

BARRERA DE ENERGIA DE BEAN-LIVINGSTON EN SUPERCONDUCTORES TIPO II

J. Barba-Ortega¹, M. A. Escobar-Madariaga², M. R. Joya³, Grupo de Física Mesoscópica, Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.

Recibido Octubre 13, 2011 – Aceptado Marzo 1, 2012

<http://dx.doi.org/10.18566/puente.v6n1.a09>

Resumen— La configuración de vórtices, la barrera de energía de *Bean-Livingston* y la magnetización, vorticidad y energía libre de Gibbs en un rectángulo superconductor inmerso en un campo magnético aplicado axialmente son investigadas dentro del régimen de multi-vórtices de London y de límite Ginzburg-Landau. La distribución de flujo magnético en puntos arbitrarios de la muestra es calculada analíticamente asumiendo soluciones tipo *Cleim* para el centro del vórtice. Además obtenemos la solución numérica del parámetro de orden superconductor y la inducción magnética resolviendo las ecuaciones Ginzburg Landau dependientes del tiempo. Para esta geometría los vórtices se ordenan formando una serie de cadenas paralelas y la modulación de la magnetización corresponde a la creación de estas cadenas dentro de la muestra.

Palabras clave — Superconductor, Ginzburg-Landau, teoría de London, Mesoscópico, Barrera de Bean-Livingston.

Abstract— The vortex configuration, Bean-Livingston energy barrier, the magnetization, Gibbs free energy and vorticity in a superconductor rectangle under an axially applied magnetic field are investigated in the multivortex regimen London and Ginzburg Landau limit. The flux distribution in an arbitrary position of the sample is calculated analytically by assuming Clem's solutions for the vortex core. Also, we obtain the numerical solution of the superconductor order parameter and magnetic induction by solution of the time dependent Ginzburg Landau equations. For

elongated rectangles, the vortices arrange themselves into parallel vortex chains and modulation of the magnetization corresponding to creation of a vortex chain into the sample.

Keywords — Superconductor, Ginzburg-Landau, London's theory, Mesoscopic, Bean-Livingston barrier.

I. INTRODUCCIÓN

Como es bien conocido, en el llamado estado mixto o estado de Shubnikov (Abrikosov), el campo magnético penetra en la muestra en forma de líneas de flujo cuantizado (vórtices) formando una red triangular [1-4]. Una forma conveniente de analizar el estado de vórtices en sistemas superconductores es por medio de la solución de las ecuaciones de London y de Ginzburg Landau. Estas ecuaciones han sido resueltas en trabajos anteriores analizando el estado de vórtices en cascarones, películas y anillos en superconductores mesoscópicos, encontrando que las propiedades termodinámicas y del sistema están fuertemente relacionados con el tamaño físico de la muestra y su geometría [5-13]. Una muestra superconductora es considerada mesoscópica si alguna de sus dimensiones es del orden de al menos una de sus dos longitudes características, la longitud de coherencia $\xi(T)$ o la longitud de penetración $\lambda(T)$. En muestras con bordes o fronteras los vórtices entran por la superficie después que la velocidad crítica del condensado superconductor es alcanzada los pares de Cooper se rompen y se crean pequeñas perturbaciones en los bordes, facilitando esto el ingreso del campo en la muestra [14]. Por otra parte, las contribuciones de energía, asociadas a la nucleación de los vórtices a través de las corrientes de apantallamiento ocasionadas por la presión magnética ejercida por el campo y por la presencia de la frontera en muestras finitas, forman en conjunto la llamada Barrera *Bean-Livingston*. [8]. En este trabajo presentamos algunos resultados numéricos para un lamina superconductora en presencia de un campo magnético aplicado. La estructura de los vórtices y la barrera superficial de

J. Barba-Ortega, Profesor Asociado, Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia, Sede Bogotá. (correo e.: jibarbao@unal.edu.co).

M. A. Escobar-Madariaga, Integrante Grupo de Física Mesoscópica, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, (correo e: mariaescobarmada@hotmail.com).

Miryam R. Joya, Profesora Asistente, Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, (correo e.: mirinconj@unal.edu.co).

energía presentes en este sistema están descritas dentro del régimen de London. Además mostramos algunos resultados resolviendo numéricamente las ecuaciones Ginzburg-Landau dependientes del tiempo. [3,10-12].

II ESTRUCTURA DE VORTICES Y BARRERA BEAN-LIVINGSTON

Para valores grandes del parámetro Ginzburg-Landau $\kappa = \lambda/\xi \rightarrow \infty$, el parámetro de orden superconductor $\psi(\rho)$, es esencialmente homogéneo excepto cerca del núcleo del vórtice, donde la distribución espacial puede ser dada aproximadamente por [15].

$$\psi(\rho) \approx \frac{\rho e^{i\varphi}}{\sqrt{(\rho^2 + 2\xi^2)}} \quad (1)$$

Donde ρ es la distancia al centro del vórtice. Para puntos $\mathbf{r} = (x, y)$ lejos del centro del núcleo del vórtice localizado en $\mathbf{r}' = (x', y')$, $|\psi(\mathbf{r})|$ es uniforme y la segunda ecuación Ginzburg-Landau en ausencia de campo eléctrico

$$\frac{\partial A}{\partial t} = (1 - T) \text{Re}[\psi^*(-i\nabla - \mathbf{A})\psi] - \kappa^2 \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} \quad (2)$$

se reduce a la ecuación de London.

$$-\lambda^2 \nabla^2 \mathbf{h}(x, y) + \mathbf{h}(x, y) = \phi_0 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (3)$$

Donde la función $\mathbf{h}(x, y)$ indica la inducción magnética del superconductor, \mathbf{A} es el potencial vectorial $\mathbf{h} = \nabla \times \mathbf{A}$, T es la temperatura y ϕ_0 el fluxoide magnético. La solución cerca del centro del vórtice puede encontrarse con mucha exactitud insertando la función de prueba (1) en el funcional Ginzburg-Landau. En este punto se usa el variacional de Clems para solucionar la ecuación (3) y encontrar la posición del vórtice y la inducción magnética local. (El procedimiento matemático para encontrar la inducción magnética local generada por el vórtice se puede ver con más detalle en la referencia (16)).

En este trabajo se soluciona las ecuaciones de London y de Ginzburg-Landau para computar el flujo magnético dentro de una lamina fina superconductora de longitud R , sección transversal W . Un campo magnético \mathbf{H} es aplicado axialmente desde $\mathbf{H}=0$ hasta el valor del segundo campo crítico termodinámico en el cual la superconductividad es completamente destruida.

III ANALISIS DE RESULTADOS

En la Fig.1. se grafica la distribución de energía en un lamina superconductor con $\lambda=100\xi$, $W=0.5\lambda$, y $R=4\lambda$ para tres situaciones diferentes, a) \mathbf{H} es igual al campo crítico más bajo, para el cual existe un mínimo global hacia el centro de la muestra y una fuerte barrera de energía cerca a la superficie. En superconductores mesoscópicos ésta energía es usualmente mayor que la energía térmica $K_B T$. En b) \mathbf{H} es igual al campo de primera entrada de vórtices, donde la barrera superficial de energía desaparece, note que la barrera en los bordes de la muestra aun aparece, lo que significa que en el rectángulo la primera entrada de vórtice ocurre a lo largo de su lado mayor.

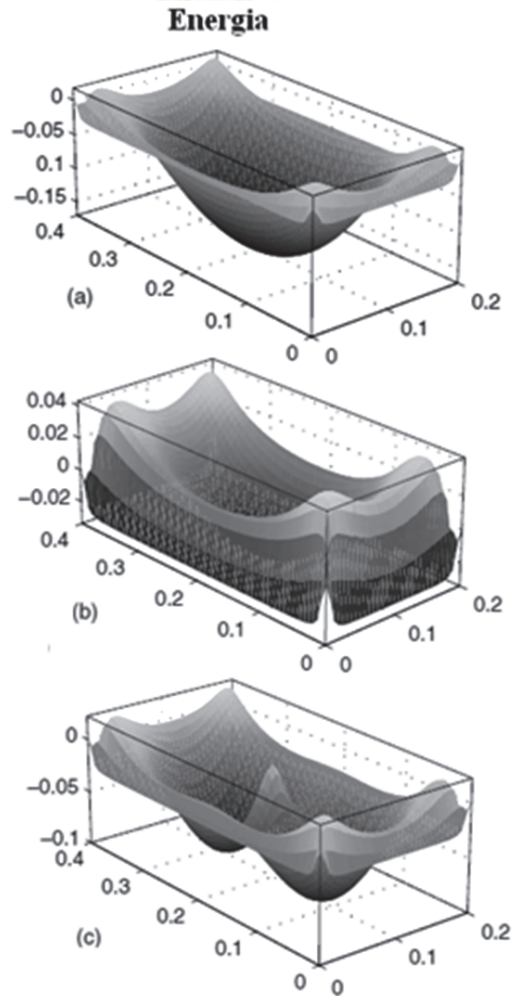


Fig. 1. (a) Distribución de energía en una lamina fina en ausencia de vórtices hacia el primer campo crítico y b) hacia el primer campo de entrada. c) Energía total cuando un vórtice está localizado en el centro de la muestra hacia el primer campo de entrada.

La energía total cuando un vórtice está presente en el centro del superconductor es graficado en c) una nueva barrera de energía se crea después de la entrada de la primera cadena y antes de la creación de la segunda cadena de vórtice. La barrera de energía depende de la energía magnética ocasionada por las corrientes Meissner de apantallamiento que repelen el vórtice lejos de la superficie empujándolo para dentro de la muestra y de la energía debida a la presencia de fronteras, la cual depende de la posición del vórtice ya que éste es atraído por la superficie, en otras palabras, por su imagen. Así, la energía atractiva y la energía Meissner repulsiva

forman la bien conocida barrera superficial de energía (Bean-Livingston), la cual retrasa el ingreso o salida de vórtices dentro del superconductor. Como resultado, al incrementar el campo magnético, la red de vórtices es impulsada en sucesivos estados metaestables *sobrecalentados* y la respuesta diamagnética en la curva de magnetización es más fuerte que la alcanzada en el equilibrio termodinámico. A su vez, al decrecer el campo magnético la barrera de superficie está también presente, pero actuando en contra de la expulsión de los vórtices.

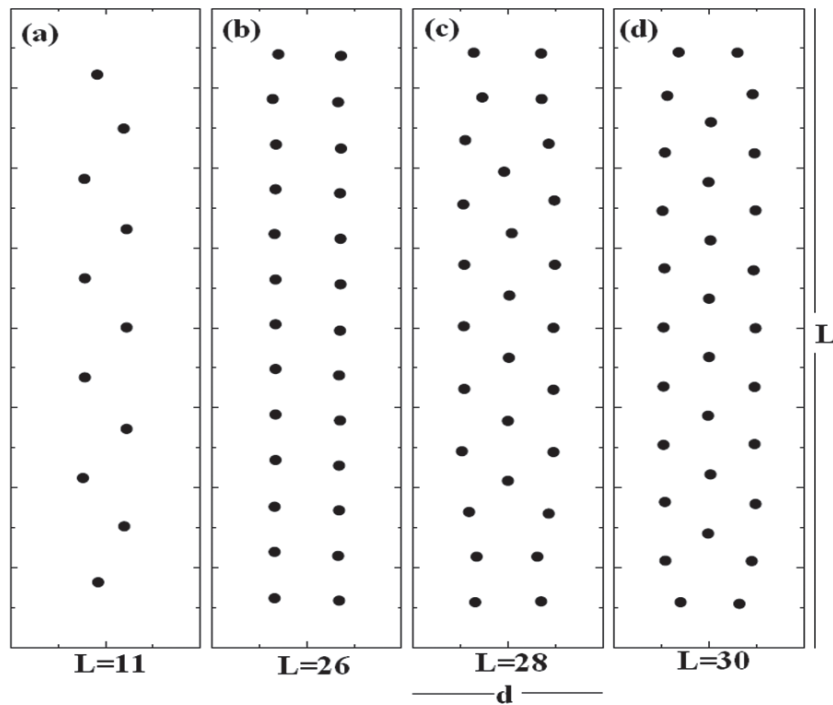


Fig. 2. Distribución espacial de la red vórtices para diferentes valores del campo magnético aplicado H en una lamina fina en el límite de London, L es la vorticidad. La secuencia del aumento del número de cadenas $M=2,3$ está acorde con el aumento de H y L .

El sistema es llevado a estados metaestables *superenfriados* y la respuesta es paramagnética en el *loop* de la curva de magnetización al disminuir H . Este hecho se puede explicar en términos de la captura de flujo debido a la existencia de fronteras en la muestra (Tamaño finito) [12].

En la Fig. 2 se muestra la distribución espacial de vórtices para valores de campo aplicado a) $H=0.6$ b)

$H=1.25$, c) $H=1.75$ y d) $H=2.75$. Para una lamina con dimensiones, $d=0.5\xi$, y $R=32\xi$, en el límite de London. Como podemos observar en la Fig. 2 muestra que la red de vórtices está compuesta de M cadenas lineales de vórtices paralelas a la superficie de la lámina existiendo una transición regular de $M \rightarrow M+1$ cadenas.

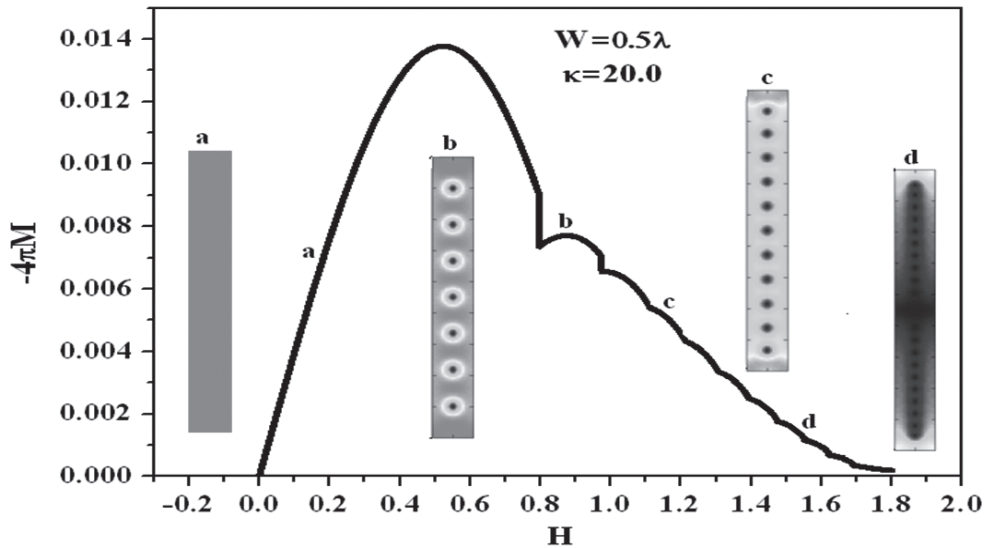


Fig. 3. Curva de magnetización y distribución espacial de la red vórtices para diferentes valores del campo magnético aplicado H en una lamina fina en el límite Ginzburg Landau.

En la Fig. 3 se grafica la curva de magnetización y la distribución espacial de la red vórtices para diferentes valores del campo magnético aplicado H en una lamina fina en el límite Ginzburg Landau. Rojo (claro) indica parámetro de orden superconductor $|\psi(\mathbf{r})| = 1.0$ o estado Meissner y azul (oscuro) $|\psi(\mathbf{r})| = 0$, o estado normal. Cada discontinuidad en la magnetización indica un aumento abrupto en la inducción magnética de la muestra, es decir el ingreso de uno o más vórtices. Los puntos a, b, c, y d en la Fig. 3 indican el campo magnético en el cual se obtiene la configuración indicada. Es fácil ver que al usar el formalismo Ginzburg Landau solamente obtenemos una cadena de vórtices ($M=1$) para todo el rango de campos.

En la Fig. 4 se muestra la curva de Energía libre de Gibbs en función del campo magnético aplicado, en la ventana inferior de la Fig. 4 observamos el número de fluxoides ($N\Phi_0$) en función del campo H para una lámina fina en el límite Ginzburg Landau. ($N=L$ comparado con la figura 3). Cada discontinuidad en la energía libre, análogamente a la curva de magnetización indica el ingreso de uno o más vórtices. El ingreso de la primera cadena de vórtices ocurre en un campo igual a $H=0.8$ con $L=7$ vórtices, valor igualmente obtenido en la curva de magnetización (Fig. 3) y en la vorticidad (Fig. 4).

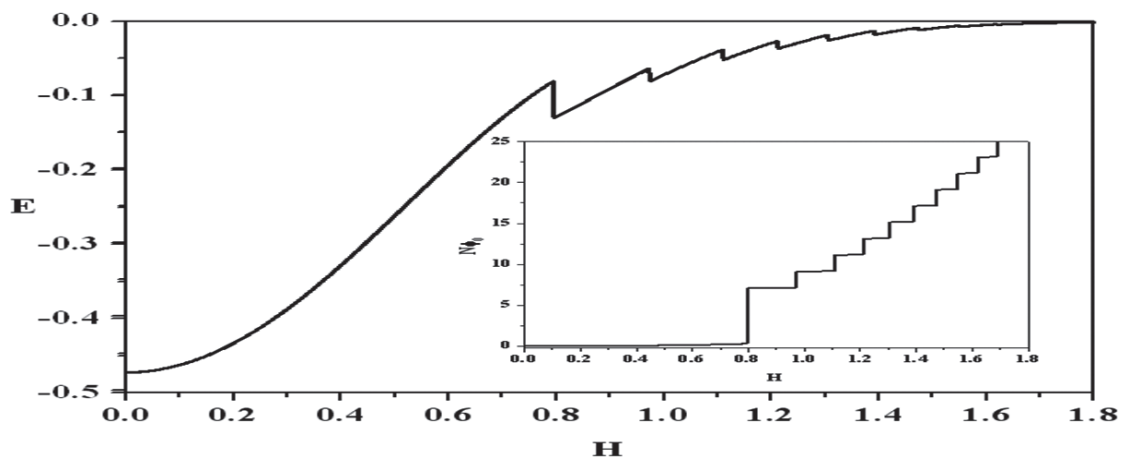


Fig. 4. Energía libre de Gibbs (Fluxoide $N\Phi_0$) en función del campo aplicado H en una lamina fina en el límite Ginzburg Landau.

IV CONCLUSIONES

Se presenta un estudio teórico de la barrera de superficie en muestras superconductoras mesoscópicas. Se calculó la configuración de vórtices usando simulaciones de dinámica de Langevin dentro del límite de London y de Ginzburg Landau por medio del método de variables de enlace. Debido a la barrera superficial, la configuración de vórtices es meta-estable en todo el *loop* de la curva de magnetización. Mostramos que, cuando tenemos sistemas mesoscópicos la configuración de vórtices sigue un parámetro similar a la geometría de la muestra.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a Clecio C. Souza Silva de UFPE Recife-PE-Brasil y a Edson Sardella de UNESP, Baurú-SP-Brasil por útiles discusiones y colaboración en el cálculo computacional.

REFERENCIAS

- [1] Lange, M., Bael, M., Bruynseraede, & Moshchalkov, V. V., (2003). Nanoengineered magnetic-field-induced superconductivity. *Phys. Rev. Lett*, 90, 197006.
- [2] Gillijns, W., Aladyshkin, A., Lange, M., Van Bael, M. J. & Moshchalkov, V. V., (2005); domain-wall guided nucleation of superconductivity in hybrid ferromagnet-superconductor-ferromagnet layered structures. *Phys. Rev. Lett*, 95, 227003.
- [3] Tinkham, M. (1996); *Introduction to Superconductivity*, McGraw Hill, New York.
- [4] de Gennes P. G. *Superconductivity of metals and alloys* Andison, wesley ed. (1966).
- [5] Moshchalkov, V. V., Bruynseraede, Y., Van Look, Y., Grigorenko, A. N. & Tonomura, A. (1999); *Handbook of Nanostructured Materials and Nanotechnology*. Vol 3, Chap 9, p. 451.
- [6] J. Barba-Ortega & M. R. Joya. (2011); Superconductividad Mesoscópica, *Revista Científica, Puente, Universidad Pontificia Bolivariana (Bucaramanga)*, Vol 5. N 2, 51
- [7] J. Barba-Ortega, M. A. Escobar-Madariaga & M. R. Joya. (2011); Campos Críticos En Un Disco Superconductor De Espesor Variable. *Revista Colombiana de Física*, Vol 43. Número 3, 784.
- [8] Souza, C. C. L. R. E Cabral & Aguiar, J. A., (2004). Vortex configurations and metastability in mesoscopic superconductors *Physica C*, 404, 11.
- [9] Barba, J. J., Sardella, E., & Aguiar, J. A., (2011). Superconducting boundary conditions for mesoscopic circular samples *Superconductor, Science & Technology*, 24, 015001.
- [10] Bolech, A. C., Buscaglia, G. C. & Lopez, A., (2000); *Connectivity and Superconductivity*, J. Berger and J. Rubinstein. (Eds) Springer. Priour, D. J. & Fertig, H. A. (2003); *Phys. Rev. B* 67, 054504-1-054504-9.
- [11] Gropp, D., Kaper, H. D., Leaf, G. K., Levine, D. M., Palumbo, M. & Vinokur, V. M., (1996); Numerical Simulation of Vortex Dynamics in Type-II Superconductors, *J. Comput. Phys*, 123, 54.
- [12] Barba, J. J. & Aguiar J. A., (2010); Two dimensional vortex structures in a superconductor slab at low temperatures *Physica C: Superconductivity and its applications*, 470, 225.

- [13] Gunzburguer and J. S. Peterson, (1995), Computational simulation of type-II superconductivity including pinning phenomena *Phys. Rev. B*, 51 16194.
- [14] Barba-Ortega & M. R. Joya. (2011); Nucleacion De Vortices En Un Disco Mesoscopico Superconductor *Revista Colombiana de Física*, Vol 43. Numero 2, 404.
- [15] J.R. Clem, *J. Low. Temp. Phys.* 18 (1975) 427; C. Hu, R.S.Thompson, Dynamic Structure of Vortices in Superconductors. II. $H < H_{c2}$ *Phys. Rev. B* 6 (1972) 110.
- [16] E. Sardella, M.M. Doria, P.R.S. Netto, Matching fields of a long superconducting film *Phys. Rev. B* 60 (2000) 13158.

BIOGRAFÍA



José Barba Ortega, Profesor Asociado – Departamento de Física - Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá. Físico y Magister en Física de la Universidad Industrial de Santander, Colombia. Doctor y Post doctor en Física de la Universidad Federal de Pernambuco, Recife – PE, Brasil.



Maria Alejandra Escobar Madariaga, integrante co-investigadora del Grupo de Física Mesoscópica de la Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá.



Dra. Miryam Rincón Joya, Profesora Asistente – Departamento de Física - Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá Lic. Física y Matemática y Especialista en Física y Matemática de la Universidad Tecnológica y Pedagógica de Tunja, Colombia. Magister em Física y Doctora en Física de La Universidade Federal de São

Carlos, SP- Brasil.