga de dejar pasar las frecuencias por debajo de la señal de corte y las señales por arriba de esta son atenuadas o las vuelve a cero.



**Figura5.** Filtro Pasa Bajas RC

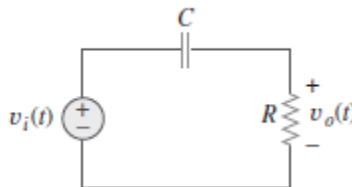
Alexander, C. K., & Sadiku, M. N. (2013).

La función de transferencia del filtro pasa bajas es:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C}$$

### 2.6.2 Filtro pasa altas

En el circuito pasa altas implementado con una red RC la salida es tomada en la resistencia, este deja pasar las frecuencias altas mientras que bloquea las bajas.



**Figura6.** Filtro Pasa Altas RC

Alexander, C. K., & Sadiku, M. N. (2013).

Su función de transferencia está dada por la ecuación:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

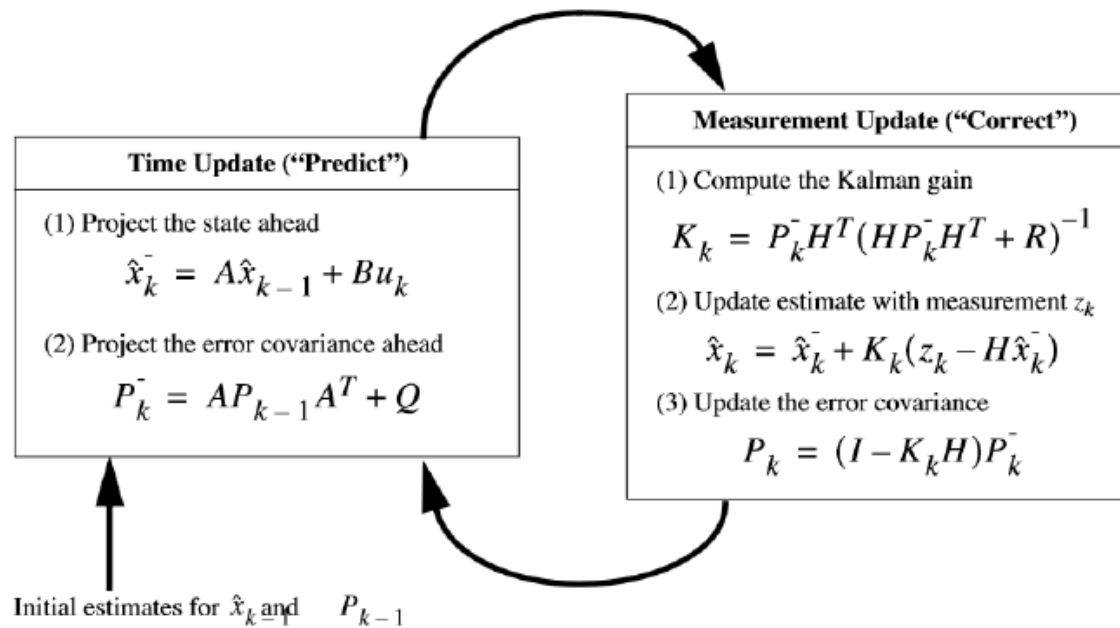
### 2.7 Filtros de Kalman

El filtro de Kalman es un conjunto de ecuaciones matemáticas que proporciona una solución computacional (recursiva) eficiente del método de mínimos cuadrados. El filtro es muy poderoso en varios aspectos: admite estimaciones de estados pasados, presentes e incluso futuros, y puede hacerlo incluso cuando se desconoce la naturaleza precisa del sistema modelado. Welch, G., & Bishop, G. (1995).

Los filtros de Kalman se usan donde haya sistemas dinámicos que tienen una alta incertidumbre, y deba hacer una buena sugerencia acerca del sistema, son ideales para sistemas sujetos a cambios continuos, además de que tienen la ventaja de que usan poca memoria, son rápidos en convergencia y en tiempo de cómputo, lo que lo hace ideal para sistemas que tengan que ser resueltos en tiempo real.

“Las ecuaciones para el filtro de Kalman se dividen en dos grupos: ecuaciones de actualización de tiempo y medición”

Para aplicar el filtro de Kalman se tiene que tener en cuenta el diagrama de la predicción y corrección que tenemos en la **Figura7**.



**Figura7.** Diagrama de predicción y corrección

McCarron, B. (2013).

Este esquema explica cómo funciona el filtro de Kalman que se usó en el proyecto, en este se muestra que el filtro cuenta con dos etapas, la primera es la etapa de predicción, y la segunda es la etapa de corrección. En la etapa de predicción se plantea la estimación del estado y la estimación del error de covarianza en este último en una matriz. Para la etapa de corrección se plantea la ganancia de Kalman, la actualización del estado estimado con los nuevos datos adquiridos, y la actualización del error de covarianza usando la ganancia de kalman.

$u_k$  se refiere a la entrada de control, donde el estado del sistema no cambia entra pasos,  $H$  relaciona el estado actual con la medición, este estado de medición es el estado actual equivalente,  $Q$  es la covarianza del ruido en el proceso, esta es una constante que se puede ajustar, pero se sacó del texto de referencia McCarron, B. (2013),  $R$  hace referencia al ruido de medición, este ruido son las fluctuaciones que tiene el acelerómetro cuando se somete a vibraciones.



### Capítulo 3

#### Antecedentes

En 2017 (Cuenca & Leon, 2017), llevó a cabo un trabajo de investigación donde se implementó un sistema de navegación inercial para mejorar la precisión de posicionamiento de un prototipo de GPS en una trayectoria, en este se usó tanto un sistema de navegación inercial como de posicionamiento global, en este se calibraron los sensores en Python y la interfaz se desarrolló en Processing, además se utilizó un filtro de Kalman para el acoplamiento de estos dos sistemas, también se aplicó un filtro MADGWICK para una estabilización mas rápida y precisa en la unidad de medición inercial, y el resultado fue una mejora del 93% de precisión respecto al posicionamiento global tradicional.

En 2017 (Villarroel González, C. A. 2017). Realizó un proyecto en el cual se buscaba rastrear a una persona en un ambiente al aire libre. Para esto se propuso un sistema de navegación inercial, a su vez la estructura de este sistema se dividió en cuatro subsistemas: hardware, filtrado de señales, procesamiento de señal y software. En este proyecto no se utilizaron referencias externas como el GPS, en cambio la señal de aceleración bruta es filtrada por tres métodos diferentes: filtro de kalman, “Noise Filter” y filtro de media móvil simple. Luego la señal filtrada se integra mediante la regla del trapecio, esta señal tiene un error llamado “drift”, para el cual un filtro de paso lento se usa para disminuirlo. La orientación se calcula utilizando el filtro de kalman. Al final los resultados resultaron ser insatisfactorios, y cabe destacar que para este proyecto se hizo uso de un sensor MPU6050.

En 2009 (Ferrer Mínguez, G. 2009) realizó un proyecto el cual consistía en estimar la actitud y la posición de un avión no tripulado utilizando sensores inerciales, un magnetómetro y un GPS, estos sensores estaban instalados en el fuselaje del avión, el objetivo principal era utilizar el avión como plataforma para un radar de apertura sintética (SAR). Los SAR son típicamente usados en satélites o aviones grandes, pero la ventaja de este proyecto es una reducción significativa del coste. Mediante la integración usando el filtro de kalman se estimó la actitud y la posición del avión.

En 2006 (Bryson & Sukkarieh, 2006). implementaron filtros de Kalman creando sistemas de navegación inercial para aeronaves no tripuladas, pero siguiendo la premisa de usar sensores de bajo costo, combinando este sistema con GPS se estimaron los errores para disminuirlos, este sistema usa ángulos de Euler como referencia para el posicionamiento, además de eso el sistema usa un sistema dinámico del avión.

En 2011 (Sarango Cuenca, 2011). implementó filtros de Kalman en sistemas aéreos usándose el sistema de navegación inercial como plataforma para un radar SAR.

En 2019 (Li et al., 2019). utilizó un sistema de navegación inercial para implementarlo en autos que estuvieran dentro de estacionamientos, ya que otro tipo de sensores pierden mucha exactitud cuando los autos están dentro de estacionamientos.

En 2016 (Belhajem, I., Maissa, Y. B., & Tamtaoui, A. 2016, May) propuso un sistema de posicionamiento robusto y de bajo costo usando Machine Learning donde se usaban un giroscopio, un odómetro y un sistema de GPS, este es robusto porque usa redes neuronales para conocer el error de posición durante la presencia de la señal GPS.

## **Capítulo 4**

### **Marco metodológico**

#### **4.1 Diseño**

Este proyecto cuenta con un enfoque de tipo cuantitativo, es de tipo experimental donde el rendimiento se mide en el porcentaje de error entregada por el conjunto de sensores haciendo uso del filtro de kalman, esta posición se midió en metros respecto a la posición inicial.

#### **4.2 Tipo de investigación**

La investigación es de tipo experimental ya que, mediante la manipulación de un algoritmo de Kalman, buscamos obtener una optimización en la exactitud de la posición brindada por el sistema de navegación.

#### **4.3 Instrumentos**

Se usaron los sensores de efecto hall 55100, GY-521/MPU6050 giroscopio y acelerómetro, un regulador de voltaje 7805, un arduino mega con chip ATmega328, cable mini USB, un automóvil a control remoto, un módulo Bluetooth HZS-040, una laptop ASUS N46VJ, 4 baterías recargables de 5800 mAh a 3.7V cada una, una resistencia de  $1K\Omega$ , un metro retráctil de 7m, un transportador común, dos imanes y una cinta negra.

En la sección **4.4.1** se muestra el motivo para escoger estos sensores.

#### **4.4 Procedimiento**

Para lograr la construcción y desarrollo del sistema de navegación inercial, se desarrollaron los siguientes puntos.

##### **4.4.1 Selección de sensores inerciales**

Para la selección de sensores inerciales se tuvo en cuenta el coste de este, con esto nos referimos al más económico y que cumpla con las necesidades del proyecto, también se tuvo en cuenta si traían o no filtros ya implementados, para poder comprobar la utilidad de este a comparación de un filtro programado en arduino y sintonizado mediante experimentación y referencias bibliográficas, además se revisaba su datasheet, y la fuente principal de precios eran tiendas online como Amazon.

#### 4.4.2 Familiarización con los sensores

Una vez seleccionados los sensores, se estudió cada uno para identificar como es su funcionamiento y el algoritmo necesario para tomar los datos desde un arduino, como es el caso de algoritmos de ejemplo encontrados en los foros oficiales de arduino, con esto se buscó entender el funcionamiento de cada sensor individualmente, estos sensores funcionan de la siguiente manera:

##### 4.4.2.1 GY-521/MPU6050

El giroscopio y acelerómetro de tres ejes toma medidas del cambio en los tres ángulos, es decir la velocidad angular en los tres ejes, y la aceleración, los pines SCL y SDA tienen una resistencia pull-up, la dirección I2C que usamos es la 0X69, la conexión para arduino nano es SCL con pin A5, y SDA con A4, el código de prueba está en el **AnexoA**.

##### 4.4.2.2 Sensor de efecto hall 55100

El sensor de efecto hall 55100 como ya conocemos es un sensor digital que también puede ser configurado de manera análoga, su funcionamiento cuando su configuración es digital resulta sencillo, ya que el sensor envía un alto lógico cuando no hay presencia del imán que lo activa, y cuando este imán está frente al sensor en su distancia de trabajo, el sensor envía un 0 lógico, al puerto digital, el código de prueba está en el **AnexoB**.

#### 4.4.3 Selección de metodología para medición de distancia y ángulos de inclinación

Para este punto se tuvo en cuenta lo que se obtuvo de la familiarización de los objetivos, ya que se verá que ángulos podemos medir y como los podemos medir usando arduino, además se seleccionará la metodología para el sensor de efecto hall, si se usará para medir RPM o distancia.

Teniendo en cuenta lo visto en la sección 2.3.2, tenemos las siguientes ecuaciones:

$$\tan(\varphi) = \frac{G_{py}}{G_{pz}}$$

$$\tan(\theta) = \frac{-G_{px}}{G_{py} \sin(\varphi) + G_{pz} \cos(\varphi)} = \frac{-G_{px}}{\sqrt{G_{py}^2 + G_{pz}^2}}$$

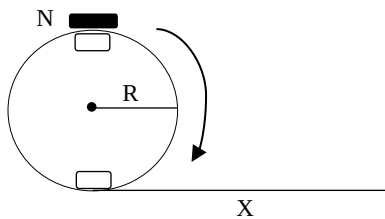
Donde  $\varphi$  es el ángulo Pitch,  $\theta$  es el ángulo Roll,  $G_{px}$ ,  $G_{py}$ ,  $G_{pz}$  son las aceleraciones del sensor respectivamente.

De estas ecuaciones si aplicamos tangente inversa y podemos obtener los ángulos Roll y Pitch.

Para el sensor de efecto hall como queremos hallar distancia lo que se hizo fue calcular los cm que recorre la rueda de un imán al otro, si una vuelta en una rueda corresponde a  $2\pi$  media vuelta sería  $\pi$  y por tanto cada vez que el sensor se active la distancia va aumentar X cantidad, como se muestra en la ecuación:

$$X = \pi * R * N$$

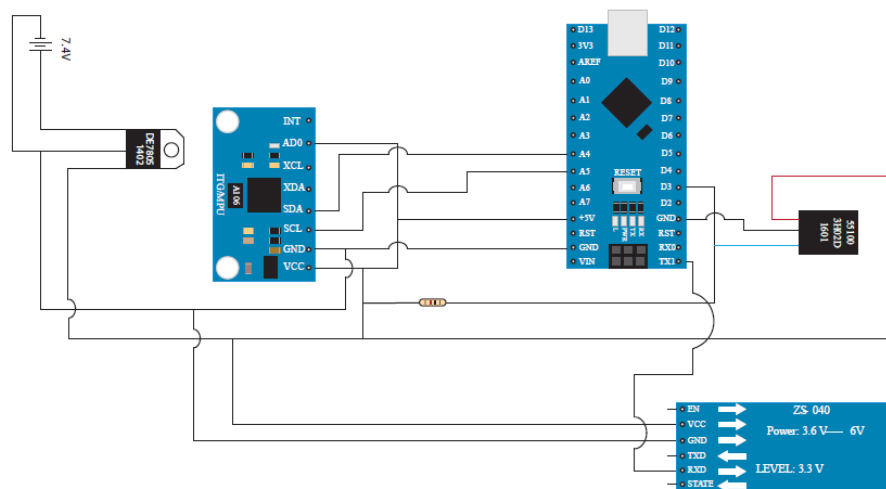
Donde  $X$  es la distancia,  $R$  el radio de la rueda, y  $N$  el numero de veces que se ha activado el sensor.



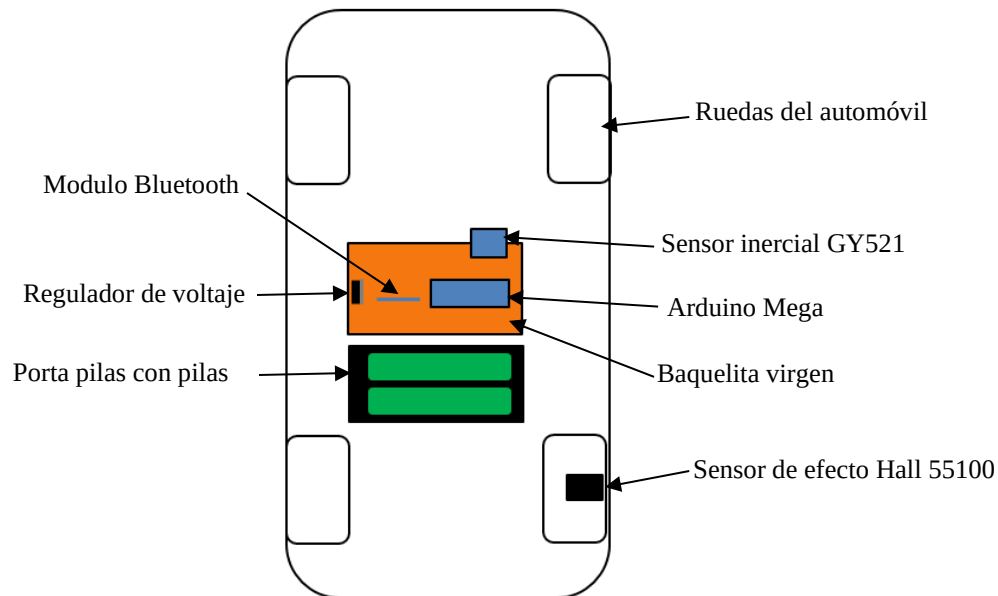
**Figura8.** Sistema de distancia Hall

#### 4.4.4 Montaje de los sensores en el automóvil de juguete

Se ajustaron los sensores al automóvil y se verificó su buen funcionamiento, es decir que se arrojaran datos con los valores de error establecidos en sus especificaciones técnicas, y también se verificara el porcentaje de error medible en los sensores, este dato es importante ya que es necesario para comprobar el error del algoritmo de Kalman.

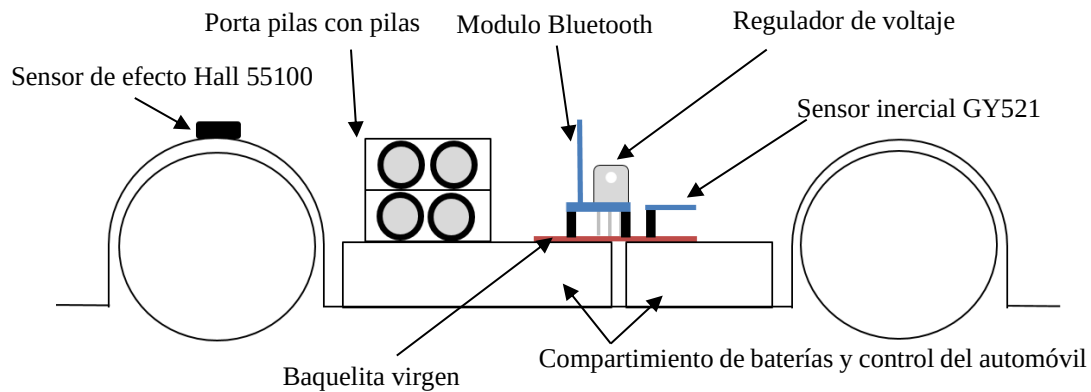


**Figura9.** Esquema del montaje



**Figura10.** Esquema de montaje vista superior

En la **Figura10.** tenemos una vista desde arriba de donde están ubicados los componentes.



**Figura11.** Esquema de montaje vista lateral derecha

En la **Figura11.** Tenemos una vista lateral derecha de donde se encuentran ubicados los componentes del automóvil, las conexiones están especificadas en la **Figura9.**

#### 4.4.5 Desarrollo del algoritmo para Arduino

Primero que todo se deben establecer las matrices y parámetros para poder tener una idea clara de lo que pondremos en el código, por tanto, empezaremos aplicando el filtro a los ángulos RP, para hacer esto tenemos que guiarnos por el esquema mostrado en la **Figura7.**

Se empieza con el estado estimado del ángulo que se puede calcular siguiendo el diagrama, adaptándolo a la necesidad, en este caso el ángulo es el que se desea calcular.

$$\theta = \theta + \Delta t(\dot{\theta} - \dot{\theta}_b)$$

Luego se halla la matriz de desviación P.

$$\begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} \\ P_{10} & P_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{00} + \Delta t(\Delta t P_{11} - P_{01} - P_{10} + Q_{\theta}) & P_{01} - \Delta t P_{11} \\ P_{10} - \Delta t P_{11} & P_{11} + Q_{\dot{\theta}} \end{bmatrix}$$

La innovación puede ser calculada como:

$$\tilde{y}_k = z_k - H\hat{x}_k$$

Después se procede a hallar la ganancia de Kalman, para más comodidad resolvemos primero lo que se encuentra dentro del paréntesis.

$$s_k = HP_k H^T + R$$

$$s_k = P_{00} + var(v)$$

$$K_k = \begin{bmatrix} K_0 \\ K_1 \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} P_{00} \\ P_{10} \end{bmatrix}}{s_k}$$

Actualizar la estimación con la medición  $z_k$ , como ya mencionamos antes  $\tilde{y}_k$  es la innovación.

$$\begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}_{k-1} + \begin{bmatrix} K_0 \\ K_1 \end{bmatrix} \tilde{y}_k$$

Y se actualiza el error de covarianza

$$\begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} \\ P_{10} & P_{11} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} \\ P_{10} & P_{11} \end{bmatrix}_{k-1} - \begin{bmatrix} K_0 P_{00} & K_0 P_{01} \\ K_1 P_{10} & K_1 P_{11} \end{bmatrix}$$

Ahora se aplica el filtro, pero a una matriz de 3x3 incorporando la medida de distancia brindada por el odómetro.

Empezamos con el estado estimado de la posición

$$X = X + \Delta t(\ddot{X} \frac{\Delta t}{2} - \dot{X}_b)$$

Establecemos la matriz de desviación P como:

$$\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} P_{11} - \left( P_{32} + P_{23} + P_{33} \frac{\Delta t}{2} \right) \frac{\Delta t^3}{2} + Q_{11} \Delta t & P_{12} - (P_{32} + 2P_{23} - P_{33} \Delta t) \frac{\Delta t^2}{2} & P_{13} + (2P_{32} - P_{33} \Delta t) \frac{\Delta t^2}{2} \\ P_{21} - (2P_{32} + P_{23} - P_{33} \Delta t) \frac{\Delta t^2}{2} & P_{22} - (P_{32} + P_{23} - P_{33} \Delta t) \Delta t + Q_{22} \Delta t & P_{23} - P_{33} \Delta t \\ P_{31} + P_{32} \Delta t - P_{33} \frac{\Delta t^2}{2} & P_{32} - P_{33} \Delta t & P_{33} + Q_{33} \Delta t \end{bmatrix}$$

El vector de medición se calcula como

$$S_k = P_{11} + R$$

Ahora definimos la ganancia de kalman

$$\begin{bmatrix} K_{11} \\ K_{21} \\ K_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{P_{11}}{P_{11} + R} \\ \frac{P_{21}}{P_{11} + R} \\ \frac{P_{31}}{P_{11} + R} \end{bmatrix}$$

Ahora actualizamos la estimación de la medición

$$\begin{bmatrix} X_k \\ \dot{X}_k \\ \ddot{X}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11}(X - X_{k-1}) \\ K_{21}(\dot{X} - \dot{X}_{k-1}) \\ K_{31}(\ddot{X} - \ddot{X}_{k-1}) \end{bmatrix}$$

Donde  $X$ ,  $\dot{X}$ ,  $\ddot{X}$  Representa la distancia, la velocidad y la aceleración respectivamente.

Y finalmente se actualiza el error de covarianza.

$$\begin{bmatrix} Pk_{11} & Pk_{12} & Pk_{13} \\ Pk_{21} & Pk_{22} & Pk_{23} \\ Pk_{31} & Pk_{32} & Pk_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Pk_{11} - K_{11}P_{11} & Pk_{12} - K_{11}P_{12} & Pk_{13} - K_{11}P_{13} \\ Pk_{21} - K_{21}P_{11} & Pk_{22} - K_{21}P_{12} & Pk_{23} - K_{21}P_{13} \\ Pk_{31} - K_{31}P_{11} & Pk_{32} - K_{31}P_{12} & Pk_{33} - K_{31}P_{13} \end{bmatrix}$$

Donde Pk es la actualización del error de covarianza K son las componentes de la constante de kalman, y P el estado anterior.

Los valores de  $Q$ ,  $R$  y  $P$  para el filtro aplicado a ángulos RPY y para el filtro aplicado a distancia son valores que se sintonizan, estos hacen referencia a incertidumbres externas y a la propia del sensor, estos valores fueron encontrados en McCarron, B. (2013).

#### **4.4.6 Establecimiento del envío de señal en tiempo real indicando la posición**

Se añadió un sistema de transmisión inalámbrica vía Bluetooth para establecer comunicación al computador con el fin de conocer la posición del vehículo en tiempo real, esto se realizó en este proyecto ya que, en un automóvil inteligente real, estas computadoras se encuentran dentro del mismo y no hay necesidad de esta transmisión remota de datos al menos para el INS.

#### **4.4.7 Pruebas**

Para observar el desempeño del filtro de Kalman era importante que se realizaran mediciones sobre distintas superficies para verificar que no haya ruido, ya que los sensores trabajan en conjunto y las vibraciones son algo que se puede presentar con el uso en situaciones reales, además de esto también se hicieron las pruebas cambiando los ángulos de inclinación del camino usando superficies rectas o con inclinaciones variables que nos proporcionaba la carretera, pasillo o que fueron ajustadas en un laboratorio mediante un canal.

La prueba consistía en hacer recorridos de prueba, de máximo 10 metros, donde se utilizó un metro para medir la distancia y poner marcas en el piso a cada metro usando ya sea cinta o tiza para indicarlo, adicional a esto se utilizaba un transportador para hallar el ángulo de elevación de cada camino y con este su porcentaje de inclinación. Los recorridos consistían en mover el automóvil por el camino marcado haciendo paradas cada un metro y tomando el valor que nos arroja el INS, este se compara con el valor real para verificar el porcentaje de error que tiene, en cada camino se hacía este recorrido 5 veces en los dos sentidos, excepto en las superficies planas con porcentaje de inclinación cercano a 0.



El primer escenario donde se hicieron las pruebas fue en el laboratorio de máquinas eléctricas.



**Figura12.** Laboratorio de máquinas eléctricas.



**Figura13.** Laboratorio de máquinas eléctricas.

Para realizar las pruebas se midieron diez distancias de un metro que fueron indicadas utilizando la cinta negra, el piso del laboratorio es un piso liso con una pendiente cercana al 0%, el automóvil de juguete se movía metro por metro registrando el dato de posición arrojado por el código de arduino, y se repitió este procedimiento cinco veces.

El segundo escenario es en un pasillo del mismo edificio.



**Figura14.** Pasillo edificio k.



**Figura15.** Pasillo edificio K.

Este es un piso cubierto de baldosas con una pendiente cercana al 0%, en este se tomaron las mismas diez medidas de un metro y también se indicaron con cinta negra, el procedimiento es el mismo que en el primer escenario.

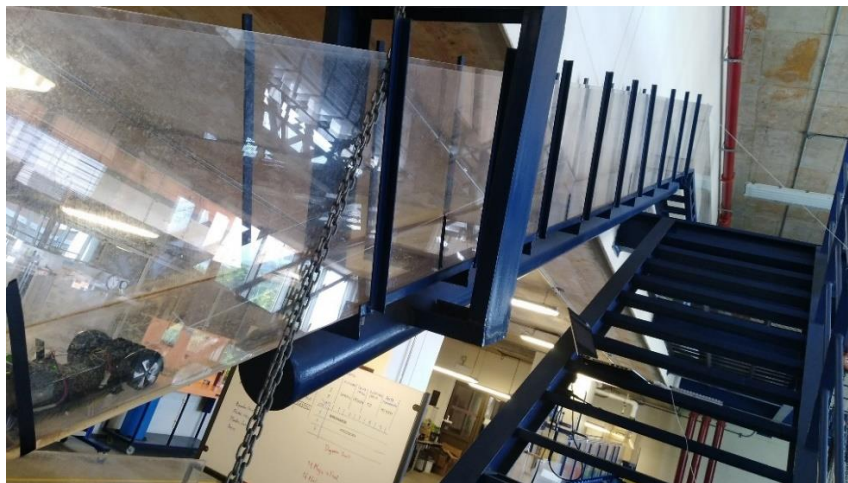
El tercer escenario es una vía de la universidad



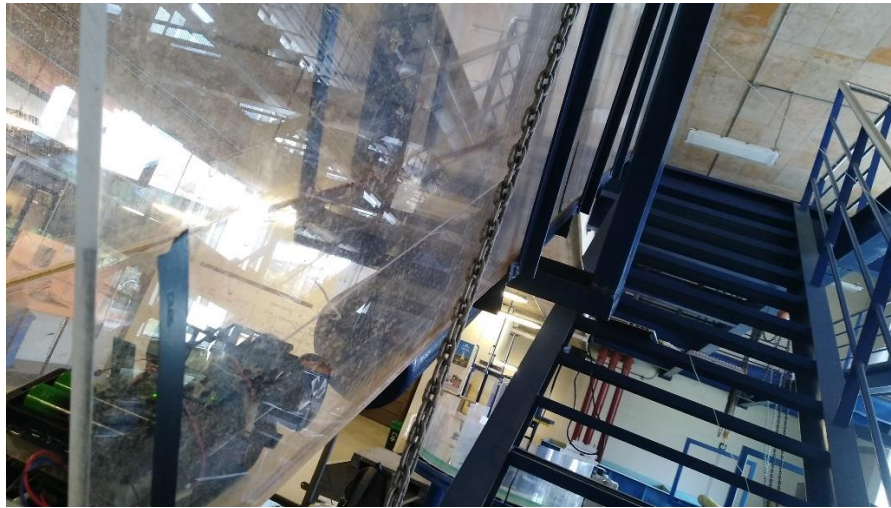
**Figura16.** Vía pavimentada.

Esta vía está pavimentada y tiene una pendiente del 16%, se tomaron las diez medidas de un metro indicándolas con una tiza amarilla, y se registraron los valores entregados por el sistema metro a metro, para este escenario se obtuvieron los valores tanto en subida como en bajada.

El cuarto escenario fue un canal ubicado en el laboratorio de hidráulica de la universidad.



**Figura17.** Canal laboratorio de hidráulica.



**Figura18.** Canal laboratorio de hidráulica.

Este canal cuenta con la ventaja de que se puede modificar su pendiente, por lo cual nos ofrece variación de pendientes dentro de su rango de inclinación, que va desde pendientes del 53% hasta pendientes del 73%, el único inconveniente es que el largo máximo de este canal es de 5m, y debido a las dimensiones del automóvil de juguete, no se podía obtener las medidas hasta los 5m, por lo cual se realizó el mismo procedimiento que en los demás escenarios con la diferencia de que en vez de mover el automóvil 10m se movió 4m, y como es el caso de una plano inclinado se hicieron las pruebas tanto en subida como en bajada, igual que en el escenario anterior.

Además de lo anterior también se llevó a cabo una prueba que es para encontrar los porcentajes de error en los ángulos brindados por los sensores inerciales, esta prueba consistía en fijar el auto a una tabla y hacerla girar en los ejes de los ángulos que queremos medir variando este ángulo en pasos de  $10^\circ$  indicando en la tabla el sentido en que el auto se mueve, este proceso se repite 5 veces para cada medida, y el eje tiene un transportador el cual se encarga de brindarnos las medidas reales.

#### **4.4.8 Optimización del algoritmo**

Esta sección estaba dedicada a la sintonización de los valores de Q y R del filtro de Kalman ya que en un principio fueron tomados de la literatura para ver el comportamiento del filtro con estos valores, y ya que se obtuvieron buenos resultados se decidió dejar estos valores intactos y comentar el código para que fuera más simple de entender para el lector.



## Capítulo 5

### Resultados

#### 5.1 Selección de sensores inerciales

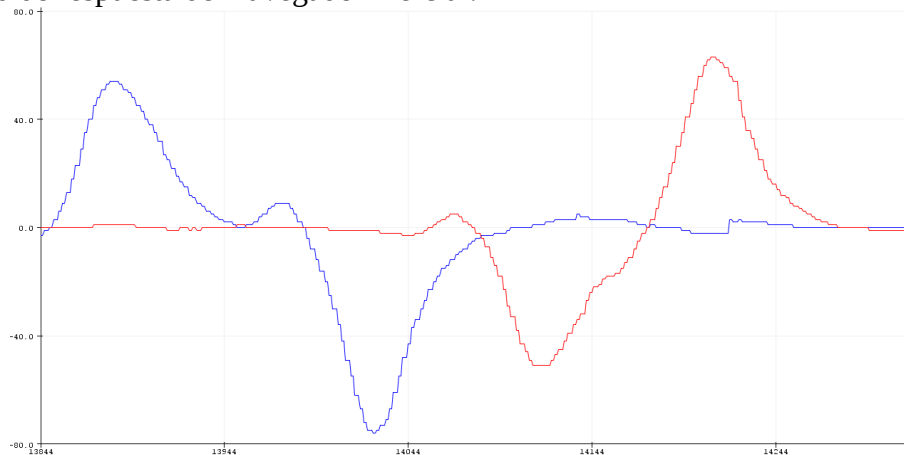
Se buscaron dos tipos de sensores INS: Sin filtro y con filtro de Kalman, además de esto buscamos que fueran lo más económicos posible,

| Sensor (Referencia) | Descripción                                                                                                                   | Filtro de Kalman Integrado | Precio (COP)      |
|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|-------------------|
| GY-521 MPU6050      | Módulo de acelerómetro 3 ejes, 6 ejes giroscopio, 16 Bits AD Convertidor                                                      | NO                         | \$9000-\$12000    |
| IIC/SPI LSM6DS3     | 3D Acelerómetro y 3D giroscopio                                                                                               | NO                         | \$18000-\$20000   |
| CMPS11              | 3 ejes magnetómetro, giroscopio y acelerómetro, aplicado al balanceo de aeronaves, altímetro de navegación interior inercial. | SI                         | \$180000-\$215000 |

**Tabla4.** Sensores inerciales

Se buscaron distintos sensores inerciales, y en la tabla se pusieron los dos más baratos que no tenían filtro incluido, y uno que ya lo tenía, primero comprobamos el sensor que tenía el filtro incorporado ya que contábamos con él y, además usa el mismo protocolo I2C.

Al intentar obtener los ángulos pitch y roll obtuvimos que la señal entregada por el sensor no es muy limpia y solo funciona si se introducen retardos en la señal, por esto empeora la velocidad de respuesta del navegador inercial.



**Figura19.** Ángulos Pitch, Roll sensor CMPS11

En la **Figura19**. tenemos que el eje X pertenece al tiempo y el eje Y a los grados, la gráfica azul hace referencia al ángulo Roll, y la roja al ángulo Pitch.

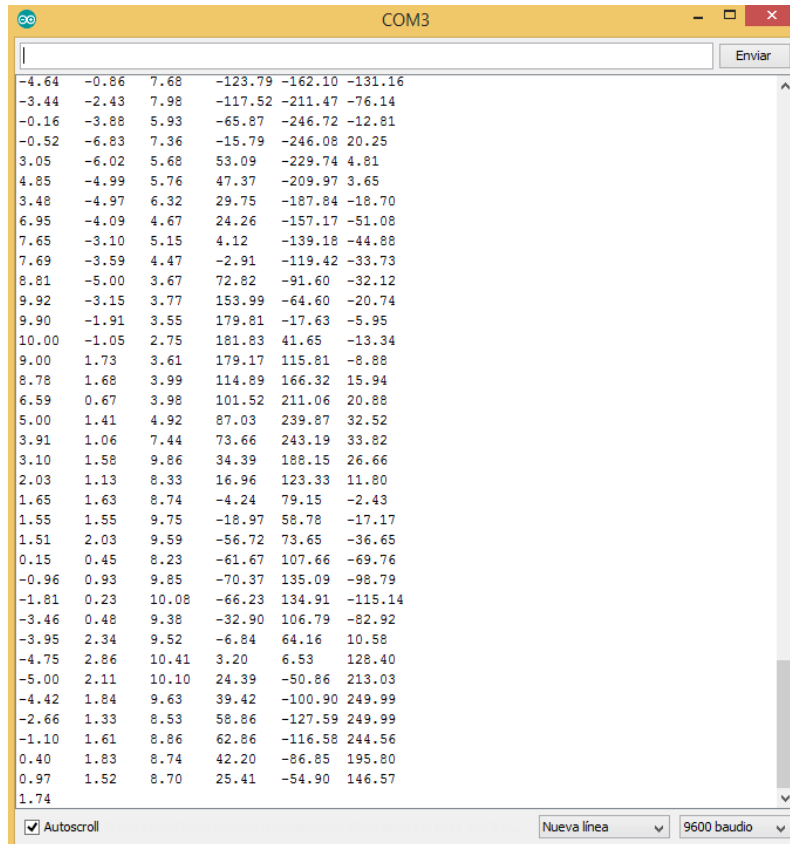
Dado la respuesta del CMPS11 y que los demás sensores solo ofrecen mayor buffer, se optó por el sensor más barato.

El sensor de efecto hall 55100 se escogió por sus múltiples aplicaciones y facilidad de uso, teniendo en cuenta que es un sensor digital que junto con el filtro puede obtener buenos resultados.

## **5.2 Familiarización con los sensores**

### **5.2.1 GY-521/MPU6050**

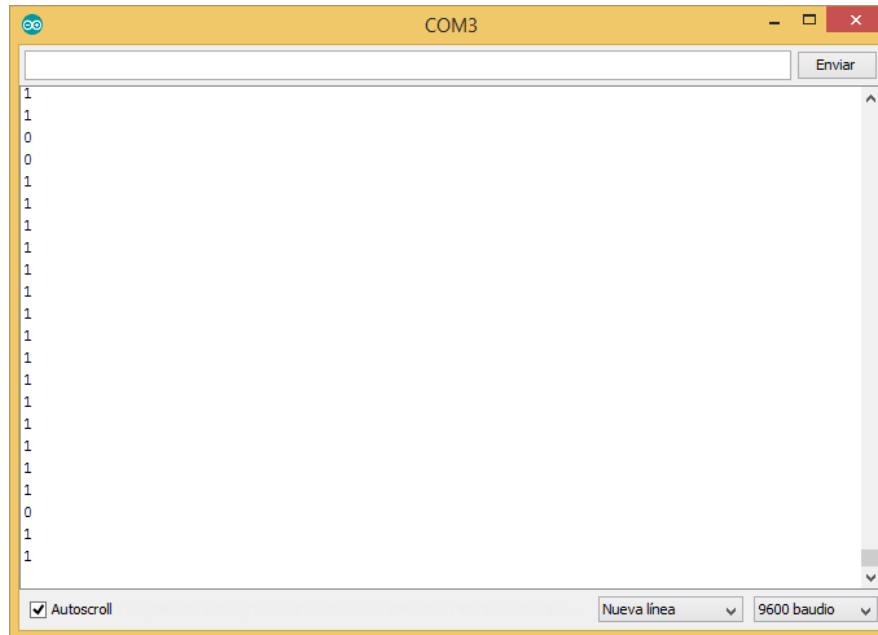
Estos sensores como se pudo observar en el marco teórico son un acelerómetro y un giroscopio, estos sensores se comunican por medio de I2C, para esto se usa la librería Wire de arduino, tenemos entendido que este chip nos proporciona aceleración angular y velocidad angular, estas dos variables son medidas en tres ejes, al usar el código de prueba visto en el anexo **AnexoA** para este sensor, el nos entrega los seis valores, donde los tres primeros valores corresponden a la aceleración en los tres ejes de coordenadas, y los otros tres corresponden a la velocidad angular respecto a cada eje.



*Figura20. Datos del sensor GY-521/MPU6050*

### 5.2.2 Sensor de efecto hall 55100

Este sensor fue probado en el puerto D3 del arduino, y se pudo observar que normalmente envía un alto lógico, pero cada vez que se coloca un imán frente a él, cambia y envía un cero lógico, esto se pudo constatar usando el código del **AnexoB**.



*Figura21. Datos del sensor 55100*

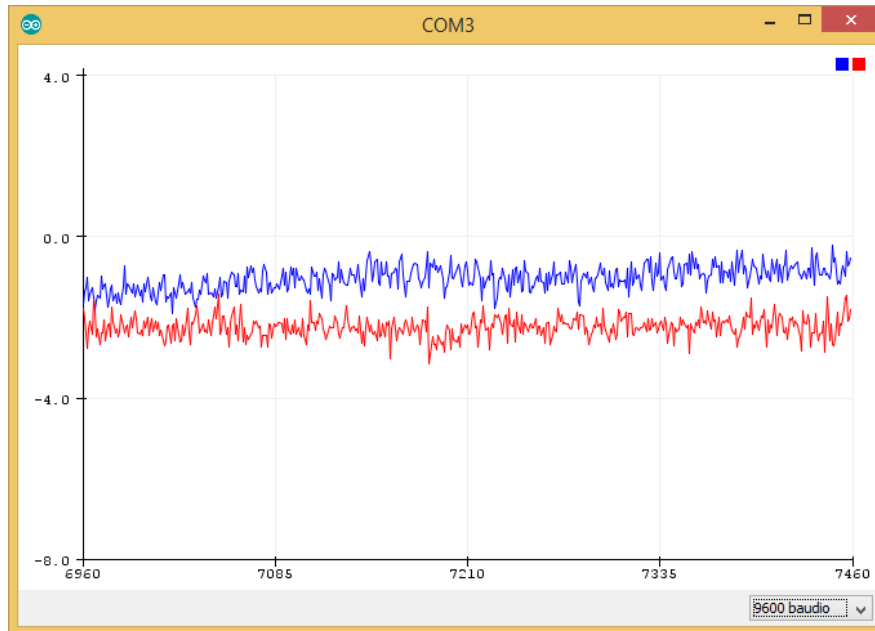
### 5.3 Selección de la metodología para medición de distancia y ángulos de inclinación

En el caso del módulo de acelerómetro y giroscopio se optó por los ángulos RPY, ya que las rotaciones de estos ángulos respecto a los ejes de referencia de la IMU provocaran el cambio en la orientación del objeto.

Se hallaron los ángulos usando las fórmulas obtenidas en el desarrollo metodológico, y se aplicaron al código de Arduino, esto se puede observar en la forma como se obtienen los ángulos antes de aplicar el filtro de Kalman, que se puede observar en el **AnexoC**.

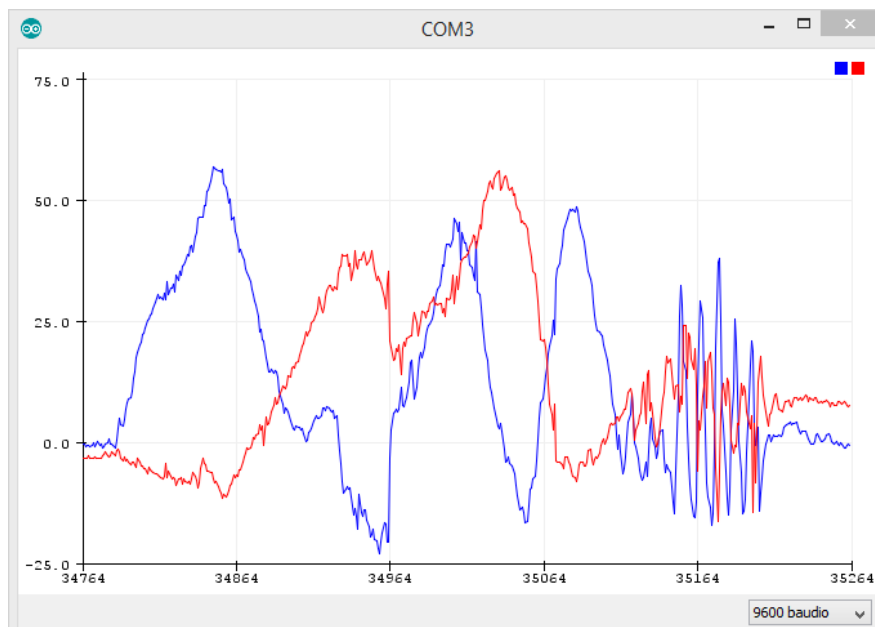
Cuando se graficaron estos ángulos Roll, Pitch que aparecen en la **Figura22.** y **Figura23.** se pudo observar que son muy sensibles al ruido y a las vibraciones.





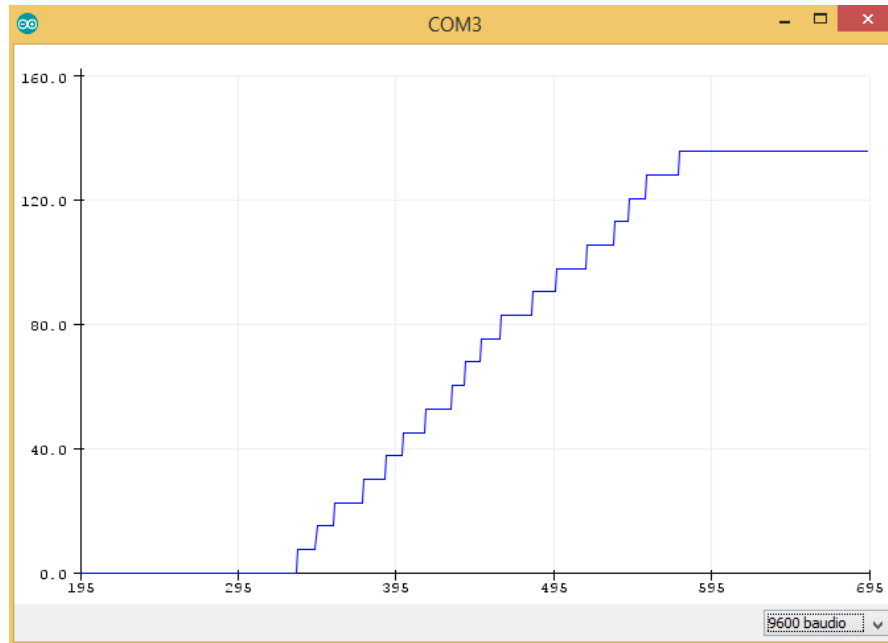
**Figura22.** Ángulos Roll, Pitch sin filtro.

En la Figura19. La gráfica en azul corresponde al ángulo Roll, y la roja al ángulo Pitch, además el eje Y corresponde a los grados y el eje X corresponde al tiempo.



**Figura23.** Ángulos Roll, Pitch sin filtro.

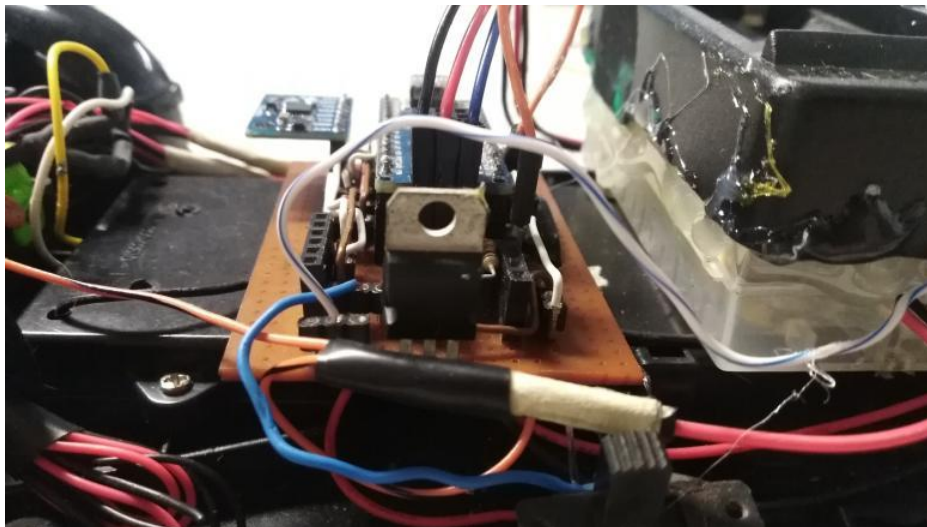
Para el sensor de efecto hall se optó por medir la distancia, la razón se estableció en el marco metodológico sección 4.4.3.



**Figura24.** Distancia medida por el sensor sin filtro de kalman.

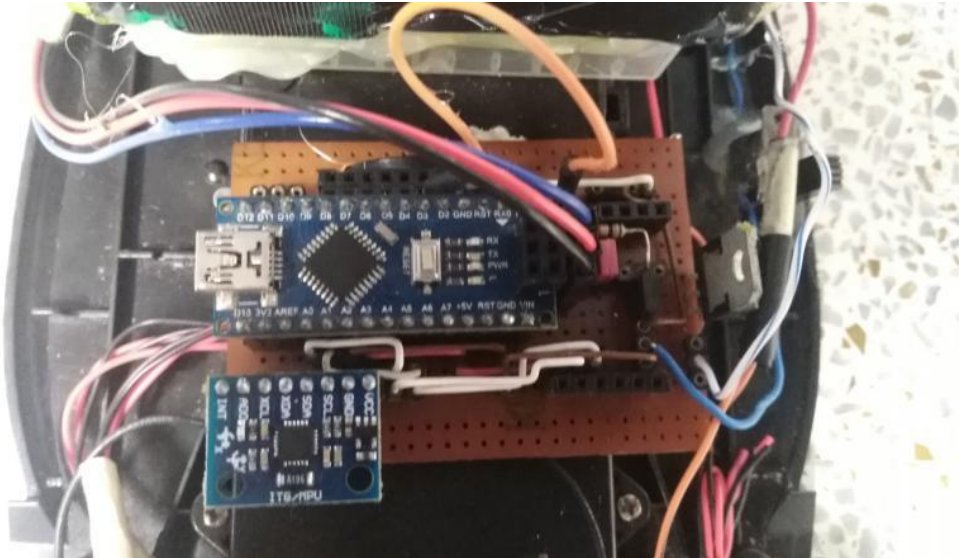
#### 5.4 Montaje de los sensores en automóvil de juguete

Para esta parte se usó en un principio una baquelita virgen, pero cuando se entregue el automóvil de juguete este tendrá un circuito impreso dedicado.



**Figura25.** Montaje del automóvil de juguete

En la **Figura25.** podemos observar la baquelita que está situada en el medio del automóvil, y montada sobre ella el regulador de voltaje que se encarga de alimentar el arduino.



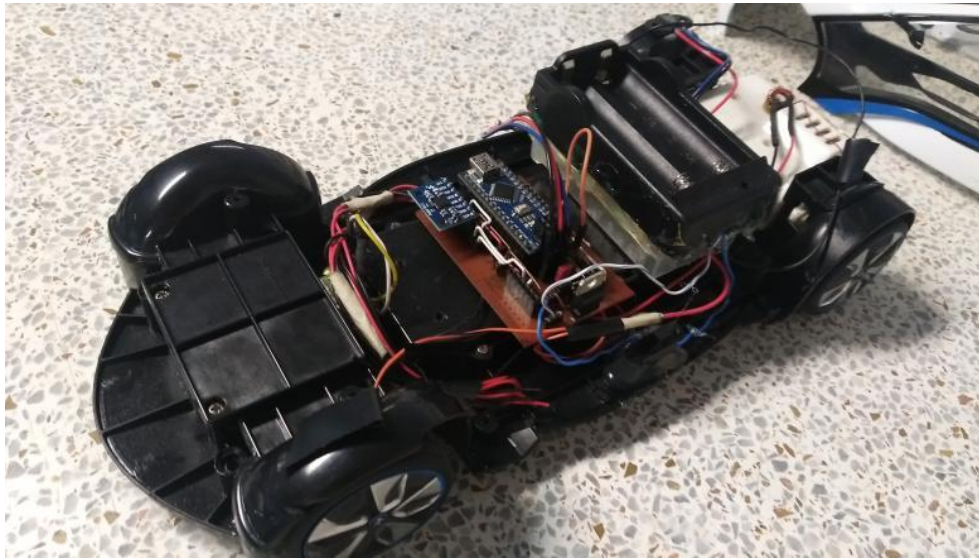
*Figura26. Montaje del automóvil de juguete*

En la **Figura26.** podemos observar el montaje del arduino junto con el sensor inercial, además de una resistencia que se encarga de hacer funcionar el sensor de efecto hall.



*Figura27. Montaje del automóvil de juguete*

En la **Figura27.** tenemos la vista superior sensor de efecto hall que se encuentra ubicado en la rueda trasera derecha del automóvil, este está adherido al paso de rueda con una resina.



***Figura28.** Montaje del automóvil de juguete*

La **Figura28.** Es una vista superior del automóvil, mostrando donde se encuentra ubicada la baquelita y el porta pilas que alimenta al arduino.



***Figura29.** Montaje del automóvil de juguete*

La **Figura29.** es una toma general del automóvil con la carcasa puesta.

### **5.5 Desarrollo del algoritmo para arduino.**

Con todas los sensores estudiados y el filtro calculado se creó el algoritmo para arduino, donde este usaba comunicación I2C para el giroscopio/acelerómetro, y un puerto digital para el sensor de efecto hall, el código completo se puede observar en el **AnexoC.**



## 5.6 Establecimiento del envío de señal en tiempo real indicando la posición

El módulo bluetooth viene configurado, así que solamente se tuvo que conectarse el trasmisor del arduino al receptor del módulo, además de enlazar el bluetooth de la laptop al módulo.

## 5.7 Pruebas

En esta sección podemos observar los resultados de las pruebas planteadas en el marco metodológico, y cada medición muestra su porcentaje de error correspondiente.

| Piso liso, Laboratorio de máquinas eléctricas |             |                        |        |        |        |        |       |       |       |       |       |
|-----------------------------------------------|-------------|------------------------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                               | Medida      | Medida Aproximada [cm] |        |        |        |        | %e    |       |       |       |       |
| Numero de medición                            | Exacta [cm] | 1                      | 2      | 3      | 4      | 5      | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     |
| Inclinación 0%                                | 100,00      | 98,02                  | 105,56 | 98,02  | 98,02  | 98,02  | 1,98% | 5,56% | 1,98% | 1,98% | 1,98% |
|                                               | 200,00      | 196,04                 | 211,12 | 196,04 | 196,04 | 196,04 | 1,98% | 5,56% | 1,98% | 1,98% | 1,98% |
|                                               | 300,00      | 294,05                 | 309,13 | 294,05 | 294,05 | 294,05 | 1,98% | 3,04% | 1,98% | 1,98% | 1,98% |
|                                               | 400,00      | 392,07                 | 407,15 | 399,61 | 392,07 | 392,07 | 1,98% | 1,79% | 0,10% | 1,98% | 1,98% |
|                                               | 500,00      | 490,09                 | 505,17 | 497,63 | 490,09 | 490,09 | 1,98% | 1,03% | 0,47% | 1,98% | 1,98% |
|                                               | 600,00      | 588,11                 | 603,19 | 595,65 | 588,11 | 588,11 | 1,98% | 0,53% | 0,73% | 1,98% | 1,98% |
|                                               | 700,00      | 686,13                 | 701,20 | 701,20 | 693,67 | 693,67 | 1,98% | 0,17% | 0,17% | 0,90% | 0,90% |
|                                               | 800,00      | 784,14                 | 799,22 | 799,22 | 791,68 | 791,68 | 1,98% | 0,10% | 0,10% | 1,04% | 1,04% |
|                                               | 900,00      | 882,16                 | 897,24 | 897,24 | 889,70 | 889,70 | 1,98% | 0,31% | 0,31% | 1,14% | 1,14% |
|                                               | 1000,00     | 980,18                 | 995,26 | 995,26 | 987,72 | 987,72 | 1,98% | 0,47% | 0,47% | 1,23% | 1,23% |

**Tabla5.** Medidas piso liso

| Pasillo con juntas, edificio K |             |                        |        |        |        |        |       |       |       |       |       |
|--------------------------------|-------------|------------------------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                | Medida      | Medida Aproximada [cm] |        |        |        |        | %e    |       |       |       |       |
| Numero de medición             | Exacta [cm] | 1                      | 2      | 3      | 4      | 5      | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     |
| Inclinación 0%                 | 100,00      | 98,02                  | 98,02  | 98,02  | 98,02  | 98,02  | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% |
|                                | 200,00      | 196,04                 | 196,04 | 196,04 | 196,04 | 196,04 | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% |
|                                | 300,00      | 294,05                 | 294,05 | 294,05 | 294,05 | 294,05 | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% |
|                                | 400,00      | 392,07                 | 392,07 | 392,07 | 392,07 | 392,07 | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% |
|                                | 500,00      | 490,09                 | 490,09 | 490,09 | 490,09 | 490,09 | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% |
|                                | 600,00      | 588,11                 | 588,11 | 595,65 | 588,11 | 588,11 | 1,98% | 1,98% | 0,73% | 1,98% | 1,98% |
|                                | 700,00      | 686,13                 | 686,13 | 693,67 | 686,13 | 686,13 | 1,98% | 1,98% | 0,90% | 1,98% | 1,98% |
|                                | 800,00      | 784,14                 | 784,14 | 791,68 | 784,14 | 784,14 | 1,98% | 1,98% | 1,04% | 1,98% | 1,98% |
|                                | 900,00      | 882,16                 | 892,16 | 889,70 | 882,16 | 882,16 | 1,98% | 0,87% | 1,14% | 1,98% | 1,98% |
|                                | 1000,00     | 980,18                 | 980,18 | 987,72 | 980,18 | 980,18 | 1,98% | 1,98% | 1,23% | 1,98% | 1,98% |

**Tabla6.** Medidas pasillo

En la **Tabla5.** se muestran los valores tomados en el piso liso del laboratorio de máquinas eléctricas que puede ser apreciado en la **Figura12.** y la **Figura13.**, en la **Tabla6.** los valores medidos en el pasillo que se puede observar en la **Figura14.** y **Figura15.**

| Carretera pavimentada(Bajada) |             |                        |        |         |        |        |       |       |       |       |       |
|-------------------------------|-------------|------------------------|--------|---------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Numero de medición            | Medida      | Medida Aproximada [cm] |        |         |        |        | %e    |       |       |       |       |
|                               | Exacta [cm] | 1                      | 2      | 3       | 4      | 5      | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     |
| Inclinación 16%               | 100,00      | 105,56                 | 98,02  | 105,56  | 98,02  | 98,02  | 5,56% | 1,98% | 5,56% | 1,98% | 1,98% |
|                               | 200,00      | 203,58                 | 203,58 | 203,58  | 196,04 | 180,92 | 1,79% | 1,79% | 1,79% | 1,98% | 9,54% |
|                               | 300,00      | 301,59                 | 301,59 | 301,59  | 301,59 | 301,59 | 0,53% | 0,53% | 0,53% | 0,53% | 0,53% |
|                               | 400,00      | 399,61                 | 399,61 | 399,61  | 399,61 | 399,61 | 0,10% | 0,10% | 0,10% | 0,10% | 0,10% |
|                               | 500,00      | 497,63                 | 497,63 | 497,63  | 497,63 | 497,63 | 0,47% | 0,47% | 0,47% | 0,47% | 0,47% |
|                               | 600,00      | 595,65                 | 595,65 | 603,19  | 603,19 | 595,65 | 0,73% | 0,73% | 0,53% | 0,53% | 0,73% |
|                               | 700,00      | 701,20                 | 701,20 | 701,20  | 701,20 | 693,67 | 0,17% | 0,17% | 0,17% | 0,17% | 0,90% |
|                               | 800,00      | 799,22                 | 799,22 | 814,30  | 799,22 | 791,68 | 0,10% | 0,10% | 1,79% | 0,10% | 1,04% |
|                               | 900,00      | 904,78                 | 897,24 | 927,40  | 897,24 | 897,24 | 0,53% | 0,31% | 3,04% | 0,31% | 0,31% |
|                               | 1000,00     | 1002,80                | 995,26 | 1025,42 | 995,26 | 995,26 | 0,28% | 0,47% | 2,54% | 0,47% | 0,47% |

**Tabla7.** Medidas carretera en bajada

| Carretera pavimentada (Subida) |             |                        |         |         |         |         |       |       |       |       |       |
|--------------------------------|-------------|------------------------|---------|---------|---------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Numero de medición             | Medida      | Medida Aproximada [cm] |         |         |         |         | %e    |       |       |       |       |
|                                | Exacta [cm] | 1                      | 2       | 3       | 4       | 5       | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     |
| Inclinación 16%                | 100,00      | 98,02                  | 98,02   | 98,02   | 98,02   | 98,02   | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% |
|                                | 200,00      | 203,58                 | 196,04  | 196,07  | 203,58  | 196,04  | 1,79% | 1,98% | 1,97% | 1,79% | 1,98% |
|                                | 300,00      | 309,13                 | 301,59  | 309,13  | 301,59  | 301,59  | 3,04% | 0,53% | 3,04% | 0,53% | 0,53% |
|                                | 400,00      | 407,15                 | 399,61  | 407,15  | 399,61  | 399,61  | 1,79% | 0,10% | 1,79% | 0,10% | 0,10% |
|                                | 500,00      | 505,17                 | 497,63  | 505,17  | 497,63  | 497,63  | 1,03% | 0,47% | 1,03% | 0,47% | 0,47% |
|                                | 600,00      | 603,19                 | 603,19  | 603,19  | 603,19  | 603,19  | 0,53% | 0,53% | 0,53% | 0,53% | 0,53% |
|                                | 700,00      | 708,74                 | 701,20  | 708,74  | 701,20  | 701,20  | 1,25% | 0,17% | 1,25% | 0,17% | 0,17% |
|                                | 800,00      | 814,30                 | 799,22  | 806,76  | 799,22  | 799,22  | 1,79% | 0,10% | 0,84% | 0,10% | 0,10% |
|                                | 900,00      | 912,32                 | 904,78  | 904,78  | 897,24  | 897,24  | 1,37% | 0,53% | 0,53% | 0,31% | 0,31% |
|                                | 1000,00     | 1010,34                | 1010,34 | 1010,34 | 1002,80 | 1002,80 | 1,03% | 1,03% | 1,03% | 0,28% | 0,28% |

**Tabla8.** Medidas carretera en subida

La **Tabla7.** Y **Tabla8.** Son el resultado de las mediciones obtenidas en una vía pavimentada de la universidad, que podemos observar en la **Figura16.**, donde se realizó la prueba con el automóvil bajando la vía y luego subiéndola.

| Canal, laboratorio de hidráulica (Subida) |             |                        |        |        |        |        |       |       |       |       |       |
|-------------------------------------------|-------------|------------------------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Numero de medición                        | Medida      | Medida Aproximada [cm] |        |        |        |        | %e    |       |       |       |       |
|                                           | Exacta [cm] | 1                      | 2      | 3      | 4      | 5      | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     |
| Inclinación 53%                           | 100,00      | 98,02                  | 98,02  | 98,02  | 98,02  | 98,02  | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% |
|                                           | 200,00      | 196,04                 | 196,04 | 196,04 | 196,04 | 196,04 | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% |
|                                           | 300,00      | 294,05                 | 301,59 | 294,05 | 294,05 | 297,05 | 1,98% | 0,53% | 1,98% | 1,98% | 0,98% |
|                                           | 400,00      | 392,07                 | 399,61 | 399,61 | 399,61 | 399,61 | 1,98% | 0,10% | 0,10% | 0,10% | 0,10% |

**Tabla9.** Canal en subida con 53%

| Canal, laboratorio de hidráulica (Bajada) |             |                        |        |        |        |        |       |       |       |       |       |
|-------------------------------------------|-------------|------------------------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                           | Medida      | Medida Aproximada [cm] |        |        |        |        | %e    |       |       |       |       |
| Numero de medición                        | Exacta [cm] | 1                      | 2      | 3      | 4      | 5      | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     |
| Inclinación 53%                           | 100,00      | 98,02                  | 98,02  | 98,02  | 98,02  | 98,02  | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% |
|                                           | 200,00      | 196,04                 | 196,04 | 196,04 | 196,04 | 196,04 | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% |
|                                           | 300,00      | 294,05                 | 309,13 | 294,05 | 294,05 | 294,05 | 1,98% | 3,04% | 1,98% | 1,98% | 1,98% |
|                                           | 400,00      | 399,61                 | 399,61 | 399,61 | 399,61 | 399,61 | 0,10% | 0,10% | 0,10% | 0,10% | 0,10% |

**Tabla10.** Canal en bajada con 53%

La **Tabla9.** Y **Tabla10.** Fueron obtenidas al ajustar el canal de la **Figura17.** Y **Figura18.**, con este se puede ajustar su porcentaje de elevación que en este caso fue del 53%.

| Canal, laboratorio de hidráulica (Subida) |             |                        |        |        |        |        |       |       |       |       |       |
|-------------------------------------------|-------------|------------------------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                           | Medida      | Medida Aproximada [cm] |        |        |        |        | %e    |       |       |       |       |
| Numero de medición                        | Exacta [cm] | 1                      | 2      | 3      | 4      | 5      | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     |
| Inclinación 57.8%                         | 100,00      | 98,02                  | 98,02  | 98,02  | 98,02  | 98,02  | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% |
|                                           | 200,00      | 196,04                 | 196,04 | 196,04 | 196,04 | 203,58 | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,79% |
|                                           | 300,00      | 294,05                 | 294,05 | 294,05 | 294,04 | 301,59 | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,99% | 0,53% |
|                                           | 400,00      | 392,07                 | 392,07 | 399,61 | 392,07 | 407,15 | 1,98% | 1,98% | 0,10% | 1,98% | 1,79% |

**Tabla11.** Canal en subida con 57.8%

| Canal, laboratorio de hidráulica (Bajada) |             |                        |        |        |        |        |       |       |       |       |       |
|-------------------------------------------|-------------|------------------------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                           | Medida      | Medida Aproximada [cm] |        |        |        |        | %e    |       |       |       |       |
| Numero de medición                        | Exacta [cm] | 1                      | 2      | 3      | 4      | 5      | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     |
| Inclinación 57.8%                         | 100,00      | 98,02                  | 98,02  | 98,02  | 98,02  | 98,02  | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% |
|                                           | 200,00      | 196,04                 | 203,58 | 196,04 | 196,04 | 196,04 | 1,98% | 1,79% | 1,98% | 1,98% | 1,98% |
|                                           | 300,00      | 294,05                 | 294,05 | 294,05 | 294,05 | 294,05 | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% |
|                                           | 400,00      | 399,61                 | 399,61 | 399,61 | 399,61 | 399,61 | 0,10% | 0,10% | 0,10% | 0,10% | 0,10% |

**Tabla12.** Canal en bajada con 57.8%

En la **Tabla11.** Y **Tabla12.** Nuevamente se cambia el porcentaje de pendiente para el canal, obteniendo así los valores mostrados con sus respectivos porcentajes de error en cada medición.

| Canal, laboratorio de hidráulica (Subida) |             |                        |        |        |        |        |       |       |       |       |       |
|-------------------------------------------|-------------|------------------------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                           | Medida      | Medida Aproximada [cm] |        |        |        |        | %e    |       |       |       |       |
| Numero de medición                        | Exacta [cm] | 1                      | 2      | 3      | 4      | 5      | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     |
| Inclinación 62.6%                         | 100,00      | 98,02                  | 98,02  | 98,02  | 98,02  | 98,02  | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% |
|                                           | 200,00      | 196,04                 | 203,58 | 203,58 | 203,58 | 203,58 | 1,98% | 1,79% | 1,79% | 1,79% | 1,79% |
|                                           | 300,00      | 301,59                 | 301,59 | 309,13 | 301,59 | 301,59 | 0,53% | 0,53% | 3,04% | 0,53% | 0,53% |
|                                           | 400,00      | 399,61                 | 399,61 | 407,15 | 399,61 | 399,61 | 0,10% | 0,10% | 1,79% | 0,10% | 0,10% |

**Tabla13.** Canal en subida con 62.6%

| Canal, laboratorio de hidráulica (Bajada) |             |                        |        |        |        |        |       |       |       |       |       |
|-------------------------------------------|-------------|------------------------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                           | Medida      | Medida Aproximada [cm] |        |        |        |        | %e    |       |       |       |       |
| Numero de medición                        | Exacta [cm] | 1                      | 2      | 3      | 4      | 5      | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     |
| Inclinación 62.6%                         | 100,00      | 98,02                  | 98,02  | 98,02  | 98,02  | 98,02  | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% |
|                                           | 200,00      | 196,04                 | 196,04 | 196,04 | 196,04 | 196,04 | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% |
|                                           | 300,00      | 294,05                 | 294,05 | 301,59 | 301,59 | 294,05 | 1,98% | 1,98% | 0,53% | 0,53% | 1,98% |
|                                           | 400,00      | 399,61                 | 399,61 | 399,61 | 399,61 | 399,61 | 0,10% | 0,10% | 0,10% | 0,10% | 0,10% |

**Tabla14.** Canal en bajada con 62.6%

En la **Tabla13.** Y **Tabla14.** El porcentaje de pendiente del canal aumenta al 62.6%, estos aumentos se hacen en base al ángulo de elevación que cambia cada 2°, y la prueba como se puede observar se hace con el auto subiendo y bajando la pendiente.

| Canal, laboratorio de hidráulica (Subida) |             |                        |        |        |        |        |       |       |       |       |       |
|-------------------------------------------|-------------|------------------------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                           | Medida      | Medida Aproximada [cm] |        |        |        |        | %e    |       |       |       |       |
| Numero de medición                        | Exacta [cm] | 1                      | 2      | 3      | 4      | 5      | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     |
| Inclinación 67.6%                         | 100,00      | 98,02                  | 98,02  | 98,02  | 98,02  | 98,02  | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% |
|                                           | 200,00      | 196,04                 | 196,04 | 196,04 | 203,58 | 196,04 | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,79% | 1,98% |
|                                           | 300,00      | 294,05                 | 294,05 | 294,05 | 301,59 | 294,05 | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 0,53% | 1,98% |
|                                           | 400,00      | 399,61                 | 399,61 | 399,61 | 399,61 | 407,15 | 0,10% | 0,10% | 0,10% | 0,10% | 1,79% |

**Tabla15.** Canal en subida con 67.6%

| Canal, laboratorio de hidráulica (Bajada) |             |                        |        |        |        |        |       |       |       |       |       |
|-------------------------------------------|-------------|------------------------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                           | Medida      | Medida Aproximada [cm] |        |        |        |        | %e    |       |       |       |       |
| Numero de medición                        | Exacta [cm] | 1                      | 2      | 3      | 4      | 5      | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     |
| Inclinación 67.6%                         | 100,00      | 98,02                  | 98,02  | 98,02  | 98,02  | 98,02  | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% |
|                                           | 200,00      | 196,04                 | 196,04 | 196,04 | 203,58 | 196,04 | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,79% | 1,98% |
|                                           | 300,00      | 294,05                 | 301,59 | 294,05 | 301,59 | 294,05 | 1,98% | 0,53% | 1,98% | 0,53% | 1,98% |
|                                           | 400,00      | 399,61                 | 399,61 | 399,61 | 399,61 | 399,61 | 0,10% | 0,10% | 0,10% | 0,10% | 0,10% |

**Tabla16.** Canal en bajada con 67.6%

En la **Tabla15.** Y **Tabla16.** El porcentaje de inclinación del canal aumenta nuevamente al 67.6% realizando la prueba subiendo y bajando por la pendiente.

| Canal, laboratorio de hidráulica (Subida) |             |                        |        |        |        |        |       |       |       |       |       |
|-------------------------------------------|-------------|------------------------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                           | Medida      | Medida Aproximada [cm] |        |        |        |        | %e    |       |       |       |       |
| Numero de medición                        | Exacta [cm] | 1                      | 2      | 3      | 4      | 5      | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     |
| Inclinación 72.6%                         | 100,00      | 98,02                  | 98,02  | 98,02  | 98,02  | 98,02  | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% |
|                                           | 200,00      | 203,58                 | 196,04 | 196,07 | 203,58 | 196,04 | 1,79% | 1,98% | 1,97% | 1,79% | 1,98% |
|                                           | 300,00      | 301,59                 | 294,05 | 294,05 | 301,59 | 294,05 | 0,53% | 1,98% | 1,98% | 0,53% | 1,98% |
|                                           | 400,00      | 407,15                 | 399,61 | 399,61 | 399,61 | 399,61 | 1,79% | 0,10% | 0,10% | 0,10% | 0,10% |

**Tabla17.** Canal en subida con 72.6%



| Canal, laboratorio de hidráulica (Bajada) |             |                        |        |        |        |        |       |       |       |       |       |
|-------------------------------------------|-------------|------------------------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Numero de medición                        | Medida      | Medida Aproximada [cm] |        |        |        |        | %e    |       |       |       |       |
|                                           | Exacta [cm] | 1                      | 2      | 3      | 4      | 5      | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     |
| Inclinación 72.6%                         | 100,00      | 98,02                  | 98,02  | 98,02  | 98,02  | 98,02  | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% | 1,98% |
|                                           | 200,00      | 196,04                 | 196,04 | 196,07 | 196,04 | 196,04 | 1,98% | 1,98% | 1,97% | 1,98% | 1,98% |
|                                           | 300,00      | 294,05                 | 301,59 | 294,05 | 294,05 | 294,05 | 1,98% | 0,53% | 1,98% | 1,98% | 1,98% |
|                                           | 400,00      | 399,61                 | 399,61 | 399,61 | 399,61 | 399,61 | 0,10% | 0,10% | 0,10% | 0,10% | 0,10% |

**Tabla18.** Canal en bajada con 72.6%

En la **Tabla17.** Y **Tabla18.** Se aumenta el porcentaje de la pendiente a 72.6% siendo su ángulo de inclinación  $36^\circ$  y el máximo para estas pruebas, donde se puede observar que los porcentajes de error cuando se cambian los porcentajes de inclinación siguen siendo similares.

Las siguientes tablas son de los resultados de medir los ángulos proporcionados tanto por el sensor MPU6050 como por el CMPS11, además de eso se pueden apreciar los porcentajes de error respecto a las medidas reales.

| Angulo Pitch inclinación descendente |               |                   |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|--------------------------------------|---------------|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Numero de medición                   | Medida Exacta | Medida Aproximada |       |       |       |       | %e    |       |       |       |       |
|                                      |               | 1                 | 2     | 3     | 4     | 5     | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     |
| MPU6050                              | 0             | 0,21              | 0,33  | 0,23  | 0,29  | 0,22  |       |       |       |       |       |
|                                      | 10            | 9,47              | 10,50 | 10,95 | 10,63 | 10,82 | 5,30% | 5,00% | 9,50% | 6,30% | 8,20% |
|                                      | 20            | 20,50             | 20,14 | 20,30 | 20,50 | 20,77 | 2,50% | 0,70% | 1,50% | 2,50% | 3,85% |
|                                      | 30            | 30,93             | 30,80 | 30,52 | 30,85 | 30,52 | 3,10% | 2,67% | 1,73% | 2,83% | 1,73% |
|                                      | 40            | 40,33             | 41,50 | 41,30 | 41,06 | 41,51 | 0,82% | 3,75% | 3,25% | 2,65% | 3,78% |
|                                      | 50            | 52,95             | 52,63 | 52,43 | 52,42 | 52,06 | 5,90% | 5,26% | 4,86% | 4,84% | 4,12% |
|                                      | 60            | 62,83             | 63,52 | 63,29 | 62,85 | 63,40 | 4,72% | 5,87% | 5,48% | 4,75% | 5,67% |

**Tabla19.** Angulo pitch automóvil inclinado hacia abajo MPU6050

| Angulo Pitch inclinación ascendente |               |                   |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------------------------------------|---------------|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Numero de medición                  | Medida Exacta | Medida Aproximada |       |       |       |       | %e    |       |       |       |       |
|                                     |               | 1                 | 2     | 3     | 4     | 5     | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     |
| MPU6050                             | 0             | 0,34              | 0,16  | 0,33  | 0,01  | 0,01  |       |       |       |       |       |
|                                     | 10            | 10,60             | 10,15 | 10,86 | 10,25 | 10,23 | 6,00% | 1,50% | 8,60% | 2,50% | 2,30% |
|                                     | 20            | 20,40             | 20,32 | 20,16 | 20,50 | 20,52 | 2,00% | 1,60% | 0,80% | 2,50% | 2,60% |
|                                     | 30            | 30,15             | 30,03 | 30,02 | 30,32 | 30,62 | 0,50% | 0,10% | 0,07% | 1,07% | 2,07% |
|                                     | 40            | 40,07             | 40,63 | 40,71 | 40,68 | 40,68 | 0,18% | 1,58% | 1,78% | 1,70% | 1,70% |
|                                     | 50            | 50,06             | 50,91 | 50,42 | 50,66 | 50,72 | 0,12% | 1,82% | 0,84% | 1,32% | 1,44% |
|                                     | 60            | 61,10             | 60,72 | 60,20 | 60,81 | 60,62 | 1,83% | 1,20% | 0,33% | 1,35% | 1,03% |

**Tabla20.** Angulo pitch automóvil inclinado hacia arriba MPU6050

En la **Tabla19.** y **Tabla20.** se midió el angulo pitch con el sensor MPU6050

| Angulo Roll sentido horario |               |                   |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-----------------------------|---------------|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Numero de medición          | Medida Exacta | Medida Aproximada |       |       |       |       | %e    |       |       |       |       |
|                             |               | 1                 | 2     | 3     | 4     | 5     | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     |
| MPU6050                     | 0             | 0,09              | 0,36  | 0,10  | 0,05  | 0,22  |       |       |       |       |       |
|                             | 10            | 10,63             | 10,76 | 10,06 | 10,03 | 10,15 | 6,30% | 7,60% | 0,60% | 0,30% | 1,50% |
|                             | 20            | 20,50             | 20,66 | 20,21 | 20,08 | 20,03 | 2,50% | 3,30% | 1,05% | 0,40% | 0,15% |
|                             | 30            | 30,25             | 30,28 | 30,32 | 30,15 | 30,15 | 0,83% | 0,93% | 1,07% | 0,50% | 0,50% |
|                             | 40            | 40,61             | 40,15 | 41,30 | 40,80 | 40,95 | 1,53% | 0,37% | 3,25% | 2,00% | 2,38% |
|                             | 50            | 50,86             | 51,25 | 51,02 | 51,64 | 50,53 | 1,72% | 2,50% | 2,04% | 3,28% | 1,06% |
|                             | 60            | 62,06             | 61,48 | 61,62 | 61,40 | 61,32 | 3,43% | 2,47% | 2,70% | 2,33% | 2,20% |

**Tabla21.** Angulo roll automóvil sentido horario MPU6050

| Angulo Roll sentido antihorario |               |                   |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|---------------------------------|---------------|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Numero de medición              | Medida Exacta | Medida Aproximada |       |       |       |       | %e    |       |       |       |       |
|                                 |               | 1                 | 2     | 3     | 4     | 5     | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     |
| MPU6050                         | 0             | 0,16              | 0,42  | 0,31  | 0,15  | 0,23  |       |       |       |       |       |
|                                 | 10            | 10,22             | 10,06 | 10,08 | 10,32 | 10,15 | 2,20% | 0,60% | 0,80% | 3,20% | 1,50% |
|                                 | 20            | 19,16             | 20,76 | 20,06 | 20,57 | 20,86 | 4,20% | 3,80% | 0,30% | 2,85% | 4,30% |
|                                 | 30            | 29,25             | 30,84 | 30,42 | 30,95 | 30,71 | 2,50% | 2,80% | 1,40% | 3,17% | 2,37% |
|                                 | 40            | 41,18             | 41,16 | 40,85 | 40,86 | 40,35 | 2,95% | 2,90% | 2,13% | 2,15% | 0,88% |
|                                 | 50            | 51,90             | 51,63 | 51,45 | 50,42 | 50,05 | 3,80% | 3,26% | 2,90% | 0,84% | 0,10% |
|                                 | 60            | 61,82             | 61,64 | 61,32 | 61,90 | 60,15 | 3,03% | 2,73% | 2,20% | 3,17% | 0,25% |

**Tabla22.** Angulo roll automóvil sentido antihorario MPU6050

En la **Tabla21.** y **Tabla22.** se midió el angulo roll con el sensor MPU6050

| Angulo Pitch sentido ascendente |               |                   |    |    |    |    |        |        |        |        |        |
|---------------------------------|---------------|-------------------|----|----|----|----|--------|--------|--------|--------|--------|
| Numero de medición              | Medida Exacta | Medida Aproximada |    |    |    |    | %e     |        |        |        |        |
|                                 |               | 1                 | 2  | 3  | 4  | 5  | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      |
| CMPS11                          | 0             | 1                 | 2  | 1  | 1  | 2  |        |        |        |        |        |
|                                 | 10            | 13                | 11 | 11 | 12 | 12 | 30,00% | 10,00% | 10,00% | 20,00% | 20,00% |
|                                 | 20            | 22                | 22 | 21 | 22 | 22 | 10,00% | 10,00% | 5,00%  | 10,00% | 10,00% |
|                                 | 30            | 33                | 30 | 30 | 30 | 31 | 10,00% | 0,00%  | 0,00%  | 0,00%  | 3,33%  |
|                                 | 40            | 42                | 40 | 40 | 40 | 40 | 5,00%  | 0,00%  | 0,00%  | 0,00%  | 0,00%  |
|                                 | 50            | 51                | 50 | 50 | 50 | 50 | 2,00%  | 0,00%  | 0,00%  | 0,00%  | 0,00%  |
|                                 | 60            | 61                | 60 | 60 | 61 | 60 | 1,67%  | 0,00%  | 0,00%  | 1,67%  | 0,00%  |

**Tabla23.** Angulo pitch automóvil sentido ascendente CMPS11

| Angulo Pitch sentido descendente |               |                   |    |    |    |    |        |       |        |        |        |
|----------------------------------|---------------|-------------------|----|----|----|----|--------|-------|--------|--------|--------|
| Numero de medición               | Medida Exacta | Medida Aproximada |    |    |    |    | %e     |       |        |        |        |
|                                  |               | 1                 | 2  | 3  | 4  | 5  | 1      | 2     | 3      | 4      | 5      |
| CMPS11                           | 0             | 0                 | 0  | 0  | 0  | 0  |        |       |        |        |        |
|                                  | 10            | 11                | 10 | 12 | 11 | 11 | 10,00% | 0,00% | 20,00% | 10,00% | 10,00% |
|                                  | 20            | 20                | 21 | 21 | 21 | 20 | 0,00%  | 5,00% | 5,00%  | 5,00%  | 0,00%  |
|                                  | 30            | 30                | 31 | 32 | 32 | 30 | 0,00%  | 3,33% | 6,67%  | 6,67%  | 0,00%  |
|                                  | 40            | 40                | 41 | 41 | 40 | 40 | 0,00%  | 2,50% | 2,50%  | 0,00%  | 0,00%  |
|                                  | 50            | 49                | 51 | 51 | 51 | 50 | 2,00%  | 2,00% | 2,00%  | 2,00%  | 0,00%  |
|                                  | 60            | 60                | 53 | 60 | 60 | 60 | 0,00%  | 1,67% | 0,00%  | 0,00%  | 0,00%  |

**Tabla24.** Angulo pitch automóvil sentido descendente CMPS11

En la **Tabla23.** Y **Tabla24.** Se midió el ángulo pitch con el sensor CMPS11, pero a diferencia del sensor MPU6050 este no tiene decimales, y sus valores no son tan exactos, y tienen una mayor incertidumbre.

| Angulo Roll sentido horario |               |                   |    |    |    |    |        |        |        |        |       |
|-----------------------------|---------------|-------------------|----|----|----|----|--------|--------|--------|--------|-------|
| Numero de medición          | Medida Exacta | Medida Aproximada |    |    |    |    | %e     |        |        |        |       |
|                             |               | 1                 | 2  | 3  | 4  | 5  | 1      | 2      | 3      | 4      | 5     |
| CMPS11                      | 0             | 0                 | 0  | 0  | 0  | 0  |        |        |        |        |       |
|                             | 10            | 13                | 13 | 10 | 11 | 10 | 30,00% | 30,00% | 0,00%  | 10,00% | 0,00% |
|                             | 20            | 24                | 23 | 22 | 21 | 20 | 20,00% | 15,00% | 10,00% | 5,00%  | 0,00% |
|                             | 30            | 31                | 32 | 32 | 30 | 30 | 3,33%  | 6,67%  | 6,67%  | 0,00%  | 0,00% |
|                             | 40            | 41                | 42 | 42 | 40 | 40 | 2,50%  | 5,00%  | 5,00%  | 0,00%  | 0,00% |
|                             | 50            | 51                | 51 | 51 | 49 | 49 | 2,00%  | 2,00%  | 2,00%  | 2,00%  | 2,00% |
|                             | 60            | 62                | 61 | 62 | 60 | 60 | 3,33%  | 1,67%  | 3,33%  | 0,00%  | 0,00% |

**Tabla25.** Angulo roll automóvil sentido horario CMPS11

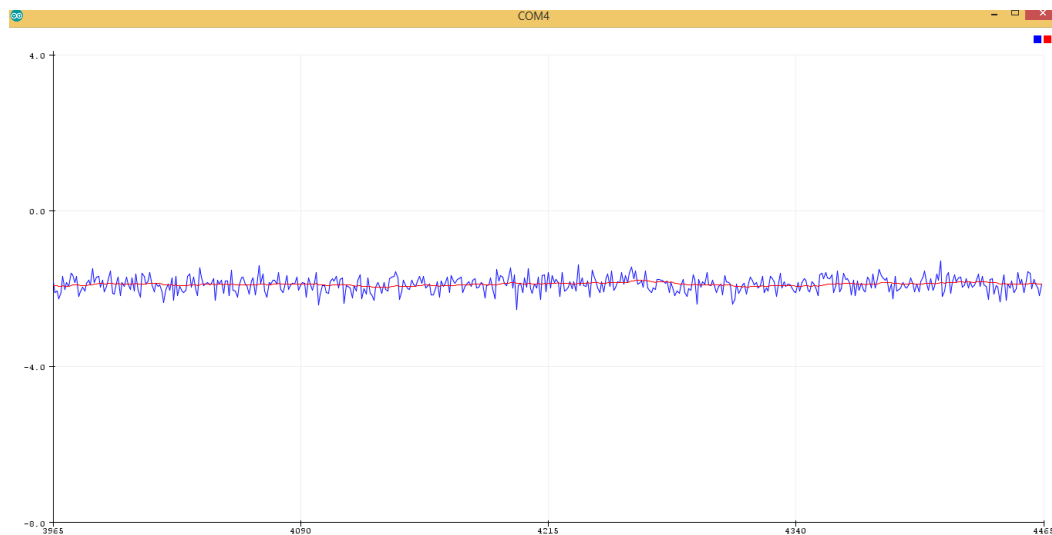
| Angulo Roll sentido antihorario |               |                   |    |    |    |    |        |        |        |        |        |
|---------------------------------|---------------|-------------------|----|----|----|----|--------|--------|--------|--------|--------|
| Numero de medición              | Medida Exacta | Medida Aproximada |    |    |    |    | %e     |        |        |        |        |
|                                 |               | 1                 | 2  | 3  | 4  | 5  | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      |
| CMPS11                          | 0             | 0                 | 1  | 1  | 1  | 1  |        |        |        |        |        |
|                                 | 10            | 11                | 12 | 12 | 12 | 12 | 10,00% | 20,00% | 20,00% | 20,00% | 20,00% |
|                                 | 20            | 22                | 22 | 22 | 22 | 21 | 10,00% | 10,00% | 10,00% | 10,00% | 5,00%  |
|                                 | 30            | 31                | 31 | 31 | 32 | 32 | 3,33%  | 3,33%  | 3,33%  | 6,67%  | 6,67%  |
|                                 | 40            | 40                | 40 | 40 | 40 | 42 | 0,00%  | 0,00%  | 0,00%  | 0,00%  | 5,00%  |
|                                 | 50            | 50                | 50 | 50 | 50 | 51 | 0,00%  | 0,00%  | 0,00%  | 0,00%  | 2,00%  |
|                                 | 60            | 60                | 59 | 61 | 60 | 60 | 0,00%  | 1,67%  | 1,67%  | 0,00%  | 0,00%  |

**Tabla26.** Angulo roll automóvil sentido antihorario CMPS11

En la **Tabla25. Y Tabla26.** Se midió el ángulo roll con el sensor CMPS11, y como en el ángulo pitch, en este se presentan los mismos problemas.

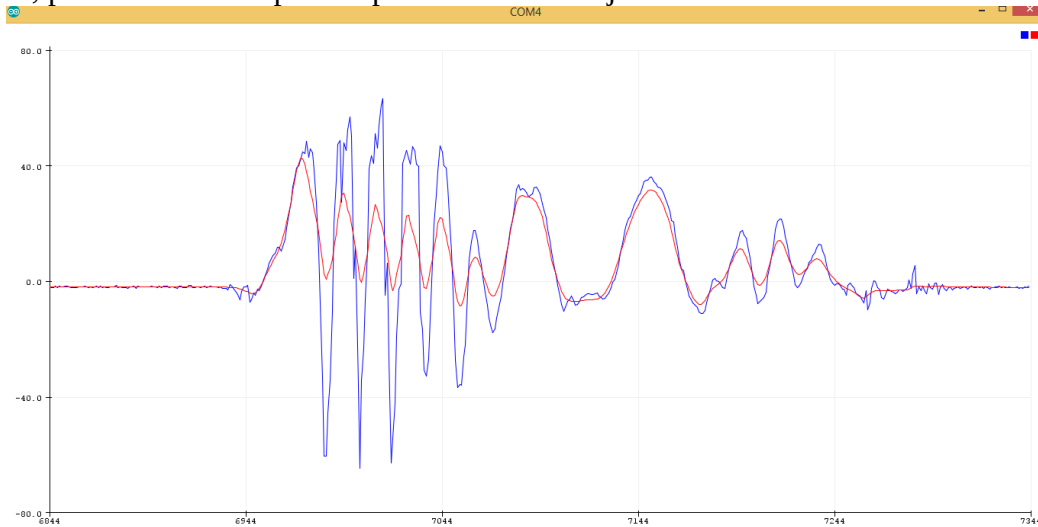
Comparando los porcentajes de error podemos observar que el sensor MPU6050 arroja menores porcentajes de error respecto al CMPS11, por lo que esta fue otra razón para usar el MPU6050 en la elaboración del proyecto.

En las siguientes gráficas podemos comparar los valores de Roll, Pitch tanto con filtro como sin él.



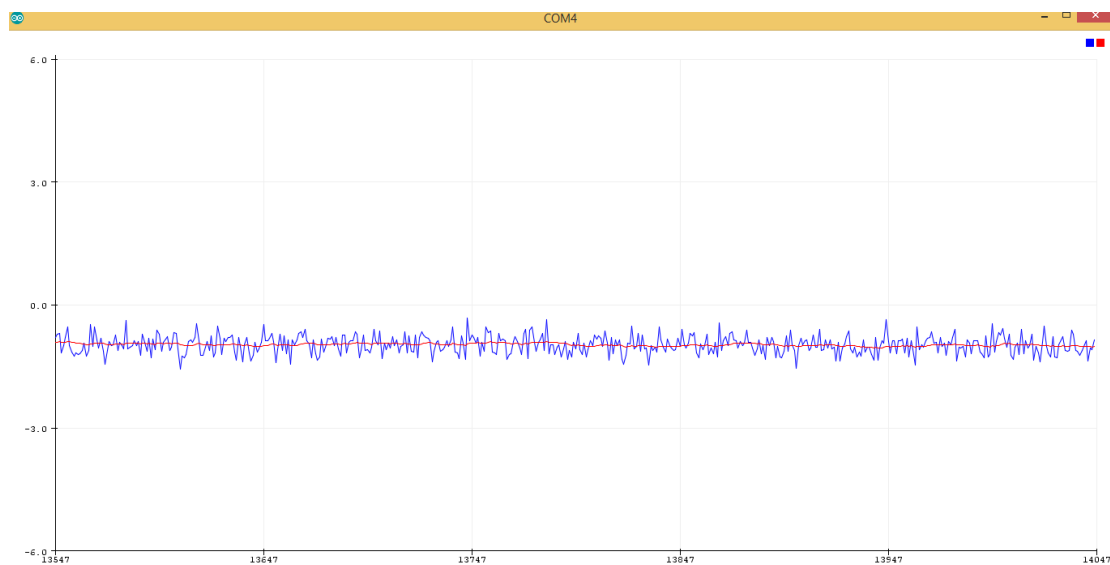
**Figura30.** Angulo Roll con y sin filtro

En la gráfica de la **Figura30**. el sensor se encuentra en reposo, sin embargo, el sensor sin filtro grafica el ruido en el ángulo Roll que puede ser apreciado en color azul, y el mismo sensor, pero con filtro se puede apreciar en color rojo.



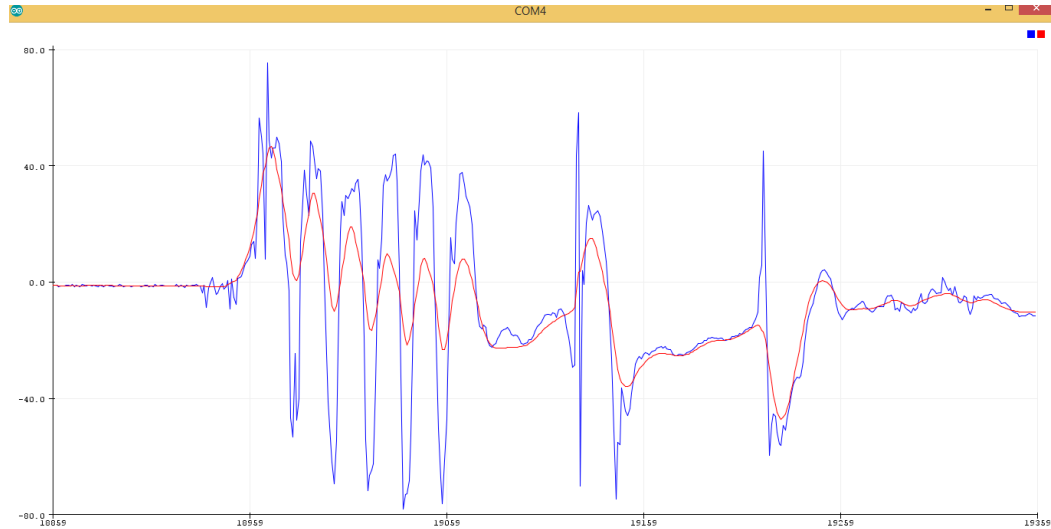
**Figura31.** Angulo Roll con y sin filtro

En la **Figura31**. Se movió el sensor en el ángulo Roll para comparar la diferencia entre el ángulo con filtro en color rojo y sin él en color azul. podemos observar que el sensor se vuelve más robusto y representa mejor los movimientos realizados en este ángulo.



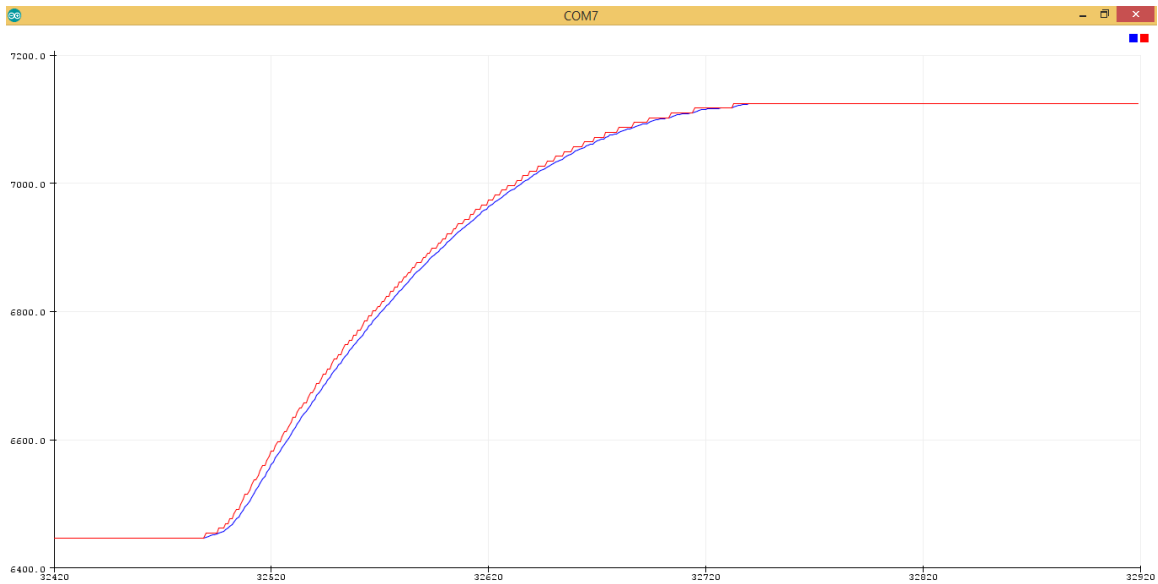
**Figura32.** Angulo Pitch con y sin filtro

En la **Figura32**. el sensor se encuentra en reposo, sin embargo, el sensor sin filtro grafica el ruido en el ángulo Pitch que puede ser apreciado en color azul, y el mismo sensor, pero con filtro se puede apreciar en color rojo.



**Figura33.** Ángulo Pitch con y sin filtro

En la **Figura33.** se movió el sensor en el ángulo Pitch para comparar la diferencia entre el ángulo con filtro en color rojo y sin él en color azul, podemos observar que el sensor se vuelve más robusto y representa mejor los movimientos realizados en este ángulo.



**Figura34.** Distancia recorrida con y sin filtro

En la gráfica de la **Figura34.** podemos observar la posición con filtro en azul y la posición sin el en rojo, se puede evidenciar una leve mejora en la exactitud del sensor ya que la curva azul se acerca más a los valores reales.

## Capítulo 6

### Conclusiones y Recomendaciones

En este capítulo se exponen las conclusiones a las que se llegó basándonos en los objetivos planteados para este proyecto.

Principalmente se buscaba desarrollar un sistema de navegación inercial utilizando un giroscopio, un acelerómetro y un odómetro, pero intentando minimizar gastos lo mas posible, esto se logró utilizando en primer medida la plataforma libre “arduino“, además de usar filtros de kalman que mejoraron la precisión de los sensores y al juntar estos elementos pudimos constatar que los filtros de kalman son una opción muy rentable para automóviles autónomos en espacios cerrados ya que este elimina en gran medida el ruido eléctrico que puede haber en estructuras, y como este navegador no depende de un magnetómetro no tiene ningún problema para funcionar en dichos espacios.

En cuanto a los objetivos específicos que se plantearon, los rangos de precio de los sensores no variaban mucho si tenían especificaciones similares, sin embargo, si tenían sensores adicionales o aplicaciones su precio incrementaba considerablemente, además de esto los sensores que poseen la tecnología de filtros de kalman incorporada a pesar de ser muchísimo más costosos que los que no la tienen, sus aplicaciones son limitadas ya que no se pueden sintonizar sus valores de incertidumbre externa, además de esto para el odómetro es recomendable usar encoders para futuros proyectos, ya que el sensor que usamos como odómetro no puede distinguir el sentido de giro de la rueda, esto trae consigo errores de medición en espacios donde el automóvil tiene que retroceder muchas veces.

Para la metodología de medición no hubo ningún inconveniente a la hora de aplicarla al código los fundamentos matemáticos utilizados para hallar estos datos, y funcionó como se esperaba.

Ya que se planteó muy bien las bases matemáticas del filtro de kalman la transcripción de este al código fue bastante optimizada, además de que es bastante sencilla de entender junto con el marco teórico de este proyecto, y a simple vista cuando se comparaban los datos medidos sin filtro con los que tenían filtro se podía notar la mejora.

Las pruebas que se realizaron para comprobar el error de posición del INS efectivamente demostraron que este sistema tiene un error menor al 10%, en condiciones donde el automóvil no retroceda mucho, además de que este error probablemente puede ser disminuido si se aumenta el número de imanes presentes en la rueda de forma moderada sin que afecte el funcionamiento normal de esta.

Los errores en los ángulos Roll y Pitch pudieron ver que eran menos del 10% para el sensor utilizado MPU6050, y comparándolos con el sensor CMPS11 el cual ya tiene un filtro de kalman incorporado por defecto, podemos evidenciar que hay una mejora en la precisión tanto por la cifra decimal como por el porcentaje de error.

Para futuros proyectos se recomienda diseñar una base donde se vaya a colocar el giroscopio/acelerómetro, ya que si no se ajusta bien al automóvil los ángulos pueden tener errores, además se recomienda buscar baterías más pequeñas ya que el espacio fue algo que no se tuvo en cuenta en este proyecto y por lo cual se tuvo algunos inconvenientes a la hora de ordenar todos los componentes dentro del espacio que nos daba el automóvil de juguete; también es recomendable usar dos fuentes de poder separadas como se hizo en este proyecto, alimentando el arduino y el automóvil de juguete por separado.

### Lista de Referencias

Ferrer Mínguez, G. (2009). Integración Kalman de sensores inerciales INS con GPS en un UAV.

Cuenca Sáenz, L. E., Cando, L., & Alfonso, J. (2017). <http://dspace.esPOCH.edu.ec/handle/123456789/7959>

Larson, R., Hostetler, R. P., Edwards, B. H., Heyd, D. E., & Abellanas, L. (2006). Cálculo. McGraw-Hill.

Bryson, M., & Sukkarieh, S. (2006). Vehicle Model Aided Inertial Navigation for a UAV using Low-cost Sensors.

Cuenca, L. E., & Leon, J. A. (2017). ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO.

Korkishko, Y. N., Fedorov, V. A., Prilutskiy, V. E., Ponomarev, V. G., Fedorov, I. V., Kostitskii, S. M., ... Varnakov, V. K. (2018). High-precision inertial measurement unit IMU-5000.

Kumar, N. S., & Jann, T. (2004). Estimation of attitudes from a low-cost miniaturized inertial platform using Kalman Filter-based sensor fusion algorithm. *Sadhana*, 29(2), 217–235. <https://doi.org/10.1007/bf02703733>

Li, N., Gao, Y., Wang, Y., Liu, Z., Guan, L., & Liu, X. (2019). A low-cost underground garage navigation switching algorithm based on kalman filtering. *Sensors (Switzerland)*, 19(8), 1–15. <https://doi.org/10.3390/s19081861>

Sarango Cuenca, J. C. (Itsco). (2011). PROYECTO FINAL\_grado, 150.

Vu, A., Member, S., Ramanandan, A., Chen, A., Farrell, J. A., Barth, M., & Member, S. (2012). Real-time computer vision DGPS-aided inertial navigation system for lane-level vehicle navigation 2012 cited\_88 *TRANSPORT.pdf*, 13(2), 899–913.

Welch, G., & Bishop, G. (1995). An introduction to the Kalman filter.

Woodman, O. J. (2007). An introduction to inertial navigation, (696).

Grewal, M. S., Andrews, A. P., & Bartone, C. G. (2013). Global navigation satellite systems, inertial navigation, and integration. John Wiley & Sons.

Alexander, C. K., & Sadiku, M. N. (2013). Fundamentos de circuitos eléctricos. AMGH Editora.



Rivas, M. (2006). Unidad de Medida Inercial: Algoritmo de estimación e implementación software. Proyecto Final de Carrera. Universidad de Sevilla. Escuela Técnica Superior de Ingenieros. Departamento de Ingeniería Electrónica. España.

Stewart, J. (2008). Calculo de una Variable, transcendentales tempranas. International Thom-son Editores.

Romaniuk, S., & Gosiewski, Z. (2014). Kalman filter realization for orientation and position estimation on dedicated processor. *acta mechanica et automatica*, 8(2), 88-94.

Vince, J. (2011). Quaternions for computer graphics. Springer Science & Business Media.

McCarron, B. (2013). Low-cost imu implementation via sensor fusion algorithms in the arduino environment.

Villarroel González, C. A. (2017). Design and implementation of an inertial navigation system using kalman filter.

Belhajem, I., Maissa, Y. B., & Tamtaoui, A. (2016, October). A robust low cost approach for real time car positioning in a smart city using Extended Kalman Filter and evolutionary machine learning. In 2016 4th IEEE International Colloquium on Information Science and Technology (CiSt) (pp. 806-811). IEEE.

Arduino, Arduino Nano. <https://store.arduino.cc/usa/arduino-nano>.

MPU6050 Datasheet. <https://invensense.tdk.com/wp-content/uploads/2015/02/MPU-6000-Datasheet1.pdf>

55100Datasheet.

[https://www.littelfuse.com/~media/electronics/datasheets/hall\\_effect\\_sensors/littelfuse\\_hall\\_effect\\_sensors\\_55100\\_datasheet.pdf](https://www.littelfuse.com/~media/electronics/datasheets/hall_effect_sensors/littelfuse_hall_effect_sensors_55100_datasheet.pdf)

Arduino, S. A. (2015). Arduino. Arduino LLC.

Littelfuse. (2015). 55100 Series - Hall Effect Sensors from Magnetic Sensors and Reed Switches - Littelfuse. Recuperado 20 de abril de 2020, de <https://www.littelfuse.com/products/magnetic-sensors-and-reed-switches/hall-effect-sensors/55100.aspx>

## Anexos

### AnexoA

Código de prueba para el sensor GY-521/MPU6050

```
#include "Wire.h"
const int MPU=0x69; // I2C address of the MPU-6050, 0x69 girosc accel ITG/MPU
double gyroData[]={0.0,0.0,0.0}; //store the gyroscope data from sensor
double acelData[]={0.0,0.0,0.0}; //store the accelerometer data from sensor
void read_gyro(double *data){
    //get gyro data
    Wire.beginTransmission(MPU); //start the communication
    Wire.write(0x43); //set register to read gyroscope
    Wire.endTransmission(false);
    Wire.requestFrom(MPU,6,true); // request a total of 6 registers
    data[0]=(Wire.read()<<8 | Wire.read())*(250.0/32768.0); //read gyroX registers
    data[1]=(Wire.read()<<8 | Wire.read())*(250.0/32768.0); //read gyroY registers
    data[2]=(Wire.read()<<8 | Wire.read())*(250.0/32768.0); //read gyroZ registers
    //convert measured aceleration into real values
}
void read_acel(double *data){
    //get aceleration data
    Wire.beginTransmission(MPU); //start the communication
    Wire.write(0x3b); //set register to read accelerometer
    Wire.endTransmission(false);
    Wire.requestFrom(MPU,6,true); // request a total of 6 registers
    data[0]=(Wire.read()<<8|Wire.read())* (9.81/16384.0); //read accX registers
    data[1]=(Wire.read()<<8|Wire.read())* (9.81/16384.0); //read accY registers
    data[2]=(Wire.read()<<8|Wire.read())* (9.81/16384.0); //read accZ registers
}
void setup() {
    // put your setup code here, to run once:
    Serial.begin(9600);
    Wire.begin(); //initialize i2c communication
    Wire.beginTransmission(MPU); //write the device to communicate
    Wire.write(0x6B); // PWR_MGMT_1 register
    Wire.write(0); // set to zero (wakes up the MPU-6050)
    Wire.endTransmission(true); //end transmtion
    // read data from accelerometer and gyroscope
    read_acel(acelData); //read data from aceleration
    read_gyro(gyroData); //read data from gyroscope
}
void loop() {
    // read data from accelerometer and gyroscope
```

```
read_acel(acelData); //read data from aceleration
read_gyro(gyroData); //read data from gyroscope
Serial.print(acelData[0]);Serial.print("\t");
Serial.print(acelData[1]);Serial.print("\t");
Serial.print(acelData[2]);Serial.print("\t");
Serial.print(gyroData[0]);Serial.print("\t");
Serial.print(gyroData[1]);Serial.print("\t");
Serial.print(gyroData[2]);Serial.print("\t");
Serial.print("\n");
}
```

**AnexoB**

Código de prueba para el sensor de efecto hall 55100

```
int pin=3;
int sensor=0;
void setup() {
  // put your setup code here, to run once:
  Serial.begin(9600);
  pinMode(pin,INPUT);
}

void loop() {
  // put your main code here, to run repeatedly:
  sensor=digitalRead(pin);
  Serial.println(sensor);
  delay(100);
}
```

## AnexoC

### Código principal del navegador inercial

```
#include<TimerOne.h>
#include "Wire.h"

//Variables del acelerometro/giroscopio
const int MPU=0x69; // I2C address of the MPU-6050 ,0x60 compass CMPS11, 0x69
girosc accel ITG/MPU
double gyroData[]={0.0,0.0,0.0}; //store the gyroscope data from sensor
double accelData[]={0.0,0.0,0.0}; //store the accelerometer data from sensor
double dt,prevTime;
double roll_acel, pitch_acel;
double accelX,accelY,velM;
int cnt;
const float pi=3.1416;

// variables del odometro
float vel=0;
float dist=0;
float distin=0;
float distfin=0;
volatile float distcount=0;
volatile int flag=0;
int ciclocount=0;
float t=0.1;
float pin=0;
float pfi=0;

//contador de interrupciones del odometro
void dist_fun(){
  distcount++;
}

//funcion para calcular la distancia recorrida por intervalo de tiempo
void timer_interrup(){
  pin=pfi;
  pfi=distcount;
  flag=1;
}

//Estructura filtro de Kalman
struct kalman{
  //Funcion para calcular angulos con el filtro
```

```

void calcAng(double newAng, double newRate, double dt){
    // Proyección del estado estimado
    ang+=(newRate-bias)*dt;
    // Proyectar la matriz con el error de covarianza
    p00+=dt*(p11*dt-p10-p01+Qa);
    p01-=p11*dt;
    p10-=p11*dt;
    p11+=Qb*dt;
    // Calculo de la ganancia de Kalman
    k0=p00/(p00+R);
    k1=p10/(p00+R);
    // Actualización del estado estimado con las nuevas medidas
    ang+=k0*(newAng-ang);
    bias+=k1*(newAng-ang);
    // Actualización del error de covarianza
    float p00a=p00;
    float p01a=p01;
    p00-=k0*p00a;
    p01-=k0*p01a;
    p10-=k1*p00a;
    p11-=k1*p01a;
}
void setAng(double angIni){
    ang=angIni;
}
//inicio pos_fun
void pos_fun(double newacel, double newdis, double dt ){

    // Proyección del estado estimado
    posk+=((newacel*dt/2)-bias)*dt;

    // Proyectar la matriz con el error de covarianza
    pk11=pk11-((pk32+pk23+(pk33*(dt/2)))*(dt*dt*dt/2))+(q11*dt);
    pk12=pk12-((pk32+(2*pk23)-(pk33*dt))*(dt*dt/2));
    pk13=pk13+(((2*pk23)-(pk33*dt))*(dt*dt/2));
    pk21=pk21-(((2*pk32)+pk23-(pk33*dt))*(dt*dt/2));
    pk22=pk22-((pk32+pk23-(pk33*dt))*(dt))+(q22*dt);
    pk23=pk23-(pk33*dt);
    pk31=pk31+(pk32*dt)-(pk33*dt*dt/2);
    pk32=pk32-(pk33*dt);
    pk33=pk33+(q33*dt);

    // Calculo de la ganancia de Kalman
    kk1=(pk11/(pk11+R));

```

```

kk2=(pk21/(pk11+R));
kk3=(pk31/(pk11+R));

// Actualización del estado estimado con las nuevas medidas
posk+=kk1*(newdis-posk);
biasp+=kk2*(newdis-posk);
acelk+=kk3*(newacel-acelk);

// Actualización del error de covarianza
float pk11a=pk11;
float pk12a=pk12;
float pk13a=pk13;
pk11-=kk1*pk11a;
pk12-=kk1*pk12a;
pk13-=kk1*pk13a;
pk21-=kk2*pk11a;
pk22-=kk2*pk12a;
pk23-=kk2*pk13a;
pk31-=kk3*pk11a;
pk32-=kk3*pk12a;
pk33-=kk3*pk13a;
}
//declaración de variables para el filtro de kalman
public:
    double ang;
    double posk=0;
    double acelk;
private:
    //Matriz de covarianza
    double p00=0.1,p01=0.1,p10=0.1,p11=0.1;
    double q11=0.1,q22=0.1,q33=0.1;
    //Matriz 3x3 de covarianza
    double
pk11=0.1,pk12=0.1,pk13=0.1,pk21=0.1,pk22=0.1,pk23=0.1,pk31=0.1,pk32=0.1,pk33=0.
1;

//Ganancia de la matriz
double k0=0,k1=0;
//Incertidumbre Externa
double Qa=0.001;
double Qb=0.003;
double R=0.03;
// Calculo de variables
double bias;

```

```

    double rate;
    double biasp;
    //ganancia de kalman
    double kk1=0, kk2=0, kk3=0;
}kalmRoll, kalmPitch, posX, kalmanpos;

// Estructura para el procesamiento de señal
struct signalProcess{
    //calculate velocity using Trapezoidal Method
    void compVel(double acel, double dt){
        vel=velP+(acelP+(acel-acelP)/2)*dt;
        velP=vel;
        acelP=acel;
    }
    //low pass filter
    void accFiltroLowPass(double acelnoFil) {
        acelFil=acelFilp+alphaAcc*(acelnoFil-acelFilp);
        acelFilp=acelFil;
    }
    //calculate position using Trapezoidal Method
    void compPos(double velIn, double dt){
        pos=posP+(velP+(velIn-velPc)/2)*dt;
        velPc=velIn;
        posP=pos;
    }
    //clear the velocity variables
    void clcVel(){
        vel=0;
        velP=0;
    }
public:
    //velocity
    double vel; //valculated velocity
    //low pass filter for aceleration
    double acelFil;
    // position calculate
    double pos;
private:
    //velocity
    double velP;
    double acelP;
    //low pass filter for aceleration
    double acelFilp;
    double alphaAcc=0.99;

```



```

    // position calculate
    double velPc;
    double posP;
} datX,datY;

void read_gyro(double *data){
    //get aceleration data
    Wire.beginTransaction(MPU); //start the comunication
    Wire.write(0x43); //set regiter to read gyroscope
    Wire.endTransmission(false);
    Wire.requestFrom(MPU,6,true); // request a total of 6 registers
    data[0]=(Wire.read()<<8 | Wire.read())*(250.0/32768.0); //read gyroX registers
    data[1]=(Wire.read()<<8 | Wire.read())*(250.0/32768.0); //read gyroY registers
    data[2]=(Wire.read()<<8 | Wire.read())*(250.0/32768.0); //read gyroZ registers
    //(250.0/32768.0) digital conversion
    //convert measured aceleration into real values
}

void read_acel(double *data){
    //get aceleration data
    Wire.beginTransaction(MPU); //start the comunication
    Wire.write(0x3b); //set regiter to read acelerometer
    Wire.endTransmission(false);
    Wire.requestFrom(MPU,6,true); // request a total of 6 registers
    data[0]=(Wire.read()<<8|Wire.read())* (9.81/16384.0); //read accX registers
    data[1]=(Wire.read()<<8|Wire.read())* (9.81/16384.0); //read accY registers
    data[2]=(Wire.read()<<8|Wire.read())* (9.81/16384.0); //read accZ registers
}

void setup() {
    // put your setup code here, to run once:
    Timer1.initialize(100000);
    Timer1.attachInterrupt(timer_interrup);
    Serial.begin(9600);
    Wire.begin(); //initialize i2c comunication
    Wire.beginTransaction(MPU); //write the device to communicate
    Wire.write(0x6B); // PWR_MGMT_1 register
    Wire.write(0); // set to zero (wakes up the MPU-6050)
    Wire.endTransmission(true); //end transmtion
    // read data from acelerometer and gyroscope
    read_acel(acelData); //read data from aceleration
    read_gyro(gyroData); //read data from gyroscope
    // calculate angles using acelerometer data
    pitch_acel = atan(-accelData[0] / sqrt(accelData[1] * accelData[1] + accelData[2] *
accelData[2]));

```

```

    roll_ace1 = atan( ace1Data[1]/ sqrt(ace1Data[0] * ace1Data[0] + ace1Data[2] *
ace1Data[2]));
    // initialize kalman filter
    kalmRoll.setAng(roll_ace1);
    kalmPitch.setAng(pitch_ace1);
    //Inicialización del odometro
    attachInterrupt(1, dist_fun, FALLING);
}
void loop() {
    // calculate time's delta
    dt = (millis()-prevTime)/1000.0; //calculate the elapsed time
    prevTime=millis();
    detachInterrupt(1);
    //calculo de la distancia usando pulsos
    dist=(pi*2.4*distcount); //distancia en cm
    //Restart the interrupt processing
    attachInterrupt(1, dist_fun, FALLING);
    // read data from accelerometer and gyroscope
    read_ace1(ace1Data); //read data from aceleration
    read_gyro(gyroData); //read data from gyroscope
    // Calculo de los angulos usando el acelerometro
    roll_ace1 = atan( ace1Data[1]/ sqrt(ace1Data[0] * ace1Data[0] + ace1Data[2] *
ace1Data[2]));
    pitch_ace1 = atan(-ace1Data[0] / sqrt(ace1Data[1] * ace1Data[1] + ace1Data[2] *
ace1Data[2]));
    // Calculo de los angulos con filtro de kalman
    kalmRoll.calcAng(roll_ace1*RAD_TO_DEG,gyroData[0],dt);
    kalmPitch.calcAng(pitch_ace1*RAD_TO_DEG,gyroData[1],dt);
    // Calculo de la aceleración en cada eje
    ace1X=ace1Data[0]+10*sin(kalmPitch.ang/RAD_TO_DEG);
    ace1Y=ace1Data[1]-10*sin(kalmRoll.ang/RAD_TO_DEG);

    // Calculo de posición con filtro de kalman

    kalmanpos.pos_fun(ace1Data[0],dist,dt);

    //IMPRESION EN EL PUERTO SERIAL

    //ANGULOS SIN FILTRO
    //Serial.print(roll_ace1*RAD_TO_DEG);Serial.print("\t");
    //Serial.print(pitch_ace1*RAD_TO_DEG);Serial.print("\t");

    //POSICION SIN FILTRO
    //Serial.print(dist);Serial.print("\t");

```

```
//ANGULOS CON FILTRO
Serial.print(kalmRoll.ang);Serial.print("\t");
Serial.print(kalmPitch.ang);Serial.print("\t");

//POSICION CON FILTRO
//Serial.print(kalmanpos.posk);Serial.print("\t");

Serial.println("\n");
}
```