

**MODELACIÓN Y ANÁLISIS DE DEFORMACIONES EN UNA CERCHA DE
ESTRUCTURA METÁLICA.**

FRANCISCO ANDRÉS RINCÓN SOLANO

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA
SECCIONAL BUCARAMANGA
ESCUELA DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL
BUCARAMANGA
2015**

**MODELACIÓN Y ANÁLISIS DE DEFORMACIONES EN UNA CERCHA DE
ESTRUCTURA METÁLICA.**

FRANCISCO ANDRÉS RINCÓN SOLANO

TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE:

INGENIERO CIVIL.

DIRECTORA:

**MIC. CLAUDIA PATRICIA RETAMOSO LLAMAS
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL**

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA
SECCIONAL BUCARAMANGA
ESCUELA DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL
BUCARAMANGA
2015**

*Ofrezco este trabajo a Dios, que me
guío hasta lograr todos mis
objetivos, ofrezco este trabajo a mis
padres, quienes con su apoyo y
amor, permitieron que lograra este
proyecto, culminando mi carrera
de Ingeniería Civil y a mi familia,
por siempre creer en mí.*

Francisco Andrés

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar agradecer a Dios por brindarme la oportunidad de tener una familia incondicional que me apoyó en este proyecto de vida como lo es una carrera universitaria.

A mis padres que siempre me brindaron lo que tenían y mucho más buscando siempre la mejor educación posible.

A la Facultad de Ingeniería Civil, quien me brindó la oportunidad de cursar con éxito todos mis cursos del pregrado en esta excelente carrera.

A mi Directora Claudia Patricia Retamoso Llamas, por brindar apoyo y compañía en este largo camino, brindándome tiempo que para ella es tan valioso, pero siempre con la mejor actitud y su mejor sonrisa que nos brindan tantas alegrías al final.

Al profesor Dr. Nestor Iván Prado García, quien colaboró con el proceso de diseño de los elementos a compresión, de la cercha y de esta manera se pudo establecer cual era la carga máxima que se podía aplicar.

Al profesor Ing. Dario Alonso Ramirez Amaya, quien brindó su colaboración presta en todas las actividades desarrolladas en el laboratorio de estructuras, con el sistema de adquisición de resultados de deformaciones y fuerzas aplicadas al modelo utilizado en el proyecto de grado.

A los auxiliares del laboratorio de ingeniería civil siempre estando prestos a brindar la mejor ayuda, de la forma más amigable y profesionalmente posible.

A mis amigos, quienes me acompañaron a lo largo de la vida académica algunos influyeron para bien, otros no tanto, pero de todo es experiencia vivida, a mis profesores, que siempre brindaron una mano amiga.

CONTENIDO

1. OBJETIVOS.	9
1.1. OBJETIVO GENERAL.	9
1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.	9
2. METODOLOGÍA	10
2.1. DISEÑO ARQUITECTÓNICO DE LA CERCHA METÁLICA.	11
2.2. CONSTRUCCIÓN DE LA CERCHA METÁLICA EN TALLER.	11
2.3. DETERMINACIÓN DE LOS MÓDULOS DE ELASTICIDAD DE LOS ELEMENTOS DE LA CERCHA METÁLICA.	12
2.4. DETERMINACIÓN DE DEFLEXIONES TEÓRICAS POR EL MÉTODO DEL SEGUNDO TEOREMA DE CASTIGLIANO Y POR EL SOFTWARE SAP2000.	12
2.5. MONTAJE EXPERIMENTAL DE LA CERCHA DE ACERO EN EL LABORATORIO.	13
3. JUSTIFICACIÓN	14
4. ALCANCE	15
5. ANTECEDENTES	16
5.1. IMPLEMENTACIÓN DEL MÓDULO DE CONTROL, ADQUISICIÓN Y PROCESAMIENTO DE DATOS, PARA EL SHAKER SERIE 2075E, UTILIZADO EN EL ESTUDIO DINÁMICO DE EDIFICACIONES A ESCALA. (RAMIREZ, 2014).	16
5.2. COMPARACIÓN DE DEFORMACIONES UNITARIAS Y DESPLAZAMIENTO UTILIZANDO UNA ARMADURA (VALENCIA, 2015).	16
6. MARCO TEÓRICO.	18
6.1. VENTAJAS DEL ACERO.	18
6.2. DESVENTAJAS DEL ACERO.	19
6.3. ZONA ELÁSTICA.	20
6.4. DEFLEXIONES.	21
6.4.1. REGLAS PARA LOS ELEMENTOS.	21
6.4.2. REGLAS PARA LOS NUDOS:	21
6.5. SEGUNDO TEOREMA DE CASTIGLIANO:	22
6.5.1. DETERMINACIÓN DE LA DEFLEXIÓN EN ARMADURAS Y CERCHAS.	22
6.5.2. DETERMINACIÓN DE LA DEFLEXIÓN EN ELEMENTOS DE FLEXIÓN.	23
6.6. MÉTODO DE NUDOS	24

6.7. SOLDADURA.	25
6.7.1. TIPOS DE SOLDADURA	25
6.8. SAP2000	27
<u>7. CÁLCULO DEL MÓDULO DE ELASTICIDAD, MEDIANTE LA MEDICIÓN DE LA DEFORMACIÓN DE UNA VIGA SIMPLEMENTE APOYADA.</u>	<u>28</u>
7.1. ANÁLISIS ESTÁTICO DE LA VIGA.	28
7.1.1. DETERMINACIÓN DE LAS REACCIONES DE LA VIGA ESTÁTICAMENTE DETERMINADA.	28
7.1.2. DETERMINACIÓN DE LAS ECUACIONES DE MOMENTO DE FLEXIÓN EN LOS CORTES DE LA VIGA.	29
7.2. DEFLEXIÓN EN EL PUNTO 1 DE LA VIGA PARA EL MÓDULO DE ELASTICIDAD.	32
7.3. DEFLEXIÓN EN EL PUNTO 2 DE LA VIGA PARA EL MÓDULO DE ELASTICIDAD.	33
7.4. DETERMINACIÓN DE LA INERCIA DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL.	33
7.5. ENSAYO DE LABORATORIO PARA LA OBTENCIÓN DE LAS DEFLEXIONES EN EL PUNTO 1 Y 2 DE LA VIGA.	35
<u>8. DISEÑO DE ELEMENTO CRÍTICO A COMPRESIÓN CARGA MÁXIMA DE LA CERCHA DE ACERO.</u>	<u>42</u>
8.1. DISEÑO A COMPRESIÓN DE LOS ELEMENTOS 5 Y 8 DE LA CERCHA DE ACERO.	43
<u>9. DETERMINACIÓN DE LAS DEFORMACIONES EN LA CERCHA POR EL MÉTODO DEL SEGUNDO TEOREMA DE CASTIGLIANO.</u>	<u>45</u>
9.1. ANÁLISIS DE LAS FUERZAS INTERNAS DE LAS CERCHAS MÉTODO DE LOS NODOS, EN FUNCIÓN DE P, P1, P2, P3 Y P4.	45
9.1.1. DETERMINACIÓN DE LAS REACCIONES DE LA CERCHA.	45
9.1.2. SOLUCIÓN POR MEDIO DEL MÉTODO DE LOS NODOS.	46
9.2. CÁLCULO DE LAS ECUACIONES DE LAS DEFLEXIONES EN CADA PUNTO DE LA CERCHA METÁLICA DE ACERO.	51
9.2.1. DETERMINACIÓN DE TODAS LAS FUERZAS DE LOS ELEMENTOS DE LA CERCHA.	51
9.2.2. DETERMINACIÓN DE LA DEFLEXIÓN DEL PUNTO 1 Y PUNTO 3.	52
<u>10. ANÁLISIS DE LA CERCHA METÁLICA MEDIANTE EL SOFTWARE SAP2000.</u>	<u>56</u>
<u>11. RESULTADOS DE LAS PRUEBAS EXPERIMENTALES SOBRE LA CERCHA METÁLICA.</u>	<u>60</u>
<u>12. ANÁLISIS DE RESULTADOS.</u>	<u>64</u>
<u>13. CONCLUSIONES.</u>	<u>68</u>

14. RECOMENDACIONES	69
15. BIBLIOGRAFÍA	70

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.	Diagrama de flujo actividades de la metodología	10
Figura 2.	Diseño Arquitectónico de la cercha de acero.	11
Figura 3.	Construcción de cercha en taller.	11
Figura 4.	Montaje del ensayo de flexión para determinar el módulo de elasticidad.....	12
Figura 5.	Medidas de los elementos (cm) de la cercha de acero.	13
Figura 6.	Montaje de la Cercha de acero en el laboratorio, medidas de deflexiones.	13
Figura 7.	Zonas del acero ensayado a tracción.....	20
Figura 8.	Método de los nodos.	25
Figura 9.	SAP2000 Structural Analysis Program 2000@.	27
Figura 10.	Estática del sistema	28
Figura 11.	Diagrama de corte 1.	29
Figura 12.	Diagrama de corte 2.	30
Figura 13.	Diagrama corte 3.	31
Figura 14.	Diagrama de corte 4.	31
Figura 15.	Sección transversal de un elemento de la cercha metálica	34
Figura 16.	Prueba de flexión	36
Figura 17.	Montaje Ensayo estático.	37
Figura 18.	Elementos más largos sometidos a compresión (pandeo).....	42
Figura 19.	Diagrama para análisis del método de los nodos.	45
Figura 20.	Nodo 1.	46
Figura 21.	Nodo 2.	47
Figura 22.	Nodo 6.	47
Figura 23.	Nodo 7.	48
Figura 24.	Nodo 3.	48
Figura 25.	Nodo 4.	49
Figura 26.	Nodo 8.	50
Figura 27.	Nodo 5.	50
Figura 28.	Sección transversal cordón superior e inferior de los elementos SAP 2000.	56
Figura 29.	Sección transversal de parales y diagonales SAP 2000.....	57
Figura 30.	Modelo cercha metálica SAP 2000	57
Figura 31.	Instrumento de medición TDS-530.....	60
Figura 32.	Celda de carga y deformímetros.....	61

LISTA DE TABLAS

Tabla 1.	<i>Dimensiones de la sección transversal.</i>	34
Tabla 2.	<i>Determinación del centroide en el eje y.</i>	35
Tabla 3.	<i>Determinación de las inercias.</i>	35
Tabla 4.	<i>Resultados ensayos1 de deformaciones para sección L 1.5"x1.5"x0.2".</i>	38
Tabla 5.	<i>Resultados ensayos2 de deformaciones para sección L 1.5"x1.5"x0.2".</i>	39
Tabla 6.	<i>Resultados ensayos3 de deformaciones para sección L 1.0"x1.0"x0.167".</i>	40
Tabla 7.	<i>Módulos de elasticidad Promedio.</i>	40
Tabla 8.	<i>Promedio y desviaciones del módulo de elasticidad.</i>	40
Tabla 9.	<i>Eliminación de Módulo de Elasticidad fuera de los rangos mínimos y máximos.</i>	41
Tabla 10.	<i>Módulo de Elasticidad promedio y datos eliminados.</i>	41
Tabla 11.	<i>Carga crítica para el elemento 5 y 8 en SAP2000.</i>	43
Tabla 12.	<i>Propiedades del elemento crítico.</i>	43
Tabla 13.	<i>Deformaciones del análisis teórico por el segundo teorema de Castigliano.</i>	55
Tabla 14.	<i>Desplazamientos SAP2000 variación de Carga 1.</i>	58
Tabla 15.	<i>Desplazamientos SAP2000 variación de Carga 2.</i>	59
Tabla 16.	<i>Cargas y deformaciones experimentales Prueba 1.</i>	62
Tabla 17.	<i>Cargas y deformaciones experimentales Prueba 2.</i>	63
Tabla 18.	<i>Cuadro comparativo segundo teorema de Castigliano vs prueba experimental Carga 1.</i>	64
Tabla 19.	<i>Cuadro comparativo SAP2000 vs prueba experimental Carga 1.</i>	65
Tabla 20.	<i>Cuadro comparativo segundo teorema de Castigliano vs prueba experimental Carga 2.</i>	66
Tabla 21.	<i>Cuadro comparativo SAP2000 vs prueba experimental Carga 2.</i>	67

RESUMEN GENERAL DE TRABAJO DE GRADO

TÍTULO: MODELACIÓN Y ANÁLISIS DE DEFORMACIONES EN UNA CERCHA DE ESTRUCTURA METÁLICA.

AUTOR(ES): Francisco Andres Rincón Solano

FACULTAD: Facultad de Ingeniería Civil

DIRECTOR(A): Claudia Patricia Retamoso Llamas

RESUMEN

La modelación y el análisis es una de las bases más importantes al momento de diseñar cualquier tipo de estructura sin importar el material. En el proceso que se lleva a cabo en el proyecto de grado se busca realizar el análisis y la modelación tanto teórica como experimental, de una estructura (cercha) en acero para comparar las deflexiones que se presentan en algunos puntos de la misma y compararlos con los que se miden en el laboratorio. Teniendo como base los conocimientos de la asignatura resistencia de materiales, análisis de estructuras y estructuras metálicas, ofrecidas dentro del programa de la Facultad de Ingeniería Civil. Este trabajo de grado se enfatizará en los resultados obtenidos a partir de deflexiones en puntos específicos con una estructura que se analiza por el Método del segundo teorema de Castigliano, con el programa SAP2000 y de manera experimental en el laboratorio de estructuras. Es indispensable obtener suficientes datos, para minimizar los errores por lo tanto desde las áreas de las secciones transversales, hasta la obtención del módulo de elasticidad, se calculan para así tener un trabajo de grado en el cual se tiene todo en base a datos obtenidos sobre los materiales que se están utilizando en la misma estructura, es importante obtener los datos sobre está, para ser más precisos a la hora de comparar los resultados de los procesos que se llevan a cabo teóricamente como experimentalmente. Teniendo todos los valores de deflexiones de los diferentes puntos de la cercha, se comparan los obtenidos con el método del segundo teorema de Castigliano y el experimental. Así mismo, se comparan los obtenidos en el SAP2000, con los obtenidos en el experimento y poder saber que tan precisa es la teoría con lo que se realiza el análisis de este tipo de estructuras en la zona elástica del material.

PALABRAS CLAVE: Acero, cercha, experimento, Castigliano, deflexiones.

GENERAL SUMMARY OF DEGREE WORK

TITLE: MODELING AND ANALYSIS OF DEFORMATION IN A METAL TRUSS STRUCTURE

AUTHOR(S): Francisco Andrés Rincón Solano

FACULTY: Civil Engineering Faculty

DIRECTOR: Claudia Patricia Retamoso Llamas

ABSTRACT

The modeling and analysis is one of the most important when designing any structure regardless of the material bases. In the process that takes place at the graduation Project it seeks to perform the analysis and both theoretical modeling and experimental of a Steel structure (truss) for comparing the deflections that occur in some parts of it and compare them measured in the laboratory. On the basis of knowledge of the subject resistance of materials analysis of structures and metal structures within the program offered at the Faculty of civil Engineering. This degree Project will emphasize the results obtained from deflections at specific points with a structure that is analyzed by the method of the second theorem of Castigliano, with the SAP2000 program and experimentally in the laboratory of structures, it is essential to obtain sufficient data minimize errors therefore from the áreas of the cross sections to obtain the elastic modulus, they are calculated in order to have a graduation Project in which is a base on data on materials being used in the same structure, it is important to get the data is to be more accurate when comparing the results of the processes carried out both theoretically and experimentally. Having all values of deflections of different points of the truss are compared with those obtained with the second method Castigliano theorem and experimental. Likewise, comparing the SAP 2000 obtained with those obtained in the experiment to know how accurate the theory whereby the analysis of such structures is performed in the elastic region of the material.

KEY WORDS: Steel, truss, experiment, Castigliano, deflections.

INTRODUCCIÓN.

El diseño de estructuras metálicas es una parte de la ingeniería civil que viene tomando gran fuerza al pasar de los años, teniendo propiedades que son de gran interés al momento de ejecutar un proyecto. Las cerchas o armaduras son elementos estructurales muy importantes en el momento que trabajan con otros elementos para formar una estructura, por lo tanto se debe tener con claridad todos los conocimientos al momento en el que se diseñe cualquier tipo de estructura, se deberá tener conocimientos claros de las normas y códigos que reglamenten el diseño de estructuras metálicas.

En este trabajo de grado se busca aclarar y comparar dos diferentes métodos por los cuales se puede diseñar una cercha de estructura metálica como los son; Segundo teorema de Castigliano y mediante el software SAP 2000 con respecto a los resultados que nos brindará la máquina TDS-530 mediante la prueba de carga real sobre una cercha construida con las medidas estipuladas. Se analizarán puntos específicos de la cercha, donde se ubicarán los deformímetros los cuales ayudarán a la medición en milímetros de una manera experimental con margen de error mínimo.

Como primera instancia es muy importante tener claro las propiedades del material, por lo tanto mediante el laboratorio de flexión se medirán desplazamientos vs cargas para calcular su módulo de elasticidad.

Se debe tener claro lo aprendido en resistencia de materiales y análisis de estructura para que se pueda desarrollar de manera eficiente el segundo teorema de Castigliano, ya que este teorema brindará una ecuación en función de (P) que es la carga aplicada y arrojará su respectiva deformación.

También se analizará mediante el software SAP 2000 que es un programa que permitirá diseñar la cercha con las medidas requeridas, propiedades de sus elementos y sus respectivas secciones transversales. Dicho software calculará la cercha de estructura metálica dando los valores de las deformaciones en los puntos que se le indique.

Por último con los valores obtenidos de manera experimental y mediante los dos modelos se compararán entre ellos para comparar sus porcentajes de error y que tan reales son los valores arrojados por los diferentes modelos aplicados.

1. OBJETIVOS.

1.1. Objetivo General.

Comparar las deformaciones teóricas, prácticas y experimentales, de un modelo estructural de cercha de estructura metálica.

1.2. Objetivos Específicos.

Determinar las propiedades de sección transversal (área) y módulo de elasticidad de los elementos a emplear en la cercha metálica, propiedades a partir de experimentación en el laboratorio.

Realizar el modelo teórico de la cercha en estructura metálica, para obtener las fuerzas internas de los elementos y las deformaciones en los diferentes puntos de análisis, por medio del método del segundo teorema de Castigliano.

Realizar el modelo práctico de la cercha en estructura metálica, para obtener las fuerzas internas y deformaciones en los puntos de análisis, en el software SAP2000 V 17.1.1.

Construir y experimentar sobre la cercha en estructura metálica, en el laboratorio de estructuras. Obtener deformaciones experimentales de la misma.

Realizar las comparaciones entre el análisis teórico de deflexiones, práctico y experimental y observar que tanto se cumplen las teorías de la zona elástica de los materiales.

2. METODOLOGÍA

Es importante tener claro los fundamentos teóricos, con los que se llevará a cabo este proyecto, por lo tanto es indispensable reunir materiales educativos como libros, bases de datos, el reglamento NSR10 y cualquier material que sirva de ayuda en este proceso y que tenga los conocimientos correspondientes para el buen desarrollo del proyecto. A continuación se realiza un flujograma, Figura 1, donde se observan los procedimientos generales que se desarrollaron en la ejecución del proyecto de grado.

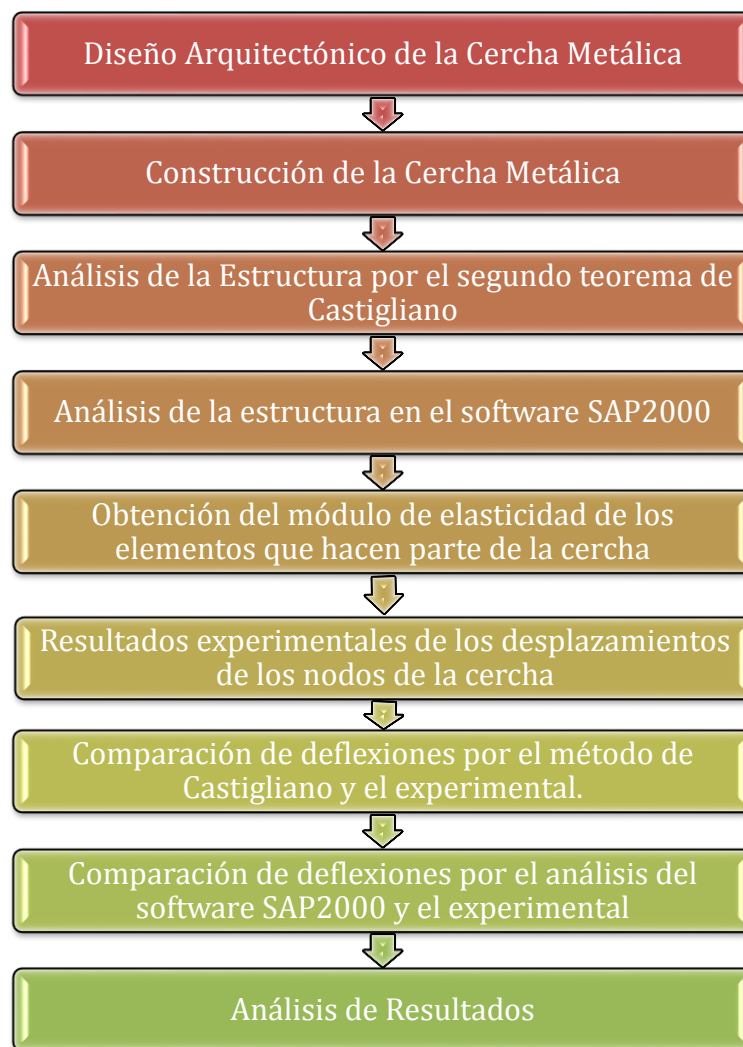


Figura 1. Diagrama de flujo actividades de la metodología

2.1. Diseño Arquitectónico de la cercha metálica.

Se definió el modelo de cercha metálica, para ser trabajado por todas las metodologías, como se muestra en la Figura 2. A partir de la numeración de los nodos mostrada y de los elementos, se deben trabajar todos los análisis por las diferentes metodologías.

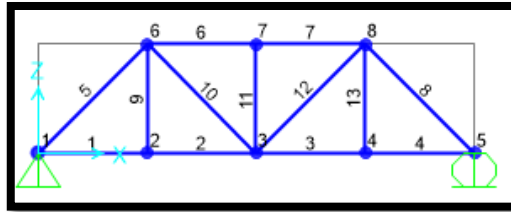


Figura 2. Diseño Arquitectónico de la cercha de acero.

2.2. Construcción de la cercha metálica en taller.

En un taller de estructuras metálicas, se procedió a realizar la construcción de la estructura que se utilizará en el laboratorio. En la Figura 3, se observa la cercha inicialmente construida con un ancho de cincuenta (50) cm, en vista a que los elementos empleados en laboratorio, no tenían la capacidad de aplicar la carga en este ancho, por indicaciones de los técnicos del laboratorio, se decidió modificar el ancho a quince (15) cm de la cercha.



Figura 3. Construcción de cercha en taller.

2.3. Determinación de los módulos de elasticidad de los elementos de la cercha metálica.

Cuando se construyó la cercha, se procedió a tomar la muestra del material con el cual se va a construir la estructura metálica para realizarle los ensayos de flexión en el laboratorio y calcular el módulo de elasticidad por medio de la teoría de flexión del método del segundo teorema de Castigliano. En la Figura 4, se observa el montaje de laboratorio realizado.



Figura 4. Montaje del ensayo de flexión para determinar el módulo de elasticidad

2.4. Determinación de deflexiones teóricas por el método del segundo teorema de Castigliano y por el software SAP2000.

Para determinar las deflexiones de la cercha metálica de acero, se utiliza el método de los nodos, obteniendo las fuerzas internas en función de la carga externa aplicada en el punto medio de la cercha y de las cargas ficticias que se deben ubicar en los otros puntos donde se van a obtener las deflexiones en la cercha. En el SAP2000, se procede a variar la carga aplicada, se definen las secciones transversales y las propiedades de los elementos, de tal manera que se obtienen los desplazamientos por esta metodología, en la cercha con las mismas dimensiones del modelo experimental, con las dimensiones que se muestran en la Figura 5.

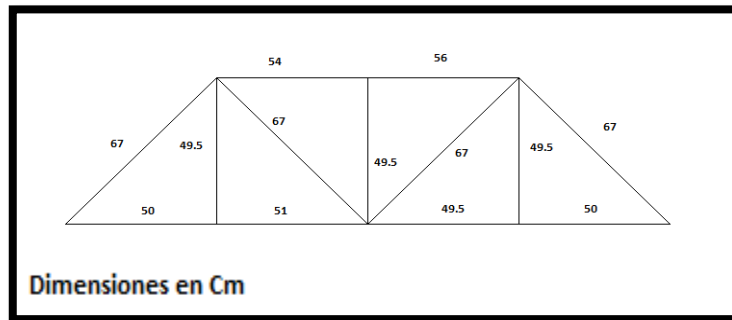


Figura 5. Medidas de los elementos (cm) de la cercha de acero.

2.5. Montaje experimental de la cercha de acero en el laboratorio.

Antes de realizar la carga en la estructura de acero, se debe revisar cual es el elemento que falla primero a compresión. En el caso particular se observó que estos elementos son las diagonales con los números 5 y 8, como se muestra en la Figura 2. Este análisis de la carga máxima soportada por estos elementos, estableció el límite de carga que se podía aplicar a la cercha metálica y de esta manera no exceda el límite elástico del material. En la Figura 6, se observa el montaje general que se realizó en laboratorio y la toma de medidas de las deflexiones en el mismo.



Figura 6. Montaje de la Cercha de acero en el laboratorio, medidas de deflexiones.

3. JUSTIFICACIÓN

Por medio de este proyecto de grado se pretende analizar de manera práctica, teórica y experimental una cercha de estructura metálica con base en los conocimientos adquiridos en resistencia de materiales y análisis de estructuras en la Universidad.

Para comparar de manera directa los resultados al momento de obtener las deformaciones máximas, buscando así abarcar más dominio sobre el tema de las armaduras y ampliar el marco de investigación para estudiantes de resistencia de materiales, de tal manera que puedan generar un proyecto de laboratorio, direccionado en este sentido.

Se pretende que el proyecto sea una base para determinar las deformaciones de estructuras metálicas, construidas con acero y de esta manera poder exportar esta metodología para otro tipo de materiales, con los cuales se desarrollen cerchas o armaduras bidimensionales.

Lo más importante, es determinar experimentalmente las deformaciones que se presentan en una estructura, de tal manera que se pueda comparar estos datos también con lo que establece el Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente NSR10.

Adicionalmente, la facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Pontificia Bolivariana seccional Bucaramanga diseñó y construyó el marco de carga, en el cual se someterá a diferentes fuerzas, las cuales serán obtenidas en otro equipo que adquirió la Universidad, en el cual con la celda de carga (establece los valores reales de las cargas asignadas) y con transductores de desplazamiento y deformímetros eléctricos se miden las deformaciones de la estructura.

Este proyecto de grado se relaciona de manera directa con las diferentes formas de determinar las deformaciones de los nodos de una armadura de estructura metálica por medio de varios métodos como lo son; método de los nodos (fuerzas internas), el segundo teorema de Castigliano (deformaciones teóricas), mediante el software SAP 2000 (prácticas) y deformaciones experimentales, tomadas en el modelo del laboratorio.

De los resultados obtenidos, se puede tener un porcentaje de error entre los diferentes métodos, y así saber que tan viable es confiar en los diseños estructurales teóricos o prácticos, sin necesidad de realizar los análisis experimentales de los elementos estructurales.

4. ALCANCE

A partir de este proyecto de grado se pretenden revisar los diferentes resultados que se obtienen de las deformaciones máximas en una cercha de estructura metálica, de manera teórica (método del segundo teorema de Castigliano), práctica (SAP2000) y experimental (laboratorio).

Se realizó el análisis de la cercha con sus respectivas dimensiones ya estipuladas, con un diseño arquitectónico preliminar, por medio del método de los nodos y el segundo teorema de Castigliano, después se analizó por flexión la deflexión en un elemento particular, se procedió a obtener experimentalmente la deflexión y con estos datos el módulo de elasticidad del material real empleado en la cercha de acero.

También se realizó el análisis de la estructura con el software SAP2000 para obtener las deformaciones en los puntos de análisis, y así se obtienen los datos de referencia de la cercha de manera práctica.

Se determinaron las deflexiones de la cercha en estructura metálica en el laboratorio, de manera experimental con el Data Logger y los deformímetros con los que cuenta el laboratorio de estructuras de la Facultad de Ingeniería Civil. Teniendo en cuenta que las uniones de la cercha son soldadas con sus respectivos conectores en todos los nodos.

La estructura desarrollada en laboratorio, puede ser utilizada por los estudiantes de las asignaturas de resistencia de materiales, análisis de estructuras y estructuras metálicas, ya que se trabajó en el rango elástico del material.

5. ANTECEDENTES

5.1. Implementación del módulo de control, adquisición y procesamiento de datos, para el shaker serie 2075E, utilizado en el estudio dinámico de edificaciones a escala. (Ramirez, 2014).

En este trabajo de grado se enfatizaron en la parte de la dinámica estructural, donde lo más importante es salvaguardar vida de las personas. Los ingenieros tienen que asegurar que sus diseños cumplan con todos los parámetros y que responda de manera eficiente a todos los requisitos dados por la norma NSR-10.

Para realizar todas las pruebas de vibraciones fue necesario primero calcular su módulo de elasticidad para los elementos a los cuales se les iba a aplicar las vibraciones midiendo las deformaciones verticales de una viga simplemente apoyada, se obtuvo un $E=4403,80\text{MPa}$.

También han usado el segundo teorema de Castigliano para calcular todas las fuerzas internas de la estructura, por lo tanto se tomo una viga de plástico, y se apoyó en dos puntos, con una luz de 140.6 mm, se cargó y se descargó repetidamente con dos masas iguales de 76g ubicadas a $L/3$ de cada apoyo, las deformaciones en el centro de la viga fueron leídas por un deformímetros electrónico con capacidad de medición máxima de hasta 50 mm con una precisión de una centésima de milímetro.

La prioridad de este proyecto fue darle la importancia a las nuevas tecnologías en el campo de la ingeniería civil enfatizándose en el campo de la ingeniería electrónica, mediante ensayos estáticos y dinámicos.

5.2. Comparación de deformaciones unitarias y desplazamiento utilizando una armadura (Valencia, 2015).

Debido al importante papel que juega en la actualidad las estructuras metálicas se han realizado varios estudios con la necesidad de lograr la mayor seguridad posible al momento de llevar al máximo la resistencia de dichas elementos metálicos, por lo tanto se ha venido estudiando cómo se comporta las estructuras metálicas mediante cargas aplicadas para estudiar sus desplazamientos y así lograr tener con mayor certeza los criterios principales como lo son la comodidad, la seguridad y el confort.

En este trabajo de grado han comparado los desplazamientos y las deformaciones unitarias que puede sufrir una armadura de aluminio experimentalmente con los análisis arrojados mediante el software SAP2000. Mediante El data logger TDS-530 obtuvieron las deformaciones en puntos específicos mediante cargas aplicadas por poder medir sus deformaciones mediante este dispositivo.

Se calculó el módulo de elasticidad por el método de la viga simplemente apoyada pero al realizar todos los cálculos obtuvieron un valor de 40.51% de error.

Compararon los valores obtenidos mediante el software SAP 2000 con los valores experimentales y se obtuvo un valor de 0.68% y 1.43%.

6. MARCO TEÓRICO.

La cercha es uno de los principales tipos de estructuras empleadas en ingeniería. Proporciona una solución práctica y económica a muchas situaciones de ingeniería, especialmente en el diseño de puentes y edificios. Una armadura consta de barras rectas unidas mediante juntas o nodos. Los elementos de una cercha se unen sólo en los extremos por medio de pasadores sin fricción para formar una armazón rígida; por lo tanto ningún elemento continúa más allá de un nodo. Cada cercha se diseña para que soporte las cargas que actúan en su plano y, en consecuencia, pueden considerarse como una estructura bidimensional.

Todas las cargas deben aplicarse en las uniones y no en los mismos elementos. Por ello cada cercha es un elemento sometido a fuerzas axiales directas (tracción o compresión).¹

6.1. Ventajas del Acero.

Las estructuras en acero tienen ventajas y desventajas las cuales se deben tener en cuenta al momento de hacer el diseño estructural, las ventajas que se encuentran con este material son, entre otras:²

Alta resistencia: la alta resistencia del acero por unidad de peso implica que será poco el peso de las estructuras, esto tiene mayor relevancia en luces de puentes de gran extensión, edificaciones altas y en estructuras con malas condiciones en la cimentación.

Uniformidad: Las propiedades del acero no cambian apreciablemente con el tiempo, como es el caso de las estructuras de concreto reforzado.

Elasticidad: El acero se acerca más en su comportamiento a la hipótesis de diseño que la mayoría de los materiales, gracias a que sigue la Ley de Hooke hasta esfuerzos bastante altos.

Durabilidad: Si el mantenimiento de las estructuras de acero es adecuado durarán indefinidamente. Investigaciones realizadas en los aceros modernos, indican que bajo ciertas condiciones no se requiere ningún mantenimiento a base de pinturas.

¹ <http://es.scribd.com/doc/16427192/Diseno-de-cerchas#scribd>

² Jack C. McCormac. DISEÑOS DE ESTRUCTURAS METÁLICAS método ASD 4. Edición. Editorial ALFAOMEGA 1999. p 1-2

Ductilidad: La ductilidad es la propiedad que tiene un material de soportar grandes deformaciones sin fallar bajo altos esfuerzos de tensión.

Tenacidad: Los aceros estructurales son tenaces, es decir, poseen resistencia y ductilidad.

Ampliaciones de estructuras existentes: las estructuras de acero se adaptan muy bien a posibles adiciones o nuevos módulos e incluso alas enteras a estructuras de acero o concreto reforzado ya existentes.

Propiedades diversas: a). gran facilidad para unir diversos elementos por medio de varios tipos de conectores como la soldadura, los tornillos y los remaches. b). Posibilidad de prefabricar los elementos. c). Rapidez de montaje. d). Gran capacidad para laminarse en una gran cantidad de tamaños. e). Resistencia a la fatiga.

6.2. Desventajas del Acero.³

Costo de mantenimiento: La mayor parte de los aceros son susceptibles a la corrosión al estar expuesto al aire y al agua, y por consiguiente, deben pintarse periódicamente.

Costos de protección contra el fuego: Aunque algunos elementos estructurales son incombustibles, sus resistencias se reducen considerablemente durante los incendios.

Susceptibilidad al pandeo: Entre más largos y esbeltos sean los elementos a compresión, mayor es el peligro de pandeo.

Fatiga: Otra característica inconveniente del acero es que su resistencia puede reducirse si se somete a un gran número de inversiones del signo de esfuerzo.

Fractura frágil: Bajo ciertas condiciones, el acero puede perder su ductilidad y presentarse una fractura frágil en lugares con concentración de esfuerzos.

³Jack C. McCormac. DISEÑOS DE ESTRUCTURAS METALICAS método ASD 4.Edicion. Editorial ALFAOMEGA 1999. p 3.

6.3. Zona Elástica.⁴

Es la capacidad que tienen los materiales de recuperar la forma inicial cuando cesa la carga que los deforma. Si se pasa de los límites de elasticidad llega a la zona plástica donde la deformación producida es permanente. Se valora mediante el llamado límite elástico “carga que puede soportar un material por unidad de sección, sin sufrir deformaciones permanentes”. Se calcula con los ensayos de resistencia de materiales, muy importantes a la hora de dimensionar cada pieza por debajo del límite elástico.

Para determinar el límite elástico se hace por medio del ensayo de tracción o se puede determinar a partir de un ensayo de flexión, en el cual se determina el módulo a partir de las deflexiones obtenidas en el elemento y de sus propiedades de rigidez.

En la Figura 7, se puede observar un diagrama característico de un ensayo de tracción:

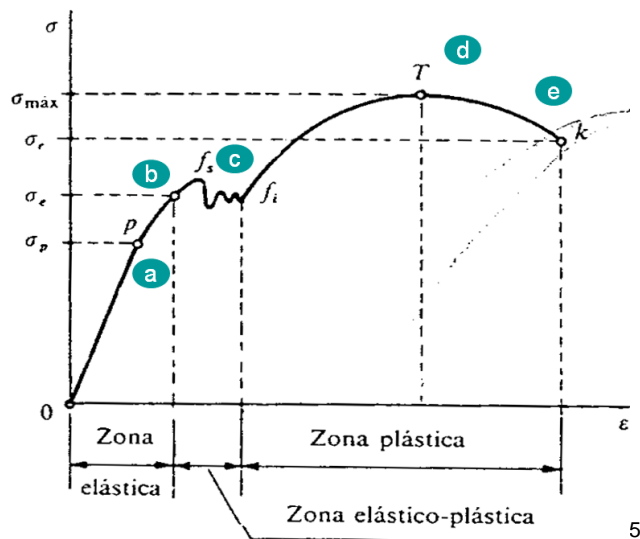


Figura 7. Zonas del acero ensayado a tracción.

La zona elástica comprende los puntos (0ab) los alargamientos elásticos son pequeños y proporcionales a los esfuerzos. Cuando el esfuerzo cesa la probeta recupera su estado inicial.

⁴ http://www.aulatecnologia.com/BACHILLERATO/1_bg/APUNTES/materiales/propiedadesmateriales.htm

⁵ <http://mecatronica4b.blogspot.com/2011/11/diagrama-esfuerzo-deformacion-unitaria.html>

La zona elástica es la misma zona proporcional (0ab). Hay una relación lineal entre tensión y deformación. Esta relación se conoce como (E) módulo de elasticidad o de Young (N/m²), que es la relación entre la tensión y la deformación en la zona de comportamiento proporcional.

Zona elástico plástica (bc), en esta zona no se recupera su condición inicial, pero existe una gran deformación unitaria bajo un esfuerzo constante, también se conoce como la zona de fluencia en los aceros dúctiles.

Zona plástica (cde), en esta zona el material no tiene un comportamiento uniforme y se produce la falla del material, al inicio entre c y d, gana un poco de resistencia, pero después falla cuando alcanza sus límites máximos de deformaciones.

6.4. Deflexiones.

Las deformaciones de las estructuras son causadas por momentos de flexión, por fuerzas axiales y por fuerzas cortantes. En vigas, en marcos y pórticos, los valores máximos son causados por momentos de flexión, mientras que en una armadura los valores máximos son causados por fuerzas axiales. Las fuerzas cortantes no tienen mayor efecto.

6.4.1. Reglas para los elementos.

Un elemento se deforma en la misma dirección de la carga aplicada, en este caso de manera perpendicular a la sección transversal del elemento.

A menos de que tenga una articulación entre un elemento y un nudo, el extremo del elemento, es decir, el nudo se desplaza de la misma manera.

Los elementos con menor rigidez (EI/L) tienden a deformarse más que los elementos con mayor rigidez. Es decir, los elementos largos y esbeltos se deforman más que los elementos cortos y robustos.

6.4.2. Reglas para los nudos:⁶

Se supone que un nudo es una estructura rígida. Un nudo rígido puede desplazarse pero no deformarse, es decir el nudo no cambia de tamaño o forma al desplazarse. La orientación relativa de los extremos de los elementos

⁶ Jack C. McCormac. ANALISIS DE ESTRUCTURAS métodos clásico y matricial. Cuarta edición. Editorial ALFAOMEGA 2010 p 227.

conectados a un nudo es la misma antes y después del desplazamiento del nudo.

Un nudo solo puede desplazarse de acuerdo a los soportes externos que actúan sobre él. Un nudo es un soporte fijo o empotrado, no puede ni trasladarse ni girar, un nudo que es un soporte de pasador puede girar pero no puede trasladarse, un nudo que es un rodillo puede girar, pero no puede trasladarse perpendicularmente a la superficie sobre la cual se apoya, y se puede trasladar paralelo a la superficie de apoyo.

6.5. Segundo teorema de Castigliano:

Con este método de análisis, se busca determinar las deflexiones que se presentan en la cercha de estudio, aplicada a estructuras que solamente tienen fuerzas axiales en sus elementos. Por esta razón, se tiene en cuenta esta metodología.

Para obtener también el módulo de elasticidad, se realizan ensayos de flexión sobre elementos contruidos del mismo material de los elementos de la cercha y se puede obtener a partir de estas deflexiones y la sección transversal de los elementos, el módulo de elasticidad del material.

Castigliano se dio cuenta que la derivada parcial de la energía de deformación U , con respecto a una fuerza, fuerza o torque, es igual al desplazamiento, rotación y giro respectivamente, con respecto a su línea de acción. Tiene la desventaja que solo se puede aplicar en estructuras linealmente elásticas (el análisis del proyecto se lleva a cabo en la zona elástica del material).

U : Energía de deformación interna en la estructura.

θ_i : Rotación en el punto de aplicación del momento M_i .

δ_i : Deflexión en el punto de aplicación de la carga P_i .

φ_i : Angulo de torsión en el punto de aplicación del torque T_i .

$$\delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i} \quad \theta_i = \frac{\partial U}{\partial M_i} \quad \varphi_i = \frac{\partial U}{\partial T_i}$$

6.5.1. Determinación de la deflexión en armaduras y cerchas.

Para determinar la deflexión en un punto particular de una cercha o armadura, se procede a aplicar la ecuación que se muestra a continuación, teniendo en cuenta que se realiza la derivada parcial de cada fuerza interna de los elementos, respecto a la fuerza imaginaria aplicada en el punto donde se quiere determinar la deflexión.

$$\delta = \sum_{i=1}^n \frac{\partial F_i}{\partial P} \cdot \frac{F_i \cdot L_i}{A_i \cdot E} \quad (\text{Ecuación 1})$$

Donde:

δ → Deflexión del elemento en el punto o nodo específico.

F_i → Fuerza interna del elemento de la armadura (kN).

L_i → Longitud del elemento en análisis (m)

A_i → Área del elemento en análisis (m²)

E → Módulo de elasticidad del material (GPa).

P → Carga ficticia aplicada en el punto donde se requiere determinar la deflexión.

Para determinar la deflexión, se procede a ubicar una carga ficticia (P) en el punto donde se necesita obtener.

Después se desarrolla el análisis estático de la cercha, sea por el método de los nodos⁶ o por el método de las secciones.

Cuando se obtienen las fuerzas internas de los elementos, están en función de P , por lo cual cada una de ellas se derivan parcialmente respecto a esta variable.

Para obtener la deflexión, se realiza la aplicación de la ecuación 1 para cada uno de los elementos, de tal manera, que al final, se realiza la multiplicación de los datos anteriores, teniendo en cuenta los límites establecidos y se obtiene el valor requerido.

6.5.2. Determinación de la deflexión en elementos de flexión.

Aplicando el método del 2º Teorema de Castigliano para estructuras estáticamente determinadas, se utiliza la ecuación 2, que se muestra a continuación.

$$\delta = \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_0^{\ell} M \cdot \frac{\partial M}{\partial P} \cdot dx \quad (\text{Ecuación 2})$$

Donde:

δ → Deflexión del elemento en el punto específico.

M → Ecuaciones de momento internas de los diferentes cortes de la estructura.

L → Límite de longitud del corte, antes de una carga (m)

I → Inercia del elemento en análisis (m⁴)

E → Módulo de elasticidad del material (GPa).

P → Carga ficticia aplicada en el punto donde se requiere determinar la deflexión.

Con esta metodología empleada de analizar por flexión la deflexión en un punto cualquiera de un elemento particular, se procede a obtener experimentalmente la deflexión y a partir de estos datos, determinar el módulo de elasticidad.

El procedimiento que se sigue, es determinar los momentos internos de cada corte, después en cada momento interno se deriva respecto a la carga imaginaria P, que está ubicada en el punto de obtención de las deflexiones.

Después de realizar estos cálculos, se determina la ecuación de la deflexión y se obtiene de la ecuación el módulo de elasticidad del material.

6.6. Método de nudos ⁷

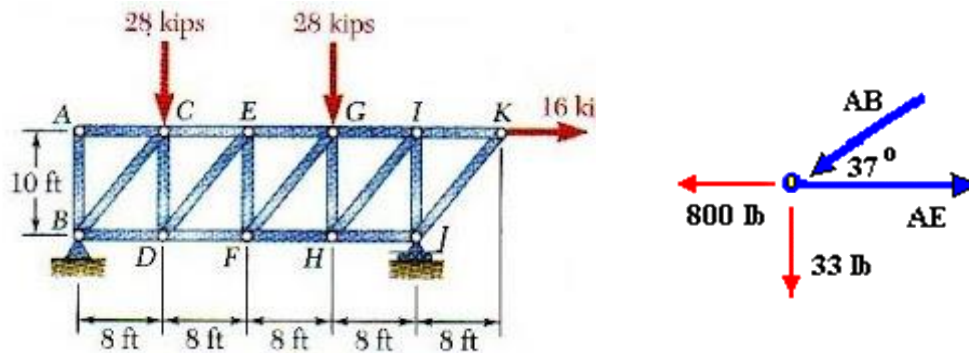
Puede pasarse una sección imaginaria alrededor de un nudo de una armadura, independientemente de su ubicación, aislándolo por completo del resto de la armadura el nudo se convierte entonces en un cuerpo libre que está en equilibrio bajo la acción de las fuerzas aplicadas a él. Las ecuaciones de equilibrio aplicable, Sumatoria de F_h=0 y sumatoria de F_v=0, pueden aplicarse al nudo para determinar las fuerzas desconocidas en las barras que concurren a él. Es evidente que con esas 2 ecuaciones no pueden determinarse más de dos (2) incógnitas en un nudo.

Quien estudia el método de los nudos se encuentra que es necesario dibujar un cuerpo libre para cada nudo de la armadura que este analizando, después de calcular las fuerzas en dos (2) o tres (3) armaduras, solo le será necesario

⁷ Jack C. McCormac. ANALISIS DE ESTRUCTURAS métodos clásico y matricial. Cuarta edición. Editorial ALFAOMEGA 2010 p 129

dibujar los diagramas de unos cuantos nudos, ya que podrá visualizar con facilidad los cuerpos libres a analizar.

El dibujo de bocetos grandes ayuda a la visualización. El punto más importante que se debe recordar es que se debe resolver nudo por nudo. Las cargas y las fuerzas en los otros nudos no deben considerarse en el nudo en estudio. Su interés debe concentrarse solamente en las fuerzas del nudo en el cual se está trabajando. La Figura 8 muestra los detalles.⁸



Fuente: Fernando P. Beer MECANICA VECTORIAL PARA INGENIEROS octava edición McGraw-Hill interamericana editores S:A⁹

Fuente: <http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/americanab/03-estructurasArticuladas/3-17.html>

Figura 8. Método de los nudos.

6.7. Soldadura.¹⁰

Se denomina así a todos los procesos de unión de metales que se realizan por fusión localizada de las partes a unir, mediante la aplicación conveniente de calor o presión. Puede ser con y sin aporte de material a las piezas unidas, donde el material de aporte es de igual o diferente tipo a las partes a unir. Es importante tener en cuenta que la soldadura cambia la estructura física de los materiales que se están soldando, debido a que cambia alguna de las propiedades de los materiales que se están uniendo.

6.7.1. Tipos de soldadura

La mayoría de los procesos de soldadura requieren la generación de altas temperaturas para hacer posible la unión de los metales envueltos. El tipo de fuente de calor, o en otros términos, la forma de producir la fusión, es básicamente lo que describe el tipo de proceso los cuales se agrupan en tres

⁸ <http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/americanab/03-estructurasArticuladas/3-17.html>

⁹ Fernando P. Beer MECANICA VECTORIAL PARA INGENIEROS octava edición McGraw-Hill interamericana editores S:A.

¹⁰ http://www.escuelaing.edu.co/uploads/laboratorios/3637_soldadura.pdf p 9-18

categorías: Welding o soldadura fuerte, Soldering y Brazing, soldaduras débiles.

6.7.1.1 Soldadura Autógena o por gas.

En el proceso de soldadura y corte con gas, el principio es simple: una intensa llama es producida por la combustión controlada de una mezcla de oxígeno y un gas combustible. Los gases son obtenidos de fuentes o tanques separados y pasados a través de reguladores y luego pasados a través de una antorcha en donde se mezclan, para salir por la boquilla donde ocurre la ignición.

6.7.1.2 Soldadura por arco o eléctrica.

Como el nombre lo sugiere, es un arco eléctrico que se establece entre las partes a soldar y un electrodo metálico. La energía eléctrica, convertida en calor, genera una temperatura en el arco cerca de 5,500 grados centígrados (10,000 F), causando la fundición de los metales y después la unión.

6.7.1.3 Soldering.

Es el procedimiento de calentar una junta a una temperatura apropiada, usando un material de aporte el cual funde por debajo de los 427 °C (800 F). La soldadura fundida (líquida) es distribuida entre las angostas cavidades de la junta por la acción de la capilaridad.

6.7.1.4 Brazing.

Es el proceso en el que dos metales se unen con el uso de calor y un material de aporte que se funde a una temperatura por encima de los 427 °C Centígrados (800°F) pero por debajo del punto de fusión de los metales bases a ser soldados. El principio por el cual el material de aporte es conducido por las hendiduras y cavidades de la junta para crear la unión es similar al usado en el Soldering de acción capilar.

6.8. SAP2000¹¹

El programa SAP2000 es uno de los programas líder en la ingeniería estructural. Se pueden analizar cualquier tipo de estructura con este programa, e incluso diseñar elemento por elemento de manera precisa con los reglamentos más conocidos (ACI en Estados Unidos, RCDF en México, EUROCODIGO en Europa, etc.). Se trata de un excelente programa de cálculo estructural en tres dimensiones mediante elementos finitos.

Es el descendiente directo de la familia SAP90, muy conocida hace algunos años. En este caso, el programa está totalmente renovado. Tal vez lo más visible sea su nueva interfaz, totalmente integrada en Windows y realmente sencilla de utilizar. Mediante SAP2000 es posible modelar complejas geometrías, definir diversos estados de carga, generar pesos propios automáticamente, asignar secciones, materiales, así como realizar cálculos estructurales de concreto reforzado y acero basados, entre otras normativas o reglamentaciones.

En la Universidad Pontificia Bolivariana, se cuenta con la licencia del software SAP2000 versión 17.1.1., Como se observa en la Figura 9 y en el cual se realizó el modelo de la cercha para el presente trabajo de grado, en la sala de modelación del edificio K número 519.



Figura 9. SAP2000 Structural Analysis Program 2000©.

¹¹ <http://es.scribd.com/doc/2569351/Manual-SAP2000-Excelente-Tipo-edificio#scribd> p 2

7. CÁLCULO DEL MÓDULO DE ELASTICIDAD, MEDIANTE LA MEDICIÓN DE LA DEFORMACIÓN DE UNA VIGA SIMPLEMENTE APOYADA.

Antes de iniciar a observar los resultados obtenidos del módulo de elasticidad en este capítulo, se observa el cálculo realizado a partir del software Wolfram Mathematica 10.1. Para obtener la ecuación del módulo de elasticidad, a partir del ensayo de flexión de una viga en laboratorio.

7.1. Análisis estático de la viga.

En la Figura 10, se observa el diagrama inicial de la estática de la viga con la cual se determinan las reacciones de la viga simplemente apoyada, estáticamente determinada.

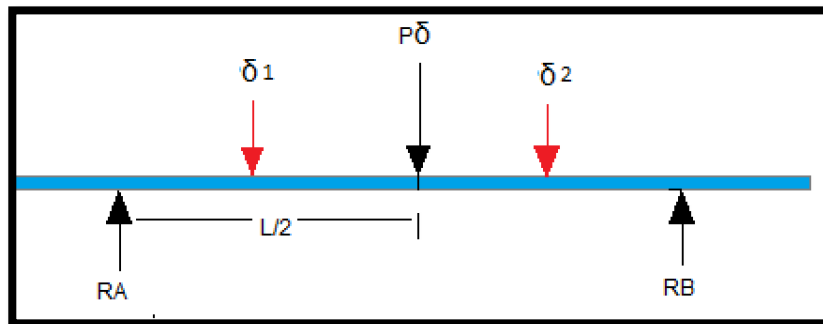


Figura 10. Estática del sistema

7.1.1. Determinación de las reacciones de la viga estáticamente determinada.

A partir de la sumatoria de momentos y la sumatoria de fuerzas verticales de la viga, se obtienen las reacciones en el punto A y B de la viga simplemente apoyada, como se muestra a continuación.

$$R_A \rightarrow \frac{P}{2} + P_1 - \frac{d_1 P_1}{L} + P_2 - \frac{d_2 P_2}{L}$$

$$R_B \rightarrow \frac{P}{2} + \frac{d_1 P_1}{L} + \frac{d_2 P_2}{L}$$

7.1.2. Determinación de las ecuaciones de momento de flexión en los cortes de la viga.

Después de determinar las reacciones en RA y RB, se procede a calcular la ecuación de momentos para cada uno de los cortes posibles, a lo largo de la longitud del elemento.

7.1.2.1 Corte 1: $0 \leq x \leq d1$

En la Figura 11, se observa el diagrama del corte 1, se efectúa momento en el punto A' y se establece el valor del momento M1, después de obtener este valor, se realiza el cálculo de la derivada parcial respecto a la fuerza P del primer corte, que hace parte del método del segundo teorema de Castigliano.

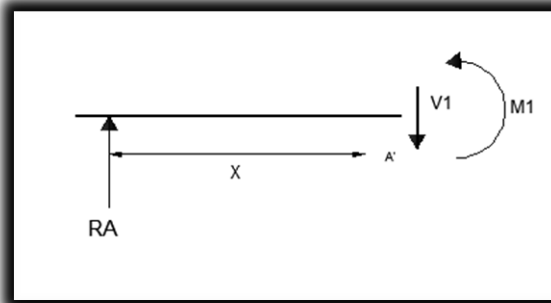


Figura 11. Diagrama de corte 1.

A continuación se encuentra la ecuación del momento M1 y a partir de esta ecuación, se obtienen las derivadas de la misma respecto a la carga P1, aplicada para obtener la deflexión en el punto 1 y la carga P2, para determinar la deflexión en el punto 2.

$$M1 \rightarrow \frac{Px}{2} + P1x - \frac{d1P1x}{L} + P2x - \frac{d2P2x}{L}$$

Se calcula la derivada parcial con respecto a la carga P1 y P2, del M1.

$$\frac{\partial M1}{\partial P1} = x - \frac{d1x}{L} \qquad \frac{\partial M1}{\partial P2} = x - \frac{d2x}{L}$$

Se reemplaza $\{P1 \rightarrow 0, P2 \rightarrow 0\}$ para calcular el M1.

$$M1 \rightarrow \frac{px}{2}$$

7.1.2.2 Corte 2: $d1 \leq x \leq L/2$

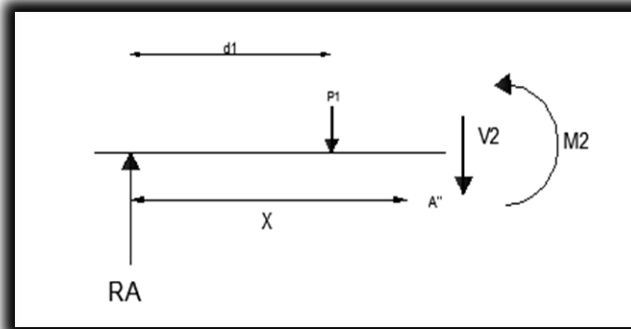


Figura 12. Diagrama de corte 2.

En la Figura 12 se muestra cómo se obtiene el momento $M2$ del corte. Se realiza la sumatoria de momentos en el punto A'' .

$$M2 \rightarrow d1P1 + \frac{Px}{2} - \frac{d1P1x}{L} + P2x - \frac{d2P2x}{L}$$

Se calcula la derivada parcial con respecto a la $P1$ y $P2$, del momento 2.

$$\frac{\partial M2}{\partial P1} = d1 - \frac{d1x}{L} \qquad \frac{\partial M2}{\partial P2} = x - \frac{d2x}{L}$$

Se reemplaza $\{P1 \rightarrow 0, P2 \rightarrow 0\}$ para calcular el momento número 2.

$$M2 \rightarrow \frac{Px}{2}$$

7.1.2.3 Corte 3: $L/2 \leq x \leq d2$

En la Figura 13 se muestra cómo se realiza el corte para hallar los momentos, en el corte 3.

Se halla el momento, mediante la sumatoria de momentos igual a 0.

$$M3 \rightarrow \frac{LP}{2} + d1P1 - \frac{Px}{2} - \frac{d1P1x}{L} + P2x - \frac{d2P2x}{L}$$

Se calcula la derivada parcial con respecto a la $P1$ y $P2$, del momento 3.

$$\frac{\partial M3}{\partial P1} = d1 - \frac{d1x}{L} \qquad \frac{\partial M3}{\partial P1} = x - \frac{d2x}{L}$$

Se reemplaza {P1 → 0, P2 → 0} para calcular el momento número 3.

$$M3 \rightarrow \frac{LP}{2} - \frac{Px}{2}$$

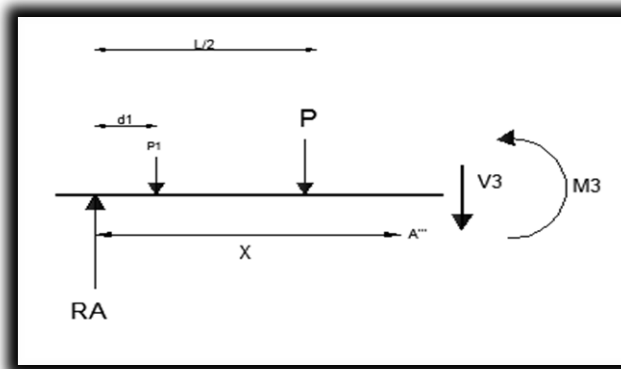


Figura 13. Diagrama corte 3.

7.1.2.4 Corte 4: $d2 \leq x \leq L$

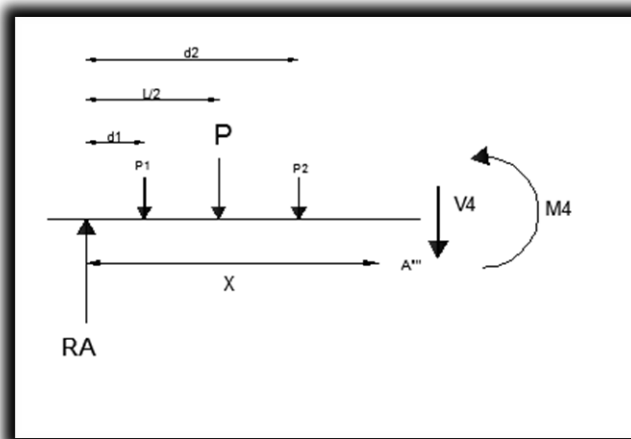


Figura 14. Diagrama de corte 4.

En la Figura 14 muestra cómo se realiza el corte para hallar los momentos.

Se halla el momento, mediante la sumatoria de momentos igual a 0.

$$M4 \rightarrow \frac{LP}{2} + d1P1 + d2P2 - \frac{Px}{2} - \frac{d1P1x}{L} - \frac{d2P2x}{L}$$

Se calcula la derivada parcial con respecto a la P1 y P2, del momento 3.

$$\frac{\partial M3}{\partial P1} = d1 - \frac{d1x}{L} \qquad \frac{\partial M3}{\partial P2} = d2 - \frac{d2x}{L}$$

Se reemplaza {P1 → 0, P2 → 0} para calcular el momento número 3.

$$M4 \rightarrow \frac{LP}{2} - \frac{Px}{2}$$

7.2. Deflexión en el punto 1 de la viga para el módulo de elasticidad.

Para obtener la deflexión del punto 1, se procede a calcular la integral del momento multiplicado por la derivada del momento respectivo respecto a la carga ficticia P1, a continuación se muestran las integrales de los cuatro cortes anteriores.

$$\int_0^{d1} \left(\left(\frac{Px}{2} \right) * \left(x - \frac{d1x}{L} \right) \right) dx = \frac{d1^3 P}{6} - \frac{d1^4 P}{6L}$$

$$\int_{d1}^{L/2} \left(\left(\frac{Px}{2} \right) * \left(d1 - \frac{d1x}{L} \right) \right) dx = -\frac{d1^3 P}{4} + \frac{d1^4 P}{6L} + \frac{1}{24} d1 L^2 P$$

$$\int_{L/2}^{d2} \left(\left(\frac{LP}{2} - \frac{Px}{2} \right) * \left(d1 - \frac{d1x}{L} \right) \right) dx = -\frac{1}{2} d1 d2^2 P + \frac{d1 d2^3 P}{6L} + \frac{1}{2} d1 d2 L P - \frac{7}{48} d1 L^2 P$$

$$\int_{d2}^L \left(\left(\frac{LP}{2} - \frac{Px}{2} \right) * \left(d1 - \frac{d1x}{L} \right) \right) dx = \frac{1}{2} d1 d2^2 P - \frac{d1 d2^3 P}{6L} - \frac{1}{2} d1 d2 L P + \frac{1}{6} d1 L^2 P$$

Luego de calcular todas las integrales se realiza la sumatoria de todos los resultados se dividen por la multiplicación del módulo de elasticidad por la inercia del elemento en L.

$$\delta 1 = -\frac{d1(4d1^2 - 3L^2)P}{48 \text{Elasticidad} * \text{Inercia}}$$

Se despeja la elasticidad para que la formula quede en función de la inercia y la deflexión obtenida en laboratorio en el punto 1.

$$\text{Elasticidad1} \rightarrow \frac{-4d1^3P + 3d1L^2P}{48\text{Inercia}\delta1}$$

7.3. Deflexión en el punto 2 de la viga para el módulo de elasticidad.

Al igual que en la deflexión del punto 1 de la viga, se realizan las integrales para los cuatro cortes donde se multiplica el momento por la derivada del momento respecto a la carga P2.

$$\int_0^{d1} \left(\left(\frac{Px}{2} \right) * \left(x - \frac{d2x}{L} \right) \right) dx = \frac{d1^3P}{6} - \frac{d1^3d2P}{6L}$$

$$\int_{d1}^{L/2} \left(\left(\frac{Px}{2} \right) * \left(x - \frac{d2x}{L} \right) \right) dx = -\frac{d1^3P}{6} + \frac{d1^3d2P}{6L} - \frac{1}{48}d2L^2P + \frac{L^3P}{48}$$

$$\int_{L/2}^{d2} \left(\left(\frac{LP}{2} - \frac{Px}{2} \right) * \left(x - \frac{d2x}{L} \right) \right) dx = -\frac{5d2^3P}{12} + \frac{d2^4P}{6L} + \frac{1}{4}d2^2LP + \frac{1}{24}d2L^2P - \frac{L^3P}{24}$$

$$\int_{d2}^L \left(\left(\frac{LP}{2} - \frac{Px}{2} \right) * \left(d2 - \frac{d2x}{L} \right) \right) dx = \frac{d2^3P}{2} - \frac{d2^4P}{6L} - \frac{1}{2}d2^2LP + \frac{1}{6}d2L^2P$$

Realizando los cálculos, se obtiene la sumatoria de las integrales anteriores

$$\delta2 = \frac{(d2 - L)(4d2^2 - 8d2L + L^2)P}{48\text{ElasticidadInercia}}$$

Se despeja la elasticidad para que la formula quede en función de la inercia.

$$\text{Elasticidad2} \rightarrow \frac{(4d2^3 - 12d2^2L + 9d2L^2 - L^3)P}{48\text{Inercia}\delta2}$$

7.4. Determinación de la inercia de la sección transversal.

A continuación, en la Figura 15, se muestra la sección transversal de uno de los elementos a los cuales se les tomó las medidas de la sección transversal, para realizar el ensayo de flexión.

Se toman las medidas del elemento en varias partes de el para tener un dato promedio real de las secciones transversales, teniendo en cuenta sus espesores y longitudes.

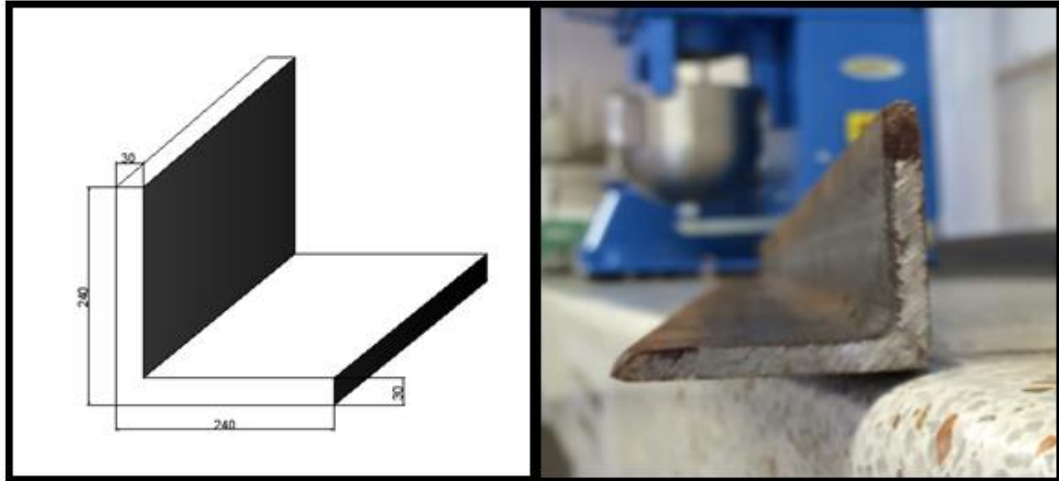


Figura 15. Sección transversal de un elemento de la cercha metálica

Tabla 1. Dimensiones de la sección transversal.

	e1 (cm)	e2 (cm)	L1 (cm)	L2 (cm)
	0.482	0.43	2.638	2.43
	0.46	0.43	2.62	2.45
	0.48	0.46	2.54	2.43
	0.5	0.47	2.54	2.4
	0.48	0.452	2.54	2.432
Promedio	0.4804	0.4484	2.5756	2.4284

En la Tabla 1 se muestra los resultados de las medidas tomadas manualmente al elemento.

Se calcula la altura, la base, el área, el centroide en y, el área por el centroide en y, para obtener el y trazo de toda la figura, la determinación de estos cálculos se observan en la Tabla 2.

Tabla 2. Determinación del centroide en el eje y.

Area	base (cm)	altura (cm)	Área (cm ²)	ytrazo (cm)	A ytrazo (cm ³)
1	0.4804	2.1272	1.02191	1.512	1.54512
2	2.4284	0.4484	1.08889	0.2242	0.24413
			2.1108		1.7893
		y =	0.8477	cm	

Después de tener el centroide general de la figura, se determina la distancia al centroide de cada figura particular a la general y se determina la inercia por el teorema de Steiner o de los ejes paralelos y se obtiene también la inercia por el eje centroidal, como se observa en la Tabla 3

Tabla 3. Determinación de las inercias.

Área	d (cm)	I (cm ⁴)	Ad ² (cm ⁴)
1	0.6643	0.38534234	0.45100884
2	-0.6235	0.01824466	0.42326324

Con la suma de todas las inercias se obtiene la inercia total de tal manera que es $I = 1.2778591 \text{ cm}^4$ o 12778.5908 mm^4 .

Se realiza esta operación varias veces con diferentes medidas para tener varios resultados de inercias y obtener un valor promedio de la inercia, el cual es 11679.1798 mm^4 .

Con la inercia calculada se procede a determinar las deflexiones en el laboratorio para poder de esta manera obtener el módulo de elasticidad en cada punto.

7.5. Ensayo de laboratorio para la obtención de las deflexiones en el punto 1 y 2 de la viga.

En este ensayo se determinó el módulo de elasticidad de un elemento metálico, midiendo la deformación vertical en dos puntos del elemento como se observa en la Figura 16, la cual muestra al planteamiento del ensayo.

Se determinó por medio de este ensayo ya que no se puede probar en tensión, por cuanto en la máquina universal de la universidad, no se puede probar a tensión el elemento de la cercha en L, ya que la carga de falla, excede el límite de carga de la máquina.

Por esto se decidió trabajar estos elementos a flexión, con las ecuaciones del módulo de elasticidad en los puntos 1 y 2, según los cálculos anteriores.

Para este ensayo se tomó un ángulo metálico, y se apoyó en dos puntos, con una luz de 41cm, se cargó y se descargó repetidamente con varias cargas ubicadas a $L/2$, las deformaciones fueron leídas por dos transductores de desplazamiento (deformímetros) con capacidad de medición máxima de hasta 50 mm y mínimas a una centésima de milímetro.

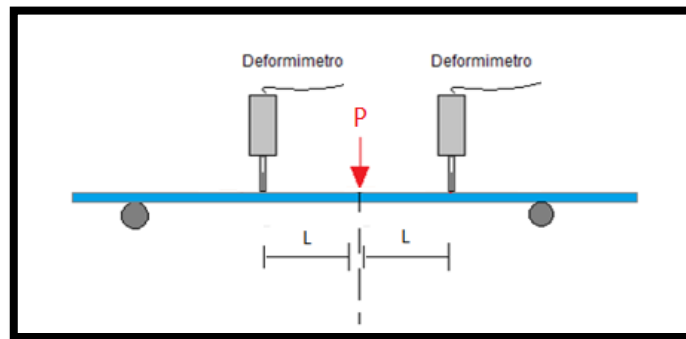


Figura 16. Prueba de flexión

Los datos con los cuales se determinará el valor del módulo de elasticidad, son los que se muestran a continuación.

Longitud entre apoyos: 41 cm

Tercio de la longitud: 20.5

Masa: variable

Perfil del elemento: Ángulo

La Figura 17 muestra el montaje y el TDS-530 para los ensayos de carga y descarga del elemento en el ensayo a flexión.

En la Tabla 4 se muestran los resultados de algunos de los ensayos realizados para obtener las deformaciones. Se trabajó con diferenciales de desplazamientos y diferenciales de carga en flexión las cargas aplicadas, pero se observó en el laboratorio, que el ensayo no fue muy eficiente, por cuanto la carga aplicada y los apoyos de la viga, no estaban muy fijos, además la sección transversal del elemento, no permitía que la carga estuviera fija y fluctuaba mucho el valor de las deformaciones.

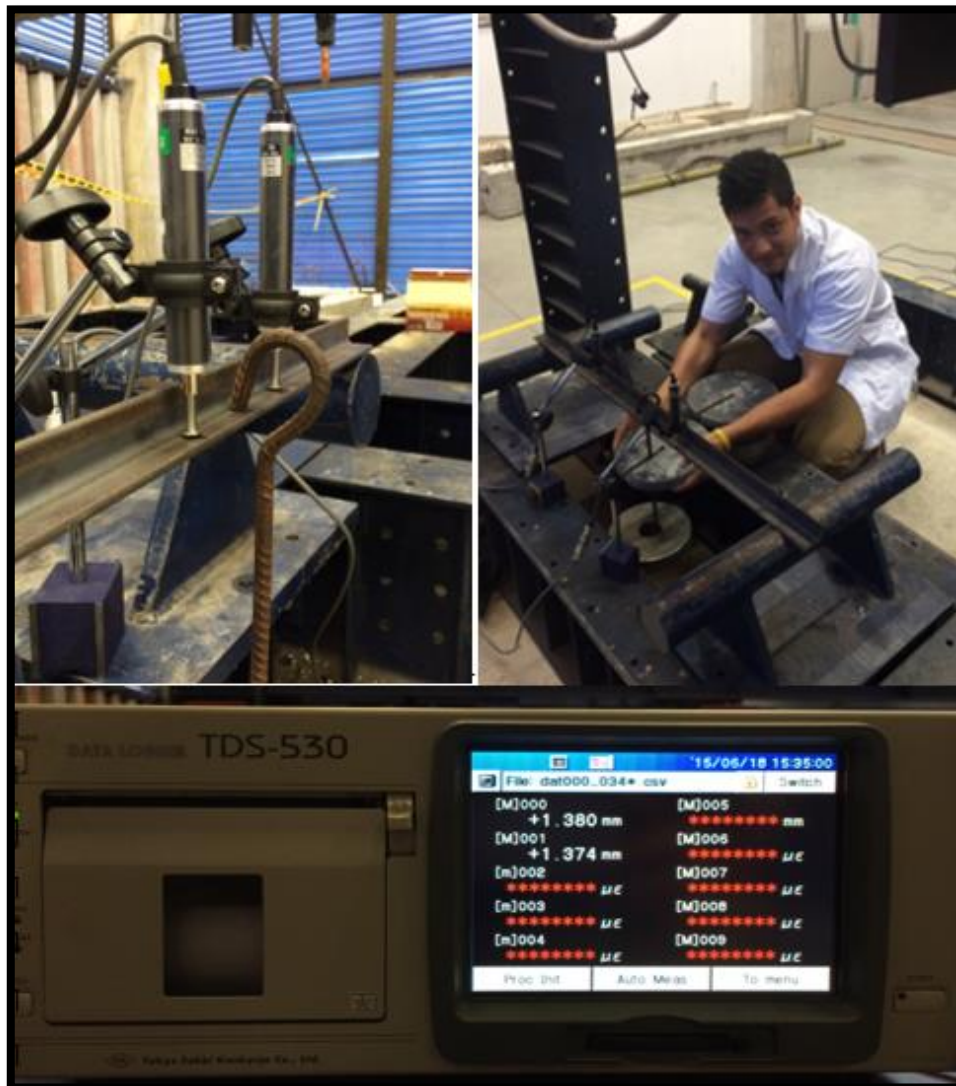


Figura 17. Montaje Ensayo estático.

Es importante observar en los resultados que el equipo no se quedaba fijo en una lectura, por lo cual se intuye que el montaje no fue el mejor en el laboratorio, o puede suceder que el elemento no tenga las mismas propiedades de los elementos de la cercha.

Pueden ocurrir varias cosas, ya que los resultados que se observan están muy lejanos al valor del módulo de elasticidad real del acero de 200 GPa, que se obtiene en la literatura de este material.

Tabla 4. Resultados ensayos1 de deformaciones para sección L 1.5"x1.5"x0.2".

Posición	δ_1 (mm)	δ_2 (mm)	P (N)	$\Delta\delta_1$ (mm)	$\Delta\delta_2$ (mm)	ΔP (N)	E1 (MPa)	E2 (MPa)
1	0.346	0.330	95.893	0.218	0.226	74.693	113210.749	109203.289
2	0.564	0.556	170.586	0.200	0.204	89.055	147126.691	144241.854
3	0.764	0.760	259.641	0.276	0.272	89.055	106613.544	108181.391
4	1.040	1.032	348.696	0.238	0.232	88.996	123554.159	126749.525
5	1.278	1.264	437.693	0.102	0.106	44.439	143955.849	138523.553
6	1.380	1.370	482.132	0.090	0.090	44.439	163149.962	163149.962
7	1.290	1.280	437.693	0.236	0.242	88.996	124601.228	121511.942
8	1.054	1.038	348.696	0.276	0.264	89.055	106613.544	111459.614
9	0.778	0.774	259.641	0.200	0.210	89.055	147126.691	140120.658
10	0.578	0.564	170.586	0.216	0.220	74.693	114258.997	112181.560
11	0.362	0.344	95.893					

Posición	δ_1 (mm)	δ_2 (mm)	P (N)	$\Delta\delta_1$ (mm)	$\Delta\delta_2$ (mm)	ΔP (N)	E1 (MPa)	E2 (MPa)
1	0.30600	0.288	95.89275	0.18400	0.18100	74.69334	134130.1266	136353.2779
2	0.49000	0.469	170.58609	0.20200	0.20100	89.05518	145669.9912	146394.7176
3	0.69200	0.67	259.64127	0.23000	0.23200	89.05518	127936.2532	126833.3544
4	0.92200	0.902	348.69645	0.24200	0.23800	88.99632	121511.9417	123554.1592
5	1.16400	1.14	437.69277	0.10600	0.11000	44.4393	138523.5529	133486.3328
6	1.2700	1.25	482.13207	0.09600	0.09600	44.4393	152953.0896	152953.0896
7	1.17400	1.154	437.69277	0.22600	0.22800	88.99632	130114.557	128973.2013
8	0.94800	0.926	348.69645	0.23800	0.24000	89.05518	123635.8749	122605.5759
9	0.71000	0.686	259.64127	0.19400	0.19200	89.05518	151677.0012	153256.9699
10	0.51600	0.494	170.58609	0.20400	0.19800	74.69334	120980.1142	124646.1783
11	0.312	0.296	95.89275					

Posición	δ_1 (mm)	δ_2 (mm)	P (N)	$\Delta\delta_1$ (mm)	$\Delta\delta_2$ (mm)	ΔP (N)	E1 (MPa)	E2 (MPa)
1	0.26600	0.25	95.89275	0.17000	0.16800	74.69334	145176.1371	146904.4244
2	0.43600	0.418	170.58609	0.14400	0.14800	89.05518	204342.6266	198819.8529
3	0.58000	0.566	259.64127	0.18800	0.19000	89.05518	156517.7565	154870.2012
4	0.76800	0.756	348.69645	0.23000	0.23400	88.99632	127851.6952	125666.1961
5	0.99800	0.99	437.69277	0.09400	0.09200	44.4393	156207.4107	159603.224
6	1.0920	1.082	482.13207	0.08600	0.08600	44.4393	170738.3326	170738.3326
7	1.00600	0.996	437.69277	0.19200	0.19200	88.99632	153155.6765	153155.6765
8	0.81400	0.804	348.69645	0.19800	0.20600	89.05518	148612.8193	142841.4477
9	0.61600	0.598	259.64127	0.15400	0.16400	89.05518	191073.6249	179422.7941
10	0.46200	0.434	170.58609	0.19000	0.18800	74.69334	129894.4384	131276.2941
11	0.272	0.246	95.89275					

En la Tabla 5, se observan los demás resultados de los ensayos de carga y descarga de la viga del montaje, de tal manera que con el módulo de elasticidad obtenido, en teoría, sería el mismo módulo de elasticidad del acero utilizado en la estructura de la cercha construida.

Estos resultados son los obtenidos también en la viga de sección tipo L, que está simplemente apoyada y se cargo y descarga en el punto medio, tomando lecturas de deformaciones en el punto 1 y punto 2, a diferentes distancias del primer apoyo de la viga.

Se desarrollaron seis ensayos en estos elementos, ya que se podía medir las deflexiones.

Tabla 5. Resultados ensayos2 de deformaciones para sección L 1.5"x1.5"x0.2".

Posición	$\delta 1$ (mm)	$\delta 2$ (mm)	P (N)	$\Delta\delta 1$ (mm)	$\Delta\delta 2$ (mm)	ΔP (N)	E1 (MPa)	E2 (MPa)
1	0.30600	0.289	95.89275	0.20800	0.19500	74.69334	118653.574	126563.812
2	0.51400	0.484	170.58609	0.20400	0.20000	89.05518	144241.854	147126.691
3	0.71800	0.684	259.64127	0.23800	0.22800	89.05518	123635.875	129058.501
4	0.95600	0.912	348.69645	0.24000	0.24000	88.99632	122524.541	122524.541
5	1.19600	1.152	437.69277	0.10800	0.11600	44.4393	135958.302	126581.867
6	1.3040	1.268	482.13207	0.10400	0.09000	44.4393	141187.467	163149.962
7	1.20000	1.178	437.69277	0.21600	0.23800	88.99632	136138.379	123554.159
8	0.98400	0.94	348.69645	0.24000	0.23400	89.05518	122605.576	125749.309
9	0.74400	0.706	259.64127	0.19400	0.19200	89.05518	151677.001	153256.97
10	0.55000	0.514	170.58609	0.20600	0.21000	74.69334	119805.55	117523.54
11	0.344	0.304	95.89275					

Posición	$\delta 1$ (mm)	$\delta 2$ (mm)	P (N)	$\Delta\delta 1$ (mm)	$\Delta\delta 2$ (mm)	ΔP (N)	E1 (MPa)	E2 (MPa)
1	0.27600	0.284	95.89275	0.20800	0.22400	74.69334	118653.574	110178.318
2	0.48400	0.508	170.58609	0.19000	0.19800	89.05518	154870.201	148612.819
3	0.67400	0.706	259.64127	0.23000	0.22600	89.05518	127936.253	130200.612
4	0.90400	0.932	348.69645	0.21000	0.23400	88.99632	140028.047	125666.196
5	1.11400	1.166	437.69277	0.10800	0.11400	44.4393	135958.302	128802.602
6	1.2220	1.28	482.13207	0.08200	0.11000	44.4393	179067.032	133486.333
7	1.14000	1.17	437.69277	0.22000	0.23800	88.99632	133663.136	123554.159
8	0.92000	0.932	348.69645	0.24000	0.21400	89.05518	122605.576	137501.581
9	0.68000	0.718	259.64127	0.19400	0.18800	89.05518	151677.001	156517.757
10	0.48600	0.53	170.58609	0.21000	0.21200	74.69334	117523.54	116414.827
11	0.276	0.318	95.89275					

Posición	$\delta 1$ (mm)	$\delta 2$ (mm)	P (N)	$\Delta\delta 1$ (mm)	$\Delta\delta 2$ (mm)	ΔP (N)	E1 (MPa)	E2 (MPa)
1	0.24800	0.24	95.89275	0.17800	0.18400	74.69334	138651.367	134130.127
2	0.42600	0.424	170.58609	0.17200	0.17600	89.05518	171077.548	167189.422
3	0.59800	0.6	259.64127	0.19200	0.19600	89.05518	153256.97	150129.277
4	0.79000	0.796	348.69645	0.20200	0.19400	88.99632	145573.712	151576.752
5	0.99200	0.99	437.69277	0.10800	0.10200	44.4393	135958.302	143955.849
6	1.1000	1.092	482.13207	0.09800	0.08800	44.4393	149831.598	166857.916
7	1.00200	1.004	437.69277	0.18800	0.19200	88.99632	156414.308	153155.676
8	0.81400	0.812	348.69645	0.21000	0.20700	89.05518	140120.658	142151.392
9	0.60400	0.605	259.64127	0.16600	0.16900	89.05518	177261.074	174114.427
10	0.43800	0.436	170.58609	0.18000	0.18400	74.69334	137110.796	134130.127
11	0.258	0.252	95.89275					

En la Tabla 6, se observan los resultados de la flexión en los elementos más pequeños, estos fueron utilizados en las diagonales y paralelas de la cercha de acero.

Es importante anotar que este ensayo se hizo en reemplazo del ensayo de tensión para poder obtener el módulo de elasticidad, teniendo en cuenta todos los materiales.

Tabla 6. Resultados ensayos3 de deformaciones para sección L 1.0"x1.0"x0.167".

Posición	$\delta 1$ (mm)	$\delta 2$ (mm)	P (N)	$\Delta\delta 1$ (mm)	$\Delta\delta 2$ (mm)	ΔP (N)	E1 (MPa)	E2 (MPa)
1	0.07800	0.086	95.89275	0.08000	0.064	74.69334	105376.315	131720.394
2	0.15800	0.15	170.58609	0.06600	0.062	68.44437	117042.856	124594.008
3	0.22400	0.212	239.03046	0.09000	0.084	89.05518	111678.042	119655.045
4	0.31400	0.296	328.08564	0.09400	0.088	88.99632	106855.114	114140.69
5	0.40800	0.384	417.08196	0.08400	0.074	88.99632	119575.961	135734.874
6	0.3240	0.31	328.08564	0.08600	0.082	89.05518	116872.37	122573.461
7	0.23800	0.228	239.03046	0.06800	0.064	68.44437	113600.419	120700.445
8	0.17000	0.164	170.58609	0.07200	0.07	74.69334	117084.795	120430.075
9	0.09800	0.094	95.89275					

Posición	$\delta 1$ (mm)	$\delta 2$ (mm)	P (N)	$\Delta\delta 1$ (mm)	$\Delta\delta 2$ (mm)	ΔP (N)	E1 (MPa)	E2 (MPa)
1	0.09600	0.102	95.89275	0.07000	0.056	74.69334	120430.075	150537.593
2	0.16600	0.158	170.58609	0.06000	0.06	68.44437	128747.142	128747.142
3	0.22600	0.218	239.03046	0.08800	0.086	89.05518	114216.18	116872.37
4	0.31400	0.304	328.08564	0.08600	0.078	88.99632	116795.124	128774.111
5	0.40000	0.382	417.08196	0.07800	0.07	88.99632	128774.111	143491.153
6	0.3220	0.312	328.08564	0.08400	0.082	89.05518	119655.045	122573.461
7	0.23800	0.23	239.03046	0.06800	0.062	68.44437	113600.419	124594.008
8	0.17000	0.168	170.58609	0.07200	0.07	74.69334	117084.795	120430.075
9	0.09800	0.098	95.89275					

En la Tabla 7, se muestran todos los módulos de elasticidad resumidos de los ensayos realizados en cada uno de los puntos.

Tabla 7. Módulos de elasticidad Promedio

E1 (MPa)	E2 (MPa)	E1 (MPa)	E2 (MPa)	E1 (MPa)	E2 (MPa)	E1 (MPa)	E2 (MPa)	E1 (MPa)	E2 (MPa)	E1 (MPa)	E2 (MPa)	E1 (MPa)	E2 (MPa)	E1 (MPa)	E2 (MPa)
134130.127	136353.278	134130.127	136353.278	145176.137	146904.424	118653.574	126563.812	118653.574	110178.318	138651.367	134130.127	105376.315	131720.394	120430.075	150537.593
145669.991	146394.718	145669.991	146394.718	204342.627	198819.853	144241.854	147126.691	154870.201	148612.819	171077.548	167189.422	117042.856	124594.008	128747.142	128747.142
127936.253	126833.354	127936.253	126833.354	156517.757	154870.201	123635.875	129058.501	127936.253	130200.612	153256.97	150129.277	111678.042	119655.045	114216.18	116872.37
121511.942	123554.159	121511.942	123554.159	127851.695	125666.196	122524.541	122524.541	140028.047	125666.196	145573.712	151576.752	106855.114	114140.69	116795.124	128774.111
138523.553	133486.333	138523.553	133486.333	156207.411	159603.224	135958.302	126581.867	135958.302	128802.602	135958.302	143955.849	119575.961	135734.874	128774.111	143491.153
152953.09	152953.09	152953.09	152953.09	170738.333	170738.333	141187.467	163149.962	179067.032	133486.333	149831.598	166857.916	116872.37	122573.461	119655.045	122573.461
130114.557	128973.201	130114.557	128973.201	153155.676	153155.676	136138.379	123554.159	133663.136	123554.159	156414.308	153155.676	113600.419	120700.445	113600.419	124594.008
123635.875	122605.576	123635.875	122605.576	148612.819	142841.448	122605.576	125749.309	122605.576	137501.581	140120.658	142151.392	117084.795	120430.075	117084.795	120430.075
151677.001	153256.97	151677.001	153256.97	191073.625	179422.794	151677.001	153256.97	151677.001	156517.757	177261.074	174114.427				
120980.114	124646.178	120980.114	124646.178	129894.438	131276.294	119805.55	117523.54	117523.54	116414.827	137110.796	134130.127				

Después de esto, en la Tabla 8, se obtuvo el promedio de los módulos de elasticidad, la desviación estándar, el mínimo y el máximo valor, que se determinaron en el punto 1 y el punto 2 de la viga simplemente apoyada.

Tabla 8. Promedio y desviaciones del módulo de elasticidad.

E promedio = 136837.421 MPa

Desv est = 18299.1273 MPa

E max = 155136.548 MPa

E min = 118538.294 MPa

Del total de las lecturas se encontraron datos que se encontraban por fuera del rango de las desviaciones mínimas y máximas, de los módulos de elasticidad, después de eliminar esos datos, como se muestra en la Tabla 9.

Tabla 9. Eliminación de Módulo de Elasticidad fuera de los rangos mínimos y máximos

E1 (MPa)	E2 (MPa)	E1 (MPa)	E2 (MPa)	E1 (MPa)	E2 (MPa)	E1 (MPa)	E2 (MPa)	E1 (MPa)	E2 (MPa)	E1 (MPa)	E2 (MPa)	E1 (MPa)	E2 (MPa)	E1 (MPa)	E2 (MPa)
134130.127	136353.278	134130.127	136353.2779	145176.137	146904.424	118653.574	126563.812	118653.574	0	138651.367	134130.127	0	131720.394	120430.075	150537.593
145669.991	146394.718	145669.991	146394.7176	0	0	144241.854	147126.691	154870.201	148612.819	0	0	0	124594.008	128747.142	128747.142
127936.253	126833.354	127936.253	126833.3544	0	154870.201	123635.875	129058.501	127936.253	130200.612	153256.97	150129.277	0	119655.045	0	0
121511.942	123554.159	121511.942	123554.1592	127851.695	125666.196	122524.541	122524.541	140028.047	125666.196	145573.712	151576.752	0	0	0	128774.111
138523.553	133486.333	138523.553	133486.3328	0	0	135958.302	126581.867	135958.302	128802.602	135958.302	143955.849	119575.961	135734.874	128774.111	143491.153
152953.09	152953.09	152953.09	152953.0896	0	0	141187.467	0	0	133486.333	149831.598	0	0	122573.461	119655.045	122573.461
130114.557	128973.201	130114.557	128973.2013	153155.676	153155.676	136138.379	123554.159	133663.136	123554.159	0	153155.676	0	120700.445	0	124594.008
123635.875	122605.576	123635.875	122605.5759	148612.819	142841.448	122605.576	125749.309	122605.576	137501.581	140120.658	142151.392	0	120430.075	0	120430.075
151677.001	153256.97	151677.001	153256.9699	0	0	151677.001	153256.97	151677.001	0	0	0	0	0	0	0
120980.114	124646.178	120980.114	124646.1783	129894.438	131276.294	119805.55	0	0	0	137110.796	134130.127	0	0	0	0

Después de realizar la eliminación, se procede a realizar el nuevo promedio con los datos que están dentro del rango y se observa cuantos datos se eliminaron después de realizar el análisis de los módulos de elasticidad. En la Tabla 10, se muestra el módulo de elasticidad promedio y el porcentaje de datos eliminados, 23.03% del total de 152 datos.

Tabla 10. Módulo de Elasticidad promedio y datos eliminados.

E promedio = 134749.079 MPa
 datos elim = 35
 Total datos = 152
 Datos elim % = 23.03

Después de realizar todos los cálculos se obtiene un módulo de elasticidad promedio de 134749 MPa, siendo que en teoría el módulo de elasticidad del acero es 200000 MPa.

8. DISEÑO DE ELEMENTO CRÍTICO A COMPRESIÓN CARGA MÁXIMA DE LA CERCHA DE ACERO.

Para no pasar del intervalo elástico, se procede a realizar el diseño de los elementos en compresión de la cercha, para que no se presente pandeo en sus partes y de esta manera, poder utilizarla en el intervalo en el que se desea revisar. En la Figura 18, se observa que los elementos señalados 5 y 8 de la Figura 2, son los más críticos a compresión.

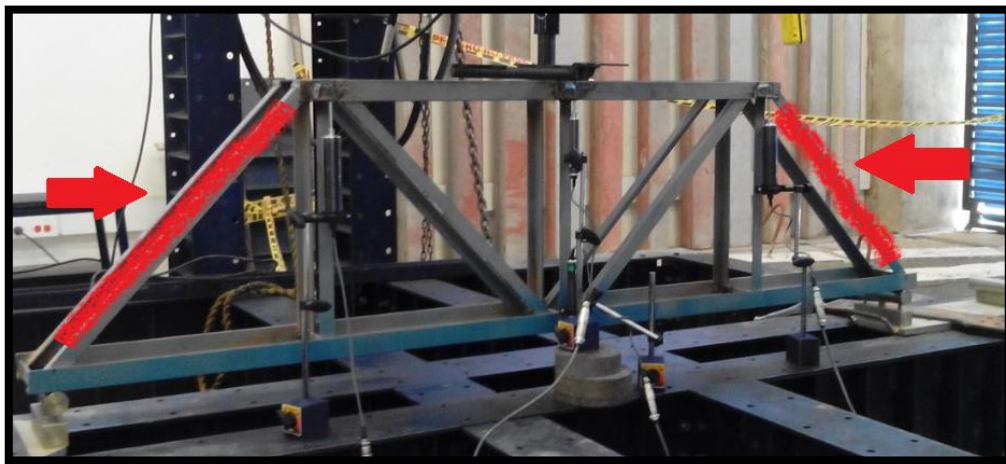


Figura 18. Elementos más largos sometidos a compresión (pandeo).

En el software SAP 2000 para determinar que el elemento 8 al igual que el elemento 5 son los primeros en fallar a compresión, por lo tanto se debe diseñar de acuerdo a la norma NSR 10 para saber cuál es la carga máxima que soporta dicha cercha sin pasar del estado elástico y sin que su última fibra de la sección transversal se plastifique, es decir que pase la zona elástica y la zona de fluencia del material.

Se desarrolló el ejercicio de ingresar la cercha en el programa SAP2000, de tal manera que se aplica una carga central en donde se verifica cual es el elemento que soporta más carga a compresión y que tenga una dimensión más grande que los otros.

Para realizar este diseño se tiene en cuenta el análisis de diseño de pandeo de elementos de acero, el cual permite determinar cual es la carga máxima que soportará la cercha, para que no se exceda el límite de la zona elástica, que es en donde se desea trabajar la cercha de acero.

Tabla 11. Carga crítica para el elemento 5 y 8 en SAP2000.

Frame Text	Station m	OutputCase	CaseType Text	P KN	V2 KN
8	0.35355	GENERAL	LinStatic	-35.355	0
8	0.70711	GENERAL	LinStatic	-35.355	0
9	0	GENERAL	LinStatic	0	0
9	0.25	GENERAL	LinStatic	0	0
9	0.5	GENERAL	LinStatic	0	0

8.1. Diseño a compresión de los elementos 5 y 8 de la cercha de acero.

En la Tabla 12, se muestran los datos iniciales del elemento que tiene una sección transversal en ángulo (L), medidos milimétricamente.

Tabla 12. Propiedades del elemento crítico.

A =	225.1000	mm ²
b =	25.02	mm
t =	4.644	mm
fy =	248	MPa
E =	200	GPa

Luego se realiza las siguientes operaciones para compararlas entre ellas para obtener el valor de Qs.

$$\frac{b}{t} = \frac{25.02mm}{4.644mm} = 5.3876$$

$$0.45 * \frac{1}{\sqrt{\frac{E}{fy}}} = 0.45 * \frac{1}{\sqrt{\frac{200}{248}}} = 12.78$$

Se realiza la comparación donde se obtiene el valor de Qs, dado por el Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente NSR 10.

$$\frac{b}{t} < 0.45 * \frac{1}{\sqrt{\frac{E}{fy}}}$$

Como se cumple esa condición, se tiene que $Q_s = 1.0$. Se obtiene el valor de λ crítico por medio de las siguientes fórmulas ya que es necesario para calcular la fuerza crítica.

$$\frac{K*L}{Rv} = \frac{1*670}{4.82} = 139.004$$

$$\lambda_c = \frac{1*670}{4.82*\pi} * \sqrt{\frac{248}{200*1000}} = 1.5581 \quad \text{pandeo elástico}$$

Si el valor de λ_c es mayor a 1.5 el pandeo es elástico y si es menor es inelástico, en este caso, es un pandeo elástico, por lo cual se utiliza la ecuación que se muestra a continuación.

$$F_{cr} = F_{cr} = \frac{0.877}{\lambda_c^2} \cdot f_y = \frac{0.877}{1.5581^2} \cdot 248 = 89.59 \text{ MPa}$$

Con el valor del esfuerzo crítico se obtiene el valor P máximo que soporta el elemento específico 5 o el elemento 8, para que no se supere el estado elástico de la estructura de acero.

$$P_5 - P_8 = \frac{89.59 \text{ MPa} \cdot 209.195 \text{ mm}^2}{1000} = 18.7424 \text{ kN}$$

Como la estructura es una cercha que tiene dos elementos la carga axial a compresión máxima que soporta el elemento cinco (5) o el elemento ocho (8), es el doble de la que se encontró en el análisis anterior, por lo cual se tiene que la carga máxima soportada por los elementos de manera axial es:

$$P_5 - P_8 = 2 \cdot 18.7424 = 37.48 \text{ kN}$$

9. DETERMINACIÓN DE LAS DEFORMACIONES EN LA CERCHA POR EL MÉTODO DEL SEGUNDO TEOREMA DE CASTIGLIANO.

En esta parte del proyecto de grado, se debe analizar la cercha principal con las carga real en el nodo 7 (P) y las demás cargas ficticias, en donde se deben determinar las deformaciones de los nodos. Este análisis se desarrollo en el software wolfram Mathematica 10.1 ©.

9.1. Análisis de las fuerzas internas de las cerchas método de los nodos, en función de P, P1, P2, P3 y P4.

En la Figura 19, se observa la nomenclatura utilizada para determinar la deflexión en cada uno de los puntos por el método del segundo teorema de castigliano. Se debe hacer el análisis de cada uno de los nudos de la estructura.

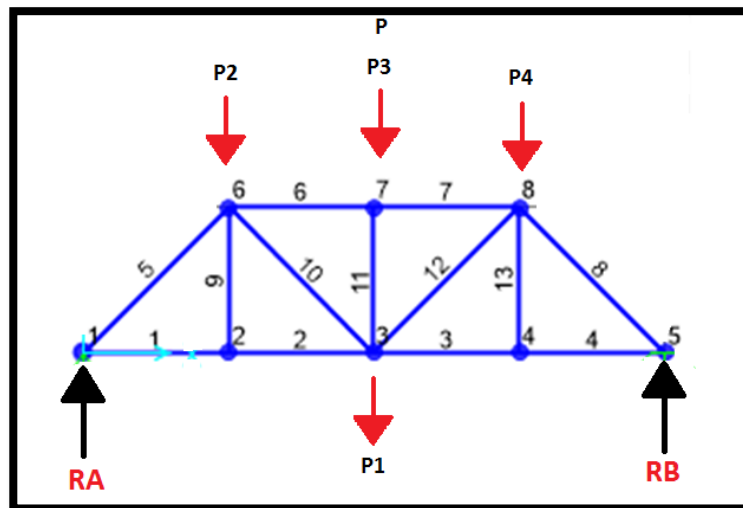


Figura 19. Diagrama para análisis del método de los nodos.

9.1.1. Determinación de las reacciones de la cercha.

Se realiza la sumatoria de momentos en el nodo 1 y se determina la reacción RB o R5.

$$R5 \rightarrow \frac{P}{2} + \frac{P1}{2} + \frac{P2}{4} + \frac{P3}{2} + \frac{3P4}{4}$$

Se realiza la sumatoria de fuerzas en Y, para obtener la reacción en A o en el nodo 1.

$$R1 \rightarrow \frac{P}{2} + \frac{P1}{2} + \frac{3P2}{4} + \frac{P3}{2} + \frac{P4}{4}$$

9.1.2. Solución por medio del método de los nodos.

9.1.2.1 Nodo 1.

En la Figura 20, se observa el diagrama del nodo 1, en el cual se determina F1 y F5.

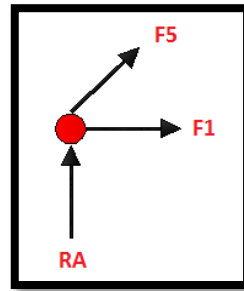


Figura 20. Nodo 1.

Sumatoria de fuerzas en Y.

$$F5 \rightarrow -\frac{2P + 2P1 + 3P2 + 2P3 + P4}{2\sqrt{2}}$$

Sumatoria de fuerzas en X.

$$F1 \rightarrow \frac{1}{4}(2P + 2P1 + 3P2 + 2P3 + P4)$$

9.1.2.2 Nodo 2.

En la Figura 21, se observa el diagrama del nodo 2, de tal manera que se puede observar cuales son las fuerzas que ingresan para determinar las fuerzas en sentido X y las fuerzas en sentido Y. En sentido Y, se observa que únicamente está aplicada la fuerza del elemento 9 y en X están los elementos 1 y 2.

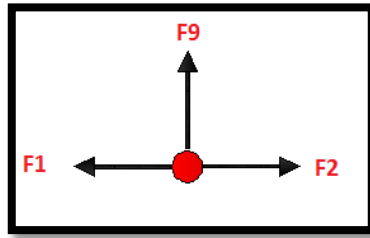


Figura 21. Nodo 2.

Sumatoria de fuerzas en Y.

$$F9 \rightarrow 0$$

Sumatoria de fuerzas en X.

$$F2 \rightarrow \frac{1}{4}(2P + 2P1 + 3P2 + 2P3 + P4)$$

9.1.2.3 Nodo 6.

En la Figura 22, se observa el diagrama del nodo 6, en el cual están aplicadas las cargas de los elementos F5, F6 y F10, y la carga ficticia P2, con la cual se obtiene la deflexión del nodo 6.

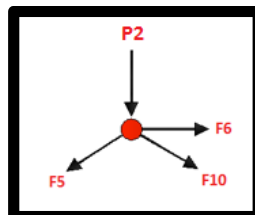


Figura 22. Nodo 6.

Con la sumatoria de fuerzas en Y, se obtiene la fuerza del elemento 10.

$$F10 \rightarrow \frac{2P + 2P1 - P2 + 2P3 + P4}{2\sqrt{2}}$$

Con la sumatoria de fuerzas en X, se obtiene la fuerza del elemento 6.

$$F6 \rightarrow \frac{1}{2}(-2P - 2P1 - P2 - 2P3 - P4)$$

9.1.2.4 Nodo 7.

En la Figura 23, se observan los elementos 6, 7 y 11 y las cargas externas P3 (ficticia) y la carga P (la que aplica el actuador del marco de carga), sobre la estructura metálica.

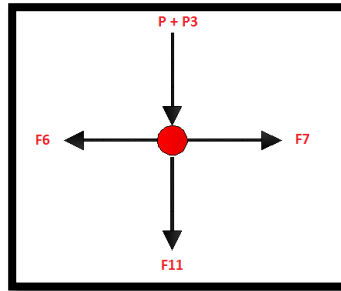


Figura 23. Nodo 7.

Sumatoria de fuerzas en Y.

$$F_{11} \rightarrow -P - P_3$$

Sumatoria de fuerzas en X.

$$F_7 \rightarrow \frac{1}{2}(-2P - 2P_1 - P_2 - 2P_3 - P_4)$$

9.1.2.5 Nodo 3.

En la Figura 24, se observa el análisis del nodo 3, en donde están los elementos 2, 3, 10, 11, 12 y la carga externa P1 (ficticia) para determinar la deflexión en el nodo 3, por el método del segundo teorema de Castigliano.

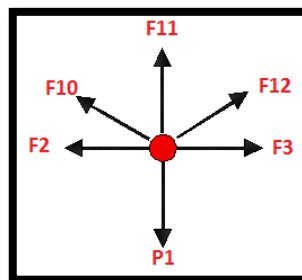


Figura 24. Nodo 3.

Sumatoria de fuerzas en Y.

$$F_{12} \rightarrow \frac{2P + 2P_1 + P_2 + 2P_3 - P_4}{2\sqrt{2}}$$

Sumatoria de fuerzas en X.

$$F_3 \rightarrow \frac{1}{4}(2P + 2P_1 + P_2 + 2P_3 + 3P_4)$$

9.1.2.6 Nodo 4.

En la Figura 25, se observan los elementos del nodo 4, estos son F3, F4 y F13.

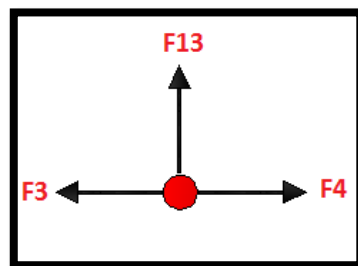


Figura 25. Nodo 4.

Sumatoria de fuerzas en Y.

$$F_{13} \rightarrow 0$$

Sumatoria de fuerzas en X.

$$F_4 \rightarrow \frac{1}{4}(2P + 2P_1 + P_2 + 2P_3 + 3P_4)$$

9.1.2.7 Nodo 8

En la Figura 26, se observan las fuerzas de los elementos 7, 8, 12 y 13 y la carga externa P4 (ficticia) para obtener el desplazamiento en esos puntos, cuando se aplica la carga P, en el nodo central superior de la cercha metálica.

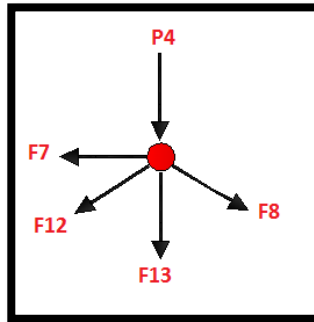


Figura 26. Nodo 8.

Sumatoria de fuerzas en Y.

$$F8 \rightarrow -\frac{2P + 2P1 + P2 + 2P3 + 3P4}{2\sqrt{2}}$$

En este nodo, como todas las fuerzas en este sentido se conocen, se debe comprobar que la sumatoria de fuerzas en X es igual a cero (0).

$$\text{Fuerzas en X} \rightarrow 0$$

9.1.2.8 Nodo 5

En el nodo 5, que se muestra en la Figura 27, todas las fuerzas son conocidas la reacción en el nodo 5 o RB. Y las fuerzas de los elementos 4 y 8. De esta manera se debe comprobar que la sumatoria de fuerzas en sentido X y la sumatoria de fuerzas en sentido Y, son iguales a cero (0).

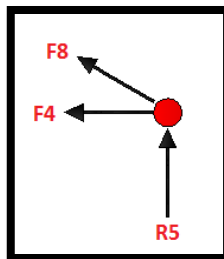


Figura 27. Nodo 5.

Sumatoria de fuerzas en X.

$$\text{Sumatoria FX} \rightarrow 0$$

Sumatoria de fuerzas en Y.

SumatoriaFY $\rightarrow 0$

9.2. Cálculo de las ecuaciones de las deflexiones en cada punto de la cercha metálica de acero.

Antes de iniciar a determinar las deflexiones, se deben reemplazar las fuerzas ficticias P1, P2, P3 y P4 por cero (0) para poder obtener las fuerzas internas en función de la fuerza P, aplicada en el punto central de la cercha y que asumirá los valores de carga que se colocaron en el marco de carga.

9.2.1. Determinación de todas las fuerzas de los elementos de la cercha.

Se debe reemplazar los valores de P1, P2, P3 y P4 por cero (0) en todas las fuerzas de los elementos de tal manera que:

$$F1 = \frac{1}{4}(2P + 2P1 + 3P2 + 2P3 + P4) = \frac{P}{2}$$

$$F2 = \frac{1}{4}(2P + 2P1 + 3P2 + 2P3 + P4) = \frac{P}{2}$$

$$F3 = \frac{1}{4}(2P + 2P1 + P2 + 2P3 + 3P4) = \frac{P}{2}$$

$$F4 = \frac{1}{4}(2P + 2P1 + P2 + 2P3 + 3P4) = \frac{P}{2}$$

$$F5 = -\frac{2P + 2P1 + 3P2 + 2P3 + P4}{2\sqrt{2}} = -\frac{P}{\sqrt{2}}$$

$$F6 = \frac{1}{2}(-2P - 2P1 - P2 - 2P3 - P4) = -P$$

$$F7 = \frac{1}{2}(-2P - 2P1 - P2 - 2P3 - P4) = -P$$

$$F8 = -\frac{2P + 2P1 + P2 + 2P3 + 3P4}{2\sqrt{2}} = -\frac{P}{\sqrt{2}}$$

$$F9 = 0$$

$$F10 = \frac{2P + 2P1 - P2 + 2P3 + P4}{2\sqrt{2}} = \frac{P}{\sqrt{2}}$$

$$F11 = -P - P3 = -P$$

$$F12 = \frac{2P + 2P1 + P2 + 2P3 - P4}{2\sqrt{2}} = \frac{P}{\sqrt{2}}$$

$$F13 = 0$$

9.2.2. Determinación de la deflexión del punto 1 y punto 3.

Para poder realizar la operación, se debe realizar la derivada parcial de cada fuerza respecto a la fuerza P1 y P3, como se muestra a continuación:

$$\frac{\partial F1}{\partial P1} \left(\frac{1}{4} (2P + 2P1 + 3P2 + 2P3 + P4) \right) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\partial F1}{\partial P3} \left(\frac{1}{4} (2P + 2P1 + 3P2 + 2P3 + P4) \right) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\partial F2}{\partial P1} \left(\frac{1}{4} (2P + 2P1 + 3P2 + 2P3 + P4) \right) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\partial F2}{\partial P3} \left(\frac{1}{4} (2P + 2P1 + 3P2 + 2P3 + P4) \right) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\partial F3}{\partial P1} \left(\frac{1}{4} (2P + 2P1 + P2 + 2P3 + 3P4) \right) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\partial F3}{\partial P3} \left(\frac{1}{4} (2P + 2P1 + P2 + 2P3 + 3P4) \right) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\partial F4}{\partial P1} \left(\frac{1}{4} (2P + 2P1 + P2 + 2P3 + 3P4) \right) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\partial F4}{\partial P3} \left(\frac{1}{4} (2P + 2P1 + P2 + 2P3 + 3P4) \right) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\partial F5}{\partial P1} \left(-\frac{2P + 2P1 + 3P2 + 2P3 + P4}{2\sqrt{2}} \right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\partial F5}{\partial P3} \left(-\frac{2P + 2P1 + 3P2 + 2P3 + P4}{2\sqrt{2}} \right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\partial F6}{\partial P1} \left(\frac{1}{2} (-2P - 2P1 - P2 - 2P3 - P4) \right) = -1$$

$$\frac{\partial F6}{\partial P3} \left(\frac{1}{2} (-2P - 2P1 - P2 - 2P3 - P4) \right) = -1$$

$$\frac{\partial F7}{\partial P1} \left(\frac{1}{2} (-2P - 2P1 - P2 - 2P3 - P4) \right) = -1$$

$$\frac{\partial F7}{\partial P3} \left(\frac{1}{2} (-2P - 2P1 - P2 - 2P3 - P4) \right) = -1$$

$$\frac{\partial F8}{\partial P1} \left(-\frac{2P + 2P1 + P2 + 2P3 + 3P4}{2\sqrt{2}} \right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\partial F8}{\partial P3} \left(-\frac{2P + 2P1 + P2 + 2P3 + 3P4}{2\sqrt{2}} \right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\partial F9}{\partial P1}(0) = \frac{\partial F9}{\partial P3}(0) = 0$$

$$\frac{\partial F10}{\partial P1} \left(\frac{2P + 2P1 - P2 + 2P3 + P4}{2\sqrt{2}} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\partial F10}{\partial P3} \left(\frac{2P + 2P1 - P2 + 2P3 + P4}{2\sqrt{2}} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\partial F11}{\partial P1} (-P - P3) = 0$$

$$\frac{\partial F_{11}}{\partial P_3}(-P - P_3) = -1$$

$$\frac{\partial F_{12}}{\partial P_1} \left(\frac{2P + 2P_1 + P_2 + 2P_3 - P_4}{2\sqrt{2}} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\partial F_{12}}{\partial P_3} \left(\frac{2P + 2P_1 + P_2 + 2P_3 - P_4}{2\sqrt{2}} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\partial F_{13}}{\partial P_1}(0) = \frac{\partial F_{13}}{\partial P_3}(0) = 0$$

Luego de tener las derivadas parciales se utiliza la ecuación para calcular las ecuaciones de deflexión para cada punto, utilizando las derivadas parciales de cada fuerza, sea en la posición de la fuerza imaginaria P1, deflexión en el punto 1 o sea la fuerza imaginaria P3, deflexión en el punto 3. Es importante aclarar, que aunque se determinó la deflexión en el punto 2 y 3 (experimentalmente y teóricamente), se pudo observar que las deflexiones eran muy pequeñas y no se analizaron.

$$\delta = \sum \frac{F_i \cdot L \cdot \frac{\partial F_i}{\partial P_i}}{A \cdot E}$$

Se realiza la sumatoria de cada fuerza por su derivada por la longitud del elemento. Teniendo en cuenta el módulo de elasticidad y las áreas dependiendo del elemento.

$$\delta_1 \rightarrow \frac{1000mm}{418.39 \cdot 200} \left(\frac{0.68P}{2} + \frac{0.67P}{2} + \frac{0.67P}{2} + \frac{0.67P}{2} \right) + \frac{1000mm}{694.24 \cdot 200} \left(\frac{0.51P}{4} + \frac{0.5P}{4} + \frac{0.5P}{4} + \frac{0.495P}{4} + 0.56P + 0.54P \right)$$

Se obtiene la fórmula de la deflexión en función de P para la carga que sea necesaria y se obtiene la deformación en el punto deseado.

$$\delta_1 = 0.0276059 P$$

En el punto donde está la carga ficticia 3, se tiene que:

$$\delta_3 \rightarrow \frac{1000mm}{418.39 \cdot 200} \left(\frac{0.68P}{2} + \frac{0.67P}{2} + \frac{0.67P}{2} + \frac{0.67P}{2} + 0.495P \right) + \frac{1000mm}{694.24 \cdot 200} \left(\frac{0.51P}{4} + \frac{0.5P}{4} + \frac{0.5P}{4} + \frac{0.495P}{4} + 0.56P + 0.54P \right)$$

La fórmula para obtener la deflexión en el punto 3 es:

$$\delta_3 = 0.0335215 P$$

Como se puede observar en el análisis de las deformaciones, se pudo observar, con el modelo experimental, que el módulo de elasticidad que se obtuvo en el laboratorio, no era el más apropiado, se decidió emplear el módulo teórico que se da del acero.

En la Tabla 13, se observa la determinación de las deflexiones en los puntos 1 y 3, por el método del segundo teorema de Castigliano.

Tabla 13. Deformaciones del análisis teórico por el segundo teorema de Castigliano.

Carga (kN)	δ_1 (mm)	δ_3 (mm)
0.4	0.01104	0.01341
0.9	0.02485	0.03017
1.9	0.05245	0.06369
2.2	0.06073	0.07375
3.1	0.08558	0.10392
3.7	0.10214	0.12403
4.7	0.12975	0.15755
5.2	0.14355	0.17431
5.3	0.14631	0.17766
6	0.16564	0.20113
6.8	0.18772	0.22795
7.1	0.19600	0.23800
7.5	0.20704	0.25141
8.2	0.22637	0.27488
8.7	0.24017	0.29164
9.1	0.25121	0.30505
9.5	0.26226	0.31845
9.9	0.27330	0.33186
10.2	0.28158	0.34192

Con estos valores se comparara con los valores de SAP 2000 y de los resultados del método experimental en los nodos 3 y 7 ya que tiene las deformaciones más grandes y permite analizar mejor los resultados.

10. ANÁLISIS DE LA CERCHA METÁLICA MEDIANTE EL SOFTWARE SAP2000.

Otro de los objetivos del trabajo de grado era determinar las deflexiones de la cercha en el software SAP2000. En este capítulo, se realizará la explicación de este procedimiento y se mostrarán los resultados del mismo.

Es importante aclarar, que se trabajo en SAP2000, con secciones de cerchas metálicas diseñadas con las dimensiones reales encontradas en el laboratorio y no con secciones transversales de las que se importan automáticamente del programa.

En la Figura 28, se observa la sección transversal de los elementos del cordón superior (compresión) e inferior (tensión) de la cercha metálica, los cuales también se pueden llamar largueros.

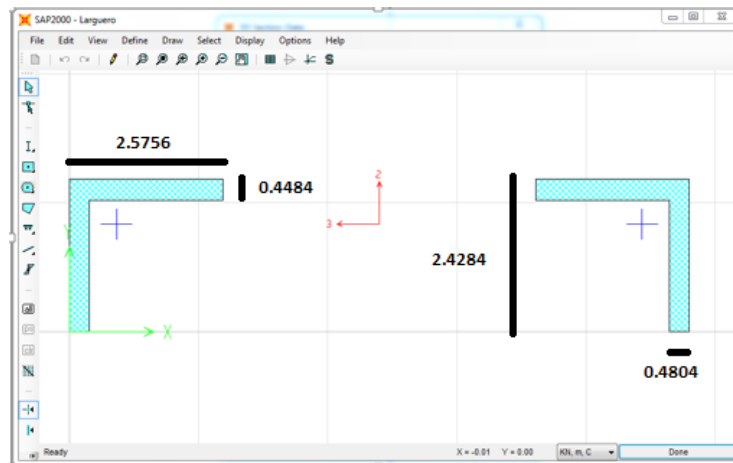


Figura 28. Sección transversal cordón superior e inferior de los elementos SAP 2000.

En la Figura 29, se observa la sección transversal de los parales y las diagonales de la estructura metálica que se está analizando. Se puede observar que estos elementos tienen una sección transversal menor que la de los elementos del cordón superior e inferior.

Es importante aclarar el valor del módulo de elasticidad utilizado, se empleó, al igual que en el proceso del segundo teorema de Castigliano, el valor del módulo de elasticidad teórico establecido de 200 GPa.

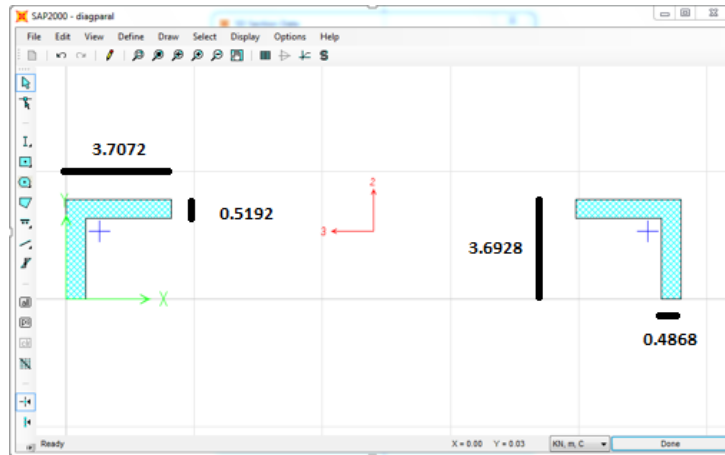


Figura 29. Sección transversal de parales y diagonales SAP 2000.

En la Figura 30, se observa el dibujo de los nodos y los elementos de la estructura metálica del análisis. Primero se realizan los nodos, después los elementos y por último los apoyos de la cercha.

Es importante tener en cuenta que los elementos son tipo cercha, es decir que únicamente soportan carga axial, no soportan cortante, ni momento, por esta razón los elementos se deben liberar, para que puedan rotar y el software entienda, que los nodos son libres y no son partes empotradas de la estructura.

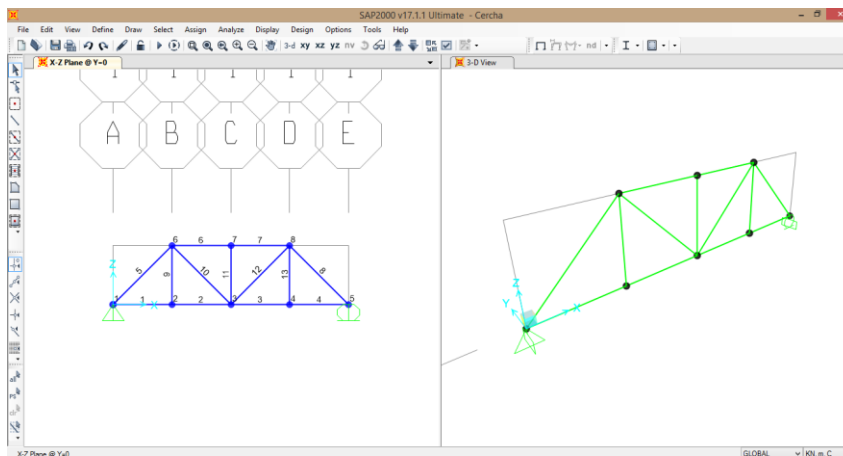


Figura 30. Modelo cercha metálica SAP 2000

El análisis de las cargas que se aplican en la estructura metálica, se realizaron, ubicando una carga unitaria en el nodo 7 de la cercha, de tal manera que, cuando se realizan las mayoraciones de carga, se pueden obtener los valores específicos para cada carga en particular. Se realizó una combinación para

cada tipo de carga y se obtuvieron los resultados de deflexiones en los nodos 3 (P1) y 7 (P3).

A continuación en la Tabla 14, se observan los resultados de deflexiones del SAP2000, teniendo en cuenta los incrementos de carga para la primera prueba.

Tabla 14. Desplazamientos SAP2000 variación de Carga 1.

Carga(kN)	Deformaciones	
	δ_3 (mm)	δ_7 (mm)
0.4	0.0089	0.0108
0.9	0.02	0.0243
1.9	0.0422	0.0513
2.2	0.0488	0.0594
3.1	0.0688	0.0836
3.7	0.0822	0.0998
4.7	0.1044	0.1268
5.2	0.1155	0.1403
5.3	0.1177	0.143
6	0.1332	0.1619
6.8	0.151	0.1835
7.1	0.1577	0.1916
7.5	0.1665	0.2024
8.2	0.1821	0.2212
8.7	0.1932	0.2347
9.1	0.2021	0.2455
9.5	0.2109	0.2563
9.9	0.2198	0.2671
10.2	0.2265	0.2752

En la Tabla 15, se observan los resultados de desplazamientos para la segunda variación de carga en la estructura.

Es importante anotar, que los valores del módulo de elasticidad utilizado en el SAP2000, fue de 200 GPa. Cuando se analicen los valores experimentales con los obtenidos en el SAP2000, se pueden obtener conclusiones al respecto de las deformaciones obtenidas en los puntos de análisis de la cercha metálica analizada.

Es importante anotar, que las secciones transversales construidas en el programa, no son muy confiables, ya que no se sabe como obtiene internamente el SAP2000, las propiedades de la sección de esta manera.

Tabla 15. Desplazamientos SAP2000 variación de Carga 2.

Carga(kN)	Deformaciones	
	δ_3 (mm)	δ_7 (mm)
0.6	0.0133	0.0162
0.8	0.0178	0.0216
1.3	0.0289	0.0351
1.9	0.0422	0.0513
3.3	0.0733	0.089
3.8	0.0844	0.1025
4.6	0.1021	0.1241
5.3	0.1177	0.143
6.1	0.1354	0.1646
6.7	0.1488	0.1808
7.2	0.1599	0.1943
7.9	0.1754	0.2131
8.1	0.1799	0.2185
8.4	0.1865	0.2266
9.1	0.2021	0.2455
9.5	0.2109	0.2563

11. RESULTADOS DE LAS PRUEBAS EXPERIMENTALES SOBRE LA CERCHA METÁLICA.

Se obtuvieron los resultados de las deformaciones en los puntos específicos por medio de la máquina Data Logger TDS-530 que indicó los valores de las deformaciones en los puntos indicados y el valor de la carga asignada para esas deformaciones, los deformímetros se ubicaron en los nodos 3, 6, 7 y 8, pero como los valores de los nodos 6 y 8 son tan pequeños, no se tuvieron en cuenta para la lectura de datos.



Figura 31. Instrumento de medición TDS-530

En la Figura 31, se observa la máquina Data Logger TDS-530, en la cual se tomaron las medidas de deformaciones y carga aplicada a la estructura metálica.

El instrumento permite tomar los datos en la pantalla del equipo o imprimir los datos cuando se requieran.

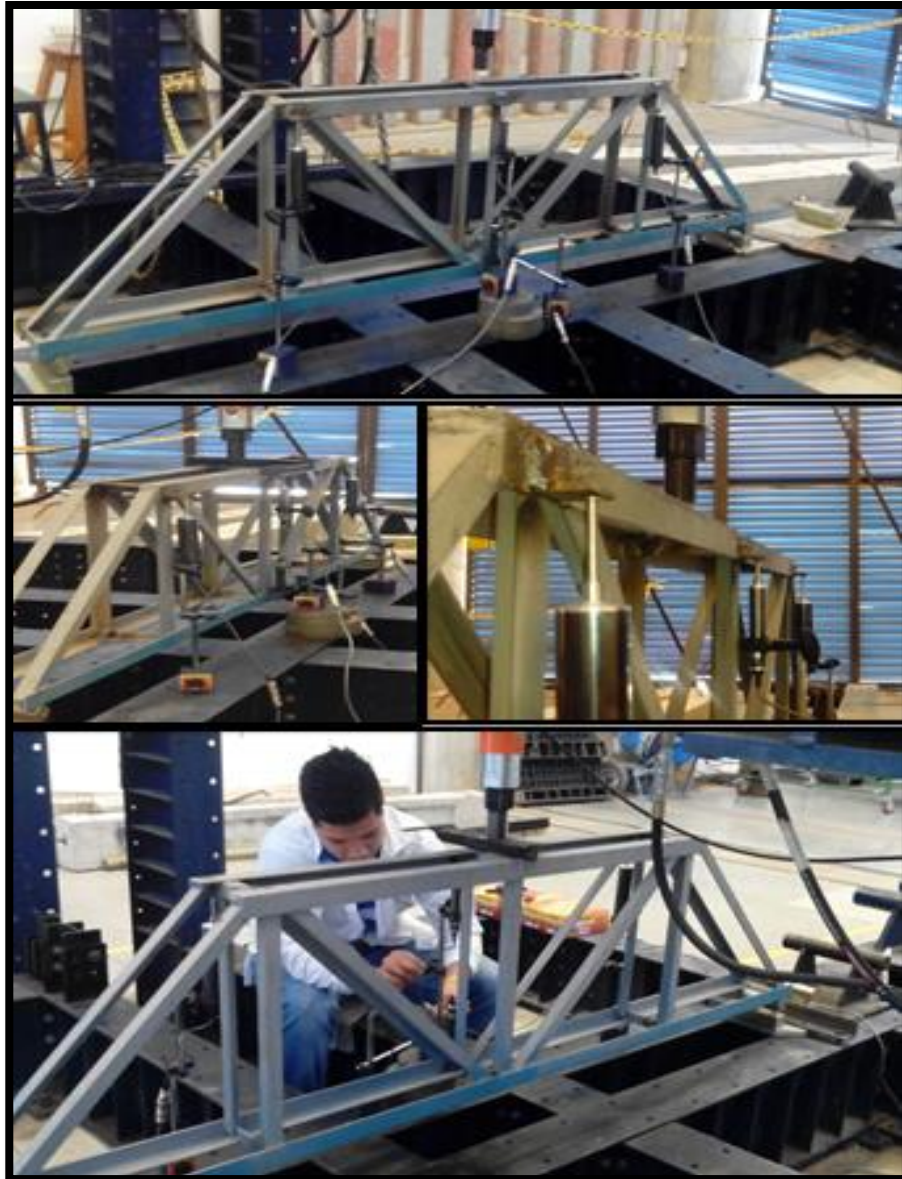


Figura 32. Celda de carga y deformímetros.

En la Figura 32, se observa la ubicación de la celda de carga en el nodo 7 de la cercha metálica y los deformímetros en los nodos 3, 6, 7 y 8.

En la Tabla 16, se observan los resultados experimentales de la primera carga de la cercha metálica.

Tabla 16. Cargas y deformaciones experimentales Prueba 1.

Carga (kN)	Experimental	
	δ_3 (mm)	δ_7 (mm)
0.4	0.012	0.012
0.9	0.034	0.028
1.9	0.058	0.048
2.2	0.066	0.056
3.1	0.086	0.072
3.7	0.102	0.082
4.7	0.126	0.116
5.2	0.136	0.132
5.3	0.138	0.136
6	0.156	0.16
6.8	0.174	0.184
7.1	0.182	0.196
7.5	0.190	0.206
8.2	0.216	0.232
8.7	0.226	0.244
9.1	0.240	0.258
9.5	0.252	0.27
9.9	0.258	0.276
10.2	0.268	0.286

Posteriormente de cargar la cercha metálica hasta una tonelada aproximadamente, se puede evidenciar los valores que indicó el TDS-530 de sus deformaciones con su respectivo peso, hay que tener en cuenta, que se colocó una pre-carga para evitar tomar algunos valores erróneos ya que los apoyos usados en el laboratorio tenían algunos resortes que dejaban que la cercha de estructura metálica se asentara y permitiendo movimientos que arrojarían valores no deseados, por lo tanto después de colocar la pre-carga mínima se restableció el TDS-530 a todos sus valores en 0 para empezar así a tomar todos los valores de deformaciones con las cargas aplicadas por la celda de carga.

En la Tabla 17, se observan los resultados de la segunda prueba realizada sobre la cercha metálica en el laboratorio.

Tabla 17. Cargas y deformaciones experimentales Prueba 2.

Carga (kN)	Experimental	
	δ_3 (mm)	δ_7 (mm)
0.6	0.018	0.016
0.8	0.024	0.022
1.3	0.040	0.032
1.9	0.056	0.046
3.3	0.098	0.1
3.8	0.110	0.118
4.6	0.132	0.142
5.3	0.154	0.166
6.1	0.184	0.2
6.7	0.204	0.228
7.2	0.220	0.25
7.9	0.246	0.282
8.1	0.248	0.29
8.4	0.258	0.302
9.1	0.288	0.33
9.5	0.302	0.346

12. ANÁLISIS DE RESULTADOS.

A continuación se compararán los resultados entre el método del segundo teorema de Castigliano y el experimental y lo mismo se desarrolla para la solución de la estructura en el SAP2000 y el experimento.

En la Tabla 18, se observan los resultados para el incremento de carga de la prueba 1, entre el teorema de Castigliano y la prueba experimental.

Tabla 18. Cuadro comparativo segundo teorema de Castigliano vs prueba experimental Carga 1.

Carga (kN)	Castigliano		Experimental		% error NODO3	% error NODO7
	$\delta 3$ (mm)	$\delta 7$ (mm)	$\delta 3$ (mm)	$\delta 7$ (mm)		
0.4	0.01104	0.01341	0.012	0.012	8.67	10.51
0.9	0.02485	0.03017	0.034	0.028	36.85	7.19
1.9	0.05245	0.06369	0.058	0.048	10.58	24.64
2.2	0.06073	0.07375	0.066	0.056	8.67	24.06
3.1	0.08558	0.10392	0.086	0.072	0.49	30.71
3.7	0.10214	0.12403	0.102	0.082	0.14	33.89
4.7	0.12975	0.15755	0.126	0.116	2.89	26.37
5.2	0.14355	0.17431	0.136	0.132	5.26	24.27
5.3	0.14631	0.17766	0.138	0.136	5.68	23.45
6	0.16564	0.20113	0.156	0.16	5.82	20.45
6.8	0.18772	0.22795	0.174	0.184	7.31	19.28
7.1	0.19600	0.23800	0.182	0.196	7.14	17.65
7.5	0.20704	0.25141	0.190	0.206	8.23	18.06
8.2	0.22637	0.27488	0.216	0.232	4.58	15.60
8.7	0.24017	0.29164	0.226	0.244	5.90	16.33
9.1	0.25121	0.30505	0.240	0.258	4.46	15.42
9.5	0.26226	0.31845	0.252	0.27	3.91	15.22
9.9	0.27330	0.33186	0.258	0.276	5.60	16.83
10.2	0.28158	0.34192	0.268	0.286	4.82	16.35

Se puede analizar que el nodo 3 los porcentajes de error son mínimos, también hay que tener en cuenta que al momento que se cargó con un peso de 1.9 KN los porcentajes de error dieron por encima de la media, por lo tanto no es tan verídico los valores con este peso, el nodo 7 se puede evidenciar que al momento en el que la carga aumenta sus porcentajes de error disminuyen. Con la mayor carga aplicada sus porcentajes de error no supera el 20%.

En la Tabla 19, se observa la comparación de los resultados experimentales y los resultados obtenidos del SAP2000.

Tabla 19. Cuadro comparativo SAP2000 vs prueba experimental Carga 1.

Carga (kN)	SAP2000		Experimental		% error NODO3	% error NODO7
	$\delta 3$ (mm)	$\delta 7$ (mm)	$\delta 3$ (mm)	$\delta 7$ (mm)		
0.4	0.00890	0.01080	0.012	0.012	34.83	11.11
0.9	0.02000	0.02430	0.034	0.028	70.00	15.23
1.9	0.04220	0.05130	0.058	0.048	37.44	6.43
2.2	0.04880	0.05940	0.066	0.056	35.25	5.72
3.1	0.06880	0.08360	0.086	0.072	25.00	13.88
3.7	0.08220	0.09980	0.102	0.082	24.09	17.84
4.7	0.10440	0.12680	0.126	0.116	20.69	8.52
5.2	0.11550	0.14030	0.136	0.132	17.75	5.92
5.3	0.11770	0.14300	0.138	0.136	17.25	4.90
6	0.13320	0.16190	0.156	0.16	17.12	1.17
6.8	0.15100	0.18350	0.174	0.184	15.23	0.27
7.1	0.15770	0.19160	0.182	0.196	15.41	2.30
7.5	0.16650	0.20240	0.190	0.206	14.11	1.78
8.2	0.18210	0.22120	0.216	0.232	18.62	4.88
8.7	0.19320	0.23470	0.226	0.244	16.98	3.96
9.1	0.20210	0.24550	0.240	0.258	18.75	5.09
9.5	0.21090	0.25630	0.252	0.27	19.49	5.35
9.9	0.21980	0.26710	0.258	0.276	17.38	3.33
10.2	0.22650	0.27520	0.268	0.286	18.32	3.92

Se puede analizar que con una carga de 0.9 KN los porcentajes de error son los más elevados y están por encima de la media por lo tanto no es tan verídico los resultados con esta carga, se puede ver que en el nodo 3 los porcentajes de error se encuentran entre un 35% y un 18% su rango es constante por lo tanto es más confiable los resultados, mientras que en el nodo 7 los porcentajes de error son mínimos.

En la Tabla 20, se observa la comparación de resultados de la segunda prueba de carga en la cercha obtenidos por el segundo teorema de Castigliano y los obtenidos en la prueba experimental.

Tabla 20. Cuadro comparativo segundo teorema de Castigliano vs prueba experimental Carga 2.

Carga (kN)	Castigliano		Experimental		% error	% error
	$\delta 3$ (mm)	$\delta 7$ (mm)	$\delta 3$ (mm)	$\delta 7$ (mm)	NODO3	NODO7
0.6	0.01656	0.02011	0.018	0.016	8.67	20.45
0.8	0.02208	0.02682	0.024	0.022	8.67	17.96
1.3	0.03589	0.04358	0.040	0.032	11.46	26.57
1.9	0.05245	0.06369	0.056	0.046	6.77	27.78
3.3	0.09110	0.11062	0.098	0.1	7.57	9.60
3.8	0.10490	0.12738	0.110	0.118	4.86	7.36
4.6	0.12699	0.15420	0.132	0.142	3.95	7.91
5.3	0.14631	0.17766	0.154	0.166	5.25	6.57
6.1	0.16840	0.20448	0.184	0.2	9.27	2.19
6.7	0.18496	0.22459	0.204	0.228	10.29	1.52
7.2	0.19876	0.24135	0.220	0.25	10.68	3.58
7.9	0.21809	0.26482	0.246	0.282	12.80	6.49
8.1	0.22361	0.27152	0.248	0.29	10.91	6.80
8.4	0.23189	0.28158	0.258	0.302	11.26	7.25
9.1	0.25121	0.30505	0.288	0.33	14.64	8.18
9.5	0.26226	0.31845	0.302	0.346	15.15	8.65

En la segunda carga los porcentajes de error se mantienen por debajo de un 15% de error lo que hace muy acertado y verídico el método frente al modelo experimental. En el nodo 7 las primeras 4 cargas son muy elevadas con respecto a las demás.

En la Tabla 21, se observan los resultados obtenidos de deflexión en el nodo 3 por el SAP2000, con el segundo ensayo de laboratorio y los obtenidos experimentalmente, con la máquina Data Logger TDS-530.

En la segunda carga en el nodo 3 los porcentajes de error están muy elevados y se mantienen. En el nodo 7 los porcentajes de error a medida que la carga aumenta sus porcentajes de error también van aumentando llegando a un 35% de error con un crecimiento constante.

**Tabla 21. Cuadro comparativo SAP2000 vs prueba experimental
Carga 2.**

Carga (kN)	SAP2000		Experimental		% error	% error
	$\delta 3$ (mm)	$\delta 7$ (mm)	$\delta 3$ (mm)	$\delta 7$ (mm)	NODO3	NODO7
0.6	0.01330	0.01620	0.018	0.016	35.34	1.23
0.8	0.01780	0.02160	0.024	0.022	34.83	1.85
1.3	0.02890	0.03510	0.040	0.032	38.41	8.83
1.9	0.04220	0.05130	0.056	0.046	32.70	10.33
3.3	0.07330	0.08900	0.098	0.1	33.70	12.36
3.8	0.08440	0.10250	0.110	0.118	30.33	15.12
4.6	0.10210	0.12410	0.132	0.142	29.29	14.42
5.3	0.11770	0.14300	0.154	0.166	30.84	16.08
6.1	0.13540	0.16460	0.184	0.2	35.89	21.51
6.7	0.14880	0.18080	0.204	0.228	37.10	26.11
7.2	0.15990	0.19430	0.220	0.25	37.59	28.67
7.9	0.17540	0.21310	0.246	0.282	40.25	32.33
8.1	0.17990	0.21850	0.248	0.29	37.85	32.72
8.4	0.18650	0.22660	0.258	0.302	38.34	33.27
9.1	0.20210	0.24550	0.288	0.33	42.50	34.42
9.5	0.21090	0.25630	0.302	0.346	43.20	35.00

13. CONCLUSIONES.

Se analizó la cercha metálica por medio del segundo teorema de castigliano obteniendo porcentajes de error bastante buenos con respecto al método experimental ratificando que este método está muy acorde con la realidad, teniendo como menor valor 0.14%, y como valor máximo 33.89%.

Se analizó la cercha de estructura metálica mediante el software SAP 2000 y los porcentajes de error dieron superiores con respecto al método experimental, puede estar ligado a que se trabajó desde el principio como estructura y SAP 2000 usa el método matricial para analizarlo dando un valor máximo de 43.2% de error y un valor mínimo de 0.27%, por encima de los resultados obtenidos por el método experimental, también puede estar ligado al módulo de elasticidad ya que se manejó el valor dado por la norma mas no el real de dicho material, porque los valores obtenidos en el laboratorio no son muy exactos por problemas en la práctica del laboratorio y herramientas del ensayo.

También es posible que varié los resultados reales, ya que al momento de asentar la cercha real, los soportes tenían unos resortes que al momento de cargar la maquina TDS-530 indicó un valor de (P) carga y su respectiva deformación, pero los resorte le permitían asentarse por lo tanto el valor que se obtiene tenia error.

Se comprobó que la cercha no superó el estado elástico teniendo como carga máxima 10.2 KN, ya que cuando se descargaba la cercha se obtuvieron valores muy cercanos al 0 por medio de la maquina TDS-530.

Se analizó que los porcentajes de error del método Castigliano también pueden estar ligados a que la construcción de la cercha tiene 2 secciones transversales diferentes una sección para los largueros y otra para las celosías.

14. RECOMENDACIONES

Se recomienda usar apoyos más rígidos, porque los apoyos que se encuentran en el laboratorio tienen resortes que le permiten asentarse por lo tanto las pruebas milimétricas como las que nos indican los deformímetros tienden a tener un margen de error muy alto por lo que es necesario realizar un precarga para eliminar dichos asentamientos.

Se recomienda realizar el mismo proyecto, pero en vez de usar la soldadura que deforma el material se puede realizar con pernos en la parte de las uniones.

Se recomienda al momento de tomar elementos externos a las estructuras que tengan una sección transversal fácil de maniobrar dentro del laboratorio como lo son varillas o elementos planos sin ningún tipo de curvatura o figura, ya que esto hace más complejo los procedimientos al momento de probarlos.

Se recomienda usar otro método analítico diferente al segundo teorema de castigliano para garantizar que este modelo no es el único que nos brinda la información para determinar deformaciones en puntos específicos.

15. BIBLIOGRAFÍA

ALEXANDRA VALENCIA Comparación de deformaciones unitarias y desplazamientos utilizando una armadura Tesis de grado año 2015.

Asociación Colombiana de Ingeniería sísmica REGLAMENTO COLOMBIANO DE CONSTRUCCION SISMO RESISTENTE

FERNANDO P. BEER MECANICA VECTORIAL PARA INGENIEROS octava edición McGraw-Hill interamericana editores S:A.

JACK C. MCCORMAC. ANALISIS DE ESTRUCTURAS métodos clásico y matricial. Cuarta edición. Editorial ALFAOMEGA 2010

JACK C. MCCORMAC. DISEÑOS DE ESTRUCTURAS METALICAS método ASD 4.Edicion. Editorial ALFAOMEGA 1999.

Manual SAP 2000 ESTRUCTURAS TIPO EDIFICO Universidad Concepción Facultad de Ingeniería Departamento Ingeniería Civil <http://es.scribd.com/doc/2569351/Manual-SAP2000-Exelente-Tipo-edificio> - scribd pg 2

RAMÍREZ AMAYA DARÍO ALONSO. Implementación del módulo de control, adquisición y procesamiento de datos para el shaker serie 2075e, utilizado en el estudio dinámico de edificaciones a escala. Tesis de grado.

ROGER L. BROCKENBROUGH. MANUAL DE DISEÑOS DE ESTRUCTURAS DE ACERO. Segunda edición. McGraw-Hill interamericana editores S: A1997.

Soldadura Protocolo Curso de Procesos de manufactura Facultad de ingeniería industrial laboratorio de producción Edición 2008-1

<http://webdelprofesor.ula.ve/nucleotrujillo/americanab/03-estructurasArticuladas/3-17.html>