

RESISTENCIA Y PÉRDIDAS DE POTENCIA EN LÍNEAS DE TRANSMISIÓN

Mauricio Aljure Rey^{*†}, Carlos Peñuela Salazar^{*}

**Universidad Pontificia Bolivariana, Cq. 1 #70-01, of. 11-259, Medellín, Colombia,*

Recibido 15 Agosto 2008; aceptado 16 Septiembre 2008
Disponible en línea: 17 Diciembre 2008

Resumen: a partir de las ecuaciones de Maxwell se demostraron dos fórmulas de baja complejidad matemática para el cálculo fácil y exacto de la resistencia y las pérdidas de potencia en una línea de transmisión. Su implementación permite evitar procedimientos complejos y costosos para la obtención de estos valores. Se evaluaron las fórmulas en tres líneas de transmisión del sistema eléctrico colombiano y los resultados fueron comparados con los valores oficiales, encontrándose una diferencia menor del 1.5% en todas las comparaciones. Finalmente, se realizó un estudio de la resistencia y disipación de potencia en la conducción de energía a 60Hz, 50Hz y DC. *Copyright © 2007 UPB.*

Abstract: two mathematically simple formulas to realize an exact calculation of the resistance and power loss in a transmission line were demonstrated using the Maxwell equations. The formulas avoid expensive and complex procedures in order to calculate these parameters. First, both formulas were proved. After that, they were evaluated in three Colombian transmission lines and an official value comparison is made. Finally, an energy conduction comparison is made between 60Hz, 50Hz and direct current.

Keywords: Transmission line resistance; Transmission line power loss; Transmission line parameters.

1. INTRODUCCIÓN

En el sistema eléctrico colombiano se parametriza una línea de transmisión mediante una simulación en diversos programas como el ATP y el EMPT, estimándose su resistencia, capacitancia e inductancia.

Dado que estos programas no logran simular completamente las condiciones de la línea, los parámetros calculados pueden diferir de los reales ([Kusic y Garrison, 2004](#)). Por ello se realiza una medición directa de los parámetros posterior a la simulación y previa a la entrada en funcionamiento de la línea.

[†] Autor correspondiente: Tel. (+574) 341 35 17.
E-mail: maraljure@hotmail.com (M. Aljure Rey).

No todas las líneas son sometidas a una medición directa de parámetros, y entran en funcionamiento con parámetros que difieren de los reales. Igualmente, aún después de la simulación y medición directa de los parámetros, es usual encontrar líneas en funcionamiento cuyos parámetros no corresponden a los reales.

Los errores en la estimación de los parámetros se reflejan en el mal comportamiento de las protecciones del sistema eléctrico y en las discrepancias entre la simulación con programas de análisis de red y el comportamiento real del sistema. Esto hace necesario encontrar los verdaderos parámetros de la línea.

Existen diversas investigaciones que describen métodos para la obtención de estos parámetros mediante medidas simultáneas de voltaje, corriente y potencia en ambos extremos de las líneas ([Indulkar y Ramalingam, 2008](#); [Bi, et al., 2008](#); [Hu, et al., 2006](#); [Kusic y Garrison, 2004](#)). Estos métodos son costosos y complejos al requerir equipos especializados, medidas exactas y, algunas veces, la disponibilidad total de la línea.

Otros estudios estiman los parámetros mediante ecuaciones teóricas complejas ([Kurokawa et al., 2001](#); [Dommel, 1986](#)), pero sus resultados pueden diferir hasta un 30% de los valores reales ([Kusic y Garrison, 2004](#)), como consecuencia de las sucesivas aproximaciones físicas no aplicables en diversas situaciones ([Kurokawa et al., 2005](#)).

En este trabajo se presenta la demostración y evaluación de dos fórmulas de baja complejidad matemática para el cálculo exacto, rápido y sencillo de la resistencia y pérdidas de potencia en una línea de transmisión.

En la segunda sección se demuestran las fórmulas a partir de las ecuaciones de Maxwell. En la tercera sección se evalúan las fórmulas en tres líneas de transmisión del sistema eléctrico colombiano, y en la cuarta sección se realiza una comparación de resistencia y potencia disipada en forma de calor al conducir energía eléctrica a 60Hz, 50Hz y DC.

2. CÁLCULOS MATEMÁTICOS

Se modeló matemáticamente la densidad de corriente en un cable recto conductor de radio a , cuyo eje es el eje z y que transporta una corriente pico I . De allí, se procedió a calcular la potencia disipada por unidad de longitud, de donde se obtuvo la resistencia por unidad de longitud del cable.

C. Johnk, al igual que otros autores, realizan un cálculo de la densidad de corriente en un conductor recto tomando como dato la densidad de corriente en la superficie del conductor ([Johnk, C., 1981](#)). Como en las líneas de transmisión se mide la corriente que transporta el conductor, se utilizó este valor como un parámetro de las ecuaciones descritas a continuación.

2.1. Densidad de corriente

Derivando respecto al tiempo la ley de Ampère-Maxwell y considerando las corrientes de desplazamiento despreciables respecto a las de conducción en el sistema en estudio, puede decirse que:

$$\nabla \times \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mu \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t}, \quad (1)$$

Donde \mathbf{B} es el campo magnético, \mathbf{J} es la densidad de corriente eléctrica y μ la permeabilidad magnética del conductor.

Siendo σ la conductividad del conductor, aplicando la Ley de Faraday y la ley constitutiva para los materiales eléctricos $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ en (1), puede deducirse que:

$$-\nabla \times \nabla \times \mathbf{J} = \sigma \mu \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t}. \quad (2)$$

Representando la densidad de corriente como fasor y de la forma $\mathbf{J} = J \hat{\mathbf{z}}$, de (2) se obtiene:

$$\rho^2 \frac{\partial^2 J}{\partial \rho^2} + \rho \frac{\partial J}{\partial \rho} - \mu \sigma \rho^2 J = 0. \quad (3)$$

(3) tiene la forma de una ecuación de Bessel, y su solución es:

$$\mathbf{J} = A J_0(m\rho) \hat{\mathbf{z}}, \quad (4)$$

donde A es una constante, J_0 es la función de Bessel de primera clase de orden 0 y $m^2 = -\mu\sigma\omega j$, con j la unidad imaginaria y ω la frecuencia de la red en rad/seg.

Calculando la corriente total I transportada por el cable, se halla A y se procede a reemplazar su valor en (4), obteniendo la densidad de corriente:

$$\mathbf{J} = \frac{I m}{2\pi a J_1(am)} J_0(m\rho) \hat{\mathbf{z}}. \quad (5)$$

2.2. Potencia disipada en forma de calor

La potencia por unidad de longitud radiada en forma de calor se calculó a partir del teorema de Pointyng:

$$P = -\frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \mathbf{R}\{\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*\} \cdot d\mathbf{S}, \quad (6)$$

donde l es la longitud de cable, \mathbf{H} es la intensidad de campo magnético y tanto \mathbf{E} como \mathbf{H} están representados en forma fasorial, siendo \mathbf{H}^* la intensidad de campo magnético conjugada. $\mathbf{R}\{\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*\}$ representa la parte real del producto cruz $\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*$.

A partir de \mathbf{J} en (5) se obtienen \mathbf{H} y \mathbf{E} mediante la Ley de Faraday y $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$. Sus valores se sustituyen en (6) y se obtiene la fórmula para las pérdidas de potencia por metro:

$$P = \frac{I^2}{4\pi\sigma a} \left\{ \frac{m J_0(am)}{J_1(am)} \right\}. \quad (7)$$

2.3. Resistencia de las líneas de transmisión

Conociendo que la potencia disipada en forma de calor en un conductor responde a la ecuación $P = I^2 R/2$, siendo I la corriente pico y R la resistencia del conductor, se iguala esta ecuación

con (7) y se despeja R , obteniéndose la fórmula para la resistencia por metro:

$$R = \frac{1}{2\pi\sigma a} \left\{ \frac{m J_0(am)}{J_1(am)} \right\}. \quad (8)$$

Tanto (7) como (8) son de altísima utilidad al permitir calcular con facilidad y exactitud la resistencia y la potencia disipada por unidad de longitud en una línea de transmisión, teniendo en cuenta el efecto piel para cualquier frecuencia y las características propias del conductor.

Para su implementación sólo se requiere conocer el radio, longitud, permeabilidad magnética y conductividad eléctrica del conductor, al igual que la frecuencia de conducción, datos de fácil obtención por tratarse de parámetros de fabricación de las líneas.

(7) y (8) fueron calculadas para líneas de transmisión de un conductor por fase. Dado que no se tuvo en cuenta el efecto de proximidad, su implementación en líneas con varios conductores por fase ocasiona un error hasta del 15%.

3. EVALUACIÓN NUMÉRICA Y COMPARACIÓN

3.1. Ecuación para la resistencia

Con el objeto de validar los resultados teóricos obtenidos, se calcularon las resistencias de tres líneas de transmisión del sistema eléctrico colombiano: Betania - Mirolindo, Circo - Paraíso y Ancón Sur - Esmeralda. La Tabla 1 muestra la evaluación de (8) sobre éstas líneas. Los resultados obtenidos se compararon con los valores oficiales reportados por la Unidad de Planeación Minero Energética ([UPME, 2008](#)).

La conductividad y permeabilidad utilizadas en (8) fueron calculadas a partir de las propiedades del conductor de la línea. Los valores restantes fueron obtenidos del portal de la UPME ([UPME, 2008](#)).

Tabla 1. Resistencia en tres líneas de transmisión.

Línea transmisión	RESISTENCIA (Ω/km)	
	Calculada	Valor oficial
Betania - Mirolindo	0.0628	0.062
Circo - Paraíso	0.04404	0.0441
Ancón Sur - Esmeralda	0.0588	0.0585

Para la línea Betania – Mirolindo se observa una diferencia porcentual entre la resistencia calculada y reportada como valor oficial del 1.3%; para la línea Circo – Paraíso del 0.1%; y para la línea Ancón Sur – Esmeralda del 0.5%.

Como puede apreciarse, no hay diferencias significativas entre los valores oficiales y los calculados con (8). Esto refleja la exactitud y precisión de esta ecuación para el fácil cálculo de la resistencia, garantizando un cálculo correcto de este parámetro mediante (8).

3.2. Ecuación para la disipación de potencia

Para corroborar los resultados obtenidos en el cálculo teórico de la disipación de potencia, se aplicó (7) sobre la línea Circo – Paraíso y se comparó con los datos generados por un flujo de cargas del sistema eléctrico colombiano, suministrado por XM – Los expertos en mercados.

El flujo de cargas reporta una disipación de potencia de 230kW cuando la línea transporta una corriente de 187,7A. Para esta corriente se aplicó (7) sobre la línea y se calculó una disipación de potencia de 233kW, representando una diferencia del 1.3% respecto al reportado en el flujo de cargas por XM – Los expertos en mercados.

Tampoco se aprecia una diferencia significativa entre el cálculo realizado con (7) y el valor oficial, brindando una gran confianza para realizar un cálculo exacto de la disipación de potencia en una línea de transmisión utilizando esta ecuación.

4. CONDUCCIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA A 60Hz, 50Hz Y DC.

Con las fórmulas (7) y (8) se evaluó de forma rápida, exacta y sencilla el comportamiento de la resistencia y de las pérdidas de potencia en una línea de transmisión energizada a 50Hz, 60Hz ó DC.

Para dicho análisis se evaluaron (7) y (8) sobre dos líneas de transmisión energizadas a 60Hz, 50Hz y DC. Las líneas de transmisión en estudio fueron Betania – Mirolindo y Ancón Sur – Esmeralda. Los resultados obtenidos se consignan en la Tabla 2.

Tabla 2. Líneas Betania – Mirolindo y Ancón Sur – Esmeralda a 60Hz, 50Hz, y DC.

	Frec.	R (Ω/km)	Pot. (MW)
Betania - Mirolindo	60Hz	0,0628	14,13
	50Hz	0,0619	13,93
	DC	0,0598	13,45
Ancón Sur - Esmeralda	60Hz	0,0585	20
	50Hz	0,0568	19,4
	DC	0,0526	17,97

Como se aprecia en la Tabla 2, para la línea Betania – Mirolindo la diferencia porcentual de resistencia y pérdida de potencia entre conducción de energía a 60Hz y 50Hz es del 1.4%; esto indica que si se transmite energía eléctrica a 50Hz, se generaría un ahorro de energía del 1.4% sobre las pérdidas generadas por la conducción a 60Hz. Igualmente, entre 60Hz y DC se presenta una diferencia del 4.8%.

La relación de resistencia de AC sobre la resistencia de DC resulta ser $\frac{R_{CA}}{R_{CD}} = 1.05$.

No obstante, estas relaciones no se conservan para la línea Ancón Sur – Esmeralda, que presenta una diferencia porcentual del 3% entre conducción a 60Hz y 50Hz, y una diferencia del 11% entre 60Hz y DC. El ahorro energético de transmitirse a DC es más significativo para la línea Ancón Sur – Esmeralda que para la línea Betania – Mirolindo.

Igualmente la relación $\frac{R_{CA}}{R_{CD}}=1.11$ es mayor,

indicando que las propiedades del conductor de las líneas de transmisión son determinantes en la incidencia del efecto piel sobre la resistencia del conductor.

Así, para calcularse la resistencia de CA a partir de la resistencia de CD en un conductor, el factor de relación dependerá de las propiedades del conductor, imposibilitando su generalización para todos los conductores.

5. CONCLUSIONES

Se demostraron 2 fórmulas de baja complejidad matemática para el cálculo exacto y sencillo de la resistencia y pérdidas de potencia en una línea de transmisión. Los parámetros de las fórmulas son de fácil obtención por tratarse de parámetros de fabricación del conductor de la línea.

Mediante la comparación con datos oficiales de 3 líneas de transmisión del sistema eléctrico colombiano se evaluó la precisión de estas fórmulas, generándose una diferencia menor del 1.5% en todas las comparaciones.

La versatilidad de las fórmulas permitió realizar un rápido análisis del comportamiento de la resistencia y pérdidas de potencia en la conducción de energía eléctrica a 60Hz, 50Hz y DC. Se evidenció que el ahorro energético varía según las propiedades de la línea, siendo más significativo el ahorro en la conducción en DC que a 50Hz.

También se observó que el factor de relación de la resistencia de AC sobre DC varía según las propiedades del conductor, imposibilitando su generalización para todos los conductores.

AGRADECIMIENTO

Los autores expresan su agradecimiento al PhD. Jorge W. González, a la doctora Margarita Ramírez y a la compañía XM – Los expertos en mercados, por sus contribuciones.

REFERENCIAS

- Bi, T., J. Chen, J. Wu y Q. Yang (2008). Synchronized Phasor based On-line Parameter Identification of Overhead Transmission Line. IEEE Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies, 1: 1657 – 1662.
- Dommel, H. W. (1986), EMTP Theory Book Portland, OR.
- Hu, Z. y Yunping Chen. (2006). A new method of live line measuring the inductance parameters of transmission lines based GPS technology. IEEE Transactions Power Delivery, 23: 1288 – 1295.
- Indulkar, C. S. y K. Ramalingam (2008). Estimation of transmission line parameters from measurements. Electrical Power & Energy Systems, 30: 337-342.
- Johnk, C. (1981). Teoría electromagnética: principios y aplicaciones. Limusa, México.
- Kurokawa, S., J. Pissolato, M. Tavares, C. Portela y A. Prado (2005). A new procedure to derive transmission line parameters: theoretical considerations. IEEE Power Engineering Society General Meeting, 1: 103-110.
- Kurokawa, S., J. Pissolato, M. Tavares, C. Portela y A. Prado (2001). Analyzing the transmission line parameters in frequency domain. IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, 2: 878-883.
- Kusic, G. L. y D. L. Garrison (2004). Measurement of transmission line parameters from SCADA data. IEEE PES Power Systems Conference and Exposition, 1: 440-445.
- UPME (2008). En línea, en líneas de transmisión. [www.upme.gov.co/Transmision_Energia/default.aspx], consultado en 2008-07-30.

SOBRE LOS AUTORES

Mauricio Aljure Rey

Ingeniero Electricista de la Universidad Pontificia Bolivariana, año 2008.

Carlos Peñuela Salazar

Docente de Electromagnetismo de la Escuela de Ingenierías de La Universidad Pontificia Bolivariana. Ingeniero Electrónico de formación

y Magíster en Física de La Universidad de Antioquia, año 2006.