

“ANÁLISIS DE CONVERGENCIA DEL NIVEL DE INGRESO PER CÁPITA: CASO DE ESTUDIO, DEPARTAMENTO DE ANTIOQUIA (COLOMBIA), PARA EL PERIODO (2012-2017)”

GABRIELA MARGARITA MIER PÉREZ

UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA  
ESCUELA DE ECONOMÍA, ADMINISTRACIÓN, Y NEGOCIOS  
FACULTAD DE ECONOMÍA  
MEDELLÍN  
2020

“ANÁLISIS DE CONVERGENCIA DEL NIVEL DE INGRESO PER CÁPITA: CASO DE ESTUDIO, DEPARTAMENTO DE ANTIOQUIA (COLOMBIA), PARA EL PERIODO (2012-2017)”

GABRIELA MARGARITA MIER PÉREZ

Trabajo de grado para optar al título de Economista

Asesor

GUILLERMO DAVID HINCAPIE VELEZ

Profesional en Economía  
Magister en Economía

UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA  
ESCUELA DE ECONOMÍA, ADMINISTRACIÓN, Y NEGOCIOS  
FACULTAD DE ECONOMÍA  
MEDELLÍN  
2020

## **Dedicatoria**

“A mis padres (Alfonso y Pilar), que fueron mi guía y mi centro, a mis abuelos (Esteban y Margarita), por creer siempre en mí, a mis hermanos (Ana, Alfonso y Felipe) que son mi mayor inspiración, y a mi tía (Margarita), por ser mi ejemplo en todo este proceso. Sin ninguno de ustedes, esta tesis no hubiese sido posible”

## **Resumen.**

La presente tesis tuvo como propósito principal determinar si para el periodo (2012-2017), se presentó un proceso de convergencia del nivel de ingreso entre los municipios de Antioquia-Colombia, es decir, si las brechas del nivel de ingresos entre los municipios se han reducido. Así, se estimó un modelo de convergencia condicional tipo “Beta” a partir de la información suministrada por el Anuario Estadístico de Antioquia. De igual manera, se estimó una Sigma-Convergencia para corroborar resultados. Cuenta también con un análisis estadístico espacial, usado para verificar la teoría de un patrón centro-periferia en el departamento de Antioquia. Los resultados de la investigación aportarán al debate nacional en torno a la reducción de la pobreza.

Palabras claves: Convergencia Económica, Beta-Convergencia, Sigma-Convergencia, Ingresos, Desarrollo, Desigualdad, Dinámica.

## **Abstract.**

The main purpose of this thesis was to determine if for the period (2012-2017) a process of convergence for the income level between the municipalities of Antioquia-Colombia was occurred, that is, if the income level gaps between municipalities have been reduced. Thus, a Beta-convergence model was estimated based on the information provided by the Statistical Yearbook of Antioquia (Anuario Estadístico de Antioquia). Similarly, a Sigma-convergence was estimated to corroborate both results. It also counts with a spatial Statistical analysis, used to verify the theory of a center-periphery dynamic in the department of Antioquia. The results of the research will contribute to the national debate on poverty reduction.

Keywords: Economic Convergence, Beta-Convergence, Sigma-Convergence, Income, Development, Inequality, Dynamics.

## Contenido

<b>Introducción y Planteamiento del Problema.....</b>	<b>7</b>
<b>Objetivos de Investigación. ....</b>	<b>11</b>
Objetivo General.....	11
Objetivos Específicos.....	11
<b>I. Marco Referencial. ....</b>	<b>12</b>
<b>II. Marco teórico.....</b>	<b>16</b>
<b>II.I Modelo De Crecimiento Exógeno De Solow.....</b>	<b>17</b>
<b>II.II Supuestos del modelo neoclásico.....</b>	<b>20</b>
II.II.I Primer supuesto, se considera una economía cerrada.....	20
II.II.II Segundo supuesto, el ahorro es una parte constante (s) del ingreso.....	20
II.II.III Tercer supuesto.....	21
II.II.IV Cuarto supuesto, simplificado por Xavier Sala-i-Martin.....	22
II.II.V Quinto supuesto, nivel tecnológico constante.....	23
<b>II.III Evidencias Encontradas Del Modelo Neoclásico Por Sala-I-Martin. ....</b>	<b>24</b>
<b>III. Metodología.....</b>	<b>28</b>
IV.I Análisis de convergencia Sigma condicional.....	28
Variables independientes utilizadas en el estudio.....	29
Tabla (1). Variables utilizadas en la investigación.....	29
IV.II. Convergencia Condicional.....	31
IV.III. Evidencia empírica de la convergencia condicional.....	31
IV.IV. Convergencia Interregional.....	32
<b>IV. Análisis de resultados Estadísticos. ....</b>	<b>33</b>
<b>V.I Análisis descriptivo. ....</b>	<b>33</b>
<b>V.II Supuestos empíricos de Sigma-Convergencia, para tener en cuenta en el estudio. ....</b>	<b>44</b>
<b>VI. Estimaciones econométricas para Beta Convergencia.....</b>	<b>45</b>
<b>VI.I Tabla de resultados econométricos.....</b>	<b>46</b>
<b>VI.II Análisis de resultados econométricos.....</b>	<b>47</b>
<b>VII. Estudio del patrón centro periferia. ....</b>	<b>50</b>
<b>VII.I Resultados Del Estudio Espacial, Para El Departamento De Antioquia, En Los Años De Estudio De Convergencia Económica (2012-2017). ....</b>	<b>50</b>

<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>53</b>
<b>RECOMENDACIONES.....</b>	<b>55</b>
<b>Referencias.....</b>	<b>57</b>
<b>Anexos .....</b>	<b>59</b>
<b>Sección (A)Tabla de estadísticas descriptivas.....</b>	<b>59</b>
<b>Sección (B).....</b>	<b>61</b>
<b>Sección (c).....</b>	<b>62</b>
<b>Sección (D). .....</b>	<b>63</b>
<b>Sección (E).....</b>	<b>64</b>
<b>Sección (F), Hallazgos econométricos .....</b>	<b>65</b>
<b>Sección (G), Hallazgos Patrón Centro-periferia. ....</b>	<b>69</b>

## **Lista de figuras**

Figura 1, Gráfico (1). Comportamiento De La Tasa De Crecimiento.

Figuras 2, Tabla (1). Variables Utilizadas En La Investigación.

Figura 3, Tabla (2), Estadísticas Descriptivas.

Figura 4, Gráfico (2) Histogramas, Consumo De Energía Total, Per Cápita (Inicial Vs Final).

Figura 5, Gráfico (3) Diagramas De Caja, Consumo Total De Energía Per Cápita, Inicial Vs Final.

Figura 6, Imagen (1) Rangos Desempeño Fiscal.

Figura 7, Tabla (3), Sigma-Convergencia.

## **Introducción y Planteamiento del Problema.**

Colombia presenta un estructural problema de disparidades económicas entre municipios, similar a un patrón espacial centro-periferia en el cual el centro del país presenta niveles mayores de Calidad de Vida, en tanto que los municipios de la periferia, en las zonas costeras y amazónicas, presentan los niveles más bajos de producción y Calidad de Vida. La estructura del país define las diferencias entre el centro y la periferia, de manera que las actividades más avanzadas se concentran en el centro, el ambiente cultural es más favorable en el centro; por ende, el nivel de productividad será mayor en comparación con la periferia, generando unos ingresos significativamente más altos que los que se perciben en la periferia., lo cual puede en ultimas configurar un problema de círculos viciosos de pobreza(Galvis-Aponte & Meisel-Roca, 2010)

Dado este problema, surge el interrogante siguiente: ¿las disparidades del nivel de ingreso en Antioquia han disminuido en los últimos años? La relación entre el crecimiento económico y la desigualdad ha sido objeto de estudio por parte de los economistas desde hace más de un siglo y a nivel global, se observa una relación negativa entre el nivel de desigualdad<sup>1</sup> y el crecimiento, Un estudio reciente del FMI<sup>4</sup> sugiere que un incremento en la desigualdad resulta perjudicial para el crecimiento económico (Anna Campos, 2017).

El tema de las disparidades territoriales, asociado al debate sobre modelos de crecimiento, comenzó a estudiarse en América Latina a principios de los noventas, y ha venido atrayendo en los últimos años una atención creciente. Los primeros trabajos, en los que era visible la existencia de una convergencia fue en las investigaciones de Barro y Sala-i-Martin; En Colombia, el primer trabajo sobre convergencia fue realizado por Mauricio Cárdenas en 1993, el estudio se llamaba “Convergencia y migraciones

interdepartamentales en Colombia: 1950 – 1983”(Cárdenas et al., 1993) , esto es, sólo dos años después de las investigaciones seminales de Barro y Sala-i-Martin.

América Latina es una de las regiones del mundo con mayor desigualdad del ingreso. Aunque países como El Salvador y Uruguay tienen bajos niveles en esa dimensión del bienestar social, otros como Brasil y Guatemala tienen indicadores muy altos de disparidad en los ingresos familiares. El desarrollo económico y social no es un proceso de espontánea convergencia, sino que está diferenciado espacialmente, por lo que un aspecto esencial que explica la desigualdad en los países es la brecha que existe entre los territorios o áreas geográficas que lo integran, en Colombia existe una elevada polarización entre los principales centros económicos geográficos y los demás departamentos que tienen mayor participación en la población que en el ingreso, Así, Bogotá, Antioquia, Cundinamarca, Valle del Cauca y Santander –donde habita el 48,6 % de la población– concentran el 63,3 % del ingreso doméstico del país, mientras que Caquetá, Cauca, Chocó, Córdoba, La Guajira y Sucre –donde vive el 13 % de colombianos– perciben el 7 % del ingreso nacional. Un ejemplo que ilustra la magnitud de esas disparidades es que el ingreso promedio de un habitante de Quibdó equivale al 32,8 % de uno de Bogotá; a su vez, el ingreso diario de un habitante que pertenece al 10 % más rico de Antioquia equivale al que tiene por 50 días una persona del 10 % más pobre de Cauca. Las brechas que se constatan son nocivas para el desarrollo social y económico, por cuanto generan segregación, polarización y falta de cohesión social, e incluso ponen en riesgo el orden institucional. Las diferencias geográficas en los niveles de vida de la población limitan las ventajas que podría tener una mayor integración y articulación económica y social entre distintas regiones y departamentos del país. Además, producen círculos viciosos de persistencia de la pobreza, profundización de rezagos en el desarrollo, problemas de desempleo y bajas remuneraciones, lo que se agrava cuando no existen instituciones y políticas que logren contener el atraso y mejorar el acceso de la población a bienes básicos.(Sánchez-Torres, 2018)



A pesar de la moderada reducción de la desigualdad en Colombia, el país continúa estando en el listado de países con mayor concentración en la distribución. Los niveles de desigualdad personal del ingreso en un país se pueden explicar por dos factores: por un lado, por las brechas en el ingreso medio entre regiones o departamentos, y por otro, por la desigualdad que se presenta en la población dentro de esas divisiones geográficas.

Poniendo énfasis en la necesidad de comprender el fenómeno como el resultado de grandes heterogeneidades espaciales y de diferenciaciones en los niveles de ingreso entre los departamentos del país. Lo cual plantea la necesidad de realizar estudios específicos en departamentos que tienen ciertas particularidades en la desigualdad del ingreso y su evolución reciente, ya que hay fuertes contrastes en departamentos como Antioquia, Caldas, Chocó y Norte de Santander, situaciones que se suelen pasar por alto cuando la desigualdad se analiza sobre agregados a nivel nacional.

Los cinco departamentos que presentan los mayores niveles de desigualdad en Colombia son: Antioquia, Boyacá, Chocó, Huila y La Guajira. De esos departamentos, Chocó y La Guajira son los que tienen una mayor tasa de incidencia de la pobreza con 65% y 51%, respectivamente. No obstante, en ese ranking también hace parte el departamento de Antioquia, que es el que mayor producción industrial tiene, representa la segunda economía más grande del país, en él vive alrededor del 13% de la población del país y presenta niveles de pobreza (22,8%) inferiores al promedio nacional (27,9%). Los grandes problemas de incidencia, brecha y profundidad de la pobreza sumado a problemas políticos como la corrupción, la falta de institucionalidad y la violencia, Antioquia entonces constituye un reflejo de lo que pasa en el país en términos de desigualdades, ya que siendo el segundo departamento en tener más participación en el PIB colombiano (13,9%) aún se encuentra entre los 8 e incluso 5 departamentos más desiguales del país, con un coeficiente Gini del 0,521.

Antioquia constituye un reflejo de lo que pasa en el país en términos de desigualdad, ya que siendo el segundo departamento en tener más participación en el PIB colombiano (13,9%) aún se encuentra entre cinco departamentos más desiguales del país, con un coeficiente Gini del 0,521, sería importante analizar el comportamiento de la desigualdad en el departamento de Antioquia como un comienzo, o una partida antes de analizar el país completo. Entendiendo el sistema político, económico que se desarrolla en este territorio, y todas las complejidades que puede causar la geografía.

Entendiendo las diferencias en la calidad de vida, las desigualdades en el ingreso y las disparidades regionales, hay que destacar que es importante la generación de política pública basándonos en las diferencias de la calidad de vida, las desigualdades del ingreso y las disparidades regionales, también entender las amplias brechas que hay entre espacios geográficos. La política tributaria es un elemento fundamental para lograr una distribución del ingreso más equitativa, y en ese orden de ideas, sería pertinente poner en práctica políticas públicas que ahonden en las disparidades del ingreso y velen por promover el desarrollo de departamentos rezagados en términos del bienestar de su población, teniendo en cuenta su calidad de vida, cobertura educativa y demás elementos fundamentales para la base de un desarrollo en todos los niveles, y así, más adelante, ocurra una convergencia entre los ingresos de las diferentes regiones (*lbr\_desigualdades\_regionales.pdf*, s. f.).

## **Objetivos de Investigación.**

### Objetivo General.

La presente tesis tiene el propósito de determinar si para el periodo 2012-2017 se presentó un proceso de convergencia del nivel de ingreso per cápita en los municipios de Antioquia -Colombia. Esto es, se pretende determinar si el nivel de disparidades económicas del departamento ha disminuido en dicho periodo de estudio.

### Objetivos Específicos.

- Ampliar la revisión de literatura y estado del arte.
- Recolectar los datos referentes a variables socioeconómicas de los municipios del departamento en el periodo de estudio.
- Realizar estadísticas descriptivas.
- Estimar la ecuación de convergencia beta condicional.
- Analizar la sigma-convergencia.
- Verificar patrón centro- periferia para el departamento de Antioquia.

## I. Marco Referencial.

La convergencia económica regional ha sido tema de diversos trabajos en Colombia desde 1992. Estas investigaciones han estado acordes con las tendencias internacionales que han seguido la metodología del trabajo pionero de Robert Barro y Xavier Sala-I-Martin (1990). Para el año de 1999, se realizó un estudio sobre la convergencia regional en Colombia por Jaime Bonet Morón y Adolfo Meisel Roca, en el cual se utilizan los dos conceptos de convergencia planteados por Barro y Sala-I-Martin: convergencia  $\beta$  y convergencia  $\sigma$ .

El trabajo arrojó que para los periodos entre 1960 y 1995, en Colombia se presentó lo contrario de lo esperado, una divergencia, por lo que ellos plantean que la dinámica del crecimiento regional colombiano del período 1960-1995 se ajustaba más a los modelos de crecimiento endógeno y a los de la nueva geografía económica, en la cual los rendimientos crecientes a escala pueden conducir a la aglomeración espacial de la producción y a la persistencia de niveles de desarrollo desigual entre las regiones. En este trabajo se agrega también que fueron varios los factores que contribuyeron al incremento en las disparidades regionales en este período: los efectos de las políticas para el fomento de la industrialización por sustitución de importaciones (ISI), la consolidación de Bogotá como la gran metrópoli colombiana y el secular declive económico relativo de los departamentos de la Costa Caribe.

Bonet-Morón & Meisel-Roca, (1999), concluyen que “Los resultados de este trabajo son bastante evidentes en cuanto a que Colombia tuvo un claro proceso de convergencia inter-departamental en el período 1926-1960 (tanto beta como sigma). Además, resulta evidente que en épocas más recientes (la situación ha cambiado y se ha presentado una creciente polarización en los niveles de ingreso per cápita departamental”. Para el año 2006, se adelantaba en Colombia un trabajo el cual avanzaba en el

estudio de la convergencia en el ingreso a escala departamental. Para el año 2006 el CEGA hizo un avance importante en los estudios de crecimiento regional, porque los nuevos cálculos permitían analizar directamente la variable ingreso.

Los resultados mostraron un proceso de polarización entre Bogotá y el resto de los departamentos, evidenciando también la clara supremacía de Bogotá durante los 25 años de estudio (1975-2000), ya que la capital presentó un ingreso per cápita que es más del doble de la media nacional y más de ocho veces el observado en el departamento con menor ingreso, Chocó, donde se evidenciaba un patrón centro periferia, como lo explicaba Raúl Prébisch en su manifiesto (1949). En la teoría dinámica centro-periferia se asume que la periferia se especializa totalmente en la producción de materias primas, que se exportan al centro a cambio de manufacturas (Pérez Caldentey & Vernengo, 2016). Esta situación persistió a lo largo de todo el período: Bogotá se consolidó a la cabeza de los ingresos regionales per cápita, mientras que los departamentos de la periferia se mantuvieron en los últimos lugares (Bonet & Roca, s. f.).

Para el año del 2007, El Banrep, publicó un documento que lleva como título “Políticas para reducir las desigualdades regionales en Colombia”, el cual su objetivo era iniciar una discusión sobre cuáles deben ser las políticas que el país ponga en práctica para lograr igualdad de oportunidades para todas las regiones, es decir, políticas que ayudarían a que surja una convergencia regional en Colombia, eliminando las brechas.

El documento, plantea que hay grandes desigualdades en los niveles de desarrollo económico relativo de las regiones “el ingreso per cápita de Bogotá es 8,3 veces más alto que el del Chocó, el Departamento más pobre del país<sup>1</sup>, Por otro lado, las diferencias interregionales en el nivel de desarrollo y de riqueza material han sido persistentes. En Colombia no hay políticas económicas dirigidas a reducir las inequidades regionales. Se podría creer que el componente regional de la política

económica colombiana está implícito. Sin embargo, los últimos planes de desarrollo han ignorado la problemática regional, que en buena medida se refiere al rezago económico de los departamentos de las costas Caribe y Pacífica, que conforman la periferia económica del país”(Manuel Fernández, Weidler Guerra, Adolfo Meisel, 2007).

En Antioquia no se encuentran aún estudios sobre la convergencia de ingresos, sin embargo, se encontró un estudio llevado a cabo por Jhonny Moncada Mesa & David Hincapié Vélez para el Banco de la república, el cual evalúa la convergencia de la calidad de vida del 2004 al 2011, en Antioquia, apoyado en el Análisis tradicional de Convergencia, La Critica de Quah y el análisis no paramétrico, usando una Metodología basada en la técnica Kernel Estocástica, Matrices de Markov Clásicas y Espaciales.

¿Por qué se incluye este trabajo? Históricamente una buena educación, servicios de salud de calidad, seguridad y trabajo formal han sido características de países con buenos ingresos per cápita. En Manizales, Colombia se realizó un estudio “Determinantes sociales de la salud y la calidad de vida en población adulta de Manizales. Colombia” en el cual se encontró:

*“La edad promedio fue de 49 años +/- 17,2 años, los ingresos mensuales mínimos del hogar fueron de 23 dólares y los ingresos máximos de 23 000 dólares, el 88,9 % pertenecía al estrato socioeconómico alto. El 61,6 % calificaron su calidad de vida como bastante buena. El análisis bi variado mostró asociación ( $p < 0,05$ ) entre la escolaridad y la posición socioeconómica auto percibida con todas los dominios de calidad de vida así como entre los ingresos mensuales del hogar con la salud psicológica, relaciones sociales y el ambiente y la vinculación laboral con todos los dominios excepto las relaciones sociales”(Ramírez & Álvarez, 2017)*

Con lo anterior se puede decir entonces, que, al estudiar la convergencia de la calidad de vida en Medellín, se podría obtener un acercamiento a la convergencia de ingresos.

En el estudio realizado por Jhonny Moncada Mesa & David Hincapié Vélez se encontró que “existe convergencia para el período 2004-2011. Si bien es cierto que existen ciertas diferencias entre el área urbana y rural de Medellín, estas no alcanzan a ser lo suficientemente fuertes como para afirmar divergencia. Estos resultados se pueden observar tanto con las Kernel estocásticas como con las matrices de transición, lo que representa un resultado robusto en la medida en que ambas metodologías tienen en cuenta el comportamiento al interior de la distribución de los datos al pasar los años, especialmente la segunda, lo que permite el uso de todos los años intermedios del período de análisis” (Moncada Mesa & Hincapié Vélez, 2013).

## II. Marco teórico.

Sala-i-Martin en “Apuntes de crecimiento económico” plantea lo siguiente “la teoría del crecimiento económico es la rama de la economía de mayor importancia y la que debería ser objeto de mayor atención entre los investigadores económicos. No es difícil darse cuenta de que pequeñas diferencias en la tasa de crecimiento, sostenidas durante largos periodos de tiempo, generan enormes diferencias en niveles de renta per cápita” además de lo anterior, nos dice que las pequeñas diferencias en las tasas de crecimiento a largo plazo pueden dar lugar a grandes diferencias en los niveles de renta per cápita y de bienestar social a largo plazo. Lo cual deja en evidencia la estrecha relación que existe entre la renta y el crecimiento económico, y como esto influye en el bienestar social.(Xavier Sala-i-Martin, 2000)

A lo largo de la historia han existido diferentes abstracciones matemáticas y/o empíricas para explicar el crecimiento económico de un país o región, dentro de estos encontramos los modelos de crecimiento endógeno y los modelos de crecimiento exógeno, están divididos de esta forma, por las variables que caracterizan al crecimiento económico a largo plazo, un ejemplo de modelo de crecimiento endógeno es el de Romer (1986) que habla sobre las externalidades del capital, pero actualmente existen muchos más, y se adaptan a las necesidades y características de cada economía, y un ejemplo de modelo de crecimiento económico exógeno sería entonces el modelo de Robert Solow (1956).

Para la presente se tomará como base el modelo de crecimiento exógeno de Solow y la teoría de la convergencia planteada por Sala-i-Martin.



## II.I Modelo De Crecimiento Exógeno De Solow.

El modelo aparece en 1956, año en el que el autor publicó un artículo en “Quarterly Journal of Economics”, Solow al comienzo de su trabajo explica que una de las características más remarcables del trabajo de Harrod-Domar es que este modelo estudia problemas del largo plazo usando herramientas del corto plazo usuales (Solow, 1956) y por lo tanto el plantea un nuevo modelo, llamado “A 17irardot Long-Rung rowth” el cual él explica que acepta todas las suposiciones antes planteadas por Harrod-Domar, excepto la de las proporciones fijas, a cambio de esto, él propone que la composición de un producto solo estará explicada por el trabajo y el capital, estos, bajo las condiciones neoclásicas estándares. En este modelo el sistema se adapta a una tasa de crecimiento de la fuerza laboral generada de manera exógena, esto, para comprobar si la inestabilidad de Harrod aparece. Las reacciones entre el precio, los salarios y los intereses juegan un papel fundamental en el proceso de ajuste neoclásico.

Según Solow [1956], el avance en la tecnología tenía una gran importancia para el desarrollo de las naciones, y que incluso, sin este avance tecnológico el crecimiento económico a largo plazo tendería a cero, además, este avance tecnológico sería entonces una variable exógena.

En este modelo se plantea que existe una convergencia en el nivel de ingreso de los diferentes países, como resultado del comportamiento decreciente del producto marginal de los factores (Oscar A. Benavides G, 1997), que es lo que más adelante intentaremos comprobar para el departamento de Antioquia en Colombia.

Para explicar este modelo, de una forma sencilla, se basará en la comprensión de Sala-I.Martin, éste empieza por la identificación de la renta nacional, la cual la nombra como  $(Y_t)$ , lo que vendría siendo

el Producto Interior Bruto (PIB) de un país en el año  $t$ , y como en el modelo neoclásico sólo existe un producto, el escoge “galletas”.

El PIB se dividiría entonces en las siguientes partes:

- El consumo privado ( $C_t$ ) que está explicado por el consumo propio de los hogares.
- La inversión ( $I_t$ ), conformado por las empresas y su compra de “galletas”
- Las compras del gobierno (el gasto público), denotado con la letra ( $G_t$ )
- Por último, el resto de las galletas se exporta al extranjero en lo que se llama exportaciones netas ( $NX_t$ ).

Todo esto se podría plantear en una función de la siguiente naturaleza:

$$Y_t = C_t + I_t + NX_t \quad [1.1]$$

Xavier Sala-i-Martin en su libro “Apuntes de crecimiento económico” hace mención a las propiedades que debe cumplir (según los estándares neoclásicos) una función de producción, las características son las siguientes:

1. presenta rendimientos constantes a escala. Algebraicamente, esto quiere decir que, si doblamos la cantidad del factor trabajo y del factor capital, la cantidad de producto se dobla. Si multiplicamos  $K$  y  $L$  por una constante arbitraria,  $A$ , entonces la producción también se multiplica por la misma constante:  $F(\lambda K, \lambda L, A) = \lambda F(K, L, A)$ . Matemáticamente, esta propiedad se conoce con el nombre de homogeneidad de grado uno.

Esto, implicaría entonces que países con escaso capital per cápita crecen más rápido que los países con capital per cápita abundante, por lo tanto, a largo plazo, el ingreso de los países tendería a

converger, y en ausencia de cambio tecnológico, el ingreso per cápita tiende a no crecer igualmente, que, en ausencia de cambio tecnológico, el ingreso per cápita tiende a no crecer (Benavides G, 1997).

2. El segundo supuesto que caracteriza la función de producción neoclásica es que la productividad marginal de todos los factores de producción es positiva, pero decreciente. Otra manera de decir lo mismo es que la tecnología presenta rendimientos decrecientes del capital y del trabajo cuando éstos se consideran por separado.

Algebraicamente, esto expresa que el producto marginal del capital y del trabajo son positivos (el producto marginal de un factor es la derivada parcial de la producción con respecto al factor en cuestión) [ $\partial F/\partial K > 0$ ,  $\partial F/\partial L > 0$ ], y decrecientes (las segundas derivadas son negativas): [ $\partial^2 F/\partial K^2 < 0$ ,  $\partial^2 F/\partial L^2 < 0$ ]. (Xavier Sala-i-Martin, 2000).

3. El tercer supuesto que debe compensar una función de producción neoclásica se refiere a un conjunto de requerimientos llamados condiciones de Inada.

Estas exigen que la productividad marginal del capital se aproxime a cero cuando el capital tiende a infinito ( $\partial F/\partial K = 0$ ) y que tienda a infinito cuando el capital se aproxima a cero ( $\partial F/\partial K = \infty$ ). Las mismas condiciones se aplican al trabajo,  $\partial F/\partial L = 0$  y  $\partial F/\partial L = \infty$ .

Sala-i-Martin [200] plantea que una función que cumple con todas especificaciones es la función de producción Cobb-Douglas, donde  $0 < \alpha < 1$ , y  $\alpha$  es una constante que mide la fracción de la renta que se queda el capital (a menudo esta fracción se denomina participación del capital). La función es la siguiente:

$$Y_t = (A_t)(K_t)^\alpha (L_t)^{1-\alpha} \quad [1.2]$$

Esto se podría ver desde una forma sencilla donde  $Y$  (producción, renta),  $A$  (tecnología, variable exógena),  $K$  (capital),  $L$  (trabajo),  $\alpha$  (participación de la renta del capital en la renta total),  $1 - \alpha$  (participación de la renta del trabajo en la renta total).

Además de las condiciones requeridas para su función de producción, el modelo de Solow contiene entonces los siguientes supuestos:

## II.II Supuestos del modelo neoclásico.

II.II.I Primer supuesto, se considera una economía cerrada en la que sólo se produce un único bien que puede destinarse al consumo o a la inversión.

$$F(K_t, L_t, A_t) = C_t \text{ (consumo)} + I_t \text{ (inversión)} \quad [1.3]$$

II.II.II Segundo supuesto, el ahorro es una parte constante ( $s$ ) del ingreso, lo que implica una tasa de ahorro constante, Sala-i-Martin [2000] dice que la razón por la cual las familias consumen es que les gusta hacerlo y que en la literatura macroeconómica moderna se supone que los consumidores eligen el consumo con el objetivo de maximizar una función de utilidad, sujetos a una restricción presupuestaria.

- La función del consumo es la siguiente:

$$C_t = (1 - s) Y_t \quad [1.4]$$

( $s$ ) es la tasa de ahorro, es decir, la fracción de la renta que los consumidores ahorran, y se contempla como una constante. También... al ser una fracción, se debe cumplir que ( $s$ ) es un número entre cero y uno,  $0 < s < 1$ . Las familias simplemente consumen una fracción constante de su renta o producto.

Es decir, si nuestras familias productoras producen ( $Y$ ) galletas, supondremos que ahorran una fracción ( $s$ ) y consumen el resto ( $1 - s$ ).

“Este supuesto podría parecer descabellado. Sin embargo, si miramos las tasas de ahorro a lo largo de los últimos 100 años, vemos que en los países para los que hay datos, esta tasa de ahorro ha permanecido bastante estable” (Xavier Sala-i-Martin, 2000)

Si sustituimos [1.4] en [1.3], obtenemos:

$$sY_t = I_t. \quad [1.5]$$

Lo anterior nos sugiere que como no encontramos ante una economía cerrada sin gasto público, el ahorro y la inversión coinciden, la tasa de ahorro es también la tasa de inversión.

II.II.III Tercer supuesto, el capital se deprecia a una tasa constante ( $\delta$ ), para Xavier, “A diferencia del consumo, la razón que lleva a las empresas a invertir (es decir, a comprar parte del producto nacional) no es que a las empresas les guste utilizar los bienes que compran, sino que la inversión sirve, bien para aumentar el stock de maquinaria disponible para una futura producción (esto se llama inversión neta), bien para reemplazar las máquinas que se deterioran en el proceso productivo (fenómeno que conocemos con el nombre de depreciación)” [2000].

La fórmula que el usa para referirse a esto es la siguiente:

$$I_t = K_t + D_t \quad [1.6]$$

Donde ( $I_t$ ) se puede entender como la inversión bruta realizada por las empresas, la cual va a depender del aumento neto del capital ( $K_t$ ) o inversión neta, más de la depreciación ( $D_t$ ) de la maquinaria.

II.II.IV Cuarto supuesto, simplificado por Xavier Sala-i-Martin.

Xavier plantea que, en cada momento del tiempo una fracción constante de las máquinas (ó) se deteriora, por lo que la depreciación total es igual a la tasa de depreciación de ó.

Esto nos permite escribir [1.6] como  $I_t = R_t + \delta K_t$ . [1.7]

Si sustituimos  $I_t$  en [1.3] y utilizamos el supuesto de una tasa de ahorro constante [1.4], obtenemos

$$F(K_t, L_t, A_t) = C_t + I_t = (1 - s) F(K_t, L_t, A_t) + K_t + \delta K_t$$

Si ahora ponemos el término  $K$  en el lado izquierdo y colocamos todos los demás en el lado derecho, esta igualdad se puede reescribir como:

$$K_t = sF(K_t, L_t, A_t) - \delta K_t \quad [1.8]$$

El supuesto de depreciación constante también nos indica que las máquinas son siempre productivas mientras no se deterioran. En particular, no existen diferentes tipos de máquinas y las más viejas no son menos productivas que las más nuevas, para explicar lo anterior Sala-i-Martin toma el ejemplo de unas bombillas “las máquinas de nuestro modelo son parecidas a las bombillas. Mientras funcionan dan siempre la misma cantidad de luz, pero con una determinada probabilidad dejan de funcionar y deben ser reemplazadas. Ahora bien, mientras funcionan, todas las bombillas (y todas las máquinas) son iguales” [2000].

Suponiendo que la población  $L$  crece a una tasa exógena ( $n$ ), el modelo de crecimiento neoclásico supone que la población total en una economía equivale a la cantidad de trabajadores ( $L_t$ ) en esta.

Si traemos la equivalencia entre trabajo y población y dividimos los dos lados de [1.8] por  $L_t$  obtenemos la siguiente ecuación:

$$\frac{Kt}{Lt} = s \frac{f(Kt, Lt, At)}{Lt} - \delta \frac{(Kt)}{Lt} \quad [1.9]$$

A este punto, es importante mencionar, que el modelo neoclásico se inclina por encontrar los determinantes de desarrollo, pero en términos per cápita, es por esto, que en las siguientes formulas usaremos minúsculas, para indicar el equivalente de la letra mayúscula pero ahora expresado en términos per cápita.

*“En otras palabras, si,  $Kt$  es el stock de capital agregado,  $kt$  será el stock de capital per cápita,  $kt = Kt/Lt$ . De forma similar definimos el consumo per cápita  $ct = Ct/Lt$ , y la producción per cápita,  $yt = Yt/Lt$ . Obsérvese que si la función de producción,  $F(\cdot)$ , es neoclásica, presenta rendimientos constantes a escala, por lo que se cumple que  $F(\lambda K, \lambda L, A) = \lambda F(K, L, A)$ , donde  $\lambda$  es una constante arbitraria”*(Xavier Sala-i-Martin, 2000)

Si le damos a la constante un valor de  $\lambda = 1/L$ , esta condición se puede escribir de esta forma;

$$y \equiv \frac{Y}{L} = \frac{1}{L} F(K, L, A) = F\left(\frac{1}{L}K, \frac{1}{L}L, A\right) = F(k, 1, A) \equiv f(k, A) \quad [1.10]$$

Donde se ha definido que  $f(k, A) \equiv F(k, 1, A)$ , es decir, la producción per cápita es una función del capital per cápita y la tecnología.

II.II.V Quinto supuesto, nivel tecnológico constante.

Este es el último supuesto el cual Xavier Sala-i-Martin menciona sobre el modelo de crecimiento exógeno de Solow-Swan antes de empezar con su análisis. Y el objetivo a partir de este es analizar el papel de la inversión en capital como determinante de la tasa de crecimiento económico, y será útil prescindir de todas las fuentes alternativas de crecimiento potencial. El progreso tecnológico es una de estas fuentes potenciales, anteriormente se hizo una mención sobre esto. El Objetivo de Sala-i-

Martin era ver si se puede crecer para siempre simplemente invirtiendo una fracción constante de la producción, para esto, se supone que la tecnología no crece.

Este supuesto se materializa algebraicamente en:

$$\dot{A}t = A. \quad [1.12]$$

A es una constante. Si la tecnología es Cobb-Douglas, entonces tenemos que la ecuación fundamental de Solow-Swan se escribe como;

$$\dot{k}t = sAkt^\alpha - (\delta + \eta)kt \quad [1.13]$$

la ecuación [1.13] nos describe cómo evolucionará el stock de capital per cápita desde hoy hasta el fin de los tiempos.

### **II.III Evidencias Encontradas Del Modelo Neoclásico Por Sala-I-Martin.**

Luego de analizar el modelo de crecimiento neoclásico, Sala-i-Martin, plantea que si bien el modelo n muestra también la forma como progresan sus variables (capital, consumo, inversión y producción) con ayuda de cambios en las políticas económicas, esto queda corto para su estudio sobre el crecimiento económico, puesto que el comportamiento del crecimiento económico no se podía analizar de forma sencilla, y para esto, el realiza un análisis de cómo cambian estas variables y cómo se comporta su crecimiento a lo largo del tiempo, saliéndose entonces del estado estacionario planteado anteriormente por los economistas neoclásicos.

Para Xavier[2000], el modelo de crecimiento neoclásico tenía un *gran problema*, “el progreso tecnológico debe ser exógeno”, y el llego a esta conclusión, debido a que en el largo plazo se encontró que la



economía neoclásica puede tener un crecimiento positivo si la tecnología crece, y en el modelo neoclásico la tecnología progresaba en el tiempo sin una explicación tangible, y este el gran problema, porque el modelo nos dice que el crecimiento económico viene explicado en gran parte por el progreso tecnológico, pero no nos explica de donde surge este.

Sin embargo, uno de los grandes aportes del modelo neoclásico es la rapidez con la cual la economía avanza hacia su situación de equilibrio, el estado estacionario (situación de equilibrio para el modelo neoclásico), la cual se define como “velocidad de convergencia”(Xavier Sala-i-Martin, 2000), es el cambio en la tasa de crecimiento cuando el capital aumenta en un uno por ciento, es decir, se podría mirar como una medida de sensibilidad.

La fórmula es la siguiente:

$$\beta = -\frac{\partial yk}{\partial \log(k)} \quad [1.14]$$

Lo cual nos dice, que, la velocidad de convergencia es una función negativa del capital, por lo tanto, la velocidad de convergencia disminuye a medida que el capital se aproxima al nivel estacionario, o de equilibrio.

Para calcular esta derivada, es preciso expresar la tasa de crecimiento como función de  $\log(k)$ , dado que ahora la tenemos como función de  $k$ . Para ello será preciso darse cuenta de que el término  $Ak^{1-\alpha}$  puede reescribirse como  $Ae^{-(1-\alpha)\log(k)}$ .

Utilizando la ecuación fundamental de Solow-Swan;  $yk \equiv \frac{K}{k} = sAk^{-(1-\alpha)} - (\delta + \eta)$  obtenemos:

$$yk = sAe^{-(1-\alpha)\log(k)} - (\delta + \eta) \quad [1.15]$$

Derivando la expresión anterior con respecto a  $\log(k)$  tenemos que:

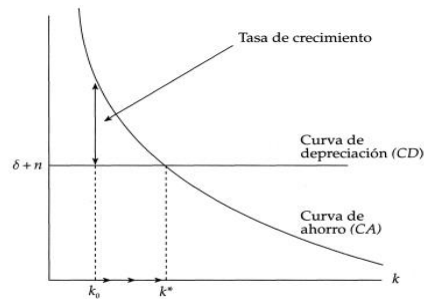
$$\beta \equiv -\frac{\partial y_k}{\partial \log(k)} = -[sAe^{-(1-\alpha)\log(k)}(-1-\alpha)] = [(1-\alpha)sAk^{-(1-\alpha)}]$$

[1.16]

Podemos ver que  $\beta$  es una función decreciente de  $k$ . lo cual significa que la velocidad de convergencia disminuye a medida que el capital se aproxima a su valor de estado estacionario, sabemos que  $sAk^{-(1-\alpha)}$  es igual a  $(\delta + n)$ . La velocidad de convergencia, pues, disminuirá a lo largo de la transición hasta alcanzar el valor:

$$\beta^* \equiv (1-\alpha)(\delta + n) \quad [1.17]$$

**Gráfico (1). Comportamiento de la Tasa de Crecimiento.**



**Gráfico 1.10.** Dinámica de transición en el modelo neoclásico de Solow-Swan.

*Gráfica número 1 (fuente: apuntes de crecimiento económico, Xavier Sala-i-Martin).*

Una de las conclusiones más importantes que ayuda a la presente tesis, es la que plantea según el gráfico que obtuvo, esto indica que la tasa de crecimiento de una economía neoclásica es decreciente, lo cual dice que, si las economías solo se diferenciaran por el stock de capital por trabajador, en el

mundo real se debería observar un crecimiento superior en las economías pobres que en las ricas, y este fenómeno se puede encontrar también en la ecuación siguiente:

$$yk \equiv \frac{K}{k} = s \frac{f(k,A)}{k} - (\delta + \eta) \quad [1.18]$$

Donde la tasa de crecimiento del capital (k) está inversamente relacionada con el nivel de capital.

La relación inversa entre la renta inicial y el crecimiento de esta, se conoce como la Hipótesis de Convergencia, esta hipótesis es fácil de comprobar, solo basta con emplear datos de un conjunto de países en un momento x del tiempo, mediante la elaboración de un gráfico en el que se represente la renta de cada país y su respectiva tasa de crecimiento, y si la correlación observada entre estas dos es negativa, entonces se concluye que estas economías tenderían a converger con el paso del tiempo.

### **III. Metodología.**

El objetivo de la presente tesis fue analizar las disparidades del ingreso en el departamento de Antioquia, Colombia, y determinar si existe una tendencia de convergencia en el largo plazo, entendiendo entonces, que, al existir una convergencia supone una disminución de las disparidades en los ingresos entre los diferentes municipios del departamento, produciéndose así un crecimiento económico. La relación entre las disparidades del ingreso y una convergencia en el largo plazo se ve determinando en gran medida por la calidad de vida, y por todas las variables que comprende esta, debido a la relación que existe entre el nivel de ingresos y el nivel de calidad de vida. Los datos para la elaboración de datos fueron tomados del Anuario estadístico de Antioquia, y la metodología fue un corte de datos transversal.

#### IV.I Análisis de convergencia Sigma condicional.

Sala-i-Martin [1997] se basó en el modelo de Solow para encontrar la convergencia económica entre países o regiones, a partir del modelo de Solow se encontró que existe una velocidad de convergencia, plasmada en la fórmula [1.14], lo que le permitió a Xavier, empezar a plantear un modelo en el que exista convergencia a lo largo del tiempo.

Para Sala-i-Martin el crecimiento económico estaba positivamente relacionado con:

- La estabilidad política económica.
- El grado de apertura de la economía exterior.
- El mantenimiento de la ley y de los derechos de propiedad.
- La poca intervención pública.
- La inversión en capital humano, educación y salud.
- La inversión en capital físico y maquinaria.

Estos factores son fundamentales, porque si se supone una convergencia en el largo plazo, debería disminuir la dispersión entre los diferentes municipios a partir de los factores antes mencionados.

Por la anterior, se seleccionó para la presente tesis una variable dependiente, “Tasa Consumo de energía total per cápita”, como una variable proxy del producto interno bruto per cápita, debido a que este tiene datos faltantes. Según el DANE [2012], La energía es un factor fundamental para el crecimiento económico y la sostenibilidad ambiental, y la describe como un “hilo” que relaciona al crecimiento económico, la equidad social y la sostenibilidad ambiental. (Estadístico, s. f.-b).

VARIABLES INDEPENDIENTES UTILIZADAS EN EL ESTUDIO:

- Indicador del desempeño fiscal, funcionamiento fiscal.
- Calificación promedio en la prueba Icfes para matemáticas, Educación.
- Total, de camas hospitalarias, Salud.
- Tiempo de viaje a Medellín, conectividad, inversión social.

Los datos fundamentales fueron recopilados a nivel municipal para Antioquia, tomando como referencia los años correspondientes del 2012 hasta el 2017. Se tomaron los datos disponibles en el Departamento Administrativo de Planeación pública de Antioquia, el cual publica anualmente el Anuario Estadístico de Antioquia con el objetivo de divulgar información estadística que dé cuenta del desarrollo del departamento de Antioquia.

Tabla (1). Variables utilizadas en la investigación.

Variable	Descripción	Fuente
Desempeño fiscal. Abreviatura: IDF	Indicador de desempeño fiscal, variable que indica el rendimiento fiscal, del municipio, como señal de funcionamiento político.	Anuario estadístico de Antioquia. <a href="http://www.antioquiadatos.gov.co/index.php/anuario-estadistico-home">http://www.antioquiadatos.gov.co/index.php/anuario-estadistico-home</a>

Consumo total de energía. Abreviatura: CTE ( Per Cápita)	Variable proxy del Pib.	Anuario estadístico de Antioquia <a href="http://www.antioquiadatos.gov.co/index.php/anuario-estadistico-home">http://www.antioquiadatos.gov.co/index.php/anuario-estadistico-home</a>
Rendimiento en la prueba icfes de matemáticas en año base. Abreviatura: CPMI	Variable proxy de la calidad educativa en Antioquia	Anuario estadístico de Antioquia <a href="http://www.antioquiadatos.gov.co/index.php/anuario-estadistico-home">http://www.antioquiadatos.gov.co/index.php/anuario-estadistico-home</a>
Número total de camas hospitalarias por municipio. Abreviatura: TCH	Variable proxy del nivel de salud, muestra la inversión social.	Anuario estadístico de Antioquia <a href="http://www.antioquiadatos.gov.co/index.php/anuario-estadistico-home">http://www.antioquiadatos.gov.co/index.php/anuario-estadistico-home</a>
PIB	Muestra los ingresos totales en los municipios en los años de estudio.	Anuario estadístico de Antioquia <a href="http://www.antioquiadatos.gov.co/index.php/anuario-estadistico-home">http://www.antioquiadatos.gov.co/index.php/anuario-estadistico-home</a>
Tiempos de viaje a Medellín. (medido en minutos) Abreviatura: TVM	Evalua la calidad de la conectividad entre los municipios, esta variable podría mostrar la inversión social.	Anuario estadístico de Antioquia <a href="http://www.antioquiadatos.gov.co/index.php/anuario-estadistico-home">http://www.antioquiadatos.gov.co/index.php/anuario-estadistico-home</a>

**Fuente:** elaboración propia

#### IV.II. Convergencia Condicional.

En el modelo de crecimiento económico neoclásico, el crecimiento está condicionado, puesto que la única manera de que exista una convergencia entre diferentes países es que estos posean capacidades productivas similares, tales como el número de trabajadores y el tamaño del capital, y así lograr una convergencia económica en el largo plazo, puesto que ambas alcanzarían estados estacionarios similares.

#### IV.III. Evidencia empírica de la convergencia condicional.

*Empíricamente*, hay por lo menos dos maneras de “condicionar” los datos, la primera es limitar el estudio con conjuntos de economías “parecidas”, poblados por individuos con preferencias similares, sistemas de gobierno parecidos y similares funciones de producción, si todos estos factores se cumplen en el estudio, se encontraba en el largo plazo una beta convergencia, o convergencia absoluta (Xavier Sala-i-Martin, 2000).

Otra manera, empírica, de condicionar los datos y la que se usara en este estudio, es la utilización de regresiones múltiples, si se efectúa una regresión con datos de sección cruzada del crecimiento sobre la renta inicial, manteniendo constante un cierto número de variables adicionales (que actúan como proxy del estado estacionario), y se encuentra que el coeficiente de la renta inicial es negativo, entonces se concluirá que el conjunto de economías que estamos estudiando poseen convergencia beta condicional.

#### IV.IV. Convergencia Interregional.

El propósito de esta tesis fue analizar la convergencia intermunicipal en el departamento de Antioquia, por esta razón, se consideró conveniente explorar la fórmula que utiliza Sala-i-Martin para hallar la convergencia de la renta real entre las diferentes regiones de un país, es la siguiente:

$$\gamma_{i,t_0,t_0+T} = a - \left[ \frac{1-e^{-\beta T}}{T} \right] * \log(\gamma_{i,t_0,t_0+T}) + u_{i,t_0,t_0+T} \quad [1.19]$$

Donde  $(\gamma_{i,t_0,t_0+T})$  es la tasa de crecimiento anual de la economía ( $i$ ) entre los periodos  $t_0$  y  $t_0+T$ , y viene dada por  $[1/T] \log\left[\frac{\gamma_{i,t_0+T}}{\gamma_{i,t_0}}\right]$ , y donde  $(u_{i,t_0,t_0+T})$  representa el termino promedio de los términos de error  $uit$ , entre los momentos  $t_0$  y  $t_0+T$ .

Una de las razones por la cual la ecuación es no lineal, es debido a que el parámetro  $\beta$ , da directamente la velocidad de convergencia en la economía, concepto anteriormente mencionado [2000].



#### IV. Análisis de resultados Estadísticos.

Para el análisis de resultados estadísticos se usaron los datos recopilados del anuario estadístico de Antioquia, para cada uno de los 125 municipios, en los años de estudio (2012-2017), se buscaron los datos para cada una de las cinco variables que hacen parte del modelo de convergencia a estimar; consumo total de energía per cápita, indicador de desempeño fiscal, total de camas hospitalarias, tiempo de viaje a Medellín, y calificación promedio en pruebas ICFES para matemáticas. Los resultados descriptivos y gráficos acá expuestos se obtuvieron mediante el programa Rstudio

Este análisis se realizó a partir de cuatro partes fundamentales, para cada variable:

1. Tabla de estadísticas descriptivas, compuesta estadísticos obtenidos, tales como; varianza, desviación estándar, moda, mediana, moda, máximo y mínimo.
2. Histograma, para el año inicial y para el año final.
3. Diagrama de caja y bigotes, para el año inicial y para el año final.
4. Análisis de resultados estadísticos para la variable correspondiente, del año inicial y el año final, planteando su evolución en el tiempo, y desempeño de los municipios.

#### V.I Análisis descriptivo.

**Tabla (2), Estadísticas descriptivas**

*(La tabla completa se encuentra en Anexos, sección A).*

CTE.PERC	2012	2017	IDF	2012	2017
<b>Varianza</b>	410276,2661	725457,208	<b>Varianza</b>	56,05380645	47,2322581
<b>Desviación</b>	640,528115	851,737758	<b>Desviación</b>	7,486909005	6,87257289
<b>Moda</b>	#N/A	#N/A	<b>Moda</b>	66	64
<b>Media</b>	773,6835501	978,536988	<b>Media</b>	67,432	69,64
<b>Mediana</b>	562,6719126	710,861449	<b>Mediana</b>	66	70
<b>Máximo</b>	4356,201135	5981,58822	<b>Máximo</b>	89	90
<b>Mínimo</b>	141,393508	0	<b>Mínimo</b>	47	56

TCH	2012	2017	TVM	2012	2017
<b>Varianza</b>	243060,3613	273942,079	<b>Varianza</b>	15134,66631	13741,1204
<b>Desviación</b>	493,0115225	523,394764	<b>Desviación</b>	123,0230316	117,222525
<b>Moda</b>	11	6	<b>Moda</b>	84	254
<b>Media</b>	76,24	80,224	<b>Media</b>	168,2459016	160,229508
<b>Mediana</b>	10	8	<b>Mediana</b>	141	135
<b>Máximo</b>	5443	5772	<b>Máximo</b>	560	525
<b>Mínimo</b>	4	0	<b>Mínimo</b>	5	2

CPMI	2012	2017
<b>Varianza</b>	6,660258065	18,4984516
<b>Desviación</b>	2,580747579	4,30098263
<b>Moda</b>	43	53
<b>Media</b>	43,968	48,744
<b>Mediana</b>	44	49
<b>Máximo</b>	52	58
<b>Mínimo</b>	38	37

## V.I.II Consumo De Energía Total, Per Cápita 2012-2017

- V.I.II.I Gráfico (2) Histogramas, Consumo De Energía Total, Per Cápita (Inicial Vs Final).

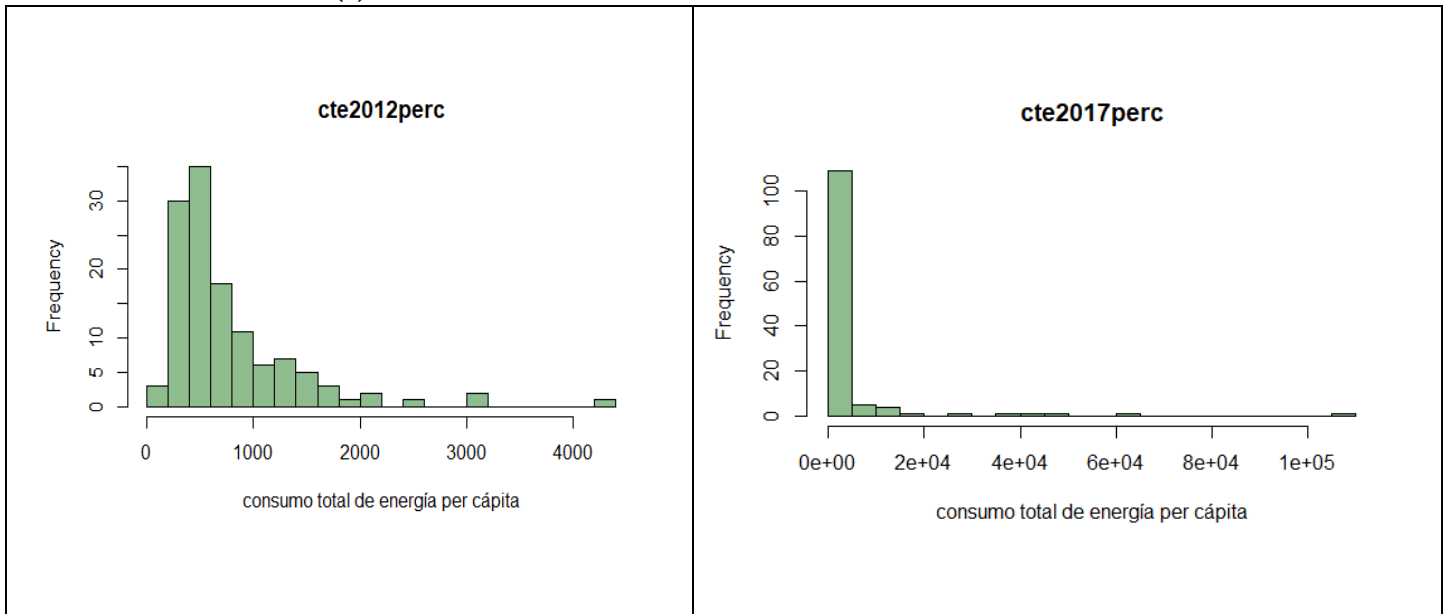
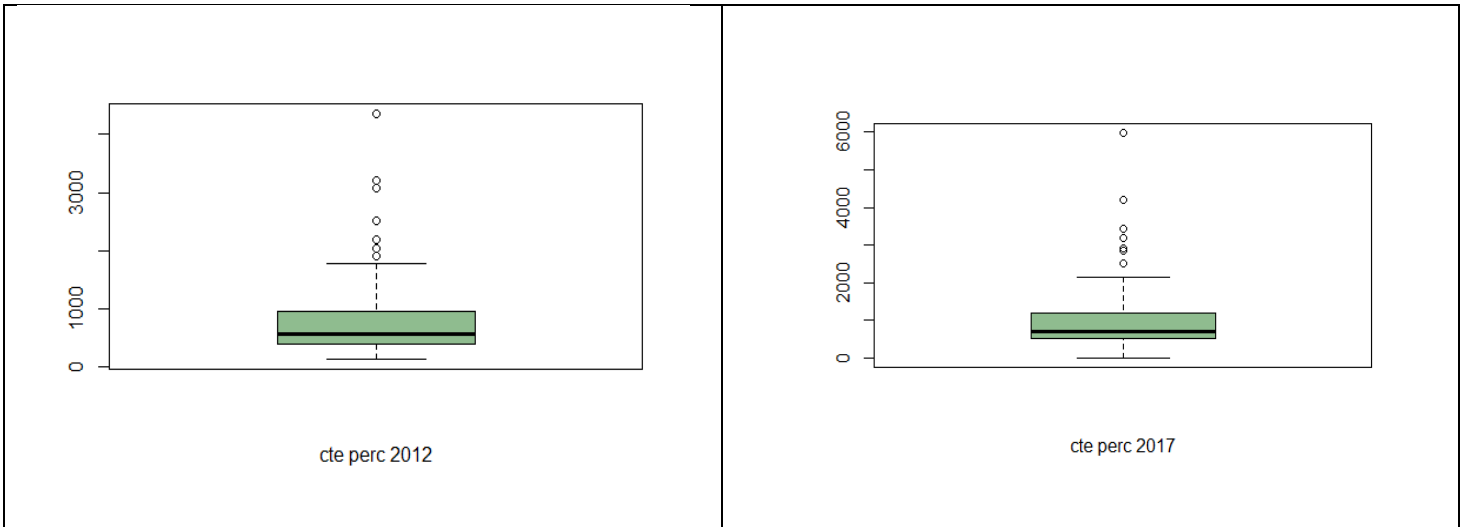


Gráfico A.1

Gráfico A.2

**V.I.II.II Gráfico (3)** Diagramas de caja, Consumo Total De Energía Per Cápita, Inicial Vs Final.



*Gráfico A.3*

*Gráfico A.4*

**V.I.II.III Análisis de resultados estadísticos; Consumo total de energía per cápita (2012-2017) (Kilovatios/Hora)**

Las estadísticas descriptivas arrojaron que el CTE per cápita con mayor puntuación fue “4356” kilovatios por hora, este dato pertenece al municipio de Girardota, ubicado en la zona norte del valle de aburrá, le siguen los municipios de Sabaneta (3199 Kw/H), Puerto Triunfo (3082 K/H), Rionegro (2523 Kw/H) y Puerto Berrio en quinto lugar con “2185 Kw/H”, el consumo total de energía per cápita promedio fue de “773 Kw/H”.

Por otro lado, el estudio arrojó que el menor consumo de energía per cápita fue de “141” Kilovatios por hora, este dato pertenece al municipio de Peque, ubicado en la zona occidental del departamento, a este le siguen entonces, de manera ascendente, los municipios de Nariño (149 Kw/H), Murindó (191 Kw/H), Uramita (222 K/H) y Urrao (228 Kw/H).

Los datos no mostraron una distribución normal, en el histograma correspondiente a la variable (Gráfico A.1) se observa una distribución asimétrica hacia la izquierda, contrasta con el grafico de caja y bigote , que muestra una clara asimetría en los datos, puesto que los bigotes del grafico se muestran mayormente extendidos hacia arriba, es decir, que existen municipios que se encuentran muy por encima de la media (773 Kw/H), los círculos también señalan la existencia de datos atípicos.

Para el último año de estudio se encontró que los municipios con mayor consumo de energía per cápita, fueron, en primer lugar, Toledo, ubicado en la zona norte del departamento, con un consumo per cápita de 5982 Kw/H, le siguen los municipios de Sabaneta (4196 Kw/H), Puerto Nare (3445 Kw/H), 36irardota, con 3186 Kw/H, y en quinto lugar Rionegro con 2901 kilovatios por hora.

Los municipios con menor consumo de energía per cápita fueron, Nariño (167 Kw/H), ubicado en la subregión oriente, seguido por Peque (184 Kw/H), Argelia (283 Kw/H), Urrao (288 Kw/H), y Caicedo con 292 Kw/H. La media aumentó a 978 kilovatios por hora, un aumento del 26,5%, unos 205 kilovatios por hora de diferencia, por otro lado, la dispersión de los datos aumentó, en un 76,83%.

Se evidencia en el histograma correspondiente (*Gráfico A.3*), que la distribución sigue siendo anormal, aumentando el sesgo a la izquierda, esto puede deberse a que a diferencia del año 2012, en el año 2017 hubo municipios con datos en cero o nulos, como lo es el caso de Vigía del Fuerte y Murindó, esto se puede evidenciar también en el grafico *A.4* de caja y bigote, puesto que la dispersión de los datos no ha disminuido gráficamente, se observa también un claro aumento de la media, al ubicarse la caja más arriba que en el año inicial, el intervalo donde se encuentra la mediana y la media es más elevado. No se encontró moda estadística para ninguno de los años en cuestión, es decir, todos los municipios tienen un consumo de energía particular y diferente, con patrones diferentes.

### V.I.III Análisis de resultados estadísticos, Indicador De Desempeño Fiscal (2012-2017)

Para el análisis de esta variable se considera pertinente mencionar la metodología de evaluación del índice planteada por el departamento nacional de planeación, el cuál plantea que existen rangos para determinar si un resultado indica que el municipio es Solvente, sostenible, vulnerable, está en riesgo, o está en deterioro.

Niveles de Desempeño Fiscal	Solvente	Sostenible	Vulnerable	Riesgo	Deterioro*
Rangos de Desempeño Fiscal	>80	>70 y <80	>60 y <70	>40 y <60	<40

\*Incluye los municipios sin información o no evaluables por inconsistencias.

*Imagen (1) Rangos desempeño fiscal. Fuente: (Índice de Desempeño Fiscal - IDF, s. f.).*

Dicho lo anterior, se procede con el análisis descriptivo. Para el año inicial (2012) el municipio con mayor índice de desempeño fiscal (IDF) fue Rionegro, ubicado en el oriente antioqueño, con 89 puntos, es decir, es solvente, seguido por los municipios de Envigado e Itagüí, ambos con 85 puntos, Medellín en cuarto lugar con 83 puntos, y de quinto se encontró El retiro con 83 puntos igualmente, se puede decir que los 5 primeros poseen un desempeño fiscal solvente.

Los municipios con menor IDF fueron, Caramanta, ubicado en el suroeste, con 47 puntos, estando entonces en riesgo; lo sigue los municipios de Toledo (52 pts), campamento (54 pts), Abriaquí (55 pts), y Murindó, con 56 pts, se dice entonces que, estos municipios a diferencia de los primeros se encuentran en riesgo de corrupción.

La media se ubicó en los 67 pts, similar a la moda y a la mediana, ambas con con 66 pts, indicando entonces que, para esta variable, existe una simetría, por ende, se puede hablar de una normalidad, la cual también es clara al observar el histograma (*Gráfico Anexo B.1*), y el grafico de caja (*Gráfico Anexo*

B.3), en el primero se observa una distribución de los datos normal, simétrica, y en el segundo se observa una caja con proporciones simétricas, puesto que las distancias del Q1 al Q2 y del Q2 al Q3 son parecidas, y se encuentran sólo dos datos atípicos, cada uno en cada extremo de la gráfica.

De estos datos se puede concluir, que, en promedio, el departamento de Antioquia para el 2012 tuvo un desempeño fiscal vulnerable.

Para el año final del estudio, Rionegro sigue siendo el municipio con mayor IDF (90 pts), es solvente, le sigue los municipios de El retiro (86 pts), Guarne (85 pts), Briceño (84 pts), y Medellín (84 pts), ubicados todos en un nivel solvente. Los municipios que arrojaron un menor desempeño fueron; Campamento, ubicado en el norte, con 56 puntos, Caramanta y Dabeiba, ambos con 57 puntos, y Sabanalarga y heliconica, con 59 puntos ambos, estando todos en un nivel de riesgo, según el DNP.

El desempeño fiscal promedio para este año fue de 69 puntos, con una mediana de 70 pts, y una moda de 64 pts, lo cual nos indica nuevamente que los datos están distribuidos simétricamente, supuesto que se puede verificar en el histograma correspondiente (*Gráfico Anexo B.2*). Del grafico de caja y bigote (*Gráfico Anexo B.4*), se puede decir la dispersión de los datos ha mejorado, puesto que para este año solo existe 1 dato atípico, ubicado al extremo inferior de la gráfica, y se evidencia como al aumentar la Mediana, la proporción de la caja mejora también, esto también se evidencia en la desviación estándar, puesto que esta ha disminuido desde el 2012 en un 15,73%.

De estos datos se puede concluir, que, en promedio, el departamento de Antioquia para el 2017 tuvo un desempeño fiscal vulnerable, al igual que en el 2012, pero este ha mejorado en 3 puntos.

#### **V.I.IV Análisis de resultados estadísticos, Total, de camas hospitalarias (2012-2017)**

Esta variable brinda un aproximado de cómo se encuentra el sistema de salud de cada municipio, a partir de la capacidad instalada, y refleja indirectamente el gasto social del respectivo municipio.

En el año inicial, con mayor número de camas hospitalarias, fue Medellín, con 5443 camas, lo sigue Bello, con 819 camas, Rionegro con 500 camas, Itagüí con 280 camas, y Envigado con 271 camas. Los municipios que reflejaron una menor capacidad instalada fueron; Caracolí, Olaya, Montebello, Caicedo, y Carolina, todos con 4 camas hospitalarias en total, es importante además mencionar que existen 65 municipios con menos o igual de 10 camas hospitalarias en total, es decir, aproximadamente el 51% de los municipios del departamento.

El promedio de la capacidad instalada para este año (2012) fueron 76 camas, sin embargo, es más fiable usar la mediana para hablar de un promedio municipal, debido a lo anteriormente mencionado, para este caso, la mediana fue 10 camas, y la moda 11 camas hospitalarias.

La gran diferencia entre la media y la mediana, y el máximo y el mínimo, nos dice que la distribución es anormal, con la presencia de datos atípicos, esto se puede verificar en los gráficos correspondientes (*Gráfico anexo C.1*), en el histograma se observa que la distribución no es normal, y en el gráfico de caja (*Gráfico anexo C.3*) vamos como existen un gran número de datos atípicos, que se distancian de la mediana (10 camas).

Los municipios que presentaron una mejor capacidad instalada para el año final fueron; Medellín, nuevamente en primer lugar con 5772 camas hospitalarias, Bello con 846 camas, Rionegro con 562, Itagüí con 367, y Apartadó con 304 camas hospitalarias.

Para este año hubo municipios como es el caso de Argelia, Cisneros y Zaragoza, que no contaron con camas hospitalarias, le siguen los municipios de Olaya con 2 camas, y caracolí con 3 camas

hospitalarias. Es importante mencionar que 86 municipios del departamento reportaron tener 10 o menos camas hospitalarias, es decir el 69.3% del departamento, una cifra significativamente mayor a la del año inicial, se podría decir que la capacidad instalada ha desmejorado en un 18% aprox. La capacidad instalada promedio del departamento fue de 82 camas hospitalarias, es decir 6 camas en promedio más que en el año inicial, sin embargo, la Mediana ha disminuido en 2, es decir 8 camas hospitalarias, la moda se ubicó en 6 camas, mientras en el año inicial fueron 11 camas hospitalarias, todo esto compagina con el hecho de que la desviación estándar ha aumentado en un 12,78% desde el 2012, en los gráficos correspondientes se evidencia este aumento en la dispersión, en el histograma (*Gráfico anexo C.2*), como en el gráfico de caja y bigotes (*Gráfico anexoC.4*), en el primero se observa como la distribución de los datos no es normal, con una mayor concentración (frecuencia) en el intervalo de 0-500 camas, la existencia de datos atípicos se sigue evidenciando en el segundo gráfico, los círculos indican un mayor número de datos atípicos que el año inicial.



## V.I.V Análisis De Resultados Estadísticos, Tiempo De Viaje A Medellín (2012-2017)

Con esta variable se identifica, además del nivel de inversión social de cada municipio, se evalúa la conectividad que posee cada municipio, a partir del tiempo en minutos que se tarda en transportarse desde el municipio en específico hasta la capital del departamento (Medellín), y como han mejorado la conectividad estos municipios a partir de mejoras en las vías, que se traduce entonces en un menor tiempo de viaje.

Para el año inicial, los municipios con menor tiempo de viaje hasta Medellín fueron; Itagüí (5 min), Bello (5 min), Envigado (8 min), Sabaneta (9 min), La Estrella (14 min), y los municipios con mayor tiempo fueron; Arboletes (560 min), San Juan de Urabá (535 min), San Pedro de Urabá (508), Necoclí (461 min), y El Bagre, con 452 minutos. El promedio del tiempo de viaje a Medellín, en minutos, para este año fue de 168 minutos, con una mediana de 141 minutos y una moda de 84 minutos, la naturaleza de los datos, puesto que geográficamente hay municipios más cercanos a la capital y otros más lejanos, por ende, hay una dispersión de los datos importante. En los gráficos, tanto en el histograma (*Gráfico anexo D.1*), donde se observa una clara asimetría hacia la izquierda, como en el gráfico de caja (*Gráfico anexo D.3*), donde se observa la existencia de datos atípicos, y un claro alargamiento del bigote hacia arriba, representando los municipios que se encuentran por encima de la mediana.

Para el año final se encontró que Bello fue el municipio con menor tiempo de viaje hasta Medellín, con 2 minutos, le sigue Itagüí, con 5 minutos, Envigado, con 8 minutos, Sabaneta con 9 minutos, y en quinto lugar está Copacabana con 14 minutos. Se observa como por ejemplo el municipio de Bello ha mejorado el tiempo, 3 minutos, y Copacabana también ha mejorado el tiempo 3 minutos, pasando de 17 a 14 minutos. El municipio de Arboletes se mantiene como el municipio con más TVM, con 525 minutos, pero disminuyendo 35 minutos, todos se mantienen en la misma posición, pero con la diferencia de que San Juan de Urabá ha mejorado 30 minutos, San Pedro de Urabá ha mejorado el

tiempo en 25 minutos, Necoclí mejoró en 25 minutos también, y El Bagre, ha disminuido el viaje hasta Medellín en 17 minutos. El tiempo de viaje promedio se ubicó en los 160 minutos, es decir 2 horas y 40 minutos, la mediana en 135 minutos, y la moda fue de 254 minutos, a pesar de que la moda haya aumentado en un 202%, se encontró que hubo una disminución de la desviación estándar desde el 2012 hasta el 2017, de un 9,20% esto puede deberse a la presencia de datos atípicos.

En el histograma (*Gráfico anexo D.2*) se evidencia aún, que la distribución no es normal, y está sesgada hacia la izquierda, como en el año inicial, sin embargo, este ha disminuido levemente. En el gráfico de caja (*Gráfico anexo D.4*), no se evidencia un cambio notorio.

#### **V.I. VI. Análisis De Resultados Estadísticos, Calificación Promedio En Matemáticas Para Las Pruebas ICFES (2012-2017).**

Esta variable aporta al estudio el aspecto educativo, más específicamente la calidad educativa por municipio, y cómo esta ha cambiado en el tiempo de estudio (2012-2017).

Para el año inicial, los municipios que presentaron un mayor rendimiento, fueron; El retiro, ubicado en el oriente, con 52 puntos, seguido por Envigado (52 pts), La ceja del Tambo (51 pts), Sabaneta (51 pts),y Enterríos (49 pts), por otra parte, los que tuvieron una menor calificación promedio fueron; Vigía del Fuerte (38 pts), localizado en el Urabá antioqueño, y con un puntaje de 40, están Zaragoza, Nechí, Abriaquí, y Argelia. La calificación promedio para todo el departamento, fue de; 43.9 puntos, la mediana fue de 44, y la moda respetivamente de 43, con la cual se evidencia una simetría en los datos, que se evidencia en el histograma (*Gráfico anexo E.1*, que se aproxima a una distribución normal, por otro lado, en el gráfico de cajas y bigotes (*Gráfico anexo E.3*), no se evidencia aparentemente datos atípicos, y la caja se muestra simétrica.

Para el año final, los tres primeros municipios con mejores promedios están ubicados en el oriente antioqueño; El retiro está de primero, con 58 puntos, le sigue Rionegro, La ceja del tambo, Sabaneta y Envigado, tienen en promedio una calificación de 57 puntos. Murindó, con 37 puntos fue el municipio con promedio más bajo, le sigue Vigía del fuerte (38 pts), Angostura (40 pts), Ituango (40 pts) y Anorí, con 42 puntos. La calificación promedio para todo el departamento, fue de; 48.7, una mediana de 49 puntos, junto con una moda de 53 puntos. Estos valores son superiores a los del año inicial, y se evidencia que la desviación estándar ha aumentado en un 170% aprox, lo cual se evidencia en el gráfico de caja (*Gráfico anexo E.4*) donde a diferencia del año inicial si se presentan datos atípicos.

## V.II Supuestos empíricos de Sigma-Convergencia, para tener en cuenta en el estudio.

La ecuación por usar es la siguiente:

$$\sigma = \frac{(var(xi)2017 - var(xi)2012)}{var(xi)2012}$$

Variable	Convergencia ( $\sigma$ )
Consumo Total De Energía Per Cápita.	0,3220
Indicador De Desempeño Fiscal.	-0,1573
Total De Camas Hospitalarias.	0,1270
Tiempo De Viaje A Medellín.	-0,0920
Calificación Promedio En Matemáticas Para ICFES.	1,7774

Tabla (3), *Sigma-Convergencia*. Fuente: *Elaboración propia, a partir de los datos suministrados por el anuario estadístico de Antioquia.*

Para confirmar una convergencia de tipo sigma, el valor sigma obtenido debe ser menor a cero;  $\sigma < 0$ , es decir, se evidencia una convergencia ( $\sigma$ ) entre diferentes poblaciones, si su dispersión ha venido disminuyendo con el paso de los años, es decir, si las medidas de dispersión han tenido una variación negativa, lo cual indica una clara disminución de brechas.

Luego de analizar las variables regresoras y la variable dependiente, se puede decir, en un principio, que a partir de la idea empírica de Sigma-Convergencia, las variables que presentaron convergencia, es decir, dicho lo anterior, variables que evidencian una disminución de brechas son; Indicador de desempeño fiscal, disminuyendo su varianza disminuyó en un 15,73% y la variable Tiempo de Viaje a Medellín, con una disminución de brechas de 9,20%. Sin embargo, la variable dependiente, el consumo de energía per cápita, no presentó convergencia, y contrario a esto, se acrecentaron las brechas en un 76,83%. Estos resultados se contrastarán más adelante con el estudio econométrico, mediante el modelo de Beta-Convergencia.

## VI. Estimaciones econométricas para Beta Convergencia

Para la estimación econométrica, se estimó la variable dependiente con la formula a continuación, para un modelo Beta-Convergencia. La relación inversa entre la renta inicial y el crecimiento de esta se conoce como la Hipótesis de Convergencia, en este caso, se confirmaría Beta-Convergencia, si el consumo total de energía per cápita, es decir:  $\beta_5(\text{CTEPERC2012})$ , posee una relación inversa respecto a la variable (y), que vendría siendo el crecimiento de esta.

$$y = \frac{\text{cteperc2017}-\text{cteperc2012}}{\text{cteperc2012}} \quad [6,1]$$

El modelo de regresión múltiple estimado fue el siguiente;

$$\frac{\text{cteperc2017}-\text{cteperc2012}}{\text{cteperc2012}} = \beta_0 + \beta_1(\text{IDF2012}) + \beta_2(\text{TCH2012}) + \beta_3(\text{TVM2012}) + \beta_4(\text{CPMI2012}) + \beta_5(\text{CTEPERC2012}) + \varepsilon \quad [6,2]$$

Siendo respectivamente:

IDF	Indicador de desempeño fiscal
TCH	Total, de camas hospitalarias
TVM	Tiempo de viaje a Medellín
CPMI	Calificación promedio para matemáticas en los ICFES
CTEPERC	Consumo Total de Energía Per Cápita

## VI.I Tabla de resultados econométricos.

**Tabla (4). Resultados Econométricos**

Variable.	Modelo de regresión múltiple con heterocedasticidad.	Modelo de regresión múltiple sin heterocedasticidad.
<b>Logaritmo natural índice fiscal.</b>	-1.46326 (0.254)	-1.841786 (0.4939)
<b>Logaritmo natural total, camas hospitalarias.</b>	0.05302 (0,591)	-0.016285 (0.7987)
<b>Logaritmo natural del tiempo de viaje a Medellín.</b>	0.07966 (0,521)	0.053853 (0.6179)
<b>Logaritmo natural calificación promedio matemáticas, ICFES.</b>	-0.67581 (0,737)	-0.682344 (0.3669)
<b>Logaritmo natural consumo de energía per cápita.</b>	0.06969 (0,713)	0.117667 (0.3879)
<b>Constante.</b>	8.11715 (0.300)	9.856552 (0.3970)
<b>R-Cuadrado.</b>	0.03767	0.03767
<b>Estadístico-F.</b>	0.9083	0.9083

Fuente: Elaboración propia con datos del Anuario estadístico de Antioquia, criterio de significancia <0.05.

Códigos de significancia; 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

## VI.II Análisis de resultados econométricos.

De la primera estimación econométrica, sin corrección de heteroscedasticidad, se puede decir que sólo el 3,76% de las variaciones de la variable dependiente (tasa), están explicadas por las variables regresoras, además el modelo tiene una probabilidad del 40.57% de que todas las variables explicativas tomen un valor nulo. Por ende, no es un modelo confiable, además, los regresores no explican a la variable dependiente de forma significativa. Por ende, los intervalos de confianza no serán confiables.

Respecto al análisis de varianza, partiendo de la *tabla (5) (anexo F1)* Se rechaza la hipótesis nula; las medias de población son todas iguales, puesto que el valor P (0.4783), no es menor o igual al 0.05 Se concluye entonces, que hay diferencias significativas entre las medias, varianzas y/o medianas de Y en los diferentes niveles de X, con un 47,83% de certeza de que estas medias no sean iguales.

El diagnostico de valores atípicos, *tabla (6) (Anexo F2)*, arrojó que existen dos valores atípicos en el modelo estimado, estos corresponden a los municipios de Puerto Nare y Toledo, esto se puede apreciar en el gráfico Q-Q para los residuos estudentizados (*Anexo F3*), y Comparando la variable dependiente con cada uno de los regresores (*Anexo F3*), el valor 112 siendo Toledo, y 82 siendo Puerto Nare. Se observó que estos datos atípicos son problemáticos en el análisis de las 5 variables del estudio.

Los residuales estudentizados globales mostraron una distribución aceptable en el grafico Q-Q (*Anexo F3*), puesto que estos se encuentran dentro del rango normal (-3 a 3), sin embargo, esta situación no se repite para el análisis de cada variable, puesto que sólo la variable TVM cumplió con este supuesto.

El diagnóstico de los residuales (*Anexo F5*) mostraron que estos no cumplen una distribución normal, y dado los datos atípicos, y el no cumplimiento del supuesto de que NO existen diferencias significativas entre las medias, varianzas y/o medianas de Y en los diferentes niveles de X, se procede a realizar la evaluación de homocedasticidad. Con la prueba de “varianza no constante” (*Anexo F6*) se obtuvo que modelo estimado no cumple con el supuesto fundamental de regresión lineal múltiple, el valor P obtenido no es suficiente, es mayor que  $\alpha$  (0.05), rechazando la hipótesis nula de que existe homocedasticidad. Por ende, presenta un problema de heteroscedasticidad, la varianza del error no es constante a lo largo de las observaciones.

Se realizó un diagnóstico global (*Anexo F7*), y a partir de este, se concluye que el modelo estimado inicialmente presenta problemas de heteroscedasticidad, no es simétrico y tampoco presenta una distribución normal de los errores, por lo tanto, se descarta, debido a que los parámetros de sensibilidad obtenidos no son confiables, y por ende no se puede afirmar que existió una convergencia para el periodo de estudio, que es el objeto principal por evaluar. se procedió a hacer corrección por el método de White.

Dado que el modelo con corrección de White no mostró relación entre las variables regresoras y la dependiente, se realizó una estimación para saber cuáles variables son significativas en relación con el consumo de energía per cápita, de la siguiente forma:

$$Cteperc2012 = \beta_0 + \beta_1(Idf2012) + \beta_2(Tch2012) + \beta_3(Tvm2012) + \beta_4(Cpmi2012) + \varepsilon$$

Y se encontró que el IDF es significativo al 99,3% (*Anexo F8*) con una relación inversa, el TCH no fue significativo a ningún nivel, el TVM fue significativo al 95% (*Anexo F8*) con una relación inversa, y la CPMI no tuvo ninguna relación a ningún nivel. Se estimó un nuevo modelo de convergencia con las variables significativas respecto a la dependiente en el año inicial, sin embargo, estas no



demonstraron tener una relación con la convergencia. Se determina que no hay evidencia de beta convergencia del nivel de ingresos per cápita en los años de estudio, lo cual contrasta con el hecho de que para este periodo se encontró que hubo una divergencia de tipo Sigma, mostrando que para el departamento de Antioquia no hubo una clara disminución de brechas.

## **VII. Estudio del patrón centro periferia.**

El propósito del análisis para la presente tesis es analizar los patrones geográficos del comportamiento de las diferentes variables del modelo de convergencia, y también, analizar el patrón Centro-Periferia, que fue mencionado por Bonet & Roca, s. f. en su investigación de convergencia para Colombia y sus diferentes departamentos, de 1975 al 2000. Se quiere verificar si este patrón se presentó en el departamento de Antioquia para el periodo 2012-2017. Para la estimación, se usaron los mismos datos utilizados tanto en el estudio estadístico descriptivo, como en el estudio econométrico.

*Comentario:(Las tablas con los resultados de estadística espacial, se encuentran en los anexos, sección (F))*

### **VII.I Resultados Del Estudio Espacial, Para El Departamento De Antioquia, En Los Años De Estudio De Convergencia Económica (2012-2017).**

Se encontró que, para los años de estudio, el consumo total de energía per cápita puntuó más alto en municipios que hacen parte del valle de Aburrá o aledaños, ubicados en la parte central del departamento, puesto que los diez municipios con mayor consumo de energía per cápita, tienen en promedio un tiempo de viaje a Medellín de 134,3 minutos, a diferencia de los diez municipios con el consumo de energía per cápita más bajo, los cuales tienen un promedio de 215,1 minutos de viaje hasta la ciudad capital, Medellín; existe entonces una hora y veintiún minutos de diferencia respecto a los diez mejores. Se podría decir entonces que, para los años de estudio, los municipios situados cerca de la capital tuvieron un mayor consumo de energía per cápita, por ende una mayor producción y mayor nivel de ingresos, por otro lado los municipios centrales, cercanos a la capital, tuvieron un mejor rendimiento, ubicándose en la media y por encima de esta (>553). Este hecho contrasta con las otras variables, tales como el indicador de desempeño fiscal, se encontró que los 10 mejores desempeños

están en promedio a 22 minutos de viaje hasta la ciudad capital, con un promedio de consumo de energía per cápita de 2090,81 kW/H. De los 26 municipios con un desempeño menor que la media, al menos 20 se encuentran en zonas periféricas; caso contrario con los mejores desempeños, que en promedio están a 48 minutos de viaje hasta la ciudad capital, contrasta con los más regulares que en promedio están a 178 minutos de viaje.

Con la variable “total de camas hospitalarias” el patrón centro periferia no es tan claro, puesto que existen municipios, tales como “La Ceja”, “Caucasia” “Apartadó”, entre otros, que a pesar de no ser muy próximos a la capital Antioqueña tienen una muy buena capacidad instalada, por encima de la media (8-12 camas). Se encontró una deficiencia en ese sentido en la capacidad instalada hospitalaria, puesto que existen aproximadamente 60 municipios con menos o igual de 10 camas hospitalarias en total, en los años de estudio, una cifra baja, teniendo en cuenta que la mediana para la población del departamento son 16.000 habitantes, y un promedio de 52.000 habitantes aproximadamente.

La variable “tiempo de viaje a Medellín” en los años de estudio mostró, como era de esperarse, un claro patrón de centro periferia, esto es claro en los mapas correspondientes, destacando que la periferia nororiental y norte, fueron las zonas periféricas con mayores tiempos de viaje hasta la capital, esta situación es clara tanto para el año inicial (2012), como para el año final (2017), mostrando entonces que la zona norte y nororiental podrían presentar problemas de conectividad con la zona central de producción (El Valle de Aburrá). La calidad educativa es una variable importante en un estudio de convergencia, para esta tesis se escogió la variable “calificación promedio en matemáticas para las pruebas ICFES”, como una variable proxy, de esta calidad educativa. En los años de estudio esta variable no mostró un claro patrón de centro periferia, puesto que el estudio espacial mostró, que el departamento en gran mayoría posee un rendimiento que se encuentra dentro de la media, es decir,

no se observaron grandes desviaciones respecto a la media obtenida, Sin embargo, las zonas donde hubo rendimientos más bajos fueron las zonas periféricas.

Por ende, se concluye que durante los años de estudio 2012-2017, se evidencio un patrón centro-periferia, para el departamento de Antioquia.

## CONCLUSIONES.

El departamento de Antioquia, para los años de estudio, presentó un patrón de centro periferia, mediante el cual se evidencia un estructural problema de disparidades económicas entre municipios.

En el centro del departamento se presentó un nivel de ingresos per cápita hasta de un 25% por encima de la media, mientras que en las zonas periféricas (haciendo énfasis en la zona norte), el nivel de ingresos per cápita estuvo hasta un 25% por debajo de la media; estos municipios (con bajos niveles de ingreso per cápita) poseen en promedio un tiempo de viaje a la capital del departamento de 215,1 minutos, mientras que los municipios centrales, con niveles de ingreso per cápita superiores a la media, poseen 134,3 minutos en promedio de viaje hasta Medellín.

Para el periodo de (1960-1995) hubo divergencia económica en Colombia, en el estudio realizado por Jaime Bonet Morón y Adolfo Meisel Roca, y lo que ellos plantearon fue que la dinámica del crecimiento regional colombiano del período 1960-1995 se ajustaba más a los modelos de crecimiento endógeno y a los de la nueva geografía económica, en la cual los rendimientos crecientes a escala pueden conducir a la aglomeración espacial de la producción y a la persistencia de niveles de desarrollo desigual entre las regiones.

Se concluye entonces, que a medida que los municipios se aproximan al centro (donde se encuentra el motor de producción principal) su nivel de ingresos per cápita aumenta, y con este la calidad de vida. Este patrón centro periferia es verosímil al resultado de Sigma-Convergencia, el cual arrojó que para el periodo de estudio no hubo una disminución de las disparidades entre los municipios, que estas disparidades se acrecentaron hasta en un 32%, respecto al nivel de ingresos per cápita; el incremento más notable de estas disparidades se dio en el periodo de tiempo del 2015-2016, siendo el 2016, el año con mayores desigualdades entre los municipios del departamento de Antioquia, siendo esta variación

un 21,91% más alta que la media ; analizando la coyuntura del país en los años “críticos” del estudio, Colombia se estaba enfrentando a una crisis económica, ocasionada por múltiples factores; como el desplome del precio del petróleo, un desempeño del sector industrial inferior, debido a un aumento abrupto en los impuestos, etc, el país logró crecer a un 3,1% , pero este fue el crecimiento más bajo de los últimos cuatro años (2011-2014), y esto se vio reflejado a nivel departamental, como se percibió en el análisis de convergencia.

Estos hechos contrastan con una Beta-Convergencia evidenciada en el tiempo de estudio (2012-2017), indicándonos que para el departamento de Antioquia no ha habido una clara disminución de brechas entre los diferentes municipios, y esto está explicado por la dinámica centro periferia que también ocurre para todo el país (Colombia) en general.

## **RECOMENDACIONES.**

Un hallazgo fundamental de la presente tesis es que el departamento de Antioquia para los años de estudio no presentó un proceso de Beta convergencia, ni de Convergencia Sigma, lo cual se explica por un patrón centro periferia.

Es fundamental, porque si este patrón se tiene en cuenta a la hora de plantear políticas a favor del desarrollo económico – social del departamento, estas podrían ser más efectivas, en el sentido de que se enfocarían en reducir estas disparidades a partir de que el patrón sea cada vez menos evidente. Una de las variables que se consideran útiles a la hora de reducir estas disparidades y por ende incentivar el desarrollo, es “tiempos de viaje a Medellín”, puesto que se encontró que a medida que los municipios están más cerca de la capital antioqueña, es decir, tienen tiempos menores de viaje, su nivel de ingresos per cápita es mayor, e incluso, tienden a tener un desempeño fiscal superior, dado que los municipios con mejores desempeños fiscales se encuentran en promedio a 22,57 minutos de la capital, mientras que los municipios con los desempeños más vulnerables y en riesgo de corrupción están en promedio a 203 minutos de viaje hasta a Medellín, a lo largo del estudio.

Tomando esto como referencia, sería fundamental la creación de un plan de desarrollo que contemple la reducción de brechas a partir de la mejora en la conectividad, entre el centro y la periferia; las Vías secundarias y terciarias, podría alentar a un proceso de beta y sigma convergencia, pero para que esto suceda, estas políticas deberán ser garantizadas en el largo plazo, y no en un solo plan de gobierno.

Para el 2017 en el departamento de Antioquia 4558 Km correspondían a vías secundarias, de las cuales 3007 km están sin pavimentar, un 40,8% de estas vías secundarias están en zonas periféricas, como; nordeste, Urabá, bajo cauca y magdalena medio (D. A. Anuario Estadístico, s. f.-a) El 93% de

las vías terciarias del departamento están sin pavimentar (A. A. Anuario Estadístico, s. f.), se consideran estas vías como recomendación principal puesto que las vías principales están a cargo de la nación, y las segundas, a cargo del departamento, y son las que en últimas se encargan de conectar los municipios entre sí.

Antioquia constituye un reflejo de lo que pasa en el país en términos de desigualdad, ya que siendo el segundo departamento en tener más participación en el PIB colombiano (13,9%) aún se encuentra entre cinco departamentos más desiguales del país, con un coeficiente Gini del 0,521, por esta razón, los resultados de la presente investigación aportarán al debate nacional en torno a la reducción de la pobreza, a partir de la reducción de la desigualdad.



## Referencias.

- Anna Campos. (2017, enero 11). *¿Cómo afecta la desigualdad al crecimiento económico?* CaixaBank Research. <https://www.caixabankresearch.com/como-afecta-la-desigualdad-al-crecimiento-economico>
- Anuario Estadístico, A. A. (s. f.). *1.5-Accesos por vías, puertos fluviales, puertos marítimos y/o aeropuertos en los municipios de Antioquia. Año 2017*. Recuperado 21 de octubre de 2020, de <http://www.antioquiadatos.gov.co/index.php/1-5-accesos-por-vias-puertos-fluviales-puertos-maritimos-y-o-aeropuertos-en-los-municipios-de-antioquia-ano-2017>
- Anuario Estadístico, D. A. (s. f.-a). *1.3.2-Longitud de vías secundarias por subregión de Antioquia. Vías pavimentadas y no pavimentadas. Año 2017*. Recuperado 21 de octubre de 2020, de <http://www.antioquiadatos.gov.co/index.php/1-3-2-longitud-de-vias-secundarias-por-subregion-de-antioquia-vias-pavimentadas-y-no-pavimentadas-ano-2017>
- Bonet-Morón, J. A., & Meisel-Roca, A. (1999). *La convergencia Regional en Colombia: Una visión de largo plazo, 1926-1995*. Banco de la República. <https://doi.org/10.32468/dtseru.8>
- Cárdenas, M., Pontón, A., & Trujillo, J. P. (1993). Convergencia y migraciones interdepartamentales en Colombia: 1950 - 1983. *Coyuntura Económica*, 23(1), 111-137.
- Encuesta calidad de vida 2017 Calidad de Vida*. (s. f.). Recuperado 21 de octubre de 2020, de <https://www.antioquia.gov.co/index.php/encuesta-calidad-de-vida-2017-calidad-de-vida>
- Estadístico, A. A. (s. f.-b). *3.3- Consumo de energía eléctrica (kilovatios/hora) en la cabecera de los municipios de Antioquia, según tipo de servicio y estrato. Año 2017*. Recuperado 12 de julio de 2020, de <http://www.antioquiadatos.gov.co/index.php/3-3-consumo-de-energia-electrica-kilovatios-hora-en-la-cabecera-de-los-municipios-de-antioquia-segun-tipo-de-servicio-y-estrato-ano-2017>

- Galvis-Aponte, L. A., & Meisel-Roca, A. (2010). *Persistencia de las desigualdades regionales en Colombia: Un análisis espacial*. Banco de la República. <https://doi.org/10.32468/dtseru.120>
- Índice de Desempeño Fiscal—IDF. (s. f.). Recuperado 25 de agosto de 2020, de <http://www.anticorrupcion.gov.co/Paginas/indice-desempeno-fiscal.aspx>
- Lbr\_desigualdades\_regionales.pdf*. (s. f.). Recuperado 15 de abril de 2020, de [https://www.banrep.gov.co/sites/default/files/publicaciones/archivos/lbr\\_desigualdades\\_regionales.pdf](https://www.banrep.gov.co/sites/default/files/publicaciones/archivos/lbr_desigualdades_regionales.pdf)
- Manuel Fernández, Weildler Guerra, Adolfo Meisel. (2007). *Políticas para reducir las desigualdades regionales en Colombia*. Colección de Economía Regional Banco de la República.
- Moncada Mesa, J., & Hincapié Vélez, D. (2013). Convergence of the Quality of Life in Medellín 2004-2011. A Spatial Nonparametric Analysis. *Ensayos sobre POLÍTICA ECONÓMICA*, 31(SPE70), 267-314.
- Osear A. Benavides G. (1997). Teoría del crecimiento endógeno. Economía política y economía matemática. *Cuadernos de Economía*, 16(26), 47-67.
- Pérez Caldentey, E., & Vernengo, M. (2016). Raúl Prebisch y la dinámica económica: Crecimiento cíclico e interacción entre el centro y la periferia. *Revista de la CEPAL*, 2016(118), 9-25. <https://doi.org/10.18356/456da0dc-es>
- Ramírez, J. A. G., & Álvarez, C. V. (2017). Determinantes sociales de la salud y la calidad de vida en población adulta de Manizales. Colombia. *Revista Cubana de Salud Pública*, 43, 191-203.
- Sánchez-Torres, R. M. (2018). *Conozca el mapa de la desigualdad del ingreso en Colombia*. <https://unperiodico.unal.edu.co/pages/detail/conozca-el-mapa-de-la-desigualdad-del-ingreso-en-colombia/>
- Solow, R. M. (1956). A Contribution to the Theory of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics*, 70(1), 65. <https://doi.org/10.2307/1884513>

## Anexos

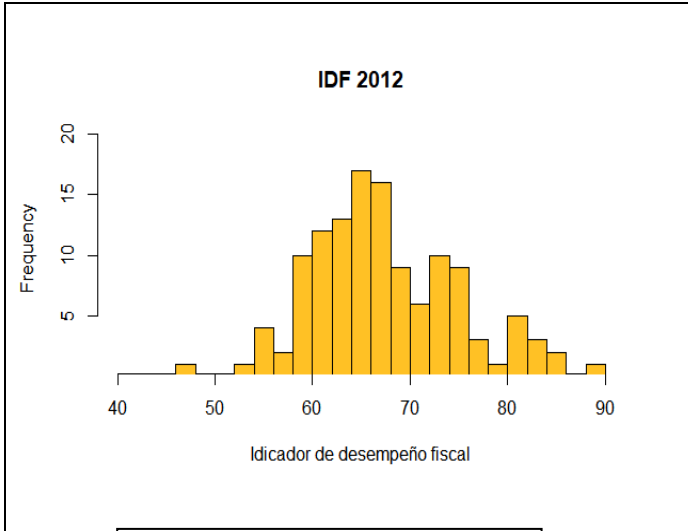
### Sección (A) Tabla de estadísticas descriptivas.

CTE.PERC	2012	2013	2014	2015	2016	2017
<b>Varianza</b>	410276,2661	376948,164	497907,295	648423,353	847395,776	725457,208
<b>Desviación</b>	640,528115	613,961044	705,625464	805,247386	920,541024	851,737758
<b>Moda</b>	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A	#N/A
<b>Media</b>	773,6835501	770,271042	834,895635	942,130351	933,329024	978,536988
<b>Mediana</b>	562,6719126	564,743507	606,12083	720,414286	686,38252	710,861449
<b>Máximo</b>	4356,201135	4213,08976	5075,78164	6306,9498	8622,71636	5981,58822
<b>Mínimo</b>	141,393508	0	0	0	0	0
IDF	2012	2013	2014	2015	2016	2017
<b>Varianza</b>	56,05380645	68,5578065	47,4126452	58,2190968	67,2352258	47,2322581
<b>Desviación</b>	7,486909005	8,27996416	6,88568407	7,63014396	8,19970889	6,87257289
<b>Moda</b>	66	67	69	66	67	64
<b>Media</b>	67,432	67,784	69,784	70,784	67,784	69,64
<b>Mediana</b>	66	67	69	71	67	70
<b>Máximo</b>	89	91	91	92	91	90
<b>Mínimo</b>	47	41	46	43	42	56
TCH	2012	2013	2014	2015	2016	2017
<b>Varianza</b>	243060,3613	248214,698	241892,119	264677,117	264677,117	273942,079
<b>Desviación</b>	493,0115225	498,211499	491,825294	514,4678	514,4678	523,394764
<b>Moda</b>	11	6	6	6	6	6

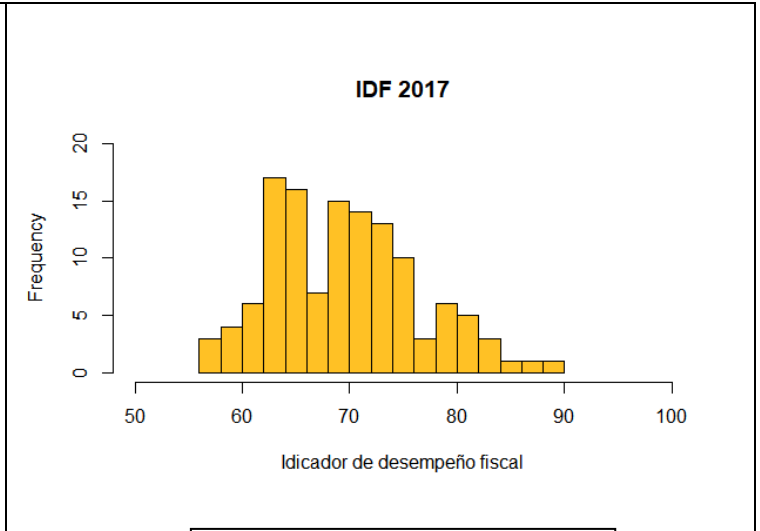
<b>Media</b>	76,24	76,576	76,04	80,648	80,648	80,224
<b>Mediana</b>	10	9	9	9	9	8
<b>Máximo</b>	5443	5494	5446	5636	5636	5772
<b>Mínimo</b>	4	2	3	0	0	0
<b>TVM</b>	<b>2012</b>	<b>2013</b>	<b>2014</b>	<b>2015</b>	<b>2016</b>	<b>2017</b>
<b>Varianza</b>	15134,66631	15162,022	15162,022	15162,022	13741,1204	13741,1204
<b>Desviación</b>	123,0230316	123,134162	123,134162	123,134162	117,222525	117,222525
<b>Moda</b>	84	141	141	141	254	254
<b>Media</b>	168,2459016	167,377049	167,377049	167,377049	160,229508	160,229508
<b>Mediana</b>	141	141	141	141	135	135
<b>Máximo</b>	560	560	560	560	525	525
<b>Mínimo</b>	5	2	2	2	2	2
<b>CPMI</b>	<b>2012</b>	<b>2013</b>	<b>2014</b>	<b>2015</b>	<b>2016</b>	<b>2017</b>
<b>Varianza</b>	6,660258065	4,91896774	8,04193548	13,7526452	14,0096774	18,4984516
<b>Desviación</b>	2,580747579	2,2178746	2,83583065	3,7084559	3,74295036	4,30098263
<b>Moda</b>	43	41	48	48	49	53
<b>Media</b>	43,968	42,872	47,88	48,624	49,88	48,744
<b>Mediana</b>	44	42	48	48	50	49
<b>Máximo</b>	52	51	59	59	58	58
<b>Mínimo</b>	38	40	41	41	40	37

**Sección (B).**

Histogramas, Indicador De Desempeño Fiscal (Inicial Vs Final).

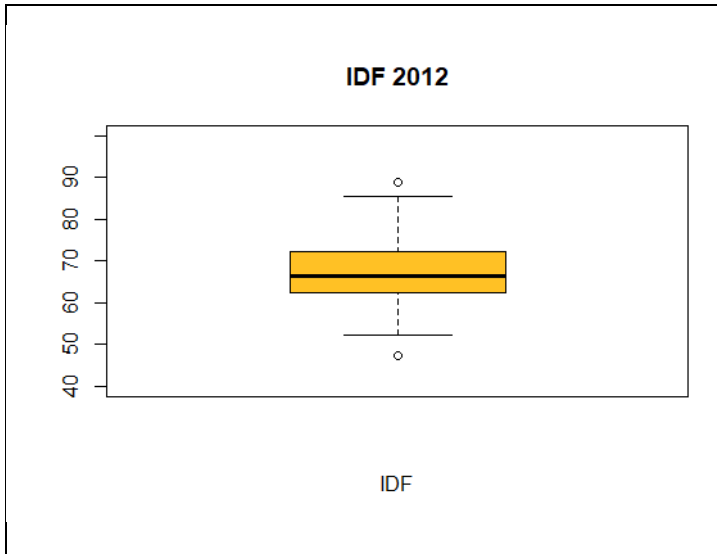


*Gráfico B.1*

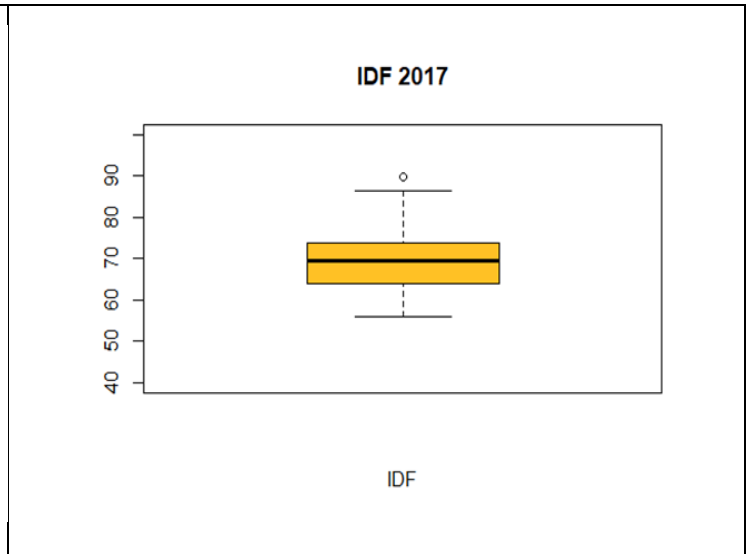


*Gráfico B.2*

Diagramas de caja, Indicador De Desempeño Fiscal, Inicial Vs Final.



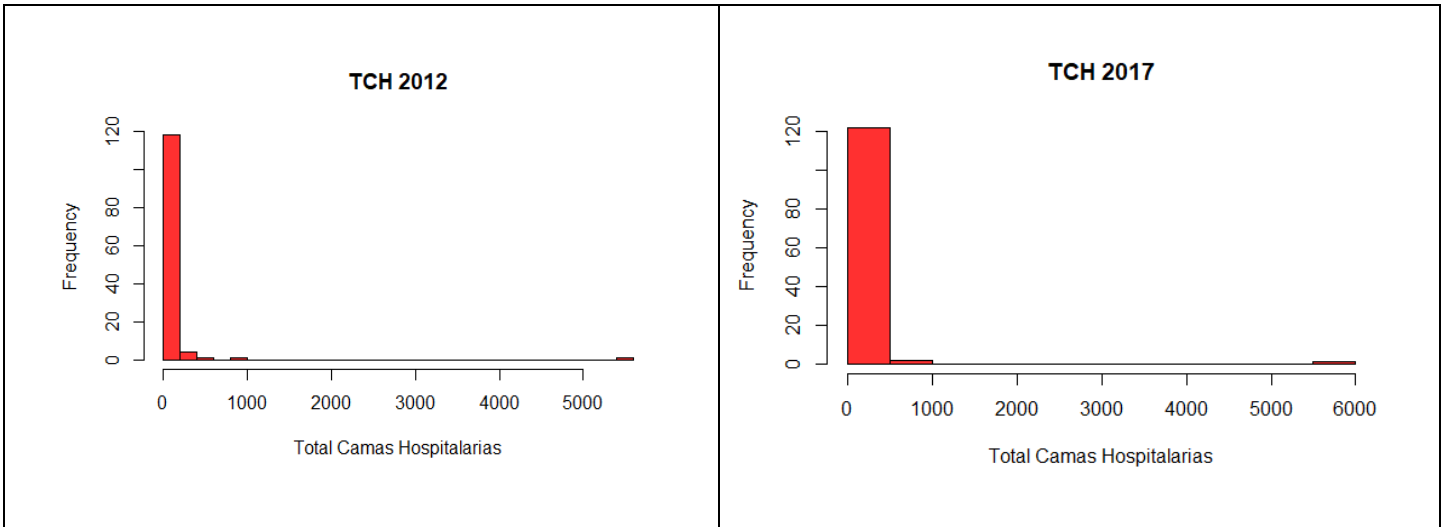
*Gráfico B.3*



*Gráfico B.4*

**Sección (c).**

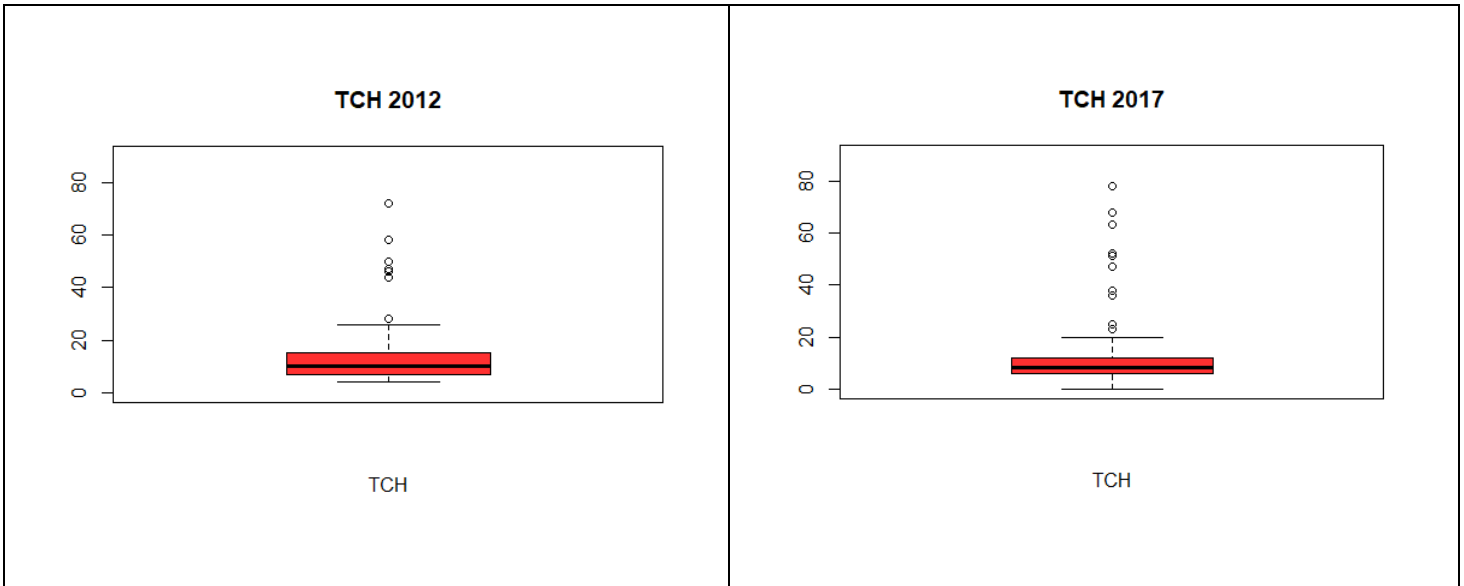
Total, De Camas Hospitalarias (Inicial Vs Final).



*Gráfico C.1*

*Gráfico C.2*

Total, De Camas Hospitalarias, Inicial Vs Final.

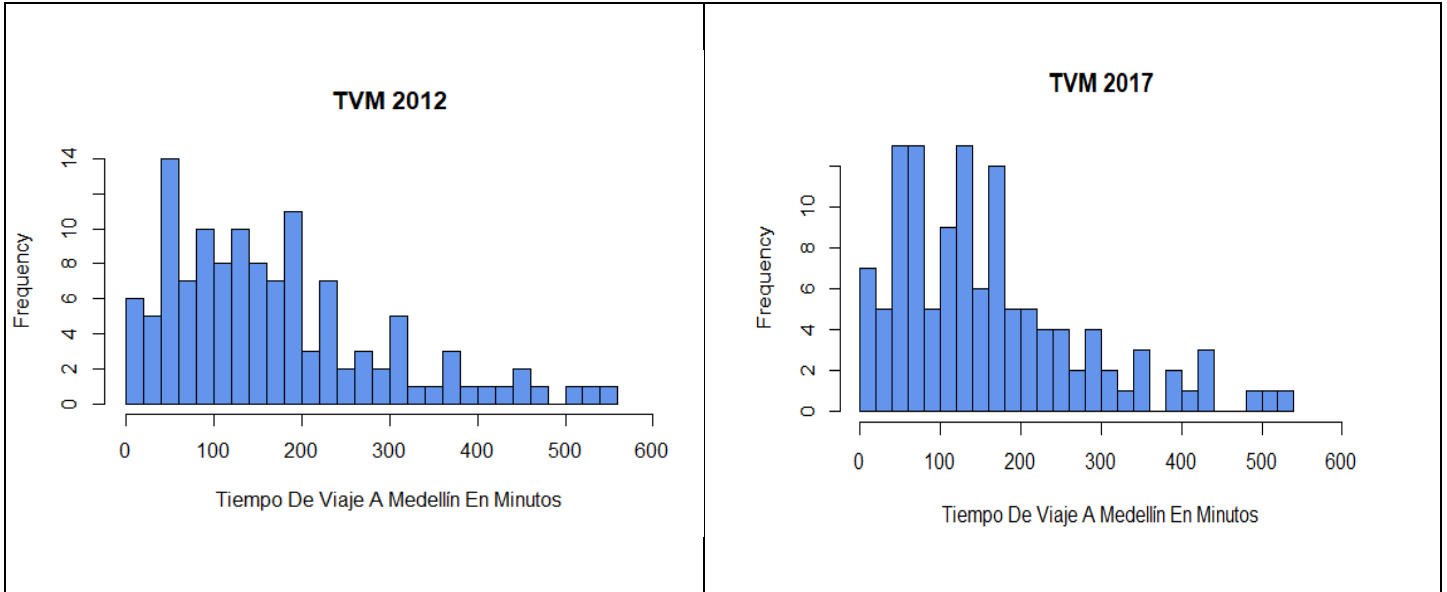


*Gráfico C.3*

*Gráfico C.4*

**Sección (D).**

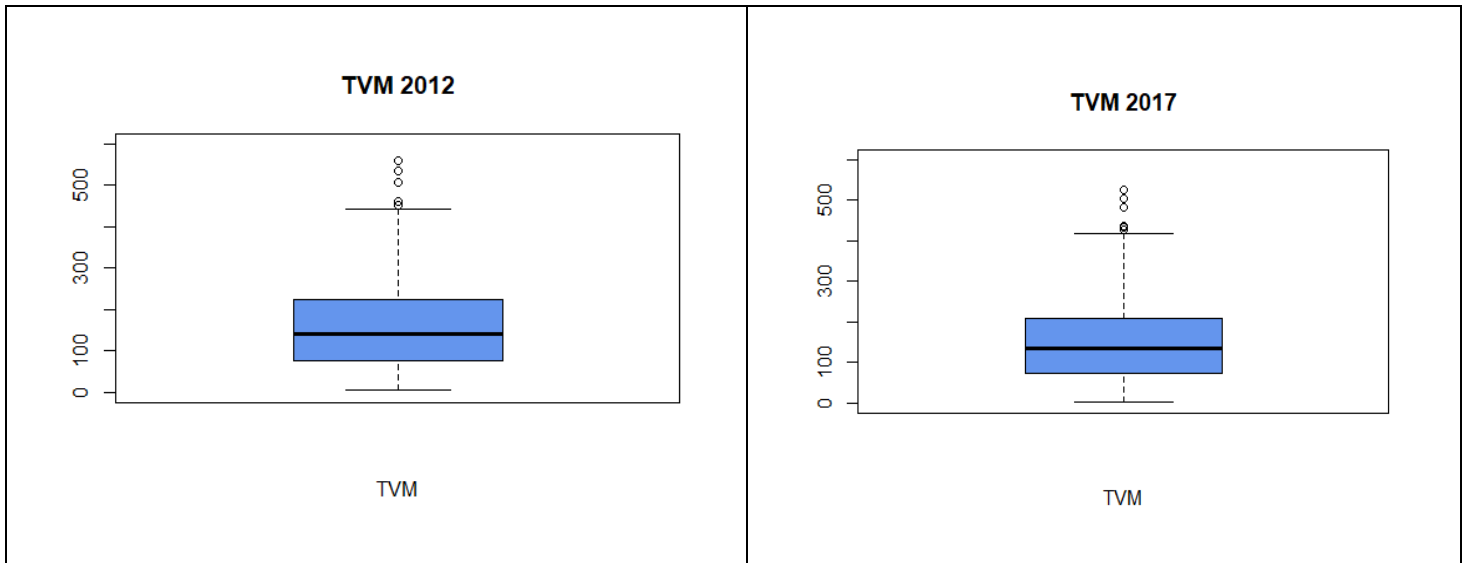
Histogramas, Tiempo De Viaje A Medellín, Medido En Minutos (Inicial Vs Final).



*Gráfico D.1*

*Gráfico D.2*

Diagramas De Caja, Tiempos De Viaje A Medellín, Medido En Minutos (Inicial Vs Final).

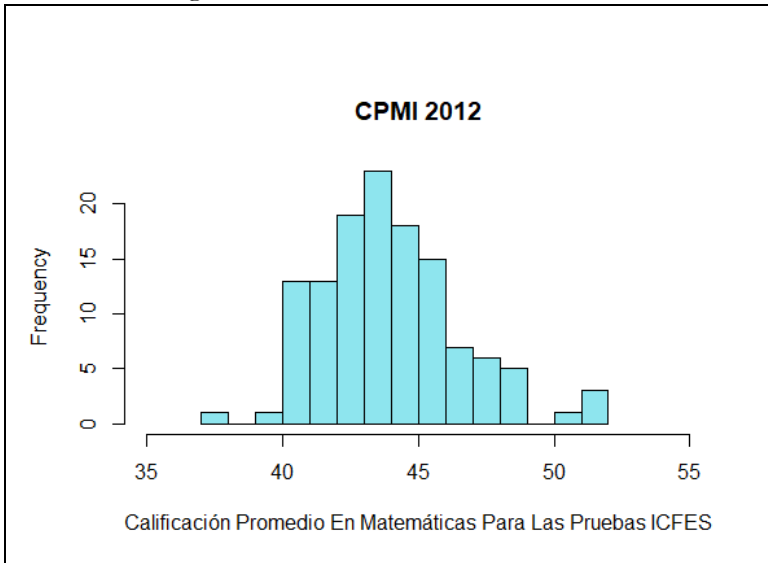


*Gráfico D.3*

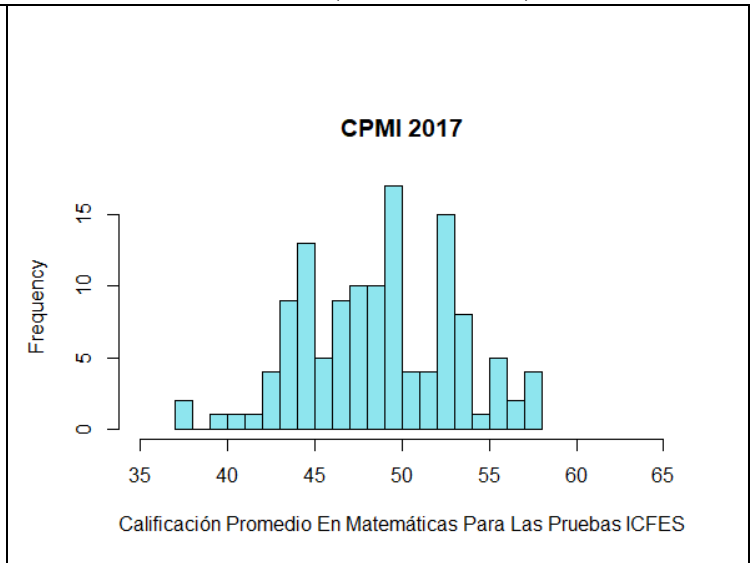
*Gráfico D.4*

**Sección (E).**

Histogramas, Calificación Promedio En Matemáticas Para Las Pruebas ICFES (Inicial Vs Final).

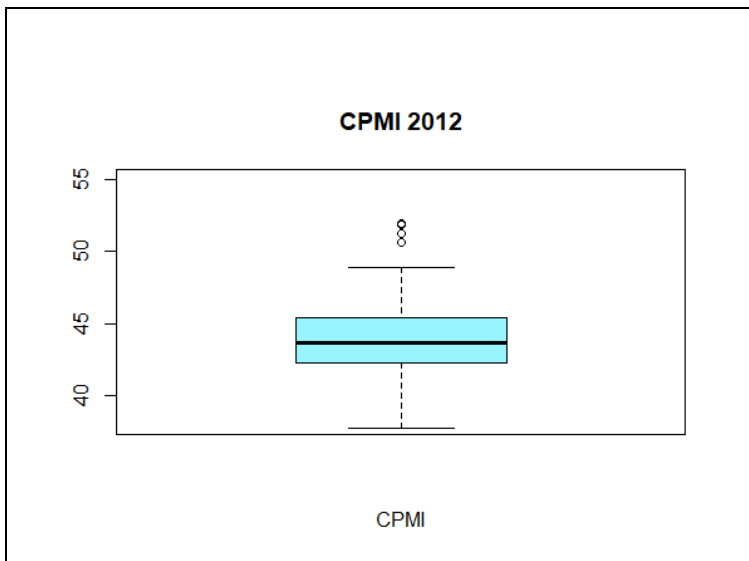


*Gráfico E.1*

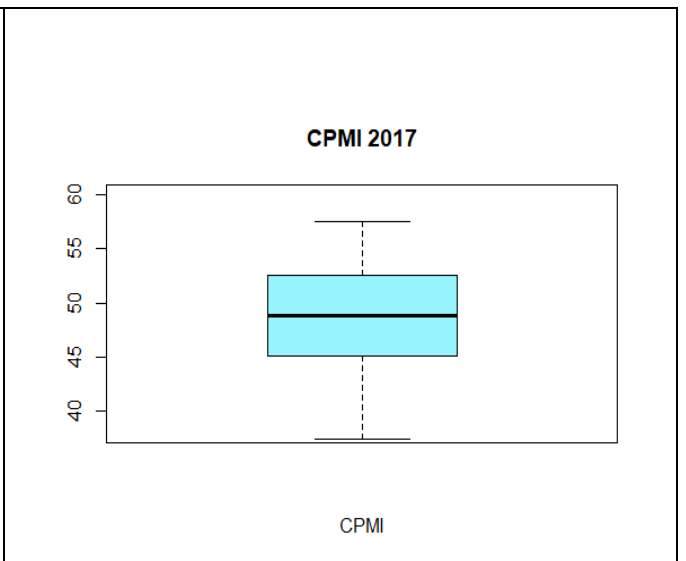


*Gráfico E.2*

Diagramas De Caja, Calificación Promedio En Matemáticas, Para Prueba ICFES, Inicial Vs Final.



*Gráfico E.3*



*Gráfico E.4*



**Sección (F), Hallazgos econométricos**

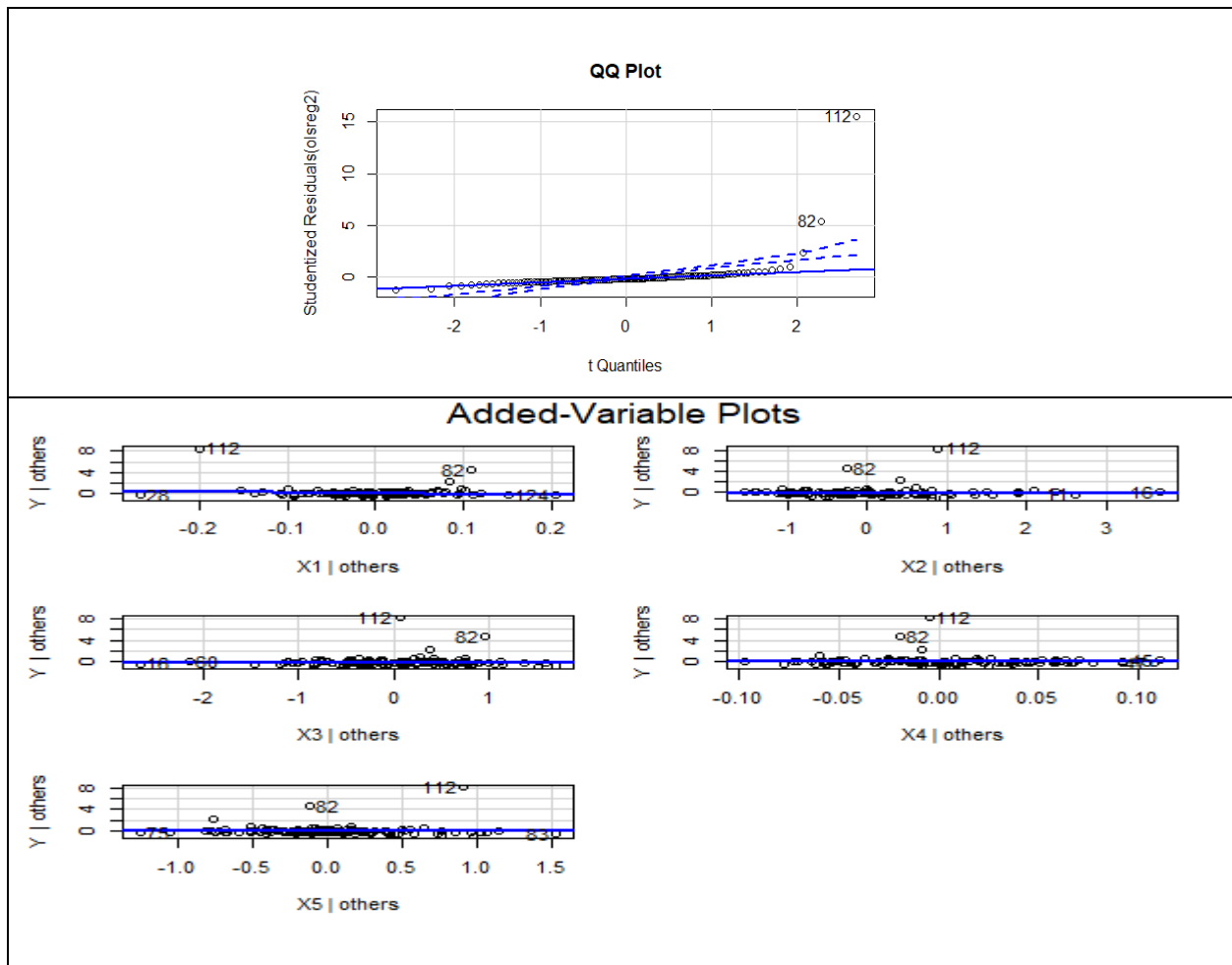
Tabla (5), (Anexo F1).

y					
	Df	Sum Sq	Mean Sq	F Value	Pr(>F)
x	5	4.193	0.83862	0.9083	0.4783
<b>Residuals</b>	116	107.107	0.92334		

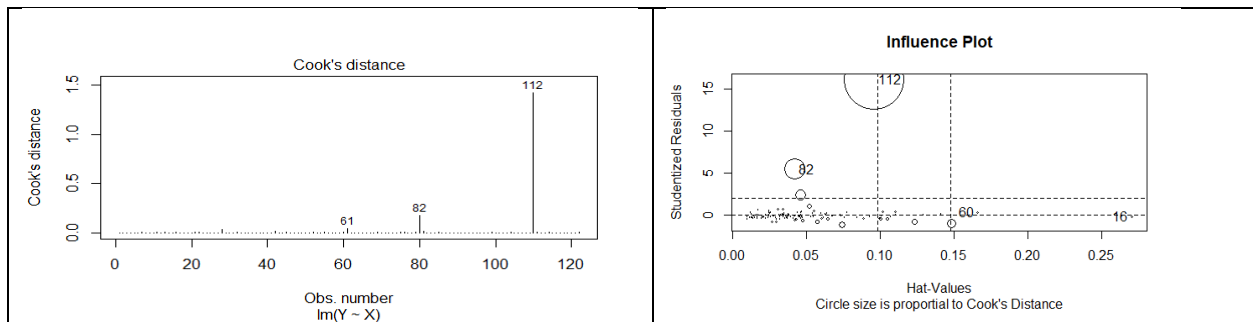
Tabla (6), (Anexo F2) Test de valores atípicos.

	<b>rstudent unadjusted</b>	<b>p-value</b>	<b>Bonferroni p</b>
<b>112</b>	16.089919	3.2098e-31	3.9160e-29
<b>82</b>	5.472303	2.6338e-07	3.2132e-05

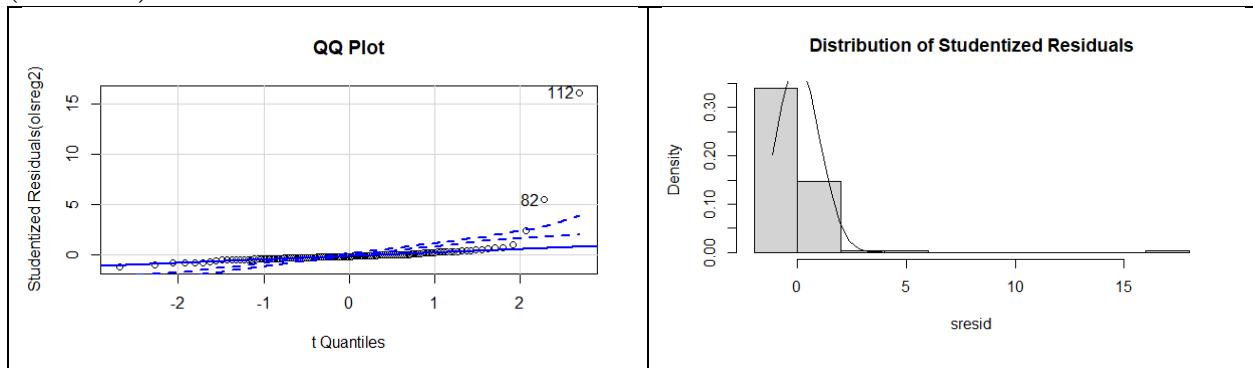
(Anexo F3) Gráfico Q-Q para los residuos estudentizados, y Comparando la variable dependiente con cada uno de los regresores.



(Anexo F4) Cook's Distance.



(Anexo F5) Normalidad de los residuos estudentizados – distribución de los residuos estudentizados

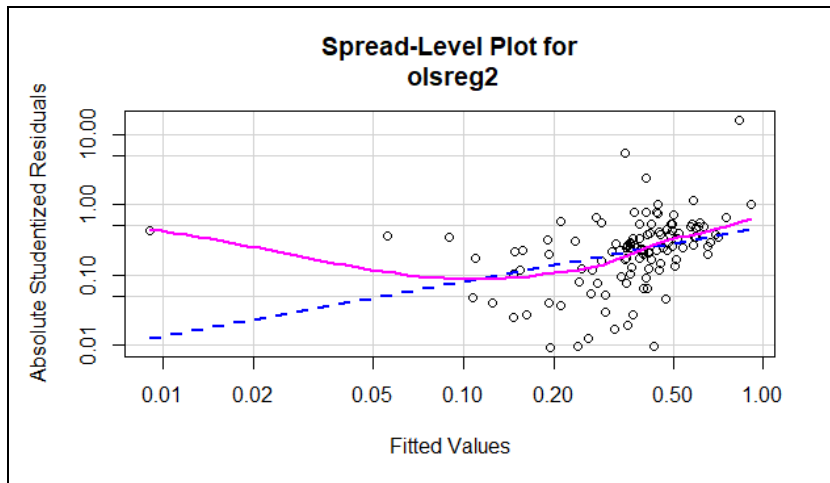


(Anexo F6) Non-constant Variance Score Test.

Variance formula:  $\sim$  fitted.values

<b>Chisquare</b>	156.4237
<b>Df</b>	1
<b>p</b>	<2.22e-16

(Anexo F6) plot studentized residuals vs. fitted values



(AnexoF7) Global Test Of Model Assumptions

Assessment Of The Linear Model Assumptions

Using The Global Test On 4 Degrees-Of-Freedom:

Level Of Significance = 0.05

**Anexo (F7,1). GLOBAL TEST OF MODEL ASSUMPTIONS PRIMER MODELO**

	value	p-value	Decision
<b>Global Stat</b>	13575.93	0.000e+00	Assumptions NOT satisfied
<b>Skewness</b>	857.68	0.000e+00	Assumptions NOT satisfied
<b>Kurtosis</b>	12659.14	0.000e+00	Assumptions NOT satisfied
<b>Link Function</b>	3.87	4.917e-02	Assumptions NOT satisfied
<b>Heteroscedasticity</b>	55.24	1.065e-13	Assumptions NOT satisfied

Anexo (F8), Resultados Modelo de regresión Múltiple, Variable dependiente CTEPERC 2012, regresoras; IDF2012, TCH2012, TVM2012, CPMI2012.

<b>Variable.</b>	<b>Modelo de regresión múltiple.</b>
<b>índice fiscal.</b>	5.334e+01 (1.69e-10 ***)
<b>total, camas hospitalarias.</b>	-8.798e-02 (0.34308)
<b>tiempo de viaje a Medellín.</b>	-7.799e-01 (0.05921.)
<b>calificación promedio matemáticas, ICFES.</b>	-4.860e+00 (0.83136)
<b>Constante.</b>	-2.473e+03 (0.00723 **)
<b>R-Cuadrado.</b>	0.4392
<b>Estadístico-F.</b>	23.1

Fuente: Elaboración propia con datos del Anuario estadístico de Antioquia, criterio de significancia <0.05.

Códigos de significancia; 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

**Sección (G), Hallazgos Patrón Centro-periferia.**

*Tabla G1, municipios más regulares según el nivel de ingresos per Cápita en todo el estudio. evaluado en términos de tiempos de viaje a Medellín y desempeño Fiscal*

MUNICIPIO	ZONA	TVM PROM	IDF PROM
Nariño	Oriente	215,333333	61,1666667
Peque	Occidente	300,333333	62,8333333
Argelia	Oriente	215,333333	59,8333333
Uramita	Occidente	173,333333	66,6666667
Urrao	Suroeste	259,333333	66,5
Caicedo	Occidente	124	61,3333333
Briceño	Norte	264,833333	77,8333333
Anorí	Nordeste	254,5	69,8333333
San Francisco	Oriente	121,333333	65,8333333
Dabeiba	Occidente	224	61,6666667
Promedio		215,23	65,35

*Tabla G2, Municipios con los mejores desempeños respecto al nivel de ingresos, en todo el estudio. evaluado en términos de tiempos de viaje a Medellín y Desempeño Fiscal*

MUNICIPIO	ZONA	TVM PROM	IDF PROM
Barbosa	Valle de Aburrá	34,5	75,5
Cisneros	Nordeste	103,5	69,1666667
Girardota	Valle de Aburrá	21,5	81,6666667
La Estrella	Valle de Aburrá	14	82,8333333
Puerto Berrío	Magdalena Medio	219,833333	71,3333333
Rionegro	Oriente	43	90,6666667

Sabaneta	Valle de Aburrá	9	79,8333333
San Pedro de los Milagros	Norte	52,6666667	75,8333333
Sonsón	Oriente	150,333333	76,6666667
Toledo	Norte	257,833333	56
Promedio		90,6166667	75,95

*Tabla G3, Municipios con el mejor desempeño fiscal (a) en todo el estudio, evaluado en términos de tiempos de viaje a Medellín. Y municipios con el peor desempeño fiscal (b) Evaluados en tiempos de viaje a medelliín*

Municipio	tvm prom(a)	CTE PERC (a)
Copacabana	14,5	1490,33333
El Retiro	49,33	1783
Envigado	8	1712,16667
Girardota	21,5	3348,16667
Guarne	24	1695,16667
Itagüí	5	1650,66667
La Ceja del Tamo	59	1677,83333
La Estrella	14	2262,66667
Medellín	1	1306,16667
Rionegro	43	2602,83333
Sabaneta	9	3470
Promedio	22,57	2090,81

Municipio	Tvm prom (b)
Toledo	257,833333
Campamento	179,166667
Caramanta	194
Abriaquí	231

San Andrés de Cuerquia	183,833333
Mutató	290
Yalí	202,5
Argelia	215,333333
Armenia	61
Nariño	215,333333
Promedio	203