

**ANÁLISIS DE PRECISIÓN DE UN MODELO DIGITAL DE TERRENO
CONSTRUIDO A PARTIR DE UN LEVANTAMIENTO TOPOGRÁFICO CON
DRON**

YINETH DANIELA GARZÓN PRADO

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA
ESCUELA DE INGENIERÍAS
MAESTRÍA EN CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
MEDELLÍN
2025**

**ANÁLISIS DE PRECISIÓN DE UN MODELO DIGITAL DE TERRENO
CONSTRUIDO A PARTIR DE UN LEVANTAMIENTO TOPOGRÁFICO CON
DRON**

YINETH DANIELA GARZÓN PRADO

**Trabajo de grado para optar al título de Magíster en Ciencias Naturales y
Matemáticas**

**Director
Luis Benigno Gutiérrez Zea, Ph.D.**

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA
ESCUELA DE INGENIERÍAS
MAESTRÍA EN CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
MEDELLÍN
2025**


DECLARACIÓN DE ORIGINALIDAD

Marzo 11 de 2025

Yineth Daniela Garzón Prado

El contenido de este documento no ha sido presentado con anterioridad para optar a un título, ya sea en igual forma o con variaciones, en ésta o en cualquier otra universidad.

Firma:

_____

A mi hijo Jerónimo. En este trabajo de investigación, encuentras una pequeña muestra de mi compromiso con el aprendizaje y contigo. Que este esfuerzo te inspire a perseguir tus metas con determinación y esfuerzo. Te amo desde lo infinito hasta lo infinitesimal.

Agradecimientos

Mis más sinceros agradecimientos a Jerónimo, mi hijo, cuya paciencia, comprensión y amor incondicional han sido fundamentales durante este proceso de investigación, soportando horas de ausencia; a Christian, mi esposo, quien no solo fue un apoyo emocional, sino también un colaborador esencial, aportandome ideas, proporcionándome fuerza cuando me faltaba y desempeñándose como piloto experto en los vuelos del dron, contribuyendo directamente a la materialización de este trabajo; a mis padres, Sandra y Humberto, cuyo amor ha sido el sostén fundamental de nuestra familia, quienes me apoyaron con generosidad y dedicación varios días de cuidado durante las jornadas de trabajo y estudio; a mi hermano, Fabian, quien con su energía y sentido del humor ha sido capaz de ayudarme en los momentos más estresantes, impulsándome constantemente a continuar y a no abandonar; a mi director de tesis, Luis Benigno, cuya paciencia, orientación académica rigurosa y disposición incondicional fueron fundamentales en el desarrollo de este documento, aportando críticas constructivas y conocimientos especializados que enriquecieron significativamente el trabajo; y finalmente, a CYG Land Ingenieros Asociados, cuyo apoyo financiero fue determinante para la ejecución de los experimentos, permitiendo materializar una investigación que espero contribuya al avance del conocimiento en el campo de la topografía con drones.

Resumen

Este trabajo de investigación se centró en evaluar la precisión de los levantamientos topográficos realizados con dron, tomando como referencia un levantamiento topográfico tradicional mediante RTK (Real-Time Kinematic). Los experimentos se desarrollaron en un área que comprende dos tipos de terreno: una zona boscosa y un área despejada que incluye una vía en placa huella.

La metodología experimental contempló la variación de tres variables principales: la altura de vuelo (entre 100 y 120 metros), el nivel de traslapo de imágenes (70% y 80%) y dos métodos de procesamiento de datos: PPK (Post-Processed Kinematic) y RTK. Se generaron ocho modelos experimentales mediante la combinación sistemática de estas variables, permitiendo un análisis de su impacto en la precisión de los levantamientos.

El análisis estadístico, realizado en este estudio mediante la prueba de Kruskal-Wallis, reveló hallazgos relevantes. Contrario a lo que se podría esperar, la altura de vuelo y el porcentaje de traslapo no mostraron un impacto estadísticamente significativo en la precisión de las mediciones. En cambio, el método de procesamiento corresponde a una variable crítica, presentando diferencias estadísticamente relevantes.

Los resultados ofrecen implicaciones operativas importantes para profesionales en topografía. La investigación permite concluir que los operadores pueden adaptar flexiblemente parámetros como altura de vuelo y traslapo según las necesidades específicas de cada proyecto, sin comprometer sustancialmente la calidad de los datos. Sin embargo, se enfatiza la necesidad de un control riguroso en la selección del método de procesamiento, dado su impacto directo en la precisión.

En conclusión, el estudio proporciona una base empírica sólida para optimizar protocolos de vuelo y procesamiento de datos fotogramétricos. Ofrece a los profesionales del sector una guía práctica para equilibrar eficiencia operativa y precisión técnica en levantamientos topográficos con dron confiables.

PALABRAS CLAVE:

UAV, RTK, precisión, topografía, DTM.

Abstract

This research focused on evaluating the accuracy of topographic surveys conducted with drones, using a traditional topographic survey with RTK (Real-Time Kinematic) as a reference. The experiments were developed in an area comprising two types of terrain: a forested zone and an open area that includes a plate road.

The experimental methodology contemplated the variation of three main variables: flight altitude (between 100 and 120 meters), image overlap level (70% and 80%), and two data processing methods: PPK (Post-Processed Kinematic) and RTK. Eight experimental models were generated through the systematic combination of these variables, allowing an analysis of their impact on survey accuracy.

The statistical analysis, conducted in this study using the Kruskal-Wallis test, revealed relevant findings. Contrary to expectations, flight altitude and overlap percentage did not show a statistically significant impact on measurement accuracy. Instead, the processing method corresponded to a critical variable, presenting statistically relevant differences.

The results offer important operational implications for surveying professionals. The research allows concluding that operators can flexibly adapt parameters such as flight altitude and overlap according to the specific needs of each project, without substantially compromising data quality. However, the need for rigorous control in the selection of the processing method is emphasized, given its direct impact on precision.

In conclusion, the study provides a solid empirical basis for optimizing photogrammetric flight and data processing protocols. It offers professionals in the sector a practical guide to balance operational efficiency and technical precision in reliable drone topographic surveys.

KEYWORDS:

UAV, RTK, accuracy, survey, DTM

Contenido

	Pág.
1 Descripción del proyecto	17
1.1 El problema de investigación y su justificación	17
1.2 Marco teórico y marco conceptual	18
1.3 Antecedentes y estado del arte	22
2 Objetivos	35
2.1 Objetivo general	35
2.2 Objetivos específicos	35
3 Metodología	36
3.1 Preliminar	36
3.2 Diseño e Implementación del Experimento	39
3.3 Trabajo de campo	40
3.4 Procesamiento de la información	44
3.5 Cálculo del error	51

4 Resultados	53
BIBLIOGRAFÍA	75

Lista de Figuras

	Pág.
1.1 Modelo Digital de Superficie (DSM) -vs- Modelo Digital de Terreno (DTM). Fuente: [1]	20
1.2 Trazabilidad de bibliografía <i>ConnectedPapers</i>	22
1.3 Trazabilidad de bibliografía <i>ConnectedPapers</i>	23
1.4 Tendencias (Documentos por año)	24
1.5 Tendencias (Documentos por autor)	24
1.6 Tendencias (Documentos por fuente)	25
1.7 Tendencias (<i>CitiScore</i>)	25
1.8 Métodos de medición de distancia. Fuente: [2]	32
1.9 Proceso de selección de una prueba estadística. Fuente: ([3])	33
3.1 Ubicación del experimento	39
3.2 Registro fotográfico trabajo de campo - vuelos de dron	41
3.3 Área de experimento	42
3.4 Registro fotográfico RTK Convencional	43
3.5 Procesamiento RedToolBox	45

3.6	Generación de nube de puntos Agisoft	46
3.7	Clasificación y Filtrado de puntos	47
3.8	Modelos Digitales de Terreno (DTM) con UAV RTK	48
3.9	Incorporación GCP	48
3.10	Modelos Digitales de Terreno (DTM) con UAV PPK	49
3.11	GNSS-RTK	50
3.12	Flujo Python	52
4.1	Distribución de datos RTK	53
4.2	Kriging de datos RTK	54
4.3	Generación de modelo digital de terreno con base el puntos RTK (Vista 1)	56
4.4	DTM de topografía convencional	57
4.5	BoxPlot de DTM de RTK vs DTM de UAV	58
4.6	Histograma de DTM de RTK vs DTM de UAV	58
4.7	Distribución geográfica de los errores MDT4	61
4.8	BoxPlot de Ptos de RTK vs DTM de UAV	64
4.9	Histograma de Ptos de RTK vs DTM de UAV	64
4.10	Análisis gráfico	65
4.11	Interacción: Altura vs Traslapo	66
4.12	Interacción: Traslapo vs Altura	66
4.13	Cumplimiento de Supuestos (gráfico)	67
4.14	Análisis gráfico de distribución de errores	68

Lista de Tablas

	Pág.
3.1 Metodología para el logro de los objetivos específicos.	38
3.2 Descripción de los experimentos	40
3.3 Descripción de los experimentos	44
4.1 Análisis Kriging	54
4.2 Errores Experimentos -vs- DTM de RTK (Parte 1)	59
4.3 Errores Experimentos -vs- DTM de RTK (Parte 2)	60
4.4 Errores Experimentos -vs- Ptos de RTK (Parte 1)	62
4.5 Errores Experimentos -vs- Ptos de RTK (Parte 2)	63
4.6 Resultado Experimentos	65
4.7 Resultados de las pruebas de normalidad	69
4.8 Resultados de las pruebas de homogeneidad	69
4.9 Prueba Kruskal-Wallis	70

Lista de Acrónimos

DSM	<i>Digital Surface Models</i> o Modelo Digital de Superficie
DTM	<i>Digital Terrain Model</i> o Modelo Digital de Terreno
GCP	<i>Ground Control Point</i> o Punto de Control Terrestre
GNSS	<i>Global Navigation Satellite System</i> o Sistema Global de Navegación por Satélite
GPS	<i>Global Positioning System</i> o Sistema de Posicionamiento Global
LIDAR	<i>Light Detection and Ranging</i> o Medición y Detección de Imágenes mediante láser
PPK	<i>Post Processed Kinematic</i> o Cinemático Post-procesado
RPAS	<i>Remotely Piloted Aircraft System</i> o Sistema de Aeronave no Tripulada
RTK	<i>Real-time kinematic</i> o Cinemático en tiempo real
SFM	<i>Structure from Motion</i> o Estructura a partir del Movimiento
UAS	<i>Unmanned Aircraft System</i> o Sistema de Aeronave No Tripulada
UAV	<i>Unmanned Aerial Vehicle</i> o Vehículo Aéreo No Tripulado

Introducción

La topografía o la representación de la forma del terreno constituye un insumo fundamental para diferentes etapas de las obras de ingeniería, estudios geomorfológicos, planeación territorial, entre otros. Sin embargo, realizar un levantamiento topográfico en algunas zonas de difícil acceso o muy escarpadas, resulta ser un trabajo prácticamente inviable.

Recientemente el uso de la tecnología asociada a los *Unmanned Aerial Vehicle* o Vehículo Aéreo No Tripulados (UAVs) (drones) para diferentes propósitos ha ido en aumento debido a su amplia versatilidad. Específicamente en topografía ha constituido una solución al problema de accesibilidad y al tiempo de levantamiento de áreas de terreno muy extensas; no obstante, muchos usuarios desconfían de su precisión. Hoy en día en Colombia, existen tantas metodologías como empresas dedicadas a realizar levantamientos topográficos con UAV.

En el desarrollo este trabajo se realizarán una serie de experimentos con los que se pretende evaluar un número de variables previamente definidas que influirían en la precisión de los resultados y cómo con la combinación de algunas de ellas podrían mejorar la confiabilidad en los levantamientos topográficos con UAV, teniendo en cuenta que en zonas de difícil acceso no será posible la instalación de puntos de control en tierra.

Finalmente, y dado que los UAV capturan elevaciones de los elementos visibles que están sobre el terreno, será posible construir un *Digital Surface Models* o Modelo Digital de Superficie con la información directamente tomada por el UAV, pero para la elaboración de un *Digital Terrain Model* o Modelo Digital de Terreno los softwares realizan interpolación, por lo que además se evaluará cómo esa interpolación influye en la precisión de los levantamientos topográficos y que variables podrían influir en mejorar el modelo.

Capítulo 1

Descripción del proyecto

El problema que se aborda en el proyecto es **¿Qué efecto tiene en la precisión vertical la metodología implementada en un levantamiento topográfico con UAV?**

1.1 EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN Y SU JUSTIFICACIÓN

Los drones, *Unmanned Aerial Vehicle* o Vehículo Aéreo No Tripulados (UAVs), son una tecnología relativamente reciente cuyo uso se ha expandido a diferentes ramas del conocimiento, entre otras, a la topografía. Una de las mayores ventajas de su uso [4] es la posibilidad de toma de datos en tiempo real en condiciones meteorológicas nubladas y lograr llegar a zonas inaccesibles sin poner en peligro la vida humana.

Para obtener la topografía de un terreno con un UAV es necesaria la construcción de un *Digital Surface Models* o Modelo Digital de Superficie (DSM) y un *Digital Terrain Model* o Modelo Digital de Terreno (DTM) con base en una nube de puntos 3D que genera el dron en su plan de vuelo.

Entre los usuarios de topografía existen dudas acerca de la exactitud de este método, sin embargo, en la actualidad existen UAVs equipados con un sistema *Real-time kinematic* o Cinemático en tiempo real (RTK) mediante el cual se obtiene información posicionada de alta precisión sin *Ground Control Point* o Punto de Control Terrestre (GCP) [5].

Adicionalmente, los levantamientos con UAV pueden ser posprocesados y corregidos por *Global Navigation Satellite System* o Sistema Global de Navegación por Satélite (GNSS), aumentando la precisión de las soluciones de coordenadas. El procedimiento ha sido denominado *Post Processed Kinematic* o Cinemático Post-procesado (PPK) y se refiere básicamente a correcciones aplicadas después del vuelo [6].

Dicho lo anterior, resulta interesante realizar una investigación para conocer el grado de confiabilidad de los levantamientos topográficos con UAV y determinar si cumple con las condiciones mínimas que lleguen a requerir los usuarios, proporcionándoles opciones con tecnología de punta, garantizando la implementación de un método que proporcione un levantamiento topográfico de calidad.

Es ampliamente conocida la utilidad de la topografía debido a que constituye un insumo fundamental para los diseños de obra en ingeniería civil, para la arquitectura, la geodesia, la planeación, el catastro, entre muchas otras áreas de estudio. Utilizar tecnologías novedosas que reduzcan el tiempo, no presenten limitaciones de acceso y que garanticen la precisión requerida por los usuarios, podría constituir un avance fundamental en las metodologías ya establecidas, por lo que resulta de utilidad demostrar su precisión.

1.2 MARCO TEÓRICO Y MARCO CONCEPTUAL

Un UAV [7], también conocido como dron, es una aeronave sin piloto humano a bordo que se puede controlar de forma remota o puede volar de forma autónoma con rutas predefinidas. Un UAV es un sistema compuesto por una *Unmanned Aircraft System* o Sistema de Aeronave No Tripulada (UAS), un control remoto y un sistema de combinación entre ambos.

Los drones ofrecen una amplia gama de aplicaciones, entre las que destaca la captura de imágenes para el mapeo topográfico. Su versatilidad y rentabilidad los convierten en una alternativa cada vez más atractiva en diversos campos, lo que subraya la importancia de profundizar en su estudio y desarrollo.

Existe actualmente una gran variedad de vehículos aéreos no tripulados (UAV, por sus siglas en inglés), que pueden clasificarse según diversos criterios como su tamaño, diseño, uso, altitud máxima y autonomía de vuelo. Una de las clasificaciones más comunes se basa en el tipo de plataforma aérea, distinguiendo principalmente entre los de ala fija y los multirrotor para uso civil.

Los drones multirrotor han ganado popularidad tanto entre profesionales como aficionados, siendo ampliamente utilizados en diversas actividades y operaciones, especialmente en fotografía aérea. Su predominio en el mercado actual se debe a varias ventajas clave como facilidad de fabricación, simplicidad de operación y capacidad de despegue y aterrizaje vertical.

Estas características han convertido a los multirrotor en la opción preferida para una amplia gama de aplicaciones, consolidando su posición como el tipo de dron de más común en la actualidad.

La tecnología de los drones está en constante innovación incorporando cada vez sistemas de navegación más precisos, y sensores cada vez más avanzados como sistemas *Light Detection and Ranging* o Medición y Detección de Imágenes mediante láser (LIDAR), cámaras infrarrojas, etc.

La mayoría de los drones están equipados con GPS, pero ahora los drones más recientes tienen sistemas satelitales de navegación global GNSS. Sin embargo, los drones pueden volar tanto en modo no-satelital como en modo GNSS. Por ejemplo, los drones producidos por la compañía DJI* pueden volar en modo P (GNSS) o modo ATTI, que no usan GPS.

La navegación de alta precisión es un aspecto crucial en el vuelo de drones, pues desempeña un papel fundamental en diversas aplicaciones avanzadas, entre las que destaca la creación de mapas tridimensionales. Esta capacidad de navegación precisa no solo mejora la eficacia operativa de los drones, sino que también amplía significativamente su rango de aplicaciones prácticas y científicas.

Los UAV presentan ventajas significativas sobre las técnicas topográficas tradicionales tales como su capacidad de capturar imágenes de alta resolución del área de estudio, la notable reducción de costos operativos y la rapidez en la adquisición y procesamiento de datos. Esta combinación de precisión, eficiencia económica y agilidad en la obtención de información ha revolucionado los métodos de levantamiento topográfico, permitiendo realizar estudios más exhaustivos en menor tiempo y con una inversión más reducida [8].

Mediante un software de fotogrametría que utiliza datos recopilados por el UAV se obtiene un modelo de nube densa de puntos tridimensional, posteriormente un ortofotomosaico, un *Digital Surface Models* o Modelo Digital de Superficie (DSM) y *Digital Terrain Model* o Modelo Digital de Terreno (DTM).

Los modelos digitales de superficie (DSM) y los modelos digitales del terreno (DTM) son rep-

*DJI es una compañía china actualmente considerada como la mayor fabricante de UAV a nivel mundial.

representaciones tridimensionales sofisticadas de porciones específicas de la superficie terrestre. Estas herramientas geoespaciales ofrecen una visualización intuitiva del paisaje que permite una interpretación accesible de la topografía y sus características, y una comprensión detallada de la morfología del terreno. Estos modelos transforman datos complejos en representaciones visuales que facilitan el análisis y la toma de decisiones en diversos campos [9].

La principal diferencia entre DSM y DTM consiste en que el DTM es una representación de la superficie suponiendo que no existe ningún elemento sobre el suelo, mientras que el DSM tiene en cuenta las elevaciones con árboles, edificaciones, vehículos y cualquier elemento que exista sobre el suelo. Para mayor claridad, en adelante, dichos elementos serán denominados de forma genérica como “interferencias”. En la Figura 1.1 se incluye un elemento gráfico que permite comprender con mayor claridad dichos términos:

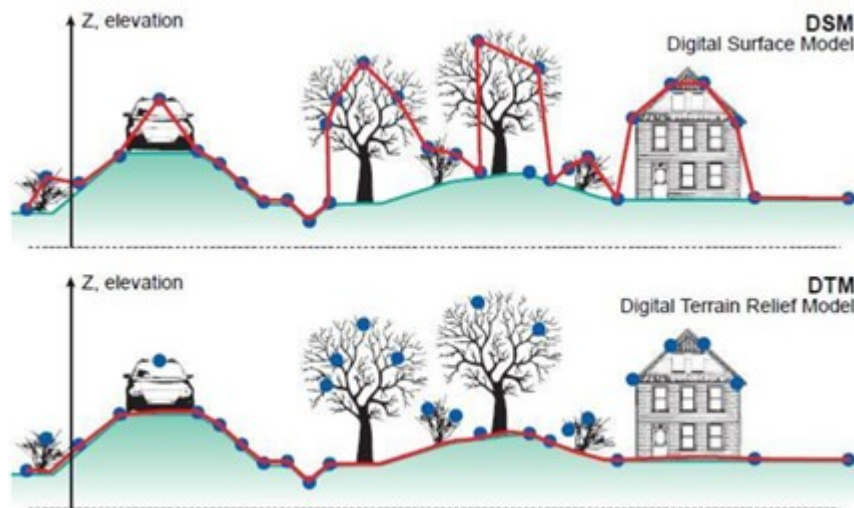


Figura 1.1: Modelo Digital de Superficie (DSM) -vs- Modelo Digital de Terreno (DTM). Fuente: [1]

En el proceso de generación de modelos digitales, los Modelos Digitales de Superficie (DSM) se obtienen con relativa facilidad, ya que representan directamente las elevaciones capturadas en cada coordenada durante el vuelo del dron. Sin embargo, la creación de Modelos Digitales del Terreno (DTM) implica un desafío mayor, requiriendo técnicas de interpolación más sofisticadas para determinar las elevaciones en puntos geográficos no muestreados directamente. Esta complejidad se debe principalmente a que los drones capturan la elevación de los elementos más altos en cada punto (como edificios, vegetación o infraestructuras), pero no registran directamente la elevación del suelo subyacente. Por lo tanto, para generar un DTM preciso, es necesario filtrar los datos para eliminar elementos no pertenecientes al terreno natural, inter-

polar las elevaciones del suelo en áreas donde la superficie real está oculta por estructuras o vegetación, y aplicar algoritmos avanzados para reconstruir la topografía del terreno base [10].

Los modelos de terreno son herramientas valiosas para la interpretación y el análisis de la superficie terrestre y se utilizan en una variedad de disciplinas. A manera de ejemplo: en investigación geomorfológica, modelado hidrológico, planificación del uso de la tierra, modelado de erosión, cálculo de la pérdida de masa glacial, o análisis de corte y relleno para determinar el volumen de tierra, roca o agua que se encuentra dentro un área de interés definida [9].

En el ámbito del procesamiento de imágenes aéreas para la generación de modelos digitales del terreno, destacan dos enfoques relevantes. Por un lado, Jaramillo y Torres [11] señalan la eficacia del software Agisoft Photoscan, que implementa el algoritmo *Structure from Motion* (SfM). Este proceso comprende varias etapas: la creación de una nube de puntos, el ajuste mediante puntos de control, la generación de malla y textura, y finalmente, la producción de ortofotos y modelos digitales del terreno (DTM).

Por otra parte, Arévalo et al. [12] resaltan las ventajas de la fotogrametría con sistemas de aeronaves pilotadas a distancia (RPAS). Esta técnica permite obtener un DTM mediante algoritmos de filtrado, de manera análoga al procesamiento de nubes de puntos LIDAR. La capacidad intrínseca de estos sistemas para clasificar puntos terrestres y no terrestres ofrece una alternativa más económica a los métodos tradicionales, manteniendo un alto nivel de precisión.

Con el fin de comprender los mecanismos de procesamiento de imágenes empleados en los softwares especializados, se llevará a cabo un análisis de dos algoritmos fundamentales en este campo. La técnica *Structure from Motion* (SfM) se basa en los principios de fotogrametría estereoscópica mediante la cual se construye una estructura en 3D que se resuelve a partir de la superposición de imágenes 2D y mediante correlación automática de puntos conjugados (puntos comunes a las imágenes) usando ecuaciones de colinearidad [13].

El proceso de *Structure from Motion* (SfM) requiere una meticulosa fase inicial de adquisición de imágenes. Esta etapa se caracteriza por la captura de fotografías con un alto grado de superposición, típicamente entre el 80% y el 90%, tomadas desde diversas ubicaciones y ángulos. Esta redundancia en la información visual es crucial para el éxito del método.

Una vez completada la fase SfM, se implementa la técnica de *Multiview Stereopsis* (MVS). Esta metodología complementaria se encarga de densificar la nube de puntos generada inicialmente por SfM. El proceso MVS enriquece significativamente el modelo, añadiendo una mayor densidad de puntos y, por consiguiente, incrementando el nivel de detalle y la precisión de la reconstrucción tridimensional [14].

La sinergia entre los algoritmos SFM y MVS permite la reconstrucción de la imagen; y mediante la georreferenciación basada en GNSS se determina la escala y ubicación.

1.3 ANTECEDENTES Y ESTADO DEL ARTE

En la búsqueda de las diferentes referencias, existen unas especialmente representativas y que se acercan mucho a la intención del proyecto, como es el caso de Bi et al. [5] y Xiu et al. [15] que son frecuentemente citados en el estado del arte, realizando la trazabilidad en <https://www.connectedpapers.com/>. Ver Figuras 1.2 y 1.3

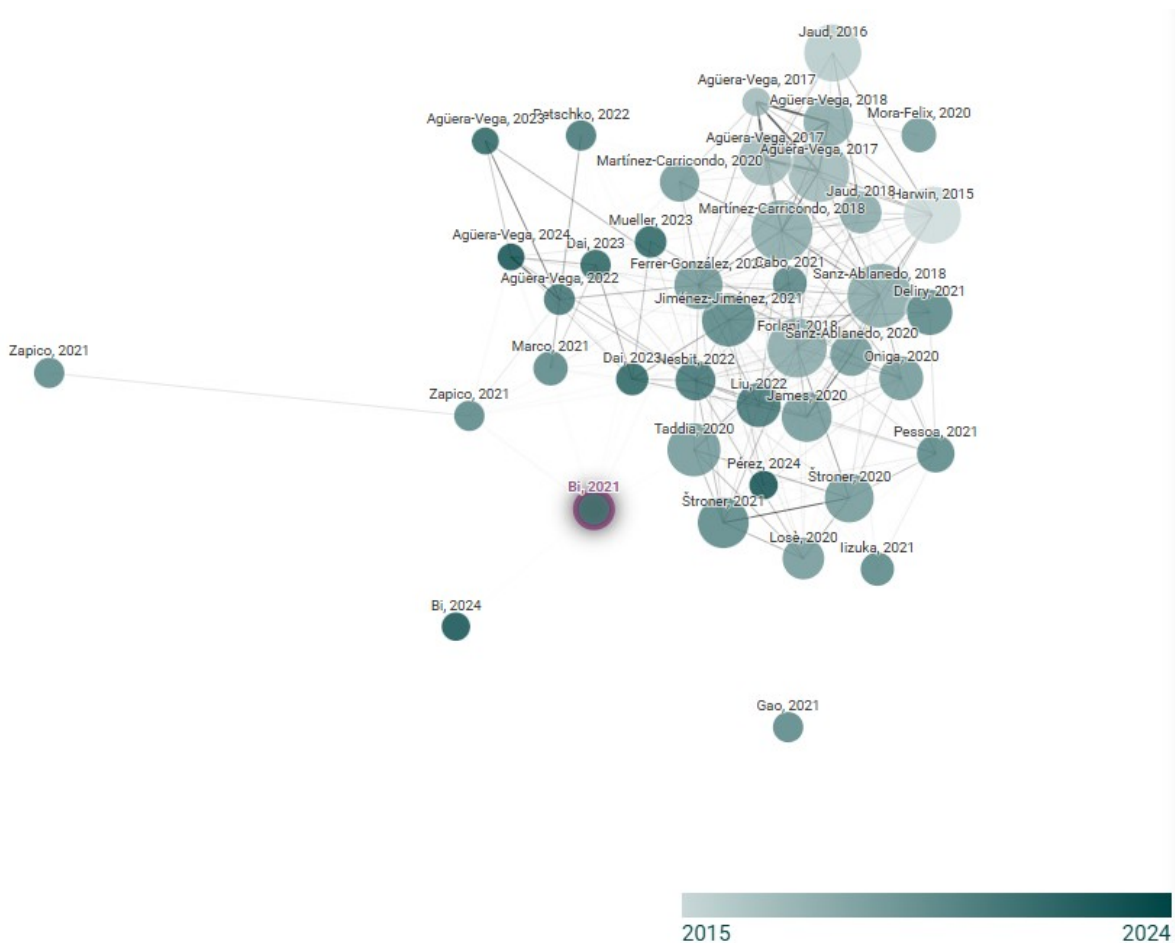


Figura 1.2: Trazabilidad de bibliografía *ConnectedPapers*

Se encuentra también que a pesar de que existen artículos relacionados incluso desde 2005, en

la mayoría se encuentran en un intervalo de tiempo de 2018 a la actualidad.

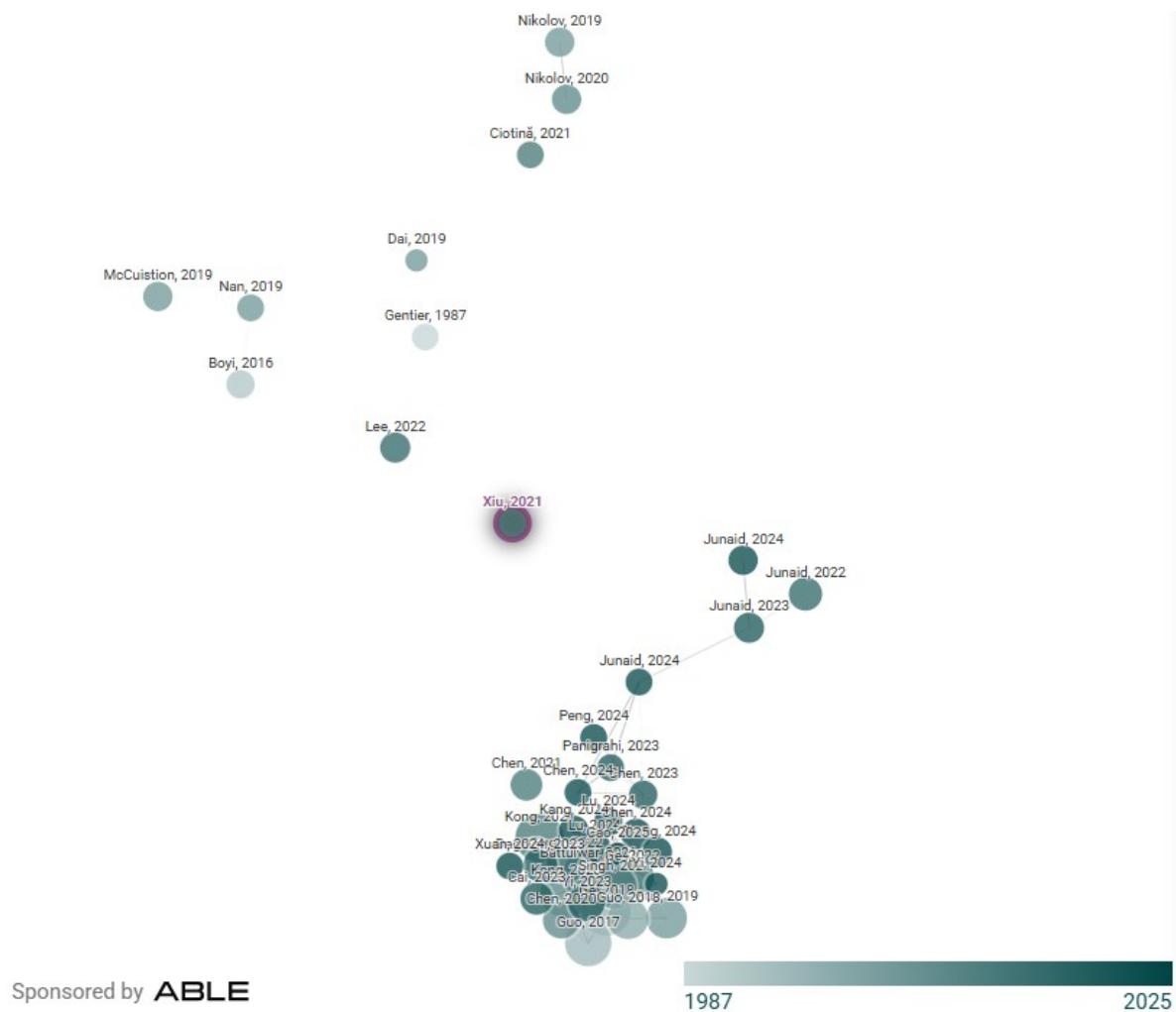


Figura 1.3: Trazabilidad de bibliografía *ConnectedPapers*

Nuevamente se encuentra que el intervalo de tiempo oscila entre 2016 al 2022. De forma tal que, en general, los artículos científicos relacionados con el problema en estudio datan en su mayoría de años recientes. Adicionalmente, como se observa, de los 14 artículos más relevantes, se encuentra que sólo 3 son en español, lo que representa apenas en 21.5%, por lo que las fuentes de información en su mayoría son en inglés.

En Scopus se encuentran las tendencias representadas en las Figuras 1.4, 1.5, 1.6 y 1.7. Recientemente se ha aumentado la publicación de artículos relacionados con el tema de estudio (Figura 1.4).

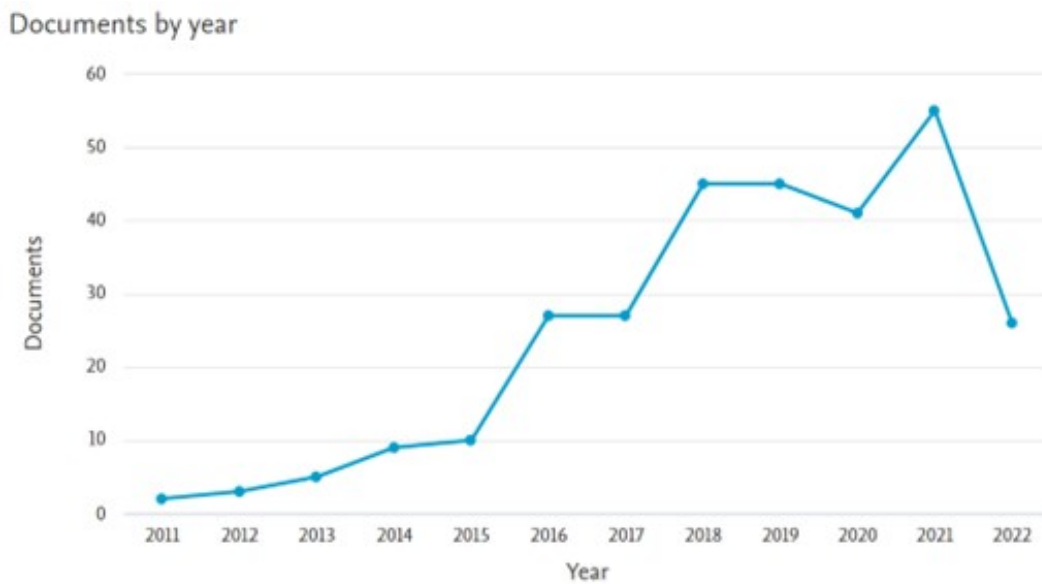


Figura 1.4: Tendencias (Documentos por año)

Tres autores se destacan por la publicación de seis artículos relacionados (Figura 1.5)

Documents by author

Compare the document counts for up to 15 authors.

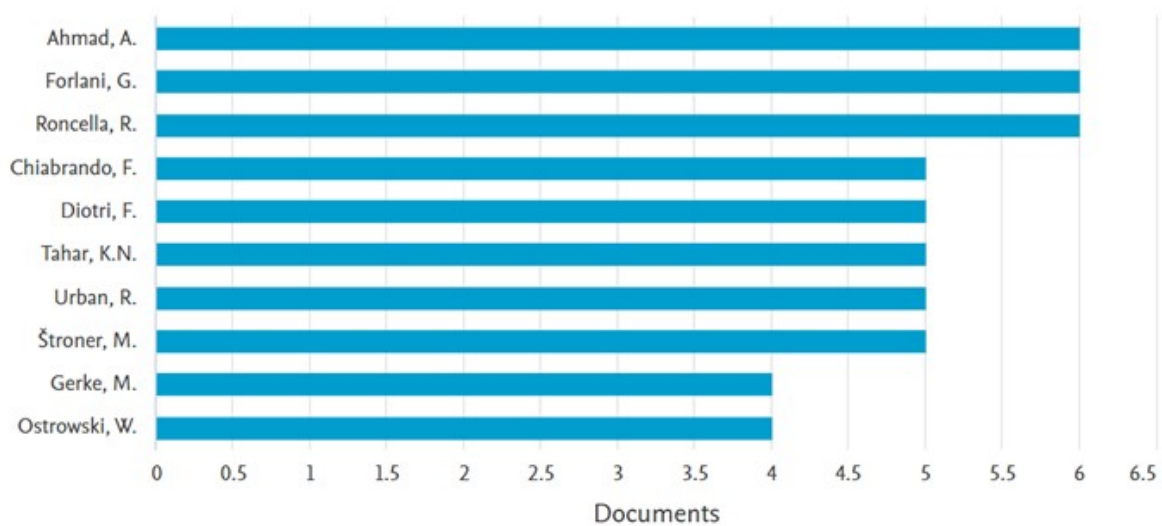


Figura 1.5: Tendencias (Documentos por autor)

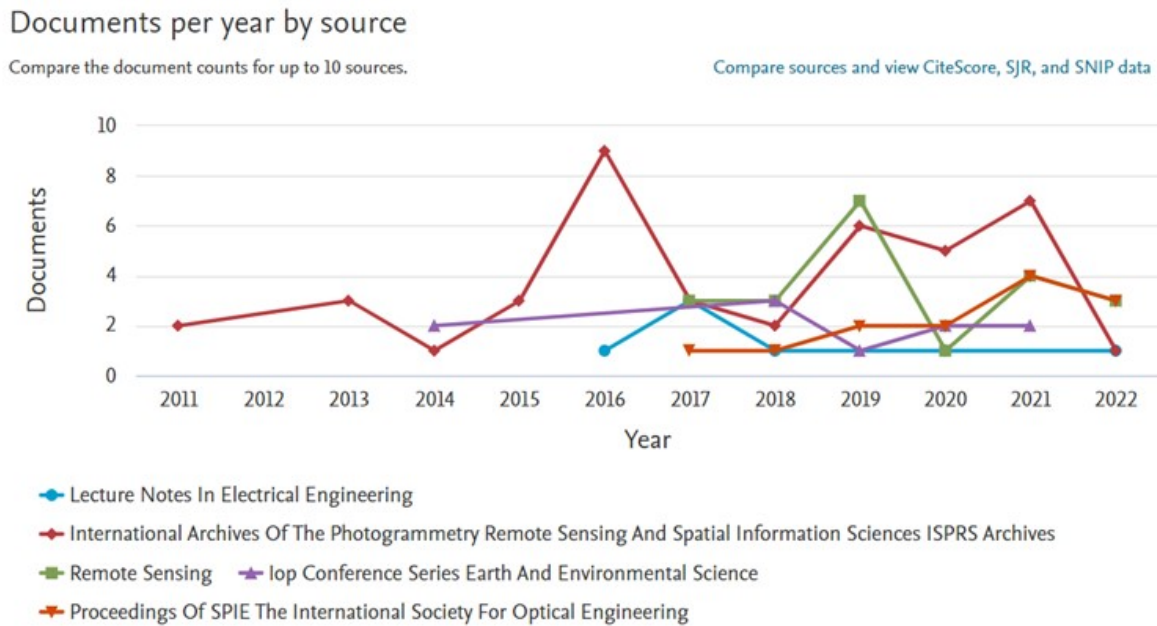


Figura 1.6: Tendencias (Documentos por fuente)

La revista más destacada y constante en la publicación de estudios de interés es *International Archives Of The Photogrammetry Remote Sensing And Spatial Information Sciences ISPRS Archives* y *Remote Sensing* (Figura 1.6), cuyo CitiScore se encuentran en la Figura 1.7.

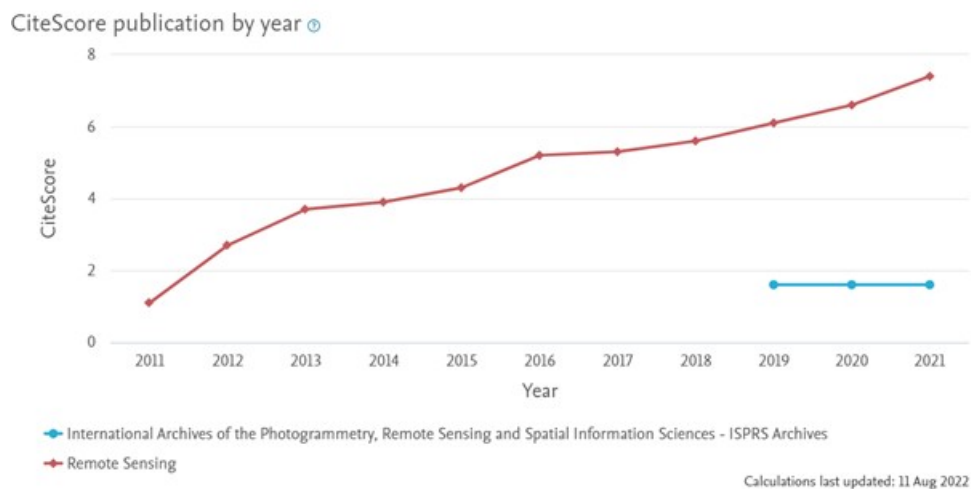


Figura 1.7: Tendencias (CitiScore)

Con base en lo anterior, a continuación, se presenta un recorrido sobre las principales fuentes

bibliográficas que representan los antecedentes y el estado del arte del proyecto.

En [16] se presenta un análisis comparativo de diversos vehículos aéreos no tripulados (UAV) empleados en la producción de productos fotogramétricos. Este estudio abarca diferentes tipos de UAV, incluyendo multirotores y aviones de ala fija, evaluando sus características en términos de precisión, calidad de imagen, capacidad de carga útil, tiempo de vuelo y costos operativos.

El estudio también examina el uso de distintos tipos de cámaras en aplicaciones fotogramétricas, como las cámaras RGB, multispectrales y térmicas. Cada tipo de cámara ofrece ventajas específicas según las necesidades del proyecto fotogramétrico.

La investigación destaca que, si bien la tecnología LIDAR puede generar modelos digitales del terreno (DTM) de mayor precisión, los levantamientos realizados con UAV equipados con sistemas RTK son capaces de producir ortofotos digitales de alta precisión.

En [4] se elaboraron levantamientos planimétricos de fracciones de terreno con diferentes áreas y número de puntos de control en tierra (GCP) en una zona urbana, encontrando que la precisión es mejor en áreas de 1 Km² mientras que para áreas mayores no alcanzó la precisión esperada.

Por otro lado en [17] se evaluó la precisión de tres experimentos repetidos ocho veces mediante control de bloques así (i) utilizando 12 GCP, (ii) con RTK y sin GCP y (iii) con RTK y un GCP. Con el método (i) los rangos de variabilidad del DSM son estables, de igual manera con el método (iii) aunque un poco menos preciso mientras que el método (ii) tiene un rango de variabilidad mayor; por lo que (i) y (iii) representaron resultados similares e incluso en zonas con textura plana es casi despreciable. De esta forma, prescindir completamente de un GCP aumenta significativamente la incertidumbre, sin embargo, se plantea analizar cuál sería la estrategia de ubicación del GCP para garantizar una buena precisión, en caso de que sólo se instale uno.

En [18] realizaron 18 combinaciones diferentes, variando en número y distribución de GCP, y en orientación de las fotografías, encontrando que, siempre que sea posible, debe cubrirse tanto como sea posible con un número alto de GCP. En los casos que no sea posible, se deben incluir fotografías oblicuas (además de las ortogonales) para mejorar la precisión.

Los autores Liu et al. en [19] analizan la influencia del número y distribución de GCP, encontrando que a mayor número de GCP el error medio cuadrático disminuye; y que resulta favorable que los GCP estén uniformemente distribuidos y cerca al dentro del área de estudio.

En [20] se demuestra que la georreferenciación de imágenes obtenidas mediante levantamientos con UAV son más precisos cuando se combinan con productos de teledetección satelitales

gratuitas tales como Landsat.

Por otro lado, en [6] se realiza un análisis bibliográfico en el que determina de antemano que un número creciente de GCP y su distribución regular en el área de estudio, mejora significativamente la precisión de los levantamientos, sin embargo, en la práctica, la instalación y distribución de GCP se dificulta tanto por costos como por accesibilidad. Adicionalmente, se encuentra que cuando se realizan vuelos cruzados aumenta la precisión, aunque no sustancialmente. Por otro lado, en zonas forestales la época de levantamiento influye debido a que en primavera se obtuvo mayor precisión debido al deshoje de los árboles por lo que es posible tomar más puntos entre los espacios de las copas de los árboles. Concluyen además que el método combinado RTK/PPK es la solución óptima para mejorar la precisión.

Wiseman y van der Sluijs [9], demostraron que los datos capturados mediante UAV y la respectiva interpolación de nubes de puntos mediante algoritmo Kriging es capaz de producir un modelo de terreno de alta resolución con errores aceptables. El experimento fue elaborado en una zona plana con superficies desnudas y vegetación tipo pasto.

En [11] se compara un levantamiento convencional mediante el uso de técnicas GNSS respecto a uno realizado con UAV en una zona con topografía montañosa y vegetación de mediana altura y encontraron que los levantamientos con UAV son muy precisos en zonas con baja vegetación, lo que permite un DSM de buena calidad incorporando GCP.

En el experimento de Eker et al. [14] se realizó la comparación de cinco métodos, básicamente con PPK con diferentes estaciones de referencia y RTK, concluyendo que el error menor se obtuvo con el método PPK, utilizando datos de la estación base en la cual el receptor GNSS registra datos GPS durante más de 3 horas. Adicionalmente se encontró que las tasas de error son menores en texturas sólidas como carreteras que en texturas diferentes como copas de árboles.

En [15] se evalúa la precisión planimétrica de los levantamientos topográficos realizados sin puntos de control en tierra (GCP). Los investigadores determinaron que los errores máximos observados en estos levantamientos se mantienen en el orden de centímetros cuando se comparan con los resultados obtenidos mediante sistemas de topografía tradicionales. Esta magnitud de error se considera dentro del rango de alta precisión para aplicaciones topográficas. Basándose en estos hallazgos, los autores concluyen que la topografía utilizando vehículos aéreos no tripulados (UAV) puede aplicarse de manera efectiva en terrenos de baja altitud.

Otro punto se presenta en [5], que realiza un estudio acerca de la optimización de la precisión tridimensional en zonas de terreno complejas con UAV. En sus conclusiones presenta errores

planimétricos que apenas alcanza los centímetros, mientras que en términos de elevación la precisión fue determinada mediante dos métodos:

- Ortofotos (imágenes ortogonales): 0.3049m
- Imágenes oblicuas asistidas: 0.0942m

Con ello los investigadores demostraron que la exactitud en la reconstrucción de terrenos montañosos mejora significativamente al incorporar imágenes oblicuas en el proceso fotogramétrico. Esta técnica permite capturar detalles topográficos que podrían pasarse por alto en las tomas verticales tradicionales (ortogonales).

Al analizar el estudio de [5], se puede inferir que sus conclusiones se basan en escenarios donde el DSM y el DTM son prácticamente idénticos. Esto sugiere que las fotografías fueron tomadas en áreas donde la superficie del terreno está directamente expuesta, sin vegetación densa ni estructuras artificiales que pudieran interferir en la medición.

En el estudio [21] se diseñó un experimento para evaluar la precisión de los datos obtenidos mediante levantamientos fotogramétricos con UAV. El diseño experimental incorporó múltiples variables para analizar su impacto en la calidad de los datos:

La investigación se llevó a cabo en el campus de una universidad, abarcando un área de 2.431 hectáreas que incluía una variedad de elementos topográficos como parques, jardines, edificios de hasta 20 metros de altura, arbustos y pastizales, caracterizada por una topografía suave.

Se realizaron un total de 24 vuelos diferentes sobre la misma región durante tres días distintos, empleando diversas configuraciones:

- Alturas de vuelo: Se compararon vuelos a 75 y 100 metros sobre el nivel del suelo.
- Orientación de las cámaras: Se contrastaron vuelos con cámaras exclusivamente ortogonales frente a vuelos que integraban tomas ortogonales y oblicuas *.
- Métodos de georreferenciación: Se emplearon el método RTK (utilizando el modo D-RTK 2) y CORS (NTRIP vía internet), este último basado en una red o estación de referencia virtual.

La metodología de evaluación se basó en el cálculo de la proximidad de los valores obtenidos en cada punto de control (GCP) respecto a su valor real, determinado mediante GNSS. Adi-

*Es importante destacar que las imágenes oblicuas se utilizaron únicamente para la calibración de la cámara, no para la generación directa de modelos.

cionalmente, se realizó una comparación de nubes de puntos empleando regresión de mínimos cuadrados donde z se expresa como una función lineal de x e y , con el fin de detectar errores atípicos.

El análisis comparativo incluyó la evaluación de errores reportados en los informes del software tanto con el uso de puntos de control en tierra (GCP) como sin ellos.

Los resultados del estudio arrojaron varias conclusiones:

- El diseño de vuelo y la altura no generaron diferencias significativas en las precisiones horizontal y vertical cuando se aplicaron las aproximaciones recomendadas.
- Las imágenes capturadas por el UAV no presentaron errores sistemáticos detectables.

Estos hallazgos contribuyen significativamente a la comprensión de la precisión y fiabilidad de los levantamientos fotogramétricos con UAV bajo diversas condiciones operativas.

En el experimento [22] se utiliza una altura fija de vuelos con UAV y realizan variaciones en la superposición (*overlap*) y superposición lateral (*sidelap*), encontrando que el error más bajo se encontró con 80% de superposición y 50% de superposición lateral.

En [23] se presenta el experimento con la superposición lateral entre las fotos tomadas con un UAV y se analiza cómo los ajustes en los porcentajes afectan la precisión en la georreferenciación. Concluyen que no existen diferencias significativas si se reduce superposición lateral de 80% a 60%. De hecho, si hay una distribución adecuada de GCP, una superposición lateral más baja es un poco mejor. El estudio resulta de importancia debido a que menor superposición de imágenes representa menor tiempo de vuelo, menor número de fotografías y, en consecuencia, menor tiempo de procesamiento.

El estudio presentado en [24] revela hallazgos significativos sobre el uso de puntos de control en tierra (GCP) en levantamientos topográficos. Los investigadores sugieren que la ausencia de GCP no necesariamente conlleva un aumento en el margen de error, cuestionando así la noción de que estos puntos sean indispensables en todos los casos.

Adicionalmente, el estudio realizó una comparación entre las técnicas de Cinemática en Tiempo Real (RTK) y Post-Procesado Cinemático (PPK). Los resultados indican que ambas técnicas ofrecen una precisión similar en cuanto a las coordenadas horizontales. Sin embargo, la técnica RTK demostró una ventaja al proporcionar una mejor precisión en la medición de la elevación.

En la investigación [25] llevaron a cabo una serie de vuelos en un entorno urbano, empleando dos tipos de vehículos aéreos no tripulados (UAV): uno de bajo costo y otro equipado con tecnología

RTK/PPK. El estudio tenía como objetivo comparar la precisión de ambos sistemas.

Los resultados de la investigación revelaron una superioridad notable en la precisión de los UAV equipados con RTK/PPK frente a sus contrapartes de bajo costo. Este hallazgo subraya la importancia de la tecnología empleada en la calidad de los datos obtenidos en levantamientos topográficos.

Un aspecto particularmente interesante del estudio fue la constatación de que, incluso sin el uso de puntos de control en tierra (GCP), los UAV con RTK/PPK lograron producir resultados de alta precisión y calidad. Esta observación sugiere que, en ciertas condiciones, la tecnología avanzada de posicionamiento en los UAV puede compensar la ausencia de GCP, lo que potencialmente simplificaría y agilizaría los procesos de levantamiento topográfico en áreas urbanas.

El estudio [26] aporta perspectivas valiosas sobre la necesidad de puntos de control en tierra (GCP) en levantamientos fotogramétricos. Sus hallazgos destacan que la combinación de imágenes oblicuas con planes de vuelo de doble cuadrícula puede lograr una alta precisión sin GCP. Sin embargo, reconociendo que las misiones de doble cuadrícula requieren más tiempo, los investigadores exploraron un enfoque “híbrido” integrando imágenes oblicuas en un conjunto de datos principalmente ortogonal. Los resultados de esta aproximación mostraron un aumento significativo en la precisión vertical del modelo fotogramétrico, aunque no igualó la precisión de un conjunto de datos oblicuos completo obtenido mediante misiones de doble cuadrícula. Este método híbrido emerge como una solución equilibrada, optimizando el tiempo de vuelo sin comprometer sustancialmente la calidad de los datos, lo que lo hace particularmente relevante para proyectos con limitaciones de tiempo o recursos.

Los hallazgos presentados en los estudios [24] y [25] revisten una importancia particular para el campo de la topografía con (UAV). Ambas investigaciones concluyen en la posibilidad de prescindir del ingreso físico al área de estudio sin afectar la precisión.

Esta observación amplifica significativamente las ventajas inherentes al uso de UAV en levantamientos topográficos, especialmente en contextos desafiantes. La capacidad de obtener datos precisos sin necesidad de puntos de control en tierra (GCP) o acceso directo al terreno abre nuevas perspectivas para la realización de estudios topográficos en zonas de alto riesgo, áreas de difícil acceso o sitios con restricciones de entrada por razones ambientales o de seguridad.

Esta evolución metodológica no solo mejora la seguridad de las operaciones topográficas, sino que también amplía el alcance de los estudios posibles, permitiendo la recopilación de datos en áreas previamente consideradas inaccesibles o demasiado peligrosas para el levantamiento tradicional. Así, estos estudios marcan un avance significativo en la aplicación de tecnología

UAV para topografía, optimizando la eficiencia y expandiendo las posibilidades del campo.

En [27] se presenta la evaluación de la precisión de los modelos 3D generados a partir del procesamiento de imágenes capturadas por UAV. Su investigación se centró en dos aspectos principales:

Primero, analizaron el impacto de la altura de vuelo en la calidad del modelo, comparando dos escenarios de altura diferentes. Sorprendentemente, sus resultados no mostraron una variación significativa en la precisión entre ambas alturas, lo que sugiere una flexibilidad operativa en la planificación de vuelos con UAV para levantamientos topográficos.

Segundo, realizaron una comparación entre dos softwares de procesamiento ampliamente utilizados en la industria: *Agisoft Metashape* y *Pix4D Mapper*. En este aspecto, *Agisoft Metashape* demostró una ventaja, produciendo resultados más precisos y en menor tiempo de procesamiento. En este punto es importante resaltar que el método para determinar la precisión fue mediante comparación directa de nubes de puntos en 3D (algoritmo *Multiscale Model to Model Cloud Comparison* (M3C2)).

Ahora bien, para la generación de Modelos Digitales de Terreno (DTM), se utiliza comúnmente Kriging. Según [28], Kriging comprende un conjunto de métodos de predicción espacial cuya solución requiere comprender la estructura de correlación para las posibles distancias entre cualquier sitio dentro del área de estudio. $\bar{\gamma}(h)$ se conoce como función de semivarianza y permite caracterizar la dependencia espacial de los datos:

$$\bar{\gamma}(h) = \frac{1}{2n} \sum (Z(x+h) - Z(x))^2$$

donde:

- $Z(x)$ es el valor de la variable en un sitio x
- $Z(x+h)$ es el valor de la variable separado de x en una distancia h .
- n es el número de parejas que se encuentran dentro de la distancia h .

La función de semivarianza se calcula para varias distancias h . Se parte del criterio de que a menor distancia entre los puntos muestrales, mayor es la correlación espacial entre las observaciones, por lo que se espera, en todos los casos, que para valores de h pequeños el semivariograma también sea pequeño. Para ello se utiliza un semivariograma teórico, que se compara con el experimental, que permite determinar la relación espacial entre los datos mediante un modelo que generalice lo observado a cualquier distancia. La predicción espacial supone es que si el

modelo de semivarianza elegido describe bien la estructura de autocorrelación, la diferencia entre el valor observado y el predicho es pequeña.

Por otro lado, revisando específicamente métodos de comparación de modelos digitales de terreno DTM, se encuentra en [2] que en el ámbito de la fotogrametría, el análisis de nubes de puntos y la comparación precisa de superficies tridimensionales presenta desafíos significativos, especialmente en entornos con alta rugosidad. debido a que generan patrones de oclusión, es decir, datos faltantes, que añaden complejidad a la comparación de nubes de puntos.

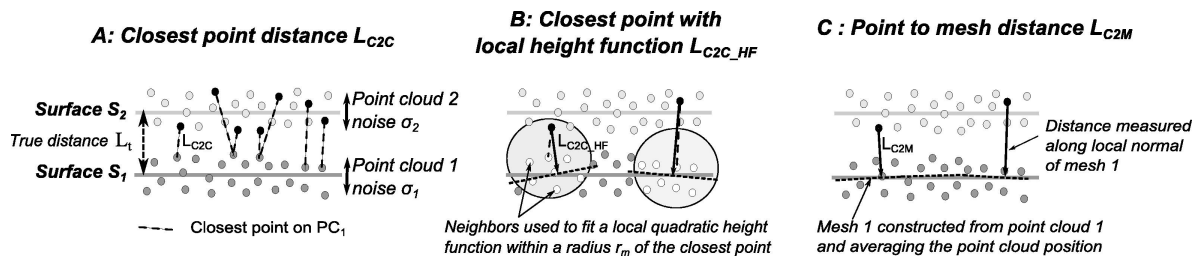


Figura 1.8: Métodos de medición de distancia. Fuente: [2]

Para abordar estos desafíos, se han desarrollado diversos métodos de medición de distancia (ver Figura 1.8), cada uno con sus propias fuentes de incertidumbre, entre los que se encuentra [2]:

- DEM de diferencia (*DoD*): Este método se utiliza principalmente en escenarios con cambios de altura mínimos. Implica la cuadriculación de dos nubes de puntos para generar Modelos Digitales de Superficie (DSM), que luego se comparan píxel por píxel para medir la distancia vertical. Sin embargo, el *DoD* presenta algunas limitaciones significativas como que no opera eficazmente en entornos 3D complejos, especialmente en superficies verticales.
- Comparación directa de nube a nube (*C2C*): Esta técnica utiliza el método del punto más cercano, pero es particularmente sensible a la rugosidad de las nubes de puntos, lo que puede afectar la precisión de las mediciones.
- Distancia de nube a malla o nube a modelo (*C2M*): En este enfoque, el cambio de superficie se calcula midiendo la distancia entre una nube de puntos y una malla 3D de referencia o un modelo teórico. Sin embargo, la construcción de la malla tiende a suavizar detalles que pueden ser cruciales para evaluar las propiedades de rugosidad local.

Ahora bien, para el análisis de datos obtenidos de los cálculos de distancias (que en este contexto se interpretaría como “error”) entre la superficie verdadera (*ground truth*) y cada uno de los experimentos, se pueden realizar análisis estadísticos de los resultados. En el ámbito de la investigación científica contemporánea, el análisis inferencial se constituye como una her-

ramienta fundamental para la comprensión y generalización de resultados, sustentándose en un amplio espectro de pruebas estadísticas que permiten a los investigadores elaborar conclusiones robustas a partir de muestras representativas.

La inferencia estadística es un proceso metodológico complejo que posibilita la construcción de generalizaciones fundamentadas sobre poblaciones amplias mediante el análisis sistemático de información muestral. Los investigadores se enfrentan al desafío de seleccionar estratégicamente la prueba estadística más adecuada ([3]), considerando múltiples variables como la naturaleza de los datos, el diseño experimental, los supuestos de normalidad, la distribución de la muestra y los objetivos específicos de la investigación. Esta selección no es trivial, sino que requiere un conocimiento profundo de los fundamentos estadísticos, la capacidad de interpretar correctamente los resultados y la comprensión de las limitaciones inherentes a cada prueba. La probabilidad se convierte así en el eje central de este proceso, permitiendo establecer niveles de confianza y significancia que respalden la validez de sus conclusiones, transformando la incertidumbre inicial en conocimiento fundamentado y susceptible de ser generalizado más allá de los límites de la muestra original.

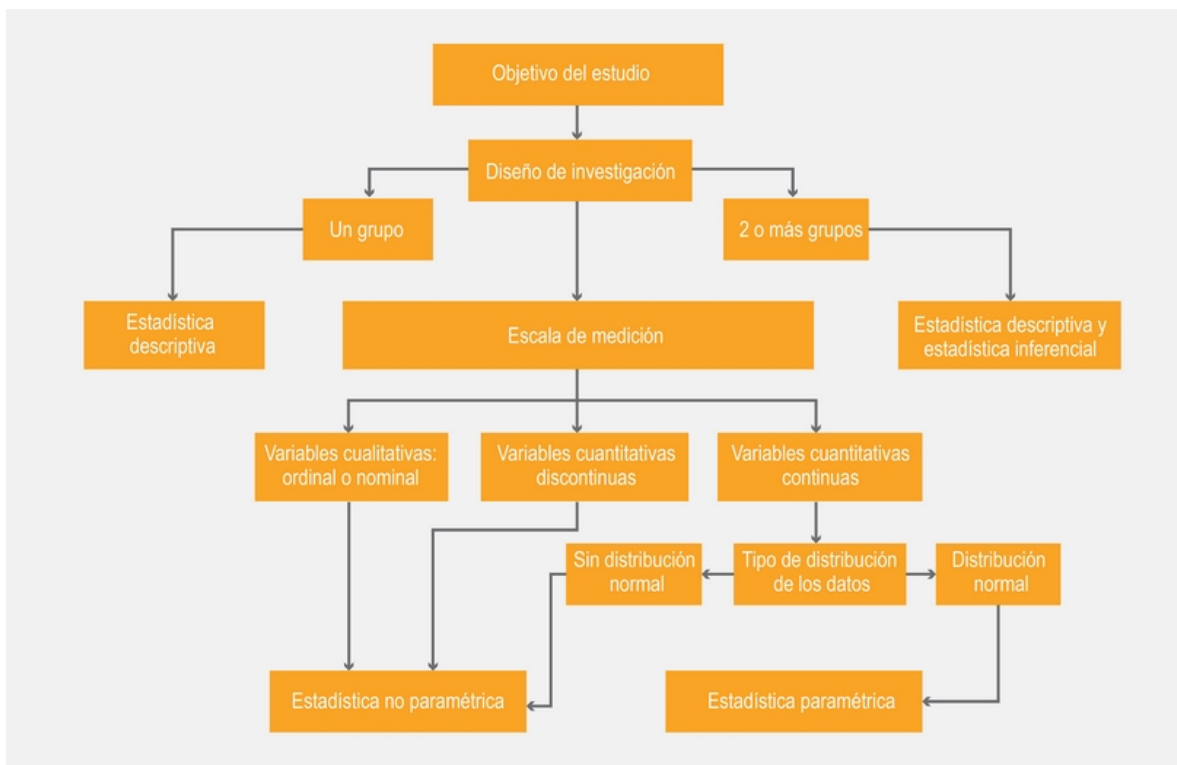


Figura 1.9: Proceso de selección de una prueba estadística. Fuente: ([3])

Con apoyo de la Figura 1.9, es posible determinar la prueba óptima para el tipo de datos que

se obtendrán de los experimentos. En este caso, como se evalúan varias variables, corresponde a 2 o más grupos, la variable es cuantitativa (distancias/errores) y continua. Ahora bien, el tipo de distribución determinará la selección de la prueba estadística, siendo la normalidad un criterio fundamental para la elección de métodos paramétricos. Se disponen de diversas herramientas estadísticas para evaluar la distribución de los datos, entre las cuales destacan pruebas de contrastación como Shapiro-Wilk. Cuando la evaluación estadística revela que los datos no se ajustan a una distribución normal, se deben reorientar la metodología hacia pruebas no paramétricas, las cuales ofrecen alternativas robustas para el análisis de datos que no cumplen con los supuestos de normalidad. Esto garantiza la validez y confiabilidad de los análisis estadísticos, asegurando que las conclusiones derivadas sean estadísticamente sólidas y metodológicamente rigurosas.

Dado que el objetivo de esta investigación implica la comparación simultánea de tres o más variables, se debe recurrir al análisis de varianza (ANOVA), una técnica estadística diseñada específicamente para contrastar múltiples promedios. Sin embargo, ante escenarios donde los datos no siguen una distribución normal, surge la necesidad de emplear pruebas no paramétricas como la prueba de Kruskal-Wallis. Esta prueba no paramétrica constituye un equivalente funcional al ANOVA de una vía, permitiendo la comparación de medianas en grupos independientes cuando no se cumple el supuesto de normalidad. La elección entre ANOVA y Kruskal-Wallis dependerá fundamentalmente de las características de distribución de los datos.

Finalmente, la revisión de la literatura actual suscita interrogantes significativos respecto a cómo garantizar la validez y precisión de los Modelos Digitales del Terreno (DTM) generados con UAV en entornos morfológicamente complejos, donde la interferencia de infraestructuras antrópicas, cobertura vegetal y elementos topográficos heterogéneos podría incidir sustancialmente en la exactitud de las mediciones altimétricas.

Capítulo 2

Objetivos

2.1 OBJETIVO GENERAL

Establecer un método de captura de información que mejore la precisión vertical de un levantamiento topográfico con UAV.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Identificar las variables que influyen en la precisión de un levantamiento topográfico con UAV.

Establecer cómo las variables afectan la precisión de la toma de datos.

Establecer el protocolo óptimo para un levantamiento topográfico con UAV.

Capítulo 3

Metodología

3.1 PRELIMINAR

La metodología para alcanzar el primer objetivo se basó en una revisión bibliográfica exhaustiva enfocada en evaluar la precisión de levantamientos topográficos realizados con vehículos aéreos no tripulados (UAV). En primer lugar, se identificaron las variables que cada autor consideró relevantes en sus respectivos estudios. A continuación, se analizó cómo estas variables influían en la precisión, ya sea aumentándola o disminuyéndola, según los hallazgos de cada investigación. Para facilitar la comparación, se elaboró una tabla de control que permitía contrastar los resultados de diversos estudios. Además, se ponderó la relevancia de cada variable en el contexto específico del estudio, teniendo en cuenta su potencial para aumentar la precisión sin comprometer la viabilidad de los levantamientos en campo.

Como parte del trabajo de campo preliminar, se llevó a cabo una inspección del terreno seleccionado para el levantamiento. Con base en estas observaciones de campo, se ajustaron las variables de la tabla de control que requerían adaptación para su evaluación en las condiciones específicas del área de estudio. Posteriormente, se definieron los intervalos experimentales en los que se realizaría el experimento, completando así la tabla de variables. Finalmente, se delimitó el área de estudio mediante la construcción de un polígono geográfico, donde se evaluarían las variables y sus intervalos correspondientes.

Para lograr el segundo objetivo, se desarrollaron actividades tanto de campo como de procesamiento de datos. En el trabajo de campo, se realizó una nueva visita a la zona seleccionada, donde se instaló un punto de control en tierra (GCP) y se ejecutaron los vuelos planificados

con UAV, garantizando el cumplimiento de los parámetros establecidos en la tabla de control. En cuanto al procesamiento de datos, se procedió a la descarga y validación de la información recopilada en campo, verificando que los equipos hubieran almacenado correctamente los datos. Se procedió al procesamiento de los datos GNSS adquiridos y se ejecutó el flujo de trabajo fotogramétrico mediante el software Agisoft Metashape. La metodología incluyó las siguientes fases secuenciales: alineamiento y orientación de imágenes, generación de nube de puntos densa tridimensional, clasificación de puntos, generación de malla y Modelos Digitales del Terreno (DTM). Como método de validación, se efectuó un levantamiento topográfico de control empleando tecnología GNSS-RTK mediante metodología *stop and go*, el cual se estableció como *ground truth* o superficie de referencia. Este modelo de validación permitió la evaluación comparativa de la precisión altimétrica entre los diferentes escenarios de vuelo fotogramétrico, facilitando la determinación cuantitativa de la configuración óptima para la obtención de datos.

Para alcanzar el tercer objetivo, se realizaron diversas actividades analíticas y de síntesis. Se evaluó cómo las variables seleccionadas influían en la precisión de cada experimento realizado, identificando tanto efectos positivos como negativos. A partir de este análisis, se determinó cuál era la combinación óptima de variables para lograr una precisión aceptable en los levantamientos topográficos. Sobre esta base, se desarrolló un protocolo con un conjunto de recomendaciones para realizar levantamientos topográficos con UAV que cumplan con los requisitos mínimos de calidad y precisión. Finalmente, los principales descubrimientos y conclusiones derivados de la investigación fueron documentados en el trabajo de grado.

Esta metodología estructurada permitió abordar de manera sistemática los objetivos propuestos, facilitando la obtención de resultados significativos y la formulación de recomendaciones prácticas para futuros levantamientos topográficos utilizando tecnología UAV.

Objetivo General	Objetivo Específico	Actividad
Establecer un método de captura de información que mejore la precisión horizontal y vertical de un levantamiento topográfico con UAV.	1. Identificar las variables que influyen en la precisión de un levantamiento topográfico con UAV.	1.1. Revisión Bibliográfica
		1.2. Elaboración de tabla de control de variables
		1.3. Visita a campo preliminar
		1.4. Elaboración de polígono de levantamiento
	2. Establecer cómo las variables afectan la precisión de la toma de datos.	2.1. Instalación de GCP
		2.2. Vuelos con UAV
		2.3. Descargue de información de campo
		2.4. Procesamiento de datos GPS
		2.5. Procesamiento de imágenes aéreas
		2.6. Cálculo de precisión de levantamientos
	3. Establecer el protocolo óptimo para un levantamiento topográfico con UAV	3.1. Análisis de resultados
		3.2. Selección de método
		3.3. Entrega del Trabajo de grado

Tabla 3.1: Metodología para el logro de los objetivos específicos.

3.2 DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DEL EXPERIMENTO

En este experimento, se llevaron a cabo cuatro vuelos de dron para evaluar diversas variables en el levantamiento topográfico de un área de aproximadamente 24.5 hectáreas en la zona veredal del municipio de Tenjo, Cundinamarca. Dado que el propósito principal es evaluar la precisión altimétrica, los vuelos se tomaron con tomas **fotografías oblicuas** que se toman en ángulo de 45° desde baja altura, proporcionando contexto y profundidad de los elementos; mientras que las fotografías verticales se toman directamente desde arriba, que cubren áreas más grandes enfocándose en la topografía general, pero con menor detalle.

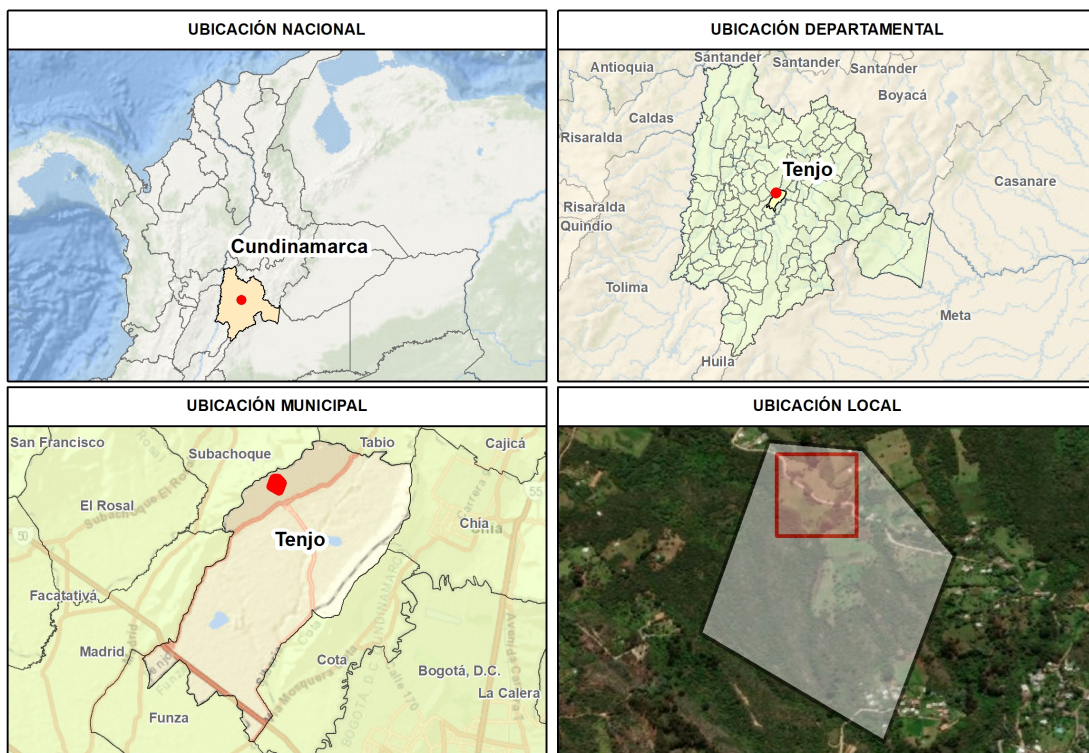


Figura 3.1: Ubicación del experimento

Se evaluaron las siguientes variables durante los vuelos:

- Altura: Se realizaron vuelos a alturas entre 100 y 120 metros sobre el terreno.
- Traslapo: Se probaron dos niveles de traslapo, con un rango de 70% a 80% de cobertura entre las imágenes capturadas.

- Tipo de procesamiento: Se emplearon los métodos de procesamiento PPK (Post-Processed Kinematic) y RTK (Real-Time Kinematic) para el procesamiento de los datos obtenidos.

El área tiene cubrimiento sobre una zona boscosa y una zona despejada y libre de obstáculos, que incluye incluso, una vía en placa huella.

3.3 TRABAJO DE CAMPO

El procedimiento de implementación de los vuelos fue el siguiente:

- Registro de datos GPS: Durante todo el vuelo se registraron los datos GPS necesarios para el posterior procesamiento de los datos obtenidos.
- Configuración de parámetros: Se ajustaron los parámetros del dron, incluyendo la altura de vuelo y el nivel de traslape deseado.
- Realización de los vuelos: Se llevaron a cabo los cuatro vuelos en el área de interés, siguiendo una ruta planificada.

La fase de adquisición de datos se ejecutó el 28 de mayo de 2023, efectuándose los cuatro vuelos fotogramétricos diseñados sobre el área de estudio, así:

Altura (m)	Overlap 70%	Overlap 80%	Método de procesamiento
100	28/05/2023 (11:14am)	28/05/2023 (12:00pm)	RTK, PPK
120	28/05/2023 (10:41am)	28/05/2023 (11:36am)	RTK, PPK

Tabla 3.2: Descripción de los experimentos

Los vuelos se realizaron con un Phantom 4 RTK, que según la página oficial DJI * tiene la siguiente precisión Cuando el RTK está habilitado y funcionando correctamente:

- Vertical: ± 0.1 m (La precisión en la altitud).
- Horizontal: ± 0.1 m (La precisión en la posición horizontal (X-Y)).

Para que el dron funcione con RTK habilitado requiere que la antena GNSS navegue simultáneamente. Las especificaciones de la antena son:

*DJI Phantom 4 RTK

- Vertical: 1.5 cm + 1 ppm † (RMS)
- Horizontal: 1 cm + 1 ppm (RMS)

La distancia desde la antena hasta la aeronave nunca superó un kilómetro de separación.



(a) Piloto de vuelo



(b) Phantom 4 RTK



(c) Zona de despegue y aterrizaje



(d) Antena GNSS

Figura 3.2: Registro fotográfico trabajo de campo - vuelos de dron

Por otro lado, el 22 de marzo de 2024, se realizó el levantamiento topográfico de referencia mediante metodología cinemático en tiempo real GNSS-RTK con un receptor GPS+ de doble frecuencia HiPer+ de Topcon Positioning System. De acuerdo con el manual de operaciones del HiPer+*, el equipo cuenta con la siguiente precisión para un levantamiento cinemático en

†1 ppm significa que el error aumenta 1 mm por cada 1 km de movimiento desde la aeronave

*HiPer+ Topcon

tiempo real RTK:

- Vertical: 15mm + 2.0ppm
- Horizontal: 10mm + 2.0ppm

Las coordenadas tomadas en campo se muestran en el equipo con varios tipos de soluciones, las más habituales son “fijo” donde el receptor calcula las coordenadas relativas con solución de ambigüedades y “flotante” que indica que no se ha podido determinar una posición con una precisión de centímetros. Para el experimento se limitaron los puntos de solución fija.

El área de levantamiento se vio restringida debido a limitaciones en los permisos de acceso predial, lo que limitó el área de control a 3.2 hectáreas del total proyectado inicialmente.

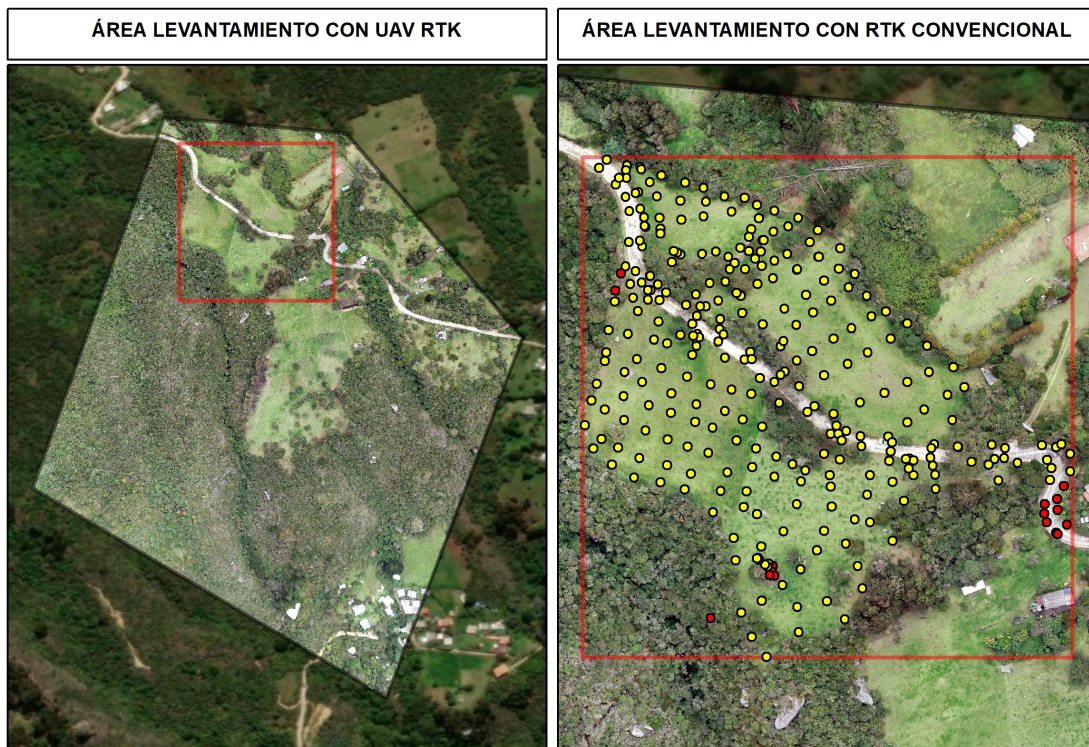


Figura 3.3: Área de experimento

En consecuencia, a pesar que el análisis experimental se ajustó al área efectiva donde fue factible establecer la superficie de referencia topográfica, es pertinente tener en cuenta para los análisis posteriores las áreas boscosas en las que no fue posible acceder con RTK o que su solución fue

flotante y el dato fue descartado. Este tipo de levantamientos, permite la descarga directa de un archivo .csv con las coordenadas y detalle de los puntos.



(a) Zona boscosa



(b) Zona boscosa



(c) Toma de puntos Rover



(d) Toma de punto Base



(e) Toma de puntos Rover



(f) Toma de puntos Rover

Figura 3.4: Registro fotográfico RTK Convencional

En este punto, es importante precisar la terminología utilizada. Tanto el levantamiento convencional con antena GPS como los vuelos con UAV emplean una metodología de levantamiento RTK (Real Time Kinematic), donde la información y las correcciones diferenciales se transmiten en tiempo real desde una estación base hacia una o varias estaciones rover. La diferencia principal radica en el tipo de rover utilizado: en el levantamiento convencional se emplea la antena GPS HiPer+ como rover, mientras que en el levantamiento con UAV, el dron mismo actúa como rover. Para efectos prácticos, a lo largo del documento se utilizarán los términos

“RTK Convencional” o “RTK UAV” para referirse a cada método respectivamente.

3.4 PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

El procesamiento fotogramétrico de los datos adquiridos con UAV requiere el uso de una infraestructura computacional robusta, específicamente diseñada para manejar operaciones de alta demanda en procesamiento de imágenes y generación de modelos tridimensionales. La estación de trabajo utilizada corresponde a un procesador AMD Threadripper 3990X, con 128GB de memoria RAM DDR6, un sistema de almacenamiento híbrido compuesto por una unidad de estado sólido de 1TB para operaciones primarias y un disco mecánico de 2TB para almacenamiento secundario. El procesamiento gráfico es de una GPU NVIDIA RTX 2080 Super con 8GB de memoria VRAM, optimizada para operaciones de renderizado y procesamiento paralelo.

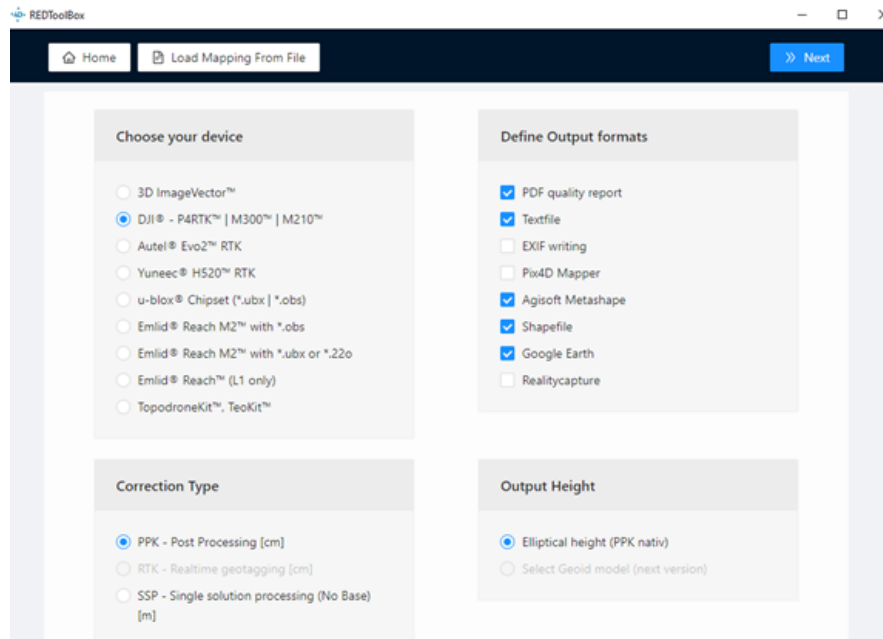
La metodología de procesamiento se estructuró en dos flujos de trabajo distintivos, cada uno orientado a evaluar diferentes aproximaciones en la generación de modelos digitales del terreno. El primer enfoque se fundamentó en el procesamiento RTK (Real Time Kinematic) sin puntos de control terrestre (GCP), mientras que el segundo implementó una metodología PPK (Post-Processing Kinematic) con integración de puntos de control. En ambos casos, se hizo uso del software Agisoft Metashape Professional.

Este procesamiento permitió la generación de ocho (8) modelos que corresponden a los experimentos con base en los cuales se realizará el análisis posterior de la precisión y eficiencia de las variables en la generación de modelos digitales del terreno.

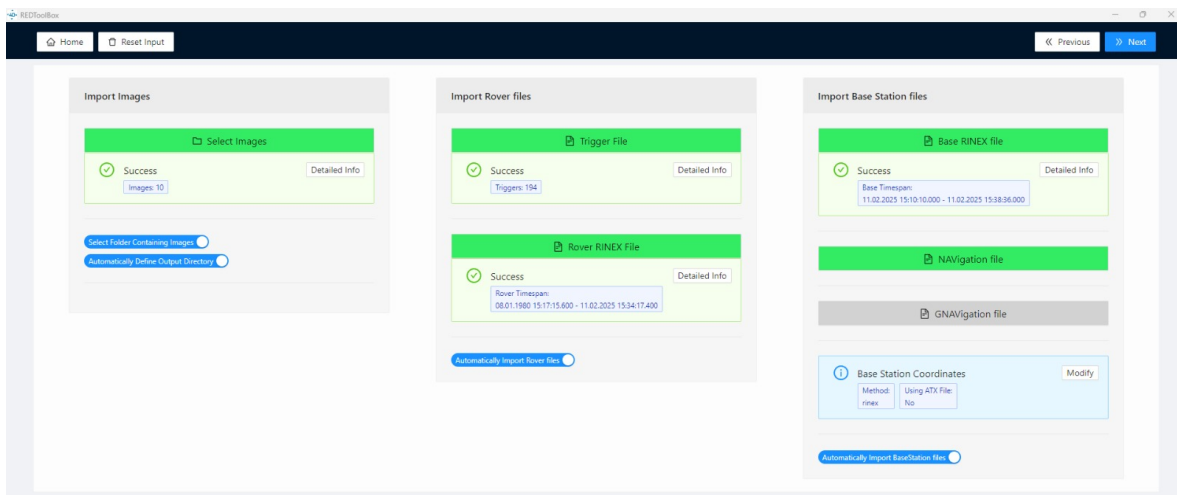
Nº	Vuelo	Altura (m)	Overlap (%)	Método de procesamiento
1	28/05/2023 (11:14am)	100	70	RTK
2	28/05/2023 (12:00pm)	100	80	RTK
3	28/05/2023 (10:41am)	120	70	RTK
4	28/05/2023 (11:36am)	120	80	RTK
5	28/05/2023 (11:14am)	100	70	PPK
6	28/05/2023 (12:00pm)	100	80	PPK
7	28/05/2023 (10:41am)	120	70	PPK
8	28/05/2023 (11:36am)	120	80	PPK

Tabla 3.3: Descripción de los experimentos

Previo al cargue de datos en Agisoft MetaShape, se realiza el post proceso de coordenadas en la herramienta RedToolBox que permite integrar archivos RINEX de la estación GNSS (base) y de la aeronave (rover) y ajusta la posición de las cámaras:



(a) Parámetros



(b) Procesamiento

Figura 3.5: Procesamiento RedToolBox

Para el procesamiento RTK-UAV, se procedió inicialmente con la importación de los cuatro conjuntos de datos fotogramétricos en el software Agisoft MetaShape. La alineación fotográfica se realizó utilizando como referencia las coordenadas RTK registradas por el sistema UAV durante la adquisición. Este proceso permitió la reconstrucción inicial de la geometría de captura y la subsecuente generación de nubes de puntos densas para cada conjunto de datos.

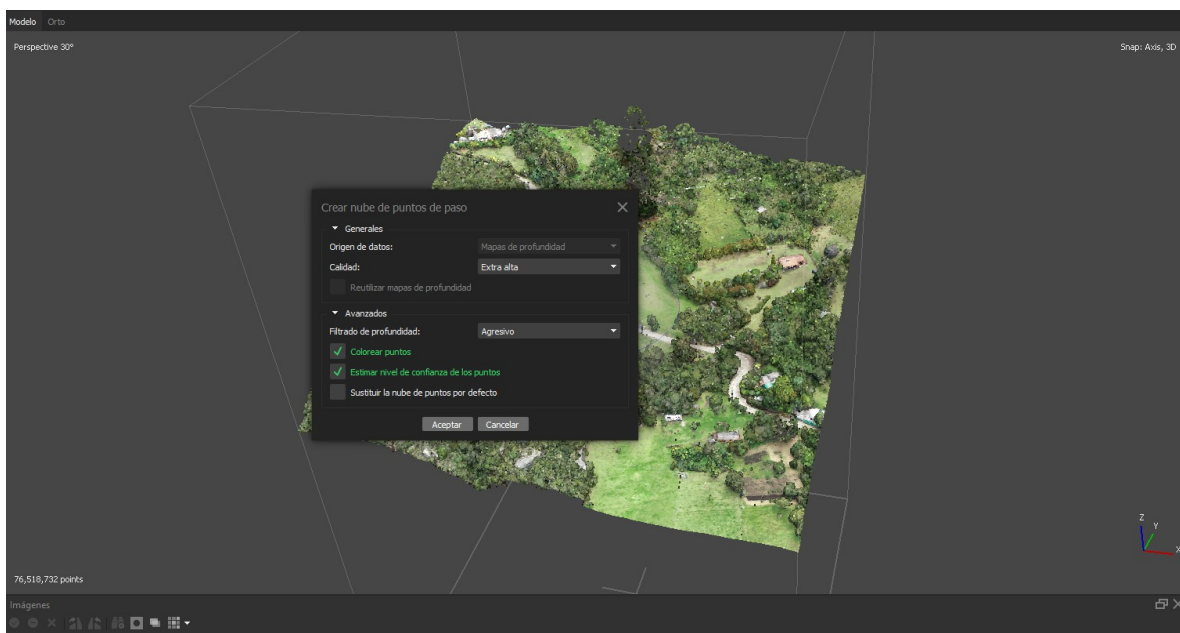
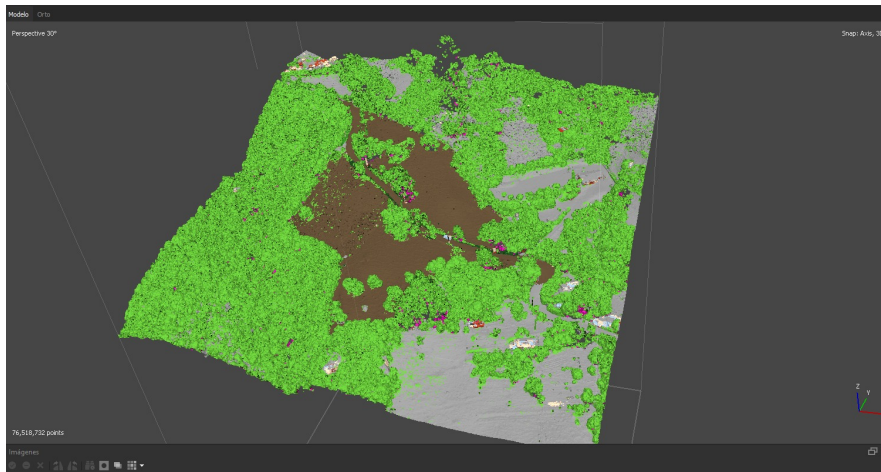
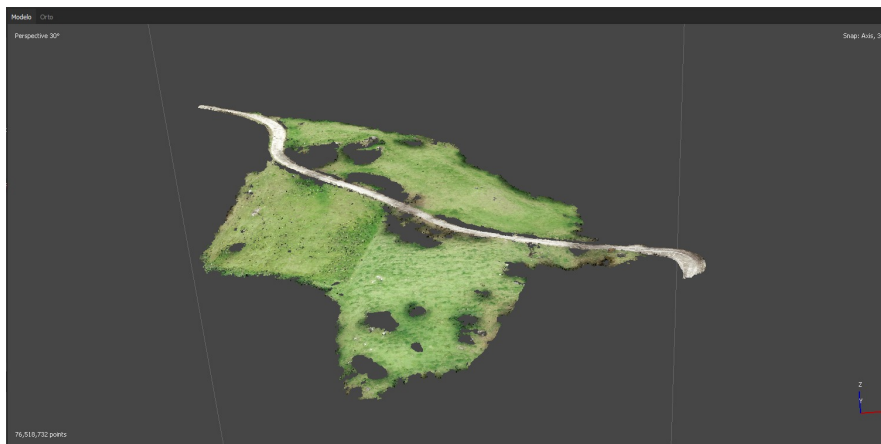


Figura 3.6: Generación de nube de puntos Agisoft

Un paso crucial en el flujo de trabajo consistió en la clasificación y filtrado de la nube de puntos. Este proceso implicó la identificación y eliminación selectiva de elementos que pudieran introducir perturbaciones en el modelo final del terreno. Entre estos elementos se incluyeron estructuras vegetales, infraestructura vertical como postes y edificaciones, elementos de cercado y vehículos. La depuración de la nube de puntos fue fundamental para asegurar que el modelo final representara fielmente la superficie del terreno.



(a) Clasificación de puntos



(b) Filtrado de puntos

Figura 3.7: Clasificación y Filtrado de puntos

Posterior a la fase de clasificación, se procedió con la generación de la malla poligonal, que constituye la base para los productos cartográficos finales. A partir de esta malla, se derivaron dos productos principales: el Modelo Digital del Terreno (DTM) en formato raster GeoTIFF y la ortofotografía correspondiente, ambos georreferenciados con base en las coordenadas RTK originales.

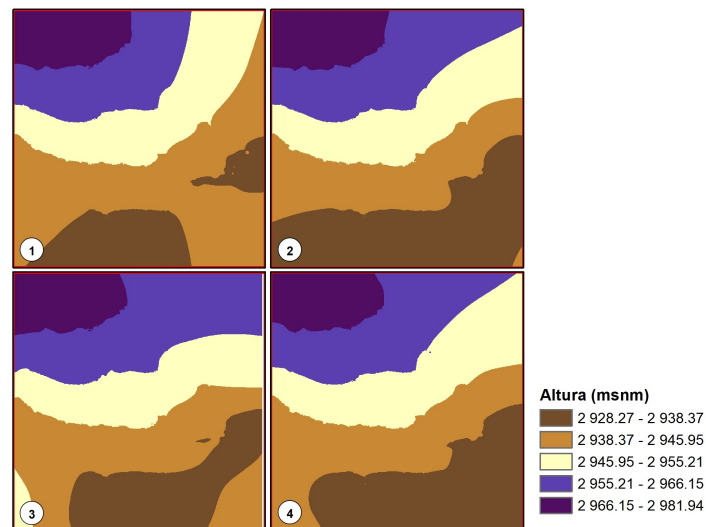


Figura 3.8: Modelos Digitales de Terreno (DTM) con UAV RTK

Para el procesamiento PPK, se implementó una metodología similar en estructura pero con la diferencia fundamental de la incorporación de puntos de control terrestre. Estos puntos se obtuvieron mediante el mismo levantamiento RTK utilizando la metodología convencional, seleccionando como referencias elementos topográficos claramente identificables en las imágenes aéreas, principalmente pozos de alcantarillado.



Figura 3.9: Incorporación GCP

El flujo de trabajo PPK-UAV mantuvo las fases subsecuentes de manera consistente con el procedimiento RTK-UAV, incluyendo la generación de nubes de puntos, clasificación del terreno, generación de malla y producción final del DTM y ortofotografía. La principal diferencia radica en que el ajuste geométrico del modelo se fundamentó en los puntos de control terrestres.

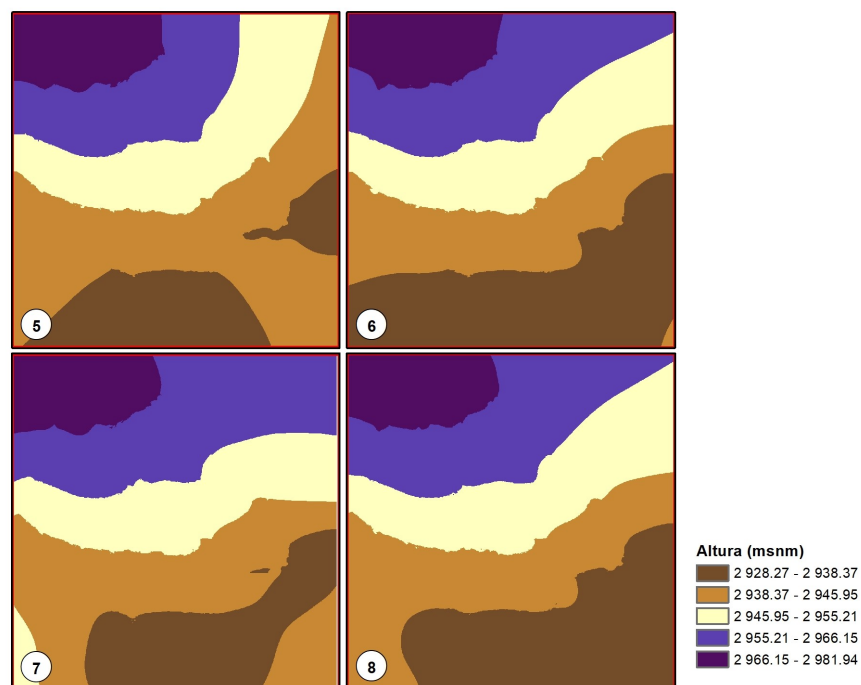


Figura 3.10: Modelos Digitales de Terreno (DTM) con UAV PPK

A partir del levantamiento topográfico de control realizado mediante tecnología GNSS-RTK, se generó un archivo de datos vectoriales en formato CSV (*Comma-Separated Values*). Como se mencionó anteriormente, se implementó un protocolo de control de calidad mediante el cual se excluyeron del análisis los puntos que presentaron solución flotante en el posicionamiento.

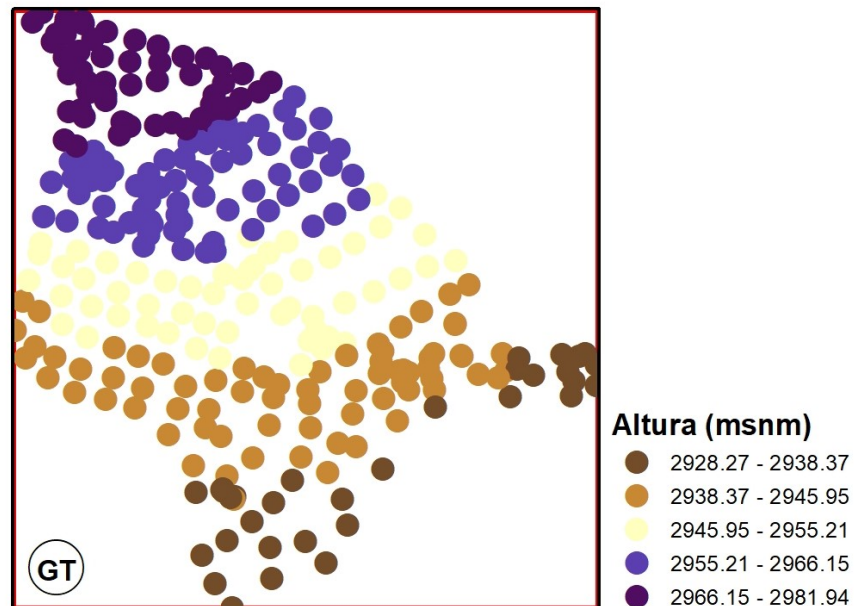


Figura 3.11: GNSS-RTK

Este conjunto de datos de referencia CSV contiene los atributos geométricos tridimensionales (coordenadas X, Y, Z) y metadatos descriptivos de cada punto de control, constituyendo así el *ground truth* que servirá como base para el análisis cuantitativo de la precisión altimétrica de los ocho modelos digitales del terreno generados mediante las diferentes configuraciones fotogramétricas implementadas. Esta superficie de referencia permite establecer métricas de control de calidad y evaluación estadística de las discrepancias entre los modelos derivados y la realidad terreno.

Finalmente, el conjunto de datos resultante del procesamiento fotogramétrico y topográfico comprende dos componentes principales para la evaluación cuantitativa del error: por una parte, ocho Modelos Digitales del Terreno (DTM) en formato GeoTIFF, especialmente referenciados en el sistema de coordenadas definido, es decir Magna Colombia Origen Nacional, y por otra, un archivo de control en formato CSV que contiene la matriz de coordenadas tridimensionales (X, Y, Z) provenientes del levantamiento topográfico convencional. Esta configuración de datos permite la implementación de análisis comparativos para la cuantificación de discrepancias altimétricas y la evaluación de la precisión de los modelos generados mediante los diferentes experimentos ejecutados.

3.5 CÁLCULO DEL ERROR

La metodología para la cuantificación de diferencias altimétricas entre los DTM generados y el *ground truth* se fundamentó en el análisis de los productos cartográficos disponibles: modelos digitales del terreno en formato raster y datos puntuales.

Se evaluó inicialmente la viabilidad de implementar comparaciones directas entre nubes de puntos derivadas de los levantamientos UAV. Sin embargo, este enfoque demostró una susceptibilidad significativa a errores derivados del proceso de clasificación del terreno. La presencia de puntos anómalos, correspondientes a elementos como vegetación arbórea e infraestructura vertical, que no fueron adecuadamente filtrados durante la clasificación, introducía sesgos significativos en la estimación del error. En contraste, la generación de modelos raster demostró propiedades de suavizado intrínsecas que mitigan el impacto de estas anomalías puntuales.

Como parte del análisis comparativo, se desarrolló un algoritmo en Python. La metodología adoptada consistió en la conversión de los modelos raster obtenidos de los vuelos con UAV a estructuras vectoriales tridimensionales, donde cada píxel se transformó en un punto con atributos XYZ. Este preprocesamiento permitió la aplicación del método de comparación Cloud-to-Cloud (C2C), basado en el cálculo de distancias euclidianas mínimas entre conjuntos de puntos correspondientes. En este enfoque, cada punto de la nube de evaluación se asocia con su homólogo más cercano en la nube de referencia. Esta metodología resulta particularmente eficaz para la detección y cuantificación de variaciones altimétricas sutiles, lo que la convierte en una herramienta ideal para el tipo de datos que se manejan.

Para encontrar el mejor mecanismo de medición de errores, se calculó la distancia entre un modelo digital de terreno de los puntos RTK construido mediante Kriging y los datos vectoriales de los DTM de los vuelos con UAV. Posteriormente, se calculó la distancia de los datos originales RTK respecto a los datos vectoriales de los MDT de los vuelos con UAV.

La implementación algorítmica en Python se estructuró de la siguiente manera:

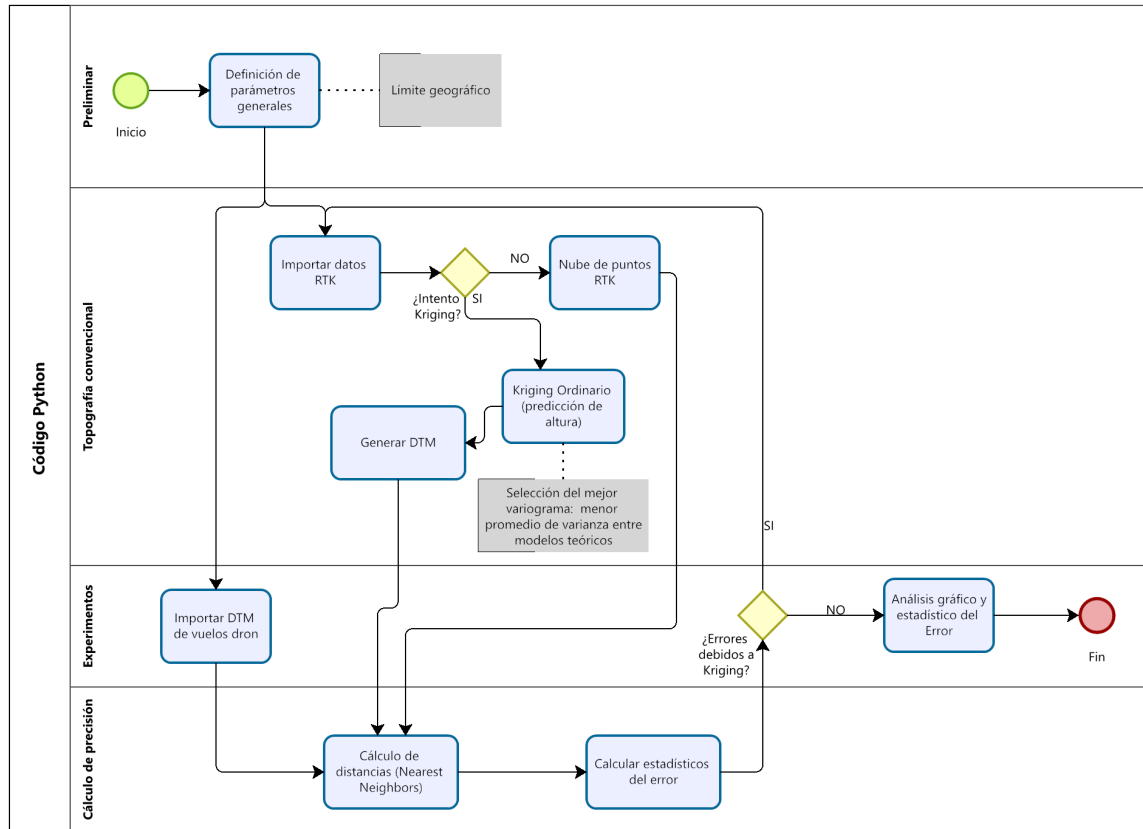


Figura 3.12: Flujo Python

El código inició definiendo unos parámetros iniciales, tales como el límite geográfico en el que se desarrollarían los análisis. Posteriormente se importaron los datos RTK de un archivo *.csv* que contiene coordenadas de cada uno de los puntos levantados con topografía convencional. Con base en estos datos, mediante Kriging se construyó un Modelo Digital de Terreno (DTM) y mediante el algoritmo de *NearestNeighbors* se calculó la distancia entre el modelo definido como verdadero y los ocho (8) experimentos. Con base en los análisis gráficos, se pretende determinar si la estimación del DTM verdadero influye en el error.

Por lo anterior, se continuó con la rutina, pero ahora calculando las distancias desde los puntos de topografía convencional (sin generación de modelo) respecto a los DTM generados con los experimentos. Posteriormente se generan los gráficos necesarios para los análisis de datos; se validan los supuestos de normalidad y heterocedasticidad y finalmente se calcula mediante el método no paramétrico Kruskal-Wallis si las variables del modelo: altura, traslapo y método de procesamiento son estadísticamente significativas en la generación de error en los modelos.

Capítulo 4

Resultados

Con la rutina en `Python` se inicia representando los datos obtenidos que serviran de base para el *ground truth* o superficie de referencia:

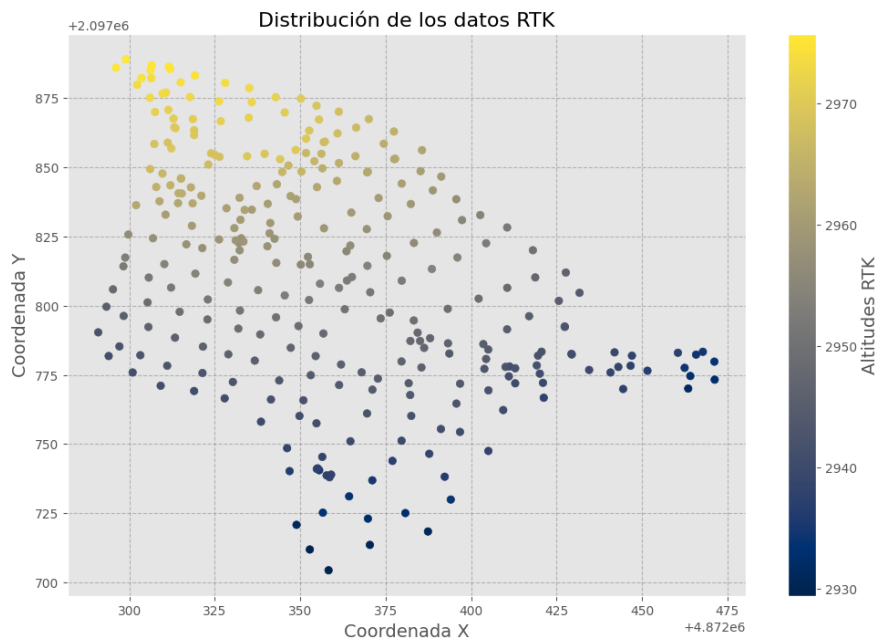


Figura 4.1: Distribución de datos RTK

```

Modelo: power, Semivarianza promedio: 0.6736174368703526
Modelo: gaussian, Semivarianza promedio: 278.01972424047864
Modelo: linear, Semivarianza promedio: 1.6558070703799856
Modelo: exponential, Semivarianza promedio: 218.29635146336454
Modelo: spherical, Semivarianza promedio: 242.4945074398562

El mejor modelo es: power con una semivarianza promedio de 0.6736174368703526

Using 'power' Variogram Model

Scale: 0.021852310611058606
Exponent: 1.9989999999999992
Nugget: 1.1732181783972154e-17

```

Tabla 4.1: Análisis Kriging

Con base en ello, se calculan los parámetros de diferentes semivariogramas para elegir el mejor modelo que resulte en una semivarianza promedio menor.

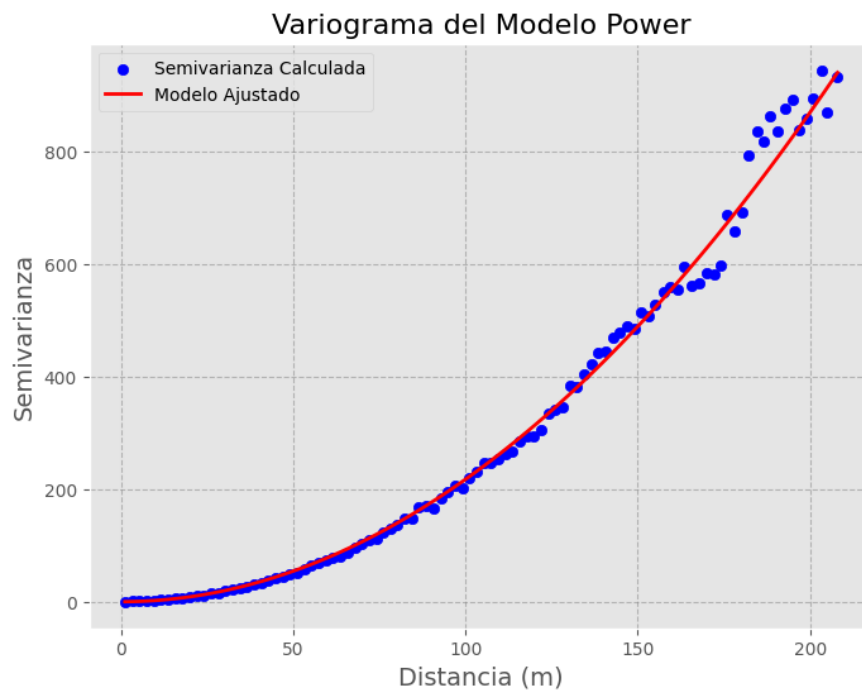


Figura 4.2: Kriging de datos RTK

El semivariograma representa en el eje X la distancia entre puntos y en el eje Y la varianza, explicando la variabilidad espacial de los valores de altura en función de la distancia entre puntos de muestreo. Los parámetros del modelo de variograma significan:

- *Scale*: 0.021852310611058606

Representa la distancia a la cual las alturas de los puntos muestreados comienzan a estar menos correlacionadas. Una escala baja sugiere que las alturas de los puntos están correlacionadas a distancias relativamente cortas, lo que significa que si se conoce la altura en un punto, se puede estimar razonablemente la altura en un punto cercano. Sin embargo, a partir de aproximadamente esta distancia, la relación entre las alturas comienza a decaer, indicando que la influencia de un punto sobre otro se vuelve menos significativa.

- *Exponent*: 1.998999999999992

Un exponente cercano a 2 sugiere que la variabilidad de las alturas aumenta con la distancia, pero lo hace de forma cuadrática. Esto implica que la correlación espacial de las alturas disminuye más lentamente con el aumento de la distancia. En este contexto, significa que la estimación de alturas en puntos lejanos puede ser menos precisa, pero la precisión se mantiene a un nivel razonable hasta distancias relativamente grandes.

- *Nugget*: 1.1732181783972154e-17

El nugget indica la variabilidad en las alturas que no se explica por la distancia, representando la variación local. Un nugget muy pequeño sugiere que la variabilidad de las alturas a escalas cortas es mínima, lo que implica que los valores de altura son relativamente homogéneos en distancias muy cortas. Esto es favorable para el kriging, ya que se basa en la suposición de que las alturas cercanas están correlacionadas.

El modelo de semivariograma $\gamma(h)$ en función de la distancia h entre pares de puntos quedaría entonces como:

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0, & \text{si } h = 0, \\ 0.02185 \left(1 - \exp\left(-\frac{3h}{2}\right)\right), & \text{si } h > 0, \end{cases} \quad (4.1)$$

donde:

- h : Es la distancia entre los puntos muestreados y los puntos a interpolar.

Inicialmente se calculan las distancias h_{ij} entre todos los puntos conocidos y las distancias h_i entre los puntos objetivo y los puntos conocidos. Adicionalmente, se usa la fórmula de $\gamma(h)$ para calcular los valores de la matriz $\gamma(h_{ij})$ y el vector $\gamma(h_i)$.

$$\mathbf{C} \cdot \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{c}_0$$

donde,

- \mathbf{C} es la matriz de covariogramas entre los puntos conocidos $\gamma(h_{ij})$
- $\boldsymbol{\lambda}$ es el vector de pesos λ_i
- \mathbf{c}_0 es el vector de covariogramas entre el punto objetivo y los puntos conocidos $\gamma(h_i)$

$$\begin{bmatrix} \gamma(h_{11}) & \gamma(h_{12}) & \dots & \gamma(h_{1n}) & 1 \\ \gamma(h_{21}) & \gamma(h_{22}) & \dots & \gamma(h_{2n}) & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(h_{n1}) & \gamma(h_{n2}) & \dots & \gamma(h_{nn}) & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(h_1) \\ \gamma(h_2) \\ \vdots \\ \gamma(h_n) \\ 1 \end{bmatrix}$$

Una vez construido el sistema, se resuelve el sistema lineal para obtener los pesos λ_i ; para finalmente calcular la estimación de Z^* usando los pesos y los valores Z_i de los puntos conocidos:

$$Z^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i$$

Esta estimación de Kriging permite realizar interpolaciones más precisas de alturas en áreas donde no se han realizado mediciones directas, mejorando la interpretación y modelado de datos geoespaciales.

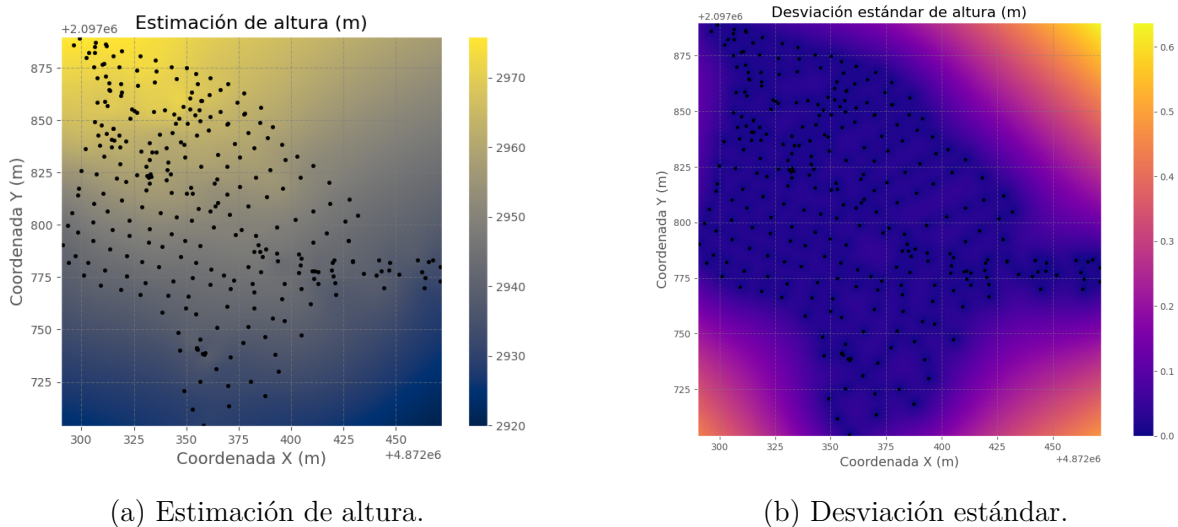
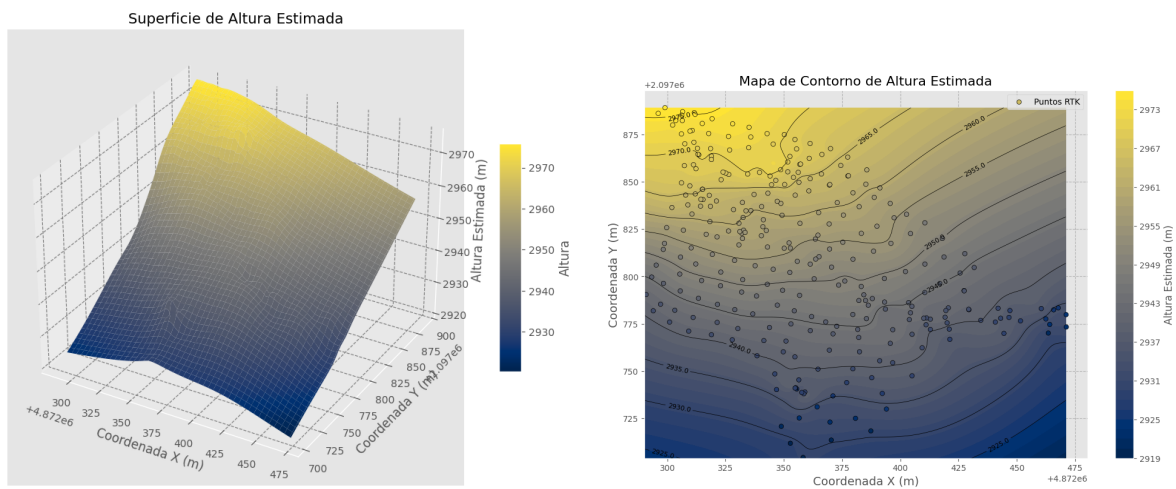


Figura 4.3: Generación de modelo digital de terreno con base el puntos RTK (Vista 1)

Como se puede visualizar (Figura 4.3), la estimación de altura es más precisa en las zonas

donde fue posible tomar puntos directamente en terreno y aumenta considerablemente en los extremos en los que no se tomaron puntos muestrales con RTK. En los proyectos en los que sólo, se realiza levantamiento topográfico convencional, se crea el modelo digital de terreno, asumiendo ese riesgo, dado que no es posible tomar puntos en zonas boscosas.

El modelo se puede visualizar en la (Figura 4.4).



(a) Figura 3d

(b) Mapa de contorno

Figura 4.4: DTM de topografía convencional

Una vez generados los datos para DTM se exporta el raster que contiene el modelo, donde cada píxel de la grilla contiene la altura estimada del *ground truth*, y se generan datos vectoriales con estos datos.

Con cada nube de puntos generado para cada uno de los experimentos se calcula el error respecto a la superficie de referencia mediante el algoritmo de vecino más cercanos (NearestNeighbors) para encontrar el punto más cercano en el conjunto de puntos RTK convencional -vs- RTK UAV de experimentos. El algoritmo selecciona los K puntos más cercanos según la distancia calculada. Se determinó en la rutina que el valor de K es 1, ya que se pretende calcular el error entre las dos nubes de puntos.

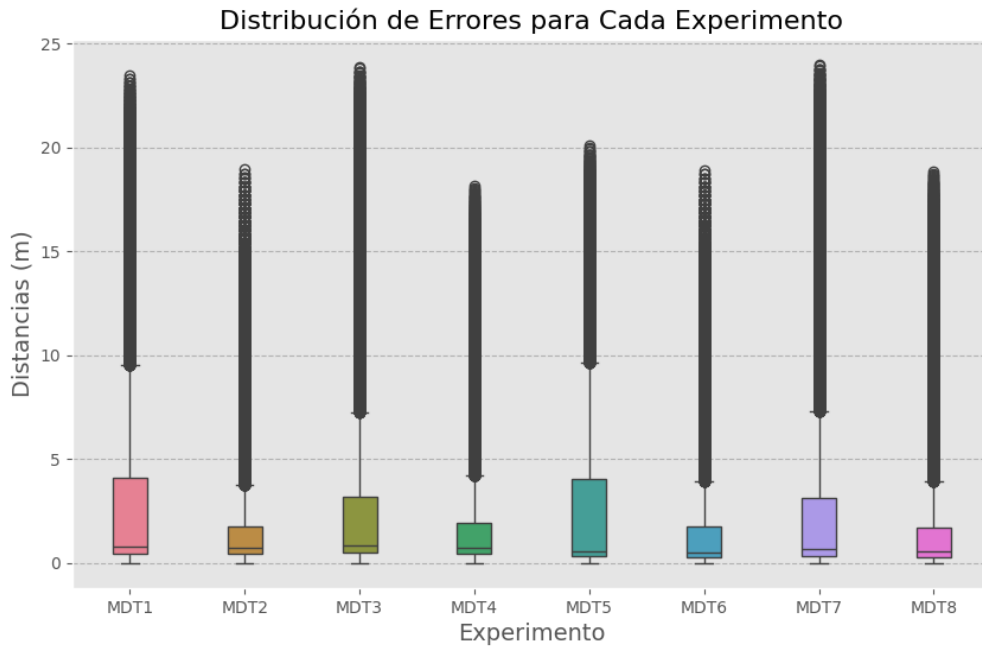


Figura 4.5: BoxPlot de DTM de RTK vs DTM de UAV

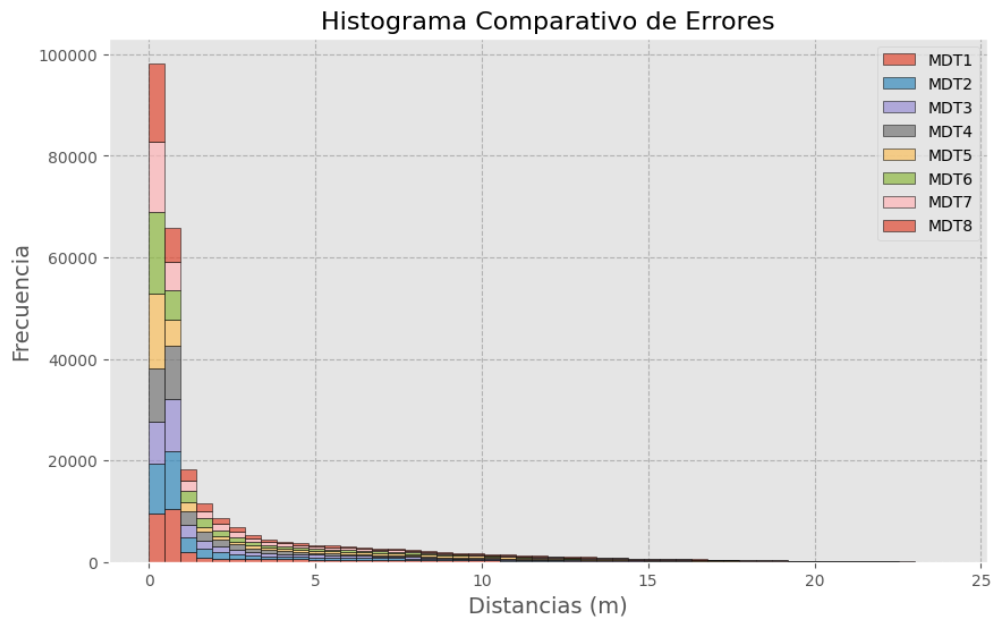


Figura 4.6: Histograma de DTM de RTK vs DTM de UAV

<p>Estadísticos para MDT1:</p> <p>Media (m): 2.9873921912193526 Mediana (m): 0.7648916474685066 Desviación estándar (m): 4.337081654397472 Mínimo (m): 0.004288231643540602 Máximo (m): 23.44151178566617 Cuartiles (m) (25, 50, 75): [0.44908744 0.76489165 4.07447492]</p> <p>Estadísticos para MDT2:</p> <p>Media (m): 1.8326376353573588 Mediana (m): 0.7309078884174671 Desviación estándar (m): 2.7406479451378707 Mínimo (m): 0.0030634810597937046 Máximo (m): 18.9258929225544 Cuartiles (m) (25, 50, 75): [0.44250709 0.73090789 1.76635939]</p> <p>Estadísticos para MDT3:</p> <p>Media (m): 2.9206677586020633 Mediana (m): 0.8421070516068897 Desviación estándar (m): 4.437034381667876 Mínimo (m): 0.006906380779164208 Máximo (m): 23.864466981373397 Cuartiles (m) (25, 50, 75): [0.49323854 0.84210705 3.19838512]</p> <p>Estadísticos para MDT4:</p> <p>Media (m): 1.9595171072563597 Mediana (m): 0.7262518357063685 Desviación estándar (m): 2.9891547218472896 Mínimo (m): 0.004356320543217428 Máximo (m): 18.158921407111535 Cuartiles (m) (25, 50, 75): [0.41687315 0.72625184 1.93072546]</p> <p>Estadísticos para MDT5:</p> <p>Media (m): 2.757388289537242 Mediana (m): 0.584413149034585 Desviación estándar (m): 3.95999339639376 Mínimo (m): 0.0035038848462146917 Máximo (m): 20.088184669628763 Cuartiles (m) (25, 50, 75): [0.30768221 0.58441315 4.03399519]</p>

Tabla 4.2: Errores Experimentos -vs- DTM de RTK (Parte 1)

<p>Estadísticos para MDT6:</p> <p>Media (m): 1.726399921112825</p> <p>Mediana (m): 0.5184793797665301</p> <p>Desviación estándar (m): 2.7757996106877485</p> <p>Mínimo (m): 0.0029957024148900583</p> <p>Máximo (m): 18.903756146266037</p> <p>Cuartiles (m) (25, 50, 75): [0.28897412 0.51847938 1.745844]</p> <p>Estadísticos para MDT7:</p> <p>Media (m): 2.8247461370320206</p> <p>Mediana (m): 0.6457153714460193</p> <p>Desviación estándar (m): 4.525386355129127</p> <p>Mínimo (m): 0.0030271833564941386</p> <p>Máximo (m): 23.98546814827001</p> <p>Cuartiles (m) (25, 50, 75): [0.32331393 0.64571537 3.11116205]</p> <p>Estadísticos para MDT8:</p> <p>Media (m): 1.8613932254989516</p> <p>Mediana (m): 0.5413506726300155</p> <p>Desviación estándar (m): 3.1732858940474302</p> <p>Mínimo (m): 0.003969158914823456</p> <p>Máximo (m): 18.849227992032517</p> <p>Cuartiles (m) (25, 50, 75): [0.25704967 0.54135067 1.72503501]</p>

Tabla 4.3: Errores Experimentos -vs- DTM de RTK (Parte 2)

Como análisis preliminar podemos concluir que:

- La media de los errores varía entre los MDT, con MDT1 mostrando el valor más alto (2.99 m) y MDT6 el valor más bajo (1.73 m).
- La mediana (más robusta ante valores extremos) es similar en todos los MDTs y mucho menor que la media, indicando que la mayoría de los errores son bajos, pero que la media está elevada por la presencia de valores extremos. Por ejemplo, MDT3 tiene una mediana de 0.84 m, siendo la más alta, y MDT6 tiene la mediana más baja (0.52 m).
- La desviación estándar es mayor en MDT7 (4.53 m) y menor en MDT6 (2.78 m), lo que sugiere una mayor variabilidad de los errores en MDT7, mientras que MDT6 tiene los errores más concentrados alrededor de la media.

- El primer cuartil (Q1) y la mediana (Q2) son bastante similares entre los MDTs, sin embargo, el tercer cuartil (Q3) muestra diferencias más notables: MDT1 y MDT3 tienen los valores más altos ($Q3 = 4.07$ y $Q3 = 3.20$, respectivamente), mientras que MDT2 y MDT6 están más bajos ($Q3 = 1.77$ y $Q3 = 1.75$, respectivamente), lo que indica que una mayor proporción de errores en MDT1 y MDT3 son relativamente altos.

En conclusión, MDT1 muestra los mayores errores tanto en media (2.99 m) como en variabilidad (desviación estándar de 4.44 m), lo que sugiere que es el menos confiable entre los modelos en términos de precisión de altura. MDT6, en cambio, presenta la menor media (1.73 m), mediana (0.52 m), desviación estándar (2.78 m) y rango, lo que lo hace parecer el más preciso y consistente de los ocho modelos. Por otro lado, MDT2 y MDT3 tienen resultados intermedios, con MDT2 mostrando errores más consistentes y algo menores en variabilidad (desviación estándar de 2.74 m) que MDT3 (desviación estándar de 4.44 m).

A pesar de lo anterior, se considera que los estadísticos muestran intervalos muy grandes de error, por lo que se pretende visualizar en que sector se ubican los errores mayores que 1 metro geográficamente, para lo cual se realizó un mapa del MDT6, encontrando lo siguiente:

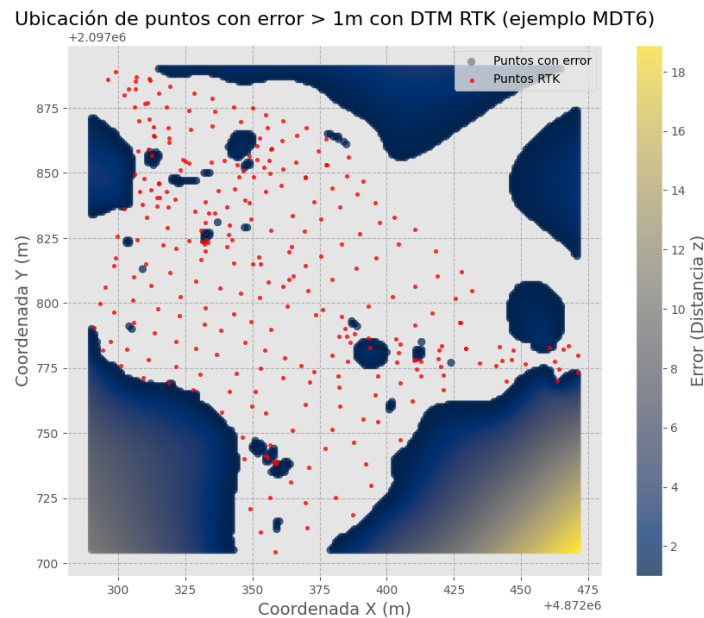


Figura 4.7: Distribución geográfica de los errores MDT4

Tal como se puede ver, los errores están ubicados en su mayoría en sectores donde el Kriging tiene una varianza mayor, es decir, donde no hubo puntos muestrales por inaccesibilidad, de tal forma que se considera que el DTM generado con los puntos del levantamiento convencional no

es confiable para crear la superficie de terreno “verdadero”.

Dicho lo anterior, se calcularán nuevamente los errores, pero tomando directamente los puntos tomados en campo, sin generar un modelo; y estos puntos serán comparados respecto a los modelos digitales de terreno de los UAV.

<p>Estadísticos para MDT1: Media (m): 0.3550951322054094 Mediana (m): 0.30882746250334736 Desviación estándar (m): 0.2879304028667731 Mínimo (m): 0.011162073682938345 Máximo (m): 2.757423942456161 Cuartiles (m) (25, 50, 75): [0.19959284 0.30882746 0.4312255]</p>
<p>Estadísticos para MDT2: Media (m): 0.359817061123169 Mediana (m): 0.31056038946648656 Desviación estándar (m): 0.29684696406675903 Mínimo (m): 0.009088906038565638 Máximo (m): 2.7666006238943384 Cuartiles (m) (25, 50, 75): [0.19892388 0.31056039 0.4328194]</p>
<p>Estadísticos para MDT3: Media (m): 0.3722294691073039 Mediana (m): 0.314876824711053 Desviación estándar (m): 0.3475006661924857 Mínimo (m): 0.004913693776315589 Máximo (m): 2.939726130641573 Cuartiles (m) (25, 50, 75): [0.20307273 0.31487682 0.43297653]</p>
<p>Estadísticos para MDT4: Media (m): 0.33641020580149145 Mediana (m): 0.2919181247510898 Desviación estándar (m): 0.29664824575575366 Mínimo (m): 0.016260358538319527 Máximo (m): 2.725406060728378 Cuartiles (m) (25, 50, 75): [0.18025731 0.29191812 0.40375008]</p>

Tabla 4.4: Errores Experimentos -vs- Ptos de RTK (Parte 1)

<p>Estadísticos para MDT5: Media (m): 0.20412301467883254 Mediana (m): 0.12817284058833128 Desviación estándar (m): 0.2807269459424772 Mínimo (m): 0.007012845437807936 Máximo (m): 2.3431568872230533 Cuartiles (m) (25, 50, 75): [0.05299488 0.12817284 0.23378726]</p>
<p>Estadísticos para MDT6: Media (m): 0.20795547716911458 Mediana (m): 0.11902990950437337 Desviación estándar (m): 0.29282367836621304 Mínimo (m): 0.012131234467240666 Máximo (m): 2.3404462220473166 Cuartiles (m) (25, 50, 75): [0.05150915 0.11902991 0.2156003]</p>
<p>Estadísticos para MDT7: Media (m): 0.22541446125825051 Mediana (m): 0.10729413373977609 Desviación estándar (m): 0.36488951651487445 Mínimo (m): 0.010638473512682992 Máximo (m): 3.169968859413161 Cuartiles (m) (25, 50, 75): [0.05865747 0.10729413 0.21754769]</p>
<p>Estadísticos para MDT8: Media (m): 0.25482753633838423 Mediana (m): 0.20334677162509207 Desviación estándar (m): 0.2693073772802172 Mínimo (m): 0.009873583234894822 Máximo (m): 2.0247647201629 Cuartiles (m) (25, 50, 75): [0.09270841 0.20334677 0.32256817]</p>

Tabla 4.5: Errores Experimentos -vs- Ptos de RTK (Parte 2)

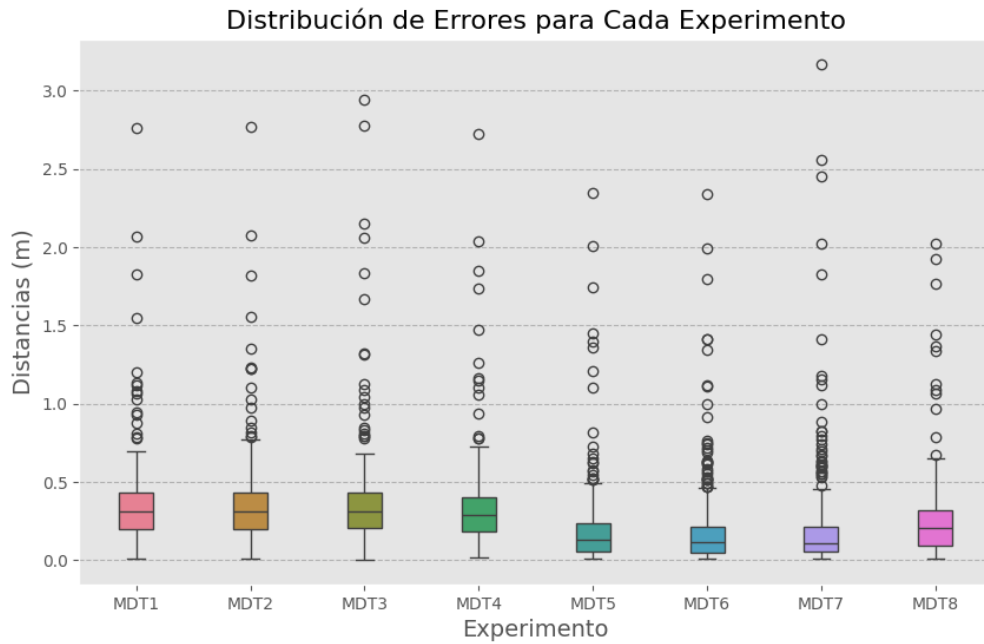


Figura 4.8: BoxPlot de Ptos de RTK vs DTM de UAV

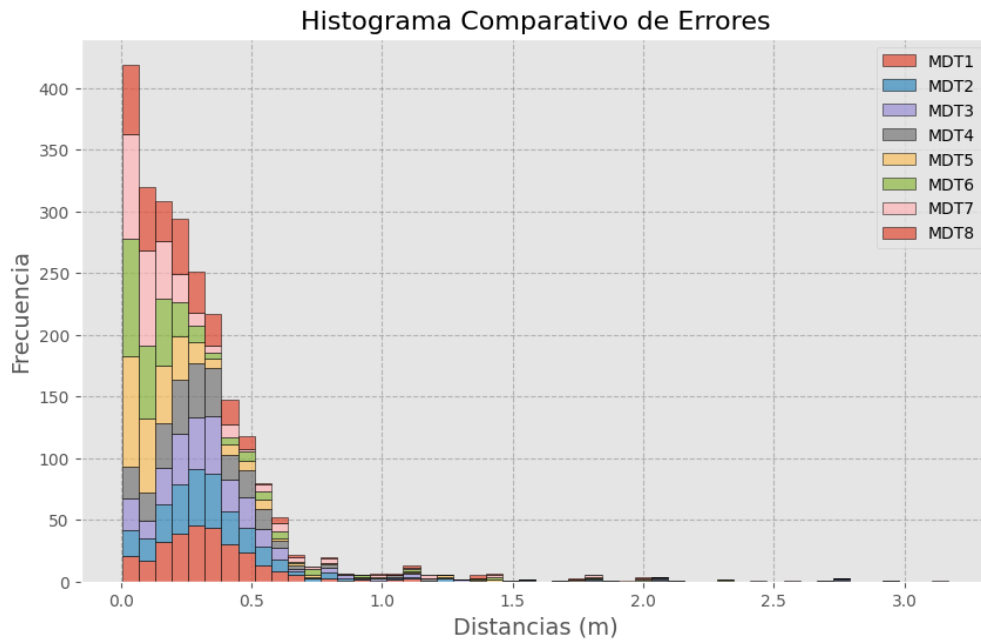


Figura 4.9: Histograma de Ptos de RTK vs DTM de UAV

Ahora, como ya se eliminaron los errores debidos a la interpolación de puntos de RTK y se

obtuvo la mejor información respecto al *ground truth* elegido, se realizará un análisis ANOVA (Análisis de Varianza) para evaluar si existen diferencias estadísticamente significativas entre los errores de los distintos MDTs. Este análisis permitirá determinar si las medias de los errores difieren significativamente entre los modelos y con ello validar si las diferencias en las medias son debidas a variaciones reales entre los modelos o si son producto del azar.

No	Altura	Traslapo	Método	Media	Desviación
1	120	70	RTK	0.355095	0.287930
2	100	70	RTK	0.359817	0.296847
3	120	80	RTK	0.372229	0.347501
4	100	80	RTK	0.336410	0.296648
5	120	70	PPK	0.204123	0.280727
6	100	70	PPK	0.207955	0.292824
7	120	80	PPK	0.225414	0.364889
8	100	80	PPK	0.254827	0.269307

Tabla 4.6: Resultado Experimentos

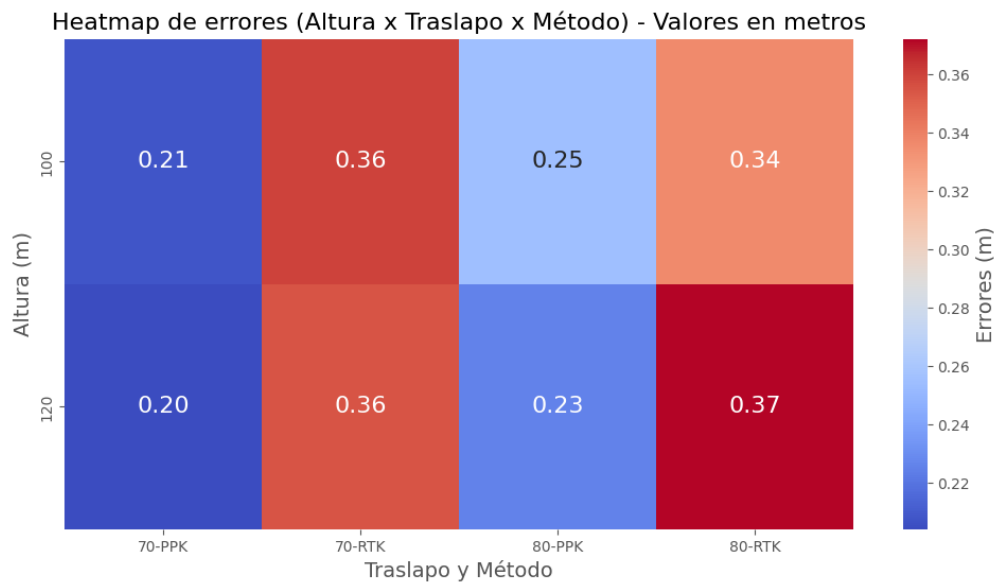


Figura 4.10: Análisis gráfico

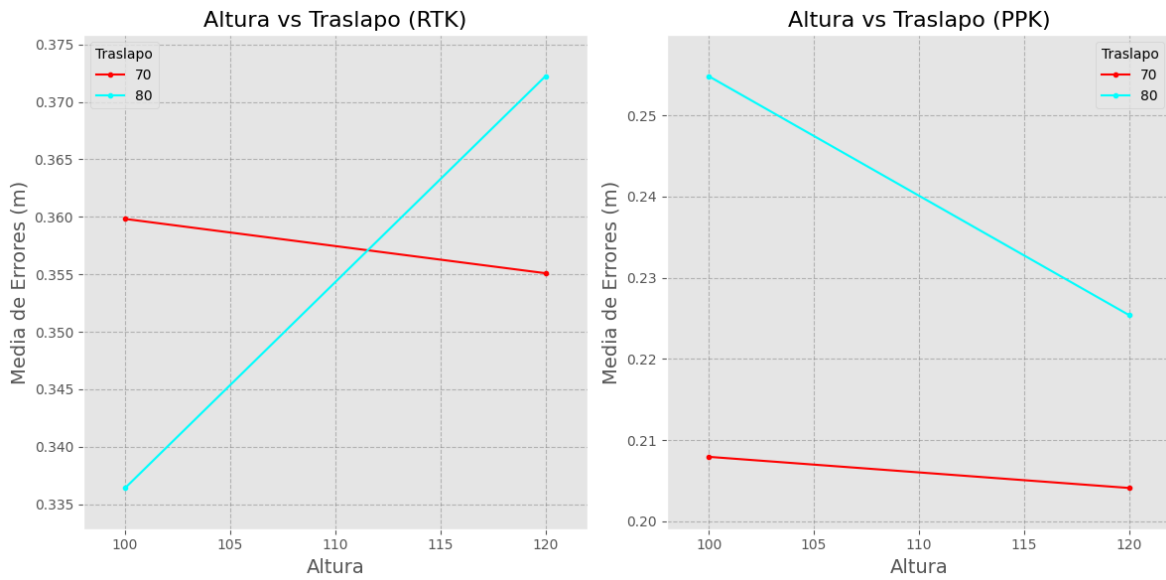


Figura 4.11: Interacción: Altura vs Traslapo

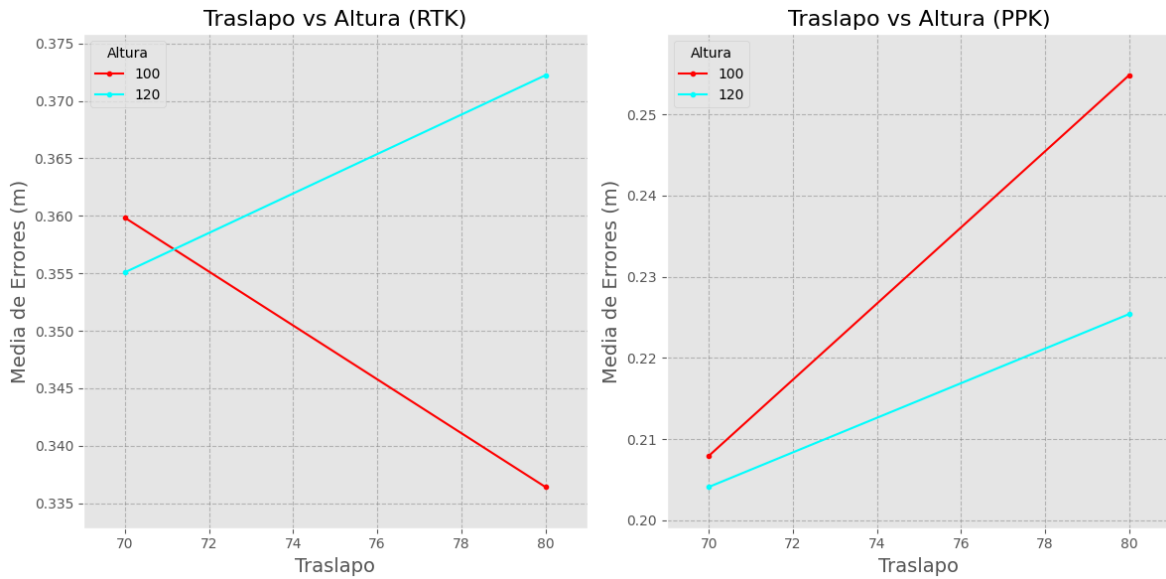


Figura 4.12: Interacción: Traslapo vs Altura

De acuerdo con el análisis gráfico se encuentra que:

- Efecto de la altura: Para ambos métodos (PPK y RTK) y traslapes (70% y 80%), la media de los errores es generalmente menor a 120 m en comparación con 100 m. Esto sugiere que

volar a mayor altura podría tener un efecto positivo en reducir los errores, posiblemente debido a una mejor uniformidad en los datos capturados.

- Efecto del traslapo: En general, los traslapos del 80% tienen errores mayores que los traslapos del 70%. Esto podría deberse a un incremento en la redundancia en áreas de traslape, lo que podría introducir más ruido o inconsistencias en la estimación de alturas.
- Efecto del método: El método PPK siempre presenta menores errores que RTK, independientemente de la altura y traslapo.

La mejor combinación de factores, **intuitivamente**, es altura 120, traslapo 70 y método PPK, ya que genera la menor media de error (0.204123). Esta combinación parece ser la más efectiva en términos de minimizar los errores, es decir, el MDT5.

Ahora, se proceden a aplicar análisis estadísticos para determinar si existe evidencia suficiente para concluir que estos factores tengan un impacto significativo en los errores. Primero se verifican los supuestos de normalidad y homogeneidad de las varianzas, encontrando que no cumplen con los supuestos, por lo que se realiza una transformación de los datos y aún así, sigue sin cumplir con los supuestos.

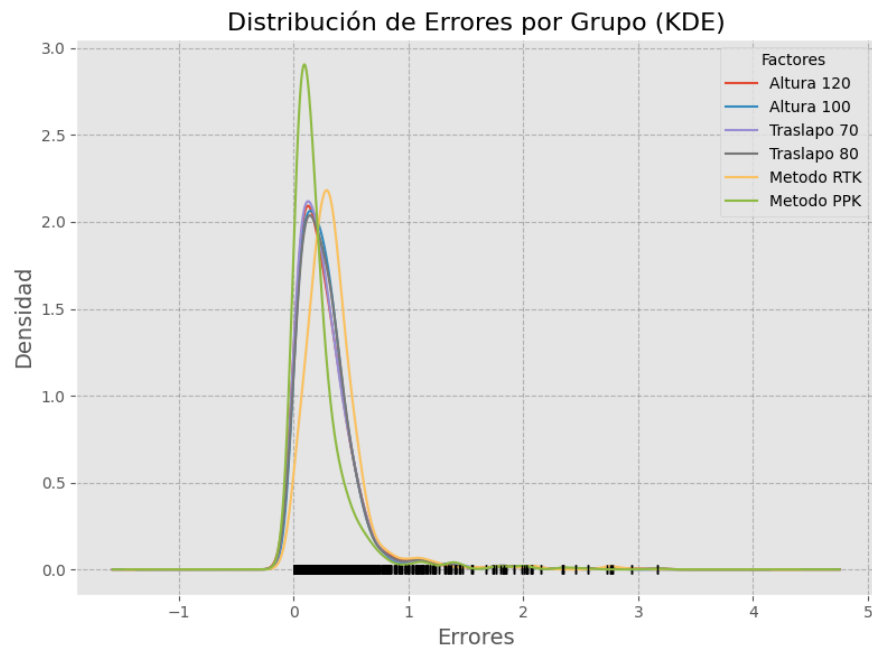


Figura 4.13: Cumplimiento de Supuestos (gráfico)

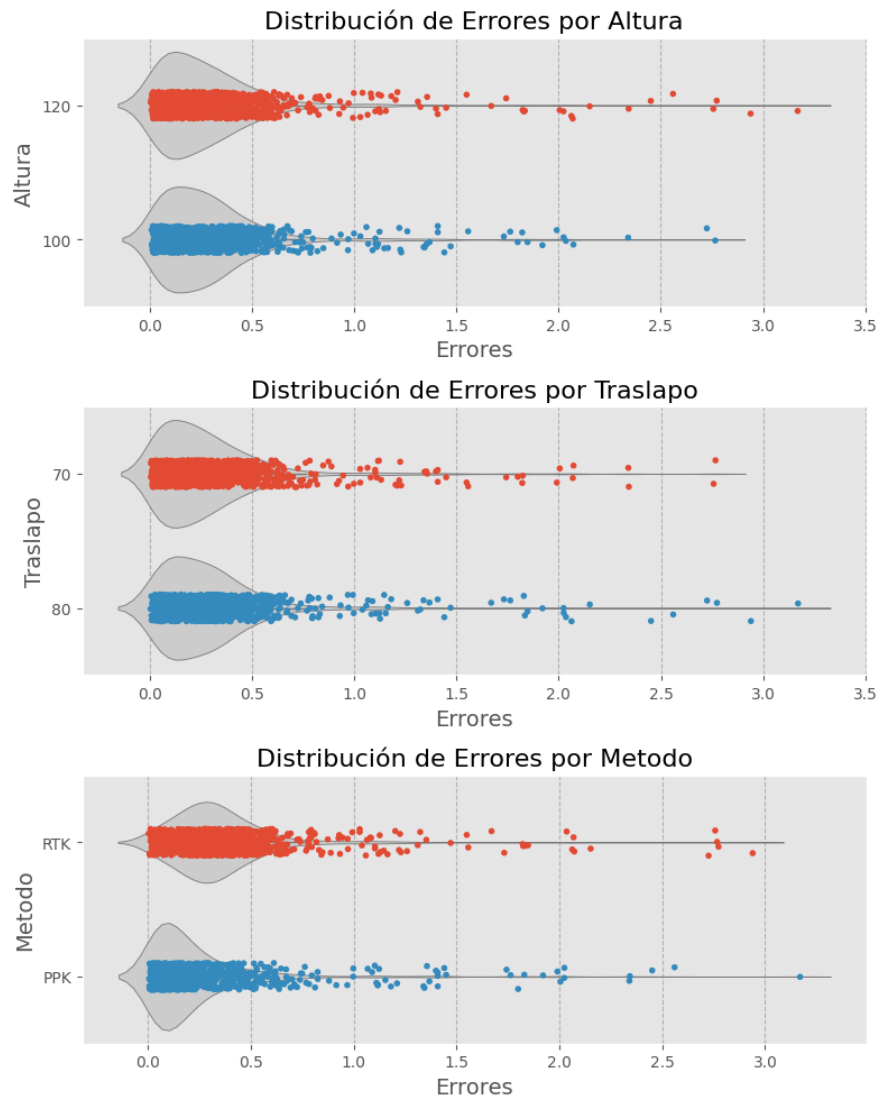


Figura 4.14: Análisis gráfico de distribución de errores

La representación gráfica muestra una clara distribución asimétrica de los valores, con un sesgo positivo o hacia la derecha en todos grupos. No se observa una diferencia evidente entre grupos de altura y traslapo, sin embargo, el método PPK tiene una concentración de datos más cercano a cero.

Tal como lo manifiesta [29], la prueba de normalidad es crucial en estadística porque muchos métodos analíticos (por ejemplo ANOVA) asumen implícitamente una distribución normal de los datos. Si esta condición no se cumple, estos métodos pueden conducir a conclusiones estadísticas erróneas. Por ello, es fundamental verificar previamente la normalidad mediante

pruebas específicas, por ejemplo Shapiro-Wilk.

<p>Datos Originales:</p> <p>Resultados de las pruebas de normalidad (Shapiro-Wilk):</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grupo ('120', '70', 'RTK'): Estadístico = 0.7041, p-valor = 0.0000. Los datos para el grupo ('120', '70', 'RTK') no son normales ($p \leq 0.05$). • Grupo ('100', '70', 'RTK'): Estadístico = 0.7132, p-valor = 0.0000. Los datos para el grupo ('100', '70', 'RTK') no son normales ($p \leq 0.05$). • Grupo ('120', '80', 'RTK'): Estadístico = 0.6401, p-valor = 0.0000. Los datos para el grupo ('120', '80', 'RTK') no son normales ($p \leq 0.05$). • Grupo ('100', '80', 'RTK'): Estadístico = 0.6863, p-valor = 0.0000. Los datos para el grupo ('100', '80', 'RTK') no son normales ($p \leq 0.05$). • Grupo ('120', '70', 'PPK'): Estadístico = 0.5786, p-valor = 0.0000. Los datos para el grupo ('120', '70', 'PPK') no son normales ($p \leq 0.05$). • Grupo ('100', '70', 'PPK'): Estadístico = 0.5921, p-valor = 0.0000. Los datos para el grupo ('100', '70', 'PPK') no son normales ($p \leq 0.05$). • Grupo ('120', '80', 'PPK'): Estadístico = 0.5095, p-valor = 0.0000. Los datos para el grupo ('120', '80', 'PPK') no son normales ($p \leq 0.05$). • Grupo ('100', '80', 'PPK'): Estadístico = 0.6660, p-valor = 0.0000. Los datos para el grupo ('100', '80', 'PPK') no son normales ($p \leq 0.05$).
--

Tabla 4.7: Resultados de las pruebas de normalidad

<p>Resultados de la prueba de homogeneidad de varianzas (Levene):</p> <ul style="list-style-type: none"> • $W = 1.061098$, p-valor = 0.3031. <p>Los grupos tienen varianzas homogéneas ($p > 0.05$).</p>

Tabla 4.8: Resultados de las pruebas de homogeneidad

Cuando los datos no siguen una distribución normal, existen alternativas como pruebas no paramétricas (como Kruskal-Wallis) que no requieren el supuesto de normalidad y pueden proporcionar resultados más precisos. La prueba de Kruskal-Wallis constituye una herramienta estadística no paramétrica diseñada para identificar diferencias significativas entre las medianas de tres o más grupos independientes. A diferencia del análisis de varianza tradicional (ANOVA), esta técnica no requiere supuestos de distribución normal o igualdad de varianzas, lo que la hace

especialmente útil para analizar datos ordinales o que no siguen una distribución normal [30].

En este caso, la prueba se utiliza para evaluar si las variables de los experimentos, como la altura de vuelo, el traslapo, y el método de procesamiento, tienen un efecto significativo en la precisión de los levantamientos con dron realizados.

Este enfoque permite analizar las diferencias entre los distintos grupos experimentales de manera robusta, sin depender de las suposiciones de normalidad o igualdad de varianzas, proporcionando una perspectiva más detallada sobre cómo estas variables influyen en los resultados de las estimaciones.

Con esto se pueden plantear las siguientes hipótesis, para cada variable altura de vuelo (100 m, 120 m), traslapo (70%, 80%) y método de procesamiento (RTK, PPK):

- Hipótesis nula (H_0): La variable no tiene un efecto significativo en la precisión de la topografía realizada con dron.
- Hipótesis alterna (H_1): La variable tiene un efecto significativo en la estimación de las alturas obtenidas.

Resultados del test de Kruskal-Wallis				
Por Altura				
	Source	ddof1	H	p-unc
Kruskal	Altura	1	1.803673	0.179269
<i>Factor: Altura: No hay diferencias significativas ($p \geq 0.05$).</i>				
Por Traslapo				
	Source	ddof1	H	p-unc
Kruskal	Traslapo	1	2.558834	0.109679
<i>Factor: Traslapo: No hay diferencias significativas ($p \geq 0.05$).</i>				
Por Método				
	Source	ddof1	H	p-unc
Kruskal	Método	1	356.692011	1.478762e-79
<i>Factor: Método: Hay diferencias significativas ($p < 0.05$).</i>				

Tabla 4.9: Prueba Kruskal-Wallis

Los resultados del test de Kruskal-Wallis muestran que no hay diferencias significativas en la

precisión de los vuelos realizados debido a las variables “Altura de vuelo” ($p = 0.179269$) y “Traslapo” ($p = 0.109679$), lo que indica que las distintas configuraciones de altura (100 m y 120 m) y traslape (70% y 80%) no influyen de manera estadísticamente significativa en los resultados obtenidos. Por lo tanto, se acepta la hipótesis nula en ambos casos, es decir, no se encuentran diferencias significativas en la precisión relacionadas con la altura de vuelo ni con el traslape. Sin embargo, la variable “Método de procesamiento” muestra diferencias altamente significativas ($p < 0.05$), lo que sugiere que el método empleado (RTK o PPK) tiene un impacto importante en la precisión. En este caso, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa, indicando que el método de procesamiento sí influye de manera significativa en los resultados obtenidos.

El análisis revela una notable discrepancia entre las diferencias observadas gráficamente en los datos y los resultados de las pruebas estadísticas formales. Si bien los gráficos sugieren variaciones en los errores de medición asociados con diferentes combinaciones de altura de vuelo y porcentaje de traslape, los análisis estadísticos no confirman estas diferencias como significativas. Esta divergencia puede explicarse por tres factores fundamentales en el análisis de datos: la variabilidad inherente en las mediciones, que puede enmascarar patrones potenciales; la magnitud reducida de los efectos observados, que aunque existentes podrían ser demasiado sutiles para alcanzar significancia estadística; y las características específicas del diseño experimental, que podrían haber limitado la capacidad de detectar diferencias significativas en el rango de condiciones estudiadas.

El análisis estadístico mediante la prueba de *Kruskal-Wallis* genera importantes implicaciones operativas. Los resultados indican que las variaciones en la altura de vuelo y el porcentaje de traslape no afectan significativamente la precisión de las mediciones. Este hallazgo simplifica considerablemente los protocolos operativos, ya que permite seleccionar estos parámetros basándose en criterios de eficiencia operacional y restricciones logísticas, sin comprometer la calidad de los datos obtenidos. En contraste, el método de procesamiento (RTK versus PPK) emerge como una variable crítica, mostrando diferencias estadísticamente significativas en la precisión de las mediciones.

Los resultados proporcionan una base empírica sólida para optimizar los protocolos de vuelo y procesamiento de datos topográficos y fotogramétricos. La evidencia estadística sugiere que los operadores pueden adaptar flexiblemente la altura de vuelo y el porcentaje de traslape según los requerimientos específicos de cada proyecto, mientras mantienen un control estricto sobre el método de procesamiento seleccionado. Esta distinción clara entre parámetros críticos y no críticos facilita la toma de decisiones basada en evidencia, permitiendo un equilibrio eficiente entre precisión y practicidad operativa en aplicaciones fotogramétricas.

Conclusiones

Este proyecto logró establecer un método de captura de información que profundiza la comprensión de los factores que influyen en la precisión vertical de levantamientos topográficos con vehículos aéreos no tripulados UAV. Mediante un diseño experimental riguroso, se analizaron variables críticas como altura de vuelo, porcentaje de traslape entre imágenes y el método de procesamiento seleccionado (RTK y PPK).

La divergencia entre el análisis visual y los resultados estadísticos subraya una lección metodológica valiosa: la interpretación robusta de resultados requiere la integración de análisis visuales y pruebas estadísticas para una comprensión holística, considerando la variabilidad inherente de los datos y las limitaciones del diseño experimental.

Los resultados del análisis estadístico de *Kruskal-Wallis* revelaron un hallazgo significativo: a pesar de las variaciones observadas gráficamente, ni la altura de vuelo ni el porcentaje de traslape presentaron diferencias estadísticamente significativas en la precisión vertical. Esto simplifica considerablemente los protocolos operativos, permitiendo a los profesionales priorizar aspectos logísticos y de eficiencia sin comprometer la calidad del modelo digital generado.

En contraste, el método de procesamiento surge como factor determinante en la precisión. Las diferencias entre RTK y PPK resultaron estadísticamente significativas, evidenciando su influencia directa en la calidad de los levantamientos. Esta conclusión orienta claramente la toma de decisiones técnicas: en escenarios que exigen alta precisión, la selección del método de georreferenciación debe priorizarse sobre parámetros como altura o traslape.

El estudio determinó, además, que en terrenos donde la instalación de puntos de control terrestre resulta inviable, los errores promedio oscilan entre 35 y 40 cm. Este dato es crucial para evaluar la aplicabilidad de tecnología UAV en proyectos específicos, especialmente cuando la topografía convencional no constituye una alternativa viable. Es importante señalar que en la topografía convencional existen numerosos escenarios en los que el acceso físico al terreno no es viable debido a condiciones geográficas extremas, barreras naturales o restricciones de seguridad. En

tales casos, se recurre frecuentemente a métodos de interpolación para estimar elevaciones a partir de un número reducido de puntos de control. Sin embargo, cuando la densidad de datos es insuficiente, estos métodos pueden introducir errores significativos en el modelo final. En contraste, el uso de UAV permite generar nubes de puntos densas y detalladas, incluso en áreas de difícil acceso, lo que mejora sustancialmente la resolución espacial y la confiabilidad del modelo, reduciendo la dependencia de la extrapolación e interpolación de datos escasos.

En síntesis, esta investigación pudo establecer un método de captura más preciso, aportando evidencia empírica que distingue claramente entre variables críticas y secundarias en la práctica topográfica con UAV. Los hallazgos optimizan decisiones operativas, consolidan el uso de esta tecnología en el campo de la topografía y establecen directrices fundamentadas que mejoran la confiabilidad de los productos fotogramétricos, desafiando algunos supuestos tradicionales del campo.

Recomendaciones

En futuras investigaciones se sugiere ampliar el espectro experimental de levantamientos topográficos con UAV, incorporando variables adicionales que puedan influir en la precisión de los modelos. Algunas variables propuestas incluyen: condiciones atmosféricas (velocidad del viento, humedad relativa) y variaciones en la programación de misiones de vuelo (tipo de cuadrilla, velocidad de captura). Adicionalmente, se recomienda evaluar el impacto de variables temporales (como fecha y hora), las cuales podrían generar variaciones significativas en la captura y procesamiento de datos fotogramétricos.

Por otro lado, se propone desarrollar experimentos que permitan evaluar la precisión de la interpolación de datos en modelos digitales de terreno generados con topografía tradicional, considerando diferentes densidades de puntos de control, técnicas de interpolación (kriging, inverso de la distancia, spline) y características geomorfológicas específicas. Tales estudios no solo proporcionarían una validación robusta del método RTK, sino que contribuirían significativamente a la comprensión de las limitaciones y potencialidades de los modelos fotogramétricos generados mediante vehículos aéreos no tripulados.

Bibliografía

- [1] B. Gherga, O. Timbota, R. Bertici, G. Popescu, and M. V. Herbei, “Methods for generating the digital terrain model, digital surface model and orthomosaic using uav and gnss technology,” *Research Journal of Agricultural Science*, vol. 52, pp. 32–42, 2020. [Online]. Available: www.charim.net
- [2] D. Lague, N. Brodu, and J. Leroux, “Accurate 3d comparison of complex topography with terrestrial laser scanner: Application to the rangitikei canyon (n-z),” *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, vol. 82, pp. 10–26, 2013.
- [3] E. Flores-Ruiz, M. G. Miranda-Navales, and M. A. Villasís-Keever, “El protocolo de investigación vi: cómo elegir la prueba estadística adecuada. estadística inferencial,” *Revista alergia México*, vol. 64, no. 3, pp. 364–370, 2017. [Online]. Available: <https://doi.org/10.29262/ram.v64i3.304>
- [4] M. R. S. Silva, R. A. Eger, Y. A. Z. Rosenfeldt, and C. Loch, “Testing dji phantom 4 pro for urban georeferencing,” *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, vol. XLII-1, pp. 407–411, 2018. [Online]. Available: <https://www.int-arch-photogramm-remote-sens-spatial-inf-sci.net/XLII-1/407/2018/>
- [5] R. Bi, S. Gan, X. Yuan, R. Li, S. Gao, W. Luo, and L. Hu, “Studies on three-dimensional (3d) accuracy optimization and repeatability of uav in complex pit-rim landforms as assisted by oblique imaging and rtk positioning,” *Sensors*, vol. 21, no. 23, 2021. [Online]. Available: <https://www.mdpi.com/1424-8220/21/23/8109>
- [6] J. Tomašík, M. Mokroš, P. Surový, A. Grznárová, and J. Merganič, “Uav rtk/ppk method. an optimal solution for mapping inaccessible forested areas?” *Remote Sensing*, vol. 11, no. 6, 2019. [Online]. Available: <https://www.mdpi.com/2072-4292/11/6/721>
- [7] R. Chaurasia and V. Mohindru, *Unmanned Aerial Vehicle (UAV): A Comprehensive Survey*. John Wiley Sons, Ltd, 2021, ch. 1, pp. 1–27. [Online]. Available:

- <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/9781119769170.ch1>
- [8] S. S. Chandra Congress, P. Kumar, A. Gajurel, U. D. Patil, and A. J. Puppala, *Two- and Three-Dimensional Slope Stability Analyses of Rock Cut Using Unmanned Aerial Photogrammetry Data*, pp. 31–41. [Online]. Available: <https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/9780784483435.004>
- [9] D. Wiseman and J. van der Sluijs, *Alternative Methods for Developing and Assessing the Accuracy of UAV-Derived DEMs*, 01 2019, pp. 249–270.
- [10] P. Marqués and A. D. Ronch, “Advanced uav aerodynamics, flight stability and control - novel concepts, theory and applications - 17.3.1 terrain modelling.” 2017. [Online]. Available: <https://app.knovel.com/hotlink/pdf/id:kt0111A5F1/advanced-uav-aerodynamics/terrain-modelling>
- [11] Y. J. L. Jaramillo and B. A. Z. Torres, “Evaluación del modelo digital de terreno obtenido mediante técnicas de fotogrametría con vant y con técnicas gnss aplicados a proyectos viales en zonas de mediana vegetación,” *Avances Investigación en Ingeniería*, vol. 17, 12 2020.
- [12] A. N. Arévalo-Verjel, J. L. Lerma, and J. Fernández, “Análisis comparativo de software para obtener mdt con fotogrametría rpas,” *Proceedings - 3rd Congress in Geomatics Engineering - CIGeo*, 7 2021.
- [13] R. Tomàs, A. Riquelme, M. Cano, A. Abellan, and L. Jorda, *Structure from Motion (SfM): una técnica fotogramétrica de bajo coste para la caracterización y monitoreo de macizos rocosos*, 10 2016. [Online]. Available: https://www.researchgate.net/publication/309611177_Structure_from_Motion_SfM_una_tecnica_fotogrametrica_de_bajo_coste_para_la_caracterizacion_y_monitoreo_de_macizos_rocosos
- [14] R. Eker, E. Alkan, and A. Aydin, “Accuracy comparison of uav-rtk and uav-ppk methods in mapping different surface types,” *European Journal of Forest Engineering*, 2021. [Online]. Available: <https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/1771345>
- [15] “Plane accuracy of aerophotogrammetry without image control points of dji phantom 4 rtk uav,” *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, vol. 734, 2021. [Online]. Available: [10.1088/1755-1315/734/1/012003](https://doi.org/10.1088/1755-1315/734/1/012003)
- [16] M. Room, A. Ahmad, and M. Rosly, “Assessment of different unmanned aerial vehicle system for production of photogrammetry products,” *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences - ISPRS Archives*, vol. 42, no. 4/W16, pp. 549–554, 2019. [Online]. Available: <https://acortar.link/10IVbQ>
- [17] G. Forlani, E. Dall’Asta, F. Diotri, U. M. di Cella, R. Roncella, and M. Santise,

- “Quality assessment of dsms produced from uav flights georeferenced with on-board rtk positioning,” *Remote Sensing*, vol. 10, 2018. [Online]. Available: <https://www.mdpi.com/2072-4292/10/2/311>
- [18] P. Martínez-Carricondo, F. Agera-Vega, and F. Carvajal-Ramírez, “Use of uav- photogrammetry for quasi-vertical wall surveying,” *Remote Sensing*, vol. 12, p. 2221, 7 2020.
- [19] X. Liu, X. Lian, W. Yang, F. Wang, Y. Han, and Y. Zhang, “Accuracy assessment of a uav direct georeferencing method and impact of the configuration of ground control points,” *Drones*, vol. 6, p. 30, 1 2022.
- [20] J. C. Padró, F. J. M. noz, J. Planas, and X. Pons, “Comparison of four uav georeferencing methods for environmental monitoring purposes focusing on the combined use with airborne and satellite remote sensing platforms,” *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, vol. 75, 2019. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0303243418306421?pes=vor>
- [21] M. Zeybek, “Accuracy assessment of direct georeferencing uav images with onboard gnss and comparison of cors/rtk surveying methods,” *Measurement Science and Technology*, vol. 32, 3 2021.
- [22] M. Muhammad and K. Tahar, “Comprehensive analysis of uav flight parameters for high resolution topographic mapping,” vol. 767, no. 1, 2021, Conference paper. [Online]. Available: <https://acortar.link/RIkQKf>
- [23] A. Elsheshtawy, L. Gavrilova, A. Limonov, and V. Nilipovsky, “Aerial triangulation accuracy assessment for two strips of uav images with different side-lap percentages,” 5 2022.
- [24] G. Forlani, F. Diotri, U. Morra Di Cella, and R. Roncella, “Uav block georeferencing and control by on-board gnss data,” vol. 43, no. B2, 2020, Conference paper, p. 9 â 16. [Online]. Available: <https://acortar.link/b9SmCn>
- [25] L. Kovanič, P. Blistan, M. Rozložník, and G. Szabó, “Uas rtk / ppk photogrammetry as a tool for mapping the urbanized landscape, creating thematic maps, situation plans and dem,” *Acta Montanistica Slovaca*, vol. 26, pp. 649–660, 3 2022.
- [26] Y. Taddia, F. Stecchi, and A. Pellegrinelli, “Coastal mapping using dji phantom 4 rtk in post-processing kinematic mode,” *Drones*, vol. 4, p. 9, 03 2020.
- [27] M. Zeybek and S. Bicići, “3d dense reconstruction of road surface from uav images and comparison of sfm based software performance,” vol. 2, pp. 96–105, 9 2021.
- [28] R. G. Henao, *Introducción a la Geoestadística: Teoría y Aplicación*, 1st ed., ser. Teoría y Aplicación. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia, n.d., facultad de Ciencias,

Departamento de Estadística.

- [29] C. E. F. and K. L. F., “Pruebas para comprobar la normalidad de datos en procesos productivos: Anderson-darling, ryan-joiner, shapiro-wilk y kolmogorov-smirnov,” *Societas. Revista de Ciencias Sociales y Humanísticas*, vol. 23, pp. 83–106, 2021. [Online]. Available: <https://portal.amelica.org/ameli/journal/341/3412237018/>
- [30] D. J. Zamora Mayorga, G. V. Monge García, S. C. Ubillus Chicaiza, and M. A. Moreno Paredes, “Análisis no paramétrico a través de kruskal-wallis para evaluar a distribución sectorial y el desarrollo de las empresas dentro de la provincia de orellana,” *Tesla Revista Científica*, vol. 3, no. 2, p. e228, 2023.

Anexos

APÉNDICE A: CÓDIGO PYTHON

Python se estructuró de la siguiente manera:

Importación de Módulos para Procesamiento y Análisis Espacial en Python

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from sklearn.neighbors import NearestNeighbors
from pykrige.ok import OrdinaryKriging
import os
import rasterio
from rasterio.transform import from_origin
import pandas as pd
import seaborn as sns
import scipy.stats as stats
import pingouin as pg
from statsmodels.graphics.factorplots import interaction_plot
```

Definición de Parámetros y Estilo para Visualización de Datos

```
ruta_directorio = os.getcwd()
plt.style.use('ggplot')
plt.rcParams.update({
    'axes.grid': True,
    'grid.linestyle': '--',
    'grid.color': 'gray',
    'grid.alpha': 0.5,
```

```

'figure.figsize': (12, 8),
'axes.titlesize': 16,
'axes.labelsize': 14,
})
x_min, x_max = 4872290, 4872472
y_min, y_max = 2097704, 2097890

```

Función Seleccionar Mejor Variograma

```

def seleccionar_mejor_variograma(x, y, z, nlags):
    results = {}
    variogram_models = ["power", "gaussian", "linear", "exponential",
        ↪ "spherical"]
    for model in variogram_models:
        OK = OrdinaryKriging(
            x,
            y,
            z,
            variogram_model=model,
            verbose=False,
            enable_plotting=False,
            nlags=nlags
        )
        params = OK.variogram_model_parameters
        mean_semivariance = np.mean(params) # Promedio de semivarianza
        results[model] = mean_semivariance
        print(f"Modelo: {model}, Semivarianza promedio:
            ↪ {mean_semivariance}")

    # Seleccionar el modelo con menor semivarianza promedio
    best_model = min(results, key=results.get)
    print(f"\nEl mejor modelo es: {best_model} con una semivarianza promedio
        ↪ de {results[best_model]}")

    # Crear el objeto OrdinaryKriging con el mejor modelo
    OK_best = OrdinaryKriging(
        x,

```

```

y,
z,
variogram_model=best_model,
verbose=True,
enable_plotting=True,
nlags=nlags,
exact_values=True # Asegura que coincidan en puntos de muestra
)

# Obtener datos del variograma
lags = OK_best.lags # Distancias (eje X)
semivariance = OK_best.semivariance # Semivarianza calculada (eje Y)

# Obtener parametros del modelo variograma ajustado
params = OK_best.variogram_model_parameters
print("\nParametros del modelo de variograma:")
print(f"Modelo: {best_model}")
print(f"Parametros: {params}")

if best_model == "power":
    def variogram_func(d):
        return params[0] * (d ** params[1])
    formula = f"\gamma(h) = {params[0]:.4f} * h^{params[1]:.4f}"
elif best_model == "gaussian":
    def variogram_func(d):
        return params[0] * (1.0 - np.exp(-((d / params[1]) ** 2.0)))
    formula = f"\gamma(h) = {params[0]:.4f} * (1 - exp(-(h /
↪ {params[1]:.4f})^2))"
elif best_model == "linear":
    def variogram_func(d):
        return params[0] * d + params[1]
    formula = f"\gamma(h) = {params[0]:.4f} * h + {params[1]:.4f}"
elif best_model == "exponential":
    def variogram_func(d):
        return params[0] * (1.0 - np.exp(-d / params[1]))
    formula = f"\gamma(h) = {params[0]:.4f} * (1 - exp(-h /
↪ {params[1]:.4f}))"

```

```

elif best_model == "spherical":
    def variogram_func(d):
        return np.where(
            d <= params[1],
            params[0] * ((3 * d) / (2 * params[1]) - (d ** 3) / (2 *
                ↪ params[1] ** 3)),
            params[0]
        )
    formula = f"\gamma(h) = {params[0]:.4f} * ((3h / (2 *
        ↪ {params[1]:.4f})) - (h^3 / (2 * {params[1]:.4f}^3)))"
else:
    raise ValueError(f"Modelo de variograma desconocido: {best_model}")

print(f"Formula del modelo ajustado:\n{formula}")

# Trazar el variograma manualmente
plt.figure(figsize=(8, 6))
plt.scatter(lags, semivariance, label="Semivarianza Calculada",
    ↪ color="blue")
plt.plot(lags, variogram_func(lags), label="Modelo Ajustado",
    ↪ color="red", linewidth=2)
plt.title(f"Variograma del Modelo {best_model.capitalize()}")
plt.xlabel("Distancia (m)")
plt.ylabel("Semivarianza")
plt.legend(loc="best")
plt.grid(True)
plt.show()

return OK_best

```

Función Calcular Altura Estimada

```

def generar_estimacion_altura(OK, x, y, z, x_1, x_n, y_1, y_n, step=0.1):
    # Crear grilla de coordenadas
    gridx, gridy = np.meshgrid(
        np.arange(x_1, x_n, step, dtype='float32'),
        np.arange(y_1, y_n, step, dtype='float32')
    )

```

```
)

# Ejecutar kriging en la grilla
zstar, ss = OK.execute("grid", gridx[0], gridy[:, 0])
zstar, ss = zstar.astype(np.float32), ss.astype(np.float32)

# Ajustar las alturas en los puntos de muestra para que coincidan con
↪ los valores conocidos
from scipy.spatial import cKDTree
tree = cKDTree(np.c_[gridx.ravel(), gridy.ravel()])
for xi, yi, zi in zip(x, y, z):
    _, idx = tree.query([xi, yi], k=1)
    zstar.ravel()[idx] = zi

# Grafico de la estimacion de altura
plt.figure(figsize=(8, 6))
cax = plt.imshow(zstar, extent=(x_1, x_n, y_1, y_n), origin='lower',
↪ cmap='cividis')
plt.scatter(x, y, c='k', marker='.')
plt.title('Estimacion de altura (m)')
cbar = plt.colorbar(cax)
plt.xlabel('Coordenada X (m)')
plt.ylabel('Coordenada Y (m)')
plt.show()

# Grafico de la desviacion estandar
ss_safe = np.where(ss < 0, 0, ss) # Reemplazar valores negativos por 0
# plt.figure(figsize=(8, 6))
cax = plt.imshow(np.sqrt(ss_safe), extent=(x_1, x_n, y_1, y_n),
↪ origin='lower', cmap='plasma', vmin=0)
plt.scatter(x, y, c='k', marker='.')
cbar = plt.colorbar(cax)
plt.title('Desviacion estandar de altura (m)')
plt.xlabel('Coordenada X (m)')
plt.ylabel('Coordenada Y (m)')
plt.show()
```

```
return zstar, ss, gridx, gridy
```

Función Extraer Valores de Raster DTM

```
def raster_points(tif_file):
    with rasterio.open(tif_file) as src:
        # Leer los valores del raster (Z)
        band = src.read(1)

        # Obtener las coordenadas (X, Y) usando la transformaci3n
        transform = src.transform
        rows, cols = np.indices(band.shape)
        xs, ys = rasterio.transform.xy(transform, rows, cols)

        # Convertir a arrays de coordenadas (X, Y, Z)
        x = np.array(xs).flatten()
        y = np.array(ys).flatten()
        z = band.flatten()

    return np.column_stack((x, y, z))
```

Función Calcular Distancias (Error)

```
def calcular_distancias(source_points, target_points):
    # Usar todas las coordenadas x, y, z para calcular la distancia en 3D
    nbrs = NearestNeighbors(n_neighbors=1,
        ↪ algorithm='auto').fit(target_points)
    distances, indices = nbrs.kneighbors(source_points)

    # Extraer las coordenadas x, y del punto de origen (source_points)
    source_points_xy = source_points[:, :2]

    # Obtener solo la distancia en 3D, usando todas las dimensiones
    distances_3d = distances.flatten()

    # Crear un array con las coordenadas x, y y la distancia z para el
    ↪ punto mas cercano
    results = np.hstack((source_points_xy, distances_3d.reshape(-1, 1)))
```

```
return results
```

Función Calcular Estadísticos del Error

```
def analizar_distancias_comparativo(distancias_dict):  
  
    # Crear DataFrame con las distancias de cada raster  
    df = pd.DataFrame(distancias_dict)  
  
    # Boxplot comparativo  
    fig, ax1 = plt.subplots(figsize=(10, 6))  
    sns.boxplot(data=df, ax=ax1, width=0.3)  
    ax1.set_title("Distribucion de Errores para Cada Experimento")  
    ax1.set_ylabel("Distancias (m)")  
    ax1.set_xlabel("Experimento")  
    plt.show()  
  
    # Histograma comparativo  
    fig, ax2 = plt.subplots(figsize=(10, 6))  
    df.plot(kind="hist", ax=ax2, bins=50, alpha=0.7, edgecolor="black",  
    ↪ stacked=True)  
    ax2.set_title("Histograma Comparativo de Errores")  
    ax2.set_xlabel("Distancias (m)")  
    ax2.set_ylabel("Frecuencia")  
    plt.show()  
  
    # Calculo de estadisticos para cada raster y almacenarlos  
    estadisticos = {}  
    for raster_name, distancias in distancias_dict.items():  
        media = np.mean(distancias)  
        mediana = np.median(distancias)  
        desviacion_estandar = np.std(distancias)  
        minimo = np.min(distancias)  
        maximo = np.max(distancias)  
        cuartiles = np.percentile(distancias, [25, 50, 75])
```

```

estadisticos[raster_name] = {
    "Media (m)": media,
    "Mediana (m)": mediana,
    "Desviacion estandar (m)": desviacion_estandar,
    "Minimo (m)": minimo,
    "Maximo (m)": maximo,
    "Cuartiles (m) (25, 50, 75)": cuartiles
}

# Imprimir estadisticos
for raster_name, stats in estadisticos.items():
    print(f"\nEstadisticos para {raster_name}:")
    for key, value in stats.items():
        print(f"{key}: {value}")

return estadisticos

```

Función para las pruebas de normalidad y homogeneidad

```

def pruebas_normalidad_homogeneidad(datos, columna='Errores'):
    # Prueba de normalidad: Shapiro-Wilk
    shapiro_results = {}
    for group, group_data in datos.groupby(['Altura', 'Traslapo',
        ↪ 'Metodo']):
        stat, p_value = stats.shapiro(group_data[columna])
        shapiro_results[group] = {'Shapiro-Wilk': (stat, p_value)}

    # Prueba de homogeneidad de varianzas: Levene
    levene_results = pg.homoscedasticity(data=datos, dv=columna,
        ↪ group='Altura')

    # Mostrar resultados de las pruebas
    print("Resultados de las pruebas de normalidad (Shapiro-Wilk):")
    for group, result in shapiro_results.items():
        stat, p_value = result['Shapiro-Wilk']
        print(f"Grupo {group}: Estadistico = {stat:.4f}, p-valor =
        ↪ {p_value:.4f}")

```

```

    if p_value > 0.05:
        print(f" Los datos para el grupo {group} son normales (p >
            ↪ 0.05).")
    else:
        print(f" Los datos para el grupo {group} no son normales (p <=
            ↪ 0.05).")

# Homogeneidad de varianzas (Levene)
print("\nResultados de la prueba de homogeneidad de varianzas
    ↪ (Levene):")
print(levене_results)
p_val = levене_results['pval'].iloc[0]
print(f" p-valor Levene: {p_val:.4f}")
if p_val > 0.05:
    print(" Los grupos tienen varianzas homogeneas (p > 0.05).")
else:
    print(" Los grupos no tienen varianzas homogeneas (p <= 0.05).")

```

Kriging de *ground truth* (tradicional)

```

# Importar datos
datos = np.loadtxt(os.path.join(ruta_directorio, "RTK.txt"))
xR = datos[:,1]
yR = datos[:,0]
altR = datos[:,2]

# Plotter de alturas
plt.scatter(xR, yR, c=altR, cmap='cividis')
plt.colorbar(label='Altitudes RTK') # Barra de color con etiqueta
plt.title('Distribucion de los datos RTK')
plt.xlabel('Coordenada X (m)')
plt.ylabel('Coordenada Y (m)')
plt.show()

# Kriging de RTK
OK = seleccionar_mejor_variograma(xR, yR, altR, 100)

```

```
zstar, ss, gridx, gridy = generar_estimacion_altura(OK, xR, yR, altR, x_min,
↳ x_max, y_min, y_max, 1)
```

Gráficos de Interpolación (*ground truth*)

```
# Crear la figura 3D de altura estimada
fig = plt.figure(figsize=(12, 8))
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
surf = ax.plot_surface(gridx, gridy, zstar, cmap='cividis',
↳ edgecolor='none', shade=True)
ax.set_xlabel('Coordenada X (m)', fontsize=12)
ax.set_ylabel('Coordenada Y (m)', fontsize=12)
ax.set_zlabel('Altura Estimada (m)', fontsize=12)
ax.set_title('Superficie de Altura Estimada', fontsize=14)
ax.view_init(elev=30, azim=300)
cbar = fig.colorbar(surf, ax=ax, shrink=0.5, aspect=10)
cbar.set_label('Altura', fontsize=12)
plt.show()

# Crear el mapa de contorno para la altura estimada

plt.figure(figsize=(12, 8))
contour = plt.contourf(gridx, gridy, zstar, cmap='cividis', levels=50)
cbar = plt.colorbar(contour)
cbar.set_label('Altura Estimada (m)', fontsize=12)
z_min, z_max = np.min(zstar), np.max(zstar)
start_level = np.ceil(z_min / 5) * 5 # Primer multiplo de 5 >= z_min
end_level = np.floor(z_max / 5) * 5 # Último multiplo de 5 <= z_max
contour_levels = np.arange(start_level, end_level + 5, 5)
contour_lines = plt.contour(gridx, gridy, zstar, levels=contour_levels,
↳ colors='black', linewidths=0.5)
scatter = plt.scatter(xR, yR, c=altR, cmap='cividis', edgecolors='k',
↳ marker='o', s=30, label='Puntos RTK')
plt.clabel(contour_lines, inline=True, fontsize=8, fmt='%1.1f') #
↳ Etiquetas en las líneas de contorno
plt.title('Mapa de Contorno de Altura Estimada')
plt.xlabel('Coordenada X (m)')
```

```
plt.ylabel('Coordenada Y (m)')
plt.legend(loc='upper right')
plt.show()
```

Generar raster de DTM de *ground truth*

```
# Generar MDT
raster_res = 1
transform = from_origin(
    gridx[0, 0] - raster_res / 2, # Coordenada X del pixel superior
    ↪ izquierdo
    gridy[0, 0] + raster_res / 2, # Coordenada Y del pixel superior
    ↪ izquierdo
    raster_res, # Resolucion en el eje X
    -raster_res # Resolucion en el eje Y
)
raster_data = { # Guardar el raster en un archivo GeoTIFF y en una
    ↪ variable
    "array": zstar,
    "transform": transform,
    "crs": 'EPSG:9377'
}
output_path = os.path.join(ruta_directorio, 'krigingRTK.tif') # Definir la
    ↪ ruta de salida del archivo
with rasterio.open( # Crear y guardar el archivo GeoTIFF
    output_path,
    'w',
    driver='GTiff',
    height=zstar.shape[0],
    width=zstar.shape[1],
    count=1,
    dtype=zstar.dtype,
    crs=raster_data["crs"],
    transform=transform
) as dst:
    dst.write(zstar, 1) # Escribir los valores de zstar en la primera
    ↪ banda
```

```
print("El archivo GeoTIFF ha sido guardado exitosamente en:", output_path)
```

Opción 1: Análisis de error entre DTM de *ground truth* y DTM de UAV-RTK

```
# Cargar las nubes de puntos de los tres archivos .tif
kriging_points = raster_points("krigingRTK.tif")
mdt1_points = raster_points("MDT1.tif")
mdt2_points = raster_points("MDT2.tif")
mdt3_points = raster_points("MDT3.tif")
mdt4_points = raster_points("MDT4.tif")
mdt5_points = raster_points("MDT5.tif")
mdt6_points = raster_points("MDT6.tif")
mdt7_points = raster_points("MDT7.tif")
mdt8_points = raster_points("MDT8.tif")

# Calcular las distancias entre krigingRTK y cada uno de los MDTs
dist_kriging_mdt1 = calcular_distancias(kriging_points, mdt1_points)
dist_kriging_mdt2 = calcular_distancias(kriging_points, mdt2_points)
dist_kriging_mdt3 = calcular_distancias(kriging_points, mdt3_points)
dist_kriging_mdt4 = calcular_distancias(kriging_points, mdt4_points)
dist_kriging_mdt5 = calcular_distancias(kriging_points, mdt5_points)
dist_kriging_mdt6 = calcular_distancias(kriging_points, mdt6_points)
dist_kriging_mdt7 = calcular_distancias(kriging_points, mdt7_points)
dist_kriging_mdt8 = calcular_distancias(kriging_points, mdt8_points)

# Crear un diccionario con las distancias de cada raster
distancias_dict = {
    "MDT1": dist_kriging_mdt1[:, 2], # Distancia z
    "MDT2": dist_kriging_mdt2[:, 2], # Distancia z
    "MDT3": dist_kriging_mdt3[:, 2], # Distancia z
    "MDT4": dist_kriging_mdt4[:, 2], # Distancia z
    "MDT5": dist_kriging_mdt5[:, 2], # Distancia z
    "MDT6": dist_kriging_mdt6[:, 2], # Distancia z
    "MDT7": dist_kriging_mdt7[:, 2], # Distancia z
    "MDT8": dist_kriging_mdt8[:, 2] # Distancia z
}
```

```
# Analizar distancias comparativas
estadisticos_comparativo = analizar_distancias_comparativo(distancias_dict)
```

Opción 1: Gráfico de errores mayores que 1

```
umbral_error = 1
puntos_con_error = dist_kriging_mdt6[dist_kriging_mdt6[:, 2] > umbral_error]

plt.figure(figsize=(10, 8))
scatter_error = plt.scatter(puntos_con_error[:, 0], puntos_con_error[:, 1],
    ↪ c=puntos_con_error[:, 2], cmap='cividis', label='Puntos con error',
    ↪ alpha=0.7)
colorbar = plt.colorbar(scatter_error, label='Error (Distancia z)')
colorbar.ax.tick_params(labelsize=10)
plt.scatter(xR, yR, color='red', marker='.', label='Puntos RTK', alpha=0.8)
plt.xlabel('Coordenada X (m)')
plt.ylabel('Coordenada Y (m)')
plt.title('Ubicacion de puntos con error > 1 m con DTM RTK (ejemplo MDT6)')
plt.legend(loc='upper right', fontsize=10, frameon=True)
plt.show()
```

Opción 2: Análisis de error entre puntos RTK de *ground truth* y DTM de UAV-RTK

```
RTK_points = np.vstack((xR, yR, altR)).T

# Calcular las distancias entre RTK_points y cada uno de los MDTs
dist_kriging_mdt1 = calcular_distancias(RTK_points, mdt1_points)
dist_kriging_mdt2 = calcular_distancias(RTK_points, mdt2_points)
dist_kriging_mdt3 = calcular_distancias(RTK_points, mdt3_points)
dist_kriging_mdt4 = calcular_distancias(RTK_points, mdt4_points)
dist_kriging_mdt5 = calcular_distancias(RTK_points, mdt5_points)
dist_kriging_mdt6 = calcular_distancias(RTK_points, mdt6_points)
dist_kriging_mdt7 = calcular_distancias(RTK_points, mdt7_points)
dist_kriging_mdt8 = calcular_distancias(RTK_points, mdt8_points)

# Crear un diccionario con las distancias de cada raster
distancias_dict = {
```

```

"MDT1": dist_kriging_mdt1[:, 2], # Distancia z
"MDT2": dist_kriging_mdt2[:, 2], # Distancia z
"MDT3": dist_kriging_mdt3[:, 2], # Distancia z
"MDT4": dist_kriging_mdt4[:, 2], # Distancia z
"MDT5": dist_kriging_mdt5[:, 2], # Distancia z
"MDT6": dist_kriging_mdt6[:, 2], # Distancia z
"MDT7": dist_kriging_mdt7[:, 2], # Distancia z
"MDT8": dist_kriging_mdt8[:, 2] # Distancia z
}

# Analizar distancias comparativas
estadisticos_comparativo = analizar_distancias_comparativo(distancias_dict)

```

ANOVA: Organizar datos

```

# Informacion de los experimentos
experimentos_info = {
    "MDT1": {"altura": "120", "traslapo": "70", "metodo": "RTK"},
    "MDT2": {"altura": "100", "traslapo": "70", "metodo": "RTK"},
    "MDT3": {"altura": "120", "traslapo": "80", "metodo": "RTK"},
    "MDT4": {"altura": "100", "traslapo": "80", "metodo": "RTK"},
    "MDT5": {"altura": "120", "traslapo": "70", "metodo": "PPK"},
    "MDT6": {"altura": "100", "traslapo": "70", "metodo": "PPK"},
    "MDT7": {"altura": "120", "traslapo": "80", "metodo": "PPK"},
    "MDT8": {"altura": "100", "traslapo": "80", "metodo": "PPK"}
}

# Preparar las listas para almacenar los datos
errores = []
alturas = []
traslapos = []
metodos = []

# Iterar sobre los experimentos
for key, info in experimentos_info.items():
    errores_experimento = distancias_dict[key]
    errores.extend(errores_experimento)

```

```
alturas.extend([info["altura"]] * lenerrores_experimento))
traslapos.extend([info["traslapo"]] * lenerrores_experimento))
metodos.extend([info["metodo"]] * lenerrores_experimento))

datos_anova = pd.DataFrame({
    "Errores": errores,
    "Altura": alturas,
    "Traslapo": traslapos,
    "Metodo": metodos
})

# Mostrar las primeras filas del DataFrame
print(datos_anova.head())
```

ANOVA: Análisis gráfico

```
print('Error medio y desviacion tipica por altura, traslapo y metodo')
print(datos_anova.groupby(['Altura', 'Traslapo',
    ↪ 'Metodo'])['Errores'].agg(['mean', 'std']))

# Crear un heatmap con promedio de errores
pivot_table = datos_anova.pivot_table(
    values='Errores',
    index='Altura',
    columns=['Traslapo', 'Metodo'],
    aggfunc='mean'
)

plt.figure(figsize=(12, 6))
sns.heatmap(
    pivot_table,
    annot=True,
    fmt=".2f",
    cmap="coolwarm",
    cbar_kws={'label': 'Errores (m)'},
    annot_kws={"size": 16}
)
```

```
plt.title('Heatmap de errores (Altura x Traslapo x Metodo) - Valores en
↳ metros')
plt.xlabel('Traslapo y Metodo')
plt.ylabel('Altura (m)')
plt.show()

metodos_unicos = datos_anova['Metodo'].unique()

# Primera figura: Grafico "Altura vs Traslapo"
fig1, axs1 = plt.subplots(1, len(metodos_unicos), figsize=(12, 6))

for i, Metodo in enumerate(metodos_unicos):
    # Filtrar por metodo
    datos_metodo = datos_anova[datos_anova['Metodo'] ==
↳ Metodo].reset_index(drop=True)
    # Grafico de interaccion: Altura vs Traslapo
    interaction_plot(
        x=datos_metodo['Altura'],
        trace=datos_metodo['Traslapo'],
        response=datos_metodo['Errores'],
        ax=axs1[i] if len(metodos_unicos) > 1 else axs1
    )
    axs1[i].set_title(f'Altura vs Traslapo ({Metodo})')
    axs1[i].set_ylabel("Media de Errores (m)")
plt.tight_layout()
plt.show()

# Segunda figura: Grafico "Traslapo vs Altura"
fig2, axs2 = plt.subplots(1, len(metodos_unicos), figsize=(12, 6))

for i, Metodo in enumerate(metodos_unicos):
    # Filtrar por metodo
    datos_metodo = datos_anova[datos_anova['Metodo'] ==
↳ Metodo].reset_index(drop=True)
    # Grafico de interaccion: Traslapo vs Altura
    interaction_plot(
        x=datos_metodo['Traslapo'],
```

```

        trace=datos_metodo['Altura'],
        response=datos_metodo['Errores'],
        ax=axs2[i] if len(metodos_unicos) > 1 else axs2
    )
    axs2[i].set_title(f'Traslapo vs Altura ({Metodo})')
    axs2[i].set_ylabel("Media de Errores (m)")
plt.tight_layout()
plt.show()

```

ANOVA: Supuestos distribución

```

# Crear los graficos de violin y stripplot para los tres factores
fig, axs = plt.subplots(nrows=3, ncols=1, figsize=(8, 10))

# Grafico de violin para Altura
sns.violinplot(
    x      = datos_anova['Errores'],
    y      = datos_anova['Altura'],
    color  = ".8",
    ax     = axs[0]
)

# Grafico de dispersion (stripplot) para Altura
sns.stripplot(
    x      = datos_anova['Errores'],
    y      = datos_anova['Altura'],
    hue    = datos_anova['Altura'], a
    data   = datos_anova,
    size   = 4,
    jitter = 0.1,
    ax     = axs[0]
)

axs[0].set_title('Distribucion de Errores por Altura')
axs[0].set_ylabel('Altura')
axs[0].set_xlabel('Errores')

```

```
# Grafico de violin para Traslapo
sns.violinplot(
    x      = datos_anova['Errores'],
    y      = datos_anova['Traslapo'],
    color  = ".8",
    ax     = axs[1]
)

# Grafico de dispersion (stripplot) para Traslapo
sns.stripplot(
    x      = datos_anova['Errores'],
    y      = datos_anova['Traslapo'], #
    hue    = datos_anova['Traslapo'],
    data   = datos_anova,
    size   = 4,
    jitter = 0.1,
    ax     = axs[1]
)

axs[1].set_title('Distribucion de Errores por Traslapo')
axs[1].set_ylabel('Traslapo')
axs[1].set_xlabel('Errores')

# Grafico de violin para Metodo
sns.violinplot(
    x      = datos_anova['Errores'],
    y      = datos_anova['Metodo'],
    color  = ".8",
    ax     = axs[2]
)

# Grafico de dispersion (stripplot) para Metodo
sns.stripplot(
    x      = datos_anova['Errores'],
    y      = datos_anova['Metodo'],
    hue    = datos_anova['Metodo'],
    data   = datos_anova,
```

```
        size = 4,
        jitter = 0.1,
        ax = axs[2]
    )

axs[2].set_title('Distribucion de Errores por Metodo')
axs[2].set_ylabel('Metodo')
axs[2].set_xlabel('Errores')

# Ajusta el layout de los tres graficos
fig.tight_layout()
plt.show()

# Crear un grafico adicional para la distribucion KDE de los tres factores

# Crear un nuevo grafico para KDE
fig_kde, ax_kde = plt.subplots(figsize=(8, 6))

# Agregar el grafico KDE para Altura
for altura in datos_anova['Altura'].unique():
    datos_temp = datos_anova[datos_anova['Altura'] == altura]['Errores']
    datos_temp.plot.kde(ax=ax_kde, label=f'Altura {altura}')
    ax_kde.plot(datos_temp, np.full_like(datos_temp, 0), '|k',
        ↪ markeredgewidth=1)

# Agregar el grafico KDE para Traslapo
for traslapo in datos_anova['Traslapo'].unique():
    datos_temp = datos_anova[datos_anova['Traslapo'] == traslapo]['Errores']
    datos_temp.plot.kde(ax=ax_kde, label=f'Traslapo {traslapo}')
    ax_kde.plot(datos_temp, np.full_like(datos_temp, 0), '|k',
        ↪ markeredgewidth=1)

# Agregar el grafico KDE para Metodo
for metodo in datos_anova['Metodo'].unique():
    datos_temp = datos_anova[datos_anova['Metodo'] == metodo]['Errores']
    datos_temp.plot.kde(ax=ax_kde, label=f'Metodo {metodo}')
```

```

ax_kde.plot(datos_temp, np.full_like(datos_temp, 0), '|k',
            ↪ markeredgewidth=1)

# Configuración del gráfico KDE
ax_kde.set_title('Distribución de Errores por Grupo (KDE)')
ax_kde.set_xlabel('Errores')
ax_kde.set_ylabel('Densidad')
ax_kde.legend(title='Factores')

# Mostrar el gráfico
fig_kde.tight_layout()
plt.show()

pruebas_normalidad_homogeneidad(datos_anova, columna='Errores')

```

Pruebas no paramétricas

```

# Realizar Kruskal-Wallis para cada factor individualmente
kruskal_altura = pg.kruskal(data=datos_anova, dv='Errores',
                            ↪ between='Altura')
kruskal_traslapo = pg.kruskal(data=datos_anova, dv='Errores',
                              ↪ between='Traslapo')
kruskal_metodo = pg.kruskal(data=datos_anova, dv='Errores',
                             ↪ between='Metodo')

print("Resultados del test de Kruskal-Wallis por Altura:")
print(kruskal_altura)
for index, row in kruskal_altura.iterrows():
    print(f"\nFactor: {row['Source']}")
    if row['p-unc'] < 0.05:
        print(f" Hay diferencias significativas (p < 0.05).")
    else:
        print(f" No hay diferencias significativas (p >= 0.05).")

print("\nResultados del test de Kruskal-Wallis por Traslapo:")
print(kruskal_traslapo)
for index, row in kruskal_traslapo.iterrows():

```

```
print(f"\nFactor: {row['Source']}")
if row['p-unc'] < 0.05:
    print(f" Hay diferencias significativas (p < 0.05).")
else:
    print(f" No hay diferencias significativas (p >= 0.05).")

print("\nResultados del test de Kruskal-Wallis por Metodo:")
print(kruskal_metodo)
for index, row in kruskal_metodo.iterrows():
    print(f"\nFactor: {row['Source']}")
    if row['p-unc'] < 0.05:
        print(f" Hay diferencias significativas (p < 0.05).")
    else:
        print(f" No hay diferencias significativas (p >= 0.05).")
```