

**ANÁLISIS DINÁMICO DE SUPERFICIES DE DANZA Y COMPARACIÓN  
DE SU COMODIDAD PARA EL BAILARÍN DE BALLET**

**PRESENTADO POR:  
LUISA FERNANDA PERICO VALDÉS  
ID: 000245021**

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA  
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL  
BUCARAMANGA  
2017**

**ANÁLISIS DINÁMICO DE SUPERFICIES DE DANZA Y COMPARACIÓN  
DE SU COMODIDAD PARA EL BAILARÍN DE BALLET**

**LUISA FERNANDA PERICO VALDÉS  
ID: 000245021**

**DIRECTOR ACADÉMICO  
GUSTAVO ANDRÉS OSPINA IDARRAGA  
Ingeniero Civil**

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA  
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL  
BUCARAMANGA  
2017**

## **DEDICATORIA**

A la danza, por darme la inspiración, la cordura, la motivación y la experiencia necesarias para encontrar el balance adecuado entre la ingeniería y el arte, por brindarme el espacio para expresarme y ser quien soy.

## **AGRADECIMIENTOS**

A mis maestros, especialmente el profesor Gustavo Ospina, por entender mi pasión por la danza y ayudarme a encontrar el camino adecuado para esta investigación, resolver todas mis dudas y dar sus valiosas y constructivas observaciones.

A los extraordinarios bailarines que hicieron parte de las pruebas de vibración, Camila Silva, Alejandra Bretón, Mateo Vega, Alejandra Vásquez, Juan Felipe Bonilla y María José Orozco.

A mi familia, por el apoyo incondicional brindado a lo largo de este proyecto, su respeto y acogida a mis dos pasiones.

A mis amigos, por aparecerse en mi vida y darme toda la fortaleza necesaria para continuar cuando el camino se pone difícil. Agradezco especialmente a Neira y María Luisa, que hicieron mi paso por la universidad una experiencia mucho más satisfactoria.

A Winston Berrío, María Sonia Casadiego y Adriana Ordoñez por permitirme realizar las pruebas de vibración necesarias en los espacios para danza.

A las academias Danzazul y CDanza por abrir sus puertas no solo para mi formación artística sino para la realización de este proyecto de grado.

Al teatro Santander, especialmente el arquitecto Antonio José Díaz y el ingeniero Javier Vega, por su gran amabilidad y acogida a esta investigación.

## TABLA DE CONTENIDO

DEDICATORIA .....	iii
AGRADECIMIENTOS .....	iv
1. INTRODUCCIÓN .....	1
2. OBJETIVOS .....	4
2.1. Objetivo General.....	4
2.2. Objetivos Específicos.....	4
3. FORMULACIÓN Y JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA .....	5
4. ESTADO DEL ARTE.....	9
5. MARCO TEÓRICO .....	14
5.1. Biomecánica del aterrizaje de la pierna en un salto .....	14
5.1.1. Análisis del movimiento .....	14
5.1.2. Articulaciones.....	14
5.1.3. Ligamentos.....	15
5.1.4. Pie .....	15
5.1.5. Tobillo .....	15
5.2. Modelamiento de la pierna humana .....	16
5.2.1. Músculos tipo Hill .....	16
5.2.2. Modelo numérico.....	17
5.2.3. Propiedades mecánicas de los materiales asumidas para el modelo .....	19
5.2.4. Propiedades mecánicas de los huesos.....	20
5.2.5. Comportamiento mecánico del tendón .....	21
5.3. Características del salto estudiado .....	22
6. METODOLOGÍA .....	25
6.1. Descripción de superficies .....	25
6.1.1. Estudio C-DANZA .....	25
6.1.2. Danzazul centro de formación en movimiento.....	26
6.1.3. Teatro Santander.....	27
6.1.4. Centro Cultural del Oriente .....	28
6.2. Pruebas de vibración: .....	29
6.2.1. Diseño de pruebas de vibración.....	30
6.3. Procesamiento de datos:.....	35
6.4. Modelamiento de superficies:.....	36

6.4.1.	Estudio CDanza .....	36
6.4.2.	Academia Danzazul .....	38
6.4.3.	Salón Centro Cultural del Oriente .....	40
6.4.4.	Escenario Teatro Santander.....	42
7.	Resultados.....	45
7.1.	Resultados del procesamiento de datos de las pruebas de vibración.....	45
7.1.1.	Studio CDanza.....	45
7.1.2.	Teatro Santander.....	48
7.1.3.	Salón Centro Cultural del Oriente .....	51
7.1.4.	Danzazul centro de formación en movimiento.....	54
7.1.5.	Resumen de resultados del procesamiento de datos: .....	57
7.2.	Resultados numéricos .....	57
7.2.1.	Estudio CDanza .....	58
7.2.2.	Academia Danzazul .....	60
7.2.3.	Teatro Santander.....	61
7.2.4.	Centro Cultural del Oriente .....	62
7.2.5.	Resumen de esfuerzos máximos.....	63
8.	ANÁLISIS DE RESULTADOS .....	64
9.	CONCLUSIONES .....	65
10.	RECOMENDACIONES .....	66
11.	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	67

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Transmisibilidad de cargas armónicas (Chopra, 1995).....	7
Figura 2 Anatomía del pie en una zapatilla de punta (Dance anatomy, 2010).....	12
Figura 3 Variación del factor de impacto. Tomada de: Análisis experimental de vibraciones en sistema de piso de madera (Yusti, Valenzuela, & Thomson, 2013). ....	13
Figura 4 Movimientos de flexión-extensión y rotación en un plano sagital (Izquierdo, 2008) .....	14
Figura 5 Modelo de sistema pierna humana (Markowitz, 2016).....	17
Figura 6 Relación Módulo de Young y esfuerzo en el tendón. (Maganaris & Paul, 1999). 20	
Figura 7 Posición 1. Acelerómetros y bailarines pruebas de vibración. ....	30
Figura 8 Posición 2. Acelerómetros y bailarines pruebas de vibración. ....	31
Figura 9 Posición 3. Acelerómetros y bailarines pruebas de vibración. ....	31
Figura 10 Posición 4. Acelerómetros y bailarines pruebas de vibración. ....	32
Figura 11 Distancias pruebas de vibración. Superficie C-Danza. ....	33
Figura 12 Distancias pruebas de vibración. Superficie Danzazul. ....	33
Figura 13 Distancias pruebas de vibración. Superficie Teatro Santander. ....	34
Figura 14 Distancias pruebas de vibración. Superficie Centro Cultural del Oriente.....	34
Figura 15 Representación esquemática de un sistema estructural.....	36
Figura 16 Modos de vibración 1, 2 y 3. Modelación de superficie CDanza.....	37
Figura 17 Modos de vibración 4, 5 y 6. Modelación de superficie CDanza.....	37
Figura 18 Modo de vibración 1. Modelación de superficie Danzazul.....	38
Figura 19 Modo de vibración 2. Modelación de superficie Danzazul.....	39
Figura 20 Modo de vibración 3. Modelación de superficie Danzazul.....	39
Figura 21 Modo de vibración 4. Modelación de superficie Danzazul.....	40
Figura 22 Modo de vibración 1. Modelación de superficie Centro cultural del oriente. ....	41
Figura 23 Modo de vibración 2. Modelación de superficie Centro cultural del oriente. ....	41
Figura 24 Modo de vibración 3. Modelación de superficie Centro cultural del oriente. ....	42
Figura 25 Modo de vibración 4. Modelación de superficie Centro cultural del oriente. ....	42
Figura 26 Modo de vibración 1. Modelación de superficie Teatro Santander. ....	43
Figura 27 Modo de vibración 2. Modelación de superficie Teatro Santander. ....	43
Figura 28 Modo de vibración 3. Modelación de superficie Teatro Santander. ....	44
Figura 29 Modo de vibración 4. Modelación de superficie Teatro Santander. ....	44
Figura 30 Registro de aceleración, posición 1. Prueba de vibración Studio CDanza.....	45
Figura 31 Espectro de frecuencias (arriba) y función de respuesta IRF (abajo) para la posición 1. Prueba de vibración Studio CDanza. ....	46
Figura 32 Diagrama de estabilización. Prueba de vibración Studio CDanza.....	46
Figura 33 Posicionamiento y dirección de los acelerómetros. Prueba de vibración Studio CDanza.....	47
Figura 34 Primer modo de vibración. Prueba de vibración Studio CDanza.....	47
Figura 35 Registro de aceleración, posición 1. Prueba de vibración Teatro Santander.....	48
Figura 36 Espectro de frecuencias (arriba) y función de respuesta IRF (abajo) para la posición 1. Teatro Santander. ....	49
Figura 37 Diagrama de estabilización. Prueba de vibración Teatro Santander.....	49
Figura 38 Posicionamiento y dirección de los acelerómetros. Prueba de vibración. Teatro Santander. ....	50
Figura 39 Primer modo de vibración. Prueba de vibración Teatro Santander. ....	50

Figura 40 Registro de aceleración, posición 1. Prueba de vibración Salón C. Cultural del oriente.....	51
Figura 41 Espectro de frecuencias (arriba) y función de respuesta IRF (abajo) para la posición 1. Prueba de vibración Salón C. Cultural del oriente.....	52
Figura 42 Diagrama de estabilización. Prueba de vibración Salón C. Cultural del oriente.	52
Figura 43 Posicionamiento y dirección de los acelerómetros. Prueba de vibración. Salón C. Cultural del oriente. ....	53
Figura 44 Primer modo de vibración. Prueba de vibración Salón C. Cultural del oriente...	53
Figura 45 Registro de aceleración, posición 1. Prueba de vibración Academia Danzazul. .	54
Figura 46 Espectro de frecuencias (arriba) y función de respuesta IRF (abajo) para la posición 1. Academia Danzazul .....	55
Figura 47 Diagrama de estabilización. Prueba de vibración Academia Danzazul .....	55
Figura 48 Posicionamiento y dirección de los acelerómetros. Prueba de vibración Academia Danzazul.....	56
Figura 49 Primer modo de vibración. Prueba de vibración Academia Danzazul.....	56
Figura 50 Modelo Numérico del pie (Markowitz, J., & Herr, H., 2016.).....	58
Figura 51 Registro de aceleración más alto superficie CDanza. ....	59
Figura 52 Comparación de estado de esfuerzos superficie CDanza.....	59
Figura 53 Registro de aceleración más alto superficie Danzazul. ....	60
Figura 54 Comparación de estado de esfuerzos superficie Danzazul.....	60
Figura 55 Registro de aceleración más alto superficie Teatro Santander. ....	61
Figura 56 Comparación de estado de esfuerzos superficie Teatro Santander. ....	61
Figura 57 Registro de aceleración más alto superficie Centro cultural del oriente. ....	62
Figura 58 Comparación de estado de esfuerzos superficie Centro cultural del oriente.....	62

## LISTA DE IMÁGENES

Imagen 1 Misty Copeland, primera bailarina del American Ballet Theatre (OZY, 2004). ...	5
Imagen 2 Zapatilla de punta. (Pointe performance, 2009).....	6
Imagen 3 Instalación de piso Harlequin con amortiguamiento (Harlequin floors, 2016)....	10
Imagen 4 Changement, salto de ballet (Morgan, 2017).....	10
Imagen 5 Salto de ballet Sissone. Bailarina: Luisa Perico. Fotógrafo: Daniel Ricardo Lopez .....	22
Imagen 6 Fase 1. Salto Sissone .....	23
Imagen 7 Fase 2. Salto Sissone .....	23
Imagen 8 Fase 3. Salto Sissone. ....	24
Imagen 9 Estudio de danza CDanza en medio de una de las pruebas de vibración. ....	25
Imagen 10 Salón con recubrimiento en madera, Danzazul Centro de formación en movimiento.....	26
Imagen 11 Escenario Teatro Santander en medio de una de las pruebas de vibración. ....	27
Imagen 12 Salón de danza Centro cultural del oriente. ....	28
Imagen 13 Posicionamiento de equipos pruebas de vibración. ....	29

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Propiedades mecánicas asumidas.....	19
Tabla 2 Consideraciones para el modelo numérico .....	19
Tabla 3 Tabla de frecuencias y coeficientes de amortiguamiento .....	57
Tabla 4 Resumen de esfuerzos obtenidos para los tendones. ....	63
Tabla 5 Comparación porcentual frecuencias de vibración .....	64

## RESUMEN GENERAL DE TRABAJO DE GRADO

**TITULO:** ANALISIS DINÁMICO DE SUPERFICIES DE DANZA Y COMPARACIÓN DE SU COMODIDAD PARA EL BAILARÍN DE BALLET

**AUTOR(ES):** Luisa Fernanda Perico Valdés

**PROGRAMA:** Facultad de Ingeniería Civil

**DIRECTOR(A):** Gustavo Andrés Ospina Idarraga

### RESUMEN

Las propiedades dinámicas de una superficie utilizada para el ejercicio de la danza están estrechamente relacionadas con el esfuerzo recibido por el cuerpo de un bailarín cuando éste entra en contacto con el suelo al ejecutar pasos que impliquen algún tipo de impacto. Actualmente en Colombia, existen varios espacios destinados a práctica de la danza que no cuentan con pisos adecuados para tal fin, resultando esto en un riesgo para la salud física de los usuarios. En este trabajo se encontraron y compararon las características dinámicas de cuatro (4) superficies para danza existentes en Bucaramanga a través de pruebas de vibración y se usó un modelo numérico de la pierna para establecer la distribución de esfuerzos generados en ella, con el objetivo de determinar cuál proporciona mayor comodidad al bailarín, es decir, genera una menor cantidad de esfuerzo corporal. Se encontró que la rigidez de la superficie es directamente proporcional a la magnitud del esfuerzo, lo que demuestra que a mayor flexibilidad de la superficie, menor esfuerzo es soportado por la pierna del bailarín. También se encontró que la rigidez de una superficie puede disminuirse incorporando algún tipo de aislamiento o amortiguamiento que separe el material de base del material que estará en contacto con los usuarios, con el propósito de que el periodo de vibración aumente.

### PALABRAS CLAVE:

Superficies para danza, amortiguamiento, monitoreo de vibraciones

V° B° DIRECTOR DE TRABAJO DE GRADO

## GENERAL SUMMARY OF WORK OF GRADE

**TITLE:** DYNAMIC ANALYSIS OF DANCE SURFACES AND THEIR COMPARISON OF COMFORT LEVEL FOR BALLET DANCERS

**AUTHOR(S):** Luisa Fernanda Perico Valdés

**FACULTY:** Facultad de Ingeniería Civil

**DIRECTOR:** Gustavo Andrés Ospina Idarraga

### ABSTRACT

The dynamic properties of a surface used for the exercise of dance are closely related to the effort received by a dancer's body the moment it makes contact with the ground when performing steps that imply some kind of impact. Currently in Colombia, there are several dance establishments that do not have adequate floors for this purpose, resulting in a risk for the physical health of users. In this work, the dynamic characteristics of four (4) existing dance surfaces in Bucaramanga were found and compared using vibration tests and a numerical model of the leg was used to establish the distribution of efforts generated in it, in order to determine which provides greater comfort to the dancer, that is, generates a smaller amount of corporal effort. It was found that the rigidity of the surface is directly proportional to the magnitude of the effort, which shows that the greater the flexibility of the surface, the less effort is supported by the dancer's leg. It was also found that the rigidity of a surface can be reduced by incorporating some kind of isolation or damping system that separates the base material from the material that will be in contact with the users, with the purpose of increasing the period of vibration.

### KEYWORDS:

Dance floors, damping, vibration monitoring

V° B° DIRECTOR OF GRADUATE WORK

## 1. INTRODUCCIÓN

La investigación en el campo de la danza y la quinesiología ha ido creciendo en las últimas dos décadas a la par con los estudios fisiológicos y biomecánicos del cuerpo de atletas y artistas de alto rendimiento. Sin embargo, las graves lesiones en la danza siguen siendo comunes, y esto puede deberse a que la información de los estudios realizados no llega con claridad a las personas que están en contacto con la danza en su día a día.

Lastimosamente, muchos bailarines se ven obligados a hacer lo que sea necesario con sus cuerpos y dar todo de sí mismos para conservar sus puestos o ascender en sus carreras artísticas, muchas veces sin conocer los riesgos a los que se exponen, lo que usualmente conlleva a lesiones graves que les impiden continuar su oficio; como es el caso de la actual primera bailarina del American Ballet Theatre Misty Copeland, quien sufrió una fractura de estrés en la tibia durante un ensayo y se vio obligada a parar de bailar durante un año, o el de la famosa y primera bailarina del ballet de Bolshoi Svetlana Zakharova, quien sufrió una lesión en la cadera que la hizo renunciar a una importante gira en Londres.

La estructura del piso es uno de los elementos más importantes en el ámbito de la danza. Un suelo diseñado para recibir las cargas de bailarines puede contribuir a minimizar o evitar lesiones traumáticas y problemas de salud musculoesqueléticos crónicos relacionados con ésta actividad artística (Wanke, 2017).

Actualmente en el mundo existen varios tipos de pisos para actividades deportivas, o que impliquen el impacto de saltos, clasificados por su elasticidad y propiedades mecánicas. Cada una

de estas opciones ofrece diferentes beneficios y cumple objetivos específicos que dependen de la actividad que será desarrollada sobre ellas.

De acuerdo con la norma europea EN 14904, los pisos deportivos se dividen en 4 tipos (European Committee for Standardization, 2006):

- Pisos elásticos de área: cuando una fuerza puntual causa deflexión sobre un área relativamente grande alrededor del punto de impacto (madera).
  - Pisos elásticos puntuales: cuando una fuerza puntual causa deflexión solo en o cerca del punto de impacto (vinilo).
  - Pisos elásticos combinados: un piso elástico de área con una capa superior elástica puntual, una fuerza puntual causa deflexión puntual y es distribuida en un área más amplia (madera / vinilo).
  - Pisos elásticos mixtos: piso elástico puntal combinado con un material sintético.
- (Blom, 1993).

Por motivos de salud y seguridad en el trabajo, autores de estudios relevantes recomiendan una estructura de sub-piso construido especialmente con una suspensión que cumpla con los parámetros determinados dependiendo del tipo de danza para la que va a ser utilizado (Wanke, 2012).

Además, una superficie para danza ideal debe instalarse de forma homogénea en todas las áreas de trabajo utilizadas por los bailarines, porque es un desafío adicional para el cuerpo ajustarse individualmente a diferentes tipos de pisos. (Seals, 1983)

Desde el enfoque de la dinámica estructural, es posible determinar las frecuencias y modos de vibración de diferentes estructuras, incluyendo sistemas de entrepiso y acabados de la superficie con la ayuda de acelerómetros para medir las aceleraciones a las que se somete el piso al recibir cargas puntuales, y así determinar el comportamiento de la estructura.

## **2. OBJETIVOS**

### **2.1. Objetivo General**

Realizar un análisis dinámico de las superficies para danza seleccionadas para determinar las condiciones más favorables para el bailarín basadas en su respuesta estructural ante las cargas proporcionadas.

### **2.2. Objetivos Específicos**

- Analizar numéricamente la respuesta mecánica de superficies con acabados en madera, linóleo y cemento, usadas para danza, sometidas a cargas verticales producidas por bailarines a través del monitoreo de vibraciones.
- Describir la mecánica en la interacción entre el pie del bailarín y la superficie en pisos para danza.
- Identificar y comparar de las propiedades dinámicas de cada tipo de superficie estudiada.

### 3. FORMULACIÓN Y JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA

La danza es el arte en donde el cuerpo es el medio de expresión, pero a su vez, es una de las disciplinas más rigurosas y exigentes para quien la practica de manera profesional.



*Imagen 1 Misty Copeland, primera bailarina del American Ballet Theatre (OZY, 2004).*

Con el paso de los años, se han desarrollado mecanismos y soluciones que le permiten al bailarín llegar a esfuerzos máximos con su cuerpo sin que éstos impliquen lesiones. Un ejemplo claro son las zapatillas de punta, las cuales cuentan con un taco de madera u otro material resistente que le permite a la bailarina pararse, girar y bailar sobre la punta de su dedo gordo.



*Imagen 2 Zapatilla de punta. (Pointe performance, 2009).*

Algunas de las lesiones más comunes en los bailarines, particularmente los que practican ballet, son los esguinces, la bursitis y la tendinitis, y una de las causas principales de éstas, son los grandes esfuerzos que experimentan sus músculos y tendones al recibir el impacto de saltos fuertes y repetitivos (Márquez, 2013).

Algunos autores han relacionado ciertas lesiones en bailarines profesionales con las superficies en las que ejecutan los movimientos. Según el Dr. Boni, cirujano ortopédico y Presidente de la Asociación Internacional de la Danza, la Medicina y la Ciencia (IADMS), *“Es evidente que existe una relación de causa y efecto entre las lesiones de los bailarines y el piso en el que ejecutan su danza.”* (Rietveld, 2000).

Luke S. Hopper, científico, ex-bailarin y especialista en biomecánica, afirma que “Los bailarines siempre llevan sus cuerpos al límite para obtener el máximo provecho de su entrenamiento. Por lo tanto, es muy importante que se creen entornos seguros de baile para reducir los riesgos de lesiones innecesarias.” (Hopper et al., 2014)

La danza en Colombia ha venido creciendo rápidamente en los últimos años y se ha convertido en el trabajo y sustento de vida para muchos bailarines, sin embargo, muy pocos establecimientos de danza cuentan con escenarios artísticos o salones de clase que estén diseñados apropiadamente para recibir las cargas a las que son sometidos los pisos durante estas actividades, y por lo tanto, no generan una respuesta estructural adecuada. Este es un problema que no sólo afecta la comodidad y serviceabilidad de la estructura, sino que puede también perjudicar la salud del artista, al desarrollar su actividad de manera recurrente en un piso que no fue diseñado para tal fin, y aún más si lleva desempeñando esta actividad desde los primeros años de su vida.

Mecánicamente, se puede describir cómo las superficies rígidas transmiten altas cargas sobre los pies del bailarín:

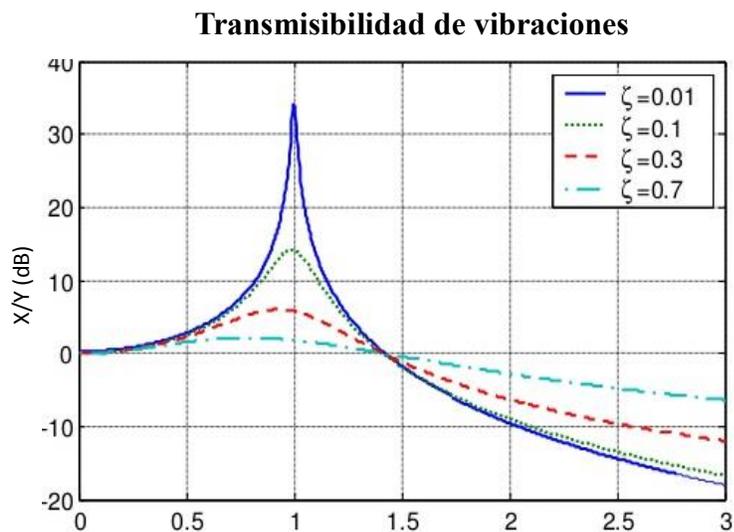


Figura 1 Transmisibilidad de cargas armónicas (Chopra, 1995)

La figura 1 se puede entender la relación de las aceleraciones máximas entre superficie y bailarín, cuando la superficie vibra armónicamente. El concepto es extensible tanto a fuerzas y desplazamientos, como también a cargas no armónicas. Se puede intuir que la relación de rigideces entre piso y bailarín resulta en un valor  $r$  bajo ( $r=w/w_n \ll 1$ ), y por ende, puede haber amplificación de las cargas transmitidas ( $TR>1$ ). La figura 1 también indica que es posible disminuir significativamente la transmisibilidad de cargas ( $TR<1$ ) si la superficie es flexible ( $r=w/w_n \gg 1$ ). Este efecto es posible conseguirlo en superficies específicamente diseñadas para gimnasia o danza.

Para un bailarín, saltar sobre una superficie rígida significa tener que hacer más esfuerzo, el cuerpo se siente pesado y las piernas se cansan más rápido. Los que hemos tenido la suerte de bailar en pisos diseñados para danza sabemos cómo se siente, son mucho más cómodos, se logra estar más tiempo en el aire y permiten bailar con más seguridad.

La falta de conocimiento y divulgación de la investigación en el tema entre los actores de la danza en Colombia, ha llevado a que no existan normas o parámetros que establezcan requerimientos mínimos para el diseño y construcción de entornos de danza, y es por esto que es necesario profundizar y proponer soluciones a esta problemática.

En este proyecto se comparan las características dinámicas de diferentes superficies usadas para danza en la ciudad de Bucaramanga, y se determina cual es la más óptima para desarrollar dicha actividad. Se denomina “óptimo” a aquella superficie que tiene mejor respuesta mecánica entre todas las estudiadas en el proyecto.

#### 4. ESTADO DEL ARTE.

La danza en Colombia ha crecido de manera importante en los últimos años. En el año 2014 existían cuarenta y cinco (45) escuelas de danza registradas en la cámara de comercio de Bogotá y se estimaban más de cuatrocientas (400) en todo el país (El Tiempo, 2014). Adicionalmente existe una gran cantidad de escuelas informales ubicadas usualmente en edificaciones de uso residencial, sin ningún tipo de modificación estructural destinada a la comodidad de los bailarines. El crecimiento de la danza como disciplina artística, genera una necesidad inmediata de adecuar los espacios para realizar estas prácticas, siendo los pisos uno de los aspectos más importantes.

Un grupo de personas ejecutando movimientos de impacto en sincronía y de manera repetitiva puede generar altos grados de vibración en el piso, y si ocurre resonancia, esto puede llegar a representar un peligro para los usuarios. (Souza, 2010). Para el caso del baile, donde se incluyen saltos y pasos fuertes llevando el ritmo de música, la carga está relacionada con la frecuencia de la danza o la frecuencia del golpe de la música, es periódica y tiene un componente dinámico significativo (Ji, T., 1994).

Existen varias compañías internacionales dedicadas a la instalación de pisos adecuados para salones de danza, entre las que se destaca *Harlequin floors*, reconocido como líder mundial en pisos de tecnología avanzada para danza, artes escénicas, entretenimiento y exhibición. Sin embargo, son inexistentes en Colombia. El poco conocimiento en el tema ha llevado a que muchas de las academias y otras instalaciones en el país donde se practican estas disciplinas se vean obligadas a contratar servicios o materiales extranjeros, o simplemente, no cuenten con pisos diseñados para tal fin.

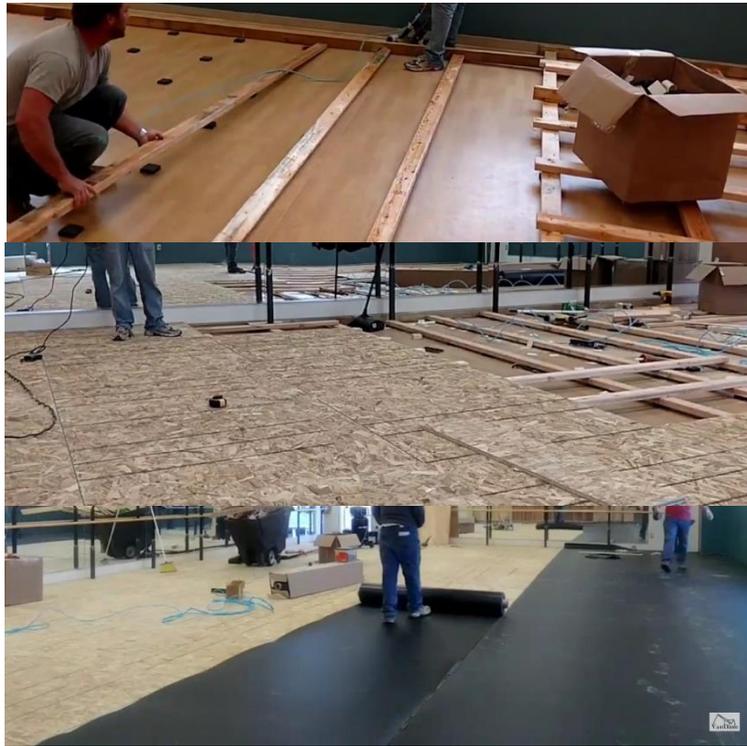


Imagen 3 Instalación de piso Harlequin con amortiguamiento (Harlequin floors, 2016).

En el año 2000, un grupo de estudiantes del departamento de ciencias del deporte y fisioterapia de la Escuela de educación física y deportes en Sao Paulo, Brasil, condujeron una investigación llamada *Biomechanical approach to ballet movements* (*Enfoque biomecánico de los movimientos de ballet*) (Picon, Costa, Sousa, Sacco, & Amadio, 2000) para estudiar las fuerzas de reacción en el suelo y la presión plantar máxima durante algunos movimientos del ballet clásico.



Imagen 4 Changement, salto de ballet (Morgan, 2017).

Encontraron que las fuerzas máximas que recibe en pie el bailarín se deben al aterrizaje de grandes saltos y a los pasos ejecutados con zapatillas de punta en las áreas que están en contacto con el piso.

Más adelante se publicó su estudio llamado *A study characterizing dynamic overloads of professional dancers. A biomechanical approach* (Caracterización dinámica de sobrecargas de bailarines profesionales, un enfoque biomecánico). Se encontró que grandes fuerzas que ocurren durante las fases de impacto de los saltos de ballet causan sobrecargas de estructuras de tejido de los bailarines. A menudo ocurren lesiones graves durante estas fases de saltos. (Lechoslaw B. Dworak, 2005)

Posteriormente se desarrolló un estudio llamado *Effect of Sprung Floor on Lower Extremity Stiffness during a Force-returning Ballet Jump* (Efecto del piso suspendido en la rigidez de la extremidad inferior durante el aterrizaje de un salto de ballet) (Hackney, James; Brummel, Sara; Becker, Dana; Selbo, Aubrey; Koons, Sandra; et al., 2011), que comparó la rigidez de la pierna de aterrizaje en bailarines de ballet realizando un salto sobre una superficie suspendida (amortiguada) frente al mismo movimiento en un piso duro (madera sobre hormigón). La rigidez de la pierna fue calculada como la relación entre la fuerza de reacción vertical en tierra y la compresión de la extremidad inferior. En el estudio, bailarinas realizaron cinco repeticiones del salto y se midió en cada una el punto de máxima compresión de piernas mientras aterrizaban en ambas superficies. Se concluyó que existe mayor rigidez de la pierna de aterrizaje cuando el salto se ejecuta en un suelo duro, lo que da a entender que parte de la fuerza de aterrizaje del salto es absorbida por la superficie suspendida. Esto a su vez implica que una pista de baile amortiguada puede ayudar a prevenir lesiones relacionadas con la danza.

El mismo año, un grupo de arquitectos chinos publicó un artículo para la revista científica *The structural engineer* que se llamó *Floor vibration due to human rhythmic activities* (Vibración del piso inducida por cargas de danza)( Li, Wong, Leung & Fung, 2011) y tuvo como objetivo proporcionar un método analítico para determinar la respuesta de una superficie ante las cargas producidas por bailarines, encontrando que las cargas ocasionadas por saltos se pueden expresar analíticamente utilizando series de Fourier en las que los coeficientes (factores de carga dinámica) son función de la relación de contacto denominada  $\alpha$  (tiempo de contacto con la superficie sobre periodo de la carga), que se relaciona con el tipo de danza y la frecuencia de esta.

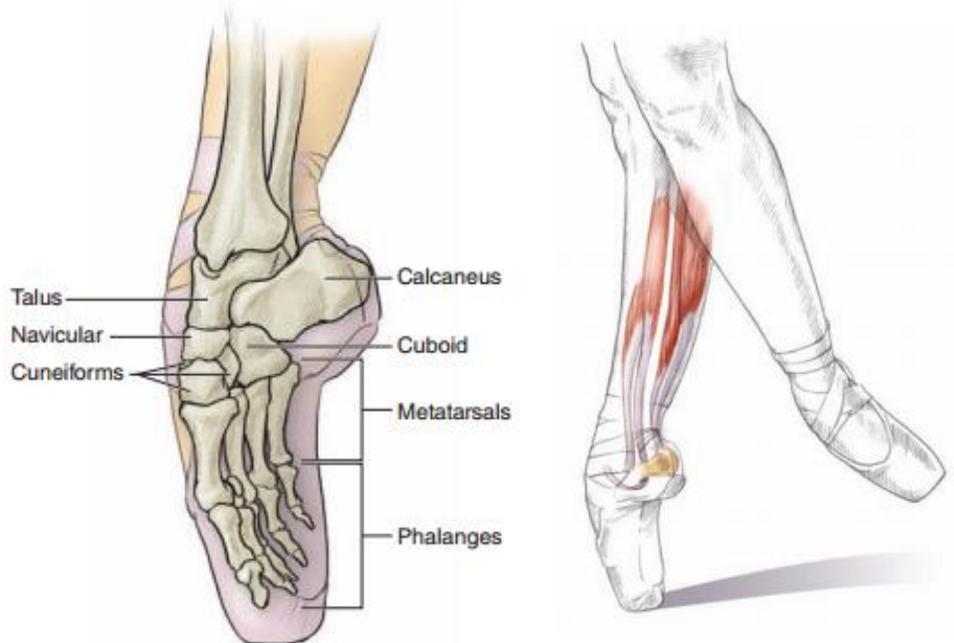


Figura 2 Anatomía del pie en una zapatilla de punta (Dance anatomy, 2010).

Investigadores de la Universidad del Valle han analizado el efecto humano-estructura durante eventos musicales, el cual consiste en la respuesta dinámica de una estructura ante excitación estructural causada masivamente. El estudio, denominado “*Caracterización de cargas de baile en una plataforma experimental*” se limitó a caracterizar la carga inducida sobre la estructura,

concluyendo que la variación de la carga, debido a actividades rítmicas, depende en gran medida de diferentes factores como la sincronización, el ritmo de cada persona y el estado de ánimo al momento de la prueba, y permitió establecer que la variación de la energía producida por la carga y la forma de la función de fuerza es proporcional a la altura de los saltos en las rutinas. (Yusti, Valenzuela, & Thomson, 2013). El estudio no reporta un análisis de la biomecánica en la inducción de cargas. La figura 3 mostrada a continuación describe los factores de impacto (relación entre cargas dinámicas y estáticas) hallados para diferentes ritmos musicales:

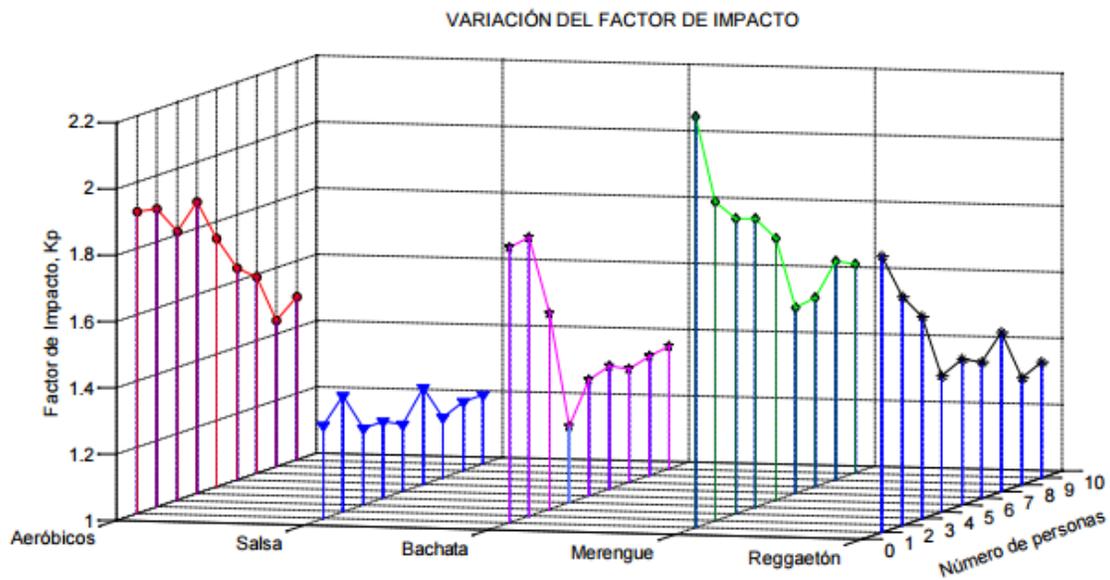


Figura 3 Variación del factor de impacto. Tomada de: *Análisis experimental de vibraciones en sistema de piso de madera* (Yusti, Valenzuela, & Thomson, 2013).

Un estudio similar al realizado por la Universidad del Valle fue llevado a cabo por estudiantes de la universidad del Bio Bio en Chile, denominado “*Análisis experimental de vibraciones en sistema de piso de madera*”, donde se contempló la evaluación in situ de vibraciones verticales inducidas por el desplazamiento de las personas sobre un piso de madera experimental. Se adquirieron los registros de vibración mediante el uso de acelerómetros y tarjetas de adquisición, y finalmente se obtuvieron las características dinámicas de la estructura diseñada sometida a las cargas humanas. (Opazo V. & Rojas S., 2016).

## 5. MARCO TEÓRICO

### 5.1. Biomecánica del aterrizaje de la pierna en un salto

Definición de las propiedades y mecanismos de la pierna a la hora de recibir el impacto de un salto en una superficie horizontal.

#### 5.1.1. Análisis del movimiento

Desde el punto de vista de la biomecánica, la descripción del tipo de movimiento del cuerpo humano se realiza en función de los desplazamientos de los segmentos del cuerpo y de sus puntos articulares en relación al espacio. De esta manera se definen los diferentes tipos de movimientos como flexión, extensión, abducción, pronación, entre otros, dependiendo de los planos y ejes en los que se realizan. (Izquierdo, 2008).

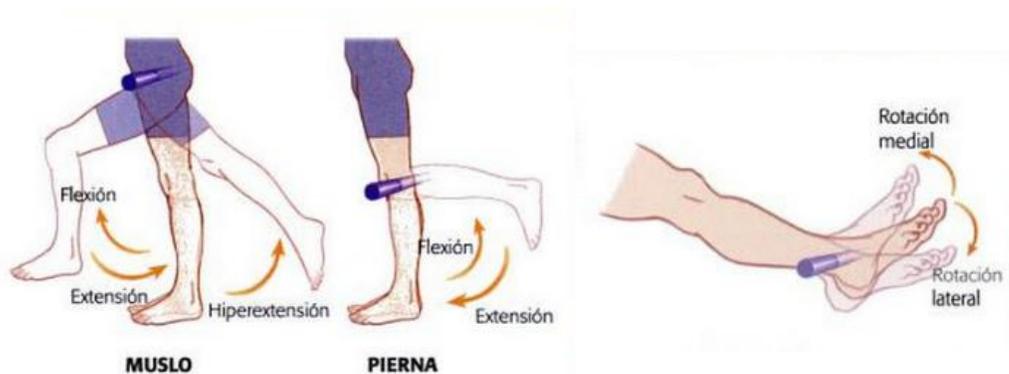


Figura 4 Movimientos de flexión-extensión y rotación en un plano sagital (Izquierdo, 2008)

#### 5.1.2. Articulaciones

Las articulaciones son el punto de conexión entre los huesos y cartílagos. Su función es facilitar los movimientos mecánicos del cuerpo. (Palastanga, 2007). Permiten los movimientos angulares de los segmentos del cuerpo y aportan estabilidad y soporte elástico. Los movimientos de las articulaciones se pueden definir según el plano y el eje en el que se desarrollen. La movilidad de una articulación se refiere a la magnitud del arco del movimiento. (Ahonen et al., 2001). El arco de movimiento es el desplazamiento total permitido por cualquier par de segmentos corporales. Un arco de movimiento normal es

aquel rango en el cual los segmentos corporales pueden moverse dentro de sus límites anatómicos (Norkin et al.; 1983).

### **5.1.3. Ligamentos**

Los ligamentos son bandas elásticas de tejido sólido que unen los huesos entre ellos dentro de las articulaciones, permiten el movimiento y a su vez evitan mover los huesos excesivamente lo que previene lesiones en caso de movimientos forzados (Latarjet, 2004).

Los ligamentos contribuyen significativamente a la estabilidad de la articulación. En las articulaciones con gran rango de recorrido o grados de libertad de movimiento existen varios ligamentos que resisten distintas fuerzas en distintas direcciones. (Izquierdo, 2008).

### **5.1.4. Pie**

El pie es el eslabón o segmento más distal de la extremidad inferior del cuerpo humano, tiene la capacidad de convertirse en una estructura rígida o flexible según las necesidades para las que es requerido y las características de la superficie en que se mueve. El pie es la base del aparato locomotor y su correcto apoyo y postura garantiza estabilidad en actividades físicas desde la marcha común hasta disciplinas de alto impacto (Encina, 1940).

### **5.1.5. Tobillo**

El tobillo es la articulación que une a la pierna con el pie y debido a su configuración anatómica, es una de las más congruentes (es decir, con ejes de curvatura de las superficies de la articulación coincidentes) y, por tanto, de las más estables de la pierna. En esta articulación se realizan los movimientos de flexión y extensión del pie (Viladot, 2003).

## 5.2. Modelamiento de la pierna humana

Los seres humanos emplean diferentes combinaciones de músculos y tendones que causan de diferentes maneras un torque en la articulación. La energía en las articulaciones puede entenderse como un sistema que depende de las propiedades dinámicas de los músculos y los tendones, en particular sus relaciones de esfuerzo-deformación.

El caminar humano se basa en la interacción de varios sistemas fisiológicos, cada uno con algún grado de redundancia. Los músculos trabajan juntos para producir movimiento, pero diferentes combinaciones de acción muscular pueden producir el mismo esfuerzo en una articulación. Los tendones proporcionan la conexión entre el músculo y el hueso, pero la energía transferida al hueso puede venir tanto del músculo como del tendón. Para resolver estas redundancias se utilizan los conjuntos de fuerzas entre músculo y tendón, para así poder tener una idea de la función de cada músculo importante de la pierna a la hora de caminar. (Markowitz, 2016).

### 5.2.1. Músculos tipo Hill

En biomecánica, el modelo muscular de Hill se refiere a las ecuaciones de Hill para la contracción muscular tetanizada. (La tetanización es la contracción repetida de un músculo a una frecuencia, por encima de la frecuencia de la fusión tetánica, debida a la estimulación del mismo o del nervio correspondiente, no permitiendo la relajación entre las distintas contracciones). Fueron derivados por el fisiólogo Archibald Vivian Hill. Esta es una ecuación aplicable al músculo esquelético que se ha estimulado para mostrar la contracción tetánica. Relaciona la tensión con la velocidad con respecto a la termodinámica interna.

$$(v + b)(F + a) = b(F_0 + a) \quad (i)$$

Donde  $F$  es la tensión o carga en el músculo,  $v$  es la velocidad de contracción,  $F_0$  es la tensión isométrica máxima generada en el músculo,  $a$  es el coeficiente de acortamiento de calor (Scovil, 2006).

### 5.2.2. Modelo numérico

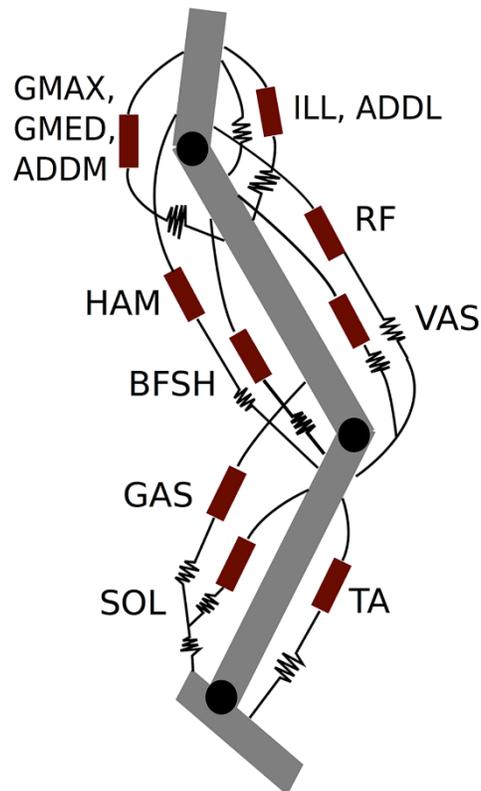


Figura 5 Modelo de sistema pierna humana (Markowitz, 2016).

Los rectángulos rojos indican los músculos tipo Hill y las líneas en zig-zag representan los tendones en serie con el músculo. El modelo incluye todos los músculos que hacen contribuciones significativas a los movimientos del tobillo, la rodilla y la cadera durante la caminata de una persona. Varios grupos de músculos se juntaron para simplificar; esto se consideró apropiado si todos los músculos dentro de un grupo tenían líneas de acción similares y se activaban simultáneamente durante la marcha.

El análisis del modelo propuesto por Markowitz considera que todos los músculos del modelo tienen una dinámica de contracción tipo Hill. Cada músculo contiene un elemento contráctil que representa las fibras musculares activas y un elemento elástico paralelo que representa las estructuras elásticas que rodean al músculo. La fuerza del elemento contráctil depende de la activación muscular, su longitud y su velocidad. La fuerza del elemento elástico paralelo depende solo de la longitud del elemento contráctil. La fuerza isométrica máxima varía con el tamaño del músculo, mientras que la velocidad máxima del elemento contráctil varía con la composición de la fibra muscular. (Markowitz, 2016).

En el presente documento, el modelo numérico se basa en un sistema de elementos con capacidad de flexión (huesos) conectados con elementos que únicamente soportan tensión-compresión (sistema musculo-tendón). A través de estas simplificaciones, la mecánica del pie ante la carga de dinámica del salto es calculada suponiendo éste como un sistema pasivo (respuesta no controlada).

El modelo desarrollado en el software Matlab requiere como valores de entrada las propiedades mecánicas de los materiales, el registro de aceleración máxima de la superficie, la distribución de masa y distancias de cadera, muslo, pantorrilla y pie. Después de introducir los valores de entrada, se establecen los nodos y sus conexiones tanto para huesos como tendones, se ensambla la matriz de rigidez y la matriz de masa, y se establecen las condiciones de apoyo de los nodos (los que permiten rotación y los que no). Luego el modelo calcula la respuesta dinámica usando el algoritmo de Newmark, que

calcula las deformaciones y esfuerzos axiales de cada elemento a partir de los desplazamientos.

### 5.2.3. Propiedades mecánicas de los materiales asumidas para el modelo

*Tabla 1 Propiedades mecánicas asumidas*

Módulo de elasticidad huesos	$E_h = 25000 \text{ MPa}$
Módulo de elasticidad del sistema musculo-tendón	$E_t = 30 \text{ MPa}$
Diámetro del hueso (asumido como circular)	$d_h = 15 \text{ mm}$
Área del hueso	$A_h = 176.5 \text{ mm}^2$
Momento de Inercia del hueso	$I_h = 2485 \text{ mm}^4$
Diámetro sistema músculo-tendón	$d_t = 30 \text{ mm}$
Área sistema músculo-tendón	$A_t = 706.8 \text{ mm}^2$
Coefficiente de amortiguamiento	$z = 0.55$

La tabla 1 muestra los valores de las propiedades mecánicas que fueron asumidos para el modelo de la pierna. El módulo de Young es calculado con la relación entre tensión y deformación tanto de los huesos como de los tendones y los valores de diámetro y áreas están basados en la anatomía de una persona adulta sana. Para el caso de los huesos, investigaciones en la mecánica del tejido óseo han encontrado valores del módulo de elasticidad de aproximadamente 25 GPa, adicionalmente Informes sobre propiedades mecánicas del tendón bajo carga fisiológica máxima han indicado un valor aproximado del 0.1% del módulo de elasticidad de los huesos. (Maganaris & Paul, 1999) Estos valores fueron requeridos para conformar la matriz de rigidez usada en el modelo.

*Tabla 2 Consideraciones para el modelo numérico*

<b>Distribución de peso (Kg)</b>	<b>Medidas (cm)</b>
Peso total del cuerpo: 53.0	

Pierna completa (16%): 8.5	Muslo: 43.0
Muslo (10. 1%): 5.4	Pantorrilla: 44.0
Pantorrilla (4.4%): 4.4	Pie completo: 22.0
Pie (1.5%): 0.8	Dedos del pie: 6.0

Los valores numéricos presentes en la Tabla 2 describen el peso de las diferentes partes del cuerpo y sus respectivas longitudes, valores necesarios para el desarrollo del modelo numérico, están basados en la masa corporal y medidas de una bailarina de ballet de estatura promedio. Estos valores fueron requeridos para conformar la matriz de masa usada en el modelo.

#### 5.2.4. Propiedades mecánicas de los huesos

Se puede considerar que el hueso está compuesto principalmente de fibras de colágeno y una matriz inorgánica, por lo que en un nivel simple se puede analizar como un material compuesto. Los compuestos son materiales de dos o más componentes diferentes, donde la combinación de ambos crea un compuesto con propiedades que son superiores a las de los componentes individuales (Cambridge, 2015).

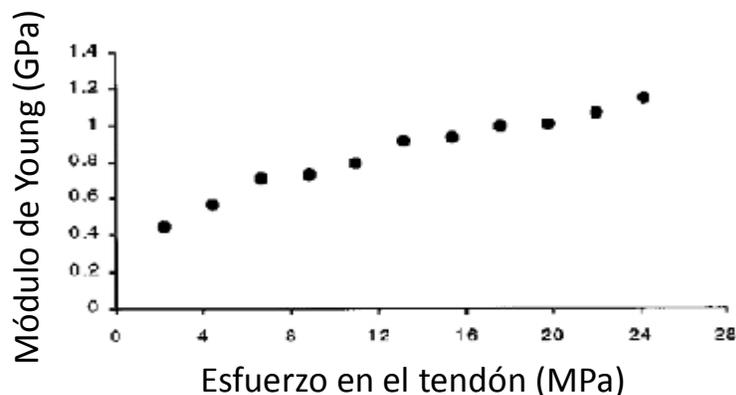


Figura 6 Relación Módulo de Young y esfuerzo en el tendón. (Maganaris & Paul, 1999)

Los huesos son considerados materiales deformables anisotrópicos pues sus propiedades pueden cambiar dependiendo de la carga aplicada y la dirección del tejido óseo, su comportamiento es viscoelástico y obedecen aproximadamente a la ley de Hooke. (Mendoza, 1991). Para el modelo se consideraron los huesos como materiales isotrópicos para efectos de simplicidad a la hora de calcular el módulo de Young y de área uniforme (circular) para unificar los valores de las dimensiones.

#### **5.2.5. Comportamiento mecánico del tendón**

Los tendones actúan como resortes biológicos que se pueden estirar elásticamente almacenando y liberando energía durante la locomoción y regulando el rendimiento mecánico del músculo (Alexander, 1981; Zajac, 1989).

A partir de la pendiente de la curva de fuerza-desplazamiento del tendón, su rigidez puede calcularse como la intersección por la fuerza del tendón. El módulo de Young del tendón sobre las respectivas intersecciones de tensión del tendón se calcula multiplicando el valor de rigidez obtenido por la relación entre la longitud del tendón y el área de la sección transversal del tendón.

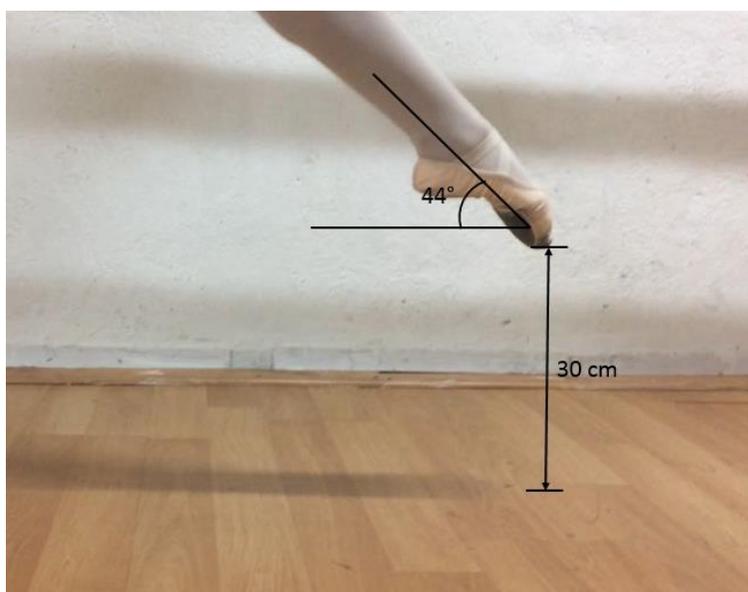
### 5.3. Características del salto estudiado

Nombre: Sissone. (Ver imagen 5) Es un salto conocido en el ballet y otros estilos de danza, que comienza con un impulso de ambas piernas y aterriza en una sola. Parte de la 5<sup>o</sup> posición, se flexionan las rodillas y cuando se produce el salto una pierna se eleva mientras la otra queda apuntando hacia el suelo.



*Imagen 5 Salto de ballet Sissone. Bailarina: Luisa Perico.  
Fotógrafo: Daniel Ricardo Lopez*

Fase 1: Para esta investigación la fase uno (1) se considera el momento en el que el bailarín llega al punto de máxima elevación en el aire, quedando su pierna de impulso completamente estirada en dirección diagonal a la superficie y con el pie apuntado.



*Imagen 6 Fase 1. Salto Sissone*

Fase 2: En esta fase la rodilla esta semi-flexionada y el pie del bailarín entra en contacto con el piso, llegando primero los dedos y el metatarso para suavizar el impacto de la caída.



*Imagen 7 Fase 2. Salto Sissone*

Fase 3: Esta es la fase final del aterrizaje, el pie se encuentra completamente apoyado en la superficie y la rodilla se flexiona en la misma dirección de los dedos para garantizar la alineación de la pierna.



*Imagen 8 Fase 3. Salto Sissone.*

El análisis numérico desarrollado consiste en calcular los esfuerzos soportados por huesos y tendones del pie a partir de la respuesta dinámica de la superficie, medida experimentalmente para los 4 casos de superficies consideradas en este documento.

## 6. METODOLOGÍA

### 6.1. Descripción de superficies

#### 6.1.1. Estudio C-DANZA

Losa aligerada de concreto sobre suelo de cimentación con recubrimiento de espuma de espesor 5mm y acabado en linóleo (ver imagen 9).

Dimensiones: 10.4m x 14m.

Uso: Clases de danza contemporánea, ballet y folklore.

Dirección: Cra. 33 #36-39



*Imagen 9 Estudio de danza CDanza en medio de una de las pruebas de vibración.*

### **6.1.2. Danzazul centro de formación en movimiento**

Losa de entrepiso maciza de concreto con recubrimiento de espuma espesor 3mm y láminas de madera de 8mm (ver imagen 10).

Dimensiones: 5.1m x 8.5m.

Uso: Clases de ballet.

Dirección: Cra. 39#44-78



*Imagen 10 Salón con recubrimiento en madera, Danzazul Centro de formación en movimiento.*

### 6.1.3. Teatro Santander

Superficie de madera soportada por bandas metálicas suspendida en pórtico de acero (ver imagen 11).

Dimensiones: 7.7m x 16m.

Uso: Presentaciones y espectáculos de carácter artístico.

Dirección: calle 33 #19-40



*Imagen 11 Escenario Teatro Santander en medio de una de las pruebas de vibración.*

#### **6.1.4. Centro Cultural del Oriente**

Descripción: Superficie de madera suspendida en bastones de madera separados 1m sobre losa de concreto (ver imagen 12).

Dimensiones: 5.5m x 12m.

Uso: Clases de danza contemporánea y ballet.

Dirección: carrera 19 # 31 - 65



*Imagen 12 Salón de danza Centro cultural del oriente.*

## 6.2. Pruebas de vibración:

Las pruebas diseñadas para las cuatro (4) diferentes superficies usadas para danza escogidas se llevaron a cabo utilizando cuatro (4) acelerómetros PCB Piezotronics 333b50 y una tarjeta de adquisición National Instruments 9234 conectada a través de un chasis usb NI 9171 a un computador portatil.



*Imagen 13 Posicionamiento de equipos pruebas de vibración.*

En todas las superficies, el posicionamiento de los equipos y su separación dependió de las medidas del espacio, haciendo que los acelerómetros quedaran equidistantes y distribuidos cubriendo el mayor área posible.

El software de adquisición SignalExpress de Labview, permitió capturar registros de aceleración con una tasa de muestreo de 1651.6hz, lo que equivale a un diferencial de tiempo de aproximadamente 0.6 milisegundos entre muestras. En total se obtuvieron 160 archivos de 4 canales cada uno, 40 para cada superficie.

### 6.2.1. Diseño de pruebas de vibración

Se realizaron diez (10) pruebas idénticas en cada una de las posiciones mostradas a continuación, resultando un total de 40 pruebas en cada una de las superficies visitadas.

En la figura 7 se representa la primera posición de los acelerómetros y los bailarines, en la que se realizaron las primeras 10 pruebas; los tres (3) acelerómetros con número serial 447, 448 y 385 se ubican en el primer cuarto de la superficie separados uniformemente mientras que el acelerómetro de referencia con número serial 386 se mantiene en medio de los bailarines y en el centro de la superficie.

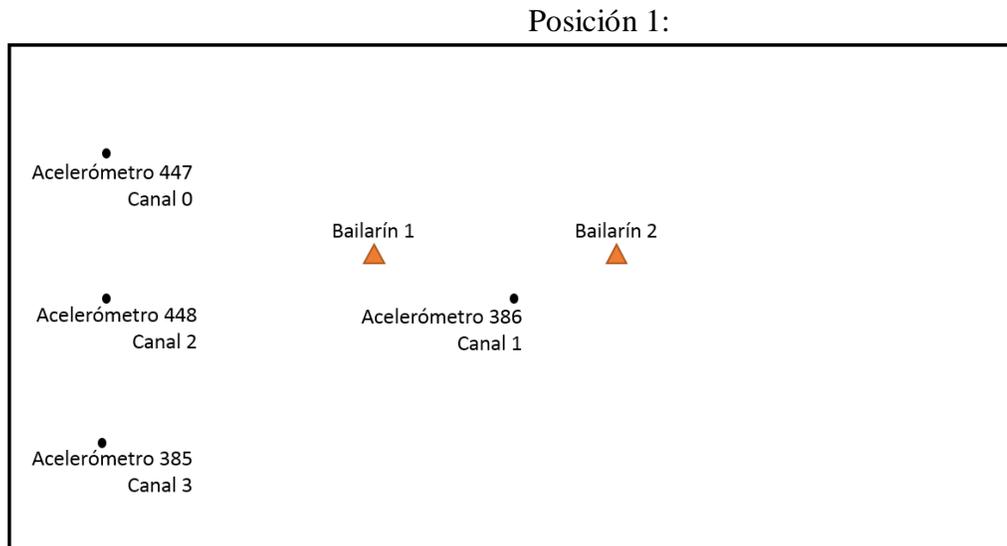


Figura 7 Posición 1. Acelerómetros y bailarines pruebas de vibración.

En la figura 8 se representa la segunda posición, en la que se realizaron las siguientes diez (10) pruebas, los tres (3) acelerómetros 447, 448 y 385 se ubican en el segundo cuarto de la superficie separados uniformemente mientras que el acelerómetro de referencia se mantiene en la misma posición siempre.

### Posición 2:

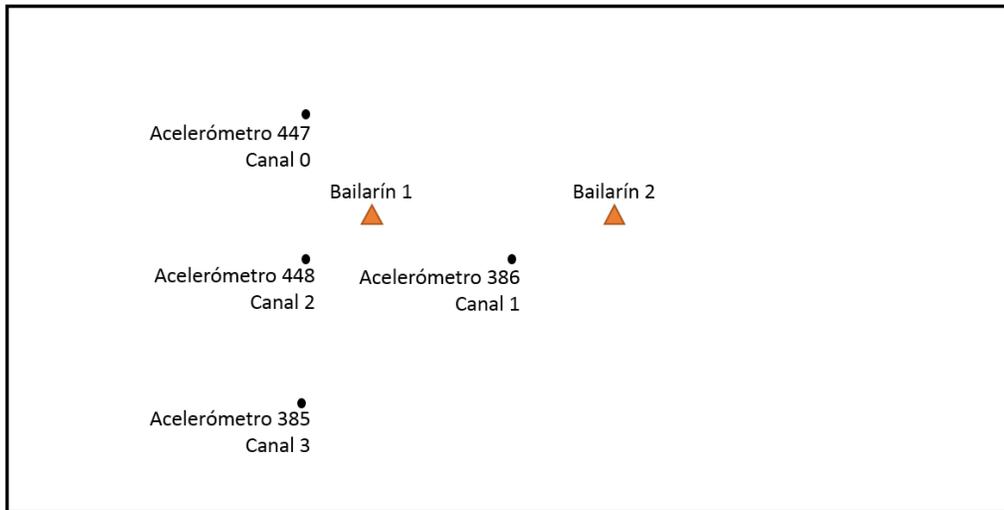


Figura 8 Posición 2. Acelerómetros y bailarines pruebas de vibración.

En la figura 9, los tres (3) acelerómetros 447, 448 y 385 se ubican en el tercer cuarto de la superficie separados uniformemente mientras que los otros elementos se mantienen igual.

### Posición 3:

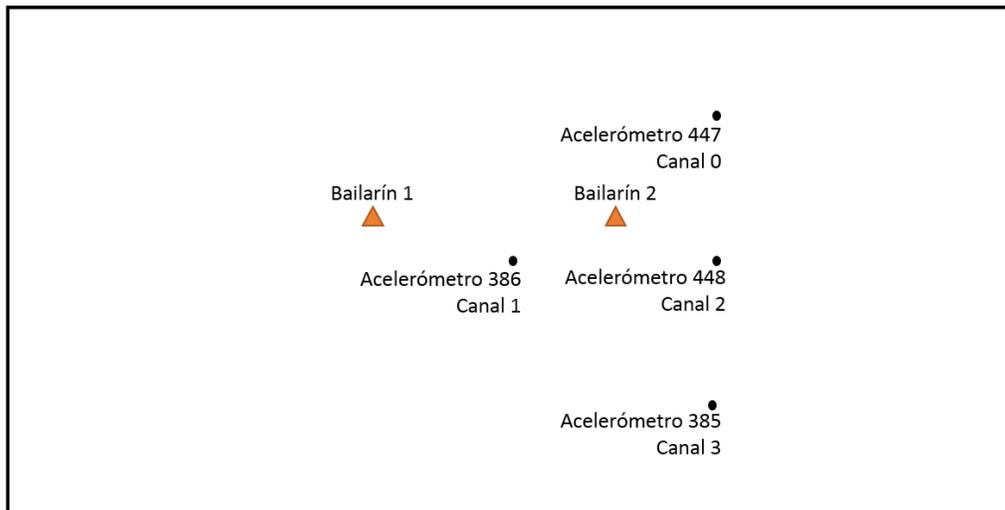


Figura 9 Posición 3. Acelerómetros y bailarines pruebas de vibración.

En la figura 10, los tres (3) acelerómetros 447, 448 y 385 se ubican en el último cuarto de la superficie separados uniformemente.

Posición 4:

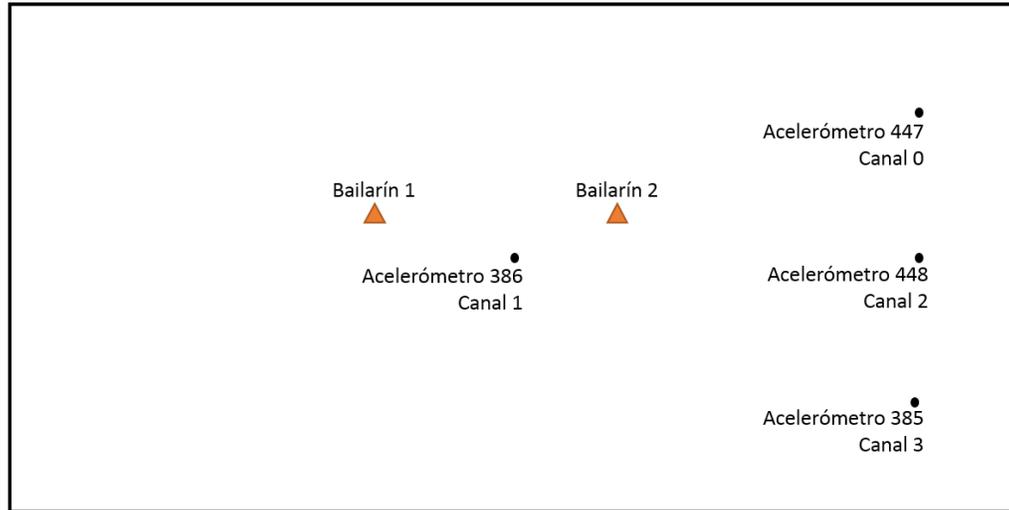


Figura 10 Posición 4. Acelerómetros y bailarines pruebas de vibración.

Cada prueba tuvo una duración de un (1) minuto, en donde cada diez (10) segundos un bailarín hizo un salto, alternando primero el bailarín 1 y luego el 2. En todos los casos se mantuvo un acelerómetro de referencia en el centro de la superficie durante todas las pruebas.

En la figura 11 se muestran las distancias entre acelerómetros usadas en la superficie C-Danza.

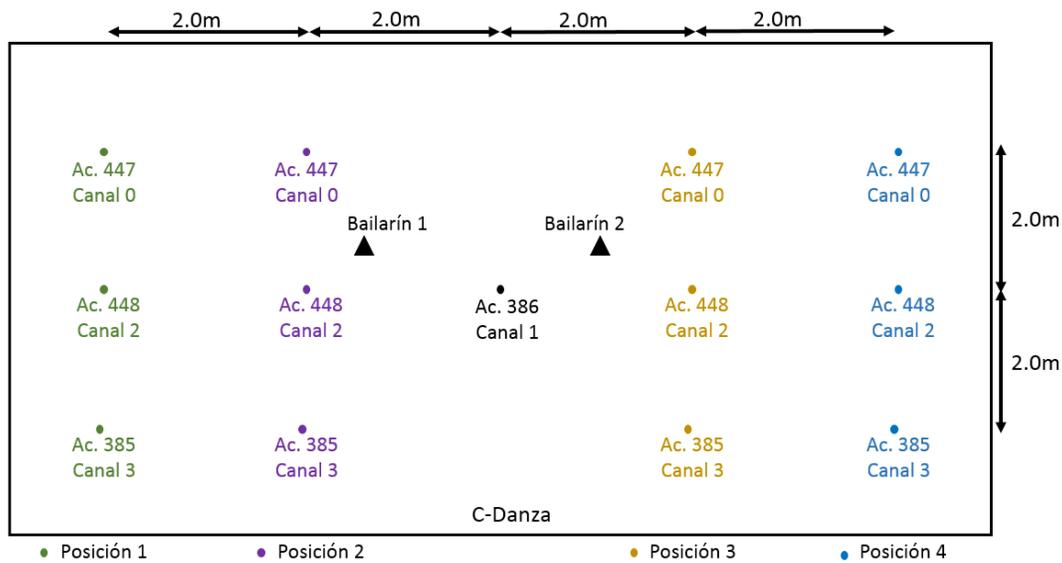


Figura 11 Distancias pruebas de vibración. Superficie C-Danza.

En la figura 12 se muestran las distancias entre acelerómetros usadas en la superficie Danzazul.

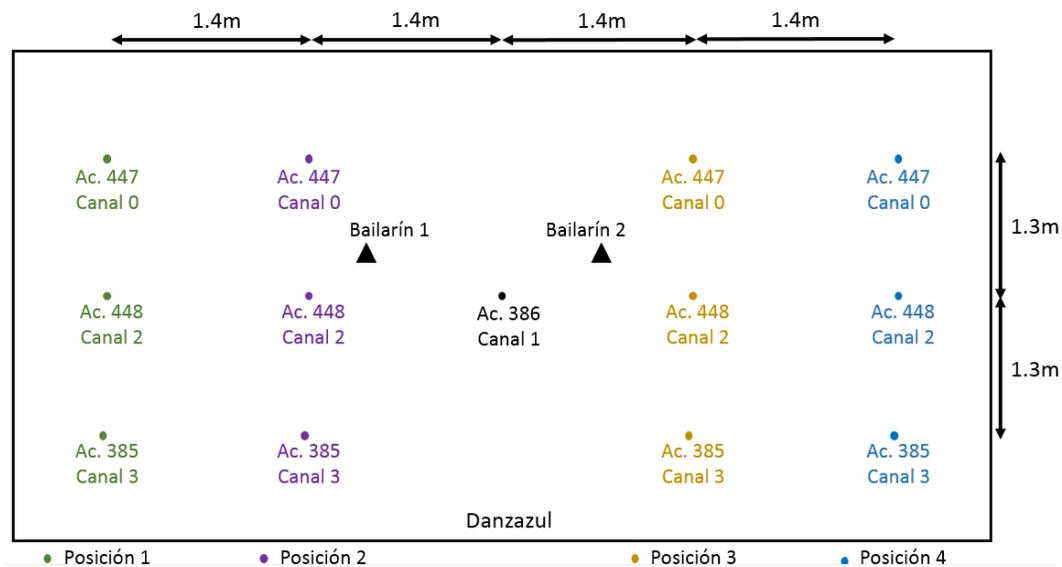


Figura 12 Distancias pruebas de vibración. Superficie Danzazul.

En la figura 13 se muestran las distancias entre acelerómetros usadas en la superficie del Teatro Santander.

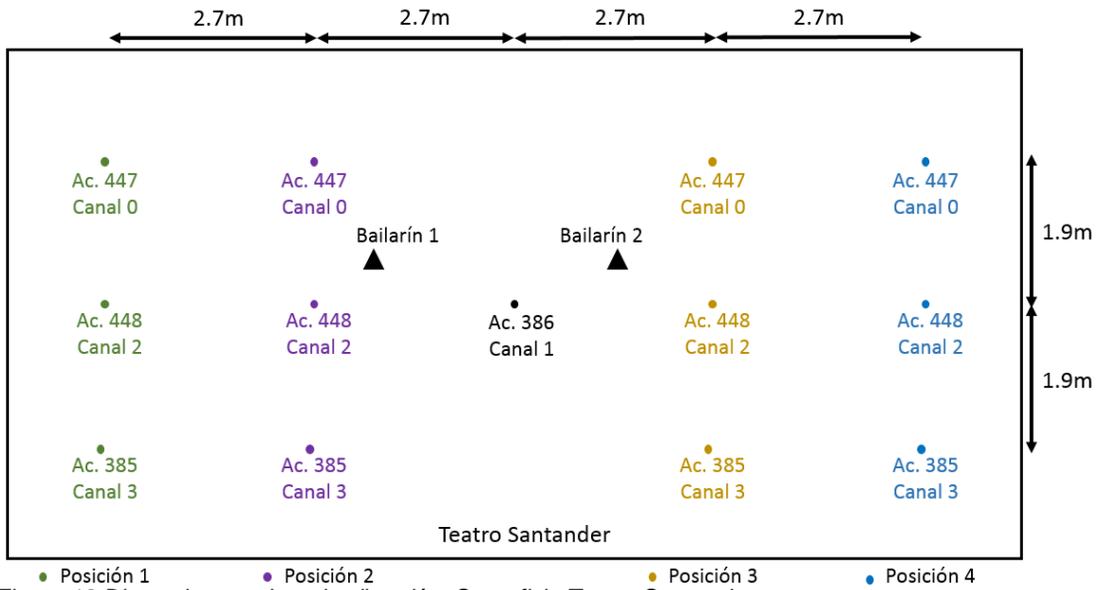


Figura 13 Distancias pruebas de vibración. Superficie Teatro Santander.

En la figura 14 se muestran las distancias entre acelerómetros usadas en la superficie del Centro Cultural del Oriente.

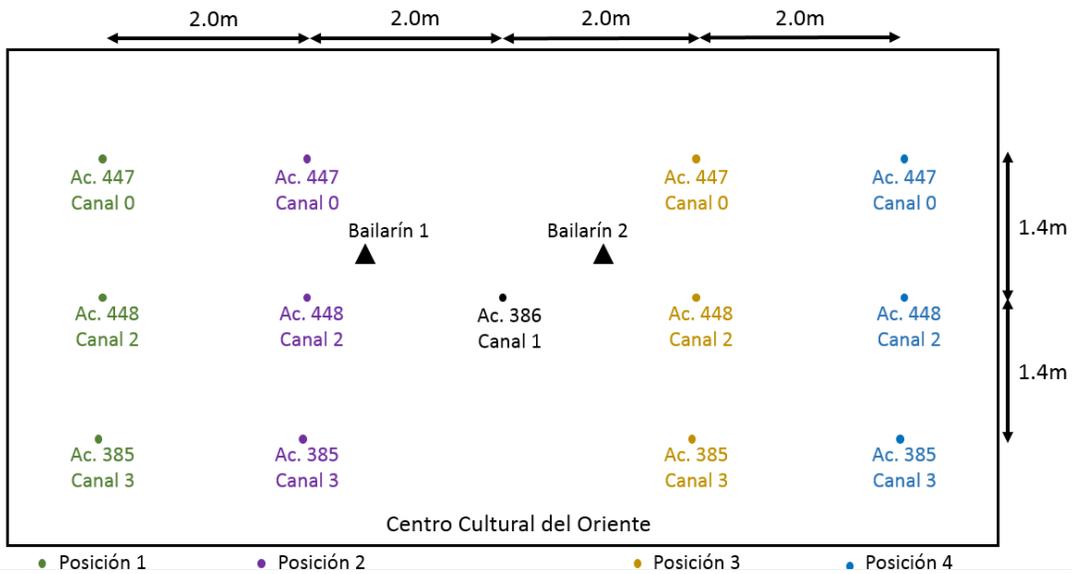


Figura 14 Distancias pruebas de vibración. Superficie Centro Cultural del Oriente.

### **6.3. Procesamiento de datos:**

El procesamiento de los registros de vibración se realiza utilizando Matlab. Los registros fueron pre-procesados removiendo la línea de tendencia central y posteriormente remuestreados a una tasa de 300hz.

La identificación de modos de vibración se realizó utilizando la metodología NExT-ERA (Caicedo, 2011), para lo cual se consideraron los registros de aceleración como vibración ambiental.

La técnica NExT (Natural Excitation Technique) originalmente fue desarrollada por George H. James y Thomas G. Carne en el Laboratorio Nacional de Sandia en 1993 (James, Carne & Lauffer, 1993). La metodología estipula que la correlación que existe entre datos de vibración (aceleraciones, desplazamientos, etc.) usando un canal de referencia, son análogas a la respuesta estructural debida a impulsos unitarios, siempre y cuando la fuente de vibración pueda considerarse aleatoria o de ruido blanco (Howard, 2004). La condición de ruido blanco establece que el espectro de frecuencias de la señal de entrada es plano, como sucede con las señales de tipo impacto.

La técnica ERA (Eigensystem Realization Algorithm) fue desarrollado por Juang y Pappa (1985). La técnica se basa en la teoría de mínima realización de sistemas (Ogata, 2003), la cual identifica matrices de estado en registros de vibración estructural. Las matrices de estado representan matemáticamente un sistema físico (funcione de transferencia,  $T_{xy}$ ), y permiten predecir la respuesta del sistema dada una señal de entrada:

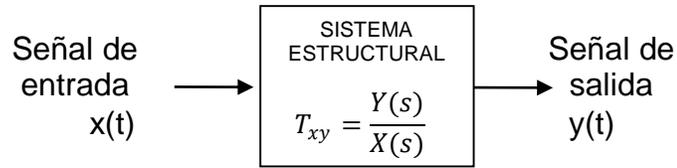


Figura 15 Representación esquemática de un sistema estructural

La técnica ERA requiere que las señales de entrada sean funciones de respuesta estructural ante impulsos unitarios (IRF). Es por ello que las técnicas NExT y ERA se utilizan de manera conjunta.

#### 6.4. Modelamiento de superficies:

Modelo aproximado de las superficies de danza en el software SAP2000 y determinación de modos de vibración para cada caso.

##### 6.4.1. Estudio CDanza

La primera superficie analizada consiste en una losa de concreto a nivel del suelo. Este tipo de superficie se puede considerar de tipo cimentación (elemento estructural completamente apoyado sobre el suelo). Esta característica lo hace difícil de modelar, puesto que requiere análisis de tipo interacción suelo-estructura (análisis para determinar la deformación del suelo ante las cargas verticales transmitidas). La simplificación numérica de la estructura requiere asumir un corte transversal al elemento estructural, el cual se modela como una sección con deformación plana (Cook, Malkus, Plesha, & Witt, 1974). El análisis numérico provee un acercamiento al comportamiento modal de la superficie, sin embargo los valores de frecuencias obtenidos del análisis modal pueden discrepar significativamente de los que se esperarían en el caso experimental.

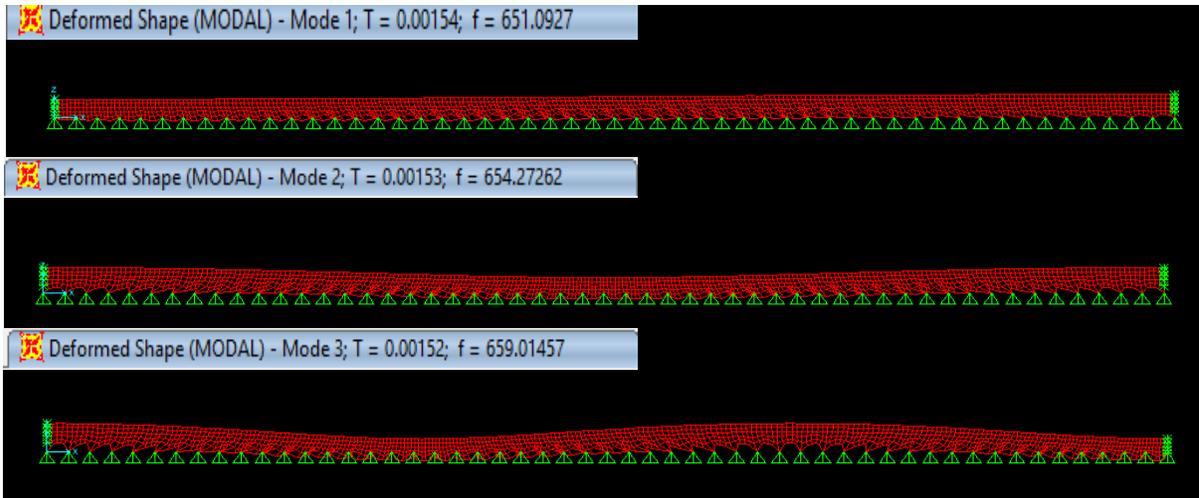


Figura 16 Modos de vibración 1, 2 y 3. Modelación de superficie CDanza

Algunos modos de vibración encontrados se muestran en la figura 16, en donde las frecuencias  $f_n$  fueron 651.1 Hz, 654.3 Hz y 659.0 Hz respectivamente para los primeros 3 modos de vibración. En la figura 17 se muestran los siguientes tres (3) modos encontrados con frecuencias de 664.6 Hz, 670.5 Hz y 676.4 Hz respectivamente. Los modos de vibración encontrados muestran movimientos solo en los nodos superiores pues la losa se encuentra completamente empotrada.

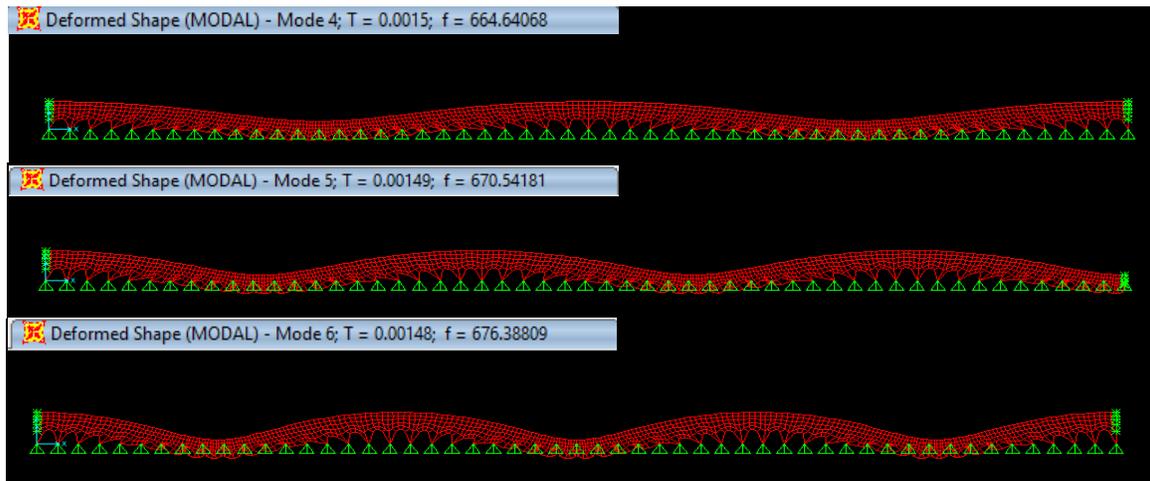
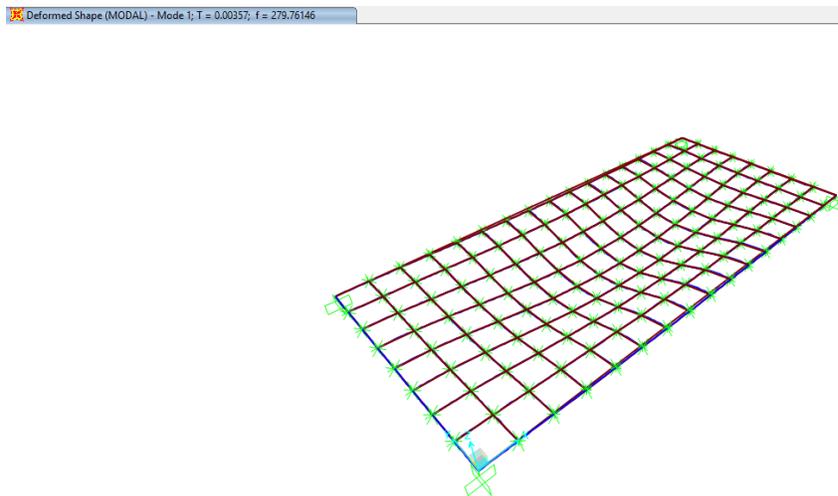


Figura 17 Modos de vibración 4, 5 y 6. Modelación de superficie CDanza

#### 6.4.2. Academia Danzazul

A diferencia de la superficie #1, la superficie #2 consiste en una losa de entrepiso maciza de concreto con recubrimiento de espuma y láminas de madera, lo que permite modelarla como una estructura horizontal con restricción de desplazamiento vertical en los bordes libres, con las especificaciones de los materiales presentes. Nuevamente, es posible que la consideración del modelo numérico como placa maciza redonde en resultados que difieren con las frecuencias experimentales halladas. Sin embargo, es la forma modal la que interesa analizar en esta sección.



*Figura 18 Modo de vibración 1. Modelación de superficie Danzazul*

En la figura 18 se muestra el primer modo de vibración encontrado, con una frecuencia  $f_n$  de 279.8 Hz. Este modo muestra movimiento solo en el centro de la losa, en el punto de mayor deflexión.

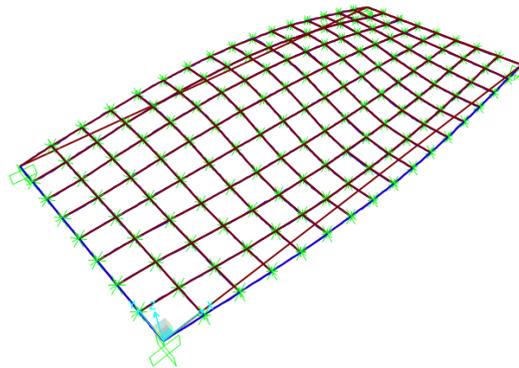


Figura 19 Modo de vibración 2. Modelación de superficie Danzazul

En la figura 19 se muestra el segundo modo de vibración, con una frecuencia  $f_n$  de 327.9 Hz. Este modo presenta movimientos verticales contrarios en los bordes de la losa.

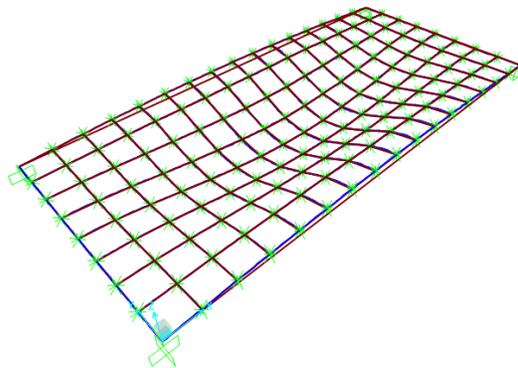


Figura 20 Modo de vibración 3. Modelación de superficie Danzazul

En la figura 20 se muestra el tercer modo de vibración, con una frecuencia  $f_n$  de 355.7 Hz. En este modo de vibración los bordes opuestos realizan el mismo movimiento mientras que el centro va en sentido contrario.

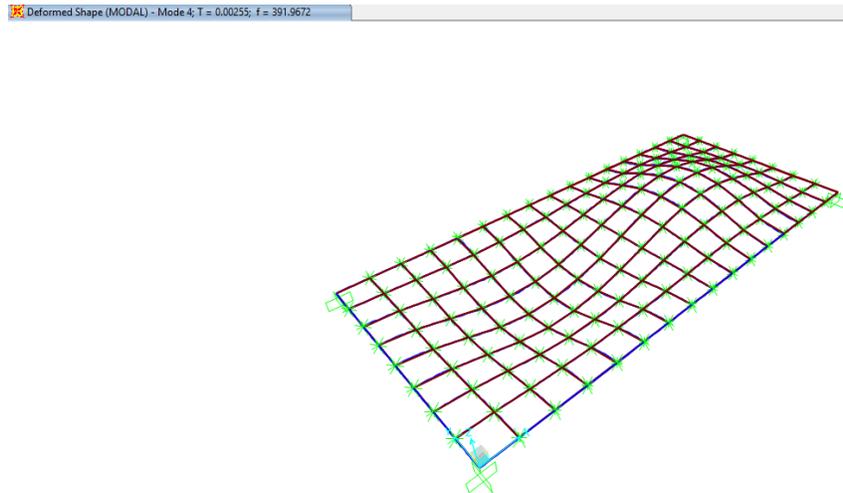


Figura 21 Modo de vibración 4. Modelación de superficie Danzazul

En la figura 21 se muestra el cuarto modo de vibración con una frecuencia  $f_n$  de 392.0 Hz. En este modo de vibración una mitad de la losa sube mientras que la otra baja.

#### 6.4.3. Salón Centro Cultural del Oriente

La superficie #3 es similar a la analizada en el caso #2, puesto que también consiste en una losa maciza de concreto con recubrimiento de láminas de madera suspendidas. Los parámetros para la modelación son similares a los utilizados para el modelo #2. Algunos modos de vibración encontrados fueron:

En la figura 22 se muestra el primer modo de vibración, con una frecuencia  $f_n$  de 65.3 Hz. En este modo la superficie se pandea transversalmente en su punto de mayor deflexión.

Deformed Shape (MODAL) - Mode 1; T = 0.01531; f = 65.31395

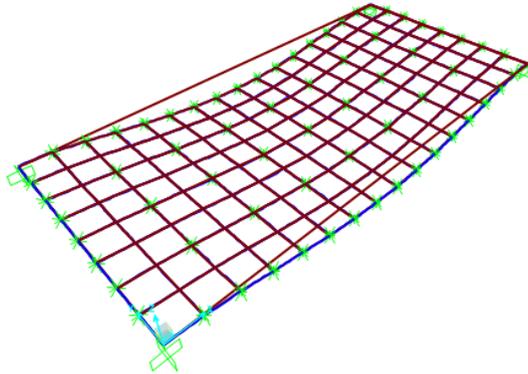


Figura 22 Modo de vibración 1. Modelación de superficie Centro cultural del oriente.

En la figura 23 se muestra el segundo modo de vibración, con una frecuencia  $f_n$  de 91.1 Hz. En este modo los bordes longitudinales de la superficie se mueven de forma opuesta.

Deformed Shape (MODAL) - Mode 2; T = 0.01098; f = 91.10971

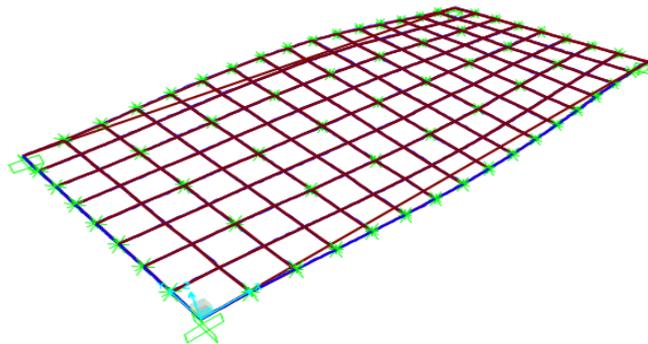


Figura 23 Modo de vibración 2. Modelación de superficie Centro cultural del oriente.

En la figura 24 se muestra el tercer modo de vibración, con una frecuencia  $f_n$  de 179.6 Hz. En este modo la superficie se pandea transversalmente en forma de “s”.

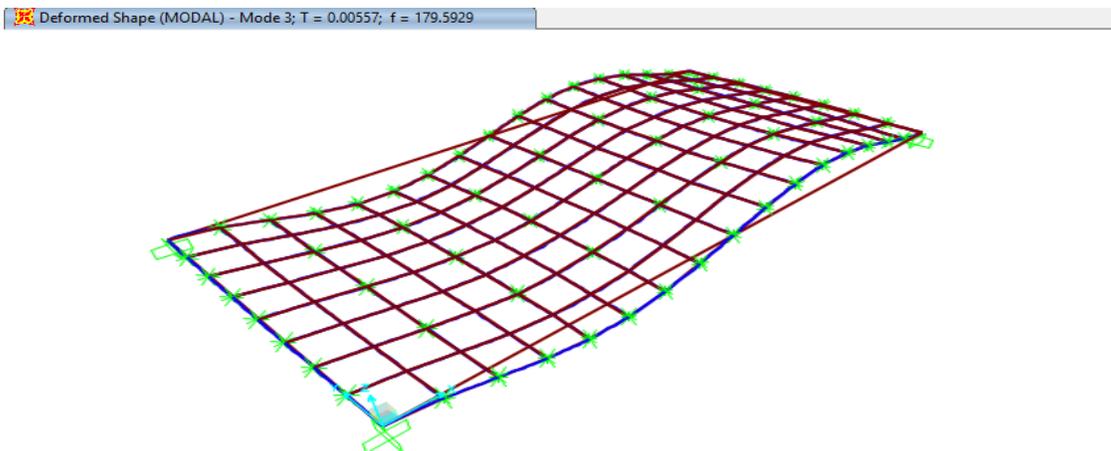


Figura 24 Modo de vibración 3. Modelación de superficie Centro cultural del oriente.

En la figura 25 se muestra el cuarto modo de vibración, con una frecuencia  $f_n$  de 208.6 Hz. En este modo la superficie se pandea irregular y asimétricamente.

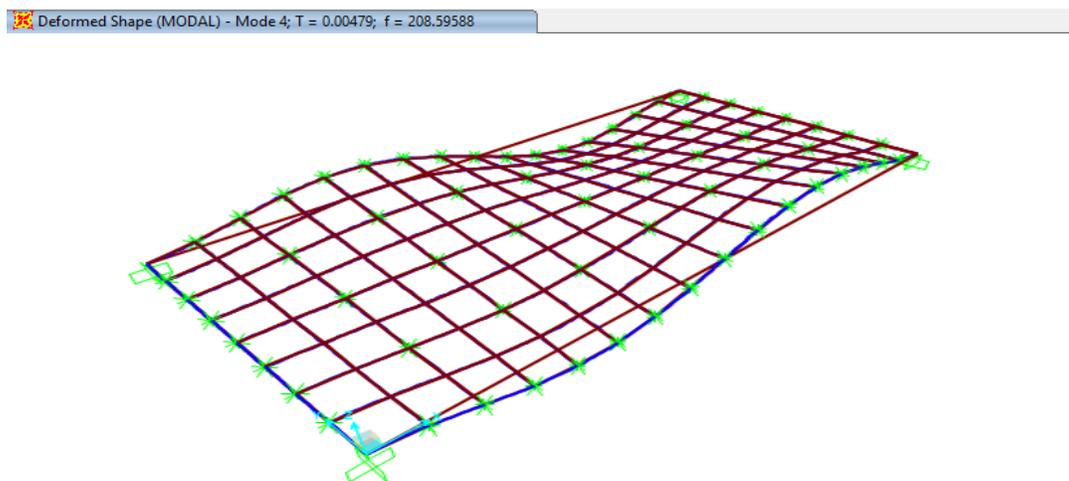


Figura 25 Modo de vibración 4. Modelación de superficie Centro cultural del oriente.

#### 6.4.4. Escenario Teatro Santander

Por último, la superficie #4 consiste en una superficie de madera suspendida en estructura metálica, lo que permite suponer una mayor flexibilidad y confort desde el punto de vista del bailarín. Los resultados del análisis dinámico fueron:

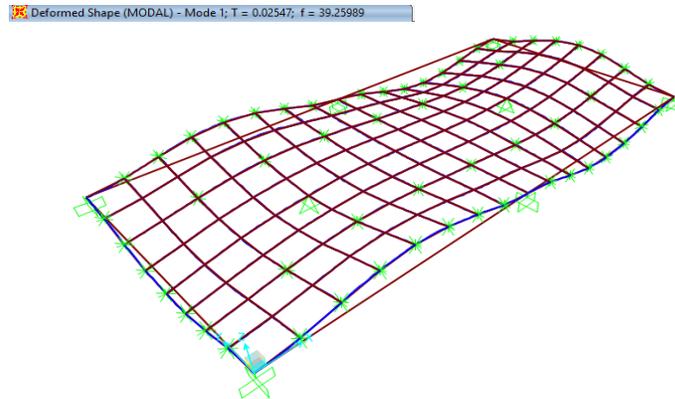


Figura 26 Modo de vibración 1. Modelación de superficie Teatro Santander.

En la figura 26 se muestra el primer modo de vibración, con una frecuencia  $f_n$  de 39.2 Hz. En este modo la superficie se pandea tanto longitudinal como transversalmente.

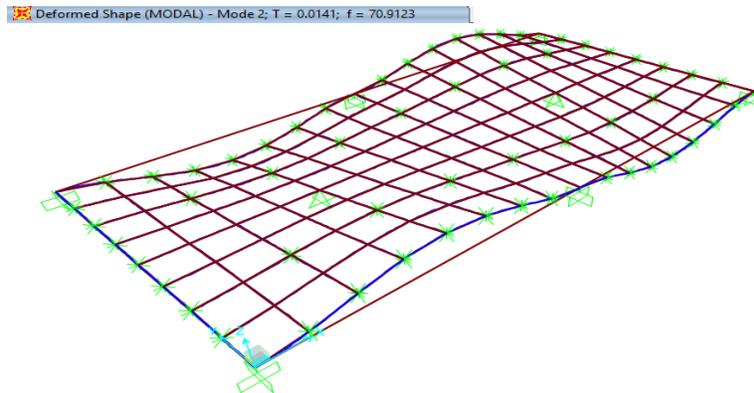


Figura 27 Modo de vibración 2. Modelación de superficie Teatro Santander.

En la figura 27 se muestra el segundo modo de vibración, con una frecuencia  $f_n$  de 70.9 Hz. En este modo la superficie presenta un pandeo torsional.

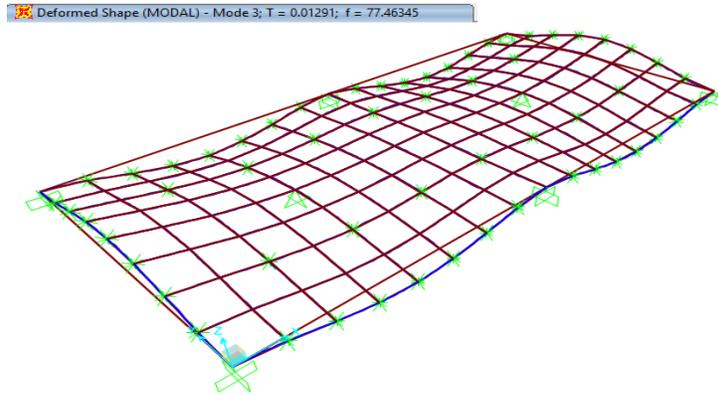


Figura 28 Modo de vibración 3. Modelación de superficie Teatro Santander.

En la figura 28 se presenta el tercer modo de vibración, con una frecuencia  $f_n$  de 77.5 Hz. En este modo la superficie muestra dos pandeos cóncavos en dirección transversal a la superficie.

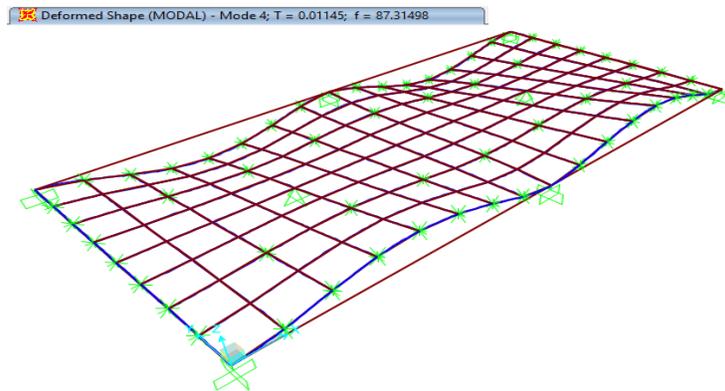


Figura 29 Modo de vibración 4. Modelación de superficie Teatro Santander.

En la figura 29 se muestra el cuarto modo de vibración, con una frecuencia  $f_n$  de 87.3 Hz. En este modo la superficie se deforma tanto longitudinal como transversalmente.

## 7. Resultados

### 7.1. Resultados del procesamiento de datos de las pruebas de vibración

#### 7.1.1. Studio CDanza

En la figura 30 se muestran los registros de aceleración típicos de la prueba realizada, en el que se muestran los picos representativos de los saltos que realizó cada bailarín. Se muestran los 4 canales utilizados en la prueba, para los cuales el verde corresponde al canal de referencia, ubicado en el punto de mayor deflexión. La figura superior corresponde a la señal original ( $fs=1651.6$  hz) y la figura inferior corresponde a la señal remuestreada ( $fs=300$ hz).

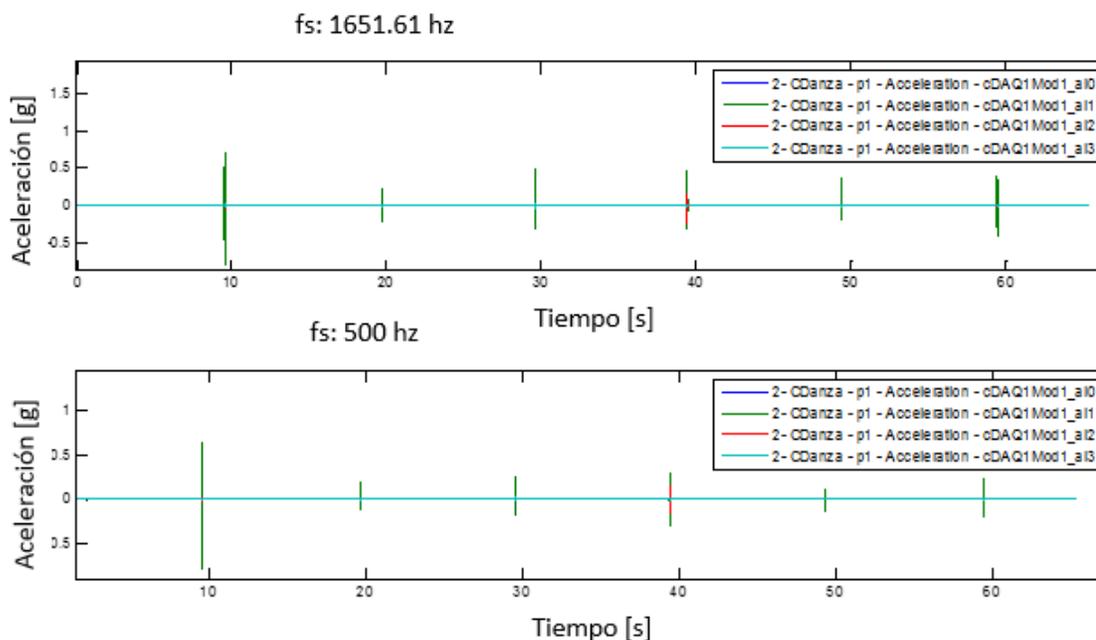


Figura 30 Registro de aceleración, posición 1. Prueba de vibración Studio CDanza

En la figura 31 muestra el espectro de frecuencias de la señal remuestreada y la señal IRF de cada canal, obtenida al aplicar la técnica NExT. Las señales IRF obtenidas con NExT son procesadas por la técnica ERA y las frecuencias obtenidas se muestran en el diagrama de estabilización mostrado en la figura 32. El diagrama de estabilización

superpone los espectros de frecuencia de las señales IRF y las frecuencias de vibración obtenidas por la técnica ERA, para facilitar la interpretación de los resultados.

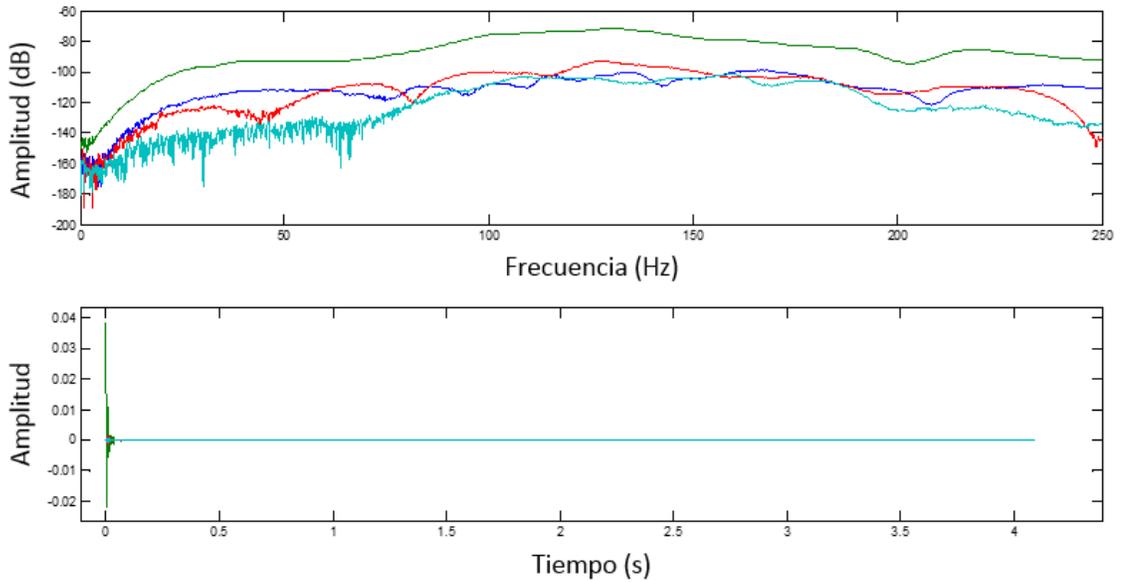


Figura 31 Espectro de frecuencias (arriba) y función de respuesta IRF (abajo) para la posición 1. Prueba de vibración Studio CDanza.

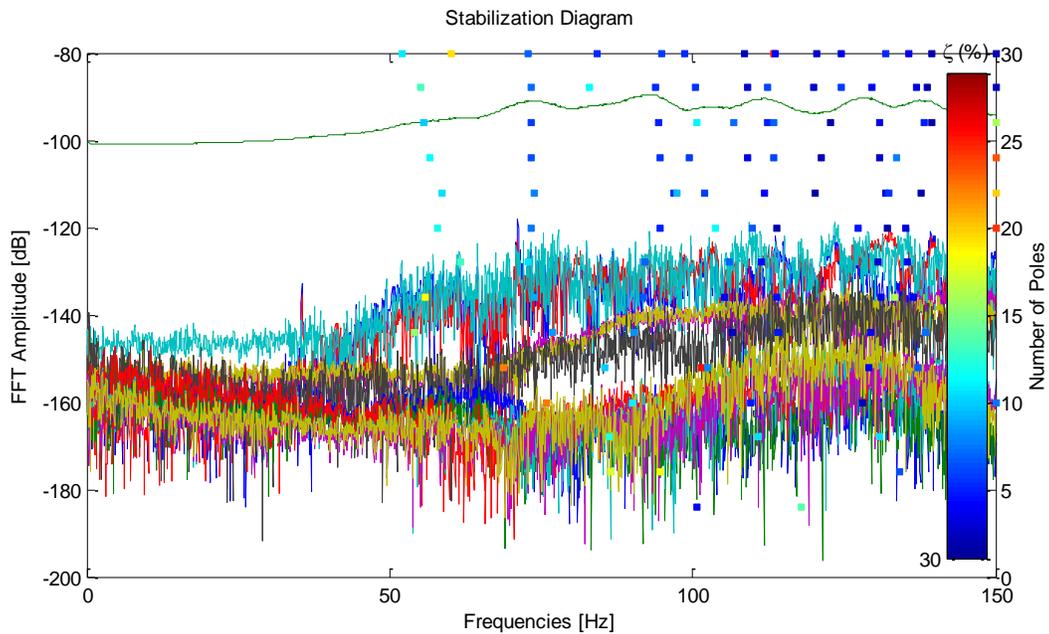


Figura 32 Diagrama de estabilización. Prueba de vibración Studio CDanza

La figura 33 muestra la distribución espacial de los grados de libertad monitoreados durante la prueba de vibración para esta superficie.

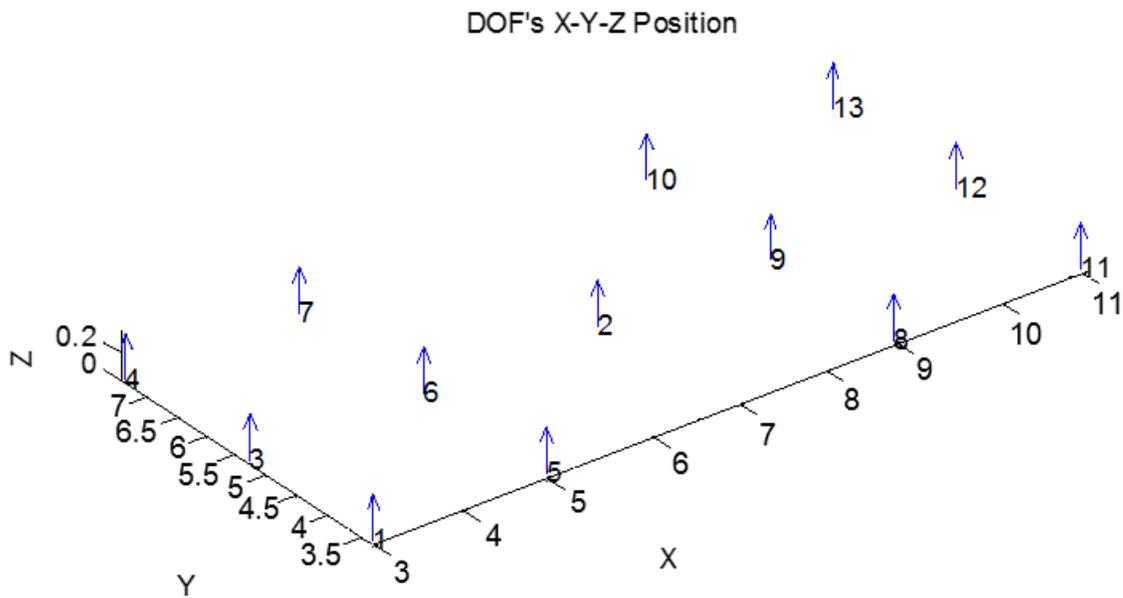


Figura 33 Posicionamiento y dirección de los acelerómetros. Prueba de vibración Studio CDanza

En la figura 34 se muestra el primer modo de vibración obtenido en esta superficie, con una frecuencia  $f_n$  de 126.4 hz y una razón de amortiguamiento  $\zeta$  del 4.2%. El modo de vibración experimental se extrapola para generar el contorno que muestre la deformación de toda la superficie:

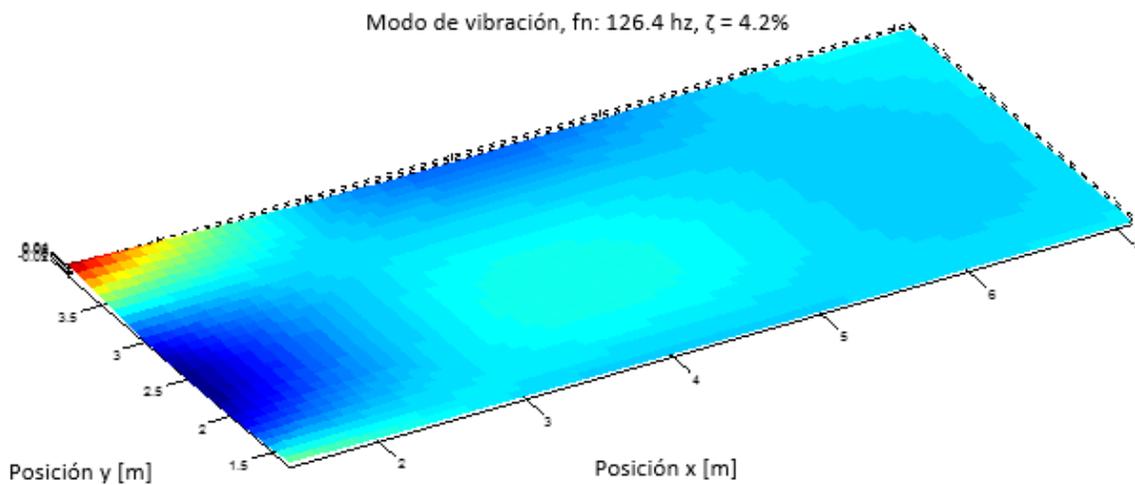


Figura 34 Primer modo de vibración. Prueba de vibración Studio CDanza

El modo de vibración obtenido en la prueba anterior indica un modo típico de una superficie (modo tipo membrana). La frecuencia de vibración es muy alta (126.4 hz), indicando una alta rigidez de la estructura. El amortiguamiento puede considerarse típico de estructuras civiles ( $\zeta = 4.2\%$ ). Desde el punto de vista estructural, el modo de vibración descrito en el párrafo anterior puede considerarse normal, sin embargo, para el bailarín representa una superficie que podría no proveer comodidad.

### 7.1.2. Teatro Santander

En la figura 35 se muestra uno de los registros de aceleración para esta prueba. Se muestran los 4 canales utilizados en la prueba, el verde corresponde al canal de referencia. La figura superior corresponde a la señal original (fs=1651.6 hz) y la figura inferior corresponde a la señal remuestreada (fs=500hz).

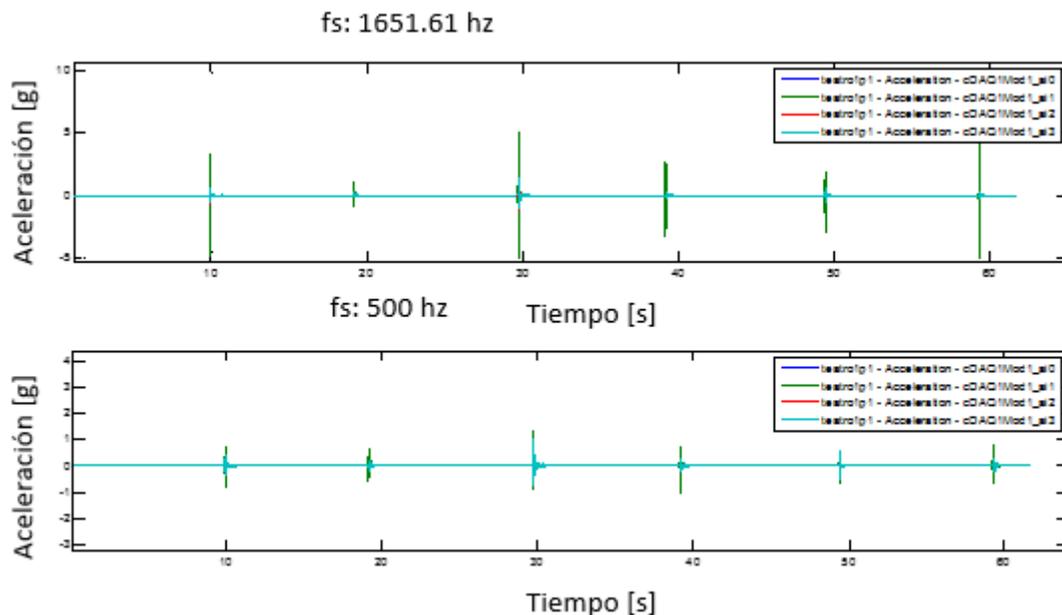


Figura 35 Registro de aceleración, posición 1. Prueba de vibración Teatro Santander.

En la figura 36 muestra el espectro de frecuencias de la señal remuestreada (figura superior). La figura inferior corresponde a la señal IRF de cada canal, obtenida al aplicar la

técnica NExT. Las señales IRF obtenidas con NExT son procesadas por la técnica ERA y las frecuencias obtenidas se muestran en el diagrama de estabilización mostrado en la figura 37.

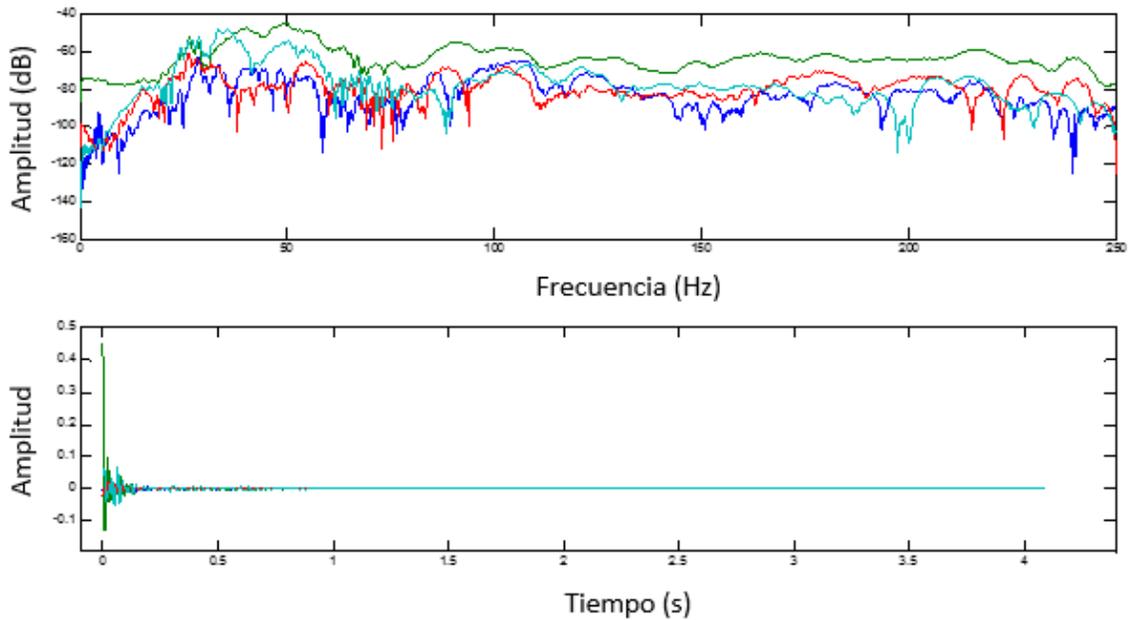


Figura 36 Espectro de frecuencias (arriba) y función de respuesta IRF (abajo) para la posición 1. Teatro Santander.

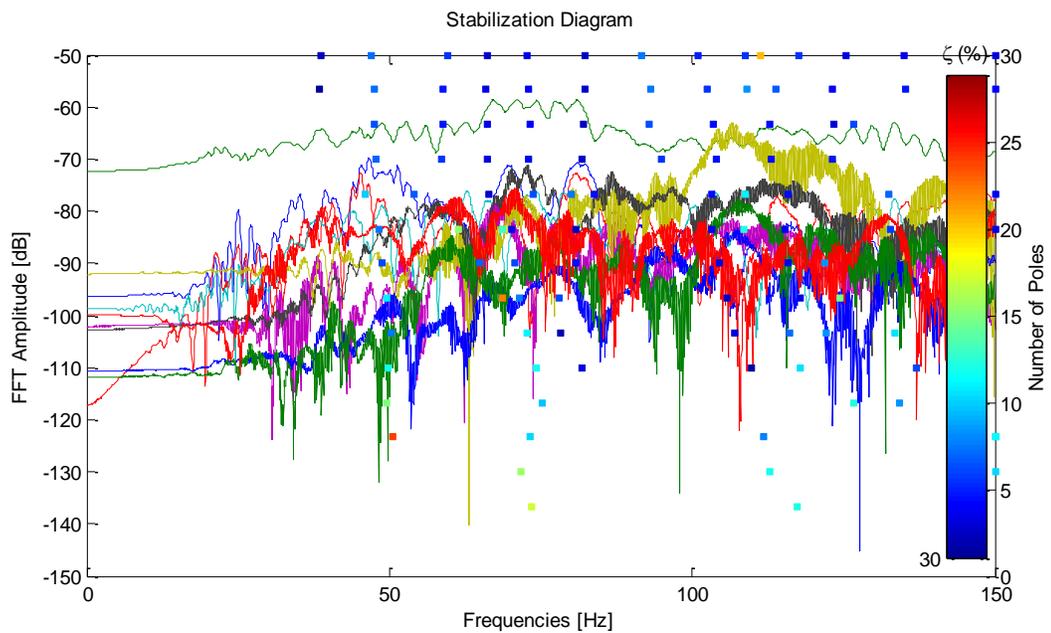


Figura 37 Diagrama de estabilización. Prueba de vibración Teatro Santander.

La figura 38 muestra la distribución espacial de los grados de libertad monitoreados durante la prueba de vibración para esta superficie.

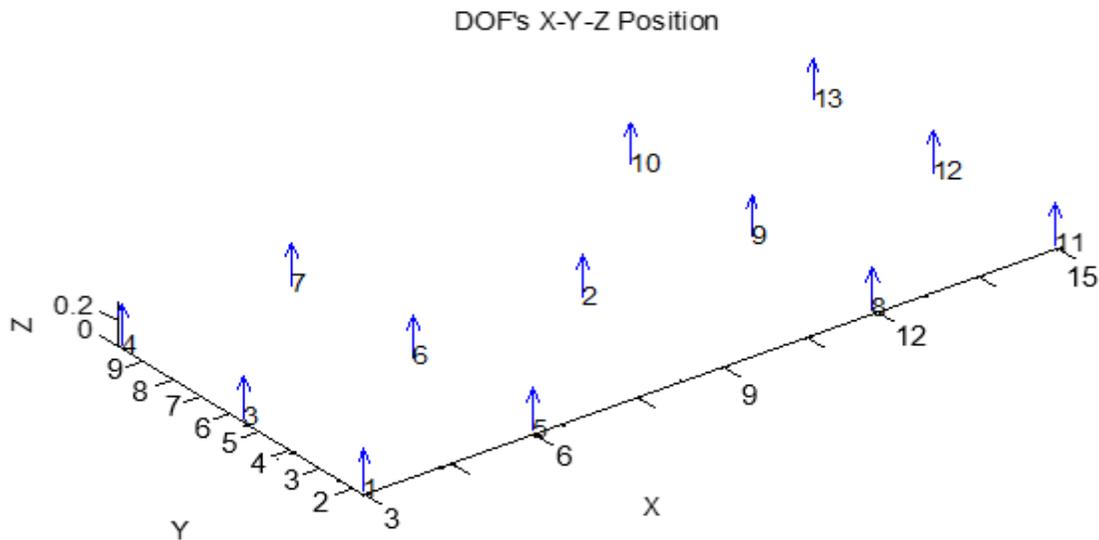


Figura 38 Posicionamiento y dirección de los acelerómetros. Prueba de vibración. Teatro Santander.

En la figura 39 se muestra el primer modo de vibración obtenido en esta superficie, con una frecuencia  $f_n$  de 38.6 hz y una razón de amortiguamiento  $\zeta$  del 8.9%. El modo de vibración experimental se extrapola para generar el contorno que muestre la deformación de toda la superficie:

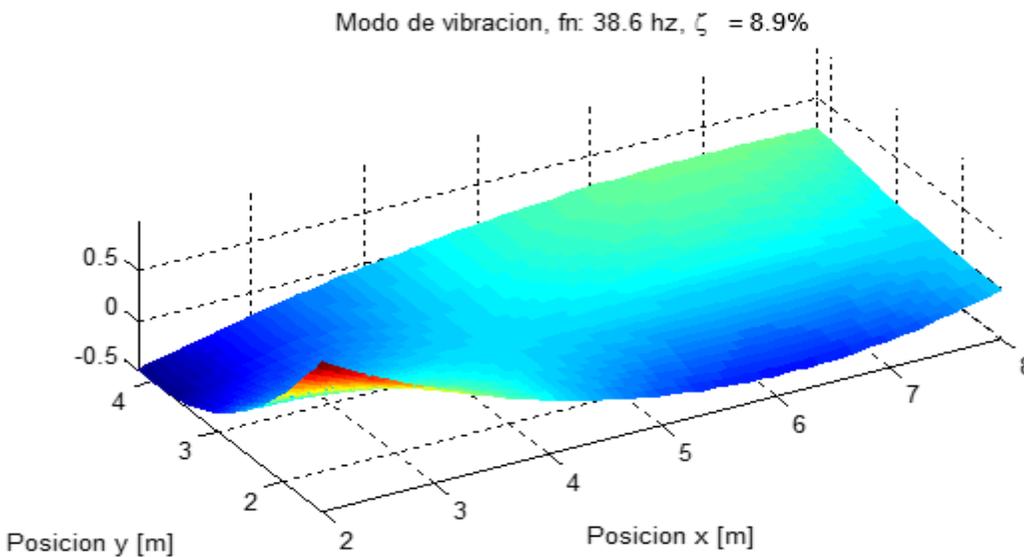


Figura 39 Primer modo de vibración. Prueba de vibración Teatro Santander.

La frecuencia de vibración del modo anterior es baja (38.6 hz), indicando una alta flexibilidad de la estructura. El amortiguamiento es mayor que los valores típicos de estructuras civiles ( $\zeta = 8.9\%$ ), siendo el mayor de todas las superficies analizadas; esto debido a la estructura metálica que sostiene la superficie hecha de madera. Gracias a las características dinámicas de esta superficie, el bailarín siente comodidad a la hora de ejecutar combinaciones de saltos y movimientos de impacto.

### 7.1.3. Salón Centro Cultural del Oriente

En la figura 40 se muestran los registros de aceleración del salón del Centro Cultural del Oriente. La figura superior corresponde a la señal original (fs=1651.6 hz) y la figura inferior corresponde a la señal remuestreada (fs=500hz).

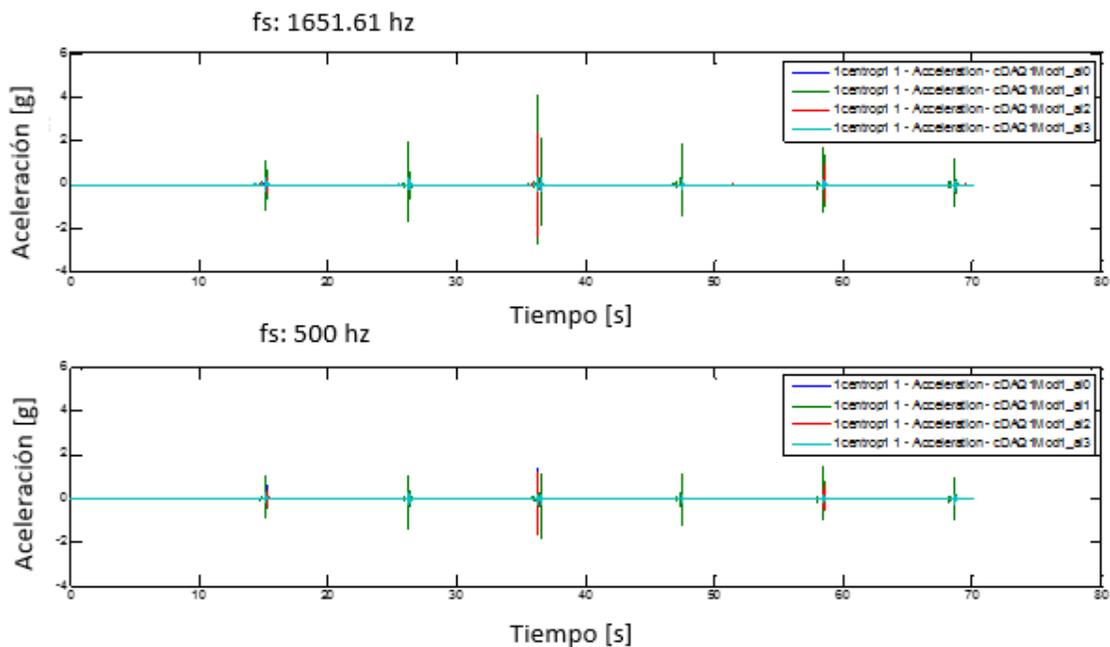


Figura 40 Registro de aceleración, posición 1. Prueba de vibración Salón C. Cultural del oriente.

En la figura 41 muestra el espectro de frecuencias de la señal remuestreada (figura superior). La figura inferior corresponde a la señal IRF de cada canal, obtenida al aplicar la técnica NExT. Las señales IRF obtenidas con NExT son procesadas por la técnica ERA y las frecuencias obtenidas se muestran en el diagrama de estabilización mostrado en la figura 42.

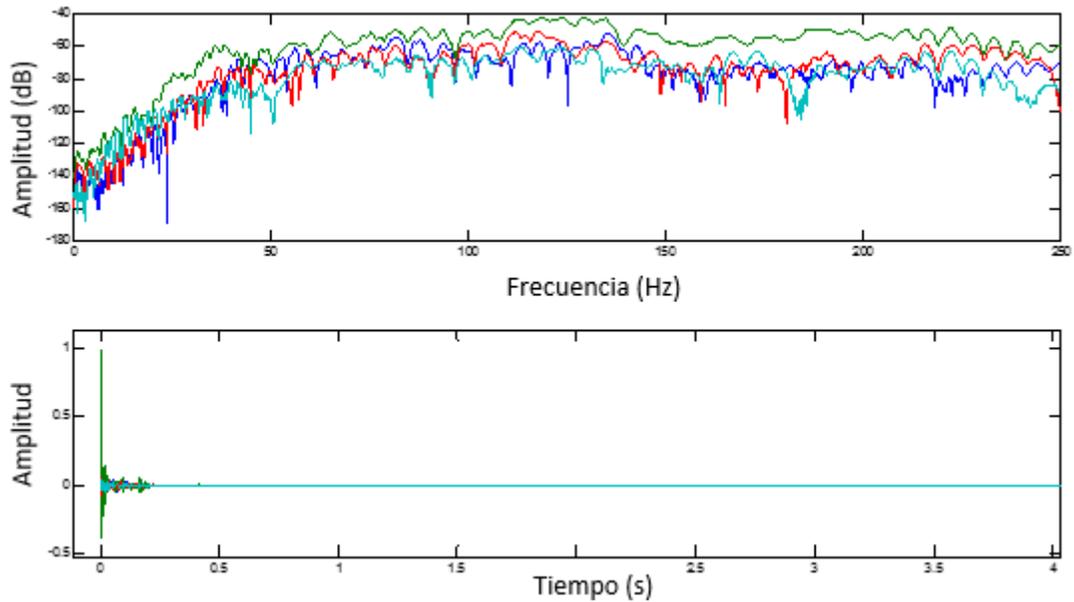


Figura 41 Espectro de frecuencias (arriba) y función de respuesta IRF (abajo) para la posición 1. Prueba de vibración Salón C. Cultural del oriente.

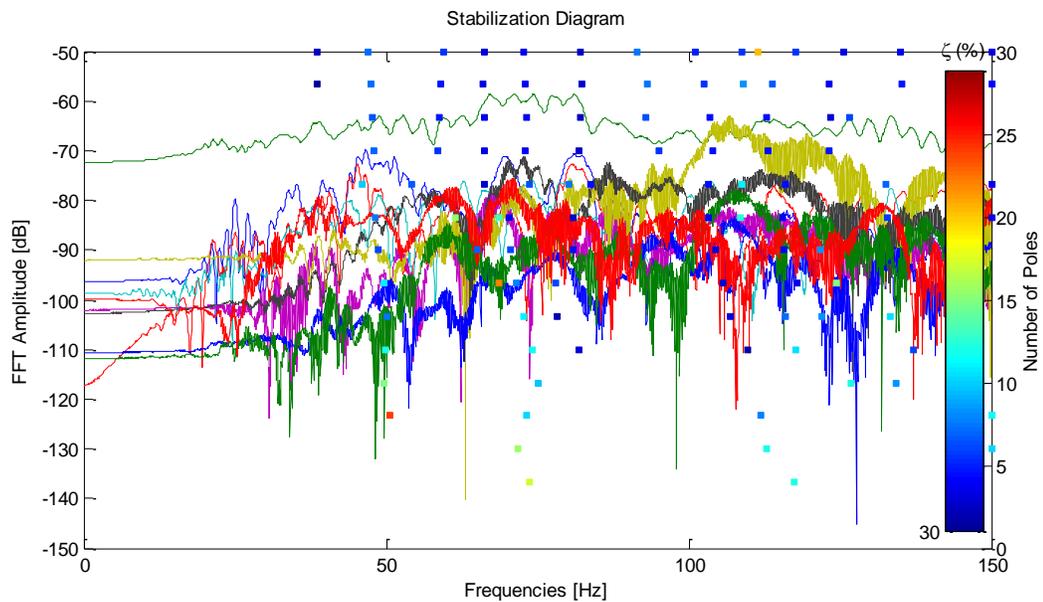


Figura 42 Diagrama de estabilización. Prueba de vibración Salón C. Cultural del oriente.

La figura 43 muestra la distribución espacial de los grados de libertad monitoreados durante la prueba de vibración para esta superficie.

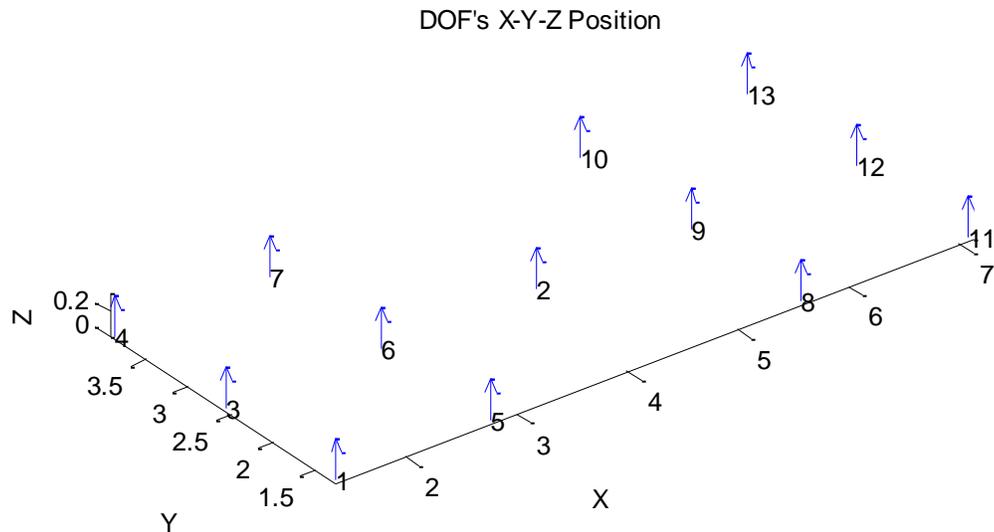


Figura 43 Posicionamiento y dirección de los acelerómetros. Prueba de vibración. Salón C. Cultural del oriente.

En la figura 44 se muestra el primer modo de vibración obtenido en esta superficie, con una frecuencia  $f_n$  de 63.4 hz y una razón de amortiguamiento  $\zeta$  del 8.1%. El modo de vibración experimental se extrapola para generar el contorno que muestre la deformación de toda la superficie:

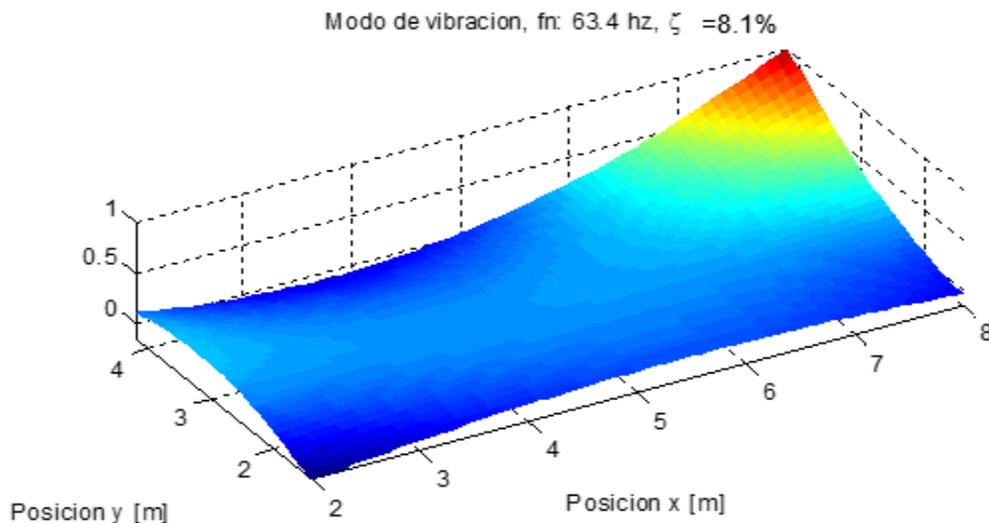


Figura 44 Primer modo de vibración. Prueba de vibración Salón C. Cultural del oriente.

La frecuencia de vibración en el modo anterior es relativamente baja (3.4 hz), indicando cierto grado de flexibilidad de la estructura. El amortiguamiento es mayor que los valores típicos de estructuras civiles ( $\zeta = 8.1\%$ ), este valor se le atribuye al sistema de amortiguamiento incorporado en esta superficie, donde las laminas de madera del acabado estan separadas de la losa de concreto por bastones de madera distribuidos uniformemente en toda el área, dejando espacios de vacío entre ellos. Gracias a las características dinámicas de esta superficie, el bailarín siente mayor grado de comodidad a la hora de ejecutar combinaciones de saltos y movimientos de impacto.

#### 7.1.4. Danzazul centro de formación en movimiento

En la figura 45 se muestran los registros de aceleración captados por los sensores, los puntos más altos representan los saltos que realizó cada bailarín. La figura superior corresponde a la señal original (fs=1651.6 hz) y la figura inferior corresponde a la señal remuestreada (fs=500hz). Los colores representan los 4 canales utilizados en la prueba, el verde corresponde al canal de referencia, ubicado en el punto de mayor deflexión.

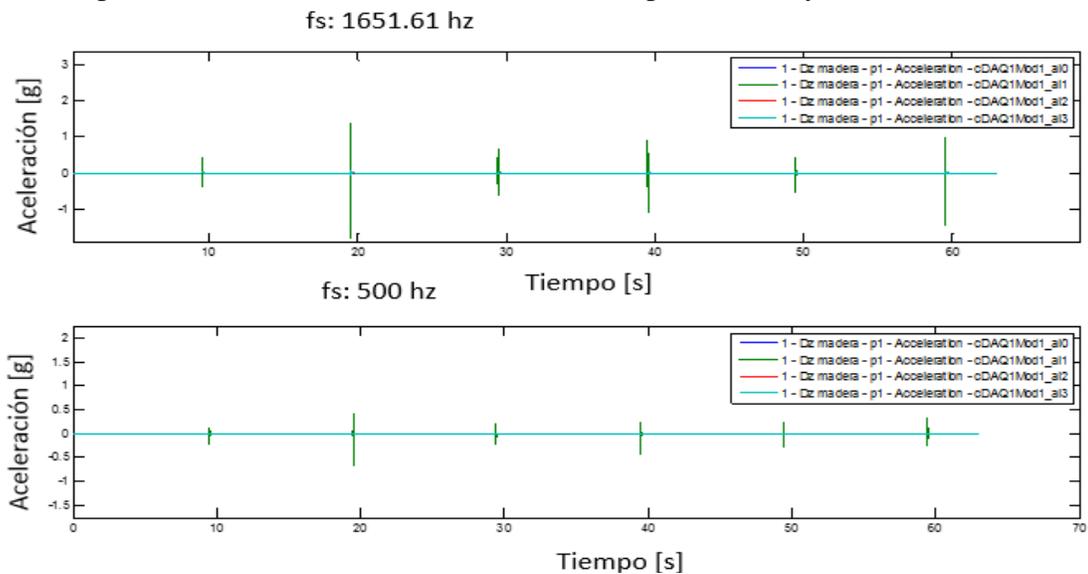


Figura 45 Registro de aceleración, posición 1. Prueba de vibración Academia Danzazul.

En la figura 46 muestra el espectro de frecuencias de la señal remuestreada. La figura inferior corresponde a la señal IRF de cada canal, obtenida al aplicar la técnica NExT. Las señales IRF obtenidas con NExT son procesadas por la técnica ERA y las frecuencias obtenidas se muestran en el diagrama de estabilización mostrado en la figura 47.

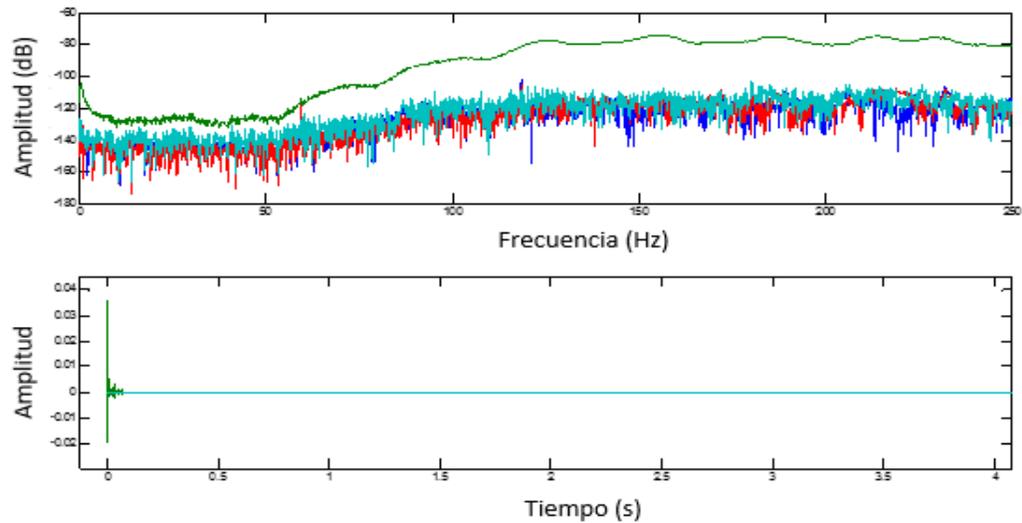


Figura 46 Espectro de frecuencias (arriba) y función de respuesta IRF (abajo) para la posición 1. Academia Danzazul

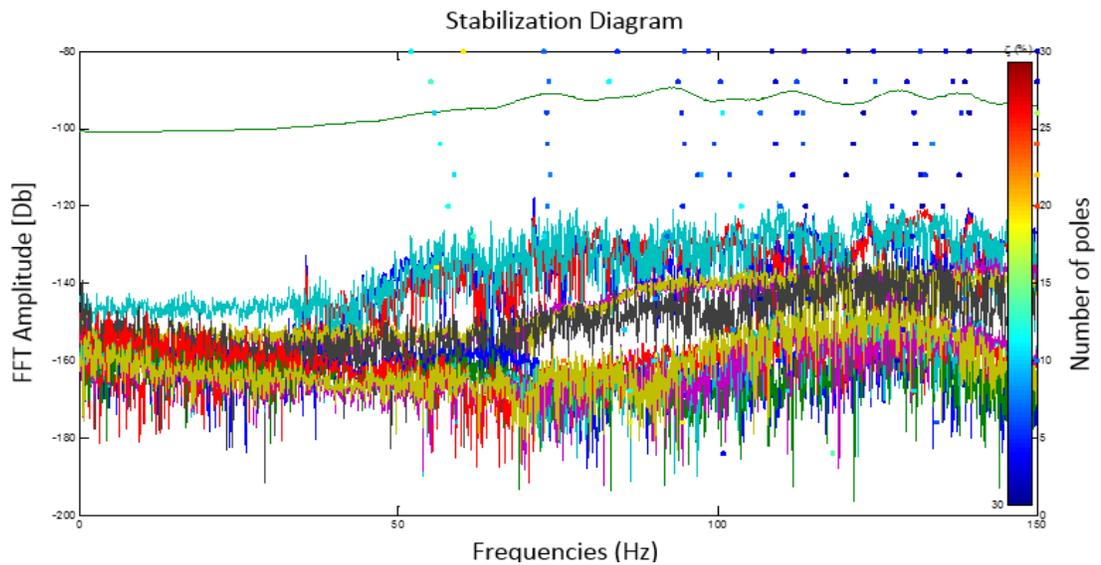


Figura 47 Diagrama de estabilización. Prueba de vibración Academia Danzazul

La figura 48 muestra la distribución espacial de los grados de libertad monitoreados durante la prueba de vibración para esta superficie:

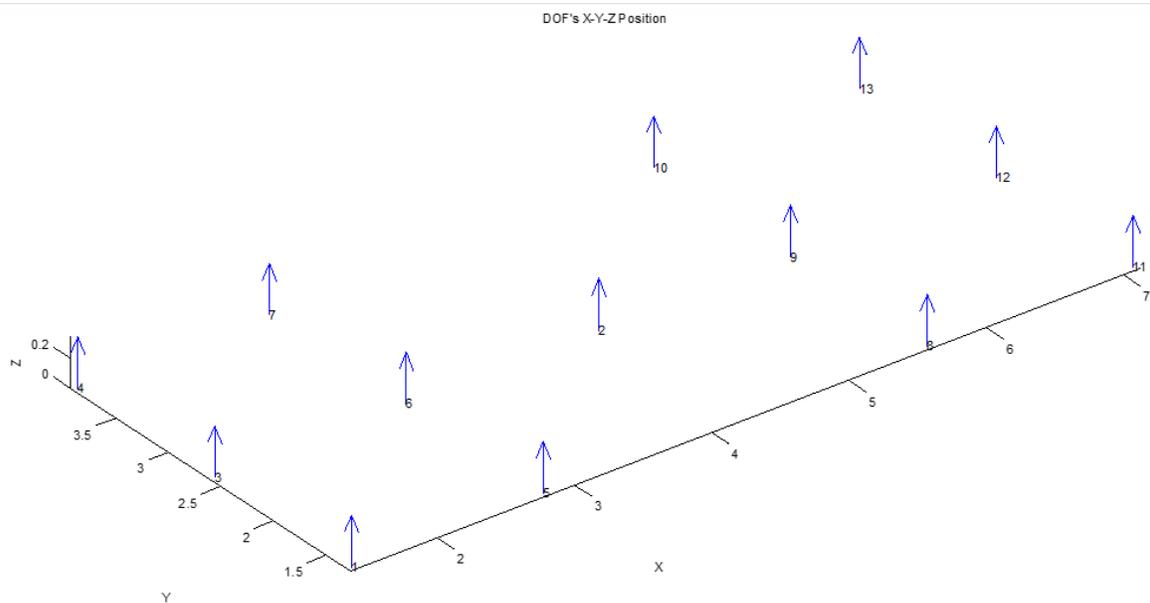


Figura 48 Posicionamiento y dirección de los acelerómetros. Prueba de vibración Academia Danzazul.

En la figura 49 se muestra el primer modo de vibración obtenido en esta superficie, con una frecuencia  $f_n$  de 102.3 hz y una razón de amortiguamiento  $\zeta$  del 4.6%. El modo de vibración experimental se extrapola para generar el contorno que muestre la deformación de toda la superficie:

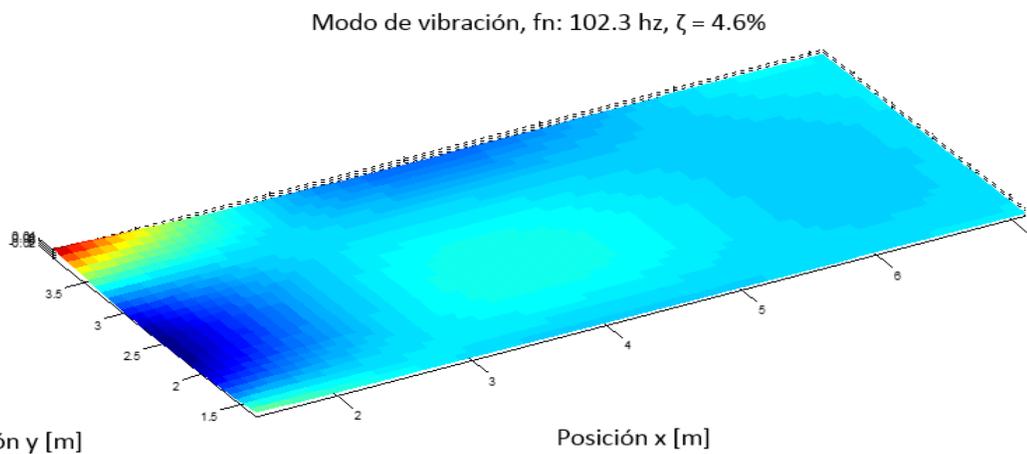


Figura 49 Primer modo de vibración. Prueba de vibración Academia Danzazul.

El modo de vibración obtenido en la prueba anterior indica un modo típico de una superficie (modo tipo membrana). La frecuencia de vibración es alta (102.3 hz), indicando una alta rigidez de la estructura. El amortiguamiento puede considerarse típico de

estructuras civiles ( $\zeta = 4.6\%$ ), lo que demuestra que la lamina de espuma y acabado de láminas de madera con el que cuenta no generan una diferencia importante pues no existe ningún tipo de separación con el suelo de cimentación. Desde el punto de vista estructural, el modo de vibración descrito en el párrafo anterior puede considerarse normal, pero incluso con las características de los acabados de esta superficie, representa incomodidad para el bailarín.

### 7.1.5. Resumen de resultados del procesamiento de datos:

*Tabla 3 Tabla de frecuencias y coeficientes de amortiguamiento*

<b>Superficie</b>	<b>Frecuencia <math>f_n</math> primer modo</b>	<b>Coefficiente de amortiguamiento</b>	<b>Periodo de vibración</b>
Studio CDanza	126.4 Hz	4.2%	0.0079 s
Academia Danzazul	102.3 Hz	4.6%	0.0098 s
Salón Centro Cultural del Oriente	63.4 Hz	8.1%	0.0158 s
Teatro Santander	38.6 Hz	8.9%	0.0259 s

La superficie con menor frecuencia  $f_n$  es la del Teatro Santander (Hecha de láminas de madera soportadas por platinas metálicas), lo que quiere decir que es la que cuenta con la menor rigidez. La superficie del estudio CDanza (losa aligerada de concreto en contacto con el suelo de cimentación) es la más rígida y posee el menor amortiguamiento de todas.

### 7.2. Resultados numéricos

Como se mencionó anteriormente, la respuesta estructural del suelo en las pruebas de impacto es utilizada para analizar la respuesta de esfuerzos del modelo del pie. Para ello, se

elige el registro de vibración con máxima aceleración para cada superficie. Dado que los registros de aceleración requerirían de integración numérica para estimar los desplazamientos de la superficie, se opta por usar su frecuencia fundamental de vibración y el amortiguamiento identificado, para estimar la respuesta dinámica  $u(t)$  ante la carga de impacto. Cada superficie fue modelada como un sistema de 1 GDL, y su respuesta  $u(t)$  determina el estado de esfuerzo-deformación del pie. Se asumió que para cortos instantes de tiempo (impacto) el sistema responde de acuerdo a la ecuación de movimiento como un sistema pasivo (no controlado) de varios grados de libertad.

La figura 50 muestra el modelo numérico elaborado en Matlab y basado en la propuesta mostrada en la Figura 5:

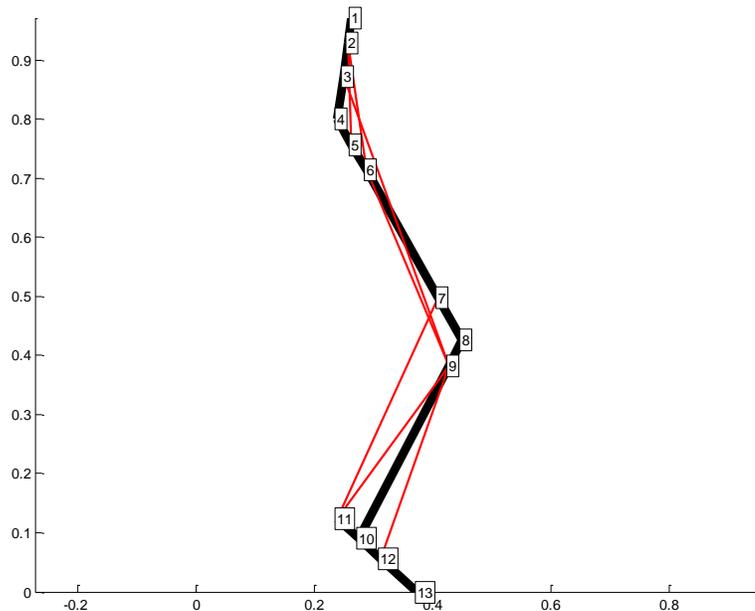


Figura 50 Modelo Numérico del pie (Markowitz, J., & Herr, H., 2016.)

### 7.2.1. Estudio CDanza

En la figura 51 se muestra el registro de aceleración utilizado, correspondiente al más alto de todos los procesados para la superficie de CDanza.

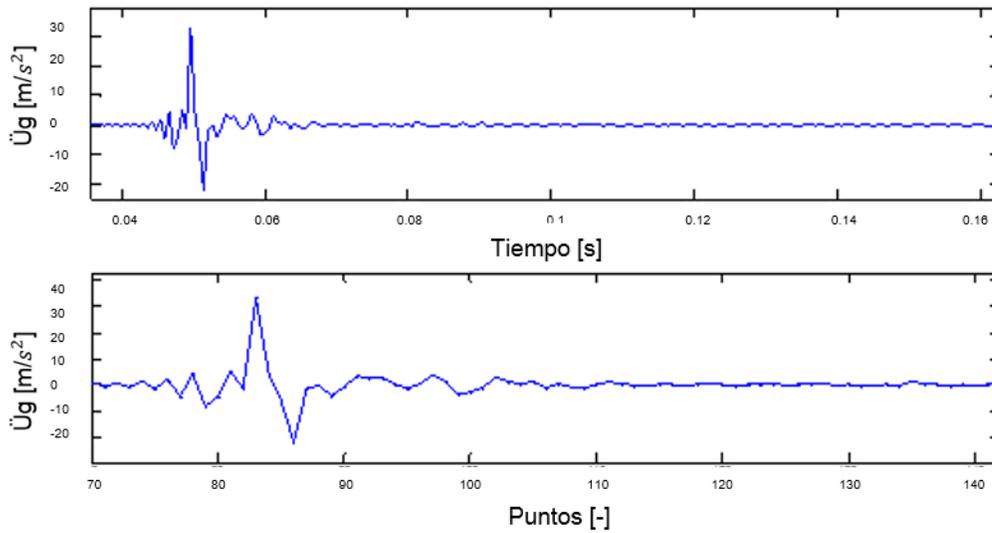


Figura 51 Registro de aceleración más alto superficie CDanza.

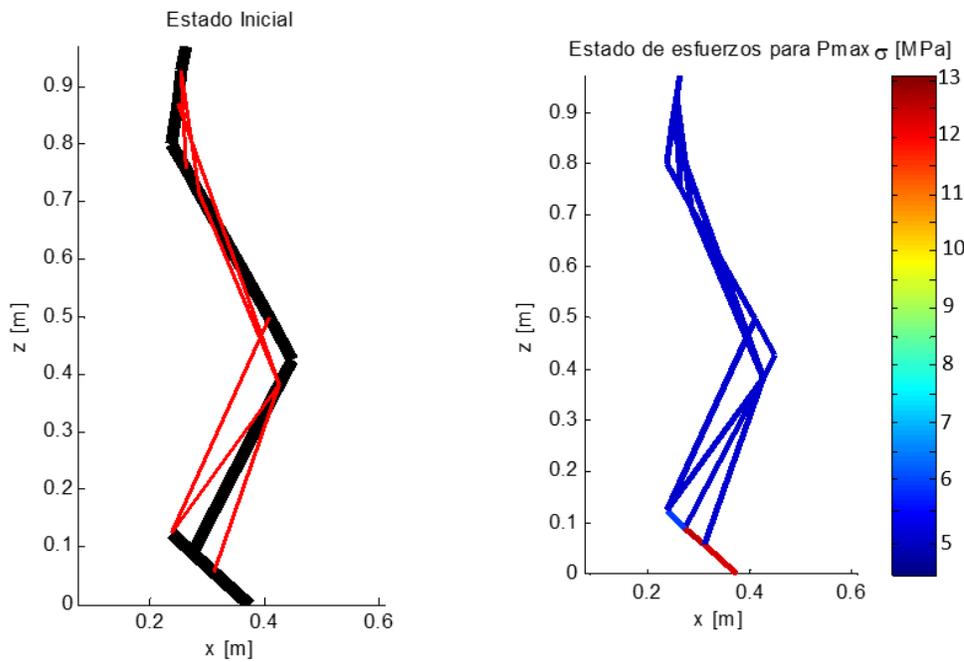


Figura 52 Comparación de estado de esfuerzos superficie CDanza

En la figura 52 se evidencia la distribución de esfuerzos en el modelo, en donde se puede ver el esfuerzo máximo en la pierna indicado por la escala de color.

### 7.2.2. Academia Danzazul

En la figura 53 se muestra el registro de aceleración utilizado, correspondiente al más alto de todos los procesados para la superficie de Danzazul.

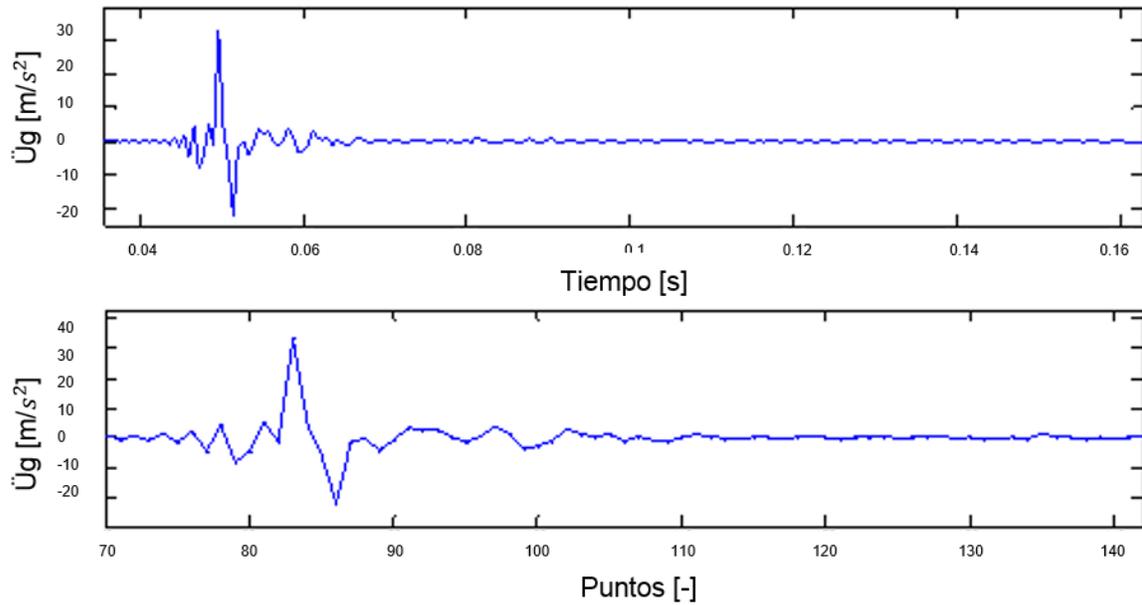


Figura 53 Registro de aceleración más alto superficie Danzazul.

En la figura 54 se evidencia la distribución de esfuerzos en el modelo, en donde se puede ver el esfuerzo máximo en la pierna indicado por la escala de color.

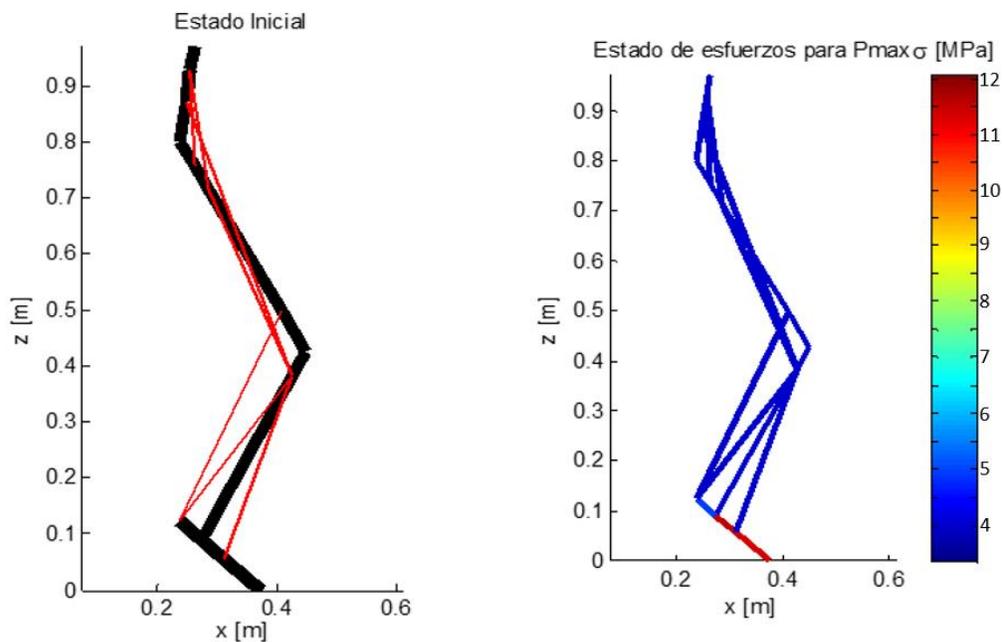


Figura 54 Comparación de estado de esfuerzos superficie Danzazul

### 7.2.3. Teatro Santander

En la figura 55 se muestra el registro de aceleración utilizado, correspondiente al más alto de todos los procesados para la superficie del Teatro Santander.

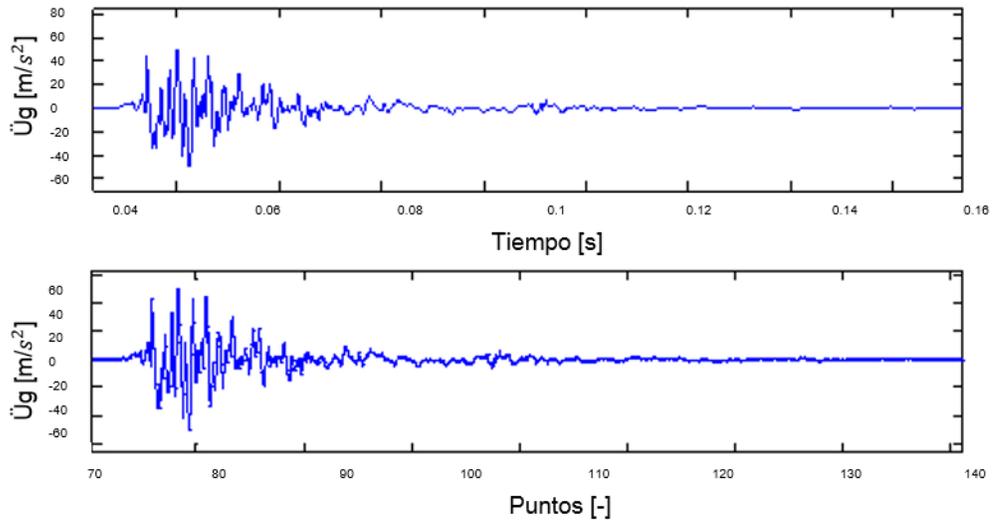


Figura 55 Registro de aceleración más alto superficie Teatro Santander.

En la figura 56 se evidencia la distribución de esfuerzos en el modelo, en donde se puede ver el esfuerzo máximo en la pierna indicado por la escala de color.

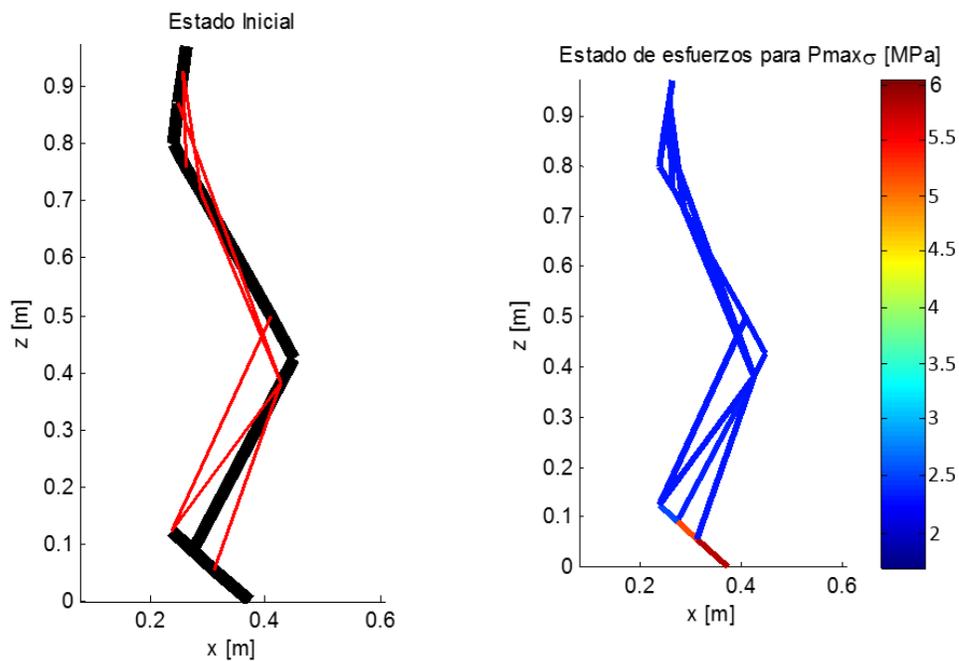


Figura 56 Comparación de estado de esfuerzos superficie Teatro Santander.

#### 7.2.4. Centro Cultural del Oriente

En la figura 57 se muestra el registro de aceleración utilizado, correspondiente al más alto de todos los procesados para la superficie del Centro Cultural del Oriente.

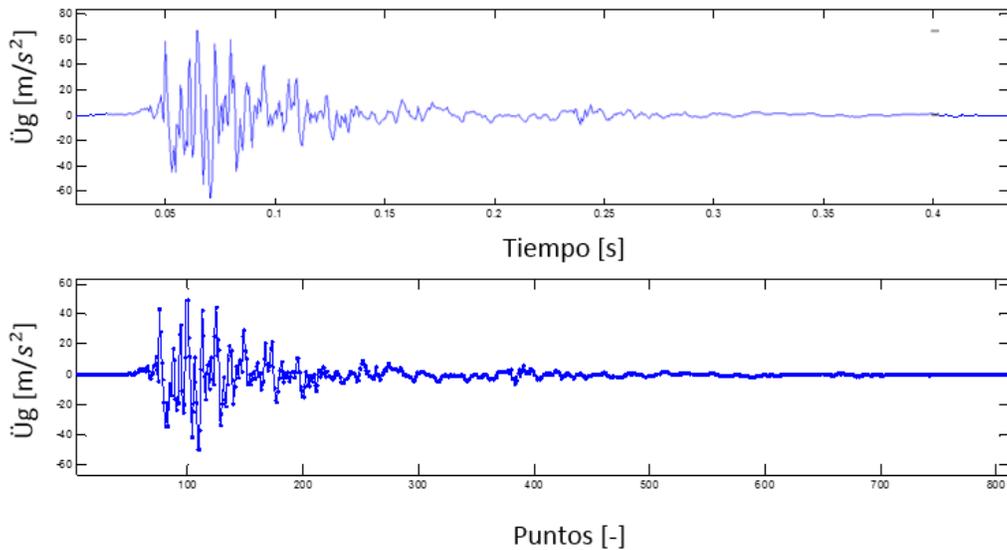


Figura 57 Registro de aceleración más alto superficie Centro cultural del oriente.

En la figura 58 se evidencia la distribución de esfuerzos en el modelo, en donde se puede ver el esfuerzo máximo en la pierna indicado por la escala de color.

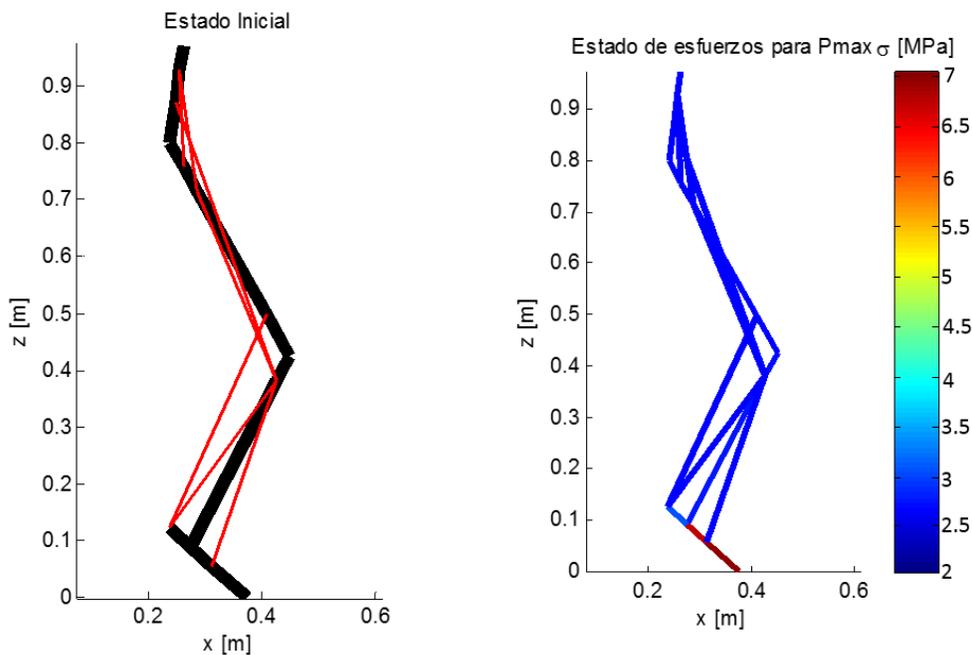


Figura 58 Comparación de estado de esfuerzos superficie Centro cultural del oriente.

### 7.2.5. Resumen de esfuerzos máximos

En la tabla 4 se muestra el resumen del valor de los esfuerzos máximos obtenidos para cada superficie en los huesos y tendones encontrados mediante el modelo numérico para cada superficie estudiada.

*Tabla 4 Resumen de esfuerzos obtenidos para los tendones.*

<b>Superficie</b>	<b>Esfuerzo máx hueso [MPa]</b>	<b>Esfuerzo máx tendón [MPa]</b>
C-Danza	12.0	5.0
Danzazul	11.0	4.0
Teatro Santander	6.0	2.2
Centro cultural del oriente	7.0	2.5

## 8. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Se evidenció que las superficies apoyadas sobre una losa de concreto sin ningún tipo de amortiguamiento son las más rígidas (Studio CDanza y academia Danzazul), lo que conlleva a que tengan menores porcentajes de amortiguamiento (Ver tabla 3).

La superficie del Centro Cultural del oriente, a pesar de tener como base una losa de concreto, esta amortiguada con listones de madera que la separan de ésta, lo que genera un gran aumento en su capacidad elástica, y presenta un porcentaje de amortiguamiento mayor que la superficie del Teatro Santander, siendo esta ultima la menos rígida de todas.

Respecto a la forma de los modos de vibración encontrados a partir de los registros de vibración, se puede decir que son bastante semejantes a los encontrados en los modelos numéricos de las superficies hechos con Matlab, sin embargo, como se muestra en la tabla 5, los valores de las frecuencias en las superficies rígidas difieren debido a todas las aproximaciones y detalles constructivos que no fueron tenidos en cuenta en los modelos.

*Tabla 5 Comparación porcentual frecuencias de vibración*

<b>Superficie</b>	<b>Frecuencia experimental [hz]</b>	<b>Frecuencia teórica [hz]</b>	<b>Diferencia porcentual [%]</b>
CDanza	126.40	651.10	80.59
Danzazul	102.30	279.80	63.44
Teatro Santander	63.40	65.30	2.91
Centro cultural Del oriente	38.60	39.20	1.53

## 9. CONCLUSIONES

Las características dinámicas de las superficies para danza influyen significativamente en la salud física de los usuarios, pues afectan de forma directa la magnitud del esfuerzo recibido por su cuerpo a la hora de ejecutar pasos que impliquen algún tipo de impacto.

De la distribución de esfuerzos en el modelo de la pierna en el momento del impacto se puede decir que la rigidez de la superficie es directamente proporcional a la magnitud del esfuerzo, lo que demuestra que a mayor flexibilidad de la superficie, menor esfuerzo es soportado por la pierna del bailarín.

El esfuerzo generado en la pierna de un bailarín al hacer contacto con el suelo en el aterrizaje de un salto, puede reducirse disminuyendo la rigidez y aumentando el amortiguamiento de la superficie.

Una superficie rígida puede hacerse más flexible incorporando algún tipo de aislamiento o amortiguamiento que separe el material de base del material que estará en contacto con los usuarios, con el propósito de que el periodo de vibración aumente.

## **10. RECOMENDACIONES**

Antes de adecuar una superficie para alguna actividad relacionada con la danza, se recomienda realizar un monitoreo de vibraciones para encontrar las características dinámicas de ésta, y guiarse por los parámetros internacionales citados en este documento para determinar si es necesario disminuir su rigidez.

Las superficies de danza existentes en Bucaramanga que no cuentan con un piso adecuado para danza, pueden darle solución a este problema implementando un sistema de amortiguamiento conformado por listones de madera que separen y sostengan la superficie destinada a estar en contacto con el bailarín (preferiblemente láminas de madera) del suelo de cimentación.

## 11. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alexander RMcN. Mechanics of skeleton and tendons. In: Brook B, editor. Handbook of Physiology, The Nervous System. Vol. 2. Bethesda: American Physiological Society; (1981). pp. 17–42. section A.
- Amick, H., Hardash, S. G., Gillett, P. E., & Reaveley, R. J. (1992, February). Design of stiff, low-vibration floor structures. In *San Jose-DL tentative* (pp. 180-191). International Society for Optics and Photonics.
- Bejjani, F. J. (1987). Occupational biomechanics of athletes and dancers: a comparative approach. *Clinics in podiatric medicine and surgery*, 4(3), 671-711.
- Blom, J. (1993). *U.S. Patent No. 5,183,438*. Washington, DC: U.S. Patent and Trademark Office.
- Caicedo, J. M. (2011). Practical guidelines for the natural excitation technique (NExT) and the eigensystem realization algorithm (ERA) for modal identification using ambient vibration. *Experimental Techniques*, 35(4), 52-58.
- Chopra, A. K. (1995). *Dynamics of structures* (Vol. 3, p. 339). New Jersey: Prentice hall.
- Cook, R. D., Malkus, D. S., Plesha, M. E., & Witt, R. J. (1974). *Concepts and applications of finite element analysis* (Vol. 4). New York: Wiley.
- Dworak, L. B., Gorwa, J. O. A. N. N. A., Kmiecik, K., & Maczynski, J. (2005). A study characterizing dynamic overloads of professional dancers. A biomechanical approach. *Acta of Bioengineering and Biomechanics*, 7(1), 77.
- Encina, F. A. (1940). *Historia de Chile desde la prehistoria hasta 1891*. (Vol. 17). Editorial Nascimento.
- Hackney, J. (2011). Effect of sprung (suspended) floor on lower extremity stiffness during a force-returning ballet jump. *Medical problems of performing artists*, 26(4), 195-199.
- Hernández, M. E. R. S., Blachowski, B., & Spencer, B. F. (2005) USO DE SENSORES INALÁMBRICOS EN LA OBTENCIÓN DE PARÁMETROS MODALES.
- Howard, R. M. (2004). *Principles of random signal analysis and low noise design: The power spectral density and its applications*. John Wiley & Sons.
- Izquierdo, M., & Redín, M. I. (2008). *Biomecánica y bases neuromusculares de la actividad física y el deporte*. Ed. Médica Panamericana.
- James III, G. H., Carne, T. G., & Lauffer, J. P. (1993). *The natural excitation technique (NExT) for modal parameter extraction from operating wind turbines* (No. SAND-92-1666). Sandia National Labs., Albuquerque, NM (United States).

- Ji, T. (1994). Floor vibration. *Structural Engineer*, 72(3/1), 22-37.
- Ji, T. (2002). On the loads produced by crowds jumping on floors. In *Structural Dynamics: EURO DYN 2002: Proceedings of the 4th [ie 5th] International Conference on Structural Dynamics, Munich, Germany, 2-5 September 2002* (Vol. 2, p. 1203). CRC Press.
- Khan, K., Brown, J., Way, S., Vass, N., Crichton, K., Alexander & Wark, J. (1995). Overuse injuries in classical ballet. *Sports Medicine*, 19(5), 341-357.
- Khan, K., Roberts, P., Natrass, C., Bennell, K., Mayes, S., Way & Wark, J. (1997). Hip and ankle range of motion in elite classical ballet dancers and controls. *Clinical Journal of Sport Medicine*, 7(3), 174-179.
- Latarjet, M., & Liard, A. R. (2004). *Anatomía humana* (Vol. 2). Ed. Médica Panamericana.
- Lefton, J., & Malone, A. (2009). Anthropometric assessment. *ADA pocket guide to nutrition assessment, 2nd edition*. Chicago, IL: American Dietetic Association, 160-161.
- Li, W. W., Wong, C. T., Leung, M. K., & Fung, S. C. (2011). Floor vibration due to human rhythmic activities: Tin Shui Wai Public Library Cum Indoor Recreation Centre. *Procedia Engineering*, 14, 3285-3292.
- Maganaris, C. N., & Paul, J. P. (1999). In vivo human tendon mechanical properties. *The Journal of physiology*, 521(1), 307-313.
- Markowitz, J., & Herr, H. (2016). Human leg model predicts muscle forces, states, and energetics during walking. *PLoS computational biology*, 12(5), e1004912.
- Márquez Arabia, J. J., Márquez Arabia, W. H., & Gómez Hoyos, J. C. (2013). Lesiones en bailarines de ballet. *Revista Cubana de Ortopedia y Traumatología*, 27(1), 109-122.
- Marshall, L. C., & Wyon, M. A. (2012). The effect of whole-body vibration on jump height and active range of movement in female dancers. *The Journal of Strength & Conditioning Research*, 26(3), 789-793.
- Mendoza, A. (1991). Estudio de las propiedades mecánicas del sistema óseo. *Ingeniería e Investigación*, (23), 14-19.
- Millán Yusti, D. C., Valenzuela, P., & Thomson, P. (2013). CARACTERIZACIÓN DE CARGAS DE BAILE EN UNA PLATAFORMA EXPERIMENTAL. *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, 12(23), 47-58.
- Mizrahi, J., & Susak, Z. (1982). In-vivo elastic and damping response of the human leg to impact forces. *J Biomech Eng*, 104(1), 63-66.

Novoa, J. A. B. (2010). *Monitoreo y supervisión de la salud estructural del grupo electromotriz en estaciones de bombeo implementado la metodología Next-Era* (Doctoral dissertation, Uniandes).

Ogata, K. (2003). *Ingeniería de control moderna*. Pearson Educación.

Palastanga, N., Field, D., & Soames, R. (2007). *Anatomía y movimiento humano. Estructura y funcionamiento*. Editorial Paidotribo.

Picon, A. P., Da Costa, P. L., De Sousa, F., Sacco, I. D. C., & Amadio, A. C. (2000). Biomechanical approach to ballet movements: a preliminary study. In *ISBS-Conference Proceedings Archive* (Vol. 1, No. 1).

Rietveld, B. (2000). Dance Injuries in the Older Dancer Comparison with Younger Dancers. *Journal of Dance Medicine & Science*, 4(1), 16-19.

Sandoval, R., & Miguel, J. (2016). Análisis experimental de vibraciones en sistema de piso de madera.

Scovil, C. Y., & Ronsky, J. L. (2006). Sensitivity of a Hill-based muscle model to perturbations in model parameters. *Journal of biomechanics*, 39(11), 2055-2063.

Seals, J. G. (1983). A study of dance surfaces. *Clinics in sports medicine*, 2(3), 557-561.

Semidor, C., & Barlet, A. (2000). Objective and subjective surveys of opera house acoustics: Example of the Grand Theatre de Bordeaux. *Journal of sound and vibration*, 232(1), 251-261.

Souza, M. S. B., y de Paula, F. A. (2010). ESTUDIO DEL IMPACTO DE ACTIVIDAD RÍTMICA EN PISOS DE UN EDIFICIO EN CONCRETO ARMADO.

Standard CEN - EN 14904. European Committee for Standardization, *SURFACES FOR SPORTS AREAS – SPECIFICATION*, 01 de Abril de 2004.

Taylor, S. A., Fabricant, P. D., Khair, M. M., Haleem, A. M., & Drakos, M. C. (2012). A review of synthetic playing surfaces, the shoe-surface interface, and lower extremity injuries in athletes. *The Physician and sportsmedicine*, 40(4), 66-72.

University of Cambridge. (2015). Creative Commons Licence© Propiedades mecánicas del hueso. Disponible en: [https://www.doitpoms.ac.uk/tlplib/bones/bone\\_mechanical.php](https://www.doitpoms.ac.uk/tlplib/bones/bone_mechanical.php)

Viladot Voegeli, A. (2003). Anatomía funcional y biomecánica del tobillo y el pie. *Revista Española de Reumatología*, 30(9), 469-477.

Wanke, E. M., Mill, H., Wanke, A., & Davenport, J. (2012). Dance floors as injury risk. *Med Probl Perform Arts*, 27(3), 137-142.

Webster, A. C., & Vaicaitis, R. (1992). Application of tuned mass dampers to control vibrations of composite floor systems. *Engineering Journal of the American Institute of Steel Construction*, 29(3), 116-124.

Zajac EF. Muscle and tendon: Properties, models, scaling, and application to biomechanics and motor control. *CRC Critical Reviews in Biomedical Engineering*. (1989); 17:359–411.