

APLICACIÓN DE LA GEOMETRÍA FRACTAL EN EL SECTOR PORCÍCOLA: UN
ESTUDIO PARA EL ANÁLISIS DE VOLATILIDAD, PERSISTENCIA Y RIESGO DEL
PRECIO DEL CERDO EN PIE EN COLOMBIA

JAVIER YESID REYES JIMÉNEZ

ID 406758

DIRECTOR: DÚWAMG ALEXIS PRADA MARÍN

Mg. En Matemática

UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA
FACULTAD DE ADMINISTRACIÓN DE EMPRESAS
ESCUELA DE ECONOMÍA, ADMINISTRACIÓN Y NEGOCIOS
BUCARAMANGA

2021

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, quiero agradecer a Dios, autor y señor de mi vida, mi guía y sostén en cada camino que emprendo.

A mi hermosa familia, dispuesta a apoyarme en todo momento, fuente de amor y fortaleza, quienes acompañaron e impulsaron este proceso.

A mi tutor, quien, con sus conocimientos y apoyo, fue dirección y guía en cada etapa de este proyecto.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	11
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	13
2. JUSTIFICACIÓN	17
3. OBJETIVOS	19
3.1. Objetivo General	19
3.2. Objetivos Específicos	19
4. ANTECEDENTES	20
4.1. Antecedentes Geometría Fractal	23
5. MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL	33
5.1. Mercado Sector Porcícola	33
5.2. Geometría Fractal	35
5.3. Método Econométrico para evaluación de resultado de la herramienta basada en geometría fractal	40
6. METODOLOGÍA	43
6.1. Tipo de Investigación y alcance del estudio	43
6.2. Diseño Metodológico	43
7. RESULTADOS	49
7.1. Análisis Descriptivo de la data	50

7.2. Cálculo coeficiente de Hurst	52
7.3. Método Econométrico	54
8. CONCLUSIONES	63
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	69

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Serie de precios del kilogramo de cerdo en Colombia desde el 2015.	49
Figura 2. Histograma con curva normal de niveles del precio del cerdo en pie.	51
Figura 3. Regresión logarítmica lineal de los datos suministrados en la Tabla 3.....	53
Figura 4. Boxplot e histograma de los precios del cerdo en Colombia desde el 2015.	55
Figura 5. Serie de retornos precios del kilogramo de cerdo en Colombia desde el 2015.	57
Figura 6. Serie de retornos de los precios a la que se le aplica una diferencia.	58
Figura 7. Validación del modelo.....	60
Figura 8. Gráfico de predicción.	61

LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Medidas de localización y dispersión	50
Tabla 2 Datos de la desviación estándar y rango reescalado	52
Tabla 3 Datos relacionados de cuatro subgrupos y suavizamiento de la serie por logaritmo natural	53
Tabla 4. Coeficientes del componente autorregresivo y media móvil.....	59
Tabla 5 Pronóstico de los precios del kilogramo del cerdo para las próximas 12 semanas	61



RESUMEN GENERAL DE TRABAJO DE GRADO

- TITULO:** Aplicación de la geometría fractal en el sector porcícola: Un estudio para el análisis de volatilidad, persistencia y riesgo del precio del cerdo en pie en Colombia
- AUTOR(ES):** Javier Yesid Reyes Jiménez
- PROGRAMA:** Maestría en Administración
- DIRECTOR(A):** Dúwang Alexis Prada Marín

RESUMEN

El crecimiento del sector porcícola en Colombia en los últimos años se manifiesta en indicadores positivos de crecimiento en producción y consumo per cápita, sin embargo, para los productores han sido periodos difíciles en términos de rentabilidad, ya que factores externos como el alto costo de la materia prima, los tipos de cambio en los mercados internacionales, las importaciones de carne, la volatilidad en el precio, han afectado el desempeño de las empresas y en general los ingresos de la operación, que no nivelan los riesgos asumidos por los inversionistas. El desconocimiento del comportamiento del precio de venta del cerdo provoca incertidumbre y dificulta la toma de decisiones por parte de los productores, que dependen del precio de venta de su producto para generar utilidades. Debido a esto, se desarrolla a partir de los modelos de la Geometría Fractal, una herramienta basada en el análisis de persistencia en el comportamiento y volatilidad en los precios, empleando series temporales. Con este fin se acopiaron 275 datos publicados por la Asociación Porkcolombia,

entre el 9 de enero de 2015 y el 8 de abril de 2020, encontrando que la serie es persistente bajo una volatilidad de $\pm 29.19\%$ respecto al valor promedio de la totalidad de los datos, implicando esto un riesgo medio en el comportamiento futuro. Al analizar y encontrar que la tendencia para la primera parte del año es a la baja, se estima que el valor mínimo del precio del cerdo en pie estará cercano a los 3.515 pesos, moneda corriente, con un intervalo entre 3427 a 3603 pesos. Finalmente, para observar la confiabilidad de la predicción descrita por la metodología fractal, se desarrolla y emplea un modelo ARIMA para realizar una comparación entre las predicciones.

PALABRAS CLAVE:

Precio del cerdo, Dimensión fractal, Persistencia, Volatilidad, Coeficiente de Hurst

V° B° DIRECTOR DE TRABAJO DE GRADO



GENERAL SUMMARY OF WORK OF GRADE

- TITLE:** Application of fractal geometry in the pork sector: A study for the analysis of volatility, persistence and risk of the price of live pig in Colombia.
- AUTHOR(S):** Javier Yesid Reyes Jiménez
- FACULTY:** Maestría en Administración
- DIRECTOR:** Dúwang Alexis Prada Marín

ABSTRACT

The growth of the pork sector in Colombia in recent years is manifested in positive indicators of growth in production and consumption per capita, however, for the producers there have been difficult periods in terms of profitability, since external factors such as the high cost of the raw materials, exchange rates in international markets, meat imports, and price volatility have affected the performance of companies and, in general, operating income, which does not equalize the risks assumed by investors. Ignorance of the behavior of the sale price of pork causes uncertainty and makes it difficult for producers to make decisions, who depend on the sale price of their product to generate profits. Due to this, it is developed from the Fractal Geometry models, a tool based on the analysis of persistence in behavior and volatility in prices, using time series. To this end, 275 data published by the Porkcolombia Association were collected between January 9, 2015 and April 8, 2020, finding that the series is persistent under a volatility of $\pm 29.19\%$ with respect to the average value of all the data, implying a medium risk in future behavior. When analyzing and finding that the trend for

the first part of the year is downward, it is estimated that the minimum value of the price of live pig will be close to 3,515 pesos, current currency, with an interval between 3,427 to 3603 pesos. Finally, to observe the reliability of the prediction described by the fractal methodology, an ARIMA model is developed and used to make a comparison between the predictions.

KEYWORDS:

Pig Price, Fractal Dimension, Persistence, Volatility, Hurst Coefficient

V° B° DIRECTOR OF GRADUATE WORK

INTRODUCCIÓN

En los últimos diez años el sector porcícola en Colombia ha presentado un crecimiento muy importante, gracias a la labor conjunta entre los productores y la Asociación Porkcolombia, gremio que representa a los productores de carne de cerdo. Sin embargo, el precio del cerdo en pie y en canal sigue siendo un factor determinante para los productores del país, pues al tratarse de un producto que no presenta características diferenciadoras tiene alta dependencia en el precio del mercado; el cual es afectado por factores que implican una variación alta que genera incertidumbre para los productores e igualmente puede afectar el mercado porcícola. Por tanto, es importante analizar el comportamiento de los precios con el fin de observar la variabilidad de ellos para establecer los riesgos del mercado.

La variación de mercados bursátiles tales como el precio del cerdo en pie se pueden analizar mediante diferentes técnicas estadísticas, sin embargo, uno de los métodos más asertivos utilizado recientemente se soporta en la geometría fractal y la teoría del caos. La geometría fractal es una herramienta útil para analizar y describir el comportamiento de una variable que evoluciona de forma compleja en el tiempo, por ello en este proyecto se realizará un estudio de persistencia, volatilidad y riesgo del precio del cerdo en pie, aplicando geometría fractal con el fin de favorecer el proceso de toma de decisiones a los poricultores del país.

Por lo anterior es necesario acopiar los datos del precio de venta de cerdo en pie en Colombia desde el 9 de enero de 2015 hasta el 8 de abril de 2020, con el fin de determinar las

condiciones de los precios y aplicar la metodología fractal mediante el coeficiente de Hurst y dimensión fractal, para finalmente determinar la persistencia, volatilidad y riesgo de la serie de tiempo.

Este trabajo comprende el planteamiento del problema con la correspondiente formulación de la pregunta de investigación, basada en la actividad del mercado porcícola bajo un objetivo general que permita favorecer la toma de decisiones de los porcicultores en términos del riesgo. En la justificación se muestra la variabilidad que han presentado los precios de la carne de cerdo, lo cual genera incertidumbre en los productores porcícolas. En la sección de antecedentes se evidencia el análisis realizado al mercado porcícola desde la caracterización, rentabilidad y competitividad en Colombia y en México. El marco teórico está soportado en la geometría fractal, fundamento para abordar la metodología que se aplicará. Posteriormente, se describirán los resultados y se entregarán algunas consideraciones y conclusiones.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El sector porcícola en Colombia viene experimentando un crecimiento importante en los últimos años, pasando de beneficiar 2.497.633 cerdos en el año 2010 a beneficiar 4.824.064 cerdos en 2019, mostrando un crecimiento del 93,1% en este periodo, a su vez pasando de una producción de 194.566 toneladas en 2010 a producir 446.602 toneladas en 2019 y con un consumo de carne de cerdo que ha aumentado año tras año, alcanzando los 11,29 Kg en 2019, con un crecimiento del 135% respecto al año 2010 que presentaba un consumo de 4,8 Kg per cápita (Asociación Porkcolombia, 2020). Esto lo consolida como un sector en crecimiento y desarrollo gracias al trabajo conjunto realizado por los productores y la Asociación Porkcolombia.

Diferentes entidades promueven el desarrollo de los sectores productivos en el país, y emplean sistemas de información con estadísticas relevantes para los productores, comercializadores, y en general para todos los actores e interesados. Esta información que ofrece cierto reportaje del pasado y presente del sector es de gran importancia, al revelar que tan atractivo es, pues brinda un gran aporte a la toma de decisiones en las empresas. Una de las principales variables dentro de esta información es el precio del producto, pues permite a las empresas comparar el precio del mercado con el precio de venta propio y evaluar los ajustes teniendo otros factores.

Entre estas entidades se encuentra la Asociación Porkcolombia, que realiza sondeo de los precios de cerdo en pie, canal fría y canal caliente a una muestra de porcicultores y comercializadores ubicados en Antioquia, Valle del Cauca, Eje Cafetero, Caribe Norte y Bogotá; con el fin de entregar al porcicultor información histórica y valiosa del comportamiento del mercado que le ayude en el proceso de toma de decisiones y el desarrollo de su actividad.

Pero esta información del precio, por sí sola no permite tomar decisiones hacia futuro con un nivel ideal de certeza, pues se desconoce si su comportamiento va a ser estable o inestable, si va a presentar fuerte baja o alza, si va a ser perdurable o no; debido a que muchas variables pueden influir positiva o negativamente sobre este.

Por ejemplo el precio promedio nacional entre los años 2010 y 2019 presentó los siguientes datos en pesos colombianos: 2010: \$4.424, 2011: \$4.443, 2012: 4.299, 2013: \$4.622, 2014: \$5066, 2015: \$4479, 2016: \$4831, 2017: \$5317, 2018: \$4885 y 2019: \$5174 (Asociación Porkcolombia, 2020); mostrando que el comportamiento del precio no se enmarca en una línea de crecimiento continuo, sino que presenta crecimientos y decrecimientos de un periodo a otro, de un sector con producción y consumo per cápita de carne de cerdo en crecimiento constante año tras año.

Sobre esta información y la incertidumbre que genera, más aún cuando el acopio de los datos tiene línea temporal amplia con dificultad en la evidencia de un patrón en su comportamiento que pueda servir de guía; se dificulta la toma de decisiones administrativas,

financieras, y de operación por parte del productor, como puede ser al definir el momento propicio para la venta, si aumenta el número de vientos, disminuye o se mantiene constante respecto a la producción actual, si aumenta el número de vientos, disminuye o se mantiene con la producción actual, si se decide por cebar animales o vender lechones, si opta por integrarse a lo largo de la cadena buscando producir su propio alimento o tener mayor control en la comercialización del producto, entre muchas otras.

Por tanto, analizar, comprender y predecir el comportamiento del precio puede ser útil para la toma de decisiones en la negociación de contratos de compra y venta de carne de cerdo, en las estrategias a implementar, respecto al presupuesto y su ejecución, y la viabilidad de nuevos proyectos.

Ante esto, se presenta la geometría fractal, como una herramienta para evaluar el comportamiento del precio mediante el análisis de su persistencia, volatilidad y riesgo; con el fin de facilitar la toma de decisiones por parte de los porcicultores, al disminuir la incertidumbre que se presenta al desconocer el comportamiento del precio a futuro.

De lo anteriormente expuesto, se infiere el siguiente interrogante como pregunta motivadora de este proyecto:

¿La aplicación de la geometría fractal en el análisis de volatilidad, persistencia y riesgo del precio del cerdo en pie en Colombia puede determinar su comportamiento con el fin de disminuir la incertidumbre y ayudar en la toma de decisiones a los porcicultores?

2. JUSTIFICACIÓN

El sector porcicultor en Colombia ha presentado un crecimiento destacado en los últimos años, en donde la producción y el consumo han presentado cifras muy importantes. En los últimos 10 años la producción de carne en el país presentó un crecimiento promedio anual del 10%, alcanzando en el 2019 una producción de 446.602 toneladas (Asociación Porkcolombia, 2020).

Sin embargo, la variación del precio del cerdo es uno de los principales generadores de incertidumbre para los productores porcícolas, lo cual evidencia la gran importancia de los precios de venta para lograr rentabilidad. De modo que la información y el análisis acertado de los precios intervienen crucialmente en las decisiones de estas empresas.

El proceso de toma de decisiones se presenta constantemente en las empresas para aprovechar oportunidades y afrontar retos e incertidumbres, buscando siempre mediante un proceso de análisis de información tomar la mejor decisión que derive en resultados positivos para la organización. Esta información pasada y presente puede dar precisión a la decisión y disminuir la incertidumbre y el riesgo, a partir de herramientas que permitan realizar un adecuado análisis (Vélez Evans, 2006).

En este proyecto se realizará un estudio de persistencia, volatilidad y riesgo del precio del cerdo en pie, con el fin de favorecer el proceso de toma de decisiones a los porcicultores del país,

que generalmente se ven inmersos en situaciones de indecisión y en la necesidad de mitigar el impacto de factores como la volatilidad y la incertidumbre del precio al que se ven expuestos; permitiéndoles calcular ingresos o pérdidas por el tipo de precio del mercado. Esto nos lleva a resaltar la importancia de un análisis del comportamiento del precio que permita disminuir dicha inseguridad y facilite el proceso de toma de decisiones.

Bajo el soporte del planteamiento del problema y la justificación presentada, es importante partir de la revisión de la aplicación de la herramienta fractal para el estudio de diferentes activos, para luego realizar el análisis de la serie de tiempo determinando su comportamiento y tendencia, y finalmente en base a la metodología aplicada realizar el análisis del comportamiento del precio del cerdo en pie. En base a lo expuesto se han propuesto los siguientes objetivos con el fin de desarrollar este proyecto.

3. OBJETIVOS

3.1. Objetivo General

Determinar el comportamiento del precio del cerdo en pie en Colombia aplicando geometría fractal en el estudio de su volatilidad, persistencia y riesgo favoreciendo la toma de decisiones a los porcicultores.

3.2. Objetivos Específicos

- Desarrollar un análisis sistémico de la aplicación de la herramienta de fractales en los pronósticos de diferentes activos en los mercados nacionales e internacionales.
- Realizar un análisis estadístico descriptivo de la data referente al precio de la carne de cerdo en pie en Colombia generada en los mercados nacionales con lo cual se estructura su comportamiento y tendencia.
- Generar el análisis del comportamiento del precio de la carne de cerdo en pie en Colombia, mediante la dinamización de la geometría fractal que aporte a la toma de decisiones a los porcicultores.

4. ANTECEDENTES

En los últimos años se han presentado estudios en el sector porcicultor, en los que se esgrime la relevancia del precio del cerdo para los diferentes actores de la cadena cárnica porcícola, especialmente para el productor y su incidencia en la toma de decisiones. A continuación, se presenta una reseña de estos.

En el año 2000 es presentado por Sosa, García, Omaña, López y López (2000), un trabajo con el objetivo de determinar la rentabilidad de doce granjas porcícolas en la región noroeste de Guanajuato en el año 1995, cuando México sufrió una crisis en la que se presentó una inflación del 49,78% y subvaluación del peso de 29,89% en promedio anual, gracias a una gran devaluación del peso respecto al dólar. Debido a esto los costos de producción para el sector porcícola se incrementaron en 29,5% respecto al año anterior por el incremento de los precios de los insumos; sin embargo, el precio del cerdo en pie disminuyó un 0,63% en ese mismo periodo. Para el cálculo de la rentabilidad emplearon la ganancia y la relación de rentabilidad privada. En cuanto a los resultados se encontró que respecto a las ganancias a precios que paga y recibe el productor, ocho de las 12 granjas presentan pérdidas y cuatro ganancias y los resultados revelaron que la ganancia aumenta en virtud del mayor tamaño de la empresa. Además, se evidenció la importancia del comportamiento del precio para generar rentabilidad, aún más cuando los costos de producción se elevan.

Luego es presentado el trabajo Modelo de Dinámica de Sistemas para la Predicción del Comportamiento del Mercado Porcícola por parte de Ceballos, Uribe y Sánchez (2013), que tiene como objetivo la construcción de dicho modelo con el fin de comprender las variables y sus relaciones en el mercado porcícola, el cual según los autores presenta un comportamiento complejo y confuso del sistema, dificultando la toma de decisiones. Además, agregan que la inversión en este sector se realiza con mucho temor y riesgo a tener pérdidas en virtud a que no se cuenta con una herramienta que permita entender el comportamiento y las tendencias de las diferentes variables que participan en el sector. Para el desarrollo del trabajo se propone un modelo compuesto por siete ciclos que consideran las diferentes variables, entre estas el precio del cerdo en pie, los costos de producción, entre otras. Los resultados dejan ver la necesidad de cambiar la estructura de comercialización por parte del productor, para que sea menos centrada en la venta del cerdo en pie, y permite ver la variable de costo de alimento como la más importante por su alto porcentaje de participación dentro de los costos totales. La variación de precios puede afectar enormemente al porcicultor, especialmente al que está dedicado a la ceba de los cerdos, pues un precio bajo afecta fuertemente la rentabilidad de la empresa, gracias a que hay una mayor inversión en alimento en esta etapa. Esta variación del precio genera incertidumbre en la toma de decisión, gracias a que un precio bajo puede representar grandes pérdidas.

Para Beltran, Becerra y López (2014) en su trabajo, Caracterización del mercado de la carne de cerdo en nueve municipios de Boyacá, Colombia; el mercado de la carne de cerdo en esta región presenta fluctuaciones e inestabilidad, lo que genera precios desfavorables para el

productor y baja rentabilidad. El tipo de investigación llevada a cabo fue de tipo descriptivo y el análisis de la información fue mediante un método analítico sintético. El estudio reveló que los poricultores en Boyacá en su mayoría venden sus animales en pie en su propia granja o en la planta de beneficio. También se destaca que el precio para el año 2010 presentó una tendencia a la baja y que tuvo recuperación en el último trimestre con la llegada de las fiestas de fin de año. Se encontró también que las costumbres, la cultura y la tradición del departamento afectan la demanda de la carne de cerdo y con ello también el precio; Todas estas variables determinan las decisiones en la empresa. El estudio destaca también la importancia para la porcicultura en Boyacá de una estandarización de los precios.

En el año 2015 se presenta otro antecedente en donde Bonales, Pedraza y Paz (2015) en su trabajo titulado Competitividad Internacional de las empresas mexicanas exportadoras porcícolas, buscan describir las interrelaciones que se dan entre variables consideradas críticas que definen la competitividad de estas empresas exportadoras al mercado chino. Entre estas variables se definen el precio, la calidad, tecnología, capital humano capacitado, canales de distribución y la comunicación. Para este estudio se empleó un cuestionario aplicado a 16 empresas y se realizó un análisis estadístico. Entre los resultados y conclusiones se encontró que entre la variable competitividad y precio existe una correlación positiva muy alta, igualmente que las variables calidad, tecnología, precio, capacitación del capital humano, comunicación y vinculación con la cadena de valor, y logística, son las que tienen mayor incidencia en la competitividad de las empresas exportadoras del sector porcícola. Se puede observar que, dentro

de estas variables, el precio se destaca como la variable en la que menos se puede interferir, pues depende del mercado, determinando así el proceso de toma de decisiones.

Vélez, García y Barrios (2018) presentan el Estudio exploratorio sobre la producción y comercialización de la carne de cerdo en el Valle de Aburrá, Antioquia, Colombia; queriendo definir aquellos agentes de mercado interconectados dentro de la cadena productiva de la carne de cerdo. Se aplicó un muestreo no probabilístico a conveniencia y se aplicó una encuesta. Los resultados del estudio mostraron que existen dos principales canales de comercialización que son productor – expendedor de carne y productor – intermediario – expendedor de carne y que los precios pagados a estos actores de la cadena tienen una tendencia de crecimiento; igualmente se encontró que el precio pagado por el consumidor final al expendedor de carne presenta un mayor nivel de crecimiento que el precio pagado al productor y al intermediario. Es importante resaltar que se señala que los comerciantes (intermediarios) toman el precio del mercado para fijar el precio en las transacciones que se realizan; por tanto, la volatilidad del precio es determinante para el productor, pues al presentarse un precio bajo se afecta directamente la utilidad. Vemos entonces la influencia del precio del mercado en la toma de decisión del productor primario.

4.1. Antecedentes Geometría Fractal

Con respecto al uso de la geometría fractal, ésta ha sido empleada por diferentes autores en Colombia y en otros países para el estudio de series de tiempo y el pronóstico de diferentes activos, como el precio de productos agrícolas, del petróleo, cobre, oro, rendimiento de acciones

financieras, entre otros; trabajos que permiten evidenciar la relevancia y confiabilidad de esta herramienta, y que se presentan a continuación:

Al respecto, en el año 2000, se presenta el trabajo titulado, Complejidad de los precios nacionales de productos hortícolas e índices económicos mensuales por parte de Valdez (2000), en el que mediante la dimensión fractal caracteriza las series históricas de los precios mensuales de los productos agrícolas, índices nacionales de precios para el consumidor y el productor, y las tasas de cambio entre pesos mexicanos y dólares estadounidenses. La estimación de la dimensión fractal se hace mediante la pendiente de los variogramas geoestadísticos a escala log-log. Este estudio reveló la existencia de varianza finita en las series de precios de ajo blanco, cebolla bola, col media, durazno amarillo y frijol flor de mayo, y por el contrario una varianza finita en los precios mensuales de brócoli, chile ancho seco, chile pasilla seco y guayaba, los índices nacionales de precio al consumidor y nacional de precios al productor y las tasas de cambio a la venta final mensual y a la venta promedio mensual. El comportamiento de la serie de precio mensual de ajo blanco es similar al de la función fractal de movimiento Browniano, lo que sugiere que su precio es predecible. En oposición, los valores para el precio de durazno amarillo, guayaba, cebolla bola, col mediana y chile ancho seco son prácticamente impredecibles, siendo distribuciones caóticas. Así mismo, para las series de precios mensuales de brócoli, chile pasilla seco y frijol flor de mayo, índices nacionales de precios mensuales para el consumidor y el productor, y tasas de cambio a fin de mes y promedio mensual se encontró que las tendencias son persistentes en dichas series, por tanto, predecibles.

Luego en 2005, es publicado el trabajo de Morales, Balankin y Hernández (2005), donde se exhibe la Metodología de predicción de precios del petróleo basada en dinámica fractal, en el que se desarrolla una técnica de predicción de precios del petróleo, se construye un modelo de predicción y se emiten tres escenarios probabilísticos sobre su comportamiento futuro. Finalmente se comparan los precios anuales del petróleo crudo WTI proyectados de 2004 a 2005 mediante la metodología aplicada, que se determinaron promediando los pronósticos mensuales del escenario más probable; frente a las proyecciones presentadas por 6 firmas reconocidas internacionalmente, en dólares constantes de 2003. Como resultado se encuentra que, en comparación con las seis empresas, el modelo proyecta los precios anuales más altos para el petróleo crudo WTI, en promedio 4.24 dólares por barril, por encima de las proyecciones de precios de Annual Energy Outlook 2004 (EIA); igualmente se considera como más probable, que los precios se mantendrían constantes en el periodo analizado.

En 2006 son analizadas las series de las tasas financieras de retorno de los mercados de valores y divisas latinoamericanos por parte de Kyaw, Los y Zong (2006), en el trabajo titulado Persistence characteristics of Latin American financial markets, donde mediante el exponente de Hurst se determina que dichas series son no normales, no estacionarias, no ergódicas y además tienen memoria de largo plazo, es decir son dependientes. Los autores exhiben que la evidencia empírica indica que los datos financieros empíricos de los mercados financieros latinoamericanos poseen características diferentes a los supuestos teóricos del modelo financiero convencional, refutando la hipótesis de mercados financieros perfectamente eficientes.

Posteriormente es presentado por Díaz (2008), Algunas consideraciones sobre el uso de técnicas fractales en el análisis del mercado accionario bursátil mexicano, en donde se muestra que los rendimientos de las acciones que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores y su índice de precios, no cumplen con los supuestos de distribución normal en las series y la independencia de los rendimientos sucesivos. Señalan que las series de tiempo de rendimientos tienen características fractales y se les puede aplicar la técnica de análisis de rangos redimensionados, como una técnica adicional, fractal, con la que se busca probar la existencia de dependencia entre rendimientos sucesivos. El autor indica la necesidad de aplicar modelos que prescindan de los supuestos señalados con el fin de obtener mejores descripciones de la realidad y pronósticos más acertados. El autor concluye que la aplicación de la geometría fractal ofrece evidencia adicional pero contradictoria de que la hipótesis de los mercados eficientes y la teoría del paseo aleatorio tienen deficiencias al suponer que los rendimientos sucesivos se distribuyen en forma normal y son independientes entre sí, al indicar que no se puede llegar a esa conclusión en este estudio.

Otro antecedente se presenta en 2008, Las series de tiempo fractales y un método de pronóstico, desarrollado por Romero, Ojeda, Nava y García (2008), en el que se expone un método de pronóstico para series de tiempo fractales y una variación de la fórmula de Feder que estimula el movimiento browniano fraccionario que es aplicado para el estudio de las cifras del índice de precios y cotizaciones (IPC) de la Bolsa Mexicana de Valores en el periodo de 2002 a 2004 y su resultado se compara con un método econométrico y un método de pronóstico que toma el último valor real como el pronóstico de un día. Como resultado se encontró que el método fractal tiene un desempeño mejor en el pronóstico de un día, sin embargo, los resultados

del método econométrico fueron un poco mejores en el de largo plazo. Además, se concluye que los métodos de pronóstico fractales pueden competir con los econométricos.

El siguiente antecedente surge en 2010, por parte de Espinosa (2010), con el trabajo titulado *Caos en el mercado de commodities*, que tiene como objetivo corroborar la existencia de un comportamiento caótico en el mercado de commodities, específicamente en las series de retornos del cobre, oro, petróleo, plata, zinc, aluminio, plomo y níquel. El análisis corrobora que existe un comportamiento caótico en el mercado de commodities y encuentra que sus retornos no presentan una distribución normal, no son lineales, y tienen dependencias de largo plazo. Así mismo indica el autor que estos resultados contradicen algunos de los supuestos básicos de la teoría financiera moderna y encuentran la necesidad de aplicar modelos que tengan en cuenta estas características y que al mismo tiempo representen de una más cercana la evolución de los precios de estos activos.

Posteriormente, en 2010, es publicado el estudio *The Distribution of London Metal Exchange Prices: A Test of the Fractal Market Hypothesis*, por parte de Panas y Ninni (2010), con el objetivo de estudiar las propiedades fractales de la serie de tiempo de retornos de London Metal Exchange (LME), para lo cual se emplea un enfoque fractal mediante modelos ARFIMA. Al buscar la presencia de la propiedad de memoria larga y la Hipótesis del Modelo Fractal en los retornos diarios de los productos metálicos comercializados en el London Metal Exchange (LME) se ha encontrado que los retornos de los productos metálicos están distribuidos de manera estable, por tanto, los resultados son compatibles con la hipótesis del mercado fractal y además la

presencia de colas gordas indica efectos de memoria que surgen debido a procesos estocásticos no lineales.

Rendón y Morales (2012), con el objetivo de evaluar las características no lineales, fractales y de comportamiento persistente del índice S&P 500 utilizando series de datos de precios diarios y determinar si es posible pronosticar tendencias, mediante la metodología de Rango Reescalado de Hurst (R/S), presenta el trabajo titulado Memoria de largo plazo en el índice S&P 500: Un enfoque fractal aplicando el coeficiente de Hurst con el método R/S. Como resultado se presenta la existencia memoria de largo plazo e indicios de comportamiento caótico y fractal en la serie estudiada; igualmente se encuentra que los resultados obtenidos concuerdan con los resultados de otros investigadores como Peters (1991), Bayraktar E., Poor H. y Sircar K. (2004) quienes llegaron al mismo resultado al indicar que el índice S&P 500 es persistente. Finalmente, los autores indican que los modelos tradicionalmente utilizados han pronosticado acertadamente el comportamiento futuro en épocas tranquilas, pero en tiempos turbulentos no han sido eficaces al no tener presentes los eventos poco probables, por tanto, la teoría fractal y multifractal se ajustan más a la realidad, ya que incorporan el análisis de estos cambios.

También para el año 2012, es publicado el Estudio Hidrología de Hurst y Box Counting para el análisis de persistencia, volatilidad y riesgo en dos series de tiempo colombianas, por parte de Rodriguez (2012) con el objetivo de calcular mediante metodología de rango reescalado y Box Counting el exponente de Hurst y la dimensión fractal, en una serie de tiempo hidrológica y otra financiera, para dimensionar el grado de persistencia y volatilidad primordiales en el

análisis de riesgo. Al comparar los dos métodos en el análisis de persistencia y volatilidad de las series de tiempo, se encontró coherencia y factibilidad en los resultados; concluyendo a su vez que los métodos pueden ser empleados al tiempo en el estudio del riesgo, pues a partir de estos es posible determinar persistencia, aleatoriedad, ruido y volatilidad.

Plazas, Ávila y Moncada (2014) presentan el estudio Estimación del exponente de Hurst y dimensión fractal para el análisis de series de tiempo de absorbancia UV-VIS en el año 2014, con el objetivo de estimar mediante la metodología de rango reescalado, el exponente de Hurst y dimensión fractal para analizar las series de tiempo de espectrometría UV-VIS. El análisis se realiza para comprender si las series de tiempo de absorbancia UV-VIS son persistentes, anti-persistentes, determinísticas o si son ruido blanco. Como resultado al valorar los exponentes de Hurst se determinan las dimensiones fractales tres series de tiempo de absorbancia UV-Vis en tres sitios de estudio y se obtiene una dimensión fractal promedio, encontrando que las tres series de tiempo son persistentes y presentan alta auto-similitud. Los autores, a partir de los resultados, indican que se puede continuar con el análisis espectral de las series de tiempo de absorbancia, y llegar a pronosticar los valores de absorbancia y calidad del agua con el fin de aportar en los procesos de toma de decisiones a las plantas de tratamiento de aguas residuales.

En 2016, con el propósito de evaluar mediante la aplicación de rango reescalado y exponente de Hurst, que tanto esta metodología permite analizar y determinar la persistencia y autocorrelación de las acciones financieras de Ecopetrol, Grupo Éxito, Bancolombia y Grupo Aval, dentro del mercado colombiano; Nieto, Alvarez y Rodríguez (2016) publican su trabajo

titulado, Análisis de persistencia en acciones financieras en el mercado colombiano a través de la metodología de Rango Reescalado (R/S). Como resultado encuentran que los activos analizados presentan fenómenos de persistencia y antipersistencia en las series de tiempo, indicando esto que ninguna de las acciones se enmarca bajo el supuesto de normalidad. Igualmente, exponen la necesidad de implementar nuevas herramientas como pruebas de normalidad de Tucker y el exponente de Lyapunov que ayuden a determinar fenómenos estocásticos dentro de las series y así darles mayor rigurosidad a los modelos actuales permitiendo brindar un soporte más eficiente a los inversionistas.

4.2. Técnicas Empleadas en el Análisis del Precio del Cerdo

En Colombia los estudios e investigaciones se han enfocado en los costos de producción en granja, y aunque se cuenta con los datos históricos del precio, poco se ha analizado su comportamiento con el fin de generar pronósticos de precio en el futuro cercano. Sin embargo, en otros países se presentan investigaciones en donde se analiza el precio de cerdo mediante el uso de diferentes técnicas como son el modelo autorregresivo generalizado condicional heterocedástico (GARCH), el Rango Reescalado, los métodos Machine Learning, el modelo Autorregresivo Integrado de Media Móvil (ARIMA), y el método de Regresión Lineal Múltiple. mostrando la importancia de analizar y proyectar el precio del cerdo con el fin de aportar en la toma de decisiones a empresarios e instituciones interesadas en el sector porcícola. A continuación, se presentan algunas de ellas:

En 2009, con el objetivo de estudiar la respuesta de la oferta de carne de cerdo y la volatilidad de los precios, Rezitis y Stavropoulos (2009) presentan el trabajo titulado *Modeling Pork Supply Response and Price Volatility: The Case of Greece*. En este análisis se emplea el modelo autorregresivo generalizado condicional heterocedástico (GARCH) para hacer estimaciones del precio esperado y la volatilidad del precio. Se estimaron varios modelos GARCH simétricos, asimétricos y no lineales además del modelo estándar. Como resultado encontraron que el modelo asimétrico no lineal autorregresivo generalizado condicional heterocedástico (NAGARCH) describe mejor la volatilidad de los precios de cerdo.

En el año 2013, es publicado el trabajo *Investigating the long memory property of the Hungarian market pig prices by using detrended fluctuation analysis*, en el que Kovács, Huzsvai, y Balogh (2013) prueban la propiedad de Memoria Larga en los precios promedio mensuales del mercado porcino, dentro de lo que se analiza los precios de lechones, cerdos jóvenes, cerdas y cerdos de matanza; en el que se calculó el coeficiente de Hurst mediante el uso del método de Análisis de Fluctuación sin tendencia, método que es empleado para determinar la autoafinidad estadística de una serie de tiempo. Los autores encontraron que el coeficiente de Hurst calculado mediante el método de Análisis de Fluctuación sin tendencia es similar al estimado por el método de Rango Reescalado. Como resultado se encuentra que los precios de los cerdos de matanza son aleatorios, los precios de los cerdos jóvenes y los lechones tienen memoria larga, por el contrario, los precios de las cerdas tienen poca memoria. Los autores indican que esta información de la dinámica de la memoria larga apoya el proceso de toma de decisiones de los productores, comerciantes, y autoridades.

En 2019, se publica el trabajo *Application of Machine Learning Methods in Pork Price Forecast*, por parte de Ma, Chen, Chen, y Du (2019), en el que emplean métodos Machine Learning como son los modelos Red Bayesiana Dinámica, Máquinas de vectores de soporte y Red Neuronal BP, y se comparan con el método tradicional del modelo ARIMA, con el objetivo de establecer un modelo predictivo de los precios de la carne de cerdo. Los resultados muestran mayor precisión en la predicción por parte del modelo de Red Bayesiana Dinámica.

Zhang, Chen y Wang (2019), presentan el trabajo *A Forecast Model of Agricultural and Livestock Products Price* en el año 2019, en donde se estudia un modelo de previsión del precio de los productos agrícolas y ganaderos y su aplicación en el precio del cerdo empleando datos simulados, empleando el método de Regresión Lineal Múltiple. Los autores encuentran que el método de regresión lineal múltiple puede predecir el precio de la carne de cerdo y que existe una alta correlación entre el precio de la carne de cerdo y los factores influyentes que se tomaron en cuenta, como son el consumo per cápita, el volumen de producción de cerdos, el volumen de sacrificio de cerdos, entre otros.

5. MARCO TEÓRICO Y CONCEPTUAL

En el desarrollo de este capítulo se muestran los pormenores del mercado porcícola que son de gran interés dado que permiten conocer sobre el comportamiento de este. Las fluctuaciones e inestabilidades que ha presentado han afectado directamente el precio. Por otra parte, se realiza un abordaje sobre la geometría fractal básicamente en el análisis de series temporales, en las cuales es posible, a través de esta área de las matemáticas, relacionar la volatilidad y persistencia en los comportamientos de dicha serie de tiempo. De igual manera, se describen algunos conceptos como la dimensión fractal y el coeficiente de Hurst, los cuales son de gran importancia para nuestro análisis. En la tercera sección de este capítulo, se realiza una síntesis del modelo Autorregresivo Integrado de Media Móvil (ARIMA), modelo econométrico que se toma para analizar la confiabilidad del método aplicado bajo la geometría fractal.

5.1. Mercado Sector Porcícola

En el mercado de la carne de cerdo intervienen varios actores, en una línea base que inicia en las granjas o explotaciones porcícolas con el productor, seguido por el expendedor de la carne quien se abastece de esta después de los procesos efectuados en las plantas de beneficio y en las salas de desposte, para posteriormente llegar al consumidor final; sin embargo, pueden intervenir comercializadores de animales en pie y de carne que actúan como intermediarios. Destacan así canales de comercialización dados entre el productor y el expendedor de carne o entre el productor, un intermediario y el expendedor.

Este mercado opera bajo las condiciones de oferta y demanda, donde se establecen contratos entre los actores que fijan las variables inmersas como pueden ser la cantidad, la fecha, el precio; cumpliendo este último un rol muy importante para cada uno de los actores, al definir en gran parte la utilidad de la operación, y siendo el precio del mercado muy importante al momento de fijar el precio de compra o venta.

El comportamiento del precio del cerdo en pie y de la carne de cerdo genera una alta y constante expectativa a los poricultores en Colombia, debido a que es un referente para la toma de decisiones en la empresa porcícola, pues su impacto en la rentabilidad y margen es muy alto. De hecho, el costo de producción promedio del cerdo que debe un alto porcentaje al alimento, para el año 2018 según la Asociación Porkcolombia fue de \$4813/kg de cerdo en pie (para cerdos con peso promedio de 107 kgs.), mientras que el precio promedio pagado al productor para el mismo periodo fue de \$4885/kg (Asociación Porkcolombia, 2019), evidenciando un bajo nivel de utilidad bruta promedio.

Un conocimiento previo del comportamiento del mercado porcícola puede mitigar en cierta medida la incertidumbre y proveer de información que fortalezca la toma de decisiones de industriales del gremio. Pero para comprender el mercado se deben estudiar las variables inmersas, así como destaca Restrepo (2011) al indicar que el estudio del comportamiento de los índices de los mercados de valores y de sus rendimientos resulta fundamental para la comprensión del desempeño de los mercados financieros.

Respecto al análisis del mercado porcícola en Colombia, se ha evidenciado fluctuaciones e inestabilidad que afectan los precios y por tanto baja rentabilidad. Las diversas variables que afectan directamente este mercado han motivado el estudio de este comportamiento utilizando diversas técnicas y teorías. Sin embargo, la mayoría de los estudios se han realizado sobre el sistema de producción en granja, como en los trabajos de Díaz, et al (2011) y Beltran et al (2014), y otros como Sosa et al (2000), además involucran la devaluación de la moneda respecto al dólar, lo que conlleva a encarecer los insumos que usan los porcicultores.

En general, poco se analiza la persistencia del precio de la carne de cerdo, entendida esta como la capacidad de memoria respecto a una tendencia a lo largo del tiempo (Restrepo, 2011, p.5), la cual menciona Peters (1991) tiene un valor importante debido a la correlación de largo plazo entre los eventos del presente y los eventos del futuro; y así mismo Restrepo (2011) señala que la mayoría de modelos para el análisis del comportamiento de estos mercados se basan en la Hipótesis de los Mercados Eficientes, la cual asegura que los precios de equilibrio del mercado reflejan toda la información nueva e histórica de forma inmediata.

5.2. Geometría Fractal

Recientemente se ha propuesto una alternativa de investigación fundamentada en la Hipótesis de los Mercados Fractales, la cual se basa en la geometría fractal y la teoría del caos. Este término fractal acuñado por Benoit Mandelbrot proviene del latín “fractus”, significa fragmentado y se aplica a las formas geométricas generadas por procesos de repetición o

iteración, y la geometría fractal es la rama de las matemáticas que estudia dichas formas. Las principales características de los fractales indican González y Guerrero (2001), son: tener el mismo aspecto a cualquier escala de observación, tener longitud infinita, no ser diferenciables y tener auto similitud, que puede ser completa o estadística. En cuanto a la auto similitud; dos objetos son similares si presentan la misma geometría, aunque sean diferentes en su tamaño; entonces en un objeto fractal cuando se cambia la escala presenta similitud con la imagen anterior.

La Teoría del Caos estudia los sistemas dinámicos sensibles a las variaciones de las condiciones iniciales. Este tipo de sistemas son determinísticos, puesto que existe una ecuación que rige su comportamiento y pueden clasificarse como Estables, Inestables y Caóticos (Restrepo, 2011, p.3). Al respecto Espinosa (2008) evidenció que, en los mercados de Argentina, Brasil, Chile y México, los retornos bursátiles siguen una dinámica caótica. Y el mismo Espinosa (2010) encontró la existencia de un comportamiento caótico en la evolución del precio en ocho series de commodities como son el cobre, oro, petróleo, plata, zinc, aluminio, plomo y níquel.

Los fractales son una herramienta importante cuando se aplica en series de tiempo que no presentan un comportamiento normal o lineal, pues cuando se trata de series de tiempo de este tipo se pueden aplicar otros tipos de análisis que no involucran la geometría fractal, indicando la linealidad que el valor que se espera de una variable dependiente va a depender linealmente de las variables independientes, es decir que existe un comportamiento esperado de una variable

dependiente, y refiriéndose la normalidad a la forma en que se distribuye en el tiempo una serie de datos, siendo normal cuando ésta distribución es usual, habitual, ordenada.

Según Casparri y Moreno (2008) la utilización de los procesos fractales permite realizar un análisis de los mercados con menos supuestos teóricos que otros modelos y por tanto sus resultados se pueden considerar robustos. Estudios como los de Bartolozzi, et al (2005) y Nawrocki (1995); con la metodología de los fractales sobre varios índices bursátiles de los principales mercados de capitales del mundo, comportamiento de acciones y tasas de interés, entre otras, han mostrado que en las series temporales existen estructuras fractales, persistencia y memoria de largo plazo.

Restrepo (2011) describe que la aplicación de una de las propiedades de los fractales, la Dimensión Fractal, que es la facultad de un objeto para ocupar el espacio en el que se encuentra ubicado o lo contiene; constituye una alternativa para la medición del riesgo, pues permite comparar activos, aunque las series de los precios de estos tengan diferentes formas de distribución. Casparri y Moreno (2008) mencionan que la dimensión fractal de una serie financiera brinda una visión más realista del riesgo que la varianza del activo, como indica Peters (1991) esto es porque la distribución de los activos financieros usualmente no es normal.

Por otro lado, la volatilidad es el parámetro más utilizado para la medición del riesgo financiero de un activo; expresa la magnitud de la variación que tiene alguna variable

objeto de estudio y en finanzas por ejemplo mide la intensidad de los cambios en el precio de un activo durante un espacio de tiempo. Este fue propuesto por Markowitz en la década de los 50's, y es medido por la desviación estándar de los rendimientos del activo, o como lo describe Restrepo (2011), es la dispersión que tienen los rendimientos a través del tiempo. Al respecto Peters (1991) indica que a medida que se tiene una volatilidad alta, la probabilidad de variación en los retornos es alta, es decir mayor riesgo.

Para realizar un análisis a una serie de tiempo que presenta estructuras fractales, es necesario aplicar una prueba de linealidad y normalidad. El test de Jarque-Bera, es el aplicado para el análisis de linealidad (Gujarati & Porter, 2009, pág. 320); esta es una prueba asintótica, o de muestras grandes basada en los residuos de mínimos cuadrados ordinarios MCO. Este MCO, es un método empleado para calcular la recta de regresión lineal que minimiza los residuos, los cuales son las diferencias entre los valores reales y los estimados por la recta.

La autosimilitud es una característica de los objetos fractales, bajo la cual es posible observar la irregularidad u otras propiedades que mantiene la misma estructura independientemente de la escala a la cual se analice (Mandelbrot B. , La Geometría Fractal de la Naturaleza, 2003, pág. 45) (Mandelbrot B. , Los Objetos Fractales. Forma, azar y dimensión., 1987, pág. 58).

La aplicación de la geometría fractal nos permite valorar el exponente de Hurst y la dimensión fractal, con los que se puede analizar si una serie de tiempo es fractal y evidenciar si

tiene memoria, para esto existen diferentes metodologías, como son: El Rango Rescalado de Hurst (R/S), Conteo de cajas (Box Counting), Dimensión de correlación fractal (FCD), Dinámica de Hurst-Kolmogorov, Modelo de variación, Análisis Multifractal de fluctuación sin tendencia (MF-DFA), Espectro de Potencia, Modelo de Superficie de interpolación Fractal Browniana, Análisis de fluctuaciones sin tendencia (DFA), Modelo Fractal-Multifractal, Modelo de Higuchi, Estimación de la dimensión fractal a partir de diferencias consecutivas, entre otros.

Es así como para datos estadísticamente autosimilares, un método que permite calcular la dimensión fractal asociada a una serie de tiempo es el cálculo del coeficiente de Hurst (Mandelbrot B. , Los Objetos Fractales. Forma, azar y dimensión., 1987, pág. 62), por medio del método de sumas acumuladas y rango reescalado. Este coeficiente de Hurst nos permite medir además la volatilidad para analizar el riesgo de la serie de tiempo (Mandelbrot B. , Los Objetos Fractales. Forma, azar y dimensión., 1987, pág. 63).

Así mismo, la persistencia de una serie de tiempo depende del valor del coeficiente de Hurst (H), definiendo una alta dimensión fractal si $0 < H < 0.5$, es decir, presenta comportamientos anti persistentes; un exponente de Hurst mayor, es decir si $0.5 < H < 1$, presenta una dimensión fractal más baja y consecuentemente un comportamiento persistente (Mandelbrot B. , 1997, pág. 55) (Peters E. , 1994). Finalmente, si H es igual a 0.5, la serie de tiempo tiene un recorrido aleatorio según la mecánica estadística (Peters E. , 1994, pág. 31).

5.3. Método Econométrico para evaluación de resultado de la herramienta basada en geometría fractal

Con el fin de evaluar la confiabilidad del uso de la geometría fractal como herramienta para analizar el comportamiento del precio del cerdo en pie en Colombia y realizar proyección en el corto plazo, en este trabajo se emplea el modelo econométrico ARIMA. Este modelo emplea variaciones y regresiones de datos estadísticos con el fin de estimar patrones que permitan realizar una predicción a futuro, y se desarrolla a partir de la metodología Box Jenkins.

La metodología Box Jenkins, se puede definir como un proceso que permite identificar, estimar, verificar y pronosticar modelos de series temporales, logrando predecir valores futuros de la serie basándose en los valores pasados de una sola variable.

En términos generales, mencionan Kirchgässner, Wolters, & Hassler (2007), el modelo ARIMA (p, d, q) está formado por componentes autorregresivos, Modelo AR(p), componentes de media móvil, Modelo MA(q), y el orden de integración (d) que obedece a la transformación de la serie de tiempo original en estacionaria.

El modelo ARIMA no realiza proyecciones en series de tiempo no estacionarias, por lo que la serie debe convertirse en estacionaria. Una serie estacionaria, es aquella que es estable en el tiempo, es decir, la media y varianza son constantes a lo largo del tiempo; los valores de la

serie tienden a oscilar alrededor de una media constante y la variabilidad con respecto a esa media también se mantienen constante.

Modelo Autorregresivo (AR): Es el componente autorregresivo del modelo ARIMA (p, d, 0) que como indican Box y Jenkins (1970), obedece a la siguiente expresión:

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \phi_3 Y_{t-3} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \quad 1)$$

Shumway y Stoffer (2011) señalan que, en los modelos autorregresivos, los valores presentes Y_t de una serie, se pueden explicar como una función de p valores pasados.

Modelo Media Móvil (MA): Es el componente de media móvil del modelo ARIMA (0,d,q), y en términos generales indican Box y Jenkins (1970) está dado por la expresión:

$$Y_t = \delta + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad 2)$$

Un proceso que presenta componentes de AR y de MA, es llamado un proceso Autoregresivo de Promedios Móviles, ARMA (p,q), indicando que existen p términos autorregresivos y q términos de promedios móviles. Siendo entonces un modelo ARMA (1,1) representado por la expresión:

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \mu_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} \quad 3)$$

Sin embargo, si a un modelo ARMA (p,q) le aplicamos d diferencias para transformarlas en estacionarias, tendríamos un modelo ARIMA (p,d,q) , representado por la expresión:

$$Y_t = -(\Delta^d Y_t - Y_t) + \phi_0 + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta^d Y_{t-1} - \sum_{i=1}^q \theta_i \mu_{t-1} + \varepsilon_t \quad 4)$$

en la que, d es el orden de integración y se refiere al número de diferencias necesarias para convertir la serie en estacionaria.

Sin embargo, si la serie Y_t presenta un componente estacional, entonces tendríamos un modelo Estacional Autorregresivo Integrado de Media Móvil, SARIMA $(p,d,q)(P,D,Q)$ en el que P, D y Q se refiere a los componentes autorregresivos, las diferencias aplicadas y las medias móviles en la parte estacional de la serie de tiempo, respectivamente.

La estacionalidad se refiere al comportamiento periódico que presenta una serie de tiempo, que experimenta fluctuaciones, cambios regulares o una variación repetitiva a lo largo de un intervalo de tiempo, lo que las hace predecibles y a la vez facilita su análisis.

6. METODOLOGÍA

La metodología utilizada para abordar el análisis de la serie temporal de los precios del cerdo en pie, con el fin de hallar la volatilidad y persistencia de dicha serie, se basa en el cálculo del coeficiente de Hurst mediante la dimensión fractal asociada. Así mismo, se emplea la metodología Box Jenkins para pronóstico de precios de cerdo mediante el modelo ARIMA, con el fin de analizar la confiabilidad de la metodología fractal

6.1. Tipo de Investigación y alcance del estudio

La investigación desarrollada tiene un enfoque cuantitativo, pues como indican Hernández, Fernández y Baptista (2006), parte de la recolección de los datos numéricos y busca medir, explicar, analizar un fenómeno. En este trabajo se aborda un análisis descriptivo de los datos, midiendo el comportamiento de la variable precio y realizando proyecciones mediante la metodología planteada.

El alcance del estudio es descriptivo, puesto que como mencionan Hernández, Fernández y Baptista (2006), busca describir las características, propiedades y rasgos importantes del fenómeno que se analiza, como es el comportamiento del precio de cerdo en pie en Colombia.

6.2. Diseño Metodológico

Población

La población para el caso de estudio es la serie de tiempo, precios promedio de cerdo cebado en pie para sacrificio, generados por la Asociación Porkcolombia (Ronda de precios).

Muestra

La muestra son los precios promedios semanales de cerdo cebado en pie para beneficio desde el 9 de enero de 2015 hasta el 8 de abril de 2020.

Metodología Fractal

Se realiza el acopio de los precios del cerdo en pie, con los que se genera una serie temporal tomando los datos fielmente del registro de los informes semanales compartidos por la Asociación Porkcolombia, los cuales son de dominio público.

Con el fin de aplicar la metodología fractal a la serie temporal del precio promedio del cerdo en pie para sacrificio, se realiza el test de Jarque-Bera, es importante realizar esta prueba de normalidad y linealidad, debido que, ante la presencia de estos dos factores, es posible realizar estudios sin necesidad de involucrar a la geometría fractal.

Con la garantía de no normalidad y no linealidad de la serie temporal de los precios del cerdo en pie, se inicia con el cálculo del coeficiente de Hurst asociado con el estadístico de prueba rango reescalado. Para determinar específicamente el valor de H, se realiza una partición de la serie de tiempo en subgrupos, con cada uno de estos subgrupos se calcula la desviación estándar y el rango reescalado, el cual es el resultado de la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo de las desviaciones acumuladas. Seguidamente, se realiza una regresión lineal entre los valores $\ln(N_i)$ y el $\ln(R_i/S_i)$, donde N_i es el número de datos de la partición i , con $i \in \{1,2,3, \dots, k\}$ y k es el número de particiones realizadas.

El siguiente es el método R / S, la serie de tiempo descrita en (Luengas Domínguez, Ardila Romero, & Moreno Trujillo, 2010) bajo consideración $X: \{x_i\}$ está compuesto por N valores. La serie de tiempo completa está dividida en ventanas de tamaño M . La cantidad de ventanas está definida por $s=N/M$ y por lo tanto hay s ventanas de datos Y_j , con $j=1, 2, \dots, s$. Definiendo el vector $k=(j-1)M+1, (j-1)M+2, (j-1)M+3, \dots, (j-1)M+M$, el promedio sobre cada ventana se calcula como:

$$\bar{Y}_j = \frac{1}{M} \sum_k x_k$$

5)

El perfil o secuencia de sumas parciales $Z_j: \{z_n\}$, con $n=1,2,\dots,M$, se define como la suma acumulada menos el promedio de la ventana correspondiente.

$$z_n = \sum_k^n \{x_k - \bar{y}_j\} \quad 6)$$

El rango R_j de la ventana se define como el máximo menos el punto de datos mínimo del perfil.

$$R_j = \text{máx}\{Z_j\} - \text{mín}\{Z_j\} \quad 7)$$

La desviación estándar de cada ventana σ_j esta dada como

$$\sigma_j = \sqrt{\left[\frac{1}{M} \sum_k (x_k - \bar{y}_j)^2\right]} \quad 8)$$

El rango reescalado se describe por la cantidad $(R/S)_M$, que se define como $(R/S)_M \equiv \text{Media}(R_j/\sigma_j)$. Para el caso en el que un proceso estocástico asociado a la secuencia de datos bajo estudio se vuelve a escalar sobre un cierto dominio $M \in \{M_{\min}, M_{\max}\}$, la R/S estadística sigue la ley de potencias $(R/S)_M = aM^H$, donde a es una constante y H es el exponente de Hurst que representa una medida fractal de las correlaciones de largo alcance en el publicado analizado.

Metodología modelo ARIMA

La predicción de los precios de cerdo en pie mediante el modelo econométrico ARIMA, se realiza mediante el uso del software R versión 4.0 y bajo la metodología Box Jenkins que identifica, estima, verifica y pronostica el mejor modelo estadístico a partir de la información de

la muestra, para realizar predicciones. Su forma general según Gujarati y Porter (2009) se divide en cuatro pasos: identificación de la estructura del modelo, estimación de los parámetros del modelo, diagnóstico del modelo y predicción.

Identificación: En base a la función de correlación simple y parcial además de los correlogramas, se busca reconocer los valores de p , d y q .

Estimación: Se estiman los parámetros del modelo mediante la estimación de máxima verosimilitud, este paso básicamente lo incluyen las rutinas de cualquier software estadístico, incluyendo el software R 4.0. En esta fase se prueban los modelos cuyos coeficientes son significativos.

Diagnóstico: Se evalúa el modelo obtenido. Para esto se analizan los residuos del modelo, buscando que se distribuyan de forma normal y que no estén correlacionados. El criterio de información de Akaike (AIC) es empleado para determinar el mejor modelo entre los que han resultado aceptados, escogiendo el que presente menor valor.

El criterio de información de Akaike, indican Martínez, Albín, Cabaleiro, Peña, Rivero y Blanco (2009) es empleado para seleccionar un modelo que presente buena estimación y un mínimo de parámetros, cuantificando al mismo tiempo la precisión y sencillez del modelo.

Cuando se compara un conjunto de modelos para un dato establecido, AIC estima un criterio, el valor mínimo del modelo de referencia; el cual se calcula empleando el valor maximizado de la función de verosimilitud mediante la siguiente ecuación:

$$AIC = -2l + 2k \quad 9)$$

$$(l = \log(L)) \quad 10)$$

Donde k representa el número de parámetros del modelo, l la estimación de probabilidad logarítmica del modelo seleccionado, y L la función de probabilidad. Entonces, el mejor modelo es seleccionado a partir del valor mínimo de criterio de Akaike que se obtiene.

Pronóstico: Se realizan los pronósticos a partir del modelo obtenido y se realiza la evaluación de la capacidad predictiva de este mediante la medida del error de porcentaje absoluto medio (MAPE), queriendo obtener un valor bajo que representa un mejor ajuste en la predicción del modelo. El valor de MAPE se obtiene mediante la siguiente ecuación:

$$MAPE = \frac{100}{n} \times \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_i - y_i}{x_i} \right| \quad 11)$$

Donde x_i es el valor real en el periodo i ; y_i es el valor de predicción en el periodo i ; y n es el número total de observaciones.

7. RESULTADOS

Para realizar el análisis fractal, se copiaron 275 datos de los precios del cerdo en pie por semana de la página www.miporkcolombia.co, correspondientes a los precios promedios nacionales semanales desde el 9 de enero de 2015 hasta el 8 de abril de 2020. El comportamiento observado en la gráfica que representa los precios del cerdo en pie muestra un patrón cíclico por año, donde es evidenciable que el precio tiende a la baja por un periodo aproximado de 6 meses y luego a partir de este punto, la tendencia cambia al alza alcanzando un máximo que coincide con el inicio del nuevo año. En la Figura 1 se representa la gráfica de la serie de precios del kilogramo de cerdo en Colombia en el intervalo elegido para el análisis.

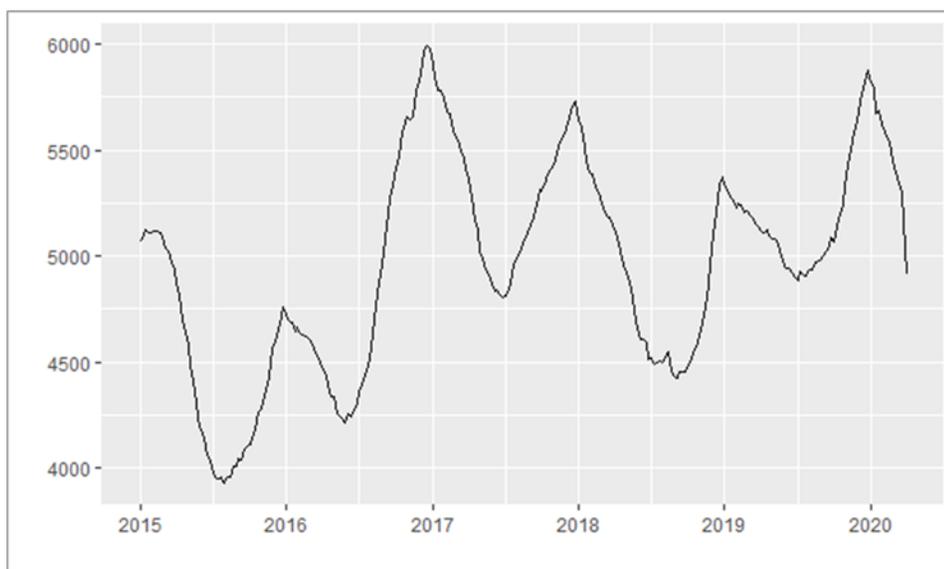


Figura 1. Serie de precios del kilogramo de cerdo en Colombia desde el 2015.

Fuente: Desarrollo del autor

7.1. Análisis Descriptivo de la data

El centro de la distribución de los precios es muy cercano al valor de la media, lo que evidencia cierta simetría en la distribución de los precios en donde el precio promedio nacional del kilogramo de cerdo es \$4.932. Se evidencia además que el rango de precios es de \$2063,58 en donde un 25% de las cotizaciones están por debajo de \$4568, un 50% está entre \$4568 a \$5181 y el restante 25% en cotizaciones superiores a \$5181, a eso se le suma un coeficiente de variación de 9,13%, ratificando una concentración de los precios en la media que a su vez reflejan cierta estabilidad en el mercado del cerdo. Ver Tabla 1.

Tabla 1
Medidas de localización y dispersión

Concepto	Valor
Precio Mínimo	\$ 3.930
Primer cuantil	\$ 4.568
Mediana	\$ 5.001
Media	\$ 4.932
Tercer cuantil	\$ 5.181
Precio Máximo	\$ 5.994
Rango	\$ 2.064
Desviación Estándar	450,38
Coeficiente de variación	9,13%

Fuente: Desarrollo del autor

La prueba de Jarque-Bera se realiza para corroborar que la serie de tiempo no es lineal. Para los datos analizados, el valor de asimetría fue de -0.11 y -0.74 para la curtosis. Entonces se presentan las siguientes hipótesis: H0: Media = 0; Varianza = 1, lo que significa distribución normal estándar; H1: Media \neq 0; Varianza \neq 1, no es distribución normal estándar. La siguiente ecuación se usa para encontrar el valor de la prueba Jarque-Bera (JB):

$$JB = n \left[\frac{S^2}{6} + \frac{(K - 3)^2}{24} \right] \quad 12)$$

Donde S representa la asimetría y K la curtosis, teniendo como valor crítico 0.05, el que otorga la prueba JB es de 0.0322, lo cual da como rechazo la hipótesis nula, es decir se puede considerar que la distribución de los datos no atiende a una distribución normal. (ver Figura 2).

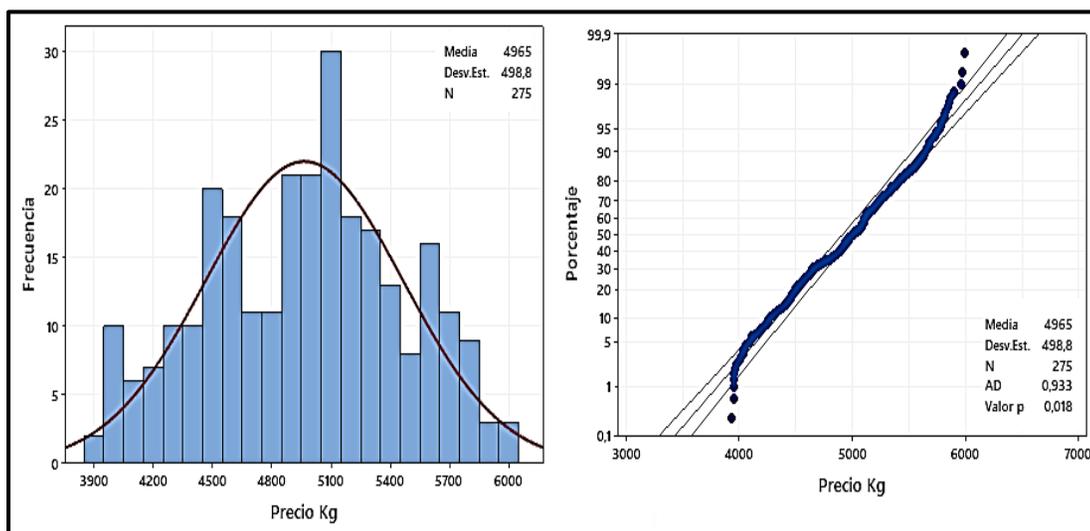


Figura 2. Histograma con curva normal de niveles del precio del cerdo en pie.

Fuente: Desarrollo del autor.

Podemos decir entonces que la serie presenta comportamiento fractal y debido a esto hay cierto grado de autosimilaridad, pudiendo decir que a esta serie de tiempo se puede asignar dimensión fractal.

7.2. Cálculo coeficiente de Hurst

Debido a que la serie de tiempo de los precios del cerdo en pie no presenta normalidad ni linealidad, entonces de los 275 datos acopiados, se generan 4 subgrupos. Un primer subgrupo conformado por los 68 primeros datos que están registrados entre el 9 de enero de 2015 y el 22 de abril de 2016. Un segundo subgrupo 2 comprende los primeros 137 datos registrados entre las fechas del 9 de enero de 2015 y el 18 de agosto de 2017. El subgrupo 3 que incluye 206 datos con fechas que van desde el 9 de enero de 2015 y el 14 de diciembre de 2018, y un último subgrupo que contiene la totalidad de los datos. Luego, a partir de estos datos se calcula la desviación estándar y el rango reescalado, los cuales son presentados en la siguiente tabla.

Tabla 2
Datos de la desviación estándar y rango reescalado

Subgrupo	Número de datos	Rango Reescalado	Máximo	Mínimo	Desviación standard
1	68	10799	8407	-2391	380,07
2	137	31604	3524	-28081	558,46
3	206	42129	8263	-33866	522,22
4	275	43366	1393	-41973	498,79

Fuente: Desarrollo del autor

Gracias a que se encuentran puntos de no diferenciabilidad en la serie temporal, se hace necesario suavizarla de forma logarítmica. Los datos hallados, necesarios para realizar el cálculo del coeficiente de Hurst para la serie de tiempo y para comparar el logaritmo natural de los datos de cada uno de los subgrupos generados versus el logaritmo natural de la relación entre los rangos rescalonados y la desviación estándar, son presentados en la siguiente tabla:

Tabla 3
Datos relacionados de cuatro subgrupos y suavizamiento de la serie por logaritmo natural

Subgrupo	Número de datos (Núm.)	Rango reescalado (R)	Desviación standard (S)	Ln (Núm.)	Ln (R/S)
1	68	10799	380,07	4,22	3,35
2	137	31604	558,46	4,92	4,04
3	206	42129	522,22	5,33	4,39
4	275	43366	498,79	5,62	4,47

Fuente: Desarrollo del autor

A partir de los datos registrados en la Tabla 3, se construye el gráfico de regresión lineal, mediante el cual es posible determinar el valor del coeficiente de Hurst.

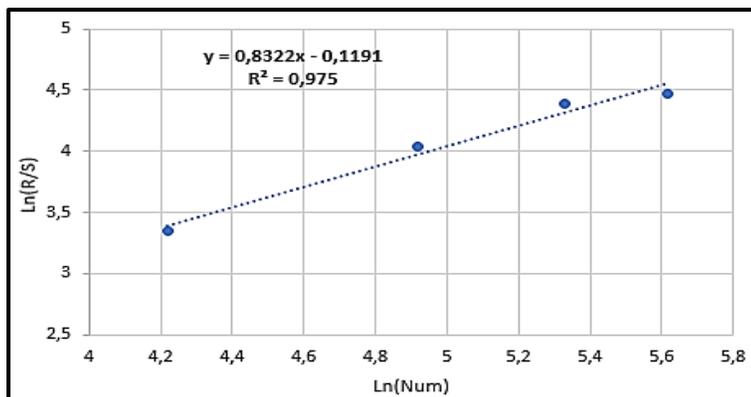


Figura 3. Regresión logarítmica lineal de los datos suministrados en la Tabla 3

Fuente: Desarrollo del autor.

Empleando el gráfico en la Figura 3, encontramos que el valor del coeficiente de Hurst es igual a 0.8322, siendo $H > 0.5$, lo cual que significa que la serie temporal es persistente o tiene memoria a largo plazo. Posteriormente partiendo de la ecuación $D + H = 2$, donde D es la dimensión fractal y H es el coeficiente de Hurst, podemos obtener la dimensión fractal de la serie, siendo $D = 1.1678$.

A partir de estos datos, se puede concluir que la serie es persistente bajo una volatilidad de $\pm 29.19\%$ respecto al valor promedio de la totalidad de los datos, lo que implica un riesgo medio en el comportamiento futuro. Dado que la tendencia para esta primera parte del año es a la baja, se estima que el valor mínimo puede estar cercano a los 3515 pesos, moneda corriente, y con intervalo de [3427, 3603] pesos.

7.3. Método Econométrico

Con el fin de observar la confiabilidad de la predicción descrita por la metodología del cálculo del coeficiente de Hurst y la dimensión fractal, se utiliza un método econométrico empleando un modelo ARIMA (autorregresivo integrado de media móvil) para realizar una comparación entre las predicciones. Este modelo utiliza variaciones y regresiones de datos estadísticos con el fin de encontrar patrones que permitan realizar predicciones.

Respecto a la distribución de los precios no se evidencia la presencia de valores atípicos, pero si dispersión en sus extremos sobre todo en los precios superiores al tercer cuantil, esto

implica que ante algunos eventos propios del mercado es más probable que el alza en los precios sea más pronunciada que en su caída. El histograma, mostrado en la Figura 4, evidencia una frecuencia importante de precios alrededor de los \$4500 lo que indica que gran parte de los precios oscilen en dicho valor, aunque no se debe hablar de una distribución multimodal.

Finalmente, de acuerdo con el histograma los precios no se ajustan a una distribución normal algo de esperarse ya que los precios tienen un comportamiento que varía con el tiempo asociados a una media móvil.

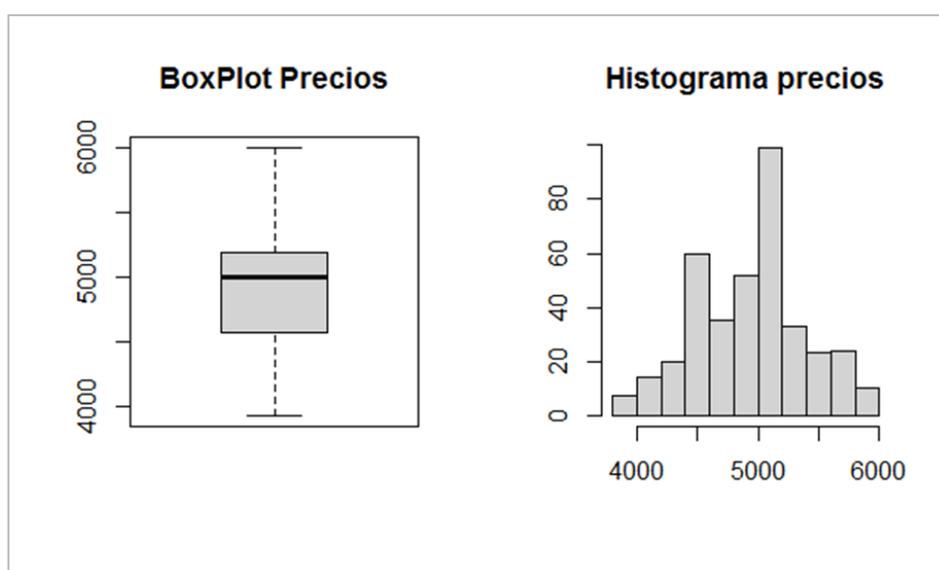


Figura 4. Boxplot e histograma de los precios del cerdo en Colombia desde el 2015.

Fuente: Desarrollo del autor

Dada la serie temporal de los precios del cerdo en pie, se estipuló que se tomarían unos datos para realizar el modelo y otros datos para la validación del mismo. El periodo de

entrenamiento del modelo obtenido va desde el 9 de enero del año 2015 hasta el 27 de diciembre del año 2019 (260 cotizaciones) y un periodo de validación que va desde el 3 de enero hasta el 8 de abril del 2020 (15 cotizaciones).

La aplicación de la metodología Box – Jenkins es un proceso mediante el cual se identifica, estima, diagnóstica y pronostica uno o varios modelos Autoregresivos Integrados de Media Móvil (ARIMA) o SARIMA (si tiene componente estacional), con el fin de realizar el pronóstico del precio del kilogramo del cerdo. Pero antes de aplicar la metodología es importante transformar la serie de precios promedio nacional del kilogramo de cerdo en una serie débilmente estacionaria donde la media y la varianza no cambien con el tiempo, para ello se aplica el logaritmo neperiano con el fin de estabilizar la varianza y posteriormente se aplican las diferencias necesarias hasta que la serie sea estacionaria.

Para validar si la serie es estacionaria se realizó la prueba Dickey – Fuller (DF), a la primera diferencia planteando las siguientes hipótesis: H_0 : La serie no es estacionaria y H_1 : La serie es estacionaria. En donde con un nivel de significancia del 5% se rechaza la hipótesis nula de que la serie no es estacionaria.

Al aplicar la prueba se obtiene un valor $P = 0,03378$. Entonces gracias a que el valor P de $0,03378$ es menor a $0,05$, la prueba resultó ser significativa al 5%. Esto quiere decir que la serie es estacionaria. Para el presente caso bastó con aplicar una sola diferencia para conseguir una serie estacionaria, sin embargo, la Figura 5, muestra más claramente el componente estacional.

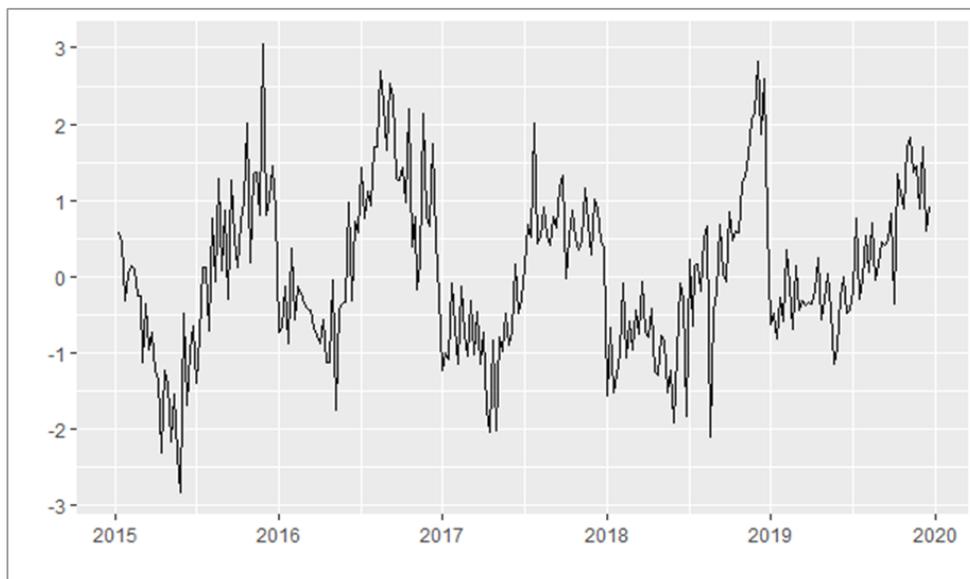


Figura 5. Serie de retornos precios del kilogramo de cerdo en Colombia desde el 2015.

Fuente: Desarrollo del autor

Es evidente que aun siendo estacionaria la serie de retornos es importante eliminar el componente estacional para estimar el modelo que finalmente va a predecir los precios promedios nacionales del kilogramo del cerdo en pie en Colombia. La Figura 6 muestra la serie de retornos con una diferencia, se evidencia la eliminación del componente estacional.

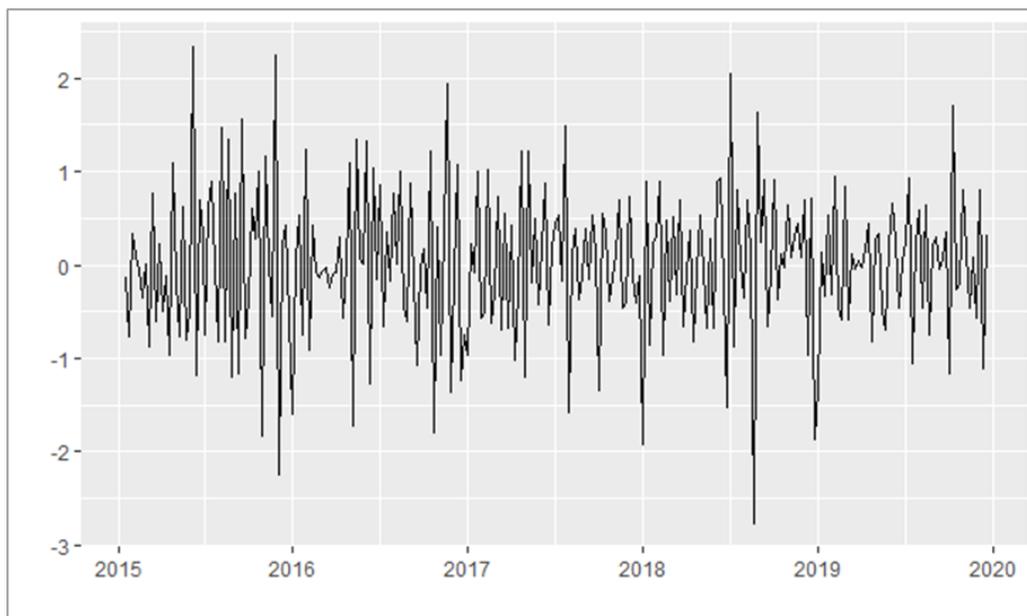


Figura 6. Serie de retornos de los precios a la que se le aplica una diferencia.

Fuente: Desarrollo del autor

Los anteriores resultados son importantes a la hora de identificar el modelo más robusto para predecir los precios promedios nacionales de cerdo en Colombia. En esa medida con la serie estacionaria se procede a la aplicación de la metodología, aunque antes de continuar con los resultados es importante evidenciar que la metodología implica la valoración de distintos modelos, escogiendo el modelo ARIMA (1,1,2) (1,1,0).

Después de un proceso interactivo para el presente estudio únicamente se mostrará la estimación del modelo más apropiado que cumplió con los supuestos y un criterio de información de Akaike (AIC), así como un error de ajuste menor. Empleando el software R versión 4.0 se obtuvieron los siguientes resultados:

Tabla 4

Coefficientes del componente autorregresivo y media móvil

ARIMA (1,1,2) (1,1,0)			
Coeficientes			
ar1	ma1	ma2	sar1
0,9091	-0,8072	0,2638	-0,5013

Fuente: Desarrollo del autor.

El modelo estimado presenta un componente autorregresivo, dos componentes de media móvil (en su parte regular) y un componente autorregresivo en su parte estacional. Todos estos componentes resultaron significativos. A continuación, se presenta la ecuación del modelo resultante:

$$\begin{aligned}
 (1 - 0,9091_1 Y_{t-1})(1 + 0,5013_1 Y_{t-1})(1 - Y_{t-1})(1 - Y_1) Y_t \\
 = (1 + 0,8072_1 \varepsilon_{t-1} - 0,2638_2 \varepsilon_{t-2}) \varepsilon_t
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

Donde:

Y_t : Es el precio del kilogramo de cerdo en el tiempo “t”.

ε_t : Es un término de error que sigue un proceso de ruido blanco o valor de la innovación en el tiempo “t”.

Antes de realizar la predicción sobre los datos no incluidos en el modelo es importante realizar un testeo del modelo obtenido con los datos de entrenamiento, la Figura 8 muestra el pronóstico del modelo de entrenamiento sobre los datos reales del test de validación donde la línea roja representa los datos reales, la línea azul es el pronóstico del modelo de entrenamiento y

las sombras a escalas de grises representan el intervalo de confianza del 95% (gris oscuro) y 80% (gris claro) de los precios promedios nacionales del kilogramo de cerdo en Colombia.

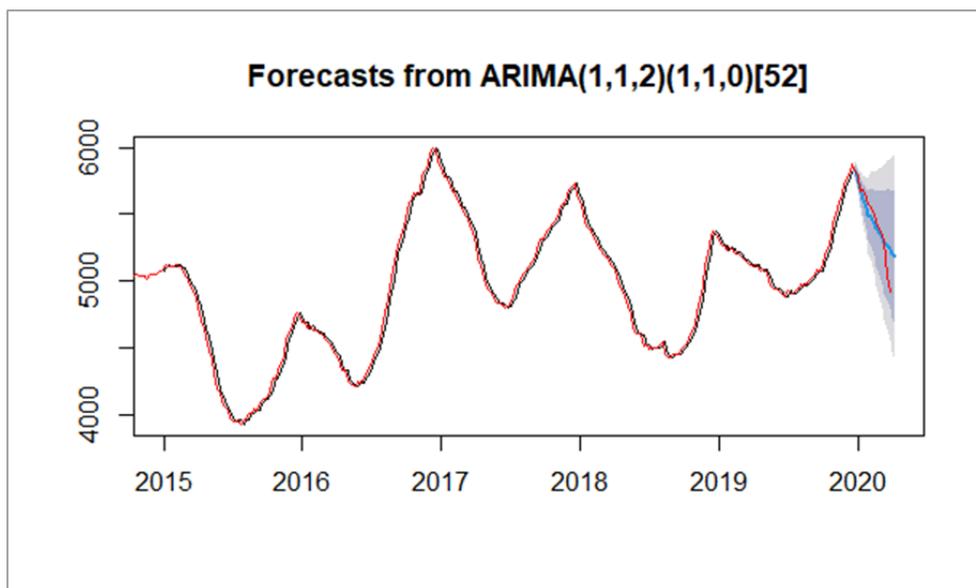


Figura 7. Validación del modelo

Fuente: Desarrollo del autor.

Es evidente que el modelo de entrenamiento cumple con las expectativas de predicción ya que tiene un comportamiento similar a los datos reales, además dichos datos están dentro del intervalo de confianza del 95%, es decir, están dentro del conjunto de posibles valores que pudo haber asumido el pronóstico.

Finalmente, mediante el uso de la ecuación resultante se realiza la predicción de los valores del precio promedio nacional del kilogramo de cerdo en Colombia vivo, con su respectivo intervalo de confianza, para 12 semanas (aproximadamente 3 meses), los que se muestran en la tabla 4, donde LI indica el límite inferior y LS el límite superior.

Tabla 5

Pronóstico de los precios del kilogramo del cerdo para las próximas 12 semanas

Semana	Pronóstico	Intervalo de Confianza 95%	
		LI	LS
1	\$ 4.798,056	\$ 4.731,154	\$ 4.864,959
2	\$ 4.668,299	\$ 4.568,747	\$ 4.767,852
3	\$ 4.526,207	\$ 4.386,815	\$ 4.665,600
4	\$ 4.412,840	\$ 4.229,399	\$ 4.596,282
5	\$ 4.314,438	\$ 4.084,307	\$ 4.544,570
6	\$ 4.194,907	\$ 3.916,390	\$ 4.473,423
7	\$ 4.071,705	\$ 3.743,743	\$ 4.399,666
8	\$ 3.944,669	\$ 3.566,654	\$ 4.322,684
9	\$ 3.860,586	\$ 3.432,247	\$ 4.288,926
10	\$ 3.809,515	\$ 3.330,835	\$ 4.288,196
11	\$ 3.746,588	\$ 3.217,745	\$ 4.275,432
12	\$ 3.653,735	\$ 3.075,058	\$ 4.232,412

Fuente: Desarrollo del autor

De igual manera la Figura 9 muestra la predicción en términos gráficos:

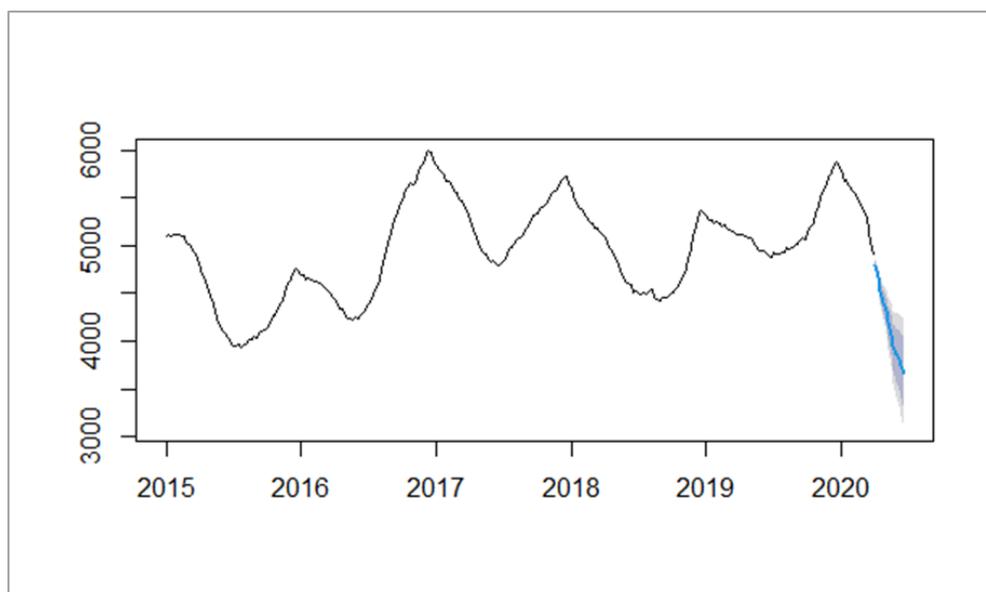


Figura 8. Gráfico de predicción.

Fuente: Desarrollo del autor.

Se espera que para lo que resta del mes de abril, mayo y junio los precios del kilogramo de cerdo presenten una tendencia a la baja, dicha tendencia de acuerdo con la estacionalidad de los precios se espera que empiece a revertirse y alcanzar un punto máximo al final del año 2020.

Como resultado de comparar los pronósticos de precio de cerdo al aplicar la metodología fractal y el modelo ARIMA, se encuentra un valor mínimo cercano a \$3515 pesos, con intervalo de [\$3427, \$3603] pesos, para la metodología fractal; y un valor mínimo cercano a \$3653 pesos, con intervalo de [\$3075, \$4232], para el pronóstico realizado con el modelo ARIMA. Teniendo entonces una diferencia de \$138 pesos entre los valores de los dos pronósticos. Evidenciando la confiabilidad de la metodología fractal en el pronóstico de precio de la carne de cerdo al ser comparada con el resultado obtenido con el modelo ARIMA.

8. CONCLUSIONES

Con el fin de cumplir el objetivo general de determinar el comportamiento del precio del cerdo en pie en Colombia aplicando geometría fractal en el estudio de su volatilidad, persistencia y riesgo favoreciendo la toma de decisiones a los porcicultores, se desarrollan los objetivos específicos partiendo con la revisión y análisis de la aplicación de la geometría fractal en pronóstico de diferentes activos, encontrando que ésta ha sido empleada por diferentes autores en el ámbito nacional e internacional en el estudio de series de tiempo y el pronóstico de diferentes activos; aunque no se evidencia su aplicación en la determinación del comportamiento del precio de cerdo, estos trabajos permiten evidenciar su importancia y confiabilidad.

Se evidencia además que en Colombia los estudios han sido direccionados a los costos de producción en granja y muy poco se ha analizado el comportamiento del precio para realizar pronósticos a futuro; caso diferente se presenta en otros países, donde se presentan estudios en donde se analiza el precio de cerdo empleando diferentes técnicas como el modelo autorregresivo generalizado condicional heterocedástico (GARCH), el Rango Reescalado, los métodos Machine Learning, el modelo Autorregresivo Integrado de Media Móvil (ARIMA), y el método de Regresión Lineal Múltiple; encontrando la importancia para los autores de analizar y proyectar el precio del cerdo con el fin de aportar en la toma de decisiones a empresarios e instituciones con interés en el sector porcícola.

Al realizar el análisis estadístico descriptivo de la data referente al precio promedio nacional de la carne de cerdo en pie en Colombia, a partir de 275 datos registrados por el sitio web www.miporkcolombia.co con periodicidad semanal entre el 9 de enero de 2015 y el 8 de abril de 2020, se observa un comportamiento que muestra un patrón cíclico por año, evidenciando que el precio tiene tendencia a la baja por un periodo aproximado de 6 meses y luego su tendencia cambia al alza logrando alcanzar un máximo que coincide con el inicio del nuevo año.

Se encuentra que el centro de la distribución de los precios es muy cercano al valor de la media, evidenciando cierta simetría en la distribución de los precios, con un precio promedio nacional del kilogramo de cerdo de \$4.932.

El rango de precios es de \$2063,58, teniendo un 25% de las cotizaciones por debajo de \$4568, un 50% entre \$4568 a \$5181 y el restante 25% en cotizaciones superiores a \$5181, además un coeficiente de variación de 9,13%, que ratifica la concentración de los precios en la media y cierta estabilidad en el mercado del cerdo.

Posteriormente, mediante la aplicación de la geometría fractal, específicamente la metodología de rango reescalado de Hurst, se estudió la serie de tiempo la que después de aplicar la prueba de Jarque-Bera se corrobora que no presenta linealidad, implicando la presencia de un comportamiento fractal y permitiendo asignarle la dimensión fractal, y dar continuidad al desarrollo de la metodología.

Dado que el valor del coeficiente de Hurst calculado, es igual a 0.8322, y siendo mayor de 0.5, encontramos que la serie temporal es persistente, es decir tiene memoria a largo plazo; a su vez, a partir de este hallamos su dimensión fractal, que para la serie corresponde a 1.1678. Se puede indicar que ésta serie temporal es persistente y presenta una volatilidad de $\pm 29.19\%$ respecto al valor promedio de la totalidad de los datos, lo que indica un riesgo medio en el comportamiento futuro.

En base a que el precio del cerdo tiene una tendencia a la baja para la primera parte del año, se estima que el valor mínimo puede estar cercano a los 3515 pesos, con intervalo de [3427, 3603] pesos.

Después de obtener el resultado mediante la aplicación de la metodología fractal, empleando el coeficiente de Hurst y la dimensión fractal, se decide analizar y observar la confiabilidad de la predicción realizada, para lo que se desarrolla y aplica un modelo ARIMA que permita realizar una comparación entre las predicciones; se establece entonces un modelo que nos permite realizar una predicción de precios de cerdo para las siguientes 12 semanas, esto después de realizar un pronóstico de validación del modelo con datos reales, que arrojó un intervalo de confianza del 95% al comparar la predicción del modelo con datos reales del precio de cerdo.

Al comparar los pronósticos de precio de cerdo resultantes al aplicar los dos métodos, hallamos un valor mínimo cercano a \$3515 pesos, con intervalo de [\$3427, \$3603] pesos, con la

metodología fractal; y un valor mínimo cercano a \$3653 pesos, con intervalo de [\$3075, \$4232], con el modelo ARIMA. Encontrando una diferencia de \$138 pesos entre los valores de los dos pronósticos.

Lo anterior nos permite indicar que es confiable el método fractal para el pronóstico de precios de carne de cerdo, al ser comparado mediante el modelo ARIMA; esto para predicciones a corto plazo.

Este comportamiento en la primera parte del año, enmarcado en un patrón estacional del producto cuyo mercado opera bajo las condiciones de oferta y demanda, marcado por una demanda muy alta en el periodo final e inicial de cada año. Además, es consecuente al crecimiento que experimenta la producción nacional de carne de cerdo que entre los años 2010 y 2019 creció a una tasa promedio anual del 10%, y al incremento en las importaciones de carne de cerdo, cuya desgravación arancelaria permite su ingreso al país con cero aranceles desde el año 2016 en virtud de los TLC con Estados Unidos, Canadá y Chile.

Lo anterior evidencia para el productor, una fuerte competencia en el mercado nacional y con el producto importado que tiene menores costos de producción y ha ganado participación en el consumo.

Estos resultados permiten conocer cómo se comporta el precio de la carne de cerdo y desarrollar un modelo de predicción de precios en el corto plazo, aportando de esta manera a los

productores en la toma de decisiones a partir de la disminución en la incertidumbre que genera el desconocimiento del comportamiento del precio en el futuro, permitiéndoles por ejemplo, realizar proyecciones de ingresos por ventas con un nivel de incertidumbre menor, el decidir cebar o vender los lechones basados en el precio que se espera, realizar inversiones para crecer en producción, mantener o disminuir el número de vientres actual, vender los animales con el precio actual del mercado o esperar a venderlos basados en una proyección de precio mejor; y en general tomar decisiones y definir estrategias en beneficio de la organización basados en el conocimiento del comportamiento del precio futuro

A partir de los resultados y reconociendo el comportamiento del precio, es importante considerar por parte de los porcicultores la continuidad en los esfuerzos por mejorar su productividad, buscando continuamente ser más competitivos. Sin embargo, el productor debe pensar si es momento de tener un mayor control en la comercialización de su producto, construyendo una estrategia de integración hacia adelante, que le permita obtener mayor utilidad bruta y un mejor control del crecimiento de su producción.

Los costos de producción siguen siendo un factor muy importante para el sector, y aunque se ha logrado disminuir en base a mejores prácticas enfocadas en mejorar los parámetros productivos, este es altamente dependiente del alimento, el cual representa entre el 74% y 76% del costo total. Ya que la producción nacional de materia prima como maíz y soya no cubre la alta demanda, esta debe ser importada, dependiendo así de la volatilidad en los precios internacionales y a la tasa de cambio.

Por tanto, lograr disminuir los costos en el alimento genera un gran impacto en la utilidad, y puede ser posible a partir de estrategias como integración hacia atrás en la que se pueda llegar a producir el alimento en granja, o asociatividad para alcanzar economías de escala.

Debe considerarse igualmente la posibilidad y necesidad de dar valor agregado a la carne de cerdo, lo cual impone para los porcicultores el desafío de incorporar procesos de transformación que incorporen algún grado de diferenciación al generar productos elaborados o terminados para su posterior distribución o consumo, bien sea a través de procesos industriales propios o con estrategias de tercerización. Esto les permitirá llegar a mercados con mejores márgenes de ganancia, y tener una operación más estable al disminuir la dependencia del precio de la carne de cerdo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Asociación Porkcolombia. (2019). *Análisis de coyuntura del sector porcicultor del año 2018 y perspectivas 2019*. Asociación Porkcolombia, Bogotá. Recuperado el 05 de Noviembre de 2019, de <https://www.miporkcolombia.co/>

Asociación Porkcolombia. (2020). La Economía Porcícola Colombiana 2010 - 2019. *Revista Porkcolombia*, 251, 4-58 .

Bartolozzi, M., Drozd, S., Leinweber, D. B., Speth, J., & Thomas, A. W. (2005). Self-Similar LogPeriodic Structures in Western Stock Markets from 2000. *International Journal of Modern Physics*, 16(9), 1347-1361.

Beltran H., D. C., Becerra P., F., & López A., B. Y. (2014). Caracterización del mercado de la carne de cerdo en nueve municipios de Boyacá, Colombia. *Revista de Investigación Agraria y Ambiental*, 5(1), 197-212.

Bonales Valencia, J., Pedraza Rendón, O. H., & Paz Prado, I. (2015). Competitividad Internacional de las Empresas Mexicanas Exportadoras Porcícolas. *Investigación Administrativa*, 44(116), 25-41.

Casparri, M. T., & Moreno, A. (2008). Geometría Fractal y Mercados Financieros. Actas de las XIII Jornadas de Epistemología de las Ciencias Económicas. Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos Aplicados a la Economía y a la Gestión. Universidad de Buenos Aires. Recuperado el 12 de 11 de 2019, de http://www.econ.uba.ar/www/institutos/epistemologia/marco_archivos/ponencias/Actas%20XIII/Trabajos%20Episte/Casparri-Moreno_trabajo.pdf

Ceballos, Y. F., Uribe, M., & Sánchez, G. (2013). Modelo de dinámica de sistemas para la predicción del comportamiento del mercado porcícola. *Información Tecnológica*, 24(4), 117-124.

Díaz Mata, A. (2008). Algunas consideraciones sobre el uso de técnicas fractales en el análisis del mercado accionario bursátil mexicano. *Contaduría y Administración*, 224, 35-57.

Espinosa Méndez, C. (2008). Comportamiento caótico en los mercados bursátiles latinoamericanos utilizando Visual Recurrence Analysis. *Análisis Económico*, XXIII(52), 159-183.

Espinosa Méndez, C. (2010). Caos en el mercado de commodities. *Cuadernos de Economía*, XXIX(53), 155-177.

González G, V. A., & Guerrero, C. (2001). Fractales: Fundamentos y Aplicaciones. *Revista Ingenierías*, IV(10), 53-59.

Gujarati, D., & Porter, D. (2009). *Econometría*. México: Mc GrawHill.

Kyawa, N. A., Los, C. A., & Zong, S. (2006). Persistence characteristics of Latin American financial markets. *Journal of Multinational Financial Management*, XVI(3), 269-290.

Luengas Domínguez, D., Ardila Romero, E., & Moreno Trujillo, J. (2010). Metodología e interpretación del coeficiente de Hurst. *ODEON*, 5, 265-290.

Mandelbrot, B. (1987). *Los Objetos Fractales. Forma, azar y dimensión*. Barcelona: Tusquets Editores.

Mandelbrot, B. (1997). *Fractals and Scaling in Finance*. New Haven: Springer.

Mandelbrot, B. (2003). *La Geometría Fractal de la Naturaleza*. Barcelona: Tusquets.

Mandelbrot, B. (2004). *The fractal geometry of nature*. New York: W. H. Freeman.

Morales Matamoros, O., Balankin, A., & Hernández Simón, L. M. (2005). Metodología de predicción de precios del petróleo basada en dinámica fractal. *Científica*, IX(1), 3-11.

Nawrocki, D. (1995). R/S Analysis and Long Term Dependence in Stock Market Indices. *Managerial Finance*, 21(7), 78-91.

Nieto M., H. D., Álvarez C., J. E., & Rodríguez S., E. L. (2016). Análisis de persistencia en acciones financieras en el mercado colombiano a través de la metodología de Rango Reescalado (R/S). *Cuadernos Latinoamericanos de Administración*, XII(22).

Panas, E., & Ninni, V. (2010). The Distribution of London Metal Exchange Prices: A Test of the Fractal Market Hypothesis. *European Research Studies Journal*, XIII(Issue 2), 192-210.

Peters, E. (1994). *Fractal Market Analysis*. New York: Jhon Wiley & Sons, Inc.

Peters, E. E. (1991). Chaos and order in the capital markets. A new view of cycles, prices, and market volatility. New York: Jhon Wiley & Sons, Inc.

Plazas Nossa, L., Ávila Angulo, M. A., & Moncada Méndez, G. (2014). Estimación del exponente de Hurst y dimensión fractal para el análisis de series de tiempo de absorbancia UV-VIS. *Ciencia e Ingeniería Neogranadina*, 24(2), 133-143.

Rendón de la Torre, S., & Morales Castro, A. (2012). Memoria de largo plazo en el índice S&P 500: Un enfoque fractal aplicando el coeficiente de Hurst con el método R/S. *XVII Congreso internacional de Contaduría, Administración e Informática*. México D.F.

Restrepo Restrepo, J. H. (2011). Análisis del índice general de las bolsas de valores de Colombia (IGBC), Chile (IPSA) y Perú (IGBVL), y sus rendimientos desde la teoría del caos 2001-2011.

Rodríguez S., E. L. (2012). Estudio Hidrología de Hurst y Box Counting para el análisis de persistencia, volatilidad y riesgo en dos series de tiempo colombianas. *Cuadernos Latinoamericanos de Administración*, VIII(14), 41-50.

Romero Meléndez, G., Ojeda Suárez, R., Nava Huerta, A., & García Valdez, C. A. (2008). Las series de tiempo fractales y un método de pronóstico. *El Trimestre Económico*, LXXV(especial), 179-189.

Sosa M., M., García M., R., Omaña S., J. M., López D., S., & López L., E. (2000). Rentabilidad de doce granjas porcícolas en la Región Noroeste de Guanajuato en 1995. *Agrociencia*, 34(1), 107-113.

Valdez Cepeda, R. D. (2000). Complejidad de los precios nacionales de productos hortícolas e índices económicos mensuales. *Revista Chapingo Serie Horticultura*, VI(2), 203-211.

Vélez Evans, M. I. (2006). El Proceso de toma de decisiones como un espacio para el aprendizaje en las organizaciones. *Revista Ciencias Estratégicas*, XIV(16), 153-169. Recuperado el 21 de 02 de 2020

Vélez Guzmán, E. A., García Henao, G. A., & Barrios, D. (2018). Estudio exploratorio sobre la producción y comercialización de la carne de cerdo en el Valle de Aburrá, Antioquia (Colombia). *Rev Med Vet Zoot*, 65(3), 220-234.

Zambrano E., E. A. (2016). Modelación de series de tiempo en finanzas, mediante fractales, para la mejora de la toma de decisiones. Lima, Perú.