

**MODELADO, SIMULACIÓN Y CONTROL DE UN ROBOT MÓVIL TIPO
TRACCIÓN DIFERENCIAL**

CARLOS ROBERTO DÍAZ QUINTERO

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA
ESCUELA DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA
BUCARAMANGA
2013**

**MODELADO, SIMULACIÓN Y CONTROL DE UN ROBOT MÓVIL TIPO
TRACCIÓN DIFERENCIAL**

CARLOS ROBERTO DÍAZ QUINTERO

**PROYECTO DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO
ELECTRÓNICO**

**DIRECTOR DEL PROYECTO
CARLOS GERARDO HERNÁNDEZ CAPACHO**

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA
ESCUELA DE INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA
BUCARAMANGA**

2013

Nota de aceptación

Firma del jurado

Firma del jurado

Bucaramanga, 4 de Febrero de 2013

DEDICATORIA

A Dios

Por haberme dado la fortaleza, la perseverancia, la paciencia, la salud y la inteligencia que me permitió llegar hasta este punto para lograr mis objetivos.

A mi familia

A mi madre por brindarme sus lecciones, sus consejos y su apoyo incondicional en todo momento, a mi padre por las palabras siempre sinceras que llegan en el momento preciso y a mi hermana que dispone su franqueza a mi beneficio.

A mis maestros

Mi director el Ing. Carlos Gerardo Hernández Capacho, al PhD Luis Ángel Silva y a todos los profesores que me brindaron sus conocimientos durante este proceso y que me formaron para ser un profesional capacitado.

A mis amigos

Paola Pérez, Silvia Moreno, Camilo Moncayo, Jairo Vargas, Yuli Álvarez y los viejos amigos que recorrieron este camino lleno de alegrías, preocupaciones, afanes y satisfacciones en el transcurso de toda mi carrera profesional.

AGRADECIMIENTOS

Al finalizar este escalón en mi vida me siento muy orgulloso del hombre que soy, de lo que hasta el momento he aprendido y logrado y de lo que estoy seguro conseguiré en el resto de camino. Sin embargo es inevitable recordar que no ha sido una travesía fácil y que por supuesto no he llegado hasta aquí solo, mis logros se los agradezco de manera muy sincera y especial principalmente a Dios quien me llena de regalos cada mañana, brindándome salud, inteligencia, oportunidades y una familia incondicional; a mi familia que con sus consejos, apoyo y amor me animan e impulsan a lograr lo que quiero, y a mis amigos que comparten sus experiencias y alegrías, llenando de momentos gratos mi memoria.

Agradezco a la institución en la cual tuve la oportunidad de realizar esta etapa de formación investigativa en el interior del grupo Control Industrial de la Facultad de Ingeniería Electrónica, quienes con sus aportes, sugerencias y asesorías me han conducido al desarrollo del proyecto.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	1
OBJETIVOS	3
OBJETIVO GENERAL	3
OBJETIVOS ESPECÍFICOS	3
1. MARCO TEÓRICO	4
1.1 Estado del arte	4
1.2 Conceptos básicos	5
1.2.1 Software	6
1.2.2 Co-Simulación	8
1.2.3 Planificador de trayectorias	8
1.2.4 Modelado matemático de un Sistema Robótico	8
1.2.5 Control de posición	9
2. METODOLOGÍA	15
2.1 Diseño de la estructura del modelo de simulación del robot móvil tipo tracción diferencial	15
2.1.1 Construcción de la estructura del modelo de simulación del robot móvil tipo tracción diferencial en el software CATIA	15
2.1.2 Ensamble del modelo de simulación dinámico del robot móvil tipo tracción diferencial en el software ADAMS	20
2.2 Implementación de los conceptos básicos para controlar el movimiento deseado del robot móvil tipo tracción diferencial	28
2.2.1 Co-Simulación ADAMS/MATLAB	28
2.2.2 Planificador de trayectoria	34
2.2.3 Modelado cinemático del robot móvil tipo tracción diferencial	37
2.2.4 Controlador PD con retroalimentación de velocidad	44
2.2.5 Selección de los motores	46
3. RESULTADOS	48
3.1 Trayectoria Punto a Punto	48
3.1.1 Cuadrante I	49
3.1.2 Cuadrante II	60
3.1.3 Cuadrante III	64

3.1.4 Cuadrante IV.....	69
3.2 Trayectoria Multipunto.....	73
3.2.1 Trayectoria Multipunto 1	73
3.2.2 Trayectoria Multipunto 2	78
3.3 Análisis de Robustez.....	82
4. CONCLUSIONES	89
5. RECOMENDACIONES Y TRABAJOS FUTUROS	90
BIBLIOGRAFÍA	91

TABLA DE FIGURAS

Figura 1 Bloque Cinemática Directa.....	8
Figura 2 Bloque Cinemática Inversa.....	9
Figura 3 Control en malla cerrada de robots [15].....	10
Figura 4 Controlador Proporcional con retroalimentación de velocidad [15].....	11
Figura 5 Control PD con compensación de gravedad [15].....	12
Figura 6 Control PD con compensación de gravedad precalculada [15].....	13
Figura 7 Control PID [15].....	14
Figura 8 Inicio del programa CATIA.....	15
Figura 9 Inserción de un nuevo cuerpo.....	16
Figura 10 Creación del contorno de la pieza “chasis”.....	16
Figura 11 Pieza “chasis” con espesor y selección de una de sus caras.....	17
Figura 12 Contorno del agujero donde se sitúan las ruedas del robot.....	17
Figura 13 Ubicación en la pieza “chasis” de los agujeros para situar ambas ruedas del robot.....	18
Figura 14 Resultado de la pieza “chasis” con el espacio para situar las ruedas del robot móvil.....	18
Figura 15 Resultado al aplicar el material deseado a la pieza “chasis”.....	19
Figura 16 Construcción final del modelo de simulación del robot móvil en el programa CATIA.....	19
Figura 17 Espacio de trabajo del programa ADAMS.....	20
Figura 18 Método para importar una pieza al programa ADAMS.....	21
Figura 19 Pieza importada “chasis” al programa ADAMS.....	21
Figura 20 Modificación de las características de la pieza “chasis” en ADAMS.....	22
Figura 21 Obtención de los valores del centro de masa e inercia de la pieza “chasis” desde el programa CATIA.....	23
Figura 22 Creación del centro de masa de la pieza “chasis” en ADAMS.....	23
Figura 23 Importe de la pieza “Soporte Izquierdo” al programa ADAMS.....	24
Figura 24 Modo de uso de la herramienta junta “Fixed” del programa ADAMS.....	24
Figura 25 Pieza importada “Rin” al programa ADAMS.....	25
Figura 26 Modo de empleo de la herramienta junta “Revolute” en ADAMS.....	25
Figura 27 Visualización de la junta “Revolute” adjunta entre las piezas “Soporte” y “Rin” en ADAMS.....	26
Figura 28 Resultado final del ensamblado de todas las partes del robot móvil en ADAMS.....	26
Figura 29 Modificación de la herramienta junta de movimiento rotacional en ADAMS.....	27
Figura 30 Modificación de la herramienta de fuerza “SFROCE” en ADAMS.....	27
Figura 31 Activación del módulo ADAMS/Controls.....	28
Figura 32 Creación de una variable en el programa ADAMS.....	29

Figura 33 Asignación de una variable de entrada a la herramienta “SFORCE” en ADAMS	29
Figura 34 Obtención de medidas en la herramienta “SFORCE” en ADAMS.....	30
Figura 35 Asignación de una variable como salida del sistema en ADAMS	30
Figura 36 Establecimiento de una medición deseada a la variable de salida en ADAMS	31
Figura 37 Exportación de la planta desde ADAMS a MATLAB	32
Figura 38 Carga la planta de ADAMS en el espacio de trabajo de MATLAB	32
Figura 39 Obtención del bloque del modelo de simulación de la planta en MATLAB/Simulink	33
Figura 40 Diagrama de bloques del sistema	34
Figura 41 Perfiles de posición, velocidad y aceleración de las variables de entrada al sistema	34
Figura 42 Velocidad Tangencial deseada de las ruedas del robot.....	36
Figura 43 Velocidad Angular deseada de las ruedas del robot.....	37
Figura 44 Representación del punto P en el sistema global {A} [1].....	37
Figura 45 Descripción del sistema de coordenadas locales {B} con respecto al sistema de coordenadas globales {A} [1]	38
Figura 46 Definir el desplazamiento del sistema {B} con respecto al sistema {A} [1]	39
Figura 47 Establecer el sistema de coordenadas locales {L} sobre el robot móvil tipo tracción diferencial con referencia al sistema global {G} [1]	40
Figura 48 Arco de circunferencia descrito por el movimiento del robot móvil tipo tracción diferencial [1]	40
Figura 49 Bloque diseñado en Simulink que contiene la Cinemática Inversa	44
Figura 50 Cinemática Inversa implementada en Simulink.....	44
Figura 51 Controlador PD con retroalimentación de velocidad [15]	45
Figura 52 Bloque diseñado en Simulink del Controlador PD con retroalimentación de velocidad	45
Figura 53 Controlador PD con retroalimentación de velocidad en MATLAB/Simulink	46
Figura 54 Motor real del robot 3pi del fabricante Pololu [16]	46
Figura 55 Bloque diseñado en Simulink del motor	47
Figura 56 Operaciones de simulación del motor implementadas en Simulink	47
Figura 57 Diagrama de bloque del sistema en Simulink	48
Figura 58 Trayectoria en el primer cuadrante del punto (500,0).....	49
Figura 59 Perfil de posición del centro de masa del robot móvil en el eje X del cuadrante I	49
Figura 60 Perfil de posición del centro de masa del robot móvil en el eje Y del cuadrante I	50
Figura 61 Señal del error de posición en X P(500,0).....	50

Figura 62 Señal ampliada del error de posición en X P(500,0)	51
Figura 63 Señal del error de posición en Y P(500,0).....	51
Figura 64 Señal de la acción de control sobre la rueda izquierda del robot móvil P(500,0)	52
Figura 65 Ampliación de la señal de la acción de control ejercida sobre la rueda izquierda del robot móvil P(500,0).....	52
Figura 66 Señal de la acción de control sobre la rueda derecha del robot móvil P(500,0)	53
Figura 67 Ampliación de la señal de la acción de control ejercida sobre la rueda derecha del robot móvil P(500,0)	53
Figura 68 Par requerido por la rueda izquierda P(500,0)	54
Figura 69 Par requerido por la rueda derecha P(500,0).....	54
Figura 70 Trayectoria en el primer cuadrante del punto (725,578).....	54
Figura 71 Perfil de posición del centro de masa del robot móvil en X del cuadrante I P(725,578).....	55
Figura 72 Perfil de posición del centro de masa del robot móvil en Y del cuadrante I P(725,578).....	55
Figura 73 Señal del error de posición en X P(725,578).....	56
Figura 74 Señal ampliada del error de posición en X P(725,578)	56
Figura 75 Señal del error de posición en Y P(725,578).....	57
Figura 76 Señal ampliada del error de posición en Y P(725,578)	57
Figura 77 Señal de la acción de control sobre la rueda izquierda del robot móvil P(725,578).....	58
Figura 78 Señal ampliada de la acción de control sobre la rueda izquierda del robot móvil P(725,578)	58
Figura 79 Señal de la acción de control sobre la rueda derecha del robot móvil P(725,578).....	59
Figura 80 Señal ampliada de la acción de control sobre la rueda derecha del robot móvil P(725,578)	59
Figura 81 Par requerido por la rueda izquierda P(725,578)	60
Figura 82 Par requerido por la rueda derecha P(725,578).....	60
Figura 83 Trayectoria en el segundo cuadrante del punto (-456,893).....	61
Figura 84 Perfil de posición de la trayectoria centro de masa del robot móvil en X del cuadrante II del punto (-456,893)	61
Figura 85 Perfil de posición de la trayectoria centro de masa del robot móvil en Y del cuadrante II del punto (-456,893)	61
Figura 86 Señal del error de posición en X P(-456,893)	62
Figura 87 Señal del error de posición en Y P(-456,893)	62
Figura 88 Señal de la acción de control sobre la rueda izquierda del robot móvil P(-456,893)	63

Figura 89 Señal de la acción de control sobre la rueda derecha del robot móvil P(-456,893)	63
Figura 90 Par requerido por la rueda izquierda P(-456,893)	64
Figura 91 Par requerido por la rueda derecha P(-456,893).....	64
Figura 92 Trayectoria en el tercer cuadrante del punto (-600,-600)	65
Figura 93 Perfil de posición del centro de masa del robot móvil en X en el cuadrante III	65
Figura 94 Perfil de posición del centro de masa del robot móvil en Y en el cuadrante III	66
Figura 95 Señal del error de posición en X P(-600,-600)	66
Figura 96 Señal del error de posición en Y P(-600,-600)	67
Figura 97 Señal de la acción de control sobre la rueda izquierda del robot móvil P(-600,-600).....	67
Figura 98 Señal de la acción de control sobre la rueda derecha del robot móvil P(-600,-600).....	68
Figura 99 Par requerido por la rueda izquierda P(-600,-600).....	68
Figura 100 Par requerido por la rueda derecha P(-600,-600)	69
Figura 101 Trayectoria en el cuarto cuadrante del punto (200,-150).....	69
Figura 102 Perfil de posición del centro de masa del robot móvil en X en el cuadrante IV.....	69
Figura 103 Perfil de posición del centro de masa del robot móvil en Y en el cuadrante IV.....	70
Figura 104 Señal del error de posición en X P(200,-150)	70
Figura 105 Señal del error de posición en Y P(200,-150)	71
Figura 106 Señal de la acción de control sobre la rueda izquierda del robot móvil P(200,-150)	71
Figura 107 Señal de la acción de control sobre la rueda derecha del robot móvil P(200,-150)	72
Figura 108 Par requerido por la rueda izquierda P(200,-150)	72
Figura 109 Par requerido por la rueda derecha P(200,-150).....	73
Figura 110 Trayectoria Multipunto 1	74
Figura 111 Perfil de posición del centro de masa del robot móvil en X de la trayectoria Multipunto 1	74
Figura 112 Perfil de posición del centro de masa del robot móvil en Y de la trayectoria Multipunto 1	74
Figura 113 Señal del error de posición en X de la trayectoria Multipunto 1	75
Figura 114 Señal del error de posición en Y de la trayectoria Multipunto 1	75
Figura 115 Señal de la acción de control sobre la rueda izquierda del robot móvil en la trayectoria Multipunto 1	76
Figura 116 Señal de la acción de control sobre la rueda derecha del robot móvil en la trayectoria Multipunto 1	77

Figura 117 Par requerido por la rueda izquierda en la trayectoria Multipunto 1	77
Figura 118 Par requerido por la rueda derecha en la trayectoria Multipunto 1	78
Figura 119 Trayectoria Multipunto 2.....	78
Figura 120 Perfil de posición del centro de masa del robot móvil en X de la trayectoria Multipunto 2	79
Figura 121 Perfil de posición del centro de masa del robot móvil en Y de la trayectoria Multipunto 2	79
Figura 122 Señal del error de posición en X de la trayectoria Multipunto 2	80
Figura 123 Señal del error de posición en Y de la trayectoria Multipunto 2	80
Figura 124 Señal de la acción de control sobre la rueda izquierda del robot móvil en la trayectoria Multipunto 2	81
Figura 125 Señal de la acción de control sobre la rueda derecha del robot móvil en la trayectoria Multipunto 2	81
Figura 126 Par requerido por la rueda izquierda en la trayectoria Multipunto 2	82
Figura 127 Par requerido por la rueda derecha en la trayectoria Multipunto 2.....	82
Figura 128 Diagrama de bloques del sistema utilizado en Simulink con una señal de ruido blanco en la señal realimentada.....	83
Figura 129 Señal de ruido	83
Figura 130 Análisis de robustez en la trayectoria Multipunto 1	84
Figura 131 Perfil de posición del centro de masa del robot móvil en X de la trayectoria Multipunto 1 con incertidumbre.....	84
Figura 132 Perfil de posición del centro de masa del robot móvil en Y de la trayectoria Multipunto 1 con incertidumbre.....	85
Figura 133 Señal del error de posición en X de la trayectoria Multipunto 1 con incertidumbre.....	85
Figura 134 Señal del error de posición en Y de la trayectoria Multipunto 1 con incertidumbre.....	86
Figura 135 Señal de la acción de control sobre la rueda izquierda del robot móvil en la trayectoria Multipunto 1 con incertidumbre	86
Figura 136 Señal de la acción de control sobre la rueda derecha del robot móvil en la trayectoria Multipunto 1 con incertidumbre	87
Figura 137 Par requerido por la rueda izquierda en la trayectoria Multipunto 1 con incertidumbre.....	87
Figura 138 Par requerido por la rueda derecha en la trayectoria Multipunto 1 con incertidumbre.....	88

LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Características del motor.....	46
Tabla 2 Resultados Trayectorias Punto a Punto	49
Tabla 3 Resultados Trayectoria Multipunto	73
Tabla 4 Resultados Análisis de Robustez	83

RESUMEN

TÍTULO: MODELADO, SIMULACIÓN Y CONTROL DE UN ROBOT MÓVIL TIPO TRACCIÓN DIFERENCIAL

AUTORES: CARLOS ROBERTO DÍAZ QUINTERO

FACULTAD: INGENIERÍA ELECTRÓNICA

DIRECTOR: CARLOS GERARDO HERNÁNDEZ CAPACHO

PALABRAS

CLAVES: Modelo matemático, Co-Simulación, MSC ADAMS, CATIA, MATLAB, posición articular, pares.

La simulación permite realizar estudios de comportamientos futuros sobre un modelo antes de realizar una creación física del mismo, aprovechando el tiempo y recursos al máximo a la hora de realizar la producción en masa del prototipo. La finalidad del proyecto es valerse de los beneficios de la simulación para crear el modelo de un robot móvil tipo tracción diferencial que permita el movimiento del robot desde un punto inicial hasta un punto final.

Para producir movimiento es necesario hacer un estudio dinámico de la estructura del robot. El estudio dinámico del modelo de simulación se realiza con el programa MSC ADAMS el cual permite evaluar de manera casi real las variables presentes en un cuerpo como lo es la inercia, peso, fricción, entre otras.

En el programa MSC ADAMS las piezas creadas no presentan un alto detalle visual por lo cual se utiliza el software CATIA mejorando ampliamente la visualización de las piezas y facilitando hallar los valores de masa e inercia que poseen diferentes tipos de materiales necesarios para evaluar su comportamiento en el movimiento del robot móvil. Estos valores se importan al programa ADAMS al igual que cada una de las piezas creadas para ensamblarlas en dicho programa y obtener el bloque de modelo de simulación.

La respuesta del robot móvil ante una trayectoria se ve mejorada al implementar un controlador, reduciendo así el error en posición. El software MATLAB/Simulink permite diseñar o aplicar controladores de manera sencilla y confiable. Para beneficiarse del potencial de estos dos programas, se establece una Co-Simulación entre ADAMS/MATLAB mostrando los resultados logrados al mover el robot móvil a través de una trayectoria Punto a Punto y una trayectoria Multipunto.

ABSTRACT

TITLE: MODELING, SIMULATION AND CONTROL OF A DIFFERENTIAL STEERING MOBILE ROBOT

AUTORS: CARLOS ROBERTO DÍAZ QUINTERO

FACULTY: INGENIERÍA ELECTRÓNICA

DIRECTOR: CARLOS GERARDO HERNÁNDEZ CAPACHO

KEY WORDS: Mathematical model, Co-Simulation, MSC ADAMS, CATIA, MATLAB, joint position, force.

The simulation allows future conduct studies on a model before performing a physical creation of it, using the time and resources as possible to the time of making the mass production of the prototype. The goal of the project is to take advantage of the benefits of simulation to create the model of a differential steering mobile robot that allows movement of the robot from a start point to an end point.

To produce movement is necessary to make a dynamic study of the structure of the robot. The dynamic study of the simulation model is made with MSC ADAMS program which allows an almost real-evaluate the variables present in a body such as the inertia, weight, friction, among others.

The parts makes from MSC ADAMS program doesn't have a high visual detail, for this reason CATIA software is used widely to improve the visualization of the pieces and find the values of providing mass and inertia that have different types of materials needed to evaluate its performance in mobile robot motion. These values are imported into the ADAMS program as each of the pieces created to join them in the program and get the block simulation model.

The response of the mobile robot to a path is improved to implement a controller, thereby reducing the position error. The software MATLAB / Simulink permit to design or implement controllers simply and reliably. To benefit from the potential of these two programs, establishing a co-simulation between ADAMS / MATLAB showing the results achieved by moving the mobile robot trajectory through a point-to-point and multipoint trajectory.

INTRODUCCIÓN

El proyecto tiene como finalidad simular el modelo de un robot móvil tipo tracción diferencial (differential steering) [1].

La aparición de los robots en la industria, ha servido para facilitar y agilizar tareas o trabajos que requerían un tiempo considerable y una notable mano de obra para su realización. Este tipo de robot requiere un espacio de trabajo establecido y debido a ello no puede realizar tareas en otro sitio. Los robots móviles nacen de la necesidad de desplazar esos robots hacia donde se necesite y de no exponer a los seres humanos a tareas peligrosas y/o repetitivas brindando de esta manera una labor de apoyo a los nuevos trabajadores. Un robot móvil es aquel que se puede desplazar a través de un terreno sin importar su tipo de locomoción.

Los robots móviles han ido evolucionando y permiten realizar trabajos a millones de kilómetros de distancia, su importancia no solo está en la confiabilidad sino también en su movimiento. Los robots móviles realizan un gran número de actividades y sus aportes a la sociedad apuntan a ser un elemento más del hogar o la empresa [2].

Los robots móviles se pueden clasificar en aéreos, terrestres o acuáticos. Los robots móviles terrestres se clasifican de acuerdo al tipo de movimiento o locomoción que posean [3].

Este trabajo de grado, se centra en la simulación de un modelo de robot móvil terrestre, su desplazamiento es a través de ruedas utilizando tracción diferencial.

El robot móvil tipo tracción diferencial está formado por dos motores de corriente continua o DC, los cuales de manera individual proporcionan el movimiento al robot y un punto de apoyo deslizante para proporcionarle estabilidad a la plataforma [1].

A través del software MSC Adams, se obtendrá el modelo dinámico del robot, el cual se acercará mucho a la realidad teniendo en cuenta para su modelado la mayoría de variables presentes, como la inercia, peso, fricción, etc.

En el software MATLAB/Simulink se implementará el controlador para obtener los datos y sus respectivas gráficas de las variables que intervienen en el sistema. El

robot se moverá en un entorno libre desde un punto inicial hasta uno final; para ello se implementará un controlador de posición.

El presente trabajo de grado forma parte de la línea de investigación en robótica móvil del grupo de investigación Control Industrial de la Facultad de Ingeniería Electrónica de la Universidad Pontificia Bolivariana Seccional Bucaramanga.

El presente libro se encuentra dividido en tres capítulos. El primer capítulo define los conceptos básicos a tener en cuenta para desarrollar de manera satisfactoria el proyecto. En el segundo capítulo se describe el proceso de diseño de la estructura del robot móvil tipo tracción diferencial y la implementación de los conceptos básicos para establecer un sistema controlable especificando los bloques que intervienen en el proceso. En el tercer capítulo se encuentran los resultados para diferentes tipos de trayectorias que ha de seguir el robot móvil. Al final del libro se exponen las conclusiones, recomendaciones y trabajos futuros del proyecto.

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

Implementar un controlador de posición para el modelo de simulación de un robot móvil tipo tracción diferencial empleando la Co-Simulación ADAMS/MATLAB.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Diseñar la estructura de un modelo de simulación de un robot móvil tipo tracción diferencial empleando el software CATIA.
- Generar el modelo dinámico del robot móvil usando el software MSC ADAMS.
- Aplicar los modelos cinemáticos del robot.
- Diseñar un planificador de trayectorias para establecer el movimiento entre dos puntos espaciales del plano XY.
- Establecer el modelo de Co-Simulación ADAMS/MATLAB.
- Diseñar el controlador de posición para el modelo de simulación del robot móvil.

1. MARCO TEÓRICO

1.1 Estado del arte

El campo de la robótica ha evolucionado enormemente en los últimos años, se han realizado investigaciones importantes y es conocido un número significativo de publicaciones acerca del tema a tratar en este proyecto, a continuación se presentarán algunas consultas realizadas en bases de datos como la IEEE entre otras. Se muestran algunas publicaciones locales, nacionales e internacionales.

- Modelamiento Cinemático y Planteamiento Dinámico del Brazo Robótico GRYPHON y Módulo para Prácticas de Laboratorio: Tesis de grado realizada en la Universidad Pontificia Bolivariana, Seccional Bucaramanga en el año 2005 la cual plantea una solución al problema cinemático del manipulador de 5 grados de libertad; el modelo dinámico que se relaciona del robot permite estudiar las fuerzas implicadas en el movimiento de cada articulación del robot obteniendo como resultado las ecuaciones matemáticas que relacionan las posiciones finales del manipulado respecto a su base como también unas prácticas de laboratorio con el manipulador GRYPHON [4].
- Diseño e Implementación de una Red Neuronal en un dsPIC para el Control de Trayectoria de un Robot Detector de Obstáculos: Este trabajo de grado desarrollado en la Universidad Pontificia Bolivariana, Seccional Bucaramanga en el año 2007 presenta la implementación de una red neuronal PNN (Probabilistic Neural Network) en el computador y sobre un microcontrolador dsPIC permitiendo a un robot detectar y esquivar obstáculos para ir de un punto inicial hasta un punto final [5].
- Modelado, Simulación y Control de un Manipulador Robótico de 2 Grados de Libertad Empelando ADAMS/MATLAB: Es un trabajo de grado para optar al título de Especialista en Control e Instrumentación Industrial de la Universidad Pontificia Bolivariana, Seccional Bucaramanga presentado el año 2012, en la cual se definen las características cinemáticas y dinámicas de un robot con dos grados de libertad para construir un modelo virtual utilizando el software MSC ADAMS y establecer una Co-Simulación con MATLAB para analizar el comportamiento de la posición espacial y articular, los pares generados por los motores de cada articulación y los errores del sistema [6].
- Modelo Cinemático de un Robot Móvil tipo Diferencial y Navegación a partir de la Estimación Odométrica: Este artículo publicado en el 2009 por la Universidad Tecnológica de Pereira presenta la implementación de

estrategias de navegación de un robot móvil tipo diferencial utilizando hardware reconfigurable (FPGAS) [7].

- Navegación de Robot Móvil en Interiores Utilizando Flujo Óptico a partir de Imágenes Panorámicas: Tesis para optar al título de magister desarrollada en Medellín en el año 2009, la cual presenta la navegación de un robot móvil en interiores a partir de señales obtenidas desde una cámara utilizando el flujo óptico [8].
- Un Robot Móvil Teleoperado: Este artículo publicado en 2009 y presentado por Cristhian Durán y Melvin González de la Universidad de Pamplona, consiste en el diseño y construcción de un robot teleoperado para la atención de situaciones de alto riesgo en ambientes hostiles [9].
- Planificador de Trayectorias para un Robot Móvil Orientado a la Reconstrucción en 3D de entornos Desconocidos: Tesis de maestría desarrollada en 2010 por Mauricio Jaramillo en la ciudad de Manizales, muestra un planificador de trayectorias planas de un robot móvil que tiene como función la reconstrucción de escenarios desconocidos [10].
- Análisis y Diseño del Control de Posición de un Robot Móvil con Tracción Diferencial: El autor Alberto Baño Azcón presenta en su tesis de 2003 un proyecto donde modelan y construyen un robot móvil tipo tracción diferencial y sobre él, prueban diferentes controladores que satisfagan las necesidades de movimiento [1].
- Detección y diagnóstico de Fallas en Robots Móviles Cooperativos: En la Universidad Católica de Chile se presenta una tesis de maestría por Rodrigo Carrasco en el año 2004. En esta tesis se ataca el problema de la existencia de fallas en robots móviles cooperativos dando como solución una plataforma robusta que permita detectar fallas en un componente del robot y así lograr tomar las medidas necesarias para su corrección [11].
- Modelado, Simulación y Construcción de un Robot Móvil de Ruedas Tipo Diferencial: Este artículo presentado en México en el año 2010 por Edgar Ramos, Rodolfo Morales y Ramón Silva muestra el modelado, simulación y construcción de un robot móvil de ruedas tipo diferencial que proponían serviría como prototipo para realizar pruebas de diferentes controladores [3].

1.2 Conceptos básicos

En este apartado se describen algunos conceptos desarrollados en el trabajo de grado los cuales, serán necesarios manejar para familiarizarse con los temas tratados en el presente documento.

1.2.1 Software

Se describen algunas aplicaciones computacionales que cumplen con los requisitos para llevar a cabo los objetivos planteados en este trabajo de grado. Existe una gran cantidad de programas que se pueden manejar para cumplir con los objetivos propuestos sin embargo, se utiliza y centra el proyecto en el software descrito en el anteproyecto debido a que se tiene una mayor accesibilidad y la Universidad cuenta con conocimiento sobre ellos.

1.2.1.1 SolidWorks

SolidWorks es un software de la casa Dassault Systemes para modelar piezas mecánicas en 3D permitiendo especificar el peso, la longitud, el material de la pieza, y crear o modificar restricciones. SolidWorks presenta varios módulos para facilitar el diseño del prototipo a implementar y facilita el uso de las diferentes herramientas que este software posee. Uno de esos módulos se basa en el estudio cinemático del ensamblaje de piezas, es decir, se crea un prototipo de simulación compuesto por varias partes unidas entre sí a través de juntas, etc. Ensamblado el prototipo en el software se realiza la simulación de sus partes, los cálculos de esta simulación se realizan en el módulo ADAMS/Solver incorporado en SolidWorks.

Terminado el ensamblaje de todas las piezas que componen el prototipo de simulación, es posible guardar el archivo en el formato *.adm permitiendo así, ejecutarlo directamente en ADAMS/View para luego realizar el estudio dinámico del sistema.

1.2.1.2 CATIA

El software CATIA diseñado por Dassault Systemes fue creado pensando en la industria aeronáutica y debido a sus grandes aplicaciones a otras áreas como en la construcción o en la automotriz, se fue expandiendo para brindar apoyo en las áreas mencionadas. CATIA es una aplicación interactiva que permite obtener apoyo en el diseño de un producto desde su etapa inicial o etapa Diseño Asistido por Computador (CAD) hasta la Fabricación Asistida por Computador (CAM) y análisis de productos.

El entorno de trabajo de este software se basa en la comodidad y aprovechamiento del área útil en la pantalla porque el árbol de procesos se encuentra en la misma y no hay necesidad de múltiples ventanas independientes. Otra gran ventaja de CATIA es la facilidad para cambiar los módulos de trabajo y aplicarlos al diseño del modelo, sin necesidad de guardar el archivo con una

extensión en especial; se selecciona el módulo donde se desea trabajar y el menú de herramientas cambiará automáticamente para continuar con el diseño haciendo posible el acceso a las utilidades que ofrece cada módulo [12].

1.2.1.3 MSC ADAMS

El software MSC ADAMS se especializa en el estudio de la dinámica de las cargas y fuerzas que se aplican sobre los sistemas mecánicos.

Este software permite realizar un estudio sobre sistemas lineales y no-lineales, evaluando vibraciones, movimiento y en el caso del presente trabajo de grado, el estudio de la dinámica del movimiento del robot móvil sobre un plano. MSC ADAMS presenta varios módulos de trabajo los cuales se utilizan dependiendo de las necesidades del usuario. En el módulo ADAMS/View se trabaja sobre el prototipo deseado, aquí se ensamblan las piezas y se establecen las uniones entre ellas; estas pueden ser de tipo rotacional, estáticas, esféricas, planares, entre otras. El módulo permite darle peso, longitud y tipo de material a una pieza específica, de igual forma, se puede adjudicar valores a la inercia y el centro de masa de la pieza.

Existen otros módulos como son ADAMS/Car, ADAMS/Flex, ADAMS/Insight, ADAMS/PostProcessor que se utilizan dependiendo de las necesidades del usuario, por ejemplo, el último módulo nombrado muestra los datos de simulación de forma detallada.

1.2.1.4 MATLAB

Esta herramienta lleva a cabo procesos de cálculos matemáticos y visualización de los mismos en gráficos. Es muy usado en todas las ingenierías porque cubre casi todas las áreas de interés para los ingenieros, siendo de ayuda ante cualquier problema sin el uso de programación tradicional.

MATLAB al igual que muchos software presenta módulos o “toolbox” para facilitar la resolución de problemas. Una de ellas es Simulink, usada en sistemas de control para el análisis de los mismos. Simulink se basa en una programación por bloques que permiten variar sus parámetros internos dependiendo de lo que se desee lograr. Este módulo es usado en los sistemas de control porque permite hacer una evaluación de la planta en lazo abierto ante varias señales de entrada e implementar el controlador que mejor se adapte para mejorar su respuesta a la señal de entrada especificada.

1.2.2 Co-Simulación

La Co-Simulación se describe como una cooperación entre dos software para mejorar los resultados obtenidos, estos resultados no serían igual de satisfactorios si se trabajan los mismos software por aparte. Se puede tener un software excelente en simulación de modelos pero de bajas expectativas en control de sistemas, si se establece una Co-Simulación entre un software de gran potencial en simulación y otro software de grandes capacidades en control se obtendrán mejores resultados aprovechando de esta manera las capacidades de ambos software.

1.2.3 Planificador de trayectorias

El objetivo del planificador de trayectorias es permitir al robot ir de un punto inicial a uno final y debe cumplir con las limitaciones tanto cinemáticas como dinámicas. El planificador cumple la tarea de generar trayectorias suaves cumpliendo las limitantes tanto de velocidad, aceleración y jerk evitando así los desgastes en los actuadores. Para conseguir la trayectoria suave deseada es necesario desarrollar un polinomio de orden elevados y a tramos para no producir comportamientos indeseados en los puntos intermedios.

1.2.4 Modelado matemático de un Sistema Robótico

1.2.4.1 Modelo cinemático

La cinemática es el estudio de movimiento sin tener en cuenta las fuerzas que actúan en él. La cinemática de manipuladores se refiere al estudio de las propiedades matemáticas en función del tiempo que describen su movimiento.

Con las ecuaciones desarrolladas en el estudio de la cinemática del robot móvil se describen la posición y orientación del efector final o centro de masa de dicho robot con base en una posición global [13].

1.2.4.1.1 Modelo cinemático directo

El objetivo de la cinemática directa es determinar la posición y orientación del robot móvil con respecto a un sistema de coordenadas que se toma de referencia.



Figura 1 Bloque Cinemática Directa.

1.2.4.1.2 Modelo cinemático inverso

La cinemática inversa establece las posiciones angulares que debe adoptar el robot para unos valores de posición y orientación conocidos.

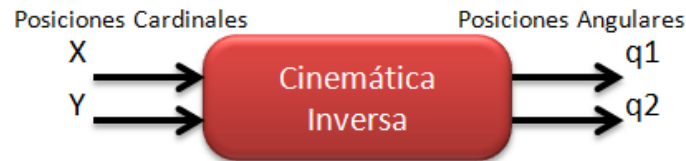


Figura 2 Bloque Cinemática Inversa.

1.2.4.2 Modelado dinámico

La dinámica centra su estudio en las fuerzas que actúa sobre un cuerpo y el movimiento que producen sobre él.

En esta sección se tiene en cuenta las dimensiones como lo es la longitud, la masa e inercia de sus partes. Conforman también el estudio dinámico las variables velocidad y aceleración, comprometidas en la localización del robot según las variables articulares o coordenadas. Dicho anteriormente, también en el modelo dinámico se necesitan las fuerzas o pares aplicados a sus articulaciones.

El resolver las ecuaciones el modelo dinámico del robot permite conocer el movimiento que generan las fuerzas aplicadas sobre él.

El modelo dinámico es indispensable para conocer la simulación del movimiento del robot, diseño y evaluación de la estructura mecánica del robot, dimensiones de los actuadores, diseño y evaluación del control dinámico del robot [14].

1.2.5 Control de posición

Generalmente se construye un sistema de control adecuado y funcional utilizando la retroalimentación de los sensores presentes en las articulaciones de los robots. Esta señal realimentada se utiliza para calcular los errores presentes en la diferencia entre la posición deseada y posición actual como en la diferencia de la velocidad deseada y la velocidad actual. De esta forma, se calcula el par necesario en los actuadores que reduzca el error de posición en la trayectoria establecida [13].

El control de posición se basa en una posición articular deseada y con base en ésta se determina una función vectorial τ de tal forma que las articulaciones del robot lleguen al punto deseado.

El modelo dinámico de un robot de n grados de libertad en condiciones ideales se puede tomar como:

$$M(q) * \ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau \quad (1-1)$$

Donde

M : Matriz de inercia.

C : Matriz centrífuga y de Coriolis.

g : Vector de gravedad.

τ : Fuerza o pares ejercidos externamente.

q : Posición

\dot{q} : Velocidad

\ddot{q} : Aceleración

El problema de control de posición de robots móviles o de robots manipuladores consiste en determinar una función vectorial τ dada una posición deseada (q_d), constante, de tal forma que las posiciones q asociadas a las coordenadas articulares del robot lleguen de manera aproximada a q_d . El cálculo del vector τ involucra, normalmente, una función no lineal de q , \dot{q} y \ddot{q} . A esta función se le conoce como controlador. Es deseado que el controlador no dependa de la aceleración articular \ddot{q} . La Figura 3 presenta el diagrama de bloques formado por un controlador realimentado y un robot [15].

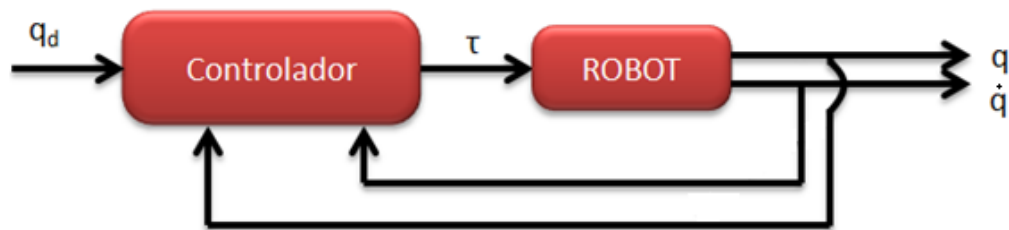


Figura 3 Control en malla cerrada de robots [15]

Controladores que cumplen con esta configuración se presentan en [15] y pueden ser:

1.2.5.1 Controlador Proporcional con retroalimentación de velocidad y Control PD

Este tipo de controlador es el más sencillo que puede implementarse en el control de robots manipuladores. Esta estrategia de control es muy usada en el control de la posición angular de motores de corriente continua. Se representa a través de la ecuación (1-2):

$$\tau = k_p * q + k_v * \dot{q} \quad (1-2)$$

Donde k_p , k_v son matrices simétricas positivas seleccionadas por el diseñador. La Figura 4 presenta el diagrama de bloques conformador por el controlador y un robot.

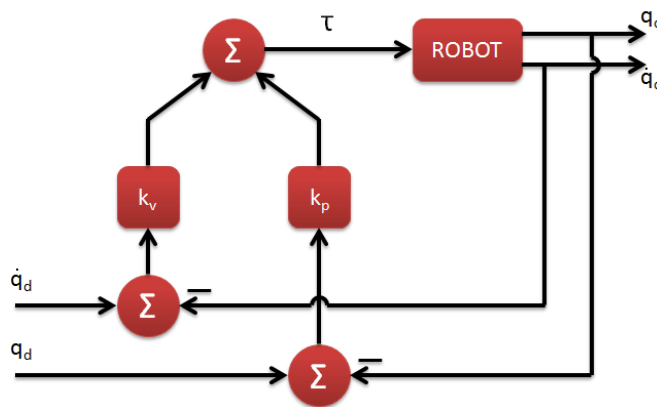


Figura 4 Controlador Proporcional con retroalimentación de velocidad [15]

1.2.5.2 Control Proporcional Derivativo con compensación de gravedad

El controlador anterior se restringe a modelos dinámicos que no presenten el vector de pares gravitacionales $g(q)$, es decir, robots que se muevan en el plano horizontal o que la estructura esté diseñada para eliminar dicho vector.

La estrategia de control PD con compensación de gravedad requiere el conocimiento previo de una parte del modelo dinámico del robot que se desea controlar, esto hace referencia al vector de pares gravitacionales $g(q)$. Se representa a través de la ecuación (1-3):

$$\tau = k_p * q + k_v * \dot{q} + g(q) \quad (1-3)$$

Donde k_p , k_v son matrices simétricas positivas seleccionadas por el diseñador. Nótese que la única diferencia es la adición del vector gravitacional. La Figura 5 muestra el diagrama de bloques del controlador junto con el robot a controlar.

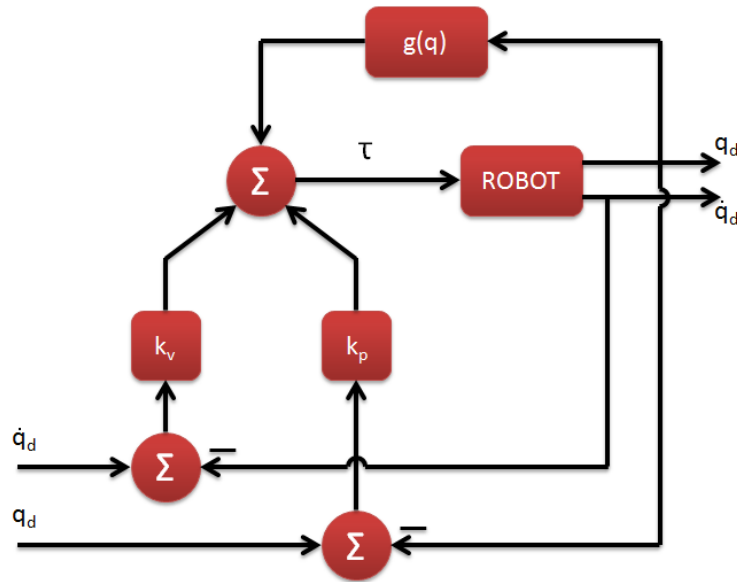


Figura 5 Control PD con compensación de gravedad [15]

1.2.5.3 Control Proporcional Derivativo con compensación precalculada de gravedad

Esta estrategia de control es una variación del anterior controlador ya que al evaluar el vector de pares gravitacionales es necesario emplear un tiempo de respuesta mayor, debido a las complejas funciones que se deben resolver. Una alternativa propuesta es precalcular este vector para que dependa de la posición deseada q_d y que no sea necesario evaluar $g(q)$ en todo momento; esto se puede hacer porque q_d se supone constante. La ecuación (1-4) representa esta estrategia de control:

$$\tau = k_p * q + k_v * \dot{q} + g(q_d) \quad (1-4)$$

Donde k_p , k_v son matrices simétricas positivas seleccionadas por el diseñador. La Figura 6 representa este controlador en diagrama de bloques permitiendo ver la diferencia con el anterior tipo de control, mostrando que el vector de pares gravitacionales depende de la posición deseada y no depende de la posición actual, lo que permite disminuir el tiempo de cálculo de dicha variable.

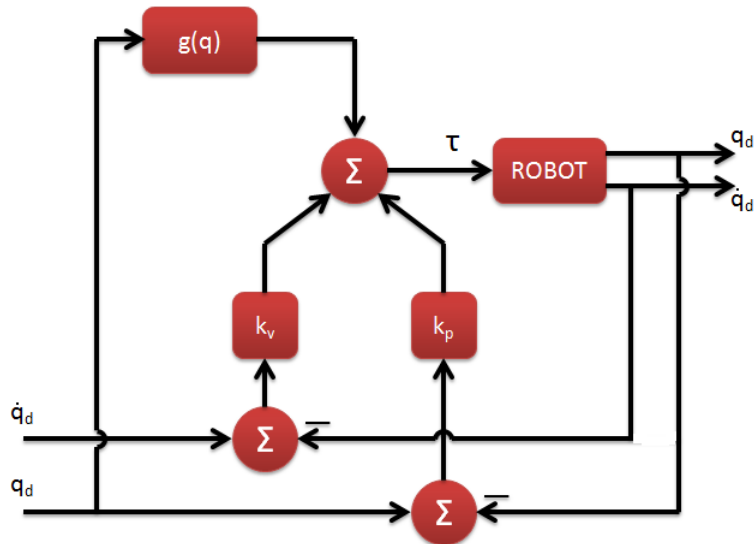


Figura 6 Control PD con compensación de gravedad precalculada [15]

1.2.5.4 Control PID

En la práctica la sintonía de los controladores PID se beneficia ante la presencia de reducciones en el movimiento transmitido desde los actuadores hacia los eslabones del robot. El uso de reductores en el movimiento trae como consecuencia efectos que deterioran la efectividad del robot; estos efectos pueden ser vibraciones por los engranes, errores de posicionamiento y desperdicio de energía causado por la fricción o por las bandas elásticas. Sin embargo, en la industria se recurre comúnmente a la implementación de dichos reductores en los robots manipuladores; debido a este motivo se estudian los controladores PID que mejoran los resultados obtenidos al intentar llevar a cero el error de posición. La ley de control PID se denota mediante la ecuación (1-5):

$$\tau = k_p * q + k_v * \dot{q} + k_i * \int_0^t q(\sigma) d\sigma \quad (1-5)$$

Donde k_p , k_v , k_i son matrices simétricas positivas. La Figura 7 muestra el diagrama de bloques que representa esta estrategia de control.

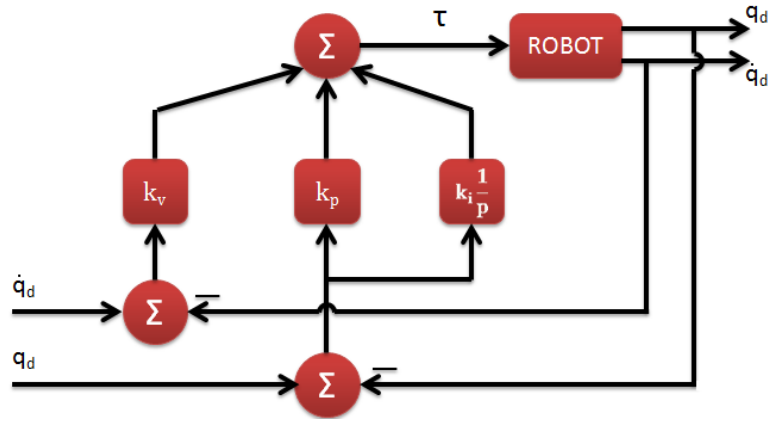


Figura 7 Control PID [15]

2. METODOLOGÍA

En este capítulo se describen cada uno de los procesos desarrollados para lograr el objetivo principal del proyecto. Como primera etapa se desarrolla el modelo de simulación del robot móvil utilizando el software CATIA, en la segunda etapa se establece la dinámica del modelo de simulación en el software ADAMS y por último se implementa sobre el modelo de simulación un control de posición elaborado en el software MATLAB/Simulink.

2.1 Diseño de la estructura del modelo de simulación del robot móvil tipo tracción diferencial

2.1.1 Construcción de la estructura del modelo de simulación del robot móvil tipo tracción diferencial en el software CATIA.

El prototipo del modelo de simulación del robot tipo tracción diferencial se elaboró en el software CATIA. Para lograrlo, se creó pieza por pieza y se exportó y ensambló en el software ADAMS.

Las piezas del modelo de simulación del robot móvil se crean en este software para mejorar su aspecto visual y especificar de manera mucho más acertada las medidas de cada pieza y las distancias entre cada una de ellas. De este software se obtienen los valores de inercia y pesos dependiendo del material aplicado a cada parte de la estructura móvil.

A continuación se muestra de forma rápida la construcción de una pieza de la estructura del robot móvil, las demás piezas se crean de forma similar. El diseño de la estructura del modelo de simulación del robot móvil se obtuvo [16].

Se inicializa el programa CATIA y se crea un nuevo diseño de pieza Figura 8.

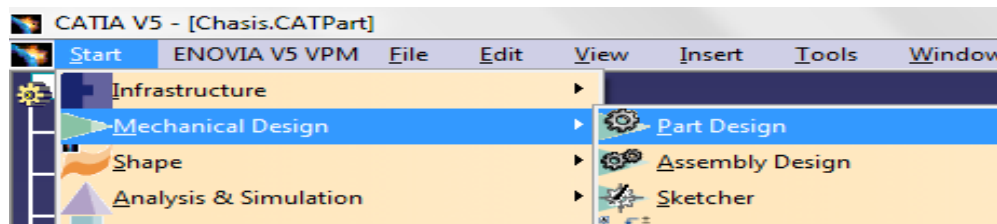


Figura 8 Inicio del programa CATIA

Para conseguir exportar pieza por pieza a ADAMS, es necesario crear cada parte del cuerpo (PartBody) independientemente; para ello se introduce un nuevo cuerpo con (Body in a Set) y se escribe el nombre deseado Figura 9.

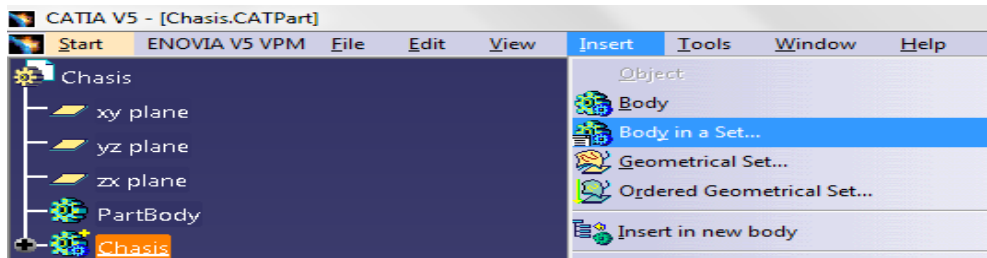



Figura 9 Inserción de un nuevo cuerpo

Estableciendo donde se va a trabajar y seleccionando un plano, para empezar el diseño del prototipo, se crea un sketch con la herramienta .

Se sabe que se está dentro de un sketch porque en el fondo se ve la rejilla de trabajo como se aprecia en la Figura 10.

En el espacio de trabajo se diseña el chasis del modelo de simulación del robot, en este caso será de forma circular.

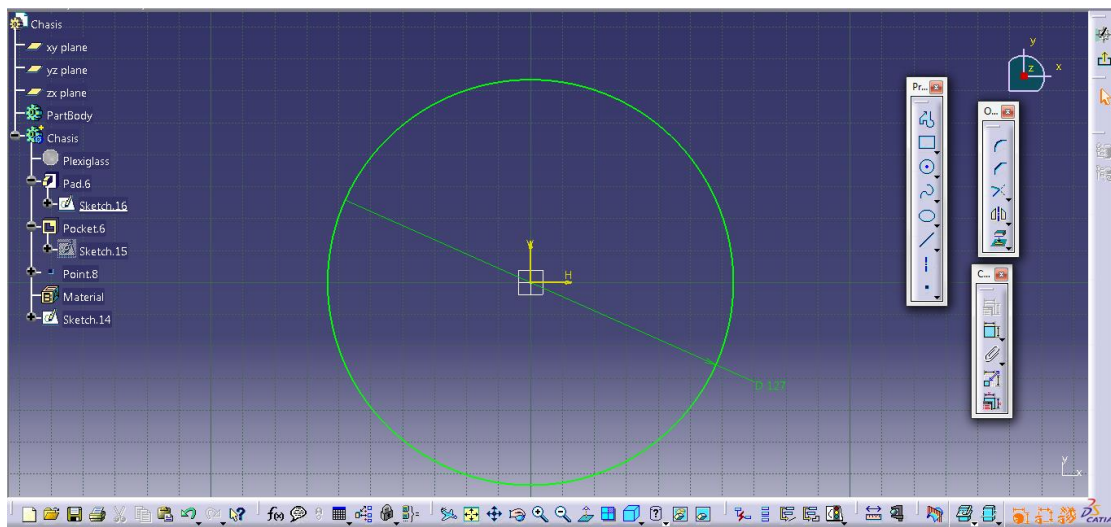






Figura 10 Creación del contorno de la pieza "chasis"

Se crea con la herramienta  y se acota con . Se vuelve al espacio de trabajo en 3D con .

Para darle espesor a la pieza creada se utiliza la herramienta  quedando como se muestra en la Figura 11

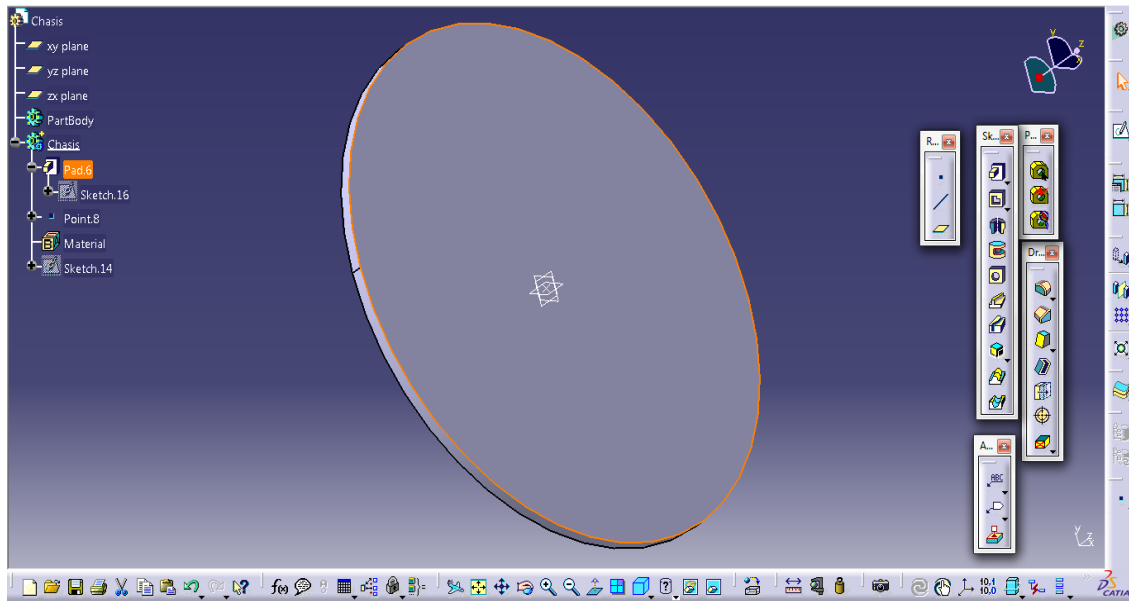


Figura 11 Pieza “chasis” con espesor y selección de una de sus caras

Los agujeros donde deben ir las ruedas se crean con un sketch. Para realizar los agujeros primero se selecciona una cara de la pieza “chasis” Figura 11, y luego se crea el contorno del agujero para luego extraerlo.

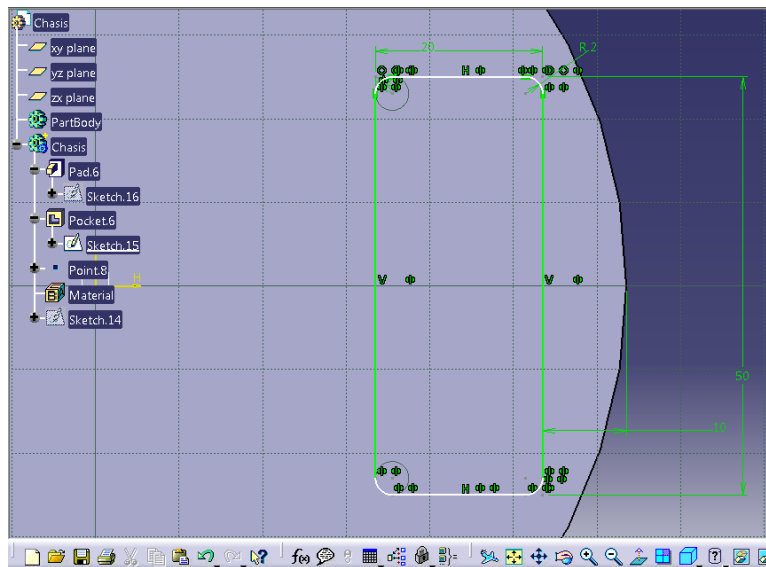





Figura 12 Contorno del agujero donde se sitúan las ruedas del robot

Los cuadrados se crean con  y sus orillas se redondean con . Para crear el otro cuadrado que es idéntico al creado y que debe ir en la otra parte de la

estructura, se utiliza la herramienta de simetría , se selecciona el cuadrado y la simetría se establece con la línea de origen vertical. La Figura 12 muestra el

proceso descrito y en la Figura 13 se muestra el resultado de crear el lugar donde irán los dos agujeros necesarios para las ruedas del robot móvil.

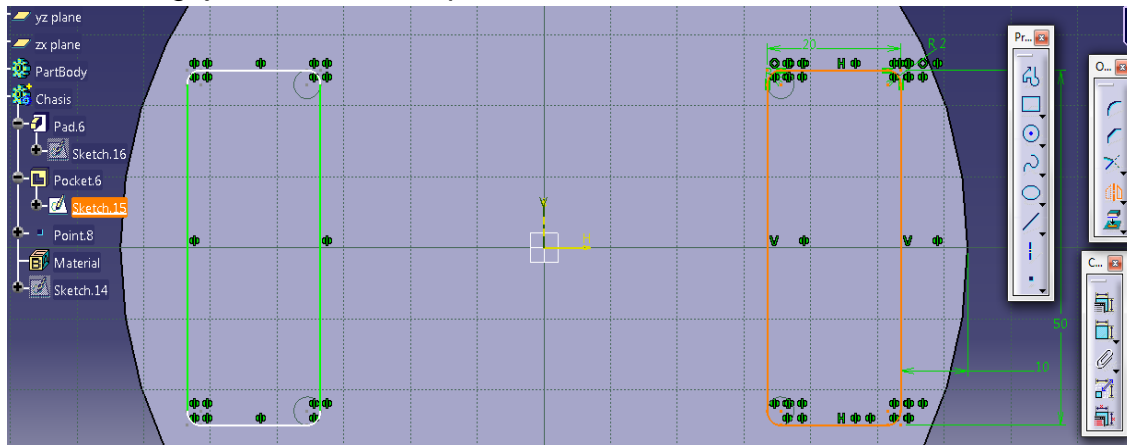




Figura 13 Ubicación en la pieza “chasis” de los agujeros para situar ambas ruedas del robot

Se sale del sketch con  y se utiliza la herramienta  para crear los agujeros quedando ilustrado en la Figura 14

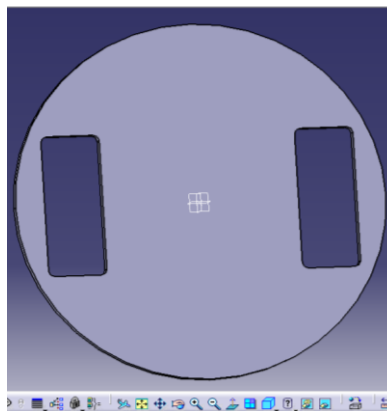



Figura 14 Resultado de la pieza “chasis” con el espacio para situar las ruedas del robot móvil

Para terminar la plataforma del modelo de simulación del robot móvil se le asigna un tipo de material con . Al asignar el material deseado, la pieza toma el color y textura del material seleccionado Figura 15

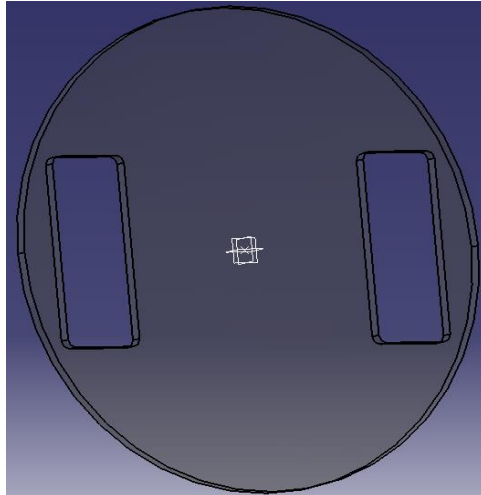


Figura 15 Resultado al aplicar el material deseado a la pieza “chasis”

Para diseñar una nueva pieza se inserta un nuevo cuerpo (body in a set) y se trabaja sin alguna referencia de la pieza anterior.

La construcción final del modelo de simulación se muestra en la Figura 16 junto con su árbol de trabajo en el que se especifican todas las partes que componen la estructura del robot móvil.

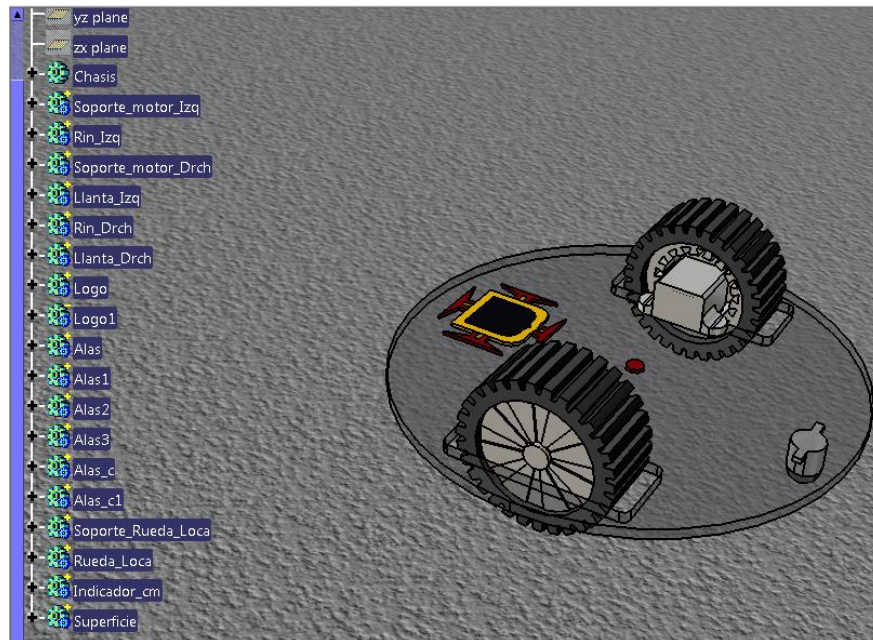


Figura 16 Construcción final del modelo de simulación del robot móvil en el programa CATIA

2.1.2 Ensamble del modelo de simulación dinámico del robot móvil tipo tracción diferencial en el software ADAMS

El software ADAMS permite importar varios formatos, en este caso se utilizará el formato IGES (*.igs) compatible con CATIA y ADAMS.

Como se ha elaborado y guardado pieza por pieza de la estructura del robot móvil, se importa y trabaja en ADAMS de igual forma, pieza por pieza.

La Figura 17 muestra el espacio de trabajo del software ADAMS (se trabaja con otro color de fondo para una mejor visualización en el documento, por defecto es negro).

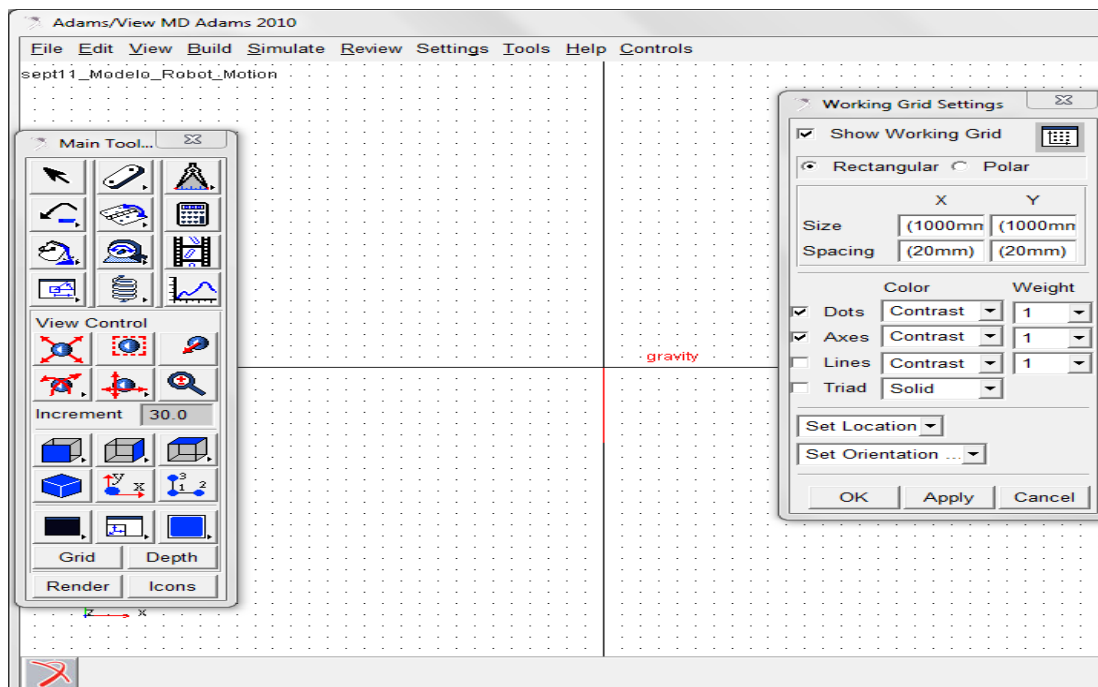


Figura 17 Espacio de trabajo del programa ADAMS

Se modifican los valores de la grilla y la dirección de la gravedad (-Z) en el menú ajustes (settings). En la parte izquierda de la Figura 17 se aprecian las herramientas que posee ADAMS "Main Tools".

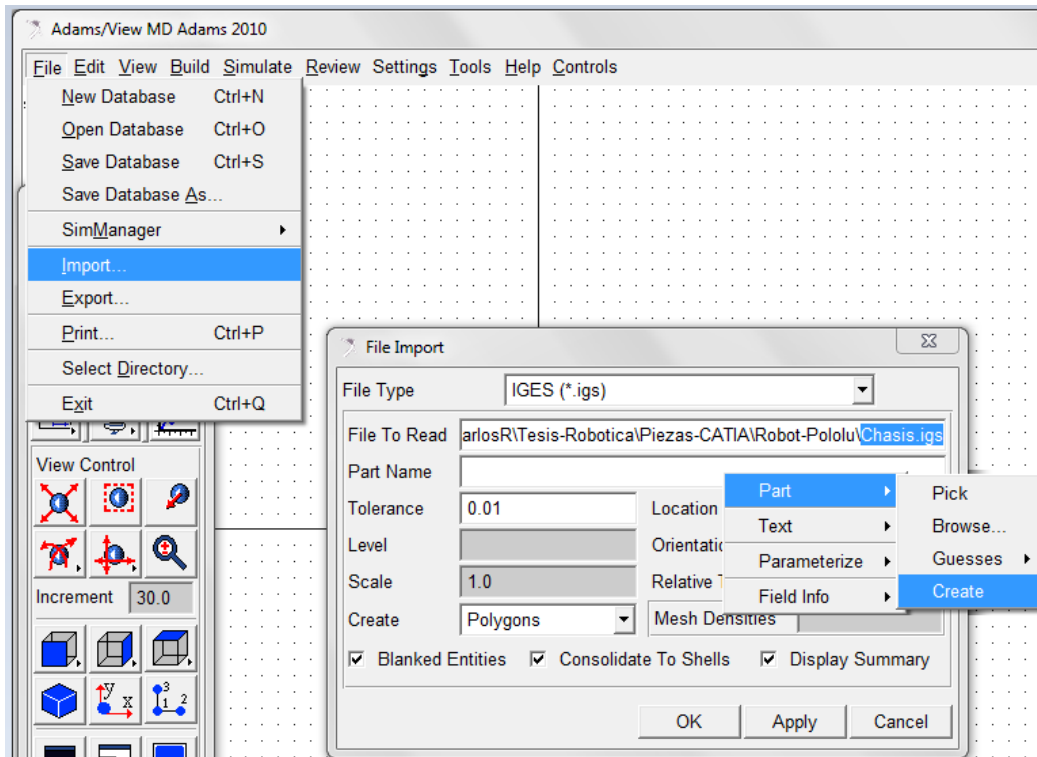


Figura 18 Método para importar una pieza al programa ADAMS

La Figura 18 muestra el método para importar una pieza guardada en formato IGES (*.igs), el nombre de la parte importada es establecido por el usuario si así lo desea. En la Figura 19 se aprecia la pieza que se importó desde el programa CATIA al programa ADAMS.

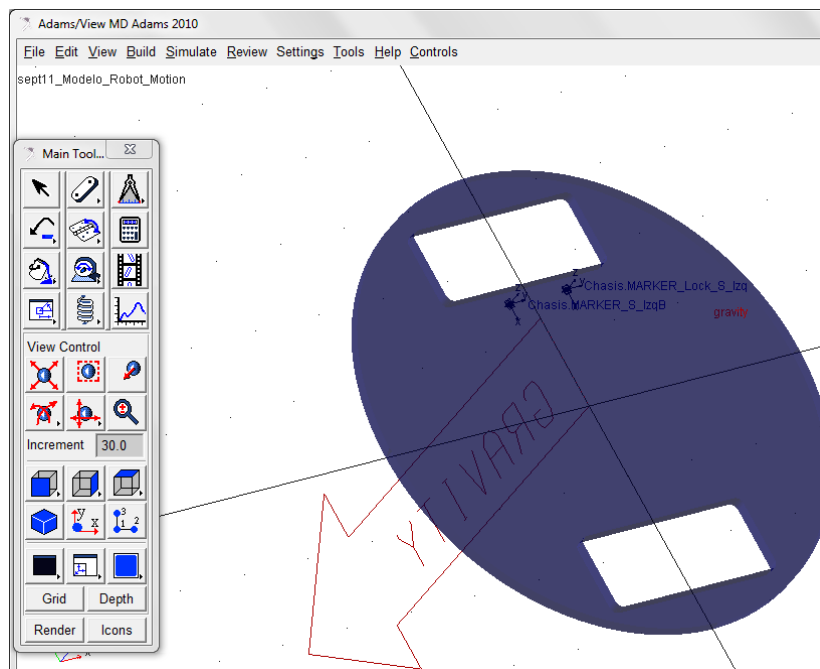


Figura 19 Pieza importada "chasis" al programa ADAMS

Importada la primera pieza llamada chasis, se procede a definir el centro de masa y los valores de inercia de la pieza. Estos valores se obtienen del software CATIA. Los otros puntos y demás marcadores se ocultaron para una mejor visualización de la gráfica.

Para modificar los parámetros de la pieza “chasis” se utiliza el clic secundario y se escoge la opción de modificar. La Figura 20 muestra el proceso descrito.

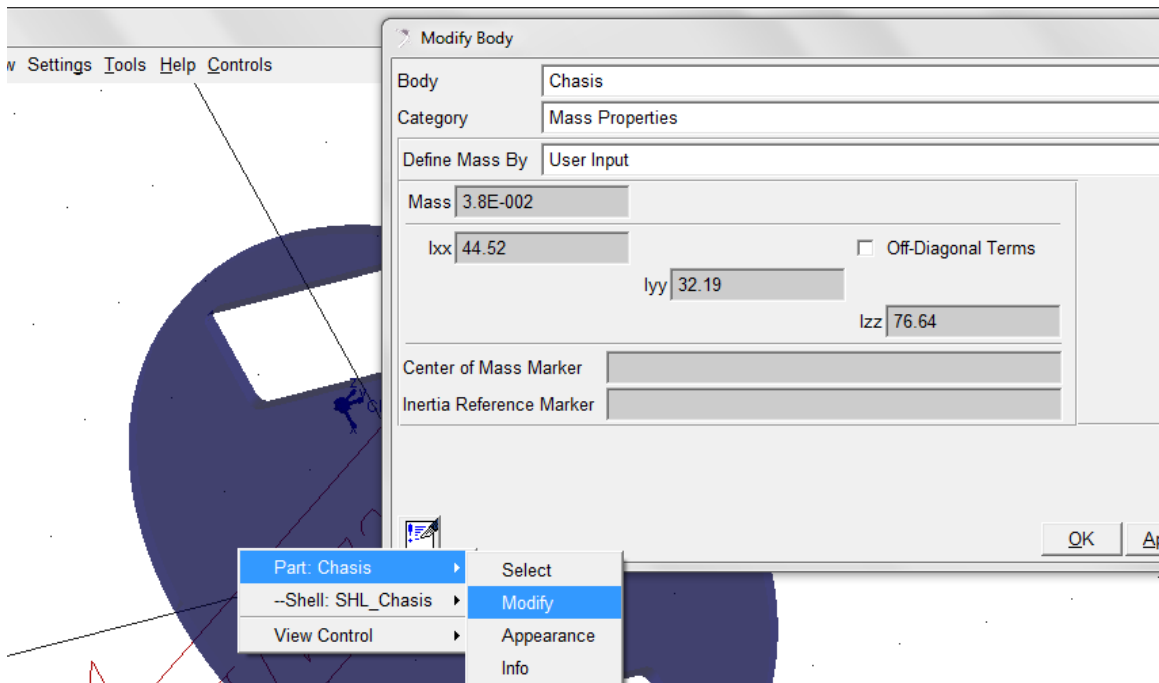




Figura 20 Modificación de las características de la pieza “chasis” en ADAMS

Los valores insertados en el campo de masa y las inercias en cada eje (Ixx, Iyy, Izz) se obtienen de CATIA con la herramienta . Las unidades de los valores mostrados en CATIA están dadas en (kg*m²) y en ADAMS se deben establecer en (kg*mm²). Para obtener los valores de centro de masa e inercias, después de seleccionar la herramienta , se debe seleccionar la pieza a medir como se muestra en la Figura 21.

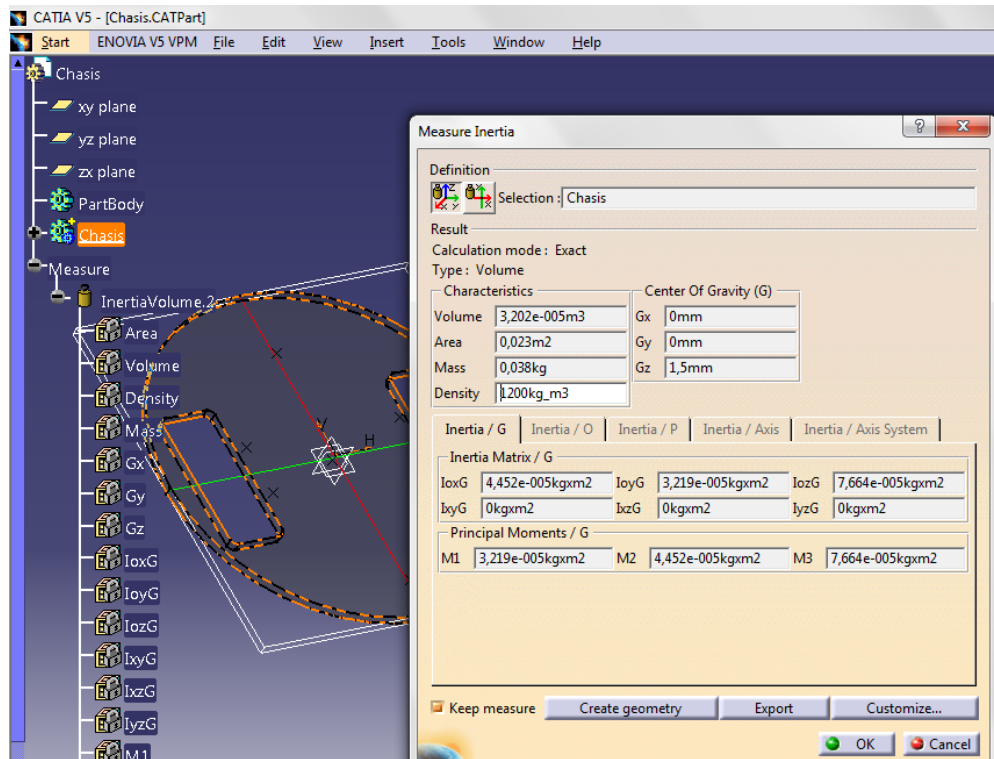


Figura 21 Obtención de los valores del centro de masa e inercia de la pieza “chasis” desde el programa CATIA

El centro de masa dado por el software CATIA se establece en ADAMS siguiendo los pasos mostrados en la Figura 22.

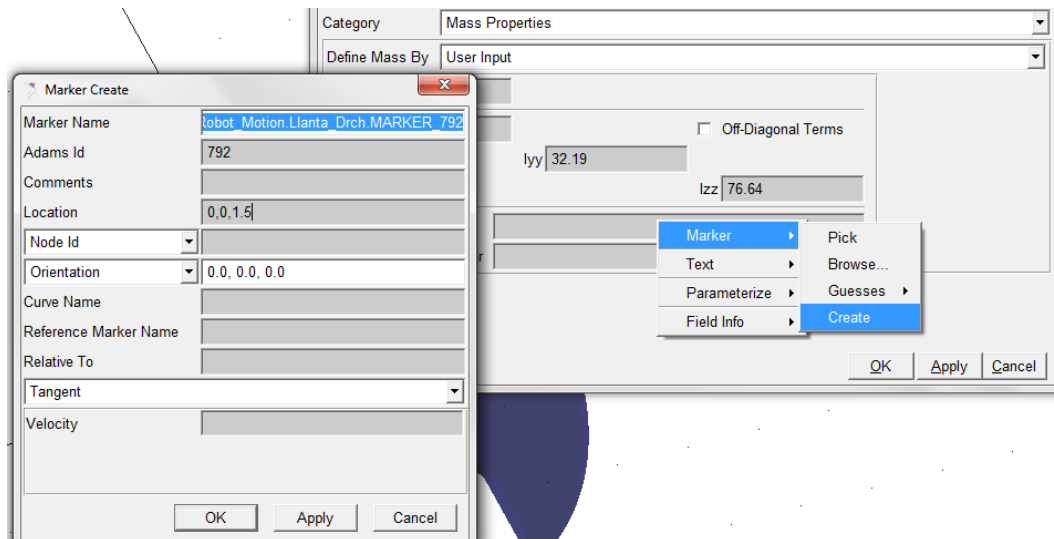


Figura 22 Creación del centro de masa de la pieza “chasis” en ADAMS

El proceso se repite para todas las piezas importadas.

Se importa y modifican las especificaciones de la siguiente pieza “Soporte Izquierdo”, pieza de color negro visualizada en la Figura 23.

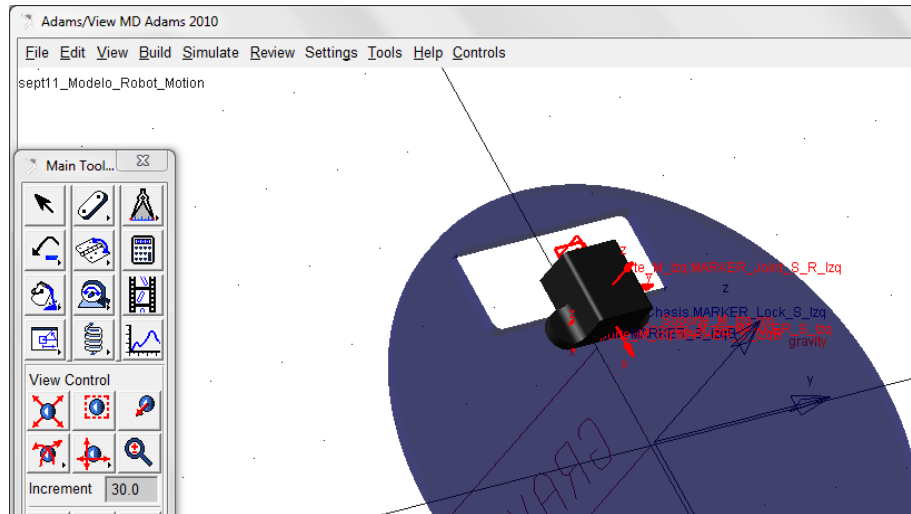


Figura 23 Importe de la pieza “Soporte Izquierdo” al programa ADAMS

Para unir la pieza “Soporte Izquierdo” con la anterior llamada “chasis”, se utiliza la herramienta de junta “Fixed” especificando que se utilizará entre dos cuerpos. La Figura 24 presenta la manera adecuada de utilizar la herramienta de junta en este caso específico.

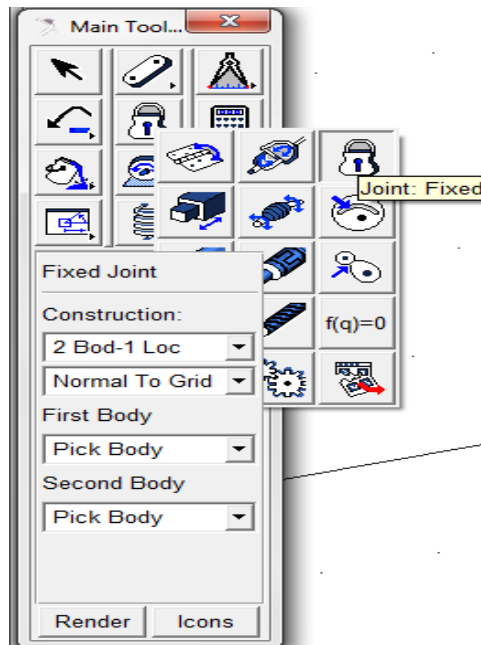


Figura 24 Modo de uso de la herramienta junta “Fixed” del programa ADAMS

Seleccionada la herramienta se pica sobre el primer cuerpo o “chasis” y luego sobre el segundo o “Soporte Izquierdo” y por último se establece el punto donde quedarán unidas las dos piezas. Este punto se ha creado con anterioridad en la estructura del robot móvil, simula la posición donde irán los tornillos y se pueden observar en la pieza importada “chasis”.

El proceso es similar en todas las partes que deban ir unidas a otra pieza con una junta estática.

La siguiente parte a importar es el “rin” donde luego se unirá de forma estática la pieza “llanta”. Se ha rotado la vista en la Figura 25 para una mejor visualización de la pieza llamada “rin” que es de color amarillo.

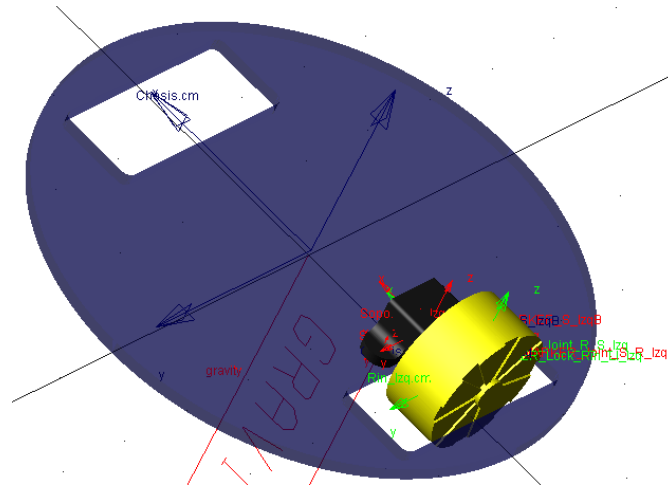


Figura 25 Pieza importada “Rin” al programa ADAMS

Esta pieza “rin” gira con respecto a la pieza “soporte” debido al movimiento del eje del motor que es el que sostiene toda la rueda. La unión entre “chasis” y “soporte” es estática y la unión entre “soporte” y “rin” debe ser rotacional para permitir el giro. La herramienta de junta “Revolute” se usa en este caso y de igual forma se especifica que será usada entre dos cuerpos; el eje en el cual va a rotar también será dado por el usuario. La Figura 26 muestra cómo se debe utilizar dicha herramienta.

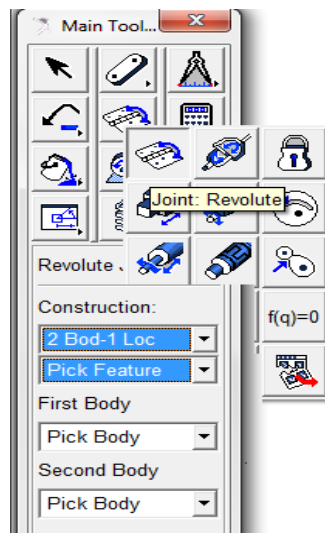


Figura 26 Modo de empleo de la herramienta junta “Revolute” en ADAMS

De forma similar a la anterior junta, se debe picar sobre el primer cuerpo o “soporte” y luego sobre el segundo o “rin”, el punto de unión se establece en el centro de masa del “rin” y para establecer el sentido de giro aparece una flecha que indica la dirección del eje, este se escoge siguiendo la regla de la mano derecha, por consiguiente se establece que el giro debe hacerse sobre el eje z que se muestra en azul sobre la pieza “soporte” como eje de giro. La flecha de la junta debe quedar en el sentido de giro que debe seguir la rueda. La Figura 27 muestra la unión de las dos piezas; el eje de giro se debió seleccionar según la línea azul que sale del centro de masa del “rin” o donde se cruzan las líneas roja y verde.

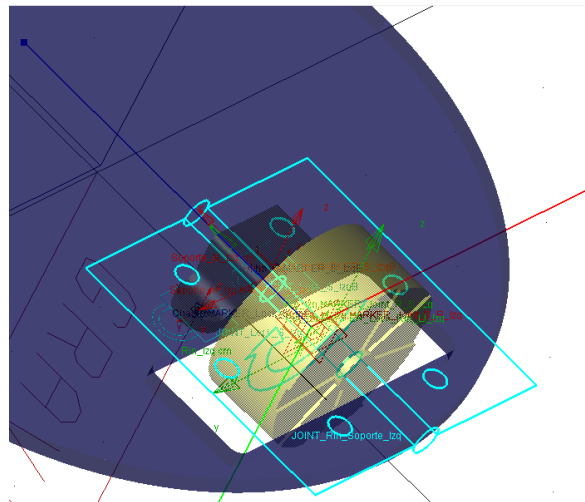
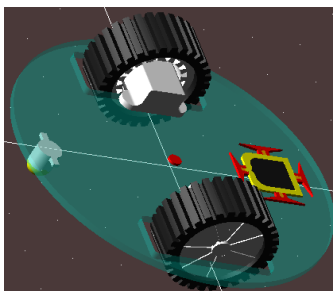
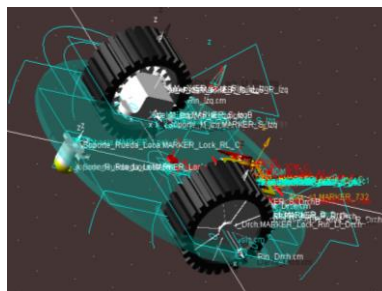


Figura 27 Visualización de la junta “Revolute” adjunta entre las piezas “Soporte” y “Rin” en ADAMS

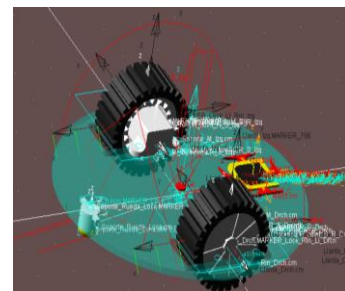
Las siguientes piezas tienen una elaboración similar. El modelo de simulación del robot ensamblado en ADAMS se muestra en Figura 28a.



a) Ensamblado de las piezas en ADAMS (no se aprecian los iconos para una mejor visualización)



b) Ensamblado de las piezas en ADAMS junto con la herramienta junta de movimiento rotacional para permitir el movimiento en grados o radianes de las ruedas del robot móvil



c) Ensamblado de las piezas en ADAMS junto con la herramienta fuerza para permitir el movimiento según el aplicado par a las ruedas del robot móvil

Figura 28 Resultado final del ensamblado de todas las partes del robot móvil en ADAMS

El movimiento del motor se simula introduciendo una entrada de fuerza tipo par. En la Figura 28b se muestra una junta de movimiento rotacional (flecha de color azul) que se aplica sobre la junta “revolute”, ésta hará girar la rueda una cantidad específica de grados multiplicada por el tiempo de simulación (Function (time)). En la Figura 29 se muestra cómo utilizar la herramienta rotacional. La Figura 28c muestra una fuerza aplicada tipo par que simulará la salida del motor (flecha de color rojo), esta fuerza se aplica sobre el centro de masa del “rin” y se selecciona el mismo eje de giro que en la junta “revolute”, es decir, el eje z seleccionado anteriormente. La Figura 30 muestra cómo utilizar esta herramienta.

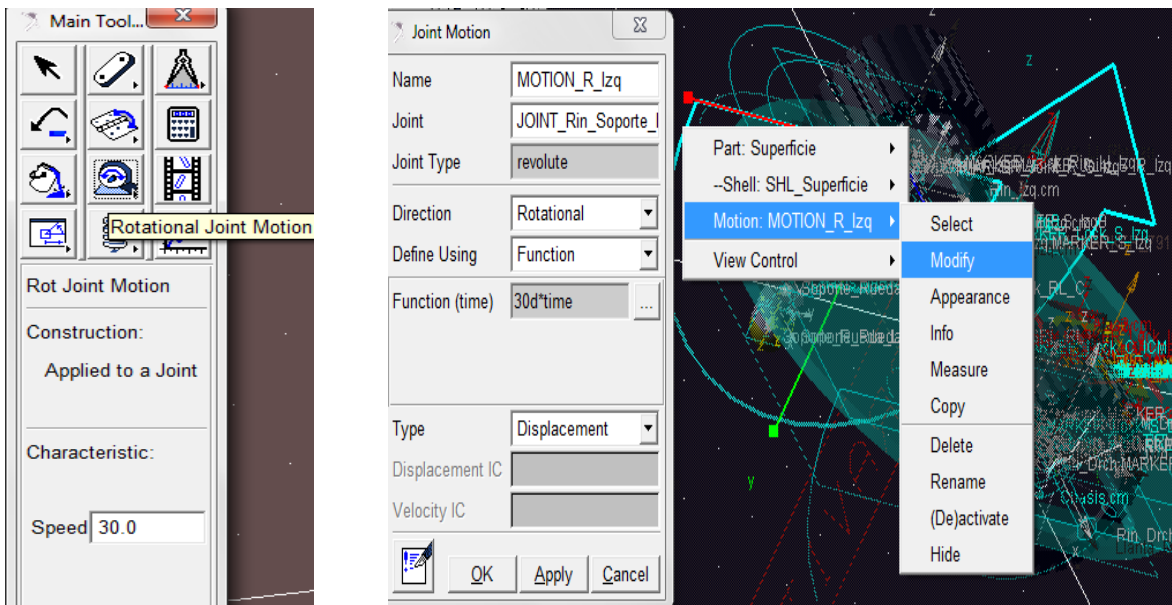


Figura 29 Modificación de la herramienta junta de movimiento rotacional en ADAMS

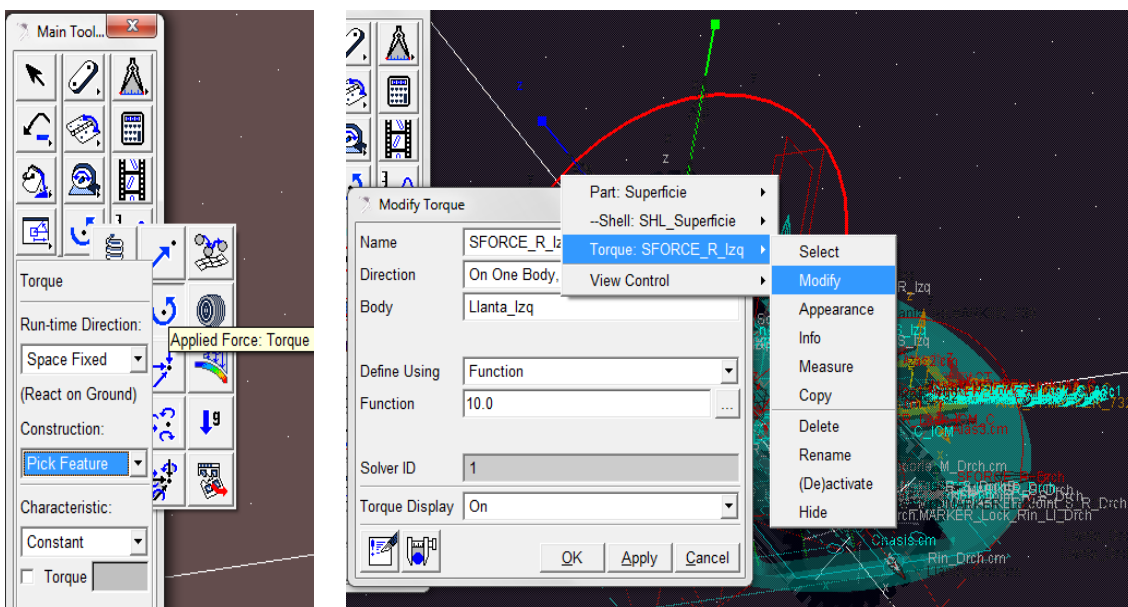


Figura 30 Modificación de la herramienta de fuerza “SFROCE” en ADAMS

2.2 Implementación de los conceptos básicos para controlar el movimiento deseado del robot móvil tipo tracción diferencial

2.2.1 Co-Simulación ADAMS/MATLAB

Al tener el modelo dinámico del sistema, se procede a establecer o implementar un controlador que logre mejorar la respuesta del mismo. La Co-Simulación permite exportar el modelo dinámico del robot móvil de ADAMS hacia MATLAB/Simulink y así evaluar su respuesta a diferentes tipos de entrada.

Para exportar el sistema de un software a otro se cuenta con un módulo en ADAMS llamado Controls. Este módulo condensa toda la información puesta en ADAMS en un bloque de Simulink que presenta una o varias entradas y una o varias salidas.

Para acceder a este módulo es necesario seguir unos pasos en ADAMS/View. En la pestaña “tools” se selecciona la opción “plugin manager” y en la ventana emergente se carga el módulo Adams/Controls. La Figura 31 muestra el proceso.

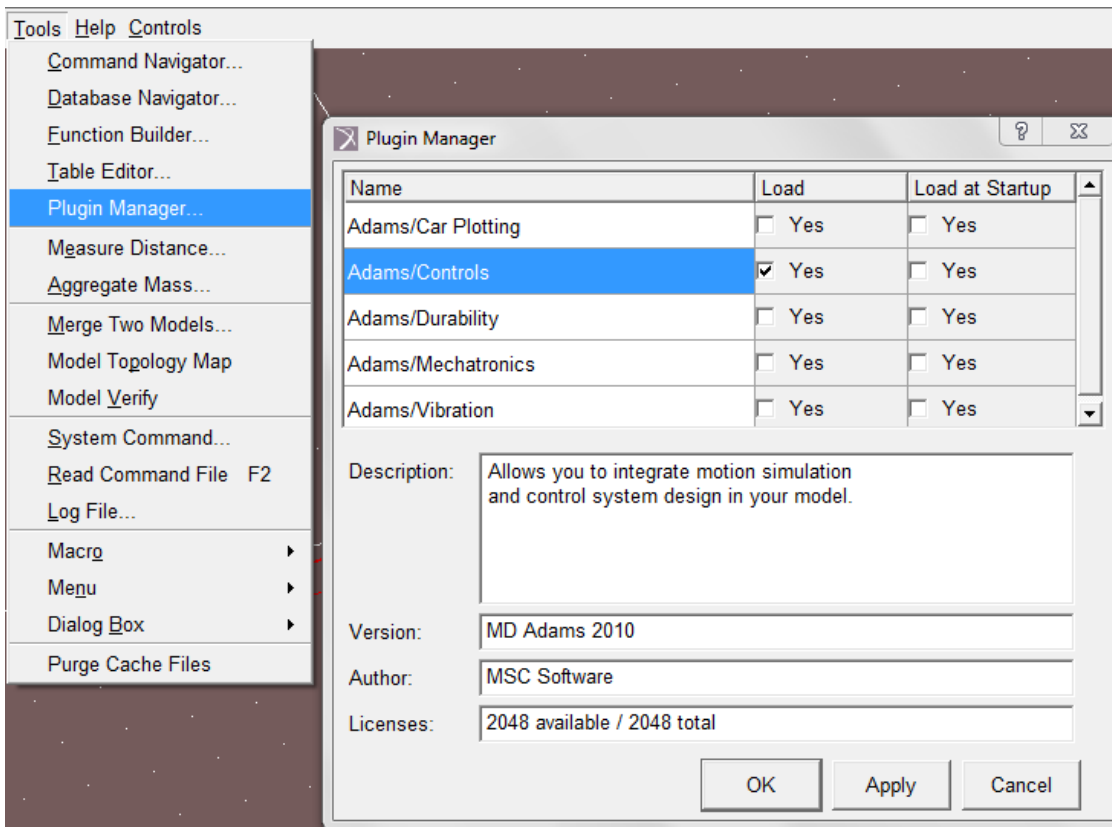


Figura 31 Activación del módulo ADAMS/Controls

Para exportar el modelo dinámico es necesario definir las entradas y salidas del sistema, para ello se crean las variables necesarias y se asignan como entradas o salidas dependiendo de lo que el usuario desee. Para crear una variable se accede a la pestaña “build” y en la opción “systems elements” se selecciona “state variable”. La Figura 32 describe lo anterior.

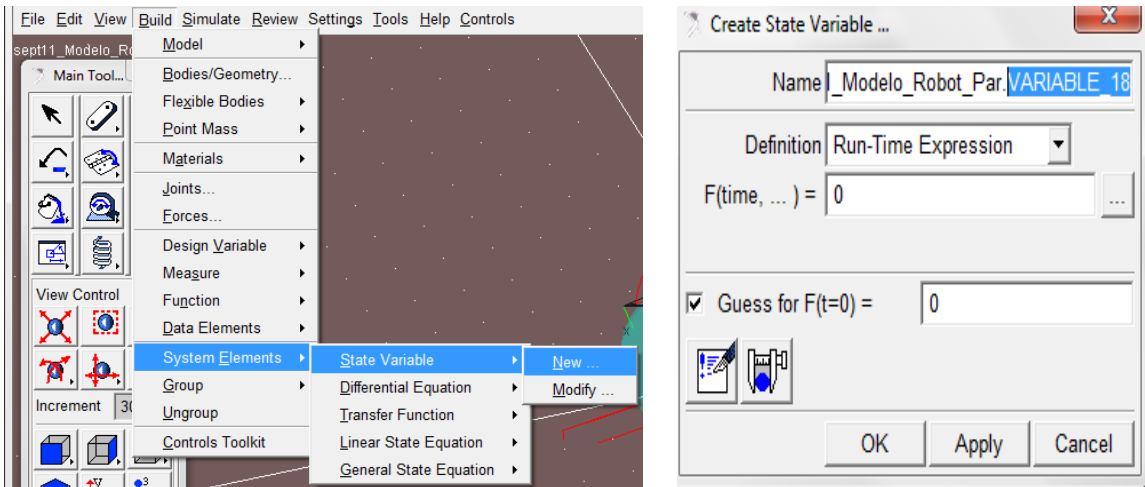


Figura 32 Creación de una variable en el programa ADAMS

Las dos entradas del sistema son las fuerzas par aplicadas por los motores sobre cada una de las ruedas del modelo de simulación del robot móvil; se asigna una variable como entrada para leer este valor de la fuerza en ADAMS dado desde MATLAB. La función VARVAL permite leer datos desde el exterior, en este caso desde MATLAB. En la Figura 33 se ilustra el uso de la variable creada y la función necesaria para leer datos desde el exterior.

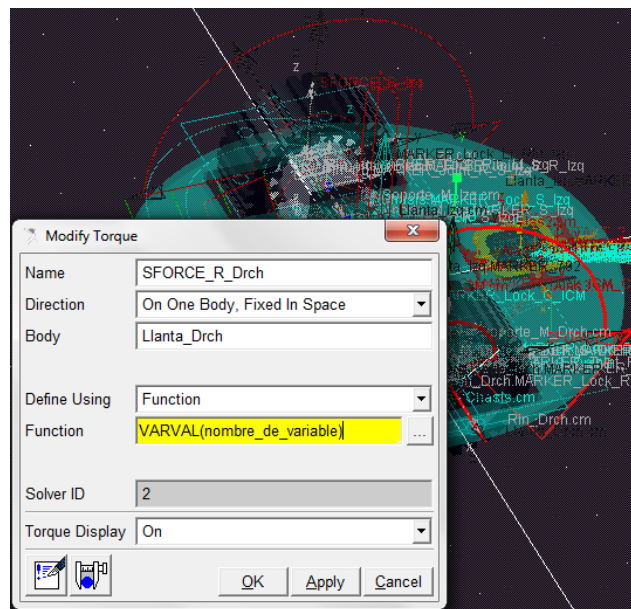


Figura 33 Asignación de una variable de entrada a la herramienta “SFORCE” en ADAMS

Las salidas del sistema están dadas principalmente por la posición y velocidad de cada una de las ruedas. Para obtener estas mediciones se selecciona medidas o “measures” en el menú de la fuerza aplicada o “sforce”; se escoge la medición deseada; para obtener la posición o el valor girado esta la opción “Ax/Ay/Az Projected Rotation” y el eje de giro es el z seleccionado anteriormente. En la Figura 34 se observan los pasos a seguir para obtener la medida deseada.

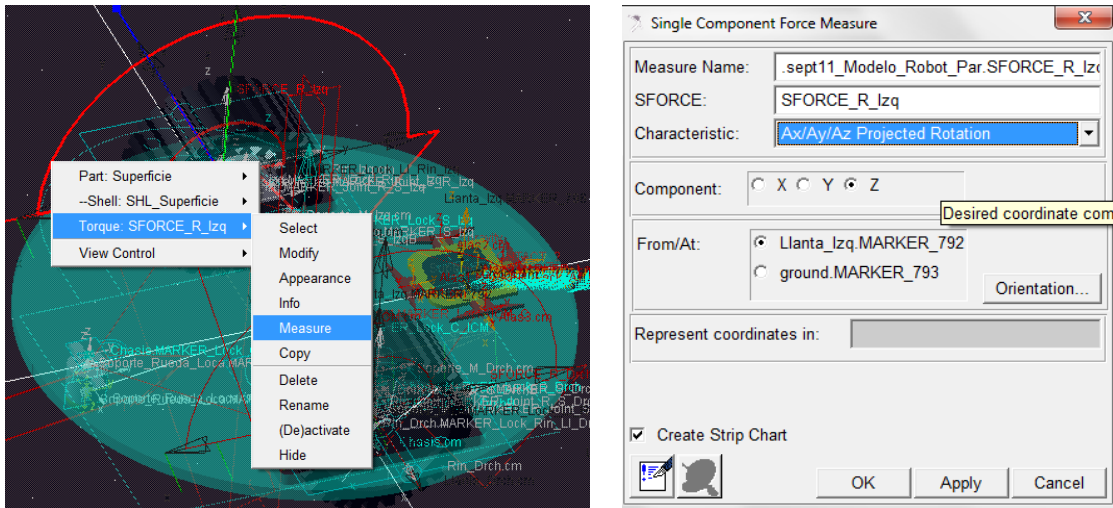


Figura 34 Obtención de medidas en la herramienta “SFORCE” en ADAMS

La salida del sistema será la medición anteriormente obtenida. Se modifica la variable que se desea establecer como la variable de salida desde la opción “modify” en la pestaña “edit” como se muestra en la Figura 35.

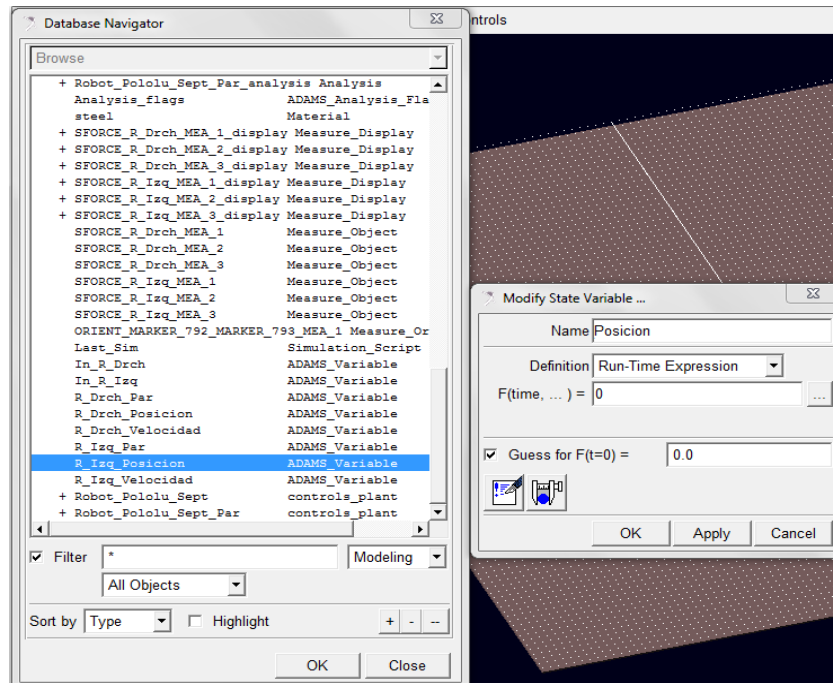



Figura 35 Asignación de una variable como salida del sistema en ADAMS

En el campo F (time,...) se oprime el botón  que se encuentra en el lado derecho de la ventana. La ventana emergente que aparece a continuación se muestra en la Figura 36.

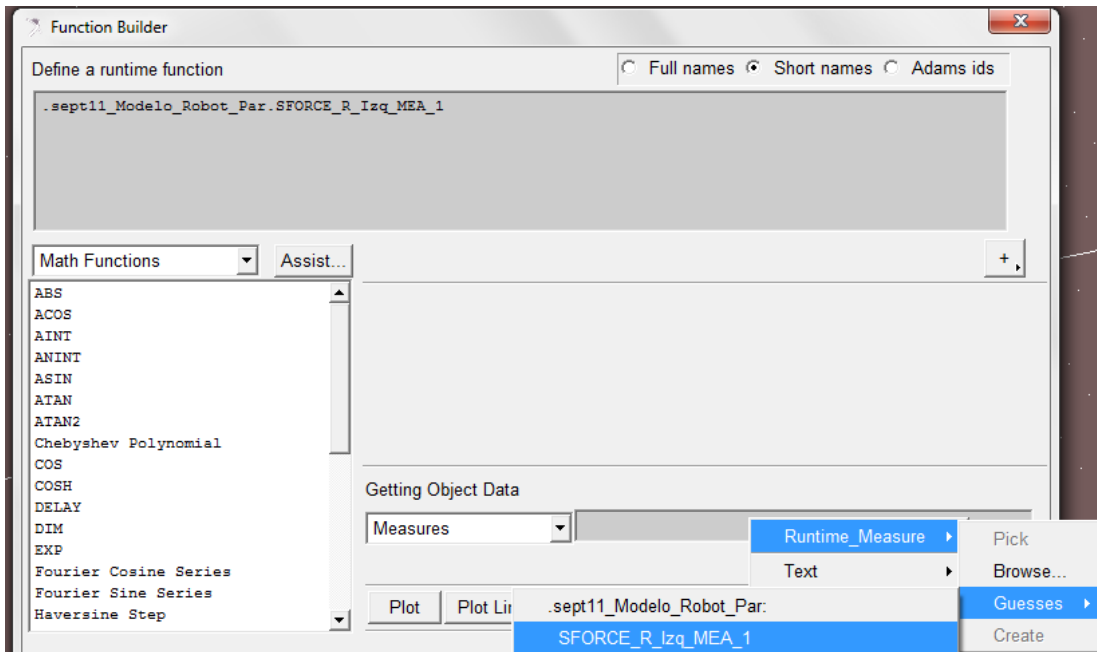


Figura 36 Establecimiento de una medición deseada a la variable de salida en ADAMS

El dato se obtiene de una medición, por tal motivo se escoge la opción “measure” y con el botón secundario se busca entre las opciones el nombre que se le dio a la medición. La Figura 36 muestra estos pasos. Para establecer el dato medido a la variable deseada se utiliza el botón “insert object name”, aparecerá el nombre de la medición en la parte superior quedando la asignación establecida, con el botón “ok” se confirma la orden. El proceso se repite para las variables que el usuario desee crear.

Al tener las entradas y salidas ya establecidas, se procede a exportar el bloque del modelo dinámico. En la pestaña “controls” anteriormente activada, se selecciona la opción “plant export”, donde se creará una nueva planta de control (Figura 37).

El usuario dará el nombre que desee a la nueva planta y en el campo “File Prefix” pondrá el mismo nombre para evitar confusiones a la hora de utilizar varias plantas. En el campo de señales de entrada, con el botón secundario se buscarán y escogerán las señales de entrada anteriormente creadas; el proceso de selección de las señales de salida se realiza de igual forma.

ADAMS permite establecer la Co-Simulación con dos software, por defecto esta Easy5 sin embargo, para este proyecto se utilizará MATLAB, por tal motivo en el

campo software de destino se establecerá MATLAB. La Figura 37 muestra todo el proceso descrito anteriormente.

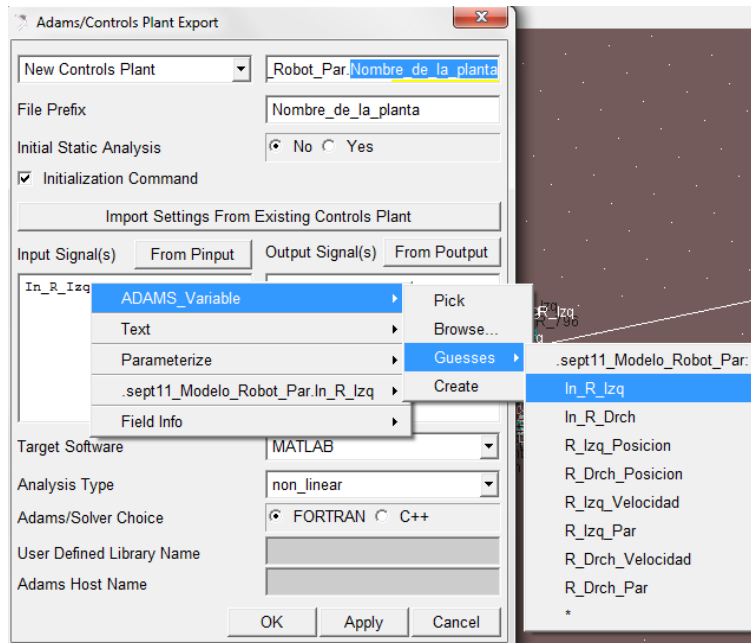


Figura 37 Exportación de la planta desde ADAMS a MATLAB

Después de seleccionar el botón “OK” se tiene el modelo dinámico del sistema y como último paso para exportarlo a MATLAB, se requiere cargar las variables en el “workspace” del programa y así obtener el bloque del modelo dinámico en Simulink. Para lograr esto, primero se accede a la carpeta donde está guardado el archivo (*.bin) con el nombre del modelo; con la carpeta ya seleccionada, en la ventana de comandos se escribe el nombre dado a la planta “Nombre_de_la_planta”, se cargarán todas las variables necesarias para la Co-Simulación en el espacio de trabajo. La Figura 38 muestra la ventana de comandos de MATLAB junto con las variables cargadas en el “workspace” del mismo.

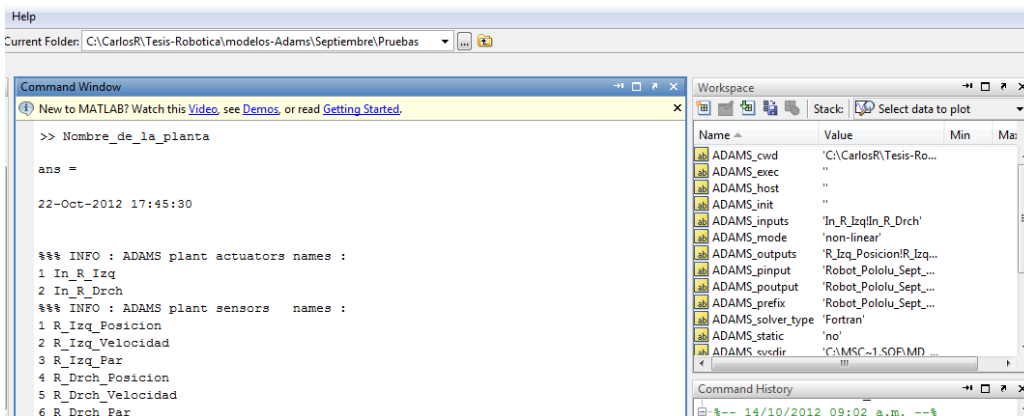


Figura 38 Carga la planta de ADAMS en el espacio de trabajo de MATLAB

Cuando se carga la planta en MATLAB es posible obtener el bloque en Simulink del modelo dinámico de simulación, el comando `adams_sys` creará dicho bloque. En una ventana emergente de Simulink aparecerán tres bloques, dos de color rojo y uno de color naranja. Los bloques de color rojos hacen referencia a la función de transferencia y variables de estado del sistema y el bloque de color naranja o `adams_sub` es el bloque que se utilizará como planta del sistema, es el modelo dinámico del robot y con el cual se trabajará en este proyecto.

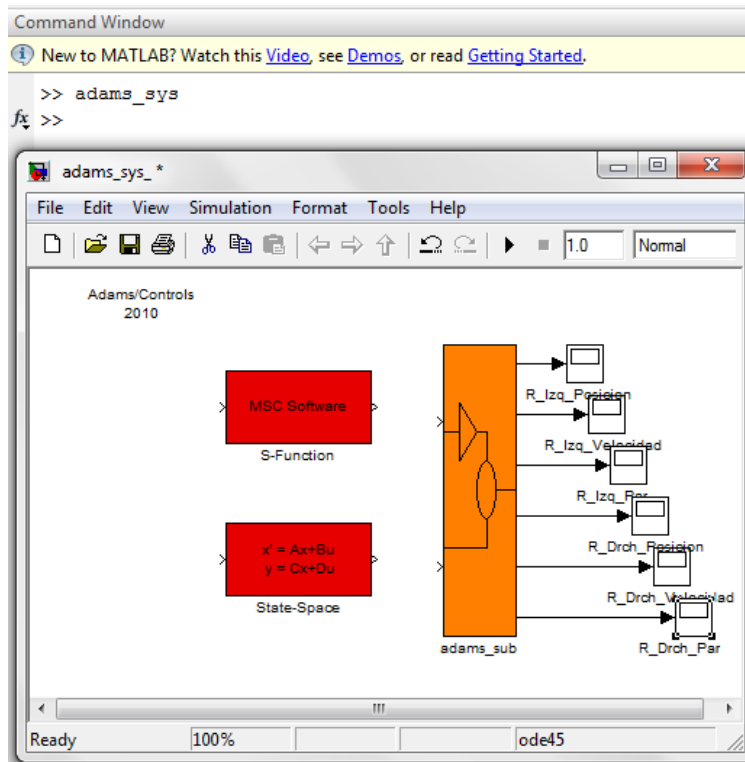


Figura 39 Obtención del bloque del modelo de simulación de la planta en MATLAB/Simulink

Como es bien conocido, MATLAB permite mediante diagrama de bloques simular y controlar sistemas semejantes a los reales, en este caso en particular, se tiene la planta que se desea controlar y para lograr implementar el controlador deseado se trabaja en MATLAB/Simulink valiéndose de los beneficios que posee este software.

Para controlar un sistema de manera adecuada, es necesario conocer de antemano el tipo de variables que se van a trabajar en todo el proceso, por eso es necesario construir un esquema donde de manera visual se explique el proceso a seguir para realizar la simulación del robot móvil tipo tracción diferencial de la forma cercana a la realidad y de manera confiable.

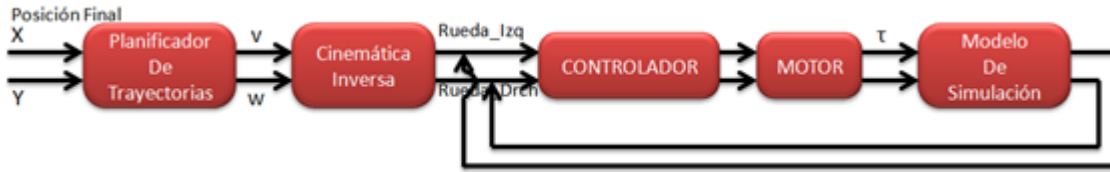


Figura 40 Diagrama de bloques del sistema

2.2.2 Planificador de trayectoria

Se necesita asegurar un desplazamiento suave de un punto inicial a un punto final, evitando así los desgastes en los actuadores y esto se garantiza al implementar un planificador de trayectorias. El orden elevado de los polinomios asegura un comportamiento suave hasta la cuarta derivada de la posición llamada jerk lo que sugiere un polinomio mínimo de orden 5 en este caso serán 6-1-6 para cumplir con la condición anterior, se utiliza un orden mayor al mínimo para facilitar el hallar las constantes necesarias. El polinomio de orden 6-1-6 sugiere que la trayectoria se dividirá en 3 intervalos (aceleración, velocidad constante y desaceleración); el valor del tiempo de aceleración y desaceleración está dado por el usuario, este valor determina el límite de los tramos. En la Figura 41 se observa el desplazamiento y los tramos entre el punto inicial y punto final deseado con un valor de tiempo de aceleración de 0.4 segundos marcado por la línea roja vertical.

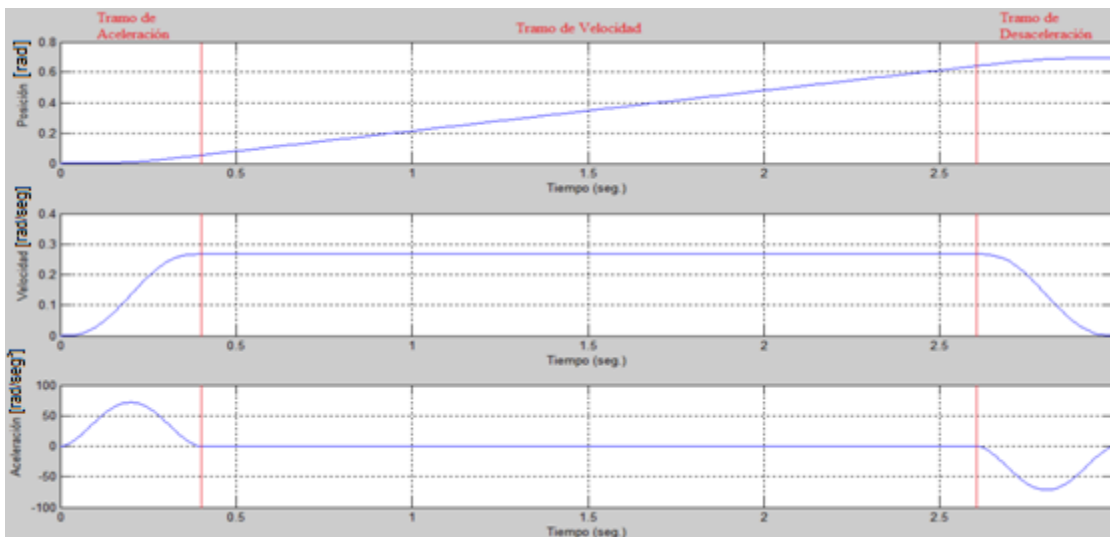


Figura 41 Perfiles de posición, velocidad y aceleración de las variables de entrada al sistema

Para el tramo de aceleración se desarrolla un polinomio de orden 6 utilizando como condiciones iniciales los valores de posición, velocidad y aceleración en cero; las condiciones finales estarán dadas por un valor de posición desconocido, la velocidad alcanzada será la máxima y la aceleración en este punto será nuevamente cero. Con estas condiciones iniciales y finales se hallan las constantes de este tramo evaluando las tres ecuaciones que son:

$$q(t) = a_6 * t^6 + a_5 * t^5 + a_4 * t^4 + a_3 * t^3 + a_2 * t^2 + a_1 * t + a_0 \quad (2.1)$$

$$\dot{q}(t) = 6 * a_6 * t^5 + 5 * a_5 * t^4 + 4 * a_4 * t^3 + 3 * a_3 * t^2 + 2 * a_2 * t + a_1 \quad (2.2)$$

$$\ddot{q}(t) = 30 * a_6 * t^4 + 20 * a_5 * t^3 + 12 * a_4 * t^2 + 6 * a_3 * t + 2 * a_2 \quad (2.3)$$

Para el tramo de velocidad se inicia con la posición hallada en el tramo anterior, la velocidad permanece constante en su máximo valor y la aceleración será cero en todo momento; la condición final de posición es nuevamente desconocida. Se evalúan nuevamente las ecuaciones anteriores para hallar las constantes correspondientes a este tramo.

Para el tramo de desaceleración, que será el último tramo, se tienen como condiciones iniciales la posición final del tramo anterior, la velocidad máxima y aceleración cero; las condiciones finales en este tramo están descritas en posición por el valor de la posición final deseada, la velocidad será cero porque se debe detener el robot en este punto y la aceleración también será cero. Con estas condiciones evaluadas en las ecuaciones se obtienen las constantes de este último tramo. Los valores de las constantes halladas para cada tramo se muestran a continuación.

CONSTANTES TRAMO ACELERACIÓN

$$aD6 = (Vmax)/(tacc^5)$$

$$aD5 = (-3 * Vmax)/(tacc^4)$$

$$aD4 = (5 * Vmax)/(2 * tacc^3)$$

$$aD3 = aD2 = aD1 = aD0 = 0$$

CONSTANTES TRAMO DE VELOCIDAD

$$bD1 = Vmax$$

$$bD0 = Vmax * tacc/2$$

CONSTANTES TRAMO DE DESACELERACIÓN

$$cD6 = -Vmax/tacc^5$$

$$cD5 = -(3 * (tacc - 2 * Ttotal)) * Vmax/tacc^5$$

$$cD4 = -\left(\frac{5}{2}\right) * Vmax * (tacc^2 + 6 * Ttotal^2 - 6 * Ttotal * tacc)/tacc^5$$

$$cD3 = 10 * Vmax * Ttotal * (2 * Ttotal^2 - 3 * Ttotal * tacc + tacc^2)/tacc^5$$

$$cD2 = -15 * Ttotal^2 * Vmax * (Ttotal^2 - 2 * Ttotal * tacc + tacc^2)/tacc^5$$

$$cD1 = Ttotal^3 * Vmax * (6 * Ttotal^2 - 15 * Ttotal * tacc + 10 * tacc^2)/tacc^5$$

$$cD0 = -\left(\frac{1}{2}\right) * Vmax * (2 * tacc^6 + 2 * Ttotal^6 - 2 * Ttotal * tacc^5 + 5 * Ttotal^4 * tacc^2 - 6 * Ttotal^5 * tacc)/tacc^5$$

Donde:

V_{max} es la velocidad máxima que el motor puede entregar en (mm/seg).

t_{acc} es el tiempo de aceleración dado por el usuario; este valor establece el tiempo deseado para alcanzar la máxima velocidad del motor y a su vez el tiempo de desaceleración que experimenta cuando llega al punto final. Este valor viene dado en segundos (seg).

T_{total} es el tiempo total utilizado en el desplazamiento del robot móvil; éste valor se halla calculando la distancia entre el punto inicial y final dividiéndola por la velocidad máxima del motor. El valor total del recorrido viene dado en segundos (seg).

Las señales de salida del planificador de trayectorias serán los perfiles de la velocidad tangencial (Figura 42) y la velocidad angular (Figura 43) del modelo de simulación del robot móvil.

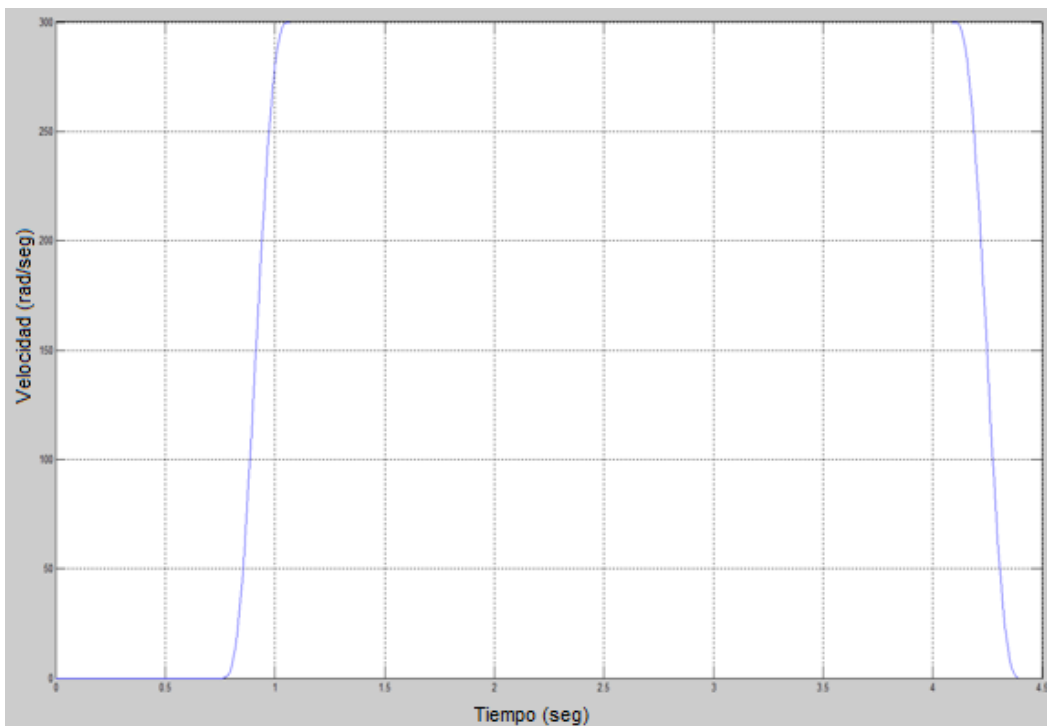


Figura 42 Velocidad Tangencial deseada de las ruedas del robot

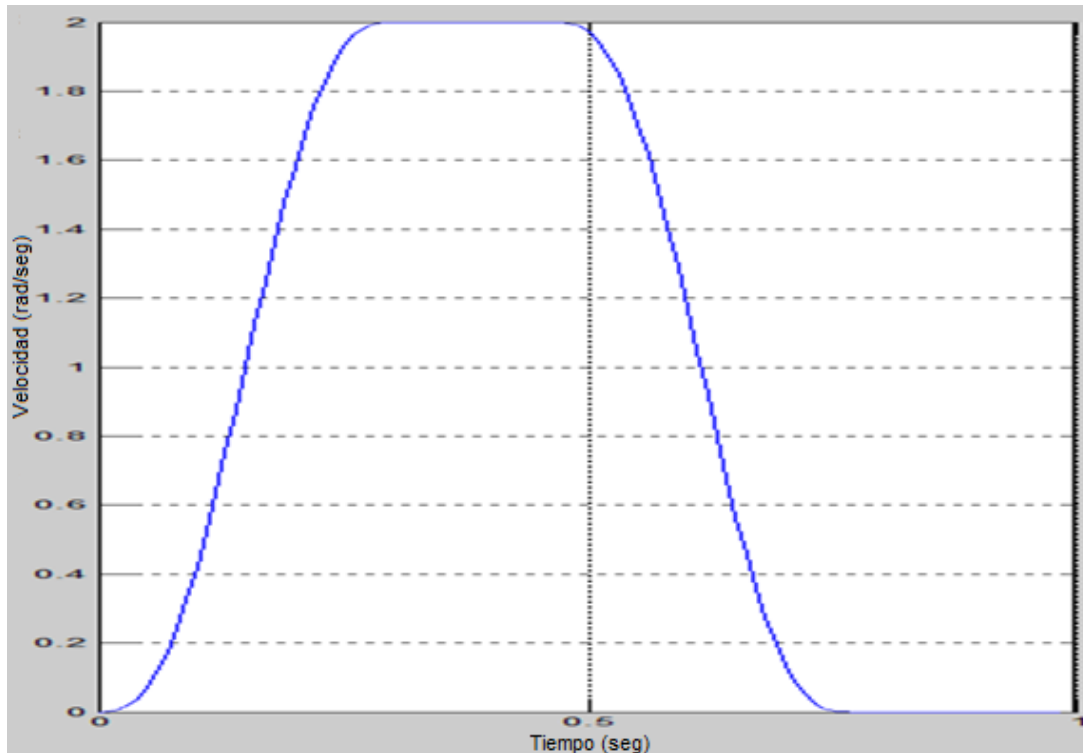


Figura 43 Velocidad Angular deseada de las ruedas del robot

2.2.3 Modelado cinemático del robot móvil tipo tracción diferencial

El espacio de trabajo del robot móvil será sobre un plano, por lo tanto, para conocer su posición y orientación sobre su espacio de trabajo se utilizarán los movimientos de translación y rotación aplicando operaciones matemáticas básicas. El desarrollo siguiente del modelo cinemático se basa en [13] con la adaptación de [1].

Para conocer el movimiento del robot móvil sobre el plano es necesario definir un sistema de coordenadas de referencia global permitiendo conocer la posición y orientación del robot en todo momento con respecto a este sistema cartesiano.

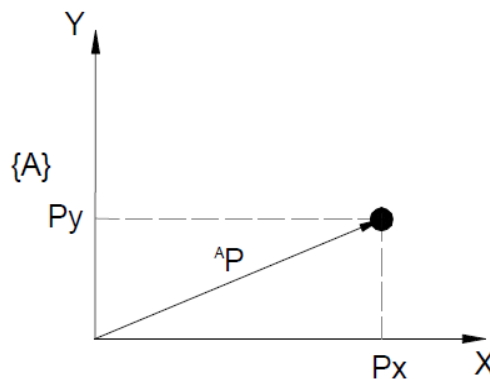


Figura 44 Representación del punto P en el sistema global {A} [1]

El sistema {A} representa las coordenadas globales y el vector de posición de un punto P situado sobre {A} se expresa mediante:

$${}^A P = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

El sistema global {A} tiene como vectores unitarios a X_A y Y_A .

Es necesario conocer la orientación del robot móvil y para ello se adjuntará un sistema de coordenadas locales sobre el centro de masa del robot. El sistema local {B} debe estar descrito según el sistema de coordenadas globales {A} como se ilustra en Figura 45.

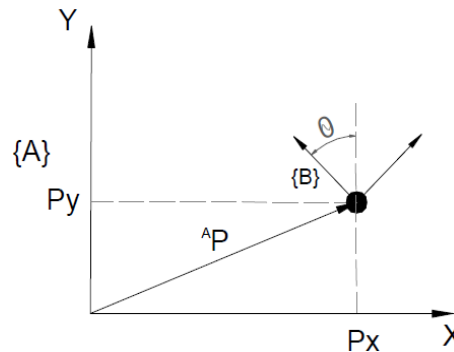


Figura 45 Descripción del sistema de coordenadas locales {B} con respecto al sistema de coordenadas globales {A} [1]

Las expresiones que describen al sistema {B} en el {A} se denotan como:

$${}^A \hat{X}_B = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} \quad {}^A \hat{Y}_B = \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Al agrupar estos dos vectores en una matriz 2x2 se formará la matriz de rotación; matriz que describe a {B} en forma relativa a {A}. En consecuencia, cada vez que se desee representar la orientación de un cuerpo, se hará con una matriz de rotación.

$${}^A_B R = [{}^A \hat{X}_B \quad {}^A \hat{Y}_B] = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$${}^A_B R = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

Además de la orientación, es necesaria una posición para especificar completamente el lugar donde se encuentra el robot móvil. Esta posición se puede definir como un desplazamiento de {B} en {A} expresado en Figura 46.

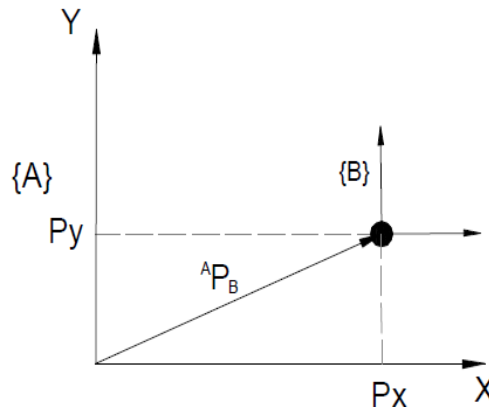


Figura 46 Definir el desplazamiento del sistema {B} con respecto al sistema {A} [1]

Cuando el robot no varía su orientación, los vectores de {B} coinciden con los de {A}. El origen de {B} se localiza con respecto a {A} mediante el vector:

$${}^A P_{OrgB} = \begin{bmatrix} {}^A P_{xOrgB} & {}^A P_{yOrgB} \end{bmatrix}^T \quad (2.7)$$

Si se desea llevar el punto con origen en {B} a otro punto cualquiera del plano, se referencia con respecto a los dos sistemas mediante:

$$\begin{aligned} {}^A P_x &= {}^B P_x + {}^A P_{xOrgB} \\ {}^A P_y &= {}^B P_y + {}^A P_{yOrgB} \end{aligned} \quad (2.8)$$

La ecuación (2-8) describe la translación del sistema {B} con respecto al sistema {A}.

Se puede definir la posición del robot móvil como el producto de una rotación y una translación. Esto significa que, para expresar un punto objetivo (posición final del robot móvil) será necesaria la multiplicación de las matrices de translación y rotación halladas con respecto al sistema de origen.

El desarrollo del modelo cinemático del robot móvil teniendo en cuenta los conocimientos anteriores se presenta a continuación.

Se sitúa el centro de masa del robot móvil sobre el sistema local {L} teniendo como referencia el sistema de coordenadas globales {G} Figura 47.

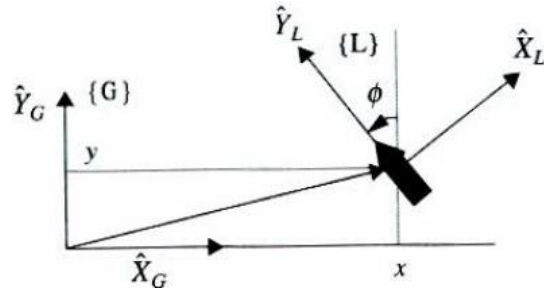
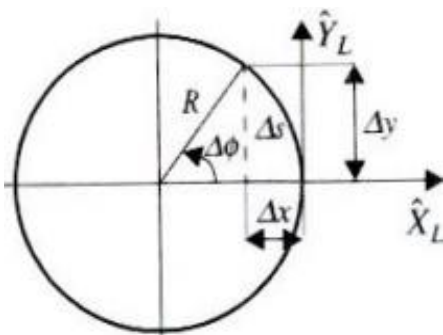


Figura 47 Establecer el sistema de coordenadas locales {L} sobre el robot móvil tipo tracción diferencial con referencia al sistema global {G} [1]

Se supone el movimiento del vehículo en un arco de circunferencia. Utilizando las ecuaciones del movimiento circular uniforme se tiene que:



$\Delta S = R * \Delta\phi$ Arco o espacio recorrido a lo largo de la circunferencia.

$\omega = \dot{\phi} = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$ Velocidad Angular.

$V = R * \omega$ Velocidad Tangencial.

Figura 48 Arco de circunferencia descrito por el movimiento del robot móvil tipo tracción diferencial [1]

Siendo R el radio de giro o radio de circunferencia que describe el recorrido, también llamado centro de rotación (CIR).

La curvatura se define como la inversa del radio de giro:

$$\gamma = \frac{1}{R} = \frac{\Delta\phi}{\Delta S} \quad (2.9)$$

Como primer paso se halla Δx y Δy :

$$\begin{aligned} \Delta x &= \Delta x_f - \Delta x_i & \Delta y &= \Delta y_f - \Delta y_i \\ \Delta x &= R * \cos(\Delta\phi) - R & \Delta y &= R * \sin(\Delta\phi) - 0 \\ \Delta x &= R * [\cos(\Delta\phi) - 1] & \Delta y &= R * \sin(\Delta\phi) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Estos valores forman la matriz de translación expresada como:

$${}^G_L T = \begin{bmatrix} R[\cos(\Delta\phi) - 1] \\ R * \sin(\Delta\phi) \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Teniendo la matriz de rotación, encontrada anteriormente, y la matriz de translación, es posible hallar la posición del robot móvil con respecto al sistema de coordenadas globales al multiplicar las dos matrices. Esta nueva matriz se conoce como matriz de transformación y representa la transformación de un vector de un sistema de coordenadas a otro (2.12).

$$\begin{aligned} \Delta x &= \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} R[\cos(\Delta\phi) - 1] \\ R * \sin(\Delta\phi) \end{bmatrix} \\ \Delta x &= R[\cos(\Delta\phi) - 1] * \cos \phi - R * \sin(\Delta\phi) * \sin \phi \\ \Delta y &= R[\cos(\Delta\phi) - 1] * \sin \phi - R * \sin(\Delta\phi) * \cos \phi \end{aligned} \quad (2.12)$$

Si $\Delta\phi$ tiende a ser muy pequeño, se tiene que:

$$\begin{aligned} \cos \Delta\phi &= 1 \\ \sin \Delta\phi &= \Delta\phi \end{aligned}$$

Por consiguiente:

$$\begin{aligned} \Delta x &= -R * \Delta\phi * \sin \phi \\ \Delta y &= R * \Delta\phi * \cos \phi \end{aligned}$$

Como $\Delta s = R * \Delta\phi$

$$\begin{aligned} \Delta x &= -\Delta s * \sin \phi \\ \Delta y &= \Delta s * \cos \phi \end{aligned}$$

La velocidad para intervalos muy pequeños, se puede expresar como:

$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (2.13)$$

Dividiendo por el tiempo, se tiene que:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = -\frac{\Delta s}{\Delta t} * \sin \phi \quad \dot{x} = -V * \sin \phi \quad (2.14)$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{\Delta s}{\Delta t} * \cos \phi \quad \dot{y} = V * \cos \phi$$

Las ecuaciones anteriores se expresan en la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \phi & 0 \\ \cos \phi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V \\ \omega \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Se tiene relacionada la velocidad lineal (V) y velocidad angular (ω) del robot a las coordenadas (x, y) en el plano cartesiano. El controlador de posición se hará sobre las ruedas, para ello es necesario tener la relación de las ruedas con las posiciones (x, y) del robot móvil sobre el plano cartesiano; esta relación se ve establecida con la ecuación (2.15):

$$\begin{aligned} \omega_i &= \dot{\theta}_i & \omega_d &= \dot{\theta}_d \\ V_i &= \omega_i * r & V_d &= \omega_d * r \end{aligned} \quad (2.16)$$

La velocidad lineal del robot móvil se expresa como el promedio de las velocidades lineales de cada rueda porque el avance lineal del centro de masa del robot es equivalente al avance lineal del eje donde se encuentran las ruedas situadas. Esto expresa en la ecuación (2.17):

$$V = \frac{V_i + V_d}{2} = \frac{r * \dot{\theta}_i + r * \dot{\theta}_d}{2} = \frac{r * (\dot{\theta}_i + \dot{\theta}_d)}{2} \quad (2.17)$$

La velocidad angular del robot móvil se expresa como la diferencia de las velocidades angulares de cada rueda; el robot se conoce como tipo diferencial porque el movimiento se basa en sus ruedas traseras, es decir, la diferencia de giro entre ambas ruedas produce un cambio en la orientación del robot móvil, la velocidad con la que se produce el cambio en la orientación se conoce como velocidad angular. Se expresa como:

$$\omega = \dot{\phi} = \frac{V_i - V_d}{b} = \frac{r * (\dot{\theta}_i - \dot{\theta}_d)}{b} \quad (2.18)$$

Siendo r el radio de las ruedas que será igual para ambas y b es la distancia entre ellas.

Despejando las velocidades de giro de cada rueda $\dot{\theta}_i$ y $\dot{\theta}_d$ de las ecuaciones anteriores de V y ω , se tiene:

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_i &= \frac{2 * V - b * \omega}{2 * r} \\ \dot{\theta}_d &= \frac{2 * V + b * \omega}{2 * r} \end{aligned} \quad (2.19)$$

Como \dot{x} , \dot{y} y $\dot{\phi}$ están en función de V y ω y estas a su vez están en función de $\dot{\theta}_i$ y $\dot{\theta}_d$, se puede decir que \dot{x} , \dot{y} y $\dot{\phi}$ están en función del giro de las ruedas que son $\dot{\theta}_i$ y $\dot{\theta}_d$. Se expresa matricialmente como:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \phi & 0 \\ \cos \phi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V \\ \omega \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} V \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r/2 & r/2 \\ r/b & -r/b \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \dot{\theta}_i \\ \dot{\theta}_d \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r * \sin \phi}{2} & -\frac{r * \sin \phi}{2} \\ \frac{r * \cos \phi}{2} & \frac{r * \cos \phi}{2} \\ \frac{r}{b} & -\frac{r}{b} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \dot{\theta}_i \\ \dot{\theta}_d \end{bmatrix}$$

La matriz anterior se aplica para llegar a un punto con coordenadas (x, y) y depende de la cantidad de vueltas que den las ruedas del robot móvil. Para obtener estos valores se ha de implementar la cinemática inversa resultando de esta los perfiles de posición en (rad/seg) y de velocidad en (mm/seg) de cada una

de las ruedas. El bloque utilizado en Simulink que contiene la cinemática inversa aplicada para el robot móvil tipo tracción diferencial se observa en la Figura 49.



Figura 49 Bloque diseñado en Simulink que contiene la Cinemática Inversa

La Figura 50 muestra las operaciones que se llevan a cabo dentro del bloque anterior para obtener los resultados deseados de la cinemática inversa.

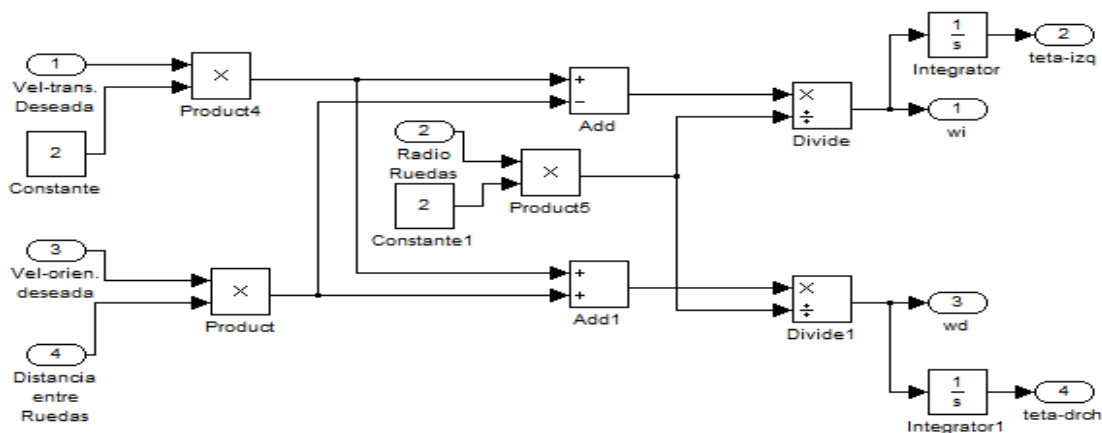


Figura 50 Cinemática Inversa implementada en Simulink

2.2.4 Controlador PD con retroalimentación de velocidad

Para aproximar el error de posición a cero o volverlo nulo es necesario implementar un controlador. El programa ADAMS permite establecer contactos (herramienta “CONTACTS” en el programa) entre superficies produciendo fricción y por consiguiente movimiento al definir el contacto entre las ruedas y el suelo. Para utilizar la herramienta que permite estos contactos solo se admiten el uso de pares como fuerza que actúen en el movimiento del robot móvil y para utilizar pares como señal de entrada (herramienta “SFORCE” en el programa) se requiere un controlador, es decir, para producir el movimiento deseado es necesario implementar una ley de control.

El controlador a implementar será un controlador PD con retroalimentación de velocidad propuesto por [15], este tipo de controlador se emplea en modelos dinámicos no lineales donde el par depende de la posición y velocidad que requiera la articulación en la cual se aplica el controlador sin importar las demás

articulaciones que posea el robot. La matrices de diseño se basan en dos constantes k_p y k_v las cuales son positivas y seleccionadas por el diseñador, estas afectan a las señales realimentadas de posición y velocidad respectivamente. La Figura 51 muestra el diagrama de bloques compuesto por el controlador y un robot a controlar.

En la sección 1.2.5 se nombran algunos tipos de controladores que se pueden aplicar a los robots manipuladores. Se selecciona el controlador PD con retroalimentación de velocidad como estrategia de control a aplicar en este proyecto porque es un controlador que cumple con los requisitos para ser implementado y dicho controlador se utiliza en robots que se mueven en el plano horizontal o que se pueda suponer el vector de pares gravitacionales nulo como es el caso. Su implementación no es compleja permitiendo cumplir con los objetivos propuestos. En trabajos futuros se implementarán controladores diferentes para compararán los resultados obtenidos entre dichas leyes de control.

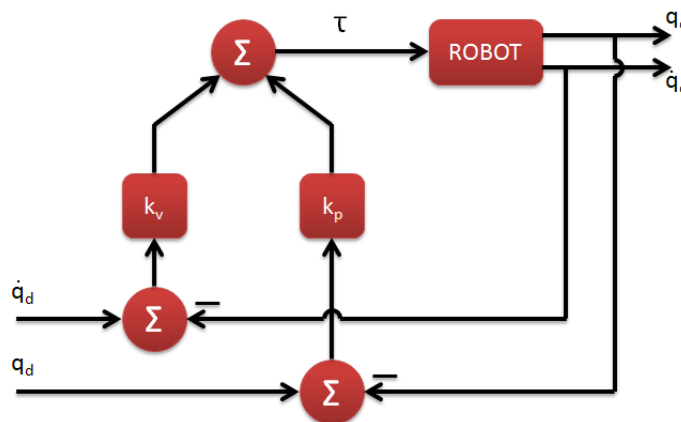


Figura 51 Controlador PD con retroalimentación de velocidad [15]

El bloque que contiene la estructura del controlado en Simulink se presenta en la Figura 52.

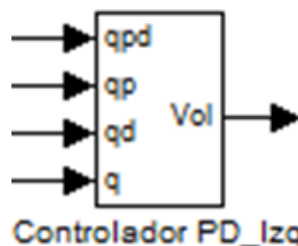


Figura 52 Bloque diseñado en Simulink del Controlador PD con retroalimentación de velocidad

El contenido del bloque se observa en Figura 53, apreciando la misma distribución y el uso de las constantes k_p y k_v anteriormente nombradas. Los valores seleccionados de estas constantes se presentan a continuación:

$$k_p = 900$$

$$k_v = 3$$

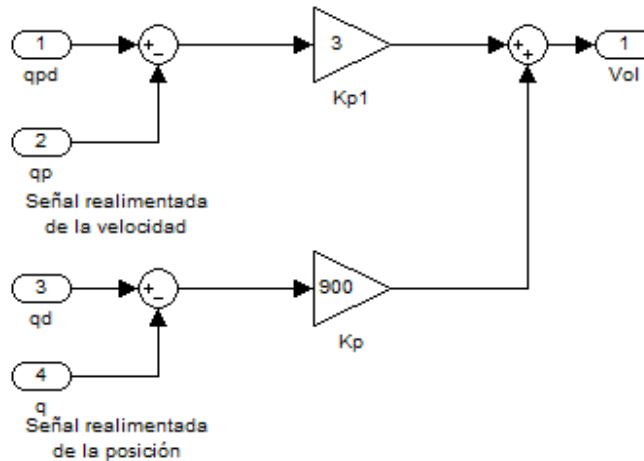


Figura 53 Controlador PD con retroalimentación de velocidad en MATLAB/Simulink

2.2.5 Selección de los motores

Para establecer el movimiento real del robot móvil, es necesario que los actuadores presenten un par igual o superior a 5N-mm, este valor se obtuvo de la simulación realizada en el software ADAMS que permite conocer el par aplicado sobre cada una de las ruedas y se tomó para ello el valor máximo obtenido de la simulación. La selección de los motores se realiza por encima de este valor, las características del motor se muestran en la Tabla 1 y el motor comercial que cumple con los requerimientos se muestra en la Figura 55.



Figura 54 Motor real del robot 3pi del fabricante Pololu [16]

Tabla 1 Características del motor

Motor	T_{max} [Nm]	R_{2ph} [Ω]	L_{2ph} [mH]	k [$\frac{Vs}{rad}$ or $\frac{Nm}{A}$]	RPM
100:1	12oz-in	0.568	0.251	0.158	120

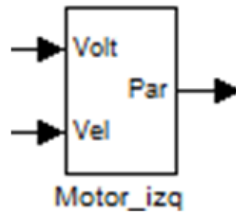


Figura 55 Bloque diseñado en Simulink del motor

El contenido del anterior bloque se ilustra en Figura 56. Presenta las operaciones necesarias para convertir la entrada de posición y velocidad al par necesario que mueve la articulación al valor requerido para llegar a la posición deseada. Los valores visualizados en los diferentes bloques, hacen referencia a las especificaciones del motor con características descritas en la Tabla 1 donde los valores de R y L se toman para la función de transferencia y el valor de la constante se utiliza en k_i y k_v .

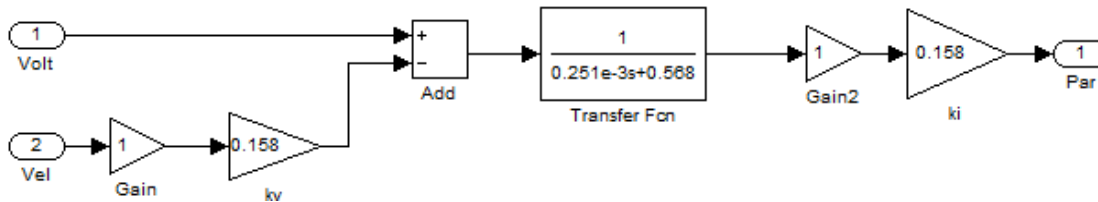


Figura 56 Operaciones de simulación del motor implementadas en Simulink

3. RESULTADOS

En el presente capítulo se muestran y analizan los resultados obtenidos al realizar varias simulaciones con diferentes trayectorias y hacia diferentes coordenadas. Al final del capítulo se prueba la robustez del sistema al introducir una señal de ruido como incertidumbre en las medidas de los sensores, es decir, en la realimentación de las señales de salida del bloque del modelo de simulación del robot móvil tipo tracción diferencial.

Las pruebas de trayectorias Punto a Punto y las trayectorias Multipunto se realizan utilizando el diagrama de bloques de la Figura 57.

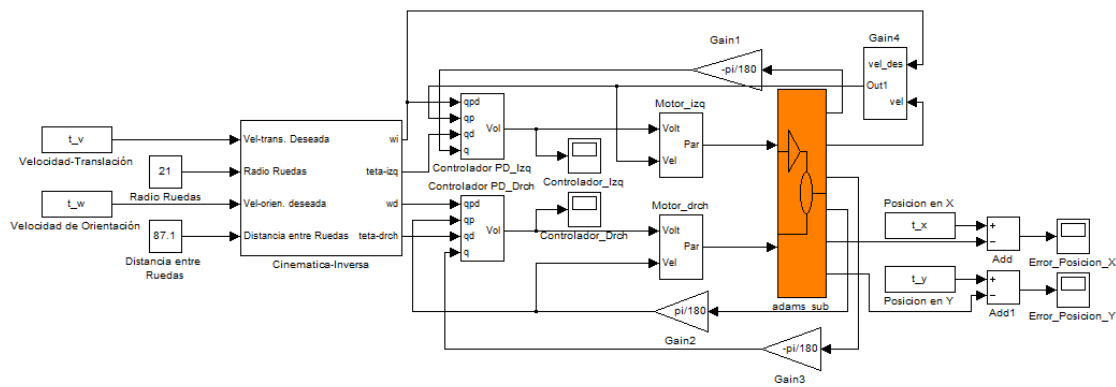


Figura 57 Diagrama de bloque del sistema en Simulink

3.1 Trayectoria Punto a Punto

Para la trayectoria Punto a Punto se realizan pruebas en los 4 cuadrantes mostrando los resultados obtenidos de la trayectoria del centro de masa, la posición final alcanzada, el error de posición, la acción de control ejercida y el par requerido para producir el movimiento del robot móvil.

El tiempo requerido de simulación está dado por el planificador de trayectorias, es decir, la simulación se realiza con datos obtenidos previamente, si se aumenta o disminuye el tiempo de simulación, el perfil de velocidad tangencial y velocidad angular necesarios a la entrada de la cinemática inversa no tendrá datos correctos produciendo errores en los resultados finales, por tal motivo, se utiliza el tiempo exacto de simulación proveniente del planificador de trayectorias. En la Tabla 2 se condensan los resultados obtenidos para las diferentes pruebas realizadas en el desplazamiento Punto a Punto del robot móvil los cuales se desarrollan más adelante.

Tabla 2 Resultados Trayectorias Punto a Punto

Coordenadas finales de los puntos en el plano XY [mm]	Error de posición X [%]	Error de posición Y [%]
P(500,0)	< 0.5	0
P(725,578)	<0.5	<0.5
P(-456,893)	<1	<0.4
P(-600,-600)	<0.7	<0.8
P(200,-150)	<1.5	<2

3.1.1 Cuadrante I

El robot móvil se desplaza a lo largo del eje X en línea recta para llegar al punto establecido en P(500mm,0). La trayectoria del centro de masa del robot móvil se observa en Figura 58.

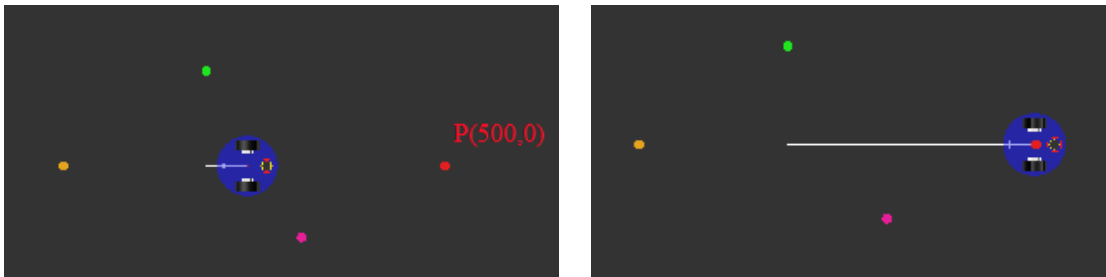
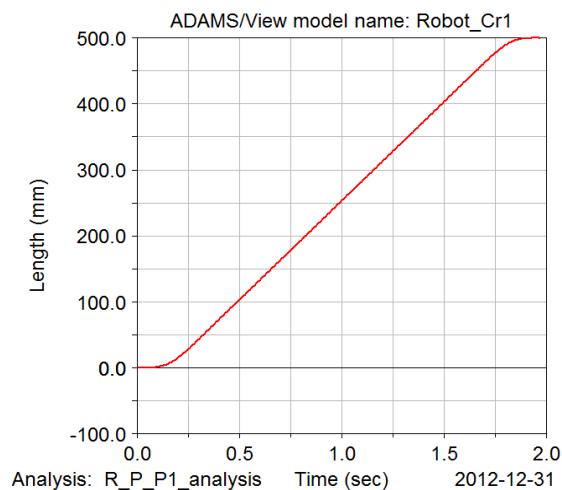


Figura 58 Trayectoria en el primer cuadrante del punto (500,0)

La Figura 59 muestra la posición en todo momento del centro de masa del robot en el eje X.

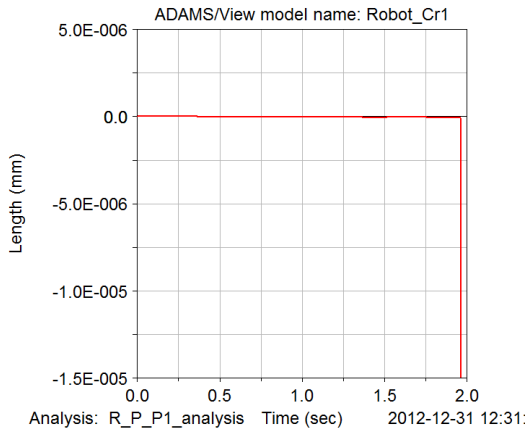


Tiempo de simulación 1.9667 seg.

Pos X final: 499.5775mm.

Figura 59 Perfil de posición del centro de masa del robot móvil en el eje X del cuadrante I

El tiempo requerido de simulación es de 1.9667 segundos, lo que permite llegar a un valor final de 499.5775 mm de recorrido a través del eje X. De igual forma, la Figura 60 ilustra el recorrido a través del eje Y, empleando el mismo tiempo de simulación el valor en este eje se aproxima a cero (0).



Tiempo de simulación 1.9667 seg.

Pos Y final: -6.9197E-008mm.

Figura 60 Perfil de posición del centro de masa del robot móvil en el eje Y del cuadrante I

El error de posición en X, Figura 61, presenta un comportamiento triangular apreciado en la Figura 62 que es una ampliación de la señal de error de posición en X; este comportamiento triangular se debe a la comparación hecha entre la señal de posición deseada y la señal de posición actual proveniente del bloque del modelo de simulación. Esta última señal presenta un pequeño comportamiento triangular lo que produce las variaciones al evaluar el error de posición en X.

Los valores comprendidos por esta señal están entre 0 y 3mm como valor mínimo y máximo respectivamente. Lo que sugiere un error menor al 1%.

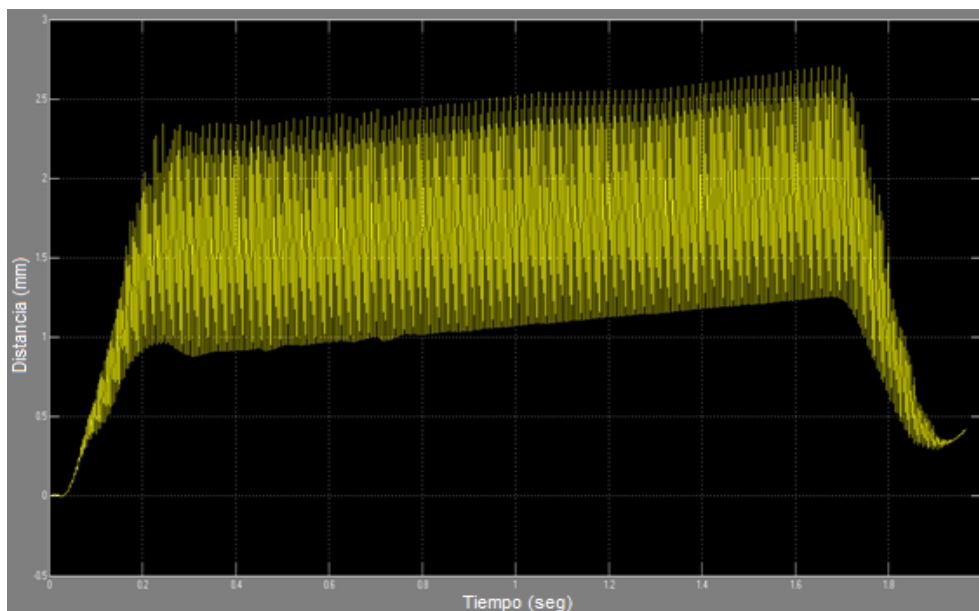


Figura 61 Señal del error de posición en X P(500,0)

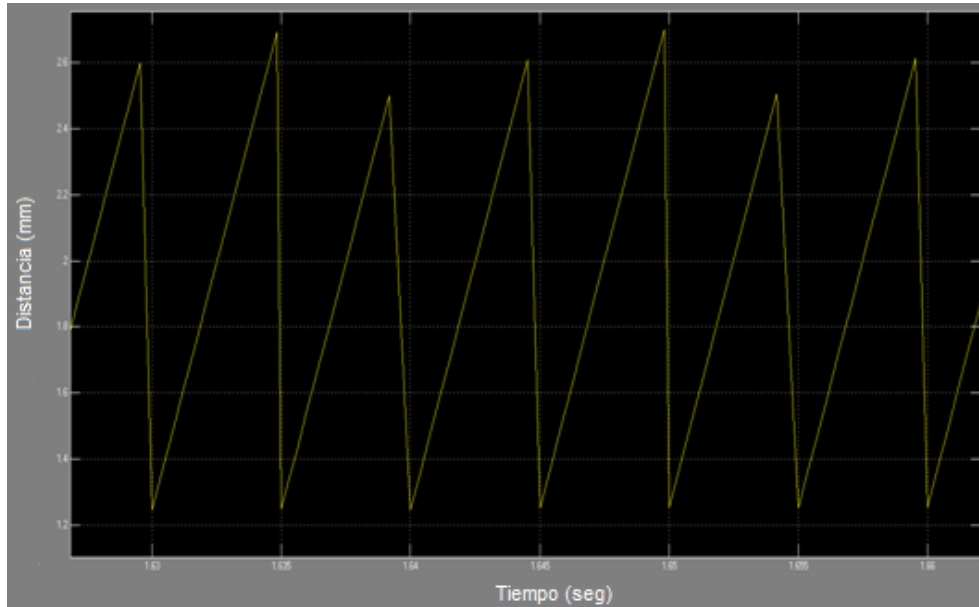


Figura 62 Señal ampliada del error de posición en X P(500,0)

El error de posición en Y, Figura 63, se aproxima a ser cero. La variación de valor se puede considerar despreciable considerando el movimiento a través del eje X como el deseado.

Los valores comprendidos por esta señal están entre 0 y 16^{-6} mm como valor mínimo y máximo respectivamente. Lo que sugiere un error aproximadamente de 0%.

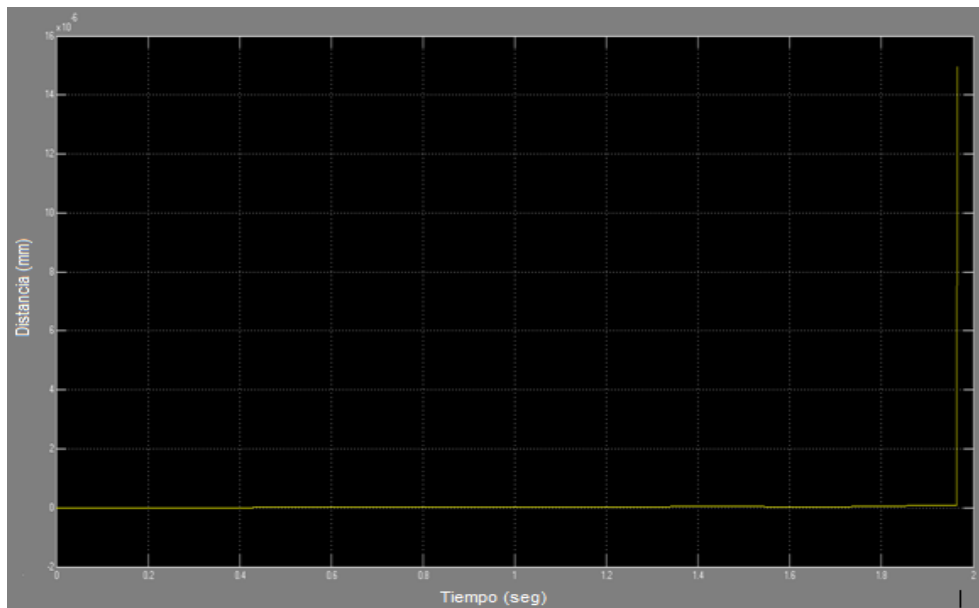


Figura 63 Señal del error de posición en Y P(500,0)

La señal de acción de control sobre la rueda izquierda está presente en Figura 64 acotada entre los valores 20 y -60. El comportamiento triangular mostrado en la Figura 65 es debido a la salida obtenida del bloque del modelo de simulación.

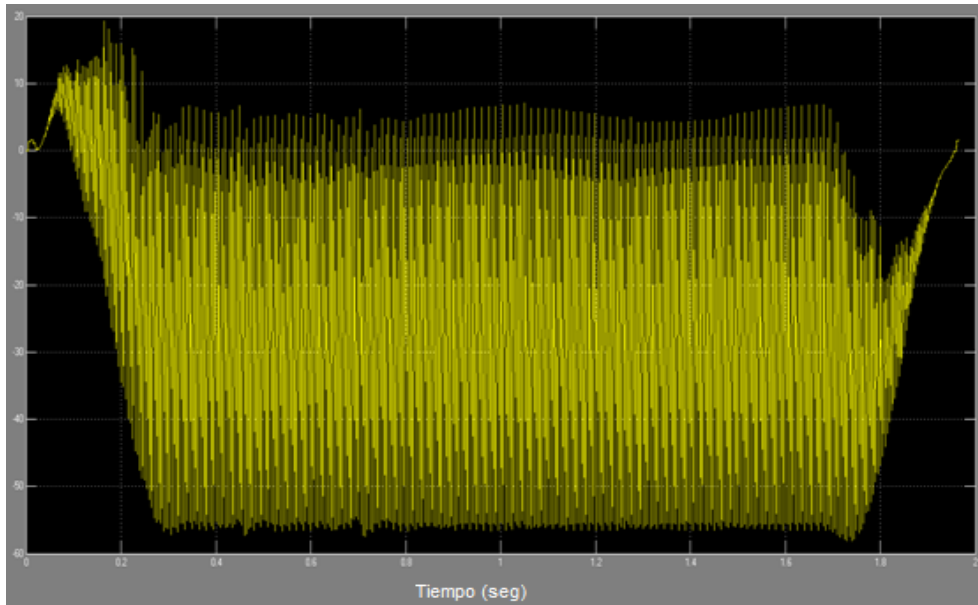


Figura 64 Señal de la acción de control sobre la rueda izquierda del robot móvil P(500,0)

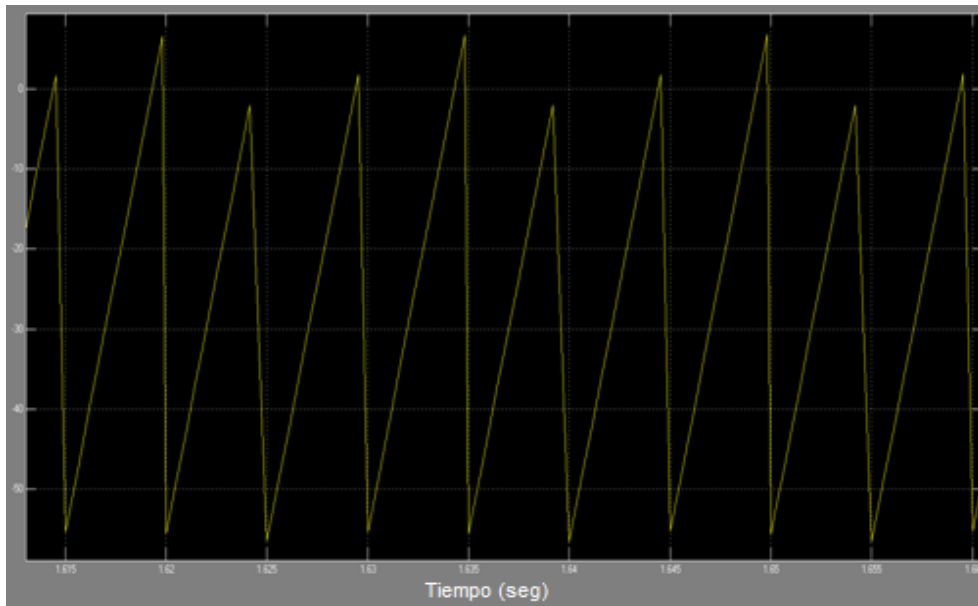


Figura 65 Ampliación de la señal de la acción de control ejercida sobre la rueda izquierda del robot móvil P(500,0)

La señal de acción de control sobre la rueda derecha se ilustra en la Figura 66 acotada entre los valores 20 y (-60) presentando una similitud a la acción de control sobre la rueda izquierda. El comportamiento triangular mostrado en la Figura 67 es debido a la salida obtenida del bloque del modelo de simulación.

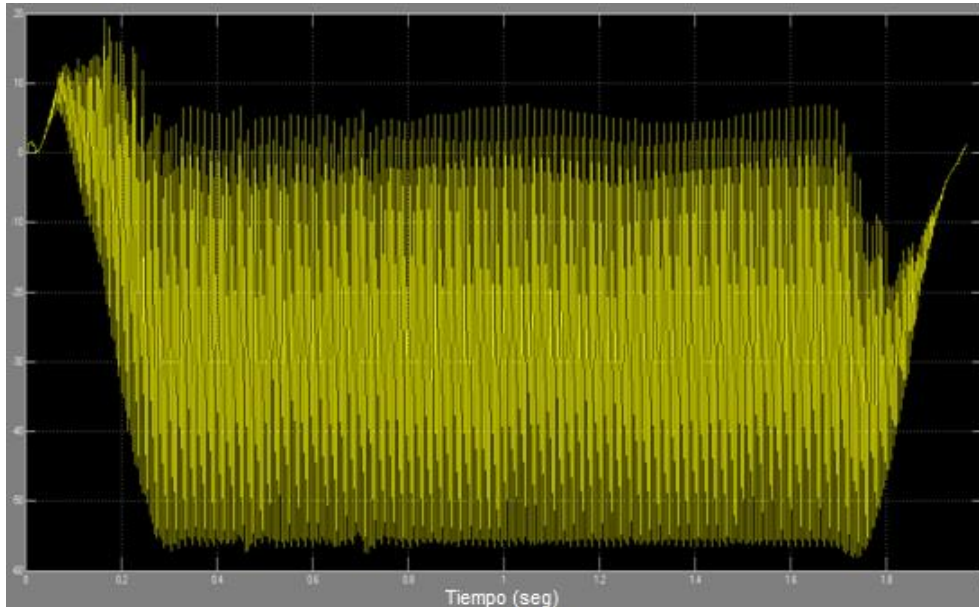


Figura 66 Señal de la acción de control sobre la rueda derecha del robot móvil P(500,0)

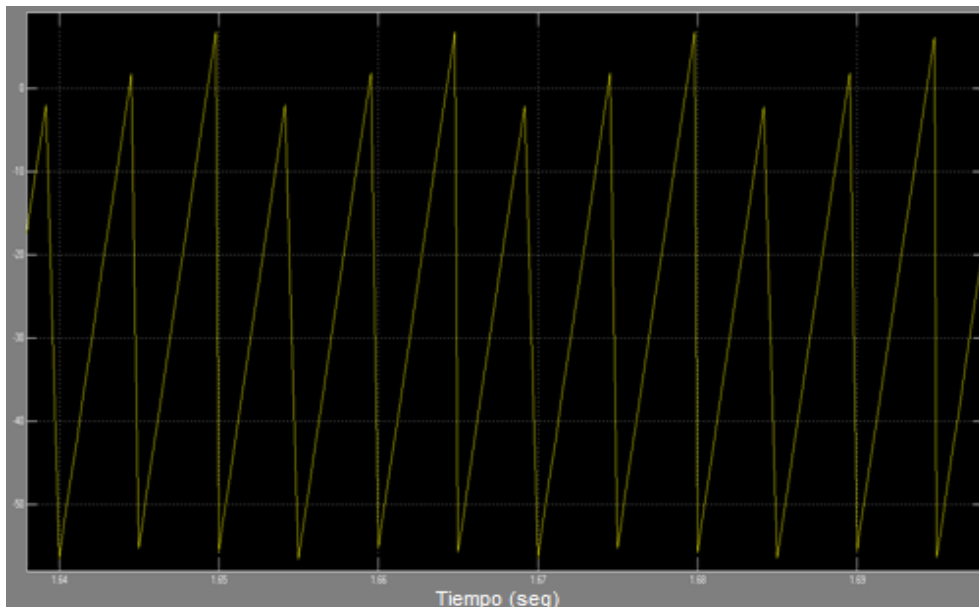


Figura 67 Ampliación de la señal de la acción de control ejercida sobre la rueda derecha del robot móvil P(500,0)

El par necesario en la rueda izquierda para llevar a cabo el desplazamiento hacia el punto P(500mm,0) está expresado en la Figura 68. Cabe resaltar los dos picos obtenidos, que se deben al cambio de velocidad, el primero se debe a la aceleración para llegar a la velocidad máxima que es constante durante un intervalo de tiempo; el segundo pico se debe a la desaceleración aplicada para detener el movimiento del robot móvil. El valor máximo de par requerido es próximo a 5N-mm.

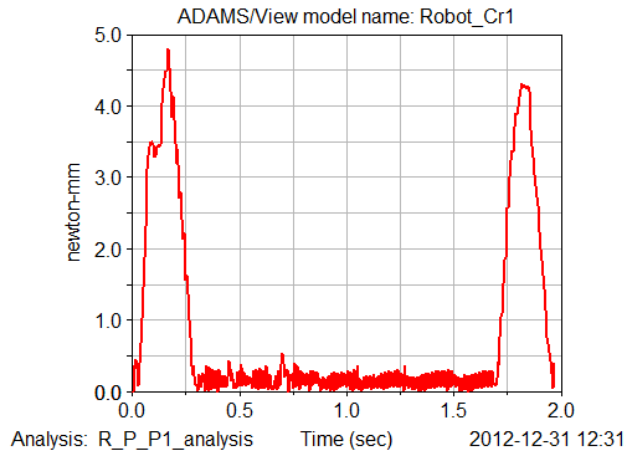


Figura 68 Par requerido por la rueda izquierda P(500,0)

El par en la rueda derecha debe ser similar al par ejercido sobre la rueda derecha para producir un movimiento en línea recta, se aprecia en la Figura 69.

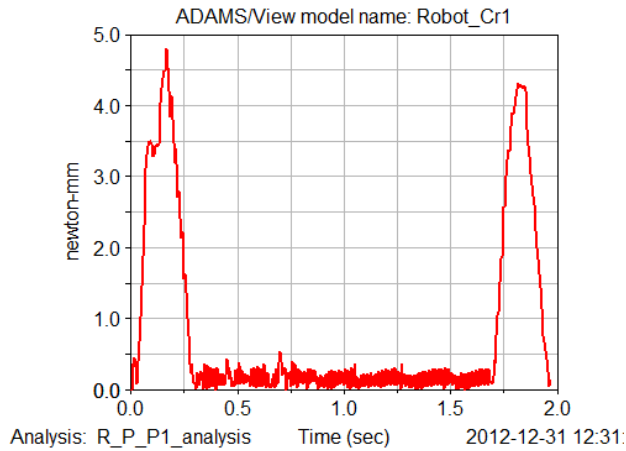


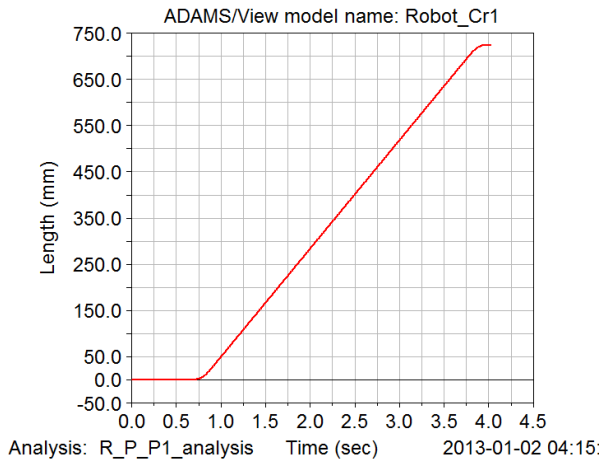
Figura 69 Par requerido por la rueda derecha P(500,0)

El robot móvil se desplaza a través del cuadrante I realizando primero un movimiento sobre su mismo eje y luego en línea recta para llegar al punto establecido en P(725mm,578mm) (Figura 70).



Figura 70 Trayectoria en el primer cuadrante del punto (725,578)

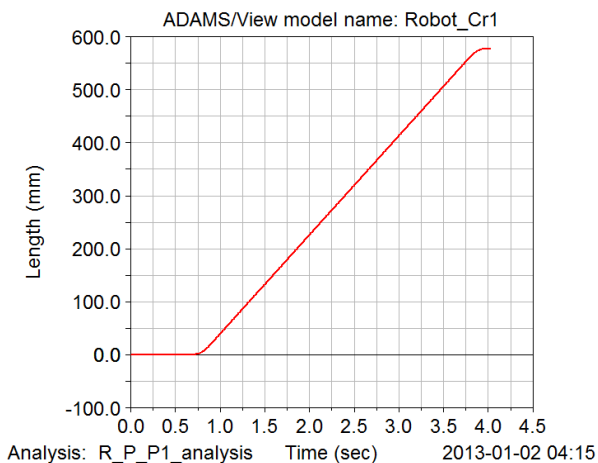
El tiempo de simulación empleado para llegar al punto final de la trayectoria anterior es de 4.0272 segundos, en este tiempo, el centro de masa recorre 724.5268mm a través del eje X como lo muestra la Figura 71. Para el mismo tiempo, el centro de masa en el eje Y recorre una distancia de 577.5252mm visualizada en la Figura 72.



Tiempo de simulación 4.0272 seg.

Pos X final: 724.5268mm.

Figura 71 Perfil de posición del centro de masa del robot móvil en X del cuadrante I P(725,578)



Tiempo de simulación 4.0272 seg.

Pos Y final: 577.5252mm

Figura 72 Perfil de posición del centro de masa del robot móvil en Y del cuadrante I P(725,578)

La señal presentada en la Figura 73 como error de posición en X se asemeja al error hallado en la trayectoria del punto P(500mm,0); la diferencia es el tiempo transcurrido. Esta señal es triangular como lo muestra la ampliación hecha en la Figura 74, debido a la señal de posición generada por el modelo de simulación del robot móvil.

Los valores comprendidos por esta señal están entre 0 y 2.5mm como valor mínimo y máximo respectivamente. Presenta un error menor al 0.5%.

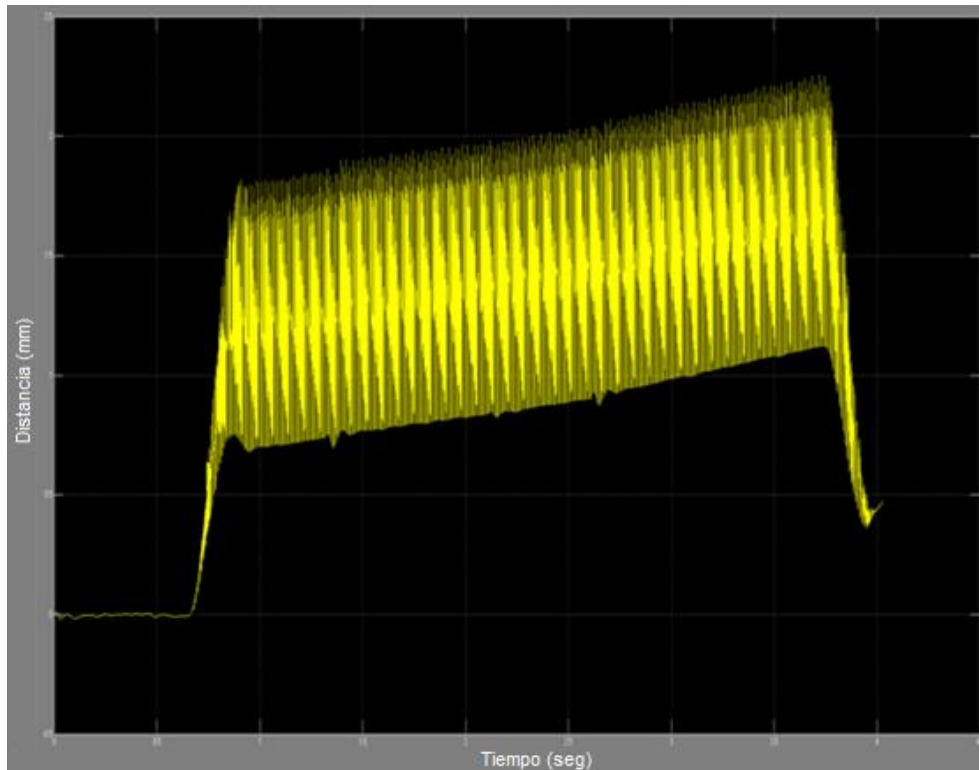


Figura 73 Señal del error de posición en X P(725,578)

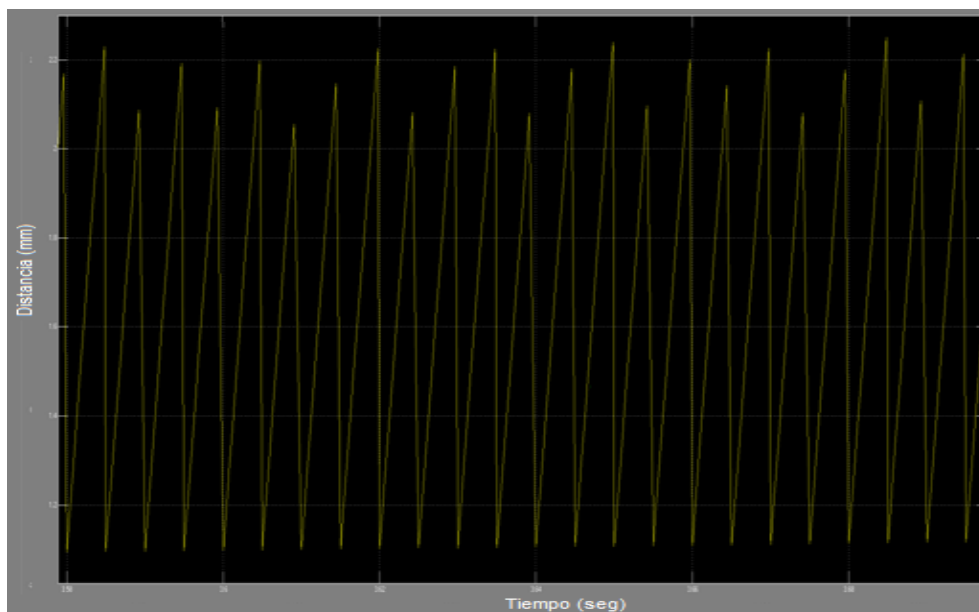


Figura 74 Señal ampliada del error de posición en X P(725,578)

El error de posición en el eje Y para esta trayectoria presente en la Figura 75, está limitado entre 0 y 2mm. Su comportamiento es triangular como lo muestra la Figura 76 debido a la señal de salida de posición generada por el bloque del modelo de simulación del robot móvil. Con los valores medidos se puede establecer un error menor al 0.5%.

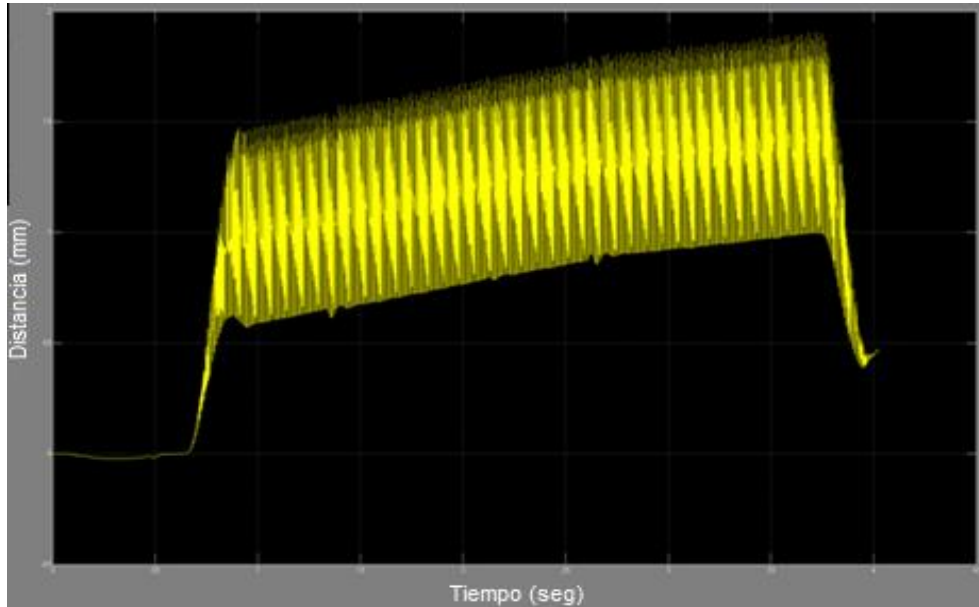


Figura 75 Señal del error de posición en Y P(725,578)

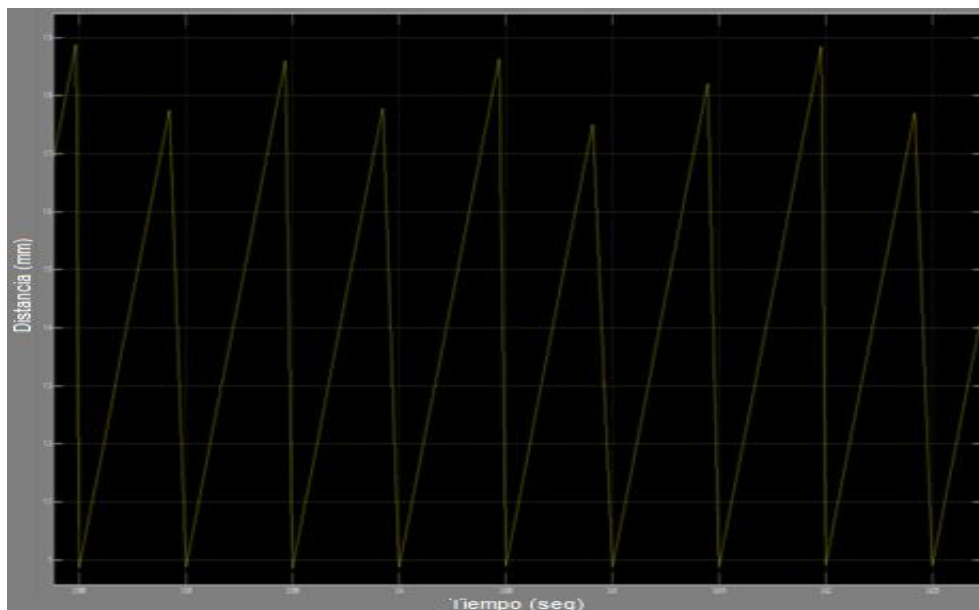


Figura 76 Señal ampliada del error de posición en Y P(725,578)

La acción de control sobre la rueda izquierda en la Figura 77 la cual tiene sus límites en 20 y (-60) describe los dos movimientos realizados, como primer movimiento está el giro sobre su eje (parte izquierda y de menor valor en la gráfica) seguido del desplazamiento lineal (parte restante de la gráfica). Refleja una mayor acción del controlador cuando se realiza el movimiento en línea recta hacia el punto deseado. Una ampliación de esta acción de control se muestra en la Figura 78 señalando su comportamiento triangular que se produce debido al cambio irregular en la señal de salida proveniente del bloque del modelo de simulación.

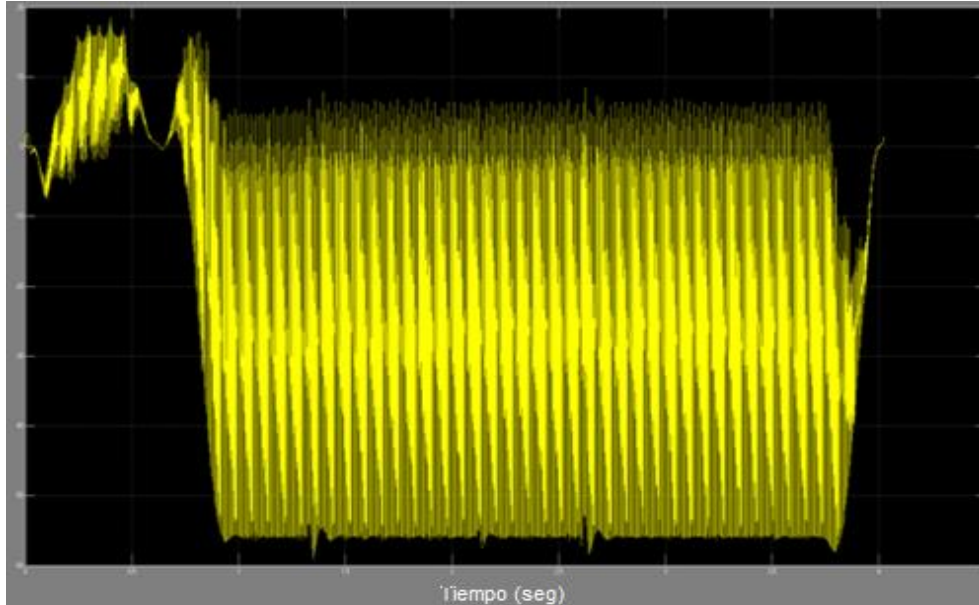


Figura 77 Señal de la acción de control sobre la rueda izquierda del robot móvil P(725,578)

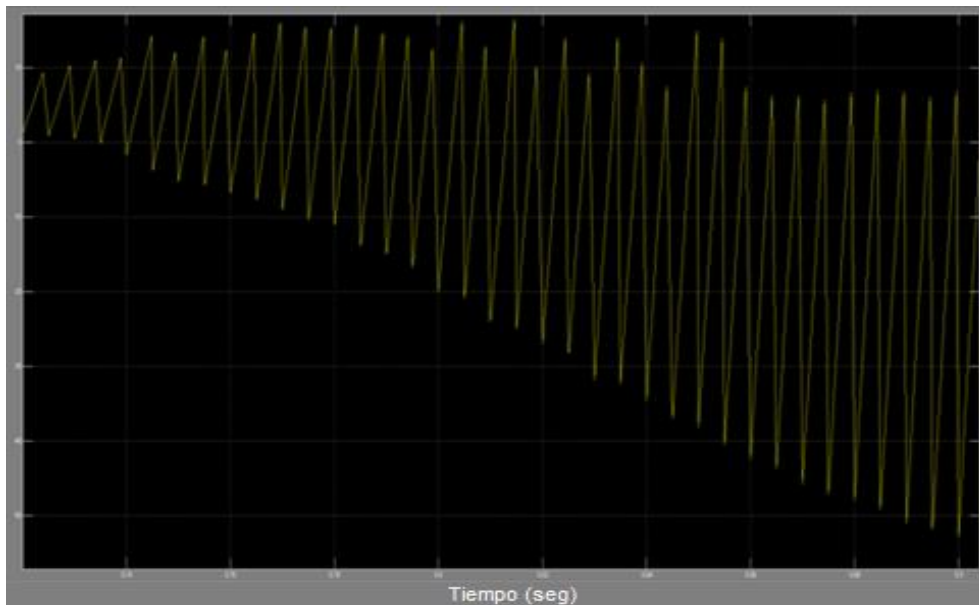


Figura 78 Señal ampliada de la acción de control sobre la rueda izquierda del robot móvil P(725,578)

Al igual que en la rueda izquierda, la acción de control sobre la rueda derecha observada en la Figura 79 hace diferenciación en los dos movimiento realizados, el giro sobre su eje, en este caso es contrario al giro de la rueda izquierda para poder producir un cambio de orientación del robot móvil; el segundo movimiento es el desplazamiento lineal hacia el punto deseado, aquí las dos ruedas giran en el mismo sentido. Los valores mínimos y máximos están entre 20 y (-60).

La Figura 80 es una ampliación de la acción de control sobre la rueda derecha, la variación de esta señal se debe a la irregularidad en la señal de posición realimentada.

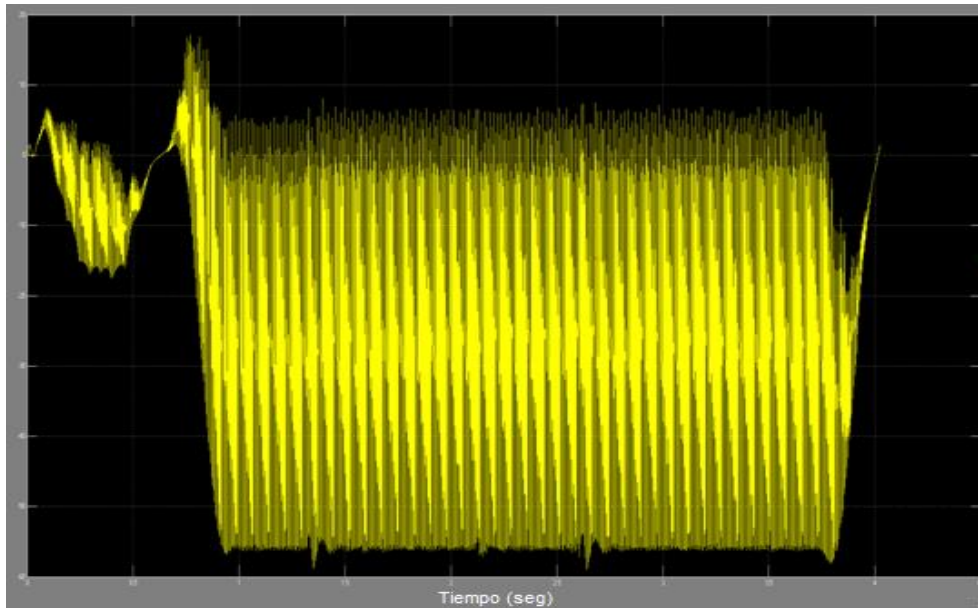


Figura 79 Señal de la acción de control sobre la rueda derecha del robot móvil P(725,578)

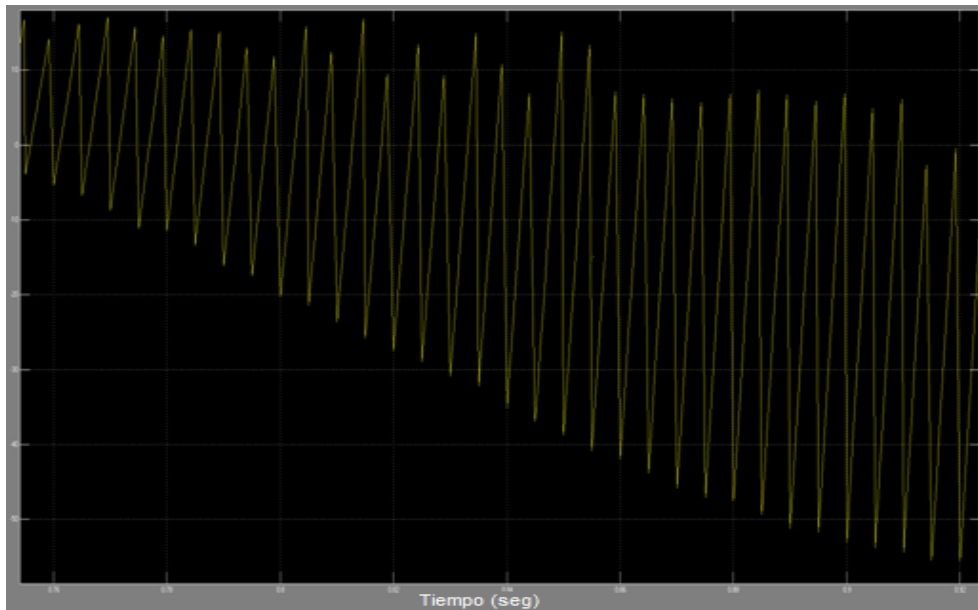


Figura 80 Señal ampliada de la acción de control sobre la rueda derecha del robot móvil P(725,578)

El par requerido para llevar a cabo los movimientos de giro y desplazamiento es aproximadamente 4.5 N-mm como se aprecia en la Figura 81. Los picos presentes se deben al cambio en la aceleración realizados por el robot para ir hasta su velocidad máxima iniciando el movimiento y luego producir una desaceleración

para frenar completamente sobre el punto final. Este cambio de aceleración lo realiza tanto en el giro sobre su eje como en su desplazamiento en línea recta.

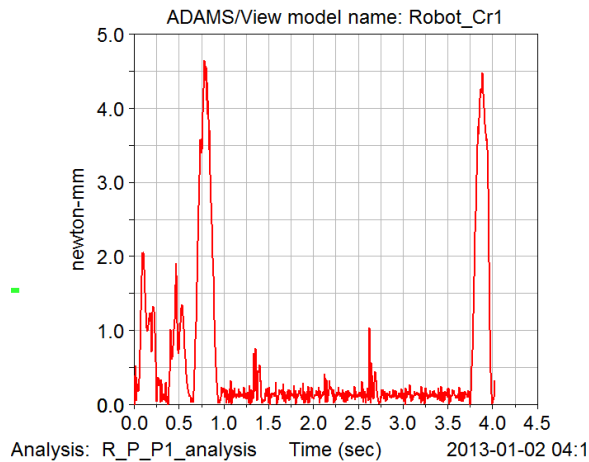


Figura 81 Par requerido por la rueda izquierda P(725,578)

El par ejercido sobre la rueda derecha ilustrado en la Figura 82 presenta un comportamiento semejante al par sobre la rueda izquierda, su valor es aproximadamente 4.5 N-mm y los picos en la gráfica es debido al cambio de aceleración tanto en el inicio del movimiento como al final del mismo. Los picos de menor magnitud representan el giro sobre su eje, mientras que los picos de mayor valor hacen referencia al desplazamiento lineal.

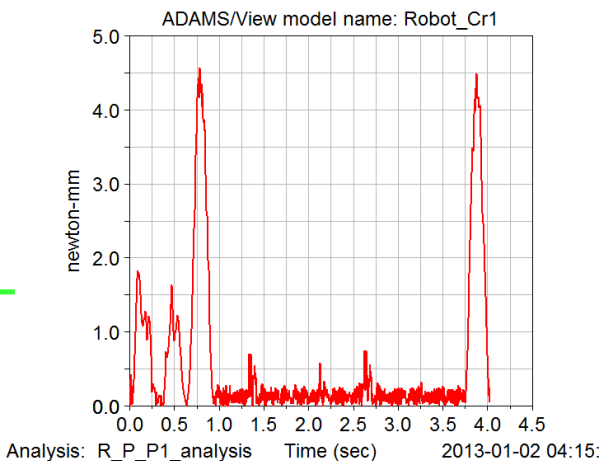


Figura 82 Par requerido por la rueda derecha P(725,578)

3.1.2 Cuadrante II

El robot móvil se desplaza a través del cuadrante II realizando un movimiento inicial sobre su mismo eje (orientación) ubicándose en línea recta al punto P(-456mm,893mm) para realizar el desplazamiento lineal hasta dicho punto. La trayectoria del centro de masa del robot móvil se observa en Figura 83.

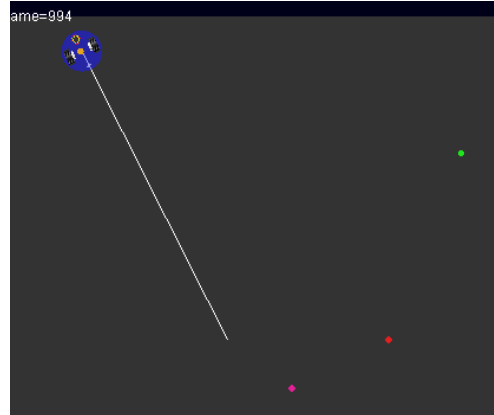
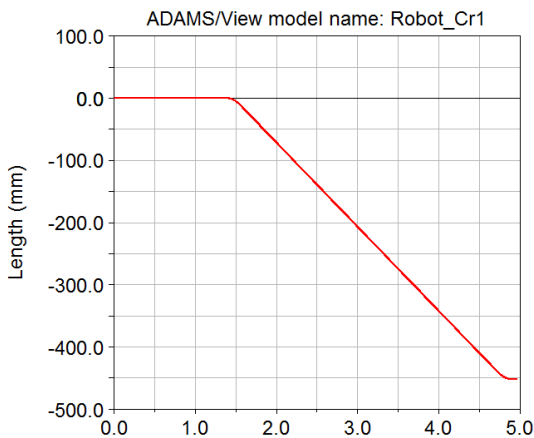


Figura 83 Trayectoria en el segundo cuadrante del punto (-456,893)

El centro de masa recorre 452.4015mm en el eje X negativo empleando un tiempo de simulación de 4.963 segundos, esto se observa en la Figura 84. En el eje Y recorre 894.0788mm en el mismo tiempo de simulación, Figura 85.

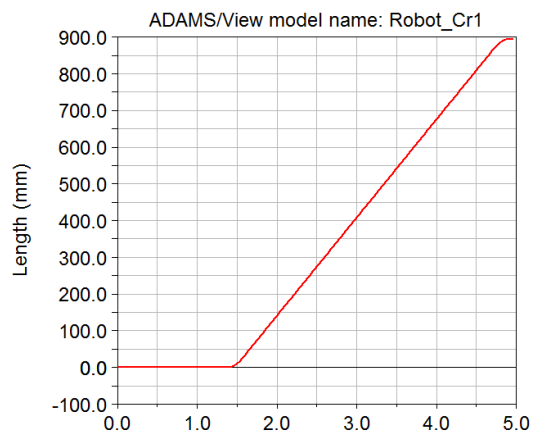


Tiempo de simulación 4.963 seg.

Pos X final: -452.4015mm.

Analysis: R_P_P1_analysis Time (sec) 2013-01-02 04:5

Figura 84 Perfil de posición de la trayectoria centro de masa del robot móvil en X del cuadrante II del punto (-456,893)



Tiempo de simulación 4.963 seg.

Pos Y final: 894.0788mm.

Analysis: R_P_P1_analysis Time (sec) 2013-01-02 04:5

Figura 85 Perfil de posición de la trayectoria centro de masa del robot móvil en Y del cuadrante II del punto (-456,893)

El recorrido presenta un error de posición en el eje X ilustrado en la Figura 86. Esta señal es triangular debido a la señal de salida en el bloque del modelo de simulación del robot móvil. Esta señal está entre 0 y (-4.5mm) como sus límites, estableciendo así un porcentaje de error menor a 1%.

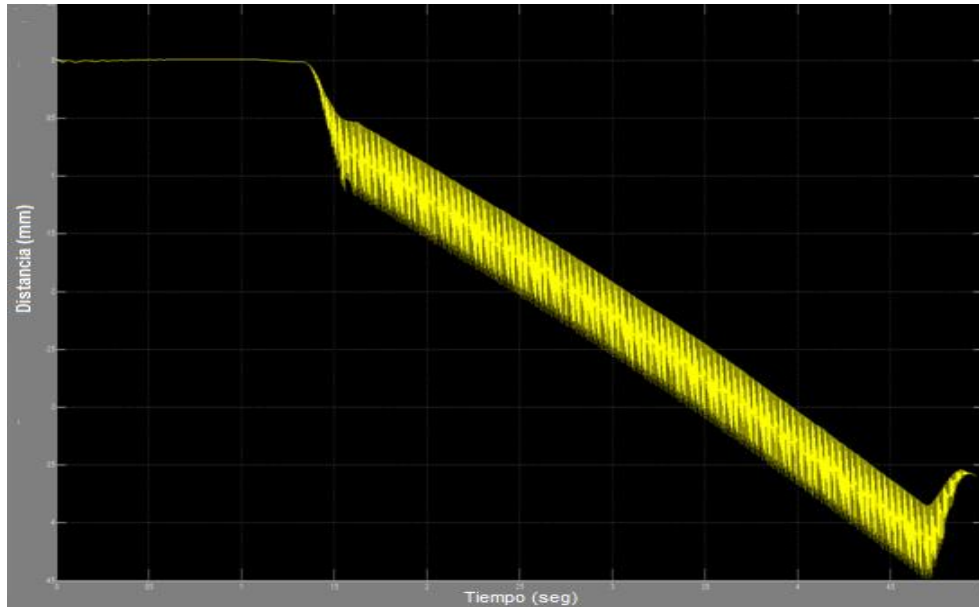


Figura 86 Señal del error de posición en X P(-456,893)

La Figura 87 muestra el error de posición presente en el eje Y que se obtiene a través de toda la trayectoria. Esta señal presenta una variación brusca que al compararla con la señal de posición deseada genera la señal triangular vista en el error de posición. Los límites de este error de posición en el eje Y están entre 2mm y (-1.5mm), esto se traduce en un error menor al 0.4%

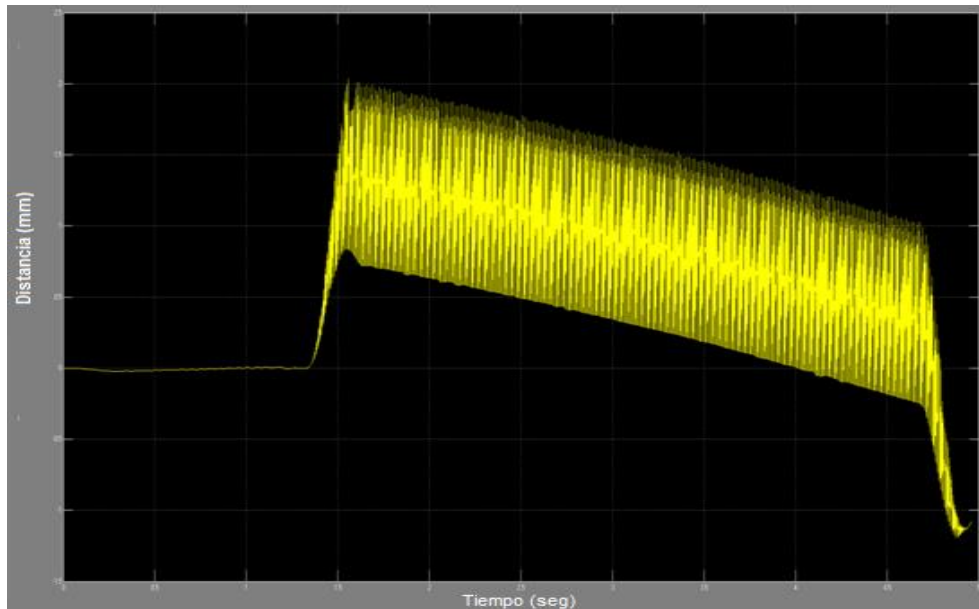


Figura 87 Señal del error de posición en Y P(-456,893)

La Figura 88 presenta la acción de control sobre la rueda izquierda que se realiza para llevar al robot a través de esta trayectoria sobre el segundo cuadrante. Para un tiempo aproximado de 1.5 segundos el robot gira sobre su eje, el tiempo restante lo utiliza para desplazarse en línea recta hasta el punto deseado. La acción de control está limitada ente 20 y (-60).

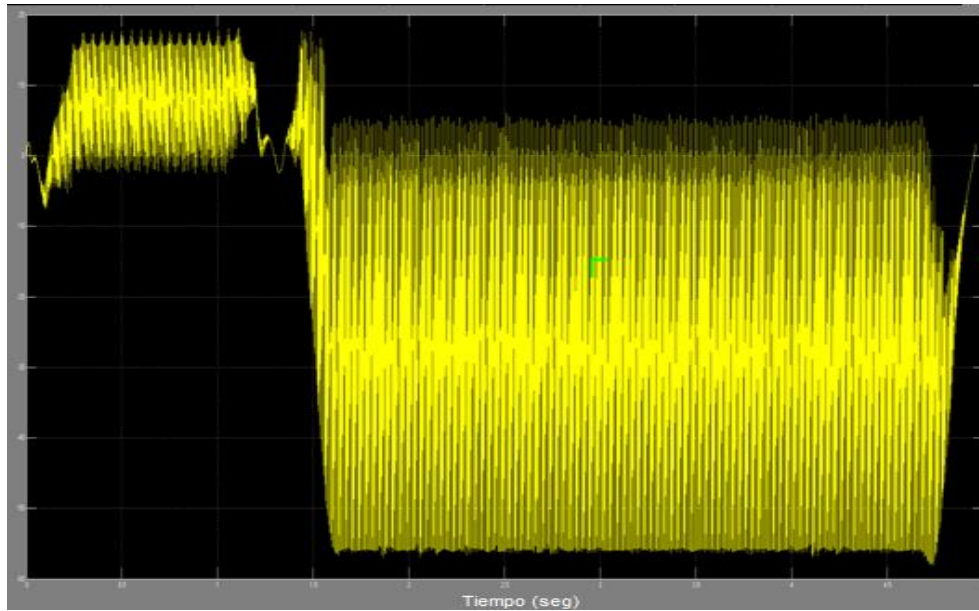


Figura 88 Señal de la acción de control sobre la rueda izquierda del robot móvil P(-456,893)

La parte de menor valor y negativa presente en la Figura 89 es la acción de control en la rueda derecha cuando el robot móvil gira sobre su eje; es negativa porque el giro es contrario al giro de la rueda izquierda. Para el movimiento lineal ambas ruedas giran en el mismo sentido, completando así, los dos movimientos vistos en la ilustración. Sus valores mínimos y máximos están entre 20 y (-60)

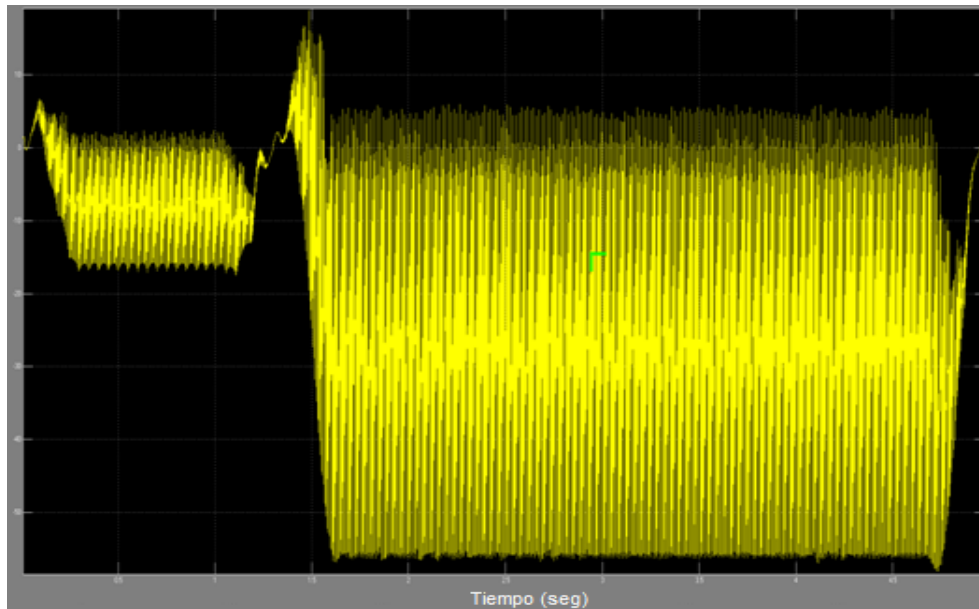


Figura 89 Señal de la acción de control sobre la rueda derecha del robot móvil P(-456,893)

El par aplicado sobre la rueda izquierda en la Figura 90, posee 2 picos de menor magnitud que hacen referencia al cambio de aceleración para producir el giro del robot sobre su eje; los picos de mayor valor se producen al acelerar para alcanzar la velocidad máxima y al desacelerar para detenerse sobre el punto final. Los valores intermedios entre estos picos representan el movimiento a velocidad constante del robot móvil.

De forma semejante se comporta el par aplicado sobre la rueda derecha mostrado en la Figura 91. Los pares máximos de ambas ruedas, son aproximadamente 4.5 N-mm.

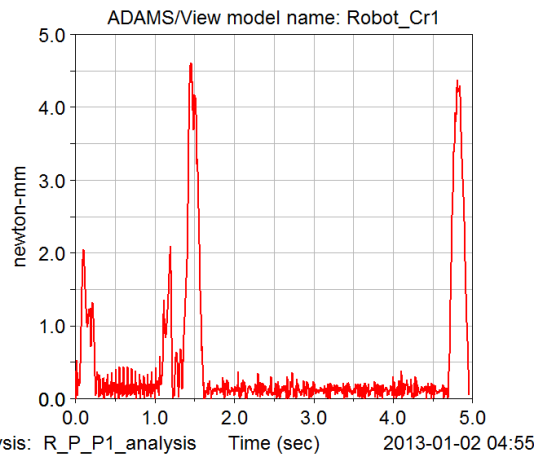


Figura 90 Par requerido por la rueda izquierda P(-456,893)

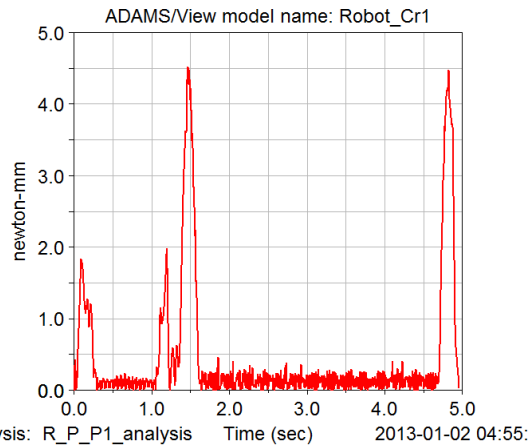


Figura 91 Par requerido por la rueda derecha P(-456,893)

3.1.3 Cuadrante III

El robot móvil se traslada hasta el punto P(-600mm,-600mm) que se encuentra en el cuadrante III; para lograrlo gira sobre su eje como primer movimiento consiguiendo la orientación requerida para luego moverse en línea recta y

alcanzar su punto objetivo. La trayectoria del centro de masa del robot móvil se observa en Figura 92.

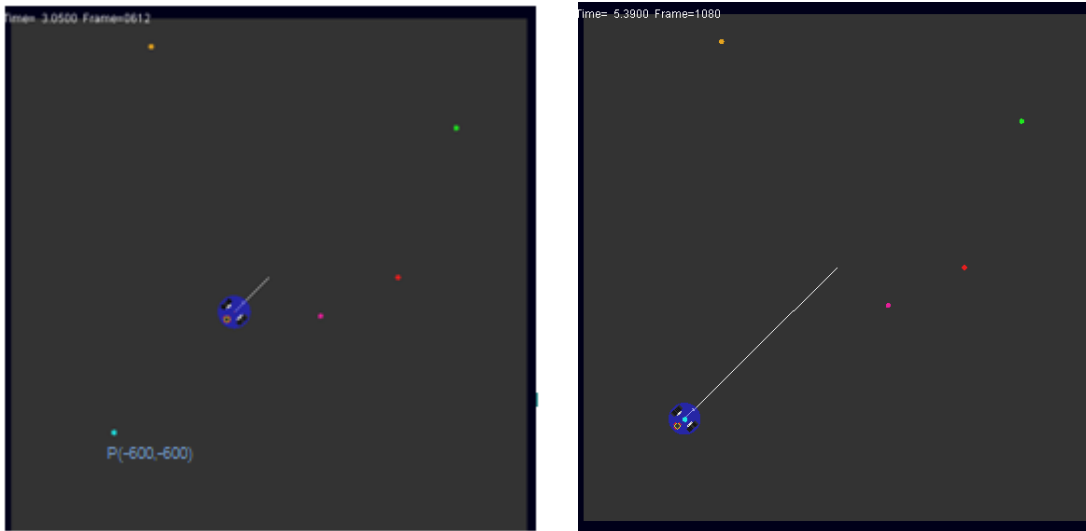
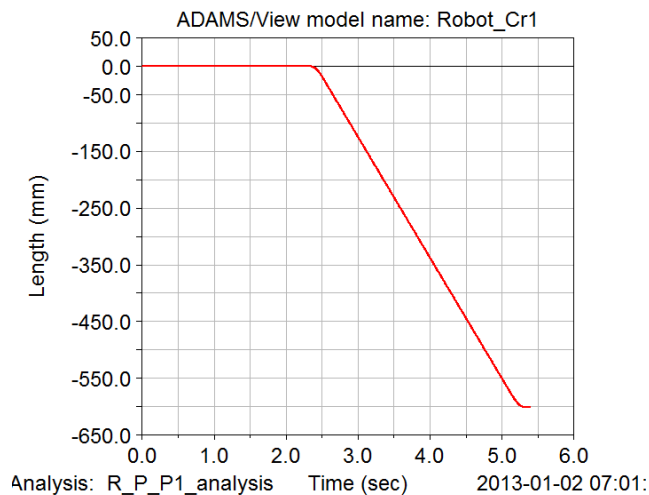


Figura 92 Trayectoria en el tercer cuadrante del punto (-600,-600)

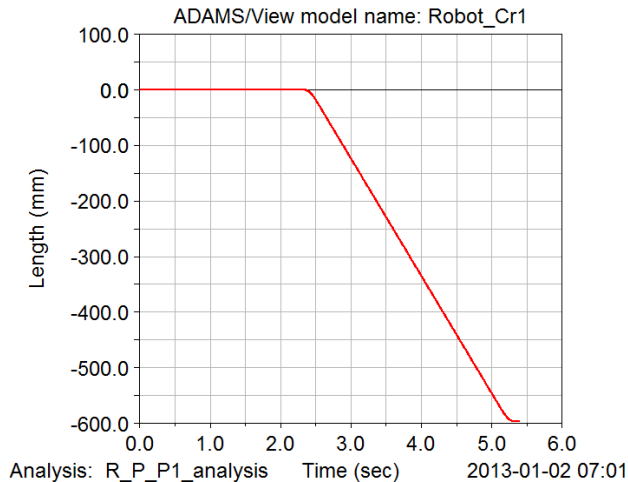
Para llegar al punto deseado el tiempo de simulación que emplea el robot móvil es de 5.3919 segundos permitiendo recorrer una distancia de 601.8613 en dirección del eje X negativo, el perfil de la trayectoria del centro de masa se muestra en la Figura 93. En el mismo tiempo, recorre 597.1492mm en el eje Y negativo, la trayectoria del centro de masa se muestra en la Figura 94.



Tiempo de simulación 5.3919 seg.

Pos X final: -601.8613mm.

Figura 93 Perfil de posición del centro de masa del robot móvil en X en el cuadrante III



Tiempo de simulación 5.3919 seg.

Pos Y final: -597.1492mm.

Figura 94 Perfil de posición del centro de masa del robot móvil en Y en el cuadrante III

El error de posición entre el valor deseado y el valor real se muestra en la Figura 95. El comportamiento triangular es debido a la salida obtenida del bloque del modelo de simulación que presenta cambios bruscos; al ser comparada con la señal de posición deseada, se producen estos picos. La señal de error de posición en X está entre (-1.5mm) y 2mm, es decir, presenta un error menor a 0.7%.

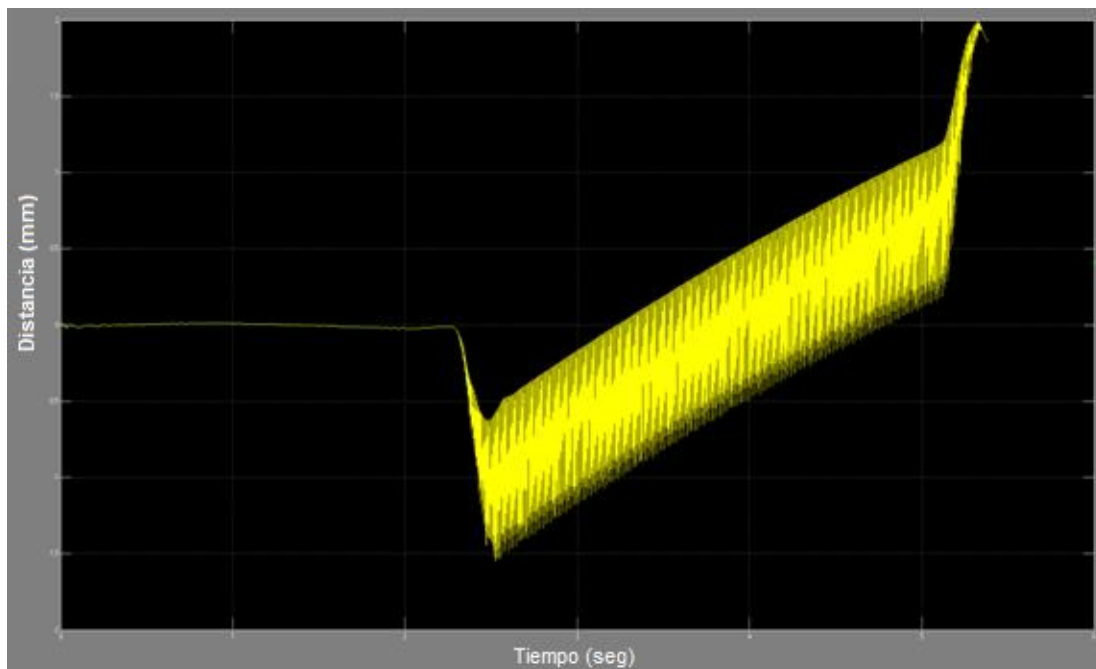


Figura 95 Señal del error de posición en X P(-600,-600)

El error de posición presente en el eje Y durante el tiempo empleado en el recorrido se observa en la Figura 96. La gráfica esta acotada entre 0 y (-4.5mm) produciendo un error menor al 0.8%

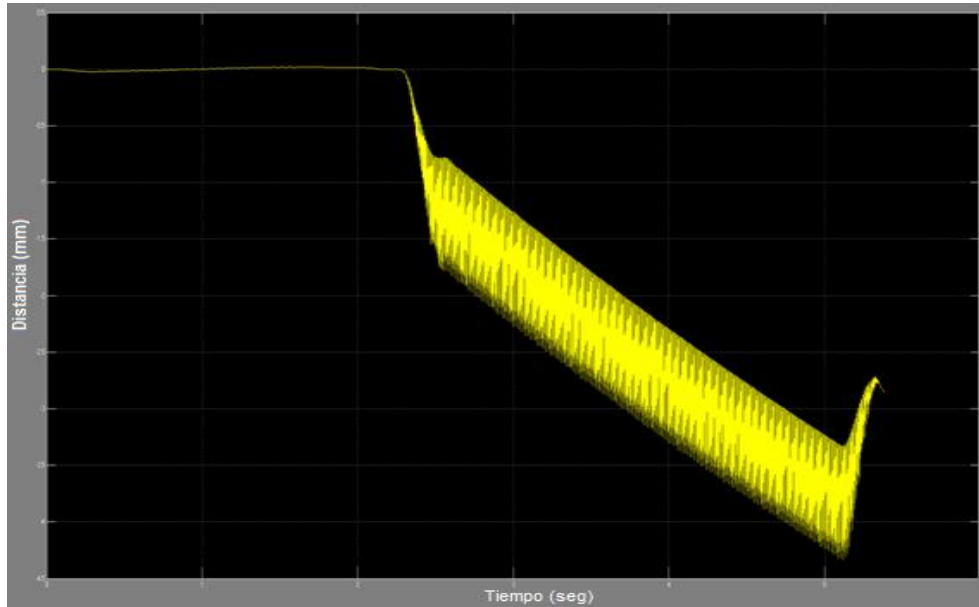


Figura 96 Señal del error de posición en Y P(-600,-600)

La Figura 97 señala la acción de control ejercida sobre la rueda izquierda y la Figura 98 contempla la acción de control sobre la rueda derecha. Estas señales se diferencian en magnitud al robot móvil realizar el giro sobre su propio eje. Las ruedas giran en sentido contrario una de la otra durante 2.5 segundos, para producir el cambio de orientación del robot. El resto de tiempo su movimiento es lineal, reflejando un comportamiento similar en las señales de acción de control sobre cada rueda.

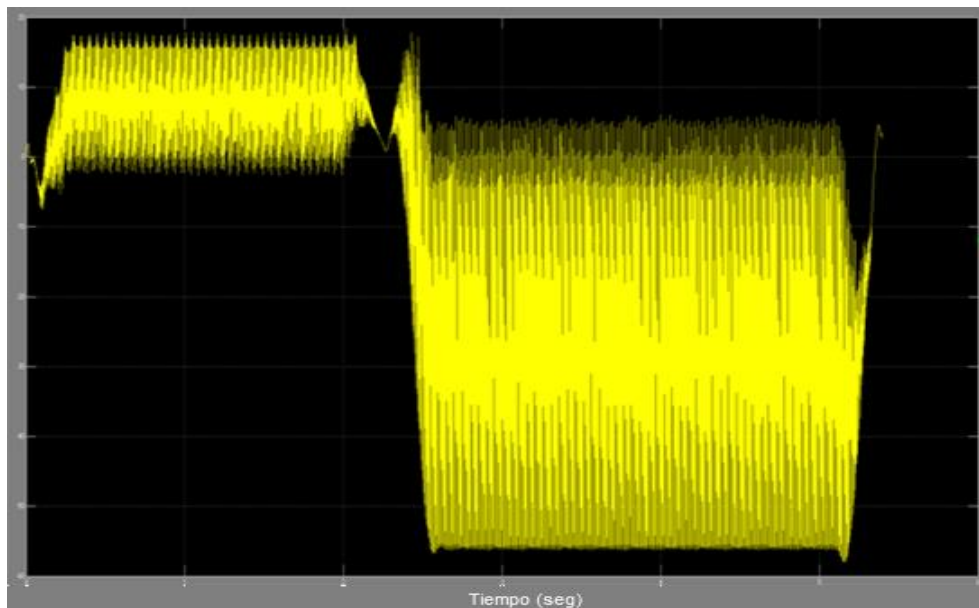


Figura 97 Señal de la acción de control sobre la rueda izquierda del robot móvil P(-600,-600)

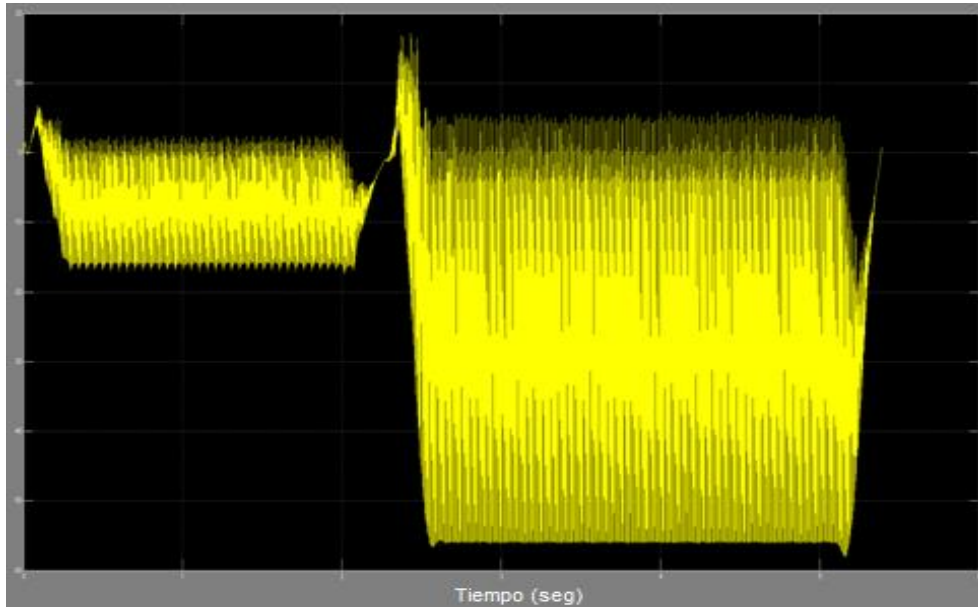


Figura 98 Señal de la acción de control sobre la rueda derecha del robot móvil P(-600,-600)

Las Figura 99 y Figura 100 ilustran los pares requeridos tanto en la rueda izquierda como en la rueda derecha respectivamente. El par máximo aplicado sobre cada una de las ruedas es aproximadamente 4.5N-mm. Durante los primeros 2.2 segundos de tiempo transcurrido aproximadamente, el robot móvil gira sobre su eje lo cual no requiere de un valor de par elevado. El resto de tiempo lo emplea para el movimiento lineal requiriendo el par máximo.

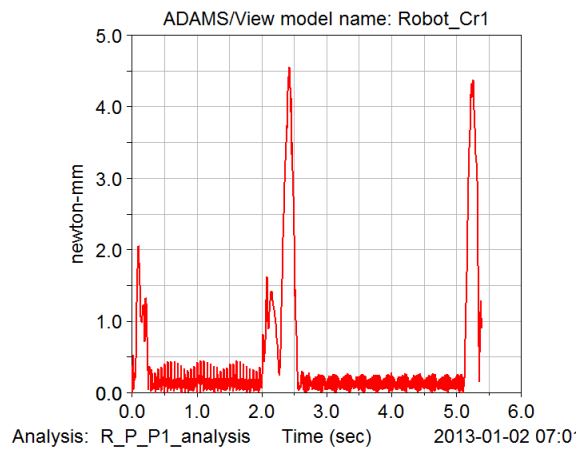


Figura 99 Par requerido por la rueda izquierda P(-600,-600)

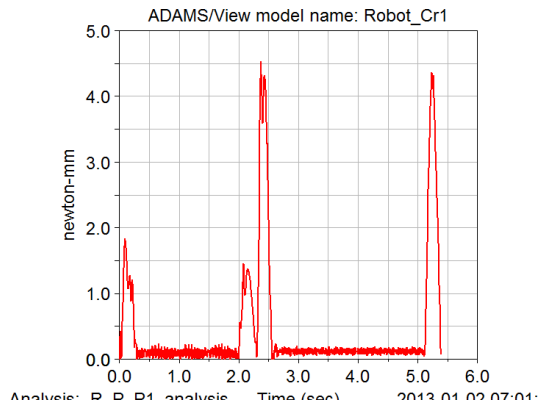


Figura 100 Par requerido por la rueda derecha P(-600,-600)

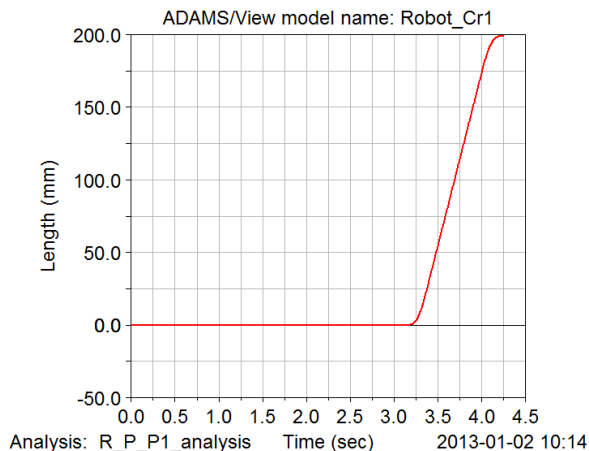
3.1.4 Cuadrante IV

Como último movimiento en trayectorias Punto a Punto, se dirige el robot móvil al punto P(200mm,-150mm) ubicado en el cuadrante IV. Para realizar un movimiento lineal primero debe girar sobre su eje orientándose de manera co-lineal a las coordenadas establecidas y así llegar al punto final deseado. La trayectoria del centro de masa del robot móvil se observa en Figura 101.



Figura 101 Trayectoria en el cuarto cuadrante del punto (200,-150)

La trayectoria del centro de masa a través del eje X se muestra en la Figura 102, el robot móvil tarda 4.2532 segundos en recorrer una distancia de 198.8392mm a través de este eje para llegar a la posición deseada.

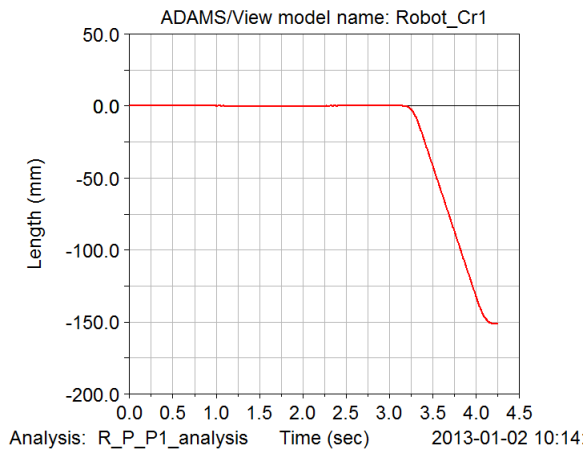


Tiempo de simulación 4.2532 seg.

Pos X final: 198.8392mm.

Figura 102 Perfil de posición del centro de masa del robot móvil en X en el cuadrante IV

El perfil del centro de masa para esta trayectoria se muestra en la Figura 103. El robot móvil emplea 4.2532 segundos en completar el giro y recorrer 151.2828mm a través del eje Y negativo.



Tiempo de simulación 4.2532 seg.

Pos Y final: -151.2828mm.

Figura 103 Perfil de posición del centro de masa del robot móvil en Y en el cuadrante IV

El recorrido a través del eje X produce un error de posición presentado en la Figura 104 la cual se encuentra limitada entre 0 y 3mm, es decir, el error en porcentaje es menor al 1.5%. La gráfica muestra un cambio significativo en su valor después de realizar el giro sobre su eje, el avance lineal presenta un mayor error como se puede apreciar.

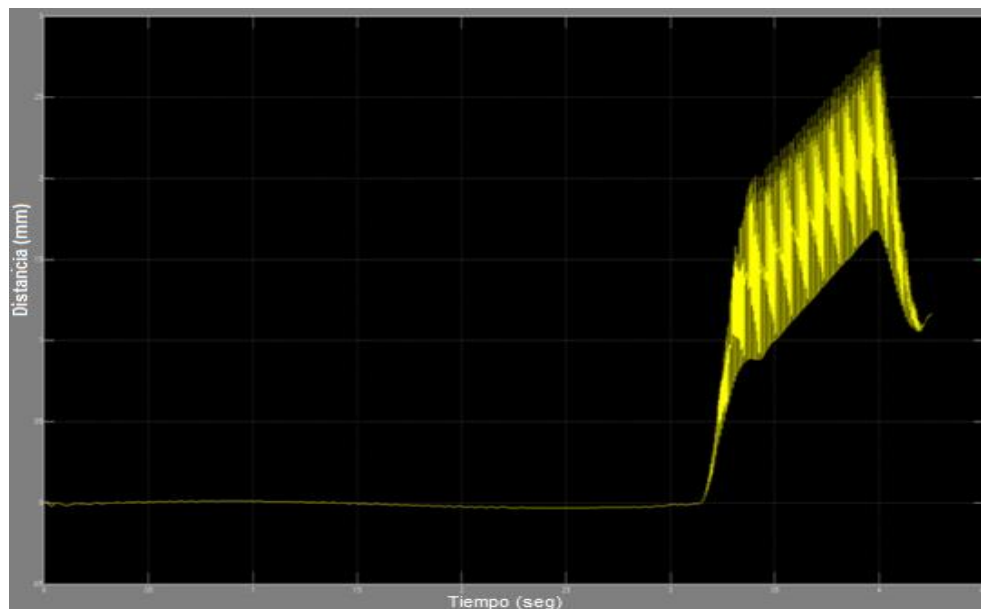


Figura 104 Señal del error de posición en X P(200,-150)

El error de posición en el eje Y se encuentra establecido por el error al realizar el giro y el error en el desplazamiento lineal que realiza el robot móvil. En la Figura 105 se diferencian estos dos movimientos y se encuentra entre (-1.5mm) y 1.5mm) como valores mínimos y máximos de error lo que supone un error menor al 2%.

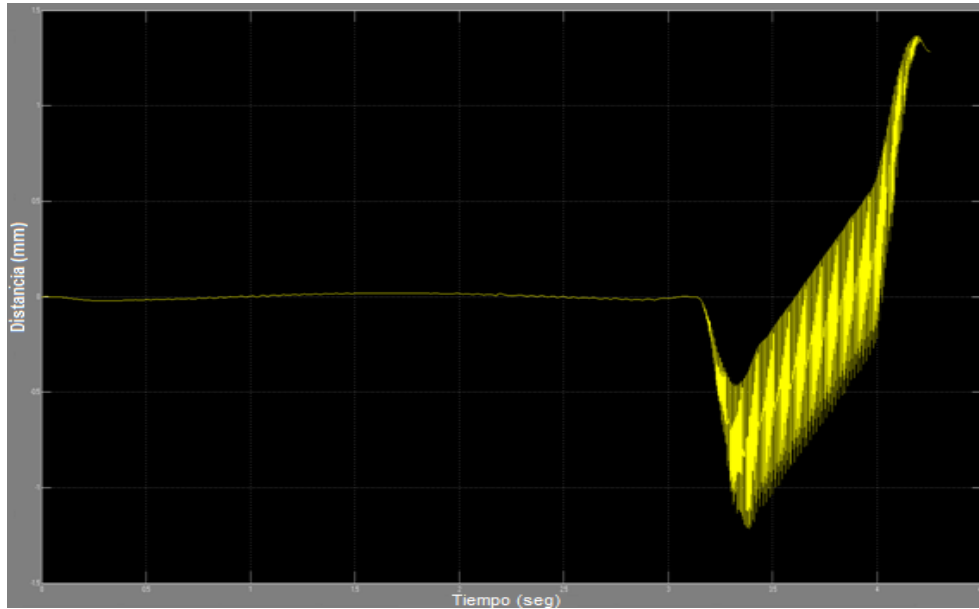


Figura 105 Señal del error de posición en Y P(200,-150)

La acción de control aplicada sobre la rueda izquierda y derecha se observan en la Figura 106 y la Figura 107 respectivamente. Para esta trayectoria, el robot móvil emplea un mayor tiempo en realizar el giro sobre su eje, lo que se ve reflejado en las gráficas durante 3.3 segundos aproximadamente. Como se ha dicho antes, las ruedas giran en sentido contrario para producir la variación de orientación del robot móvil, debido a esto es la diferencia de magnitud observada durante el lapso de tiempo. La parte similar entre las dos gráficas vistas en el tiempo restante hace referencia al desplazamiento en línea recta que realiza el robot móvil para situarse sobre el punto final.

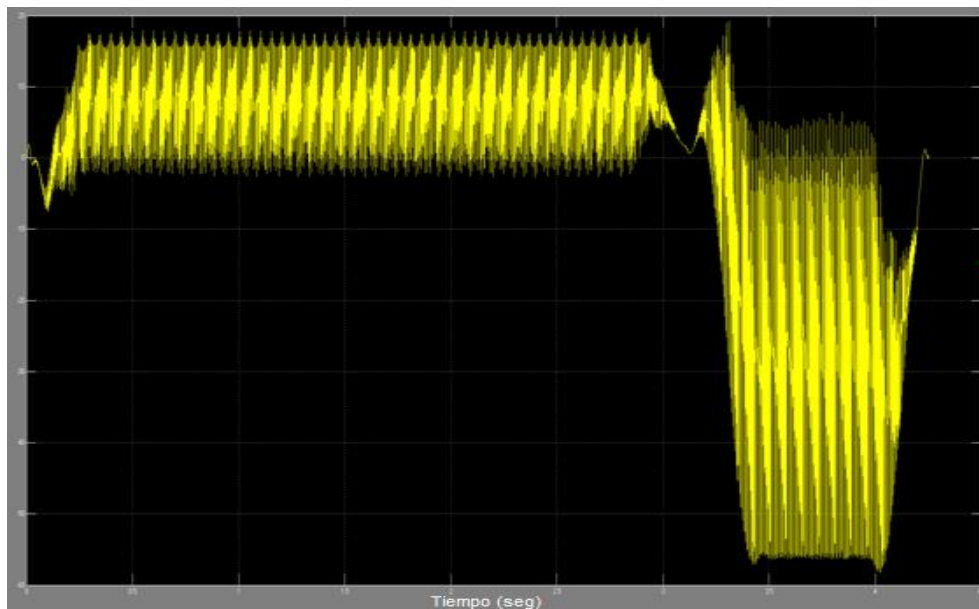


Figura 106 Señal de la acción de control sobre la rueda izquierda del robot móvil P(200,-150)

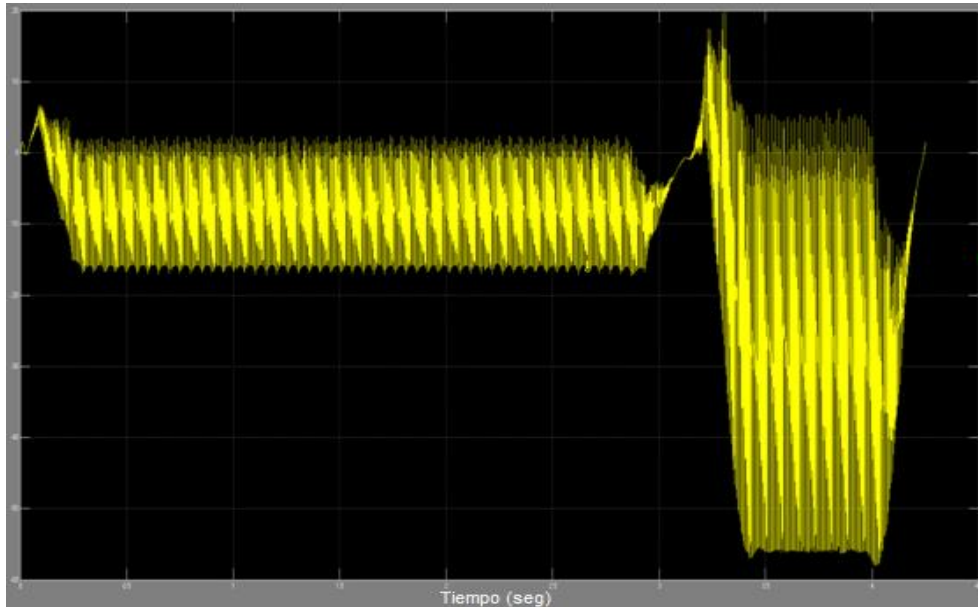


Figura 107 Señal de la acción de control sobre la rueda derecha del robot móvil P(200,-150)

El par aplicado sobre la rueda izquierda está presente en la Figura 108, el cual tiene un comportamiento semejante al par aplicado sobre la rueda derecha mostrado en la Figura 109. De las gráficas se notan dos partes, una acotada por los picos de menor valor señalando el par utilizado para hacer girar el robot sobre su propio eje; la segunda parte de las gráficas está presente entre los dos picos de valor aproximado 4.5N-mm. El par máximo es utilizado en el movimiento lineal del robot.

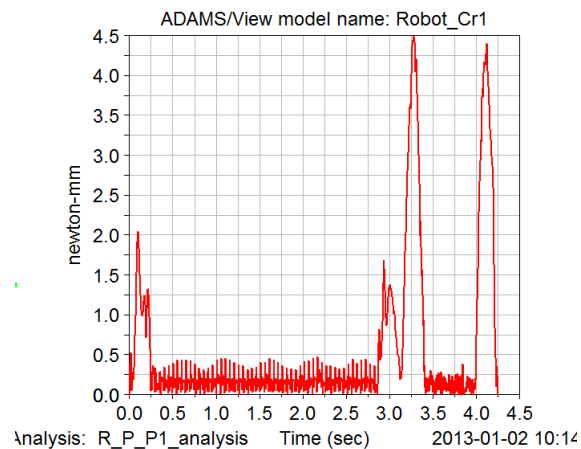


Figura 108 Par requerido por la rueda izquierda P(200,-150)

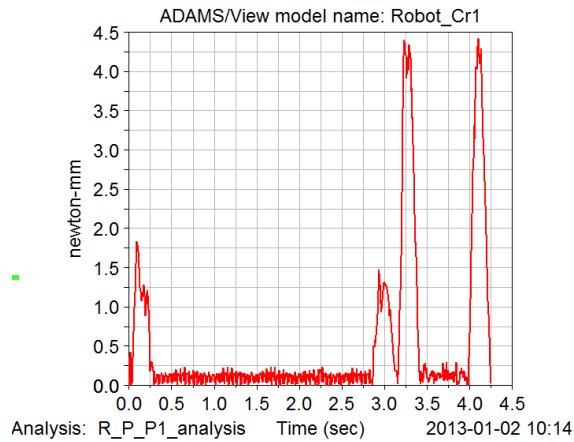


Figura 109 Par requerido por la rueda derecha P(200,-150)

3.2 Trayectoria Multipunto

3.2.1 Trayectoria Multipunto 1

Después de realizar una trayectoria Punto a Punto a través de los cuatro cuadrantes, se establecen dos trayectorias Multipunto comprobando el desempeño en el movimiento del robot móvil tipo tracción diferencial. En la Tabla 3 se condensan los resultados obtenidos para las diferentes pruebas realizadas en el desplazamiento Multipunto del robot móvil los cuales se desarrollan más adelante.

Tabla 3 Resultados Trayectoria Multipunto

Trayectoria Multipunto	Error de posición X [%]	Error de posición Y [%]
1	<2.5	<1.3
2	<3	<2.7

Se establecen una serie de puntos a seguir definidos por P1(200mm,200mm); P2(0,400mm); P3(-200mm,200mm); P4(0,0), su recorrido corresponde a la forma geométrica de un cuadrado. La trayectoria del centro de masa del robot móvil se observa en Figura 110.

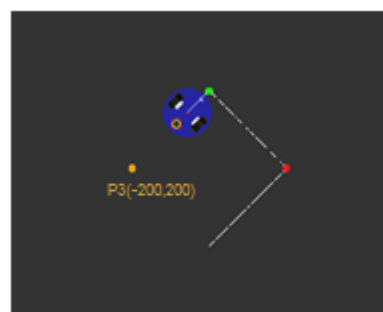
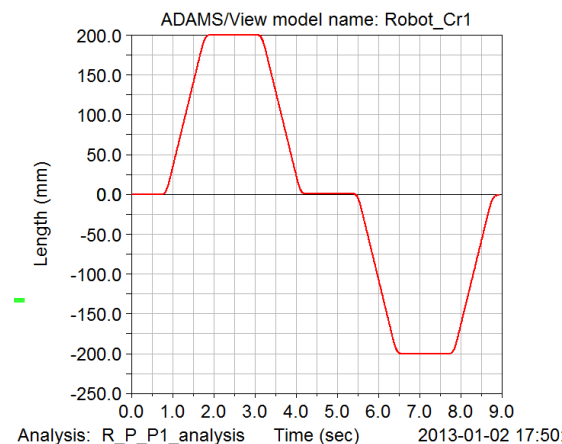




Figura 110 Trayectoria Multipunto 1

El recorrido del centro de masa a través de los 4 puntos deseados se presenta en la Figura 111 y emplea un tiempo de 8.9202 segundos para girar e ir a través de todos los puntos. El valor real al que llega el centro de masa del robot móvil en el eje X, se presenta a la derecha de la gráfica.



Tiempo de simulación 8.9202 seg.

Pos X (200mm): 199.9002mm

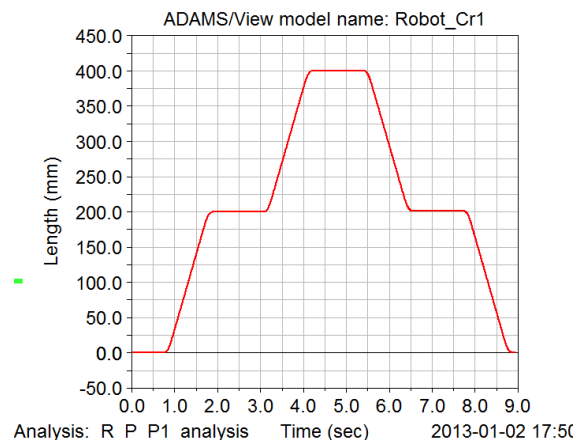
Pos X (0): 0.4871mm

Pos X (-200mm): -200.1417mm

Pos X (0): -1.5438mm

Figura 111 Perfil de posición del centro de masa del robot móvil en X de la trayectoria Multipunto 1

La Figura 112 ilustra el recorrido del centro de masa a través del eje Y, el cual emplea un tiempo de 8.9202 segundos en el recorrido total de los 4 puntos que conforman la trayectoria Multipunto 1. El valor al cual llega el centro de masa en cada punto se observa a la derecha de la gráfica.



Tiempo de simulación 8.9202 seg.

Pos Y (200mm): 199.8681mm

Pos Y (400mm): 400.2152mm

Pos Y (200mm): 201.1389mm

Pos Y (0): 0.0473mm

Figura 112 Perfil de posición del centro de masa del robot móvil en Y de la trayectoria Multipunto 1

El error de posición de toda la trayectoria Multipunto 1 en el eje X se presenta en la Figura 113. Se diferencian los 4 puntos por los que va a pasar el robot móvil, siendo los cambios mostrados en la gráfica. Está limitada por un valor mínimo de (-2mm) y un valor máximo de 3mm siendo un porcentaje menor al 2.5%.

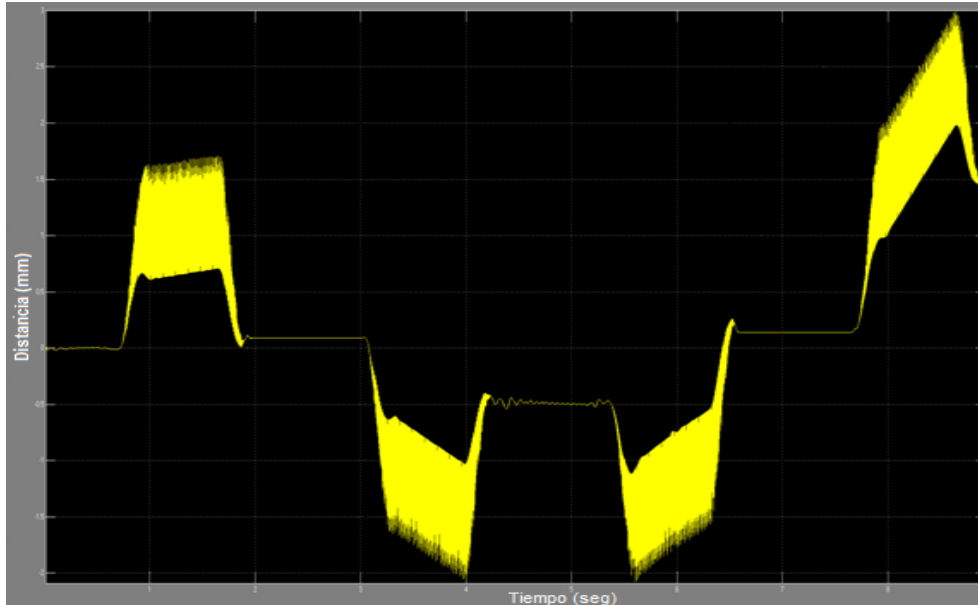


Figura 113 Señal del error de posición en X de la trayectoria Multipunto 1

El error de posición de toda la trayectoria Multipunto 1 en el eje Y se presenta en la Figura 114. Se diferencian los 4 puntos pasa el robot móvil, siendo los cambios mostrados en la gráfica. Los valores que acotan la gráfica son (-3mm) y 2mm como valores mínimos y máximos lo que sugiere un error menor a 1.3%.

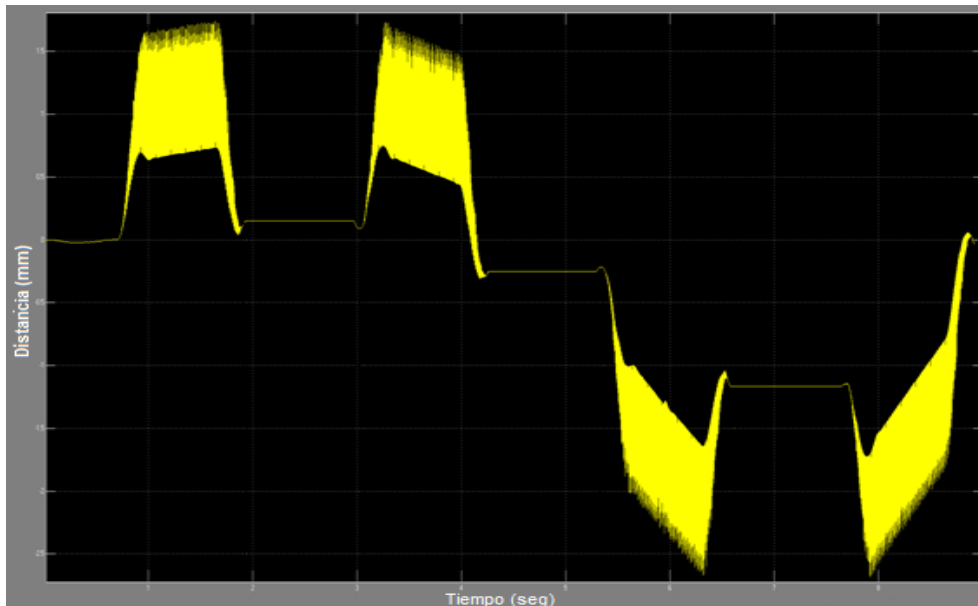


Figura 114 Señal del error de posición en Y de la trayectoria Multipunto 1

La acción de control ejercida sobre la rueda izquierda y la rueda derecha se presentan respectivamente en las Figura 115 y Figura 116. En ambas ilustraciones se observan claramente los movimientos de giro y avance en línea recta realizados por el móvil para llegar a los 4 puntos propuestos en la trayectoria Multipunto 1.

Los trozos de menor valor hacen referencia al giro del robot móvil los cuales tienen un valor positivo en la acción de control de la Figura 115 y un valor negativo en la acción de control de la Figura 116; el sentido contrario en el giro de las ruedas produce el cambio de orientación en el robot.

Las partes de la gráfica con magnitudes mayores hacen referencia al desplazamiento lineal del robot, tienen magnitudes similares tanto en la rueda izquierda como en la derecha para producir el movimiento en línea recta del robot.

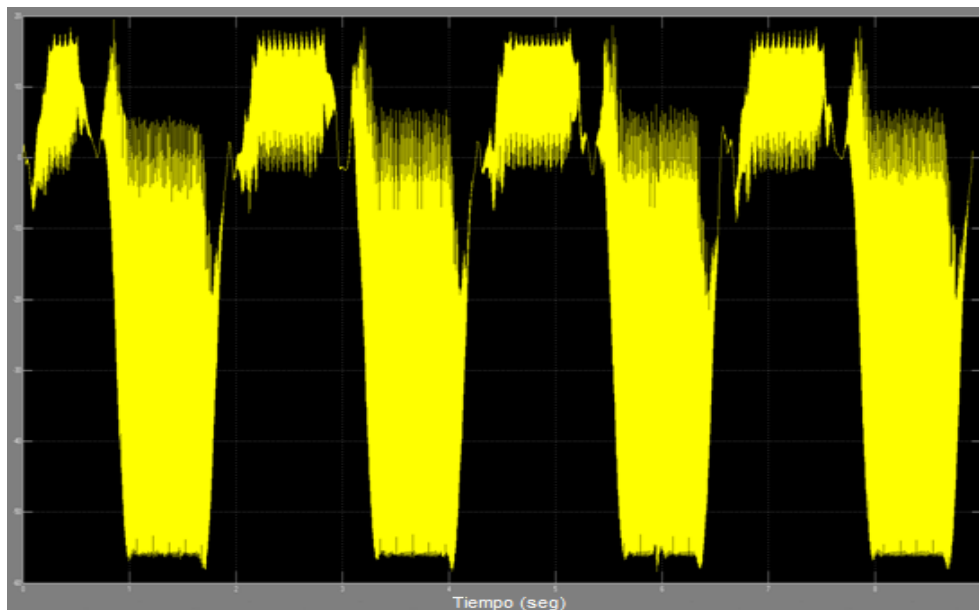


Figura 115 Señal de la acción de control sobre la rueda izquierda del robot móvil en la trayectoria Multipunto 1

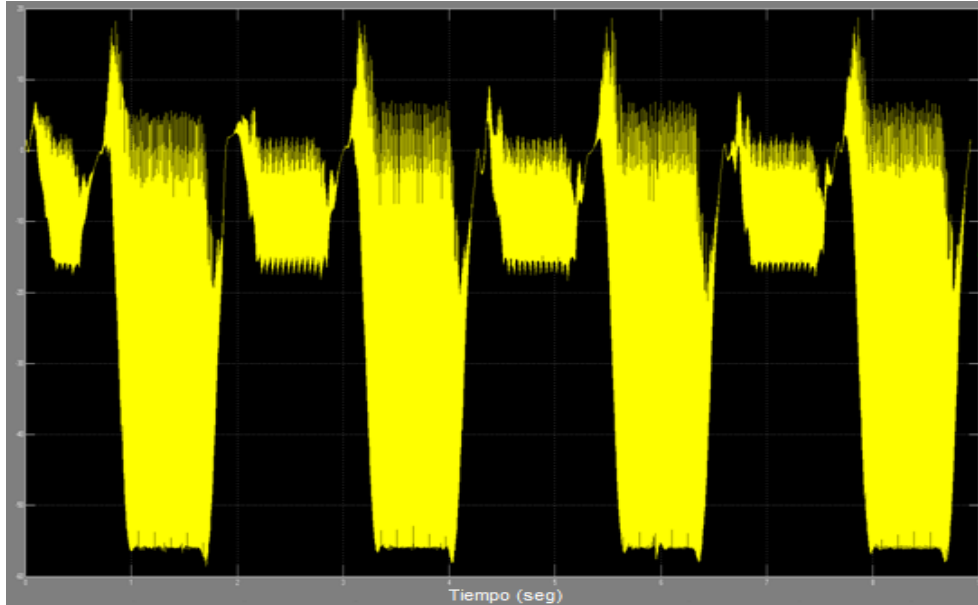


Figura 116 Señal de la acción de control sobre la rueda derecha del robot móvil en la trayectoria Multipunto 1

El par medido sobre la rueda izquierda en la Figura 117 y el par aplicado sobre la rueda derecha en la Figura 118 son similares en magnitud y tiempo. Los picos de menor valor representan el cambio de aceleración al realizar el giro sobre el propio eje del robot y los picos de mayor amplitud se dan debido al cambio de aceleración en el desplazamiento lineal del robot hacia el punto deseado.

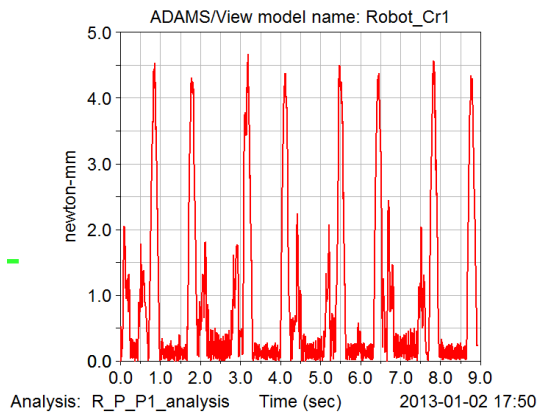


Figura 117 Par requerido por la rueda izquierda en la trayectoria Multipunto 1

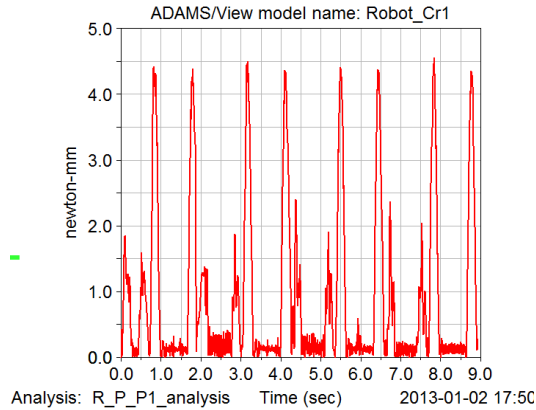


Figura 118 Par requerido por la rueda derecha en la trayectoria Multipunto 1

3.2.2 Trayectoria Multipunto 2

Como segunda trayectoria Multipunto se trabaja una serie de puntos definidos por P1(-700mm,700mm); P2(700mm,700mm); P3(-700mm,-700mm); P4(700mm,-700mm); P5(0,0) los cuales, seguidos de manera consecutiva, representan una Figura geométrica conformada por dos triángulos simétricos al eje X. La trayectoria del centro de masa del robot móvil se observa en Figura 119.

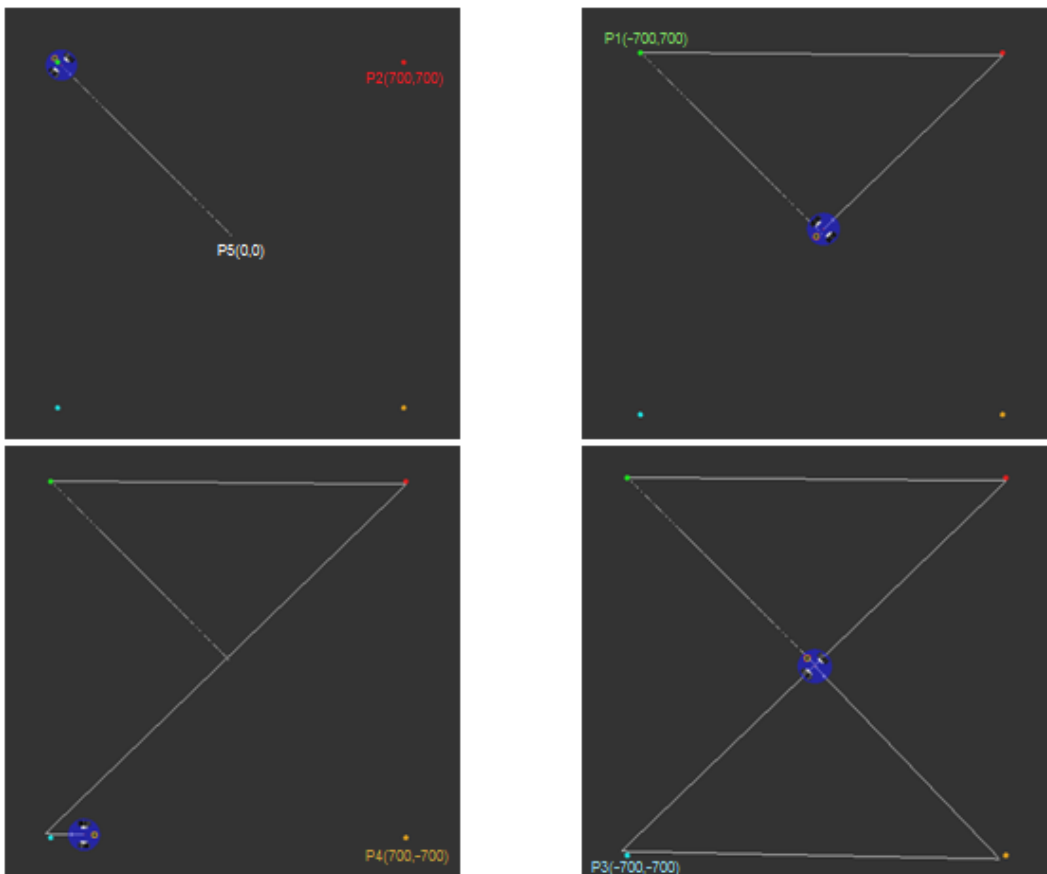
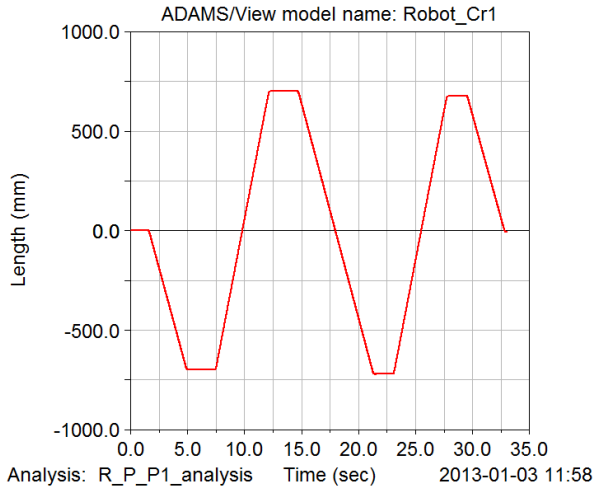


Figura 119 Trayectoria Multipunto 2

Para recorrer el total de la trayectoria Multipunto 2, el robot móvil emplea 32.9939 segundos. El recorrido del centro de masa a través del eje X está señalado en la Figura 120 y a su derecha se encuentran los valores reales del recorrido del centro de masa así como los valores deseados para cada punto de la trayectoria.



Tiempo de simulación 32.9939 seg.

Pos X (-700mm): -697.9597mm

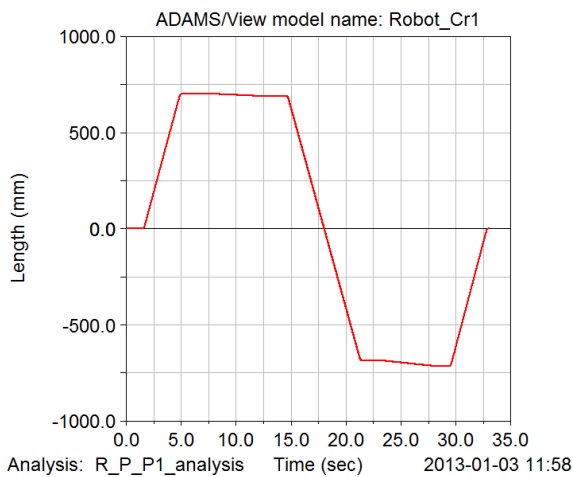
Pos X (700mm): 701.647mm

Pos X (-700mm): -721.6521mm

Pos X (700mm): 677.041mm

Figura 120 Perfil de posición del centro de masa del robot móvil en X de la trayectoria Multipunto 2

El recorrido a través del eje Y, realizado por el robot móvil, se tarda 32.9939 segundos produciendo el perfil de trayectoria del centro de masas del robot mostrado en la Figura 121. A su derecha se encuentran los valores deseados y los valores reales a los que llegó el robot.



Tiempo de simulación 32.9939

Pos Y (700): 701.0099~688.9894

Pos Y (-700): -685.7896~-713.0912

Figura 121 Perfil de posición del centro de masa del robot móvil en Y de la trayectoria Multipunto 2

En la Figura 122 se observa el error de posición en el eje X de la trayectoria Multipunto 2 diferenciando el paso por cada uno de los 5 puntos de la trayectoria. Se gasta el robot móvil en su recorrido un mayor tiempo de ir del P2(-700mm,700mm) al P3(-700mm,-700mm) visto en la parte central de la gráfica.

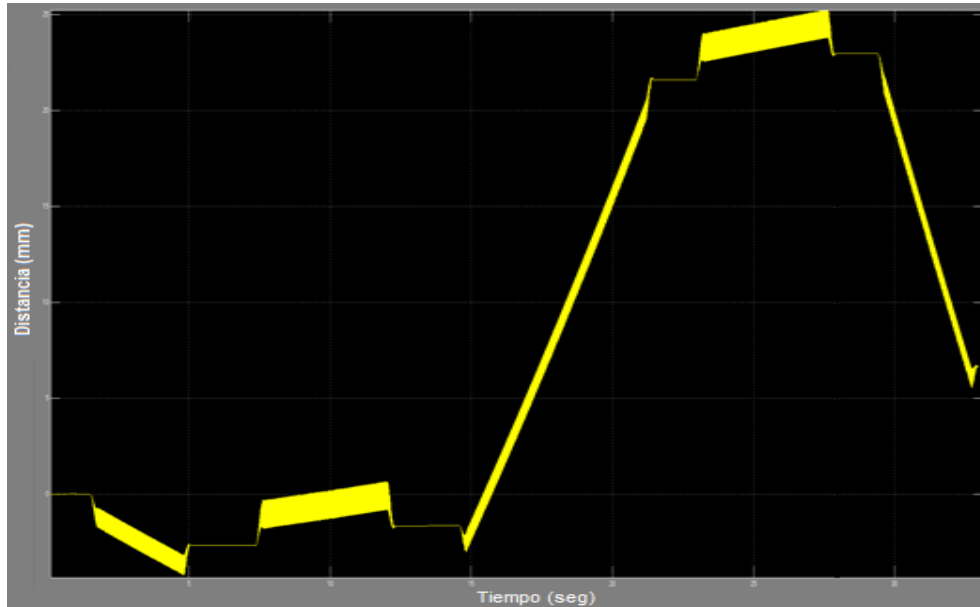


Figura 122 Señal del error de posición en X de la trayectoria Multipunto 2

El error de posición en el eje Y se presenta en la Figura 123. En la gráfica se diferencia 3 variaciones en el error de posición con pendiente negativa, se debe al recorrido realizado por el robot móvil porque la trayectoria Multipunto 2 supone entre el punto P1(-700mm,700mm) y el P2(700mm,700mm) que no hay variación en el eje Y, este comportamiento se ve en la gráfica aproximadamente desde los 6 segundos hasta los 12 segundos de recorrido. Entre los puntos P3(-700mm,-700mm) y P4(700mm,-700mm) la variación en Y es cero igualmente y se ilustra entre los 24 segundos y 28 segundos de trayectoria.

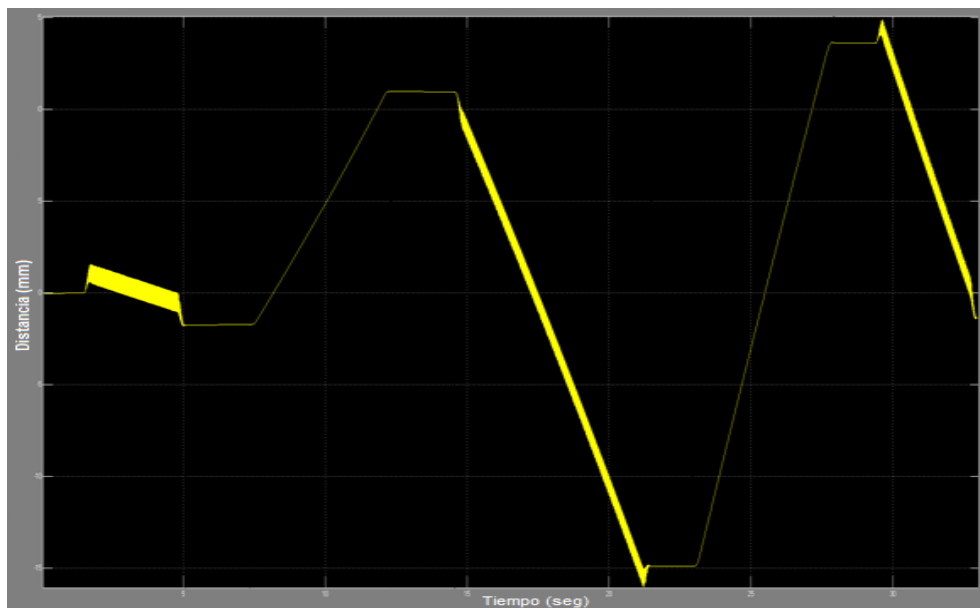


Figura 123 Señal del error de posición en Y de la trayectoria Multipunto 2

De igual forma que en la trayectoria Multipunto 1, la acción de control tanto para la rueda izquierda (Figura 124) como para la rueda derecha (Figura 125) se comportan de manera similar e identificando el cambio de orientación del móvil con la diferente magnitud presente entre la gráfica de menor valor. Se diferencia el paso por los 5 puntos marcados por los dos movimientos del robot móvil necesarios para llegar a cada uno de ellos. Ambas gráficas están comprendidas entre 20 y (-60) como valores máximos y mínimos.

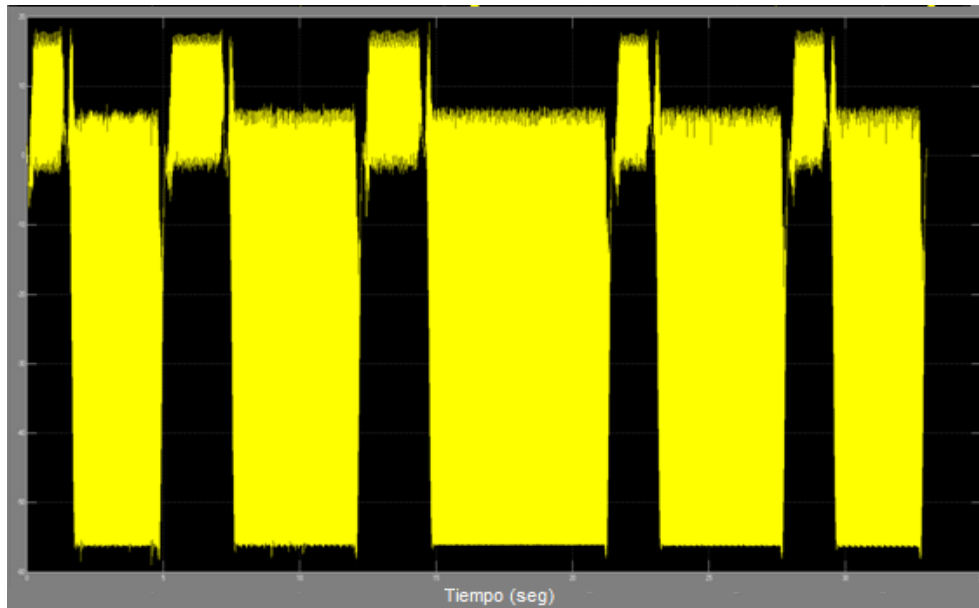


Figura 124 Señal de la acción de control sobre la rueda izquierda del robot móvil en la trayectoria Multipunto 2

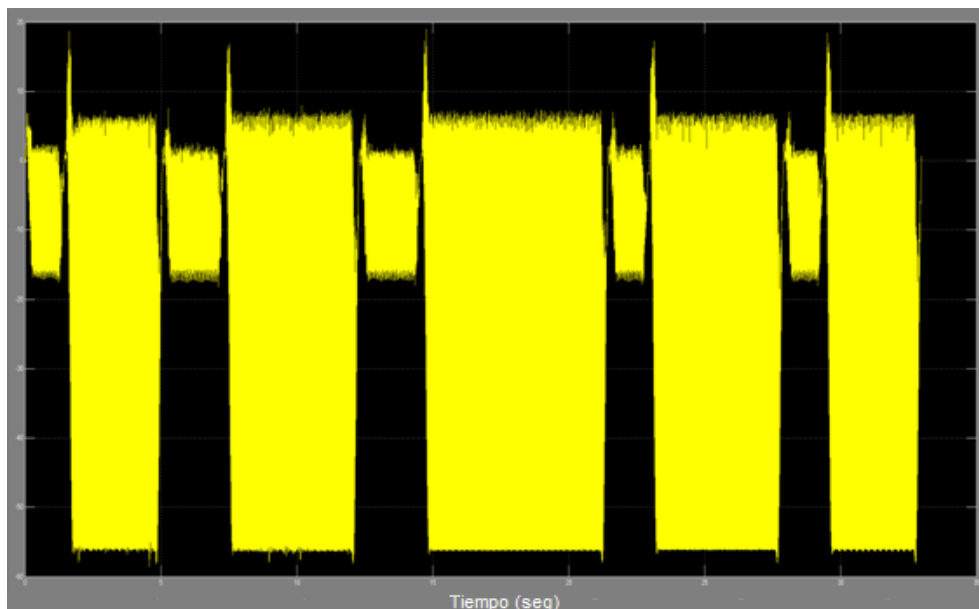


Figura 125 Señal de la acción de control sobre la rueda derecha del robot móvil en la trayectoria Multipunto 2

El par aplicado a la rueda izquierda se presenta en la Figura 126 y es semejante al par ejercido sobre la rueda derecha presente en la Figura 127. Los valores pico de menor magnitud presente en ambas gráficas hacen referencia al cambio de aceleración tanto en el inicio del giro como al final del mismo por parte del robot móvil. La aceleración para alcanzar la velocidad máxima y la desaceleración para detenerse en el punto final deseado producen los picos de mayor magnitud de par siendo aproximadamente 4.5N-mm.

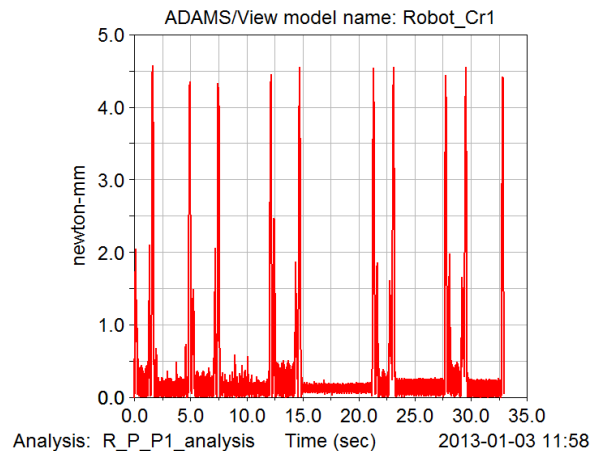


Figura 126 Par requerido por la rueda izquierda en la trayectoria Multipunto 2

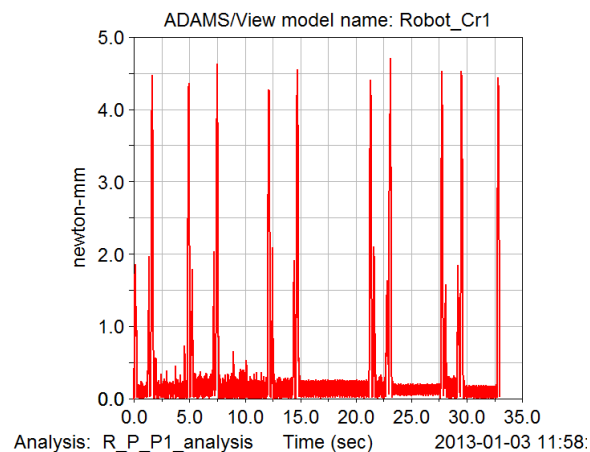


Figura 127 Par requerido por la rueda derecha en la trayectoria Multipunto 2

3.3 Análisis de Robustez

Para evaluar la robustez del controlador se utiliza la primera trayectoria Multipunto trazada y se introduce una señal de ruido blanco como incertidumbre. El diagrama de bloques utilizado se muestra en la Figura 128 y los resultados de la trayectoria obtenida se ilustran en la Figura 130. La señal de ruido se observa en la Figura 129.

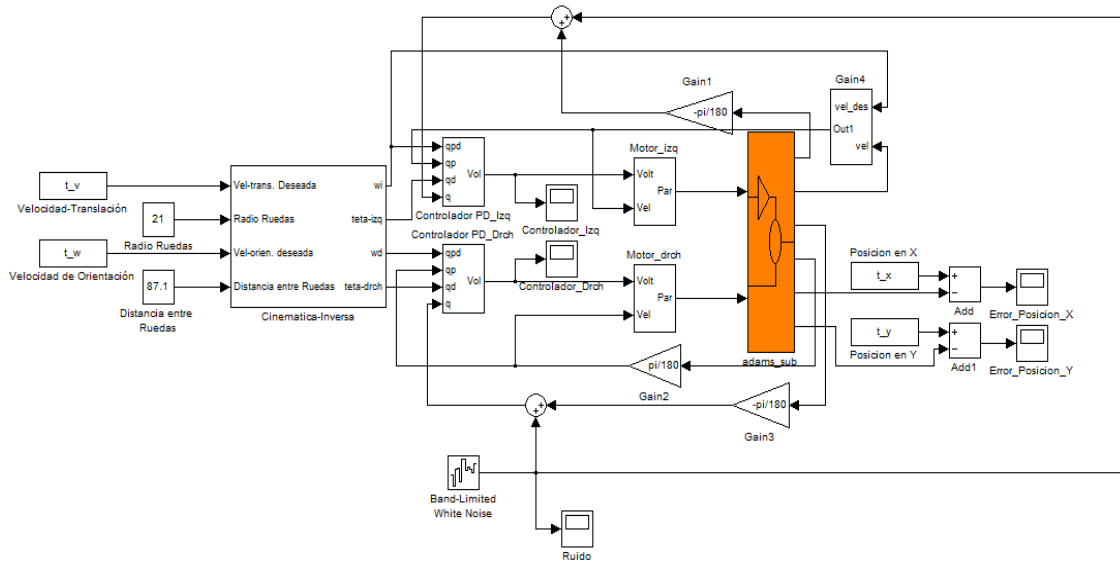


Figura 128 Diagrama de bloques del sistema utilizado en Simulink con una señal de ruido blanco en la señal realimentada

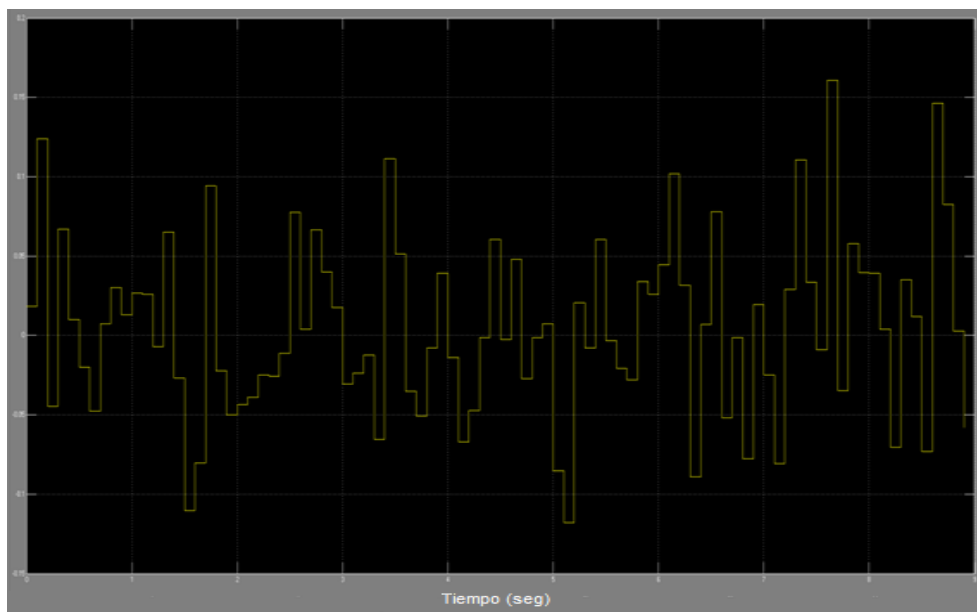


Figura 129 Señal de ruido

En la Tabla 4 se condensan los resultados obtenidos para la prueba de robustez realizada la cual es mostrada más adelante.

Tabla 4 Resultados Análisis de Robustez

Análisis de Robustez	Error de posición X [%]	Error de posición Y [%]
1	<25	<10

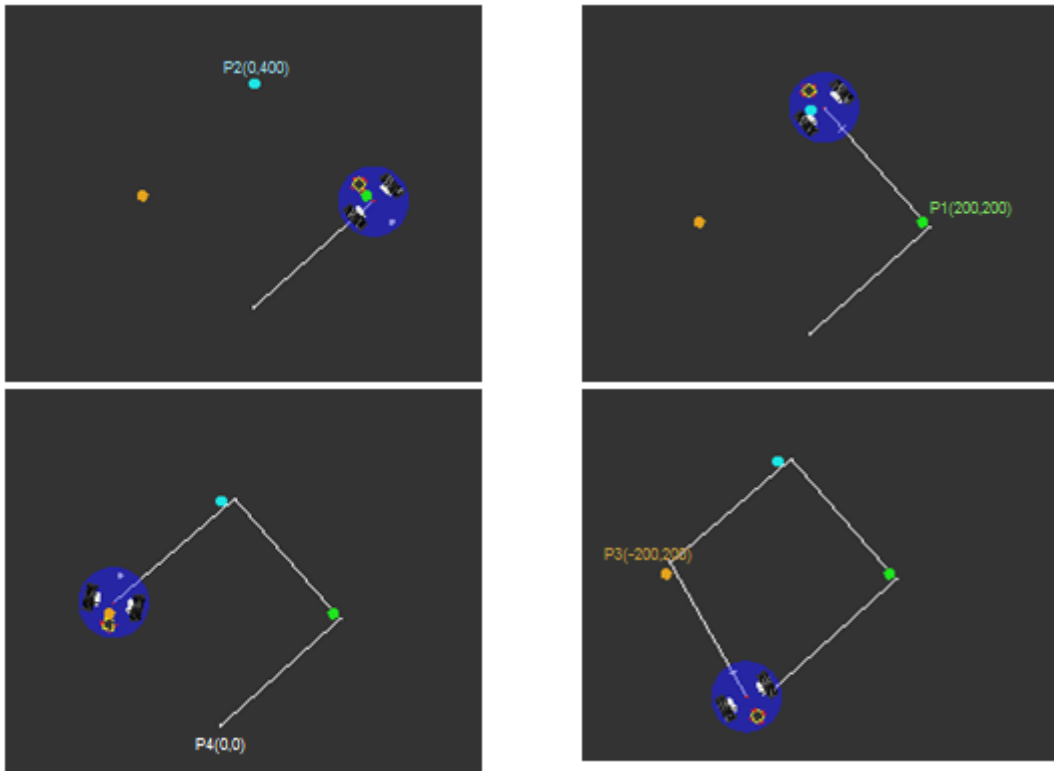
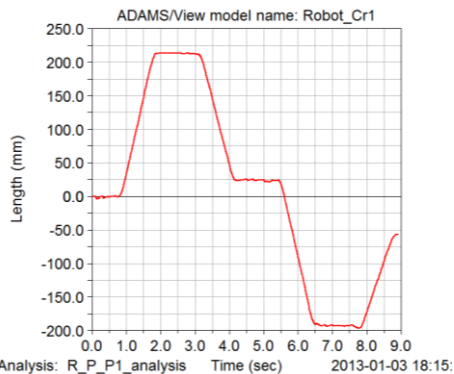


Figura 130 Análisis de robustez en la trayectoria Multipunto 1

Para recorrer nuevamente la trayectoria Multipunto 1 pero esta vez con incertidumbre, el robot móvil tarda el mismo tiempo en el recorrido a través del eje X. Se nota el cambio que produce la señal de ruido en la trayectoria en la Figura 131 y los valores a la derecha de la gráfica comprueban lo descrito.



Tiempo de simulación 8.9201

Pos X (200): 213.2427

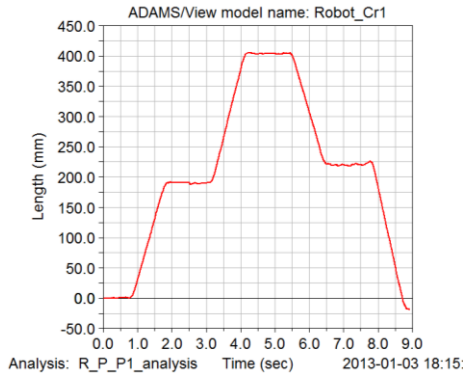
Pos X (0): 22.9493

Pos X (-200): -193.4311

Pos X (0): -56.2219

Figura 131 Perfil de posición del centro de masa del robot móvil en X de la trayectoria Multipunto 1 con incertidumbre

Al igual que en el recorrido por el eje X, la trayectoria por el eje Y emplea el mismo tiempo de 8.9201 segundos y la variación del recorrido se ilustra en la Figura 132, los valores de distancia por los cuales pasa el robot móvil en cada punto de la trayectoria están expresados a la derecha de la gráfica.



Tiempo de simulación 8.9201

Pos Y (200): 187.8224

Pos Y (400): 403.9403

Pos Y (200): 219.8535

Pos Y (0): -19.1979

Figura 132 Perfil de posición del centro de masa del robot móvil en Y de la trayectoria Multipunto 1 con incertidumbre

Al introducir una señal de ruido blanco como incertidumbre en la realimentación del sistema, se producen errores de posición en el eje X se muestran en la Figura 133. El error aumenta con el tiempo de simulación como se puede observar en la gráfica. El error de posición en X mínimo es de (-30mm) y el máximo error presente es de 60mm lo que supone un porcentaje de error de posición de 25%.

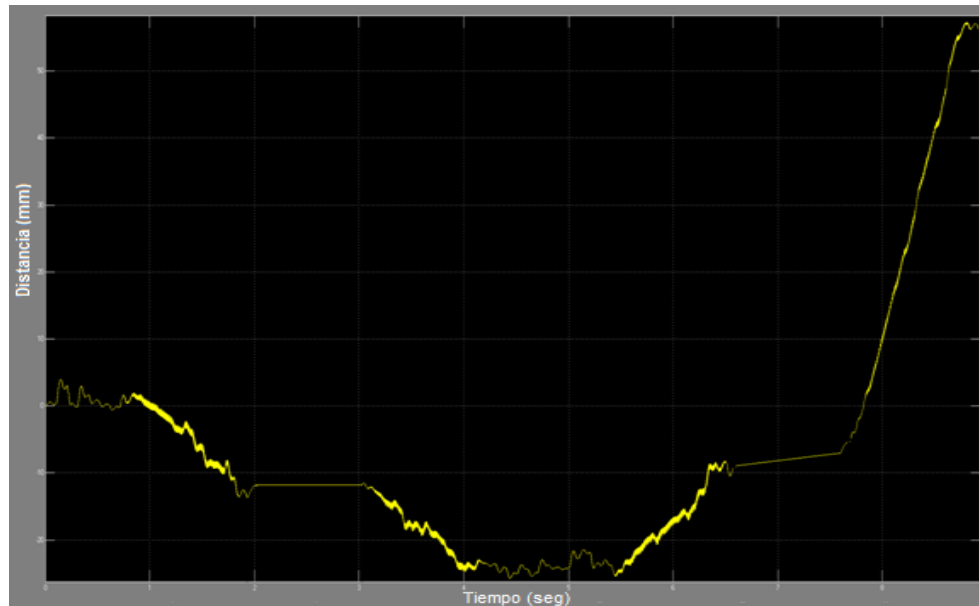


Figura 133 Señal del error de posición en X de la trayectoria Multipunto 1 con incertidumbre

El error de posición en el eje Y se ilustra en la Figura 134, este aumenta a medida con el tiempo del recorrido produciendo el mayor error en el último tramo de la trayectoria como es visible en la gráfica. Presenta un error de posición aproximado del 10%.

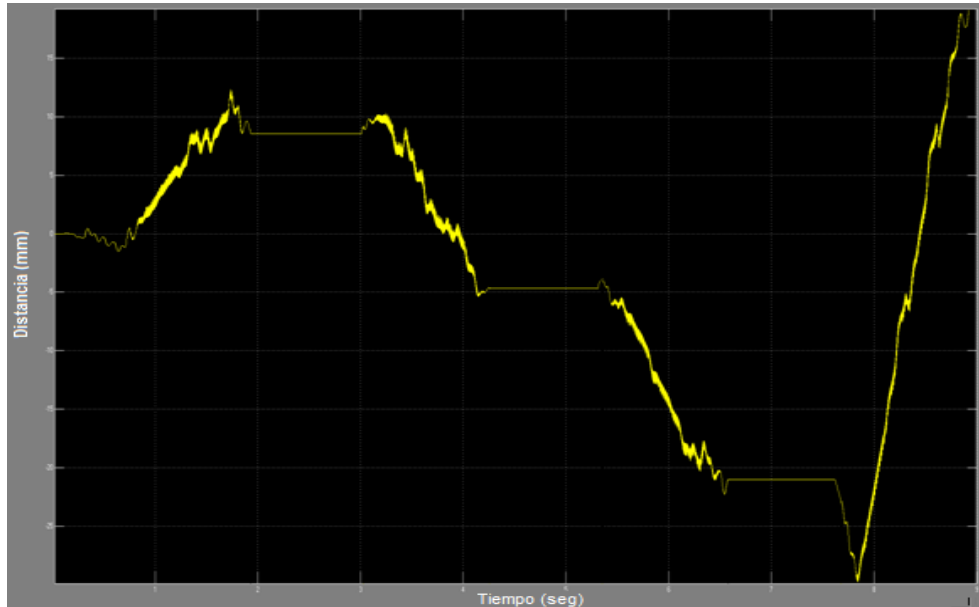


Figura 134 Señal del error de posición en Y de la trayectoria Multipunto 1 con incertidumbre

La acción de control de la rueda izquierda se presenta en la Figura 135. El ruido introducido al sistema produce un comportamiento oscilatorio en esta señal y no se pueden diferenciar los movimientos de giro y avance del robot para llegar a los puntos establecidos en la trayectoria. La gráfica está acotada entre (-250) y 200 como valores mínimos y máximos.

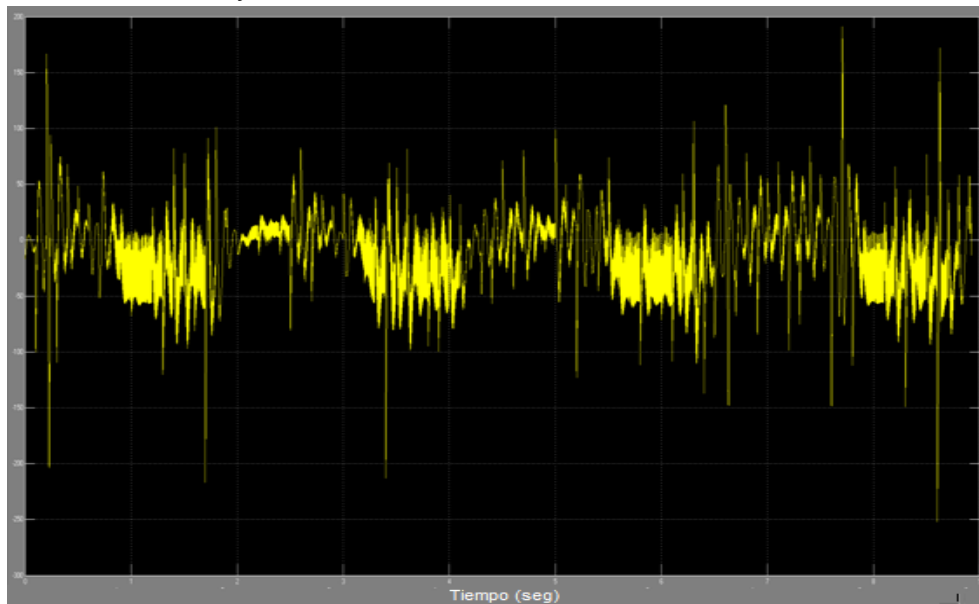


Figura 135 Señal de la acción de control sobre la rueda izquierda del robot móvil en la trayectoria Multipunto 1 con incertidumbre

La señal de ruido que se introduce en el sistema afecta de manera significativa la acción de control sobre la rueda derecha vista en la Figura 136 y no es posible identificar los movimientos del robot móvil para llegar a los 4 puntos establecidos en la trayectoria. Las oscilaciones de la gráfica están entre (-250) y 300.

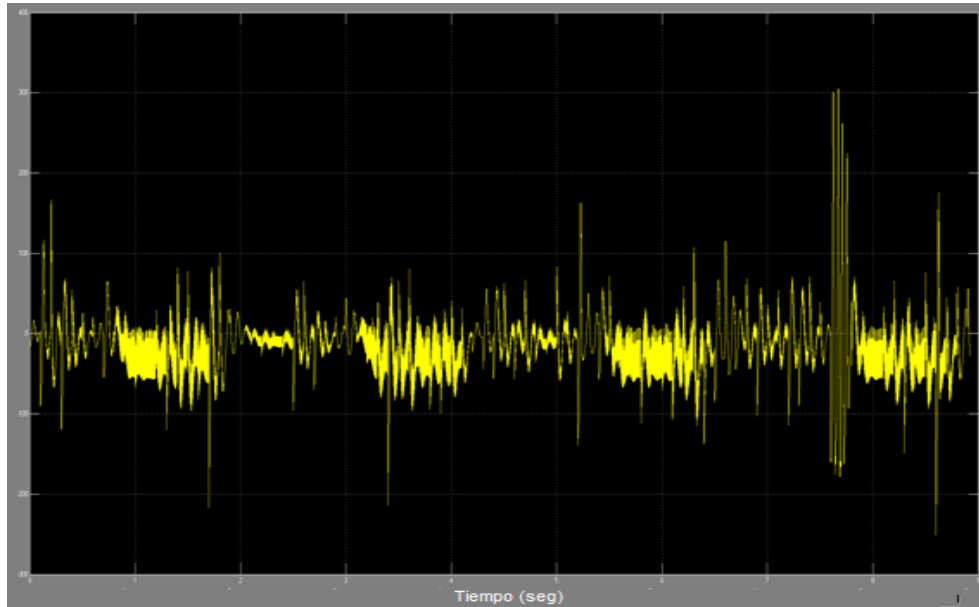


Figura 136 Señal de la acción de control sobre la rueda derecha del robot móvil en la trayectoria Multipunto 1 con incertidumbre

El par máximo visto anteriormente en todas las trayectorias realizadas por el robot móvil era aproximadamente de 4.5N-mm, la señal de ruido en el sistema requiere ejercer un par aproximadamente de 60N-mm en la rueda izquierda del robot móvil para intentar ir de un punto a otro como lo muestra la Figura 137.

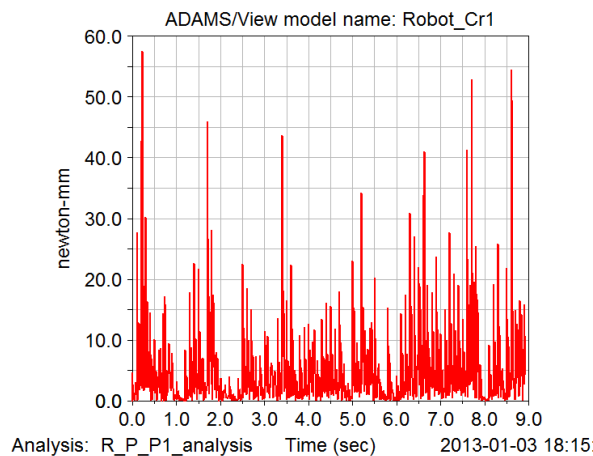


Figura 137 Par requerido por la rueda izquierda en la trayectoria Multipunto 1 con incertidumbre

De manera similar a la rueda izquierda, el par aplicado a la rueda derecha, visto en la Figura 138, luego de introducir la señal de ruido en el sistema se incrementa un hasta un valor máximo de 85N-mm.

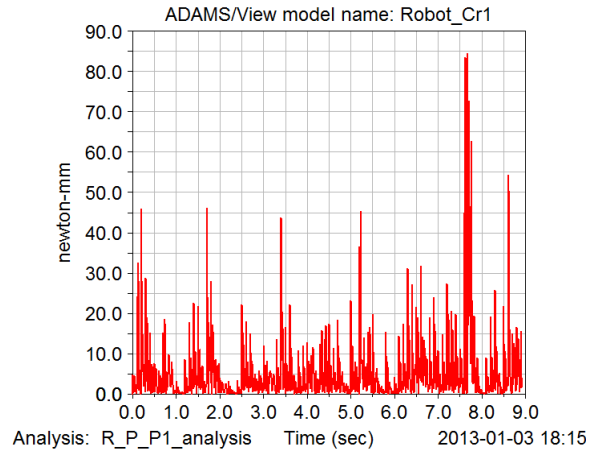


Figura 138 Par requerido por la rueda derecha en la trayectoria Multipunto 1 con incertidumbre

4. CONCLUSIONES

A pesar que el software MSC ADAMS posee las herramientas de diseño para la edición de las partes del robot móvil o del sistema que se esté modelando, se verificó la ventaja que se obtiene al usar un software de mayor desempeño en el tema gráfico como lo es CATIA ya que permite una mejor visualización y renderización de las piezas y de su sistema total.

Las características del modelo de simulación creado en el software MSC ADAMS pueden ser escaladas para aplicarlas en cualquier configuración de robots móviles, creando un buen análisis y simulación antes de su manufactura permitiendo mejorar las capacidades y respuestas en una tarea deseada.

La creación de un modelo dinámico con MSC ADAMNS permite que se varíe fácilmente su estructura y realizar los nuevos análisis que faciliten tomar decisiones sobre las ventajas de uno u otro modelo de simulación tal como sucedió en el trabajo de grado, se diseñaron varios modelos hasta decidir establecer el estudio de un modelo específico.

El estudio del modelo cinemático del robot móvil implementado, permitió aplicar el planificador de trayectorias garantizando un desempeño de los futuros actuadores de una manera cercana a la realidad en temas de aceleración y desaceleración para ir de un punto inicial a un punto final.

La Co-Simulación establecida entre los programas MSC ADAMS y MATLAB permitió cumplir satisfactoriamente los objetivos planteados, suministrando datos que se ajustan a las respuestas reales de un robot móvil tipo tracción diferencial.

Implementar el controlador PD con retroalimentación de velocidad reduce notablemente el error de posición aunque ante una señal de ruido éste error aumenta significativamente por ello para sistemas reales es decir, donde inevitablemente están presente el ruido, perturbaciones e incertidumbres propias del sistema, no se tendría una adecuada respuesta.

5. RECOMENDACIONES Y TRABAJOS FUTUROS

Se emplea un tiempo significativo al crear las piezas en CATIA para luego exportarlas a ADAMS y ensamblarlas en este último debido que en CATIA no se encontró la manera de exportar el modelo completo directamente al software ADAMS. Para trabajos futuros se debería explorar la posibilidad de exportar directamente el modelo en formato (*.adm) tal como lo hace el programa SOLIDWORK que es una alternativa al empleo de CATIA.

Debido a que la implementación del controlador PD con retroalimentación de velocidad solo permite una buena respuesta para error de posición en un sistema sin considerar señales de ruido, se recomienda la implementación de los demás controladores planteados en el documento que le permitan al sistema tener una mayor robustez es decir, un mejor control ante perturbaciones e incertidumbres propias de los sistemas reales. Incluso implementar controladores no planteados en el documento que la literatura en control avanzado recomiende que garantice tener un control robusto.

Se recomienda basado en el presente trabajo, modelar nuevos prototipos virtuales de diferentes tipos de estructura o configuración de robot terrestres tales como cuatro ruedas, triciclos, estructuras omnidireccionales, etc.

Se espera que continúe el desarrollo de la línea de investigación implementando la estructura física modelada, aplicando la experiencia obtenida con la simulación para verificar de manera real los resultados, llegando de esta manera a la validación del prototipo de simulación desarrollado hasta el momento.

La línea de investigación en el tema de robótica móvil pretende desarrollar estrategias de control en robots cooperativos para lo cual, se emplearán estos prototipos de simulación de manera simultánea en varias estructuras, persiguiendo una finalidad de desplazamiento en común (formaciones) apoyada con tareas individuales que aportan a un sistema de múltiples robots. Para ello se desarrollarán varias estructuras reales donde será necesario aplicar los resultados obtenidos en el presente trabajo de grado.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] A. BAÑO AZCÓN, Análisis y Diseño de Control de Posición de un Robot Móvil con Tracción Diferencial, Universidad de Rovira: España, 2003.
- [2] N. R. CÁRDENAS CALLE y G. R. SIMBAÑA QUINDE, Diseño y Contrucción de un Robot Móvil Didáctico para Estudios Experimentales de Robótica Cooperativa, Universidad Politécnica Salesiana: Cuenca-Ecuador, 2007.
- [3] E. R. Ramos-Silvestre, R. Morales-Gerrero y R. Silva-Ortigoza, «Modelado, Simulación y Construcción de un Robot Móvil de Ruedas Tipo Diferencial,» *Latin-American Journal of Physics Education*, vol. 4, nº 3, Sept 2010.
- [4] M. Á. TRISTANCHO MUÑOZ y E. P. VILLA PLAZAS, Modelamiento Cinemático y Planteamiento Dinámico del Brazo Robótico GRYPHON y Módulo para Practicas de Laboratorio, Bucaramanga: Universidad Pontificia Bolivariana, 2005.
- [5] V. CASTRO LEÓN y J. P. NEIRA VESGA, Diseño e implementación de una red neuronal en un DSPIC para el control de trayectoria de un robot detector de obstáculos, Bucaramanga: Universidad Pontificia Bolivariana, 2007.
- [6] C. I. MENDOZA POVEDA, — Modelado, Simulación y Control de un Manipulador Robótico de 2 Grados de Libertad Empelando ADAMS/MATLAB.
- [7] J. A. Valencia, A. Montoya y L. H. Ríos, «Modelo Cinemático de un Robot Móvil Tipo Diferencial y Navegación a partir de la Estimación Odométrica,» *Scientia et Technica*, vol. XV, nº 41, 2009.
- [8] A. M. A. Correa, Navegación de Robot Móvil en Interiores Utilizando Flujo Óptico a partir de Imágenes Panorámicas, Medellín: Universidad Nacional de Colombia, 2009.
- [9] C. Durán y M. Gonzales, «Un Robot Móvil Teleoperado,» *Revista Colombiana de Tecnologías de Avanzada*, vol. 2, nº 14, 2009.
- [10] M. Morales, Planificador de Trayectorias para un Robot Móvil Orientado a la Reocnstrucción en 3D de Entornos Desconocidos, Manizales: Universidad Nacional de Colombia, 2010.
- [11] R. A. C. Schmidt, Detección y Diagnóstico de Fallas en Robots Móviles

Cooperativos, Universidad Católica de Chile: Chile, 2004.

- [12] Tecnoparque SENA, «TecnoParque Colombia Nodo Bogotá,» Línea de Ingeniería, 5 Diciembre 2009. [En línea]. Available: <http://tpcbogingenieria.blogspot.com/search/label/Modelamiento%203D>. [Último acceso: 20 Agosto 2012].
- [13] J. Craig, Introduction to Robotic: Mechanics and Control 2nd Ed., Addison-Wesley Pub. Co, 1986.
- [14] A. BARRIENTOS, Fundamentos de Robótica, Madrid: McGrawHill, 1996.
- [15] R. Kelly y V. Santibáñez, Control de movimiento de robot manipuladores, Madrid: Prentice Hall, 2003.
- [16] Pololu Corporation, «Pololu-Robotics & Electronics,» Pololu Corporation, 2001. [En línea]. Available: <http://www.pololu.com/>. [Último acceso: 8 Junio 2012].
- [17] SK Pang Electronics Ltd, «SK Pang electronics,» [En línea]. Available: <http://www.skpang.co.uk/catalog/pololu-3pi-robot-p-479.html>. [Último acceso: Junio 2012].
- [18] «Real Academia Española,» [En línea]. Available: www.rae.es. [Último acceso: junio 2012].
- [19] A. M. Cruz, Planificación de Trayectorias en Sistemas Multirrobot, Universidad de Málaga: España, 2004.
- [20] J. L. Guzman, M. Berenguel y F. Rodríguez, Herramienta Interactiva para Robótica Móvil, Universidad de Almería: España, Sin publicar.
- [21] M. M. Trisancho, Modelado Cinemática y Planteamiento Dinámico del Brazo Robótico GRYPHON y módulo para prácticas del laboratorio, Universidad Pontificia Bolivariana: Bucaramanga-Colombia, 2007.
- [22] F. Roberti, C. Soria, J. M. Toibero, R. F. Vasallo y R. Carelli, «Sistema de Visión Estéreo Híbrido Colaborativo Aplicado a la Navegación en Formación de un Equipo de Robots Móviles,» de *XXI Congreso Argentino de Control Automático*, Buenos Aires, 2008.
- [23] J. I. Pérez, S. Tovar, V. C. Ubaldo, E. Gorrostieta, J. C. Pedraza, J. E. Vargas,

J. M. Ramos y A. Sotomayor, «Robot Móvil de Tracción Diferencial con Plataforma de Control Modular para Investigación y Desarrollo Ágil de Proyectos,» de *10° Congreso Nacional de Mecatrónica*, Puerto Vallarta, 2011.

[24] A. C. Correa, «Sistemas Robóticos Teleoperados,» *Ciencia e Ingeniería Neogranadina*, nº 15, pp. 62-72, 2005.

[25] J. ANGELES, *Fundamentals of Robotic Mechanical Systems: Theory Methods and Algorithms*, New York: Springer-Verlag, 2007.