

# GEOMETRÍA PARA EL DISEÑO

Elsie María Arbeláez Ochoa  
Diana María Bravo Márquez



Universidad  
Pontificia  
Bolivariana

# Geometría para el diseño

Elsie María Arbeláez Ochoa  
Diana María Bravo Márquez

516.1  
A664

Arbeláez Ochoa, Elsie María, autor  
Geometría para el diseño / Elsie María Arbeláez Ochoa y  
Diana María Bravo Márquez – 2da. edición -- Medellín: UPB,  
2019.  
286 p: 17 x 24 cm.  
ISBN: 978-958-764-644-3

1. Geometría – 2. Algoritmos – 3. Tejidos (Textiles) –  
4. Diseño textil – 5. Artesanías – I. Bravo Márquez, Diana  
María autor – II. Título

CO-MdUPB / spa / rda  
SCDD 21 / Cutter-Sanborn

© Elsie María Arbeláez Ochoa  
© Diana María Bravo Márquez  
© Editorial Universidad Pontificia Bolivariana  
Vigilada Mineducación

**Geometría para el diseño**  
ISBN: 978-958-764-644-3 (versión digital)  
Segunda edición, 2019  
Escuela de Arquitectura y Diseño  
Facultad de Diseño Gráfico

**Gran Canciller UPB y Arzobispo de Medellín:** Mons. Ricardo Tobón Restrepo  
**Rector General:** Pbro. Julio Jairo Ceballos Sepúlveda  
**Vicerrector Académico:** Álvaro Gómez Fernández  
**Decana de la Escuela de Arquitectura y Diseño:** Juliana Restrepo Jaramillo  
**Directora de la Facultad de Diseño Gráfico:** Beatriz Builes Restrepo  
**Editor:** Juan Carlos Rodas Montoya  
**Coordinación de Producción:** Ana Milena Gómez Correa  
**Corrección de Estilo:** Eduardo Franco  
**Diagramación:** Geovany Snehider Serna Velásquez

**Dirección Editorial:**  
Editorial Universidad Pontificia Bolivariana, 2019  
E-mail: editorial@upb.edu.co  
www.upb.edu.co  
Telefax: (57)(4) 354 4565  
A.A. 56006 - Medellín - Colombia

**Radicado:** 1718-23-05-18

Prohibida la reproducción total o parcial, en cualquier medio o para cualquier propósito sin la autorización escrita de la Editorial Universidad Pontificia Bolivariana.

## Contenido

Introducción.....	7
Fundamentación .....	9
1. Materiales e instrumentos .....	25
2. Conceptos básicos .....	37
3. Polígonos regulares .....	55
4. Redes geométricas .....	69
5. Simetrías en el plano .....	81
6. El tejido .....	95
7. El repite .....	111
8. Los traslapos .....	121
9. Modulación .....	139
10. Desarrollo de superficies.....	155
11. Poliedros regulares .....	181

12. Estudio del hexaedro .....	201
13. Simetrías en el espacio .....	219
14. Estructuras poligonales .....	233
15. Sección áurea y fractales .....	243
16. Superficies regladas.....	259
17. Crecimiento modular de la forma .....	269
Bibliografía.....	279
Sobre los autores .....	281

## Introducción

Antes de iniciar la reflexión sobre la geometría para el diseño y hallar cómo esta es un instrumento por excelencia para producir las formas del diseño, se considera necesario aclarar de qué trata este libro y por qué se preocupa por formular una metodología que lleve al diseñador a facultar competencias de orden proyectual. El libro orienta el estudio hacia las construcciones geométricas, sus proyecciones y sistemas compositivos con ejercicios que sintetizan la forma para ser reelaborada. De esta manera, se exploran las geometrías para comprender cómo estas inciden en el resultado objetual, conocimiento práctico que arroja como resultado la variedad de las formas e imágenes. El significado etimológico de la geometría, “medida de la tierra”, hoy no solo se refiere a ello, sino que ha extendido también su significado hacia el mundo de las “formas”, para la comprensión e interpretación de su estructura, composición y posición en el espacio y la identificación de sus componentes geométricos y sus relaciones entre sí.

El libro se ocupa de hacer énfasis en las geometrías de las figuras y de los cuerpos precisando conceptos, términos y representaciones en el plano y en el espacio. Las gramáticas planteadas a través de la geometría euclidiana y la geometría de la naturaleza se proponen como lenguajes para el diseñador que le sirven a fin de representar las ideas del proyecto desde dos asuntos: uno bidimensional y otro tridimensional.

## Fundamentación

La geometría se basa en el estudio de las propiedades de la forma a partir de conceptos de fuerzas en equilibrio que siempre actúan sobre el cuerpo y que se rigen a través de sus leyes físicas, de acuerdo con la composición estructural de la materia. Para abordar este estudio, las matemáticas, por medio de sus propiedades y relaciones entre la figura y su valor numérico, se presentan como instrumento que articula la geometría euclidiana, la geometría de las transformaciones y la geometría de la naturaleza o geometría fractal, para permitir reelaboraciones geométricas de las figuras y las formas.

La metodología que se propone en este libro permite entender la situación de las figuras en el plano y los cuerpos en el espacio para ser construidas y transformadas en otras situaciones morfológicas. Para su estudio y desarrollo de actividades, se plantean dos momentos: uno bidimensional y otro tridimensional.



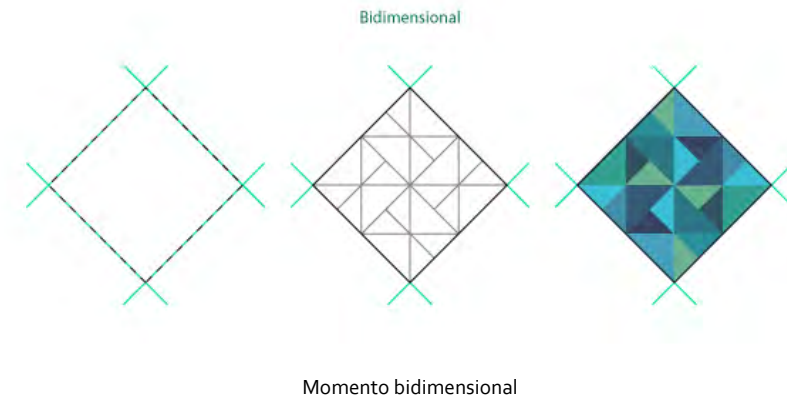
Figura en el plano y en el espacio

El libro caracteriza procesos cognitivos que intervienen en la resolución de problemas, utilizando geometrías y creando metodologías a través de ejercicios prácticos que ayudan a entender y desarrollar cada uno. Para ello, se recurre a la percepción y el raciocinio, por medio de nociones de razonamiento geométrico, capacidad espacial y capacidad sensorial. Es desde esta perspectiva que se plantean procesos cognitivos para el desarrollo de la actividad geométrica en tres etapas: la primera, la visual o la percepción de aguzamiento (exploratorio); la segunda, el razonamiento teórico-hipotético (empírico-analítico); y la tercera, las construcciones geométricas bidimensionales y tridimensionales. Lo anterior busca la construcción de algunas categorizaciones del pensamiento geométrico, que alcanza la agudeza de las situaciones abstractas en las formas. Las tres etapas facilitan la fundamentación en el proceso de aprendizaje del estudiante con el propósito de que reconozca y potencialice sus habilidades y resuelva problematizaciones geométricas con sus capacidades. La elaboración conceptual y el estudio de los elementos básicos de las figuras y los cuerpos alcanzan análisis complejos que permiten obtener resultados de formas en diferentes posiciones y expresar los movimientos y las repeticiones que pueden tener estas desde el inicio de su forma.

A continuación, se exponen los dos momentos de estudio para realizar las prácticas geométricas con los estudiantes.

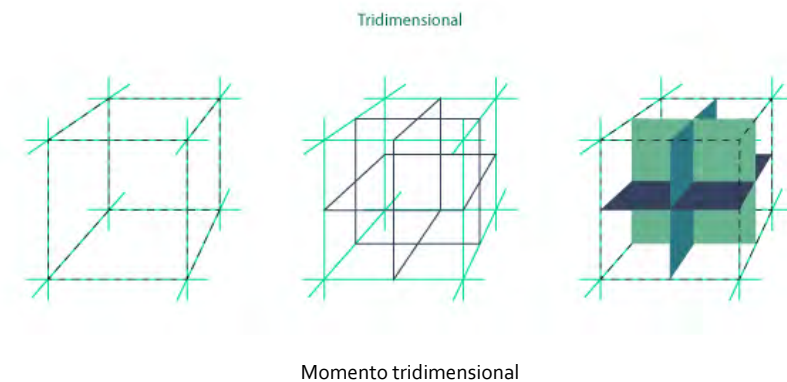
## Momento bidimensional

Se estudia la geometría plana que precisa la situación de las figuras sobre el plano, la geometría analítica que analiza y permite desarrollar las diferentes figuras en el plano a partir de un ordenamiento por coordenadas para realizar construcciones y la geometría de la naturaleza que hace énfasis en la práctica de observación del estudiante sobre figuras geométricas “no regulares” encontradas en las formas naturales que rodean al hombre, en las que se estudia la repetición geométrica (patrón) a partir de su figura inicial y así comprender y aguzar los sentidos desde repeticiones infinitas de planos y patrones geométricos, que son explorados a través del sistema de simetrías de ordenación y composición para hallar las estructuras geométricas irregulares y complejas que se encuentran en la naturaleza.



## Momento tridimensional

Estudia la geometría descriptiva a partir de las proyecciones ortogonales, “figuras” que dan los objetos sobre planos perpendiculares; aquí se exploran y se construyen los desarrollos de los cuerpos regulares, los cuales, al formar una intersección, armarse y ensamblarse, se constituyen en “cuerpos” que son representados por la geometría espacial y la geometría de la naturaleza que amplía el concepto fractal para estudiar y proponer patrones de crecimiento geométrico.

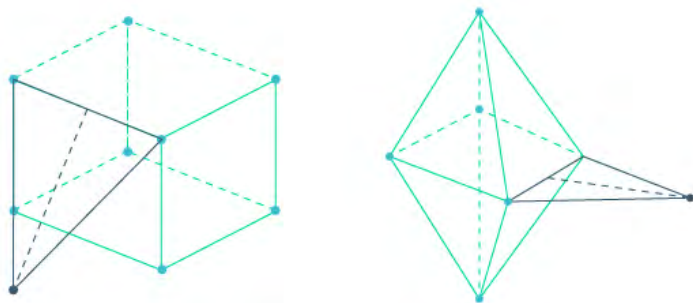


En el nivel básico de las “figuras” y construcciones en lo bidimensional y de los “cuerpos” y desarrollos en lo tridimensional, se instrumenta a partir del análisis

morfológico<sup>1</sup> y topológico,<sup>2</sup> que permite materializar las formas ya transformadas y arrojar una “nueva forma” que posteriormente puede ser producida con procesos industriales.



Análisis morfológico



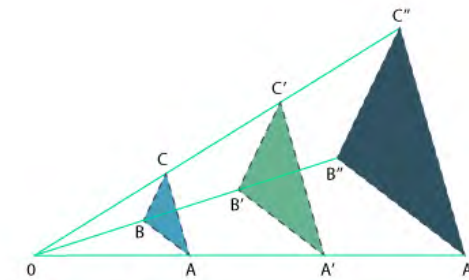
Análisis topológico

Se aclara que el estudio morfológico y topológico se formaliza mediante procesos de inducción, deducción y abducción que crean relaciones de primer orden denominadas asociaciones geométricas, las cuales, en el campo de las figuras, se constituyen en una calibración direccional, que toca aspectos como longitud, dirección y posición; y en el campo de los cuerpos, un entrecruzamiento viso-espacial o manejo de cruces, que toca aspectos como ancho, profundidad, superficie, orientación, entre otros. De la transformación de estas relaciones resultan las relaciones de segundo orden, por no ser solo de la figura o del cuerpo como

1 Morfología: exploración de la forma que se organiza a través de procedimientos geométricos, que estudia sus propiedades, sometidas a observaciones de la naturaleza.

2 Topología: parte de la matemática dedicada al estudio de las superficies que mediante deformaciones continuas pueden transformarse en otras.

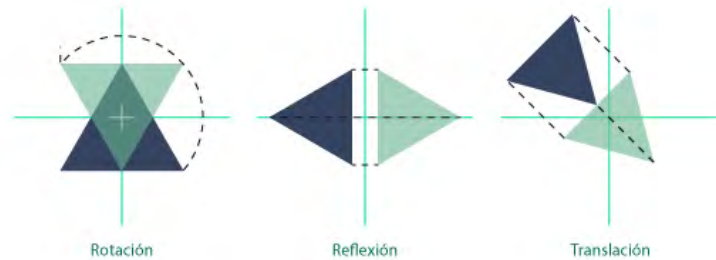
tal, sino de la comparación entre varias figuras y cuerpos, que se sintetizan en proporciones simétricas y asimétricas según sean sus movimientos en el plano o en el espacio. Cuando se parte de la figura, se generan las series o asociaciones geométricas rítmicas, resultado de la repetición de estas, las cuales, a su vez, pueden ser aplicadas a los cuerpos donde se generarían las estructuras espaciales. Estas últimas nos llevan a unas relaciones de tercer orden de complejidad sobre las construcciones de las estructuras espaciales que son sometidas a procesos mecánicos, para lo cual se basan en la geometría de transformaciones. Teóricamente, el proceso mecánico de transformación obedece a un ordenamiento matemático que se constituye en sistemas y estructuras.



Geometría de transformaciones

Las figuras y los cuerpos están sujetos, entonces, a relaciones numéricas que son la aplicación de principios físicos reguladores de los cuerpos en movimiento o mecánica, momento en el cual se estudia y se comprende el comportamiento que tienen los cuerpos al ser transformados por medio de procesos industriales desde la geometría de transformaciones, la cual estudia las operaciones o alteraciones sobre planos y volúmenes desde la aplicación de las simetrías y sus movimientos.

Al abordar la mecánica, se hace necesario, para efectos disciplinares o metodológicos, la subdivisión en cinemática, dinámica y estática. La cinemática estudia exclusivamente el movimiento sin entender las causas que lo producen, la dinámica analiza las causas que producen los movimientos y la estática estudia el equilibrio de los cuerpos.



Transformaciones: rotación, reflexión, translación

La mecánica se ocupará del movimiento de los objetos y de su respuesta a las fuerzas. El propósito de estudio en el libro se concentra en el movimiento, el desplazamiento o la trayectoria que se aplican a las formas transformadas, teniendo en cuenta su longitud y su dirección. El movimiento, según su aplicación, puede ser rectilíneo o curvilíneo. El primero hace uso de una simetría de traslación y el segundo de una simetría de enlace por medio de la traslación-rotación-reflexión, situación que puede ser expresada por ecuaciones o funciones matemáticas, por un razonamiento teórico-hipotético o también ser observado directamente por los movimientos producidos por las máquinas en la elaboración de formas óptimas, resultado que optimiza la forma después de ser sometida a los procesos industriales. Un ejemplo es la transformación que tiene un tronco de madera al ser puesto en un torno, el cual rota sobre un eje a una velocidad constante a la cual se le aplica una simetría de traslación para ser desbastado por el buril, acción que se realiza con el tronco en movimiento y así se produce una transformación de la forma inicial, tras lo cual se obtiene como resultado un cilindro. Se aclara que, para que esta transformación se dé, es necesaria la aplicación de principios como velocidad, fuerza y gravedad, que van a incidir para que el movimiento se produzca. De esta manera, la forma es transformada para ser utilizada de diferentes modos en procesos de producción industrial.

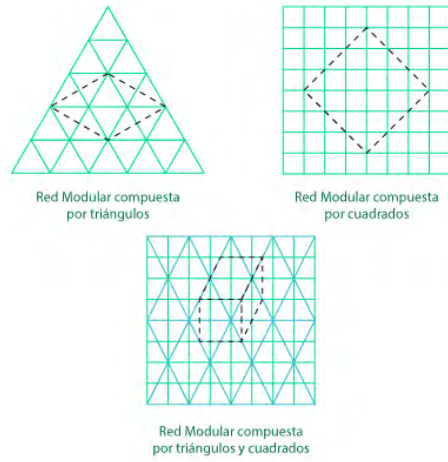
El propósito del libro es brindar unas bases teóricas y prácticas para la transformación de la forma, con este fin construye una dimensión material que la encuentra asentada en las geometrías. Su fundamentación metodológica se inscribe en experiencias y prácticas exploratorias que facilitan la experimentación de figuras y cuerpos para proponer situaciones espaciales diferentes. La práctica es entendida como la dimensionalidad de los planos y la tridimensionalidad como

los volúmenes que arroja como resultado de la búsqueda y creación de nuevas formas para ser llevadas a la elaboración de productos. Las metodologías propuestas orientan el conocimiento geométrico para comprender la optimización y sistematización de la forma con la abstracción empírico-analítica, algorítmica y matemática, que utiliza gráficas para entender las figuras y los sistemas y complejiza el conocimiento transformándolo y sintetizándolo gráficamente para construir las formas ya traducidas en estructuras. Los análisis empleados de la teoría geométrica y matemática permiten la elaboración de las construcciones y planimetrías necesarias para los planos de cualquier figura o cuerpo intervenido.

Es importante aclarar el concepto *dimensionar*, ya que es un asunto operativo necesario que permite combinar la geometría euclidiana con la geometría de las transformaciones y utiliza nociones de proporción, armonía, ritmo, repetición y modulación. En este razonamiento lógico, desempeñan un papel significativo las funciones matemáticas o ecuaciones, las trayectorias, los movimientos en el plano y la aplicación de las simetrías. Esto nos permite definir el grado de complejidad que se presenta en las superficies extendidas en el plano.

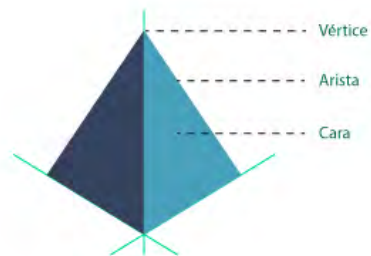
Al irse conformando estas superficies, unas como composiciones de líneas interceptadas y otras como estructuras, se entiende por qué el lenguaje de la dimensión fundamenta las representaciones de lo bidimensional y lo tridimensional, de tal manera que el estudio de figuras y cuerpos definidos por puntos y redes constituye la armadura de los sistemas basándose en las simetrías. Aquí la red se comporta como una organización espacial, cuyos elementos están relacionados entre sí de un modo matemático, siendo las redes y mallas en general un punto de partida para desarrollar, explorar y proponer sistemas en armonía.



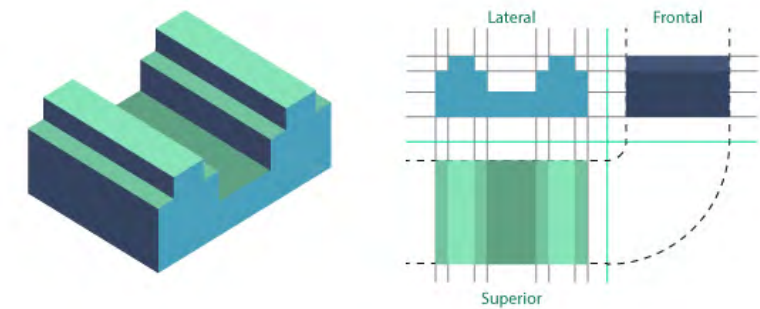
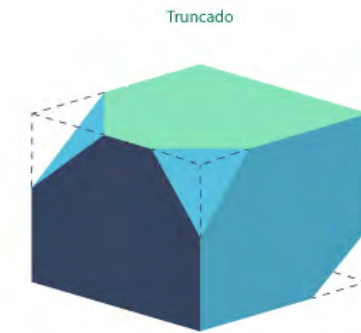
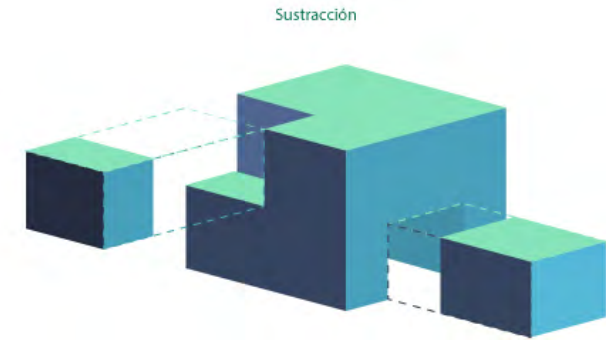


Redes modulares

Estos sistemas o estructuras poligonales responden a una disposición racional de figuras geométricas regulares, enmarcadas en una composición rítmica que se inicia cuando una unidad (o módulo) es asociada a otra y así genera una secuencia o movimiento por medio de las asociaciones rítmicas; aquí se potencializa la calibración de patrones mentales que se exteriorizan en el plano, el manejo de la direccionalidad, el paralelismo y la dimensión (magnitud). Cuando se hace referencia a las estructuras, se estudian los elementos de relación: posición, dirección, orientación, espacio, y los elementos constructivos: vértice, aristas, caras. Con ellos, se introduce a la aplicación de tres procedimientos: adición, sustracción y penetración, a partir de los volúmenes básicos.



Elementos constructivos



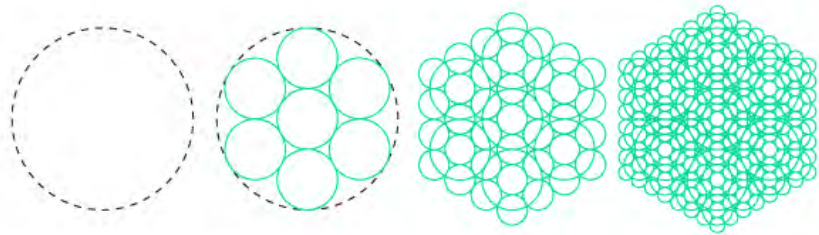
Sustracción y truncamiento

Las aplicaciones para los crecimientos se presentan de forma "lineal" (la columna) y de forma "bidimensional" (la plancha). Los crecimientos se pueden presentar como formas cerradas, abiertas o caladas, según sea el caso. Estas estructu-

ras pueden ser planteadas como uniones continuas, con amarres o ensambles, que dejan entrever relaciones de continuidad, lineales, radiales y tramadas: estas últimas pueden, además, alcanzar un crecimiento de tres direcciones.

El proceso lógico analítico que implica el estudio de la geometría para el diseño requiere ser abordado desde las diferentes geometrías, como ya se ha argumentado. Ahora bien, después de entender el concepto *dimensionar* desde un punto de vista euclidiano, se pasa a estudiar desde la geometría natural o mundo fractal. Esta no se halla en el modelo euclidiano, sino que consiste en otra manera de hacer los cálculos, en los cuales el lenguaje fractal es expresado por medio de algoritmos, es decir, con reglas y procedimientos que dan como nuevos resultados otras formas y estructuras. No podemos perder de vista aquellas formas que se presentan interrumpidas o irregulares, las cuales son propias de la geometría natural y son representadas desde núcleos caóticos, que tampoco deben entrar en discusión con el orden perfecto que podemos encontrar en las formas presentadas por Euclides.

Este libro encuentra en la geometría fractal otro horizonte para estudiarla y abordarla, a fin de descubrir y experimentar nuevas formas de estructuras, invariables por la dilatación de su escala, y que observan como característica especial el homeomorfismo, productor del aumento o la disminución de escala, cuya aplicación se da a partir de ejes de simetría sobre un plano, el cual conserva siempre la proporción.



Geometría fractal

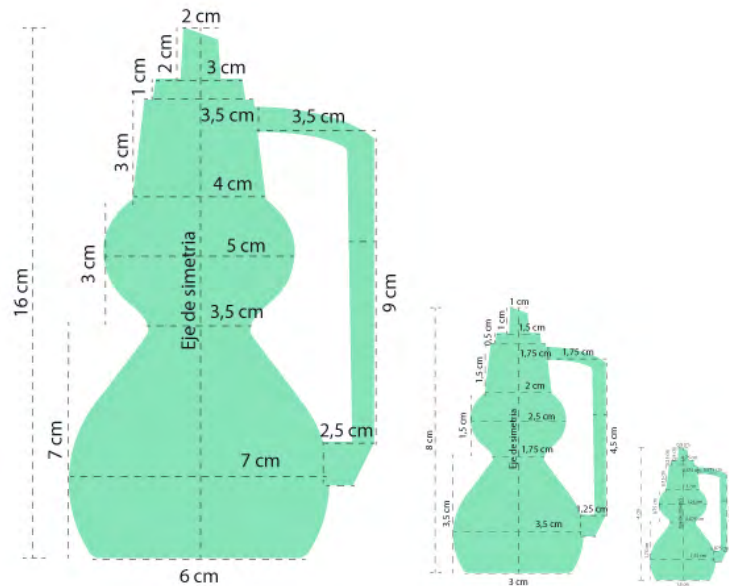
La naturaleza siempre ha producido estas formas y las podemos encontrar al detallar el contorno de las nubes, el perfil de las montañas, los árboles, las flores, los helechos, la cáscara de una piña, la disposición de las partes que integran el brócoli y, en general, todo lo que conforma la naturaleza. La fractalidad despliega ca-

acterísticas irregulares que se dividen infinitamente a partir de su forma inicial. También en esta geometría se presenta otra forma de estructura que articula su crecimiento por extensión a partir de un patrón que se despliega de forma repetida. Todas estas formas geométricas son posibles de capturar hoy para establecer con ellas relaciones lógicas de crecimiento con sus movimientos, las cuales crean composiciones bidimensionales que nos acercan a las ilusiones ópticas y, de manera contundente, a la creación de nuevas estructuras, que interpretan y encuentran nuevos puntos de apoyo en equilibrio. Este planteamiento de la geometría fractal está caracterizado por dos momentos: la elección de formas en el seno del caos de la naturaleza y la elección de herramientas en el seno de las matemáticas.

Estos dos momentos llevan a la búsqueda y creación de nuevas formas: desde el dominio del caos incontrolado y desde el orden pulcro de lo matemático, que tiene como resultado una nueva expresión desde la dimensión fractal. Aquí se toma como elemento articulador la matriz por coordenadas, que es aplicable a la producción de formas en general, y que está basada en fracciones modulares que se desarrollan y se mueven en una longitud y en unas trayectorias determinadas. La geometría fractal se presenta entonces como herramienta de estudio que permite entender y experimentar con el concepto de *repite sucesivo* de un módulo, que a su vez tiene cambios dentro de su pauta de variación con el fin de transformar la forma inicial. Para que las relaciones lógicas se planteen, se hace necesario utilizar como instrumento de trabajo la escala, que muestra la relación de semejanza establecida entre el dibujo de la figura y el prototipo como forma.

Al trabajar la medida, se observa que la escala es un instrumento del cual se puede partir para medir, reducir o aumentar el tamaño real de las formas y los objetos. Así es que la medida nos lleva a trabajar las tres dimensiones fundamentales: largo, ancho y alto, en las que existe una participación directa con la proporción, que deja entrever la relación armónica de las dimensiones entre diversas figuras y sus composiciones. La proporción aquí propicia pautas para controlar y ordenar las formas.

También se encuentra que las relaciones de las áreas, al aplicarse de manera proporcional en espacios con antelación divididos y con conceptos que estéticamente están en equilibrio y armonía, se aproximan a la aplicación de la proporción áurea, donde se analizan las relaciones de la parte mayor elegida y la parte menor, para considerar que tienen la misma relación con el todo observado, en la que se desarrolla un sistema de proporción que se repite de forma secuencial.



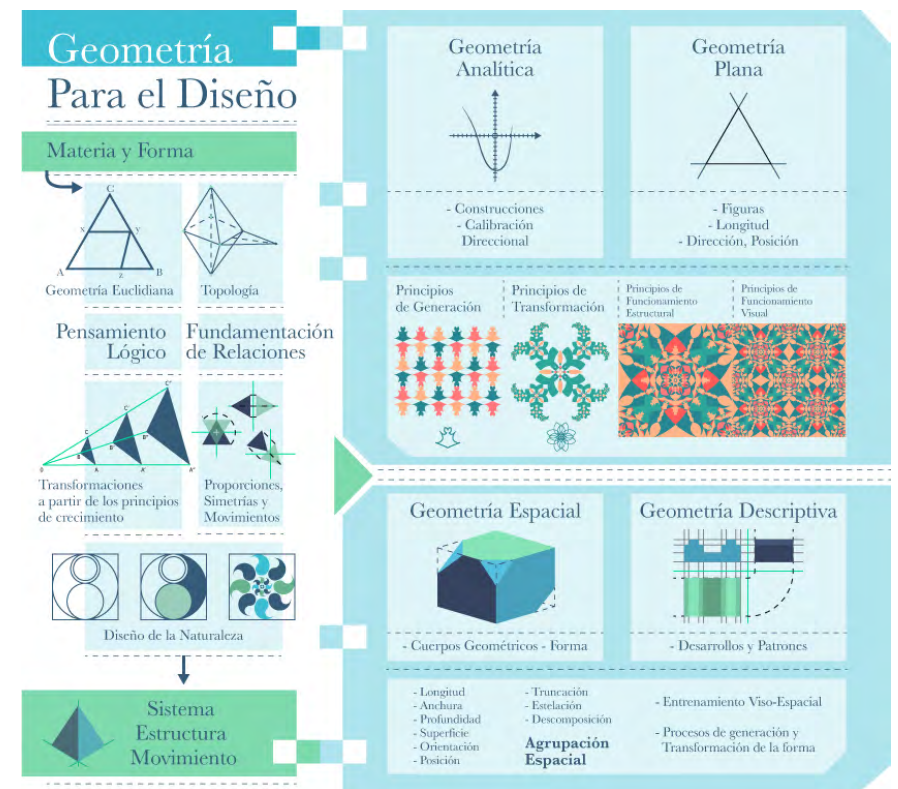
Escala

El estudio de la geometría, basado en puntos, en líneas y rectas, conlleva la representación de planos y volúmenes, en los que su visualización se puede hacer a través de axiomas, o sea, el sistema dentro del cual los números y ángulos se convierten en un instrumento más para comprender y explicar interrogantes que surgen al construir desarrollos o al dibujar planos constructivos de formas y figuras. Esta instrumentación es pertinente para la elaboración de planos, porque introduce conceptos como posición, dirección y orientación. Y para la elevación de plantas y fachadas, se utiliza la aplicación del teorema de Pitágoras, porque facilita la elaboración de desdoblamientos, desarrollos y patrones, que parten de números figurados: triangulares, cuadrados, piramidales o cúbicos, según la configuración geométrica que presente la estructura, llámese plana o espacial.

Con lo anterior se explica cómo este libro propone una estructura metodológica a través de las geometrías para el estudio de la forma, a partir de un aprendizaje de comprensión lógica y aplicación experimental y así procesar el lenguaje tri-

dimensional para lograr sintetizar el objeto de estudio en figuras y formas óptimas, en el cual la dimensión se ordena por niveles de complejidad, con el fin de ser desglosados para su comprensión y aplicación.

A continuación, se presenta la estructura metodológica que articula el discurso del texto.



Mapa conceptual

## Metodología a partir de los principios constructivos de la forma

La geometría ha estado presente en la historia del conocimiento desde que el hombre se conoce en su trayecto histórico, la cual se ha incorporado como instrumento para el desarrollo técnico y artesanal y posteriormente como apoyo para el progreso conceptual y estructural en el perfeccionamiento de avances tecnológicos.

Los métodos planteados en la metodología del libro como el empírico-analítico potencializan las habilidades y destrezas a través del lenguaje tridimensional, en principio con razonamientos universales y abstractos, con la finalidad de sintetizar y comprender los procesos que por medio de la geometría euclidiana permiten situar y representar figuras y formas, y el método de exploración formal que favorece el desarrollo descriptivo, perceptivo, correccional y morfológico para sintetizar, representar y transformar las figuras y las formas. De la implementación de estos dos métodos, se deriva la metodología principios constructivos de la forma, basada en el estudio y la aplicación en prácticas de formalización, que clasifican conceptualmente los elementos y las relaciones de la forma que llevan a descomponer la estructura en unidades de análisis geométricas a través de procesos inductivos y deductivos, articulados en la geometría euclidiana, la geometría de transformaciones y la geometría de la naturaleza, cada una de estas geometrías se vinculan al proceso de estudio de las figuras y las formas. La metodología propuesta se realiza en cuatro niveles: nivel uno, el instrumental; nivel dos, la práctica lógica matemática; nivel tres, el estudio y las relaciones geométricas; y nivel cuatro, la exploración formal.

La implementación conceptual de la metodología se precisa a través de sus propiedades como son la matemática, la simetría, la divina proporción y los sistemas de simetrías naturales y artificiales.

Este libro encuentra un tema significativo en la propuesta de Patiño y Arbeláez en el texto *Generación y transformación de la forma*, en este se fundamenta la exploración y aplicación sobre los principios de crecimiento natural para formalizar, este planteamiento metodológico explora a partir de los principios de crecimiento lineal y estructural la mirada de formas y patrones descubriendo otros atributos morfológicos de la forma que se presentan como rasgos esenciales entre el sistema estructural que determina y direcciona la generación y la transformación final de la nueva forma «entendiéndose los rasgos como elementos

que se repiten con regularidad, los rasgos se catalogan como principios de crecimiento natural que puede utilizar el diseñador para proyectar y acercarse de un modo directo a la eficacia estética y estructural que utiliza la naturaleza para construir» (2009, p. 133). Los principios se reconocen en la exploración y transformación de la forma en la búsqueda de nuevas morfologías a partir de los principios de generación. Esta aseercción se reconoce en la metodología de principios constructivos de la forma en la implementación y el desarrollo de las prácticas geométricas planteadas en este texto para la creación de nuevas formas: desde el caos y desde el orden de lo matemático, que sumados al estudio áureo y fractal da como resultado otras morfologías.

# 1. Materiales e instrumentos

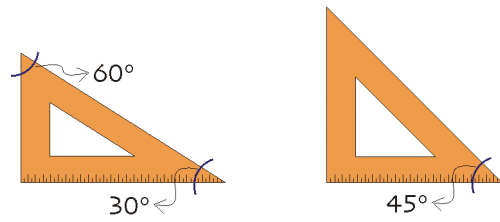
Siempre que se trata el tema de la geometría, se está hablando del estudio de la forma tanto bidimensional como tridimensional. Para poder trabajar en ella, es necesario recurrir a la utilización de una serie de instrumentos, los cuales facilitan la demostración y construcción de toda una teoría existente alrededor de esas formas descritas. También nos valemos de una gran cantidad de materiales que ayudan a concretar la parte conceptual de este libro.

## Instrumentos

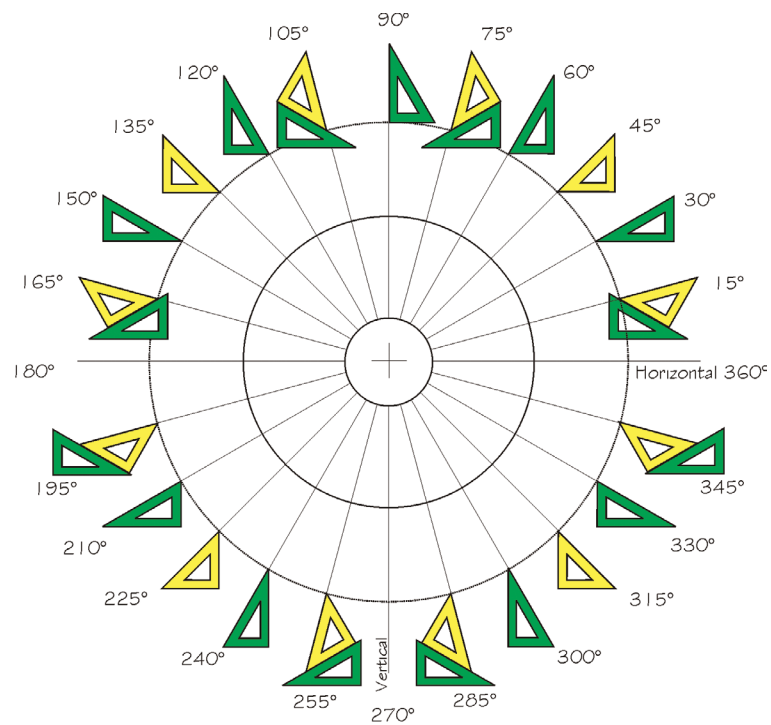
### De trazo y medición

#### *Escuadras*

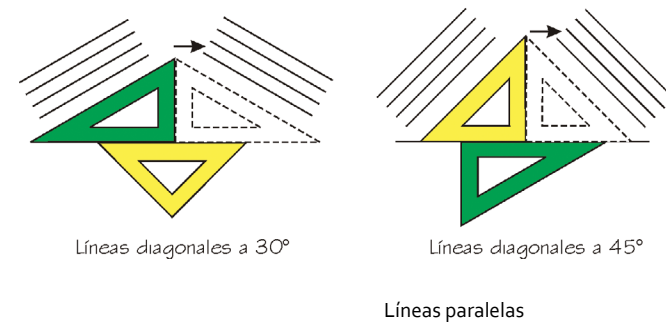
Plantillas en forma de triángulo recto. Pueden ser de  $45^\circ$  y de  $30^\circ$  o  $60^\circ$ . Se utilizan para trazar diferentes ángulos, líneas paralelas y medir longitudes en centímetros. Se pueden encontrar con bisel o sin él, y también de tamaños muy variados.



Escuadras

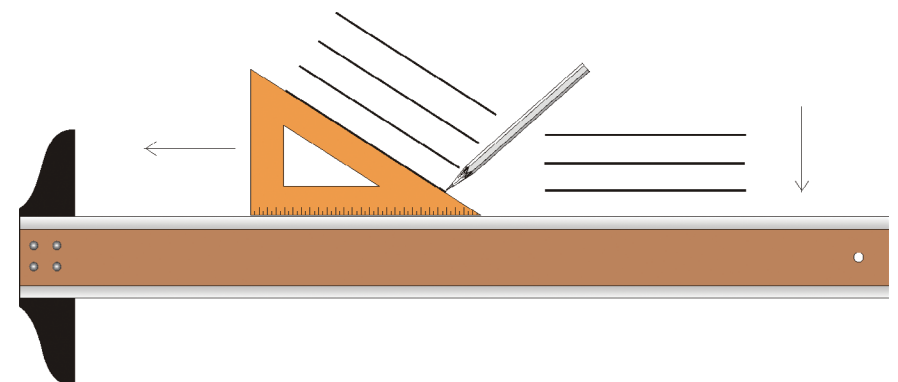


Medición de ángulos



### Regla T

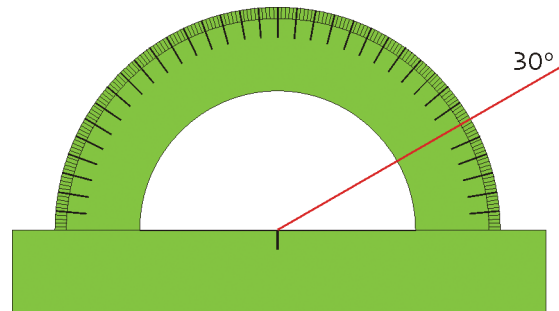
Es una regla en forma de T que se utiliza para trazar líneas paralelas teniendo como guía el borde de la mesa o de la hoja de trabajo. Si se recurre además a una escuadra, se pueden trazar líneas perpendiculares e inclinadas, con algún ángulo específico.



Regla T

## Transportador

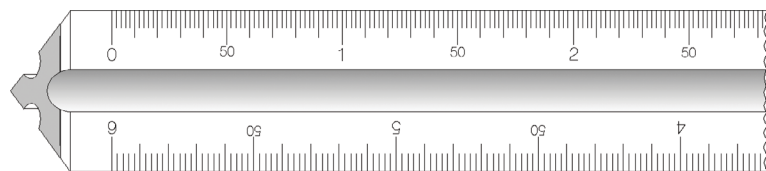
Plantilla con forma circular o de medio círculo. Se utiliza para medir y trazar ángulos. Sus medidas van de 0° a 360°. Ofrece la posibilidad de medir ángulos en todas las direcciones: a la derecha, a la izquierda, hacia arriba y hacia abajo.



Transportador

## Escala

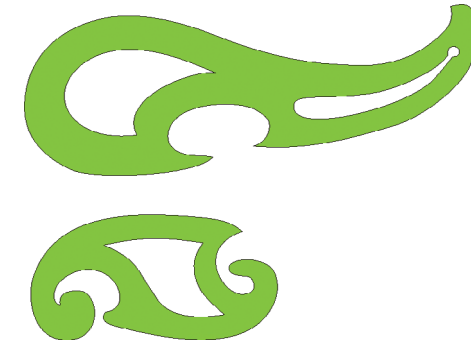
Regla con forma de prisma, que tiene en cada uno de sus lados dos formas diferentes de escalar un objeto o una medida. Un dibujo puede tener la misma medida del objeto real, pero también puede ser más pequeño o más grande que este. El rango de reducción y ampliación depende de las medidas del objeto y del tamaño de la hoja en que se quiere hacer el dibujo. Por ejemplo, una parte de una máquina se puede dibujar a la mitad de la medida real, el dibujo de un edificio puede ser cincuenta veces más pequeño que el real, un mapa mil veces más pequeño, o un piñón de un reloj en una vista ampliada puede ser diez veces más grande que el real.



Escala

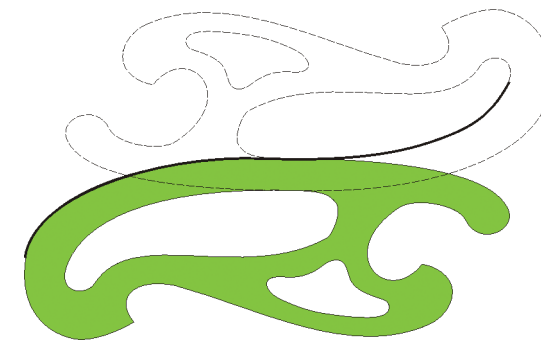
## Curvígrafo

Se emplea para dibujar curvas irregulares, es decir, cuando no son círculos o arcos de círculos.



Curvígrafo

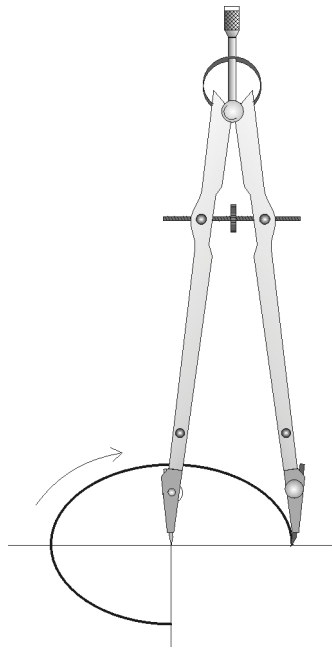
Existen muchas formas y tamaños con los que se pueden trazar hipérbolas, parábolas, elipses, espirales, o cualquier forma que tenga curvas. En general, está fabricado con plástico transparente y se pueden encontrar en varios tamaños para abarcar mayor posibilidad de curvas. También existe otro tipo de curvígrafos que son ajustables, fabricados con un material flexible, lo que permite que se puedan adaptar a una gran cantidad de curvas, pero están limitados por la elasticidad y el calibre que tiene el material, para cuando se trata de formas muy pequeñas o cerradas.



Trazo de curvas

## Compás

Es un instrumento utilizado para trazar círculos o arcos de círculo, simplemente ajustándolo a la medida del radio que se necesita. Se ubica la aguja en un punto que será el centro del círculo, y con la punta del otro extremo, se hace el trazo en el sentido de las manecillas del reloj.

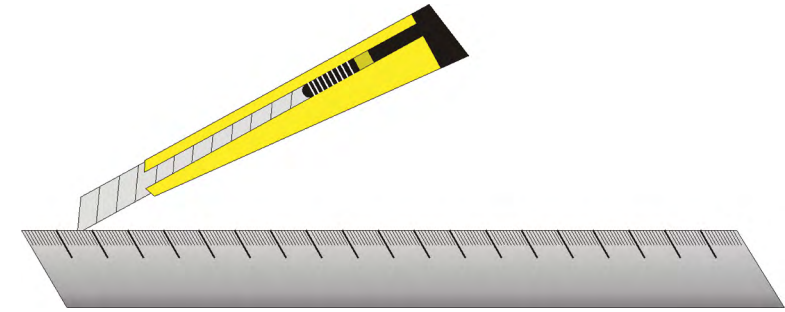


Compás

## De corte

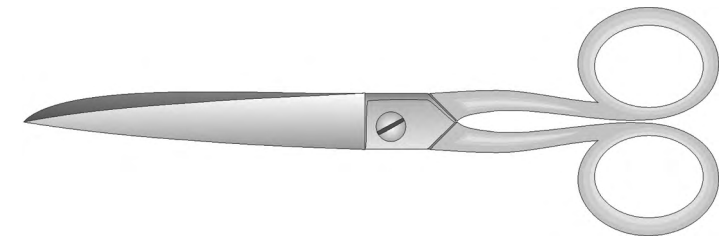
### Cuchillas y tijeras

El uso de cada uno de estos instrumentos depende del corte que se necesite y del material que se va a cortar. La cuchilla o bisturí se utiliza para cortar superficies planas y sin textura como papeles, acetato y cartones delgados. Cuando se cortan líneas rectas, es necesario ayudarse de una regla para que el corte quede perfecto.



Bisturí y regla metálica

Las tijeras se usan para cortar otros materiales como plástico, tela, papeles de muy poco gramaje, como el papel de seda, y también algunos tipos de fibras y materiales sintéticos. Se recomiendan para hacer cortes de líneas curvas, porque permiten controlar mejor el recorrido del corte.



Tijeras

### Cortadora láser

Es una máquina que permite hacer cortes en materiales como madera, acrílico, cartón y papel. Esta máquina está asociada a un computador, el cual le envía la orden de cortar un dibujo específico. Es muy útil para cuando se requiere hacer cortes muy precisos o con trazos muy complejos.

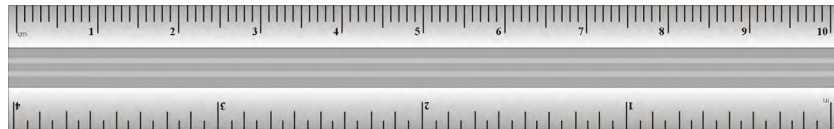




Cortadora láser

### Regla de metal

El uso de esta garantiza que el corte con bisturí sea más preciso, porque el material es mucho más resistente que el plástico de las escuadras o de otro tipo de reglas.



Regla de metal

### Tabla salva corte

Es una superficie de vinilo muy resistente, que se usa como base cuando se va a hacer cortes con el bisturí en algún material plano. Esta tabla ayuda a proteger la mesa de trabajo, cuida el filo de la cuchilla y hace que dure más, y por todo esto se logran cortes de mejor acabado y precisión que cuando se hacen sobre madera, vidrio o un cartón.

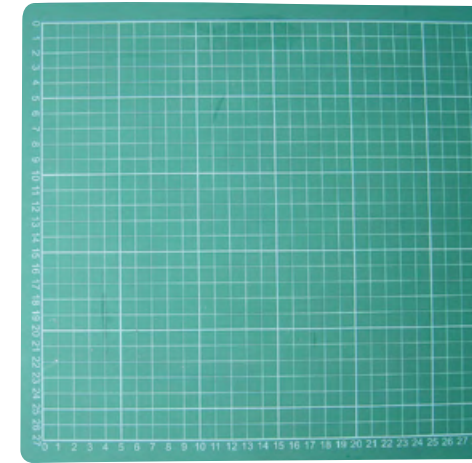


Tabla salva corte

## Materiales

### Papeles

Una gran variedad de papeles comerciales y artesanales están disponibles en un amplio rango de texturas y gramajes. Papeles comerciales como el Bristol, el Prisma y el Canson son ideales para moldear, doblar y cortar; los de las líneas Bristol son papeles lisos, mientras que los Canson y Prisma tienen variedad de texturas en la superficie dependiendo de la referencia. También vienen en una gran variedad de colores, tanto en los lisos como en los texturados. Existen igualmente los papeles Bond (corriente y directivo), que se encuentran en distintos gramajes, desde 60 hasta 115 g/m<sup>2</sup>. Son muy apropiados para dibujo, *sketches*, planos, impresión y escritura. También es ideal para hacer pruebas antes de construir la maqueta definitiva.

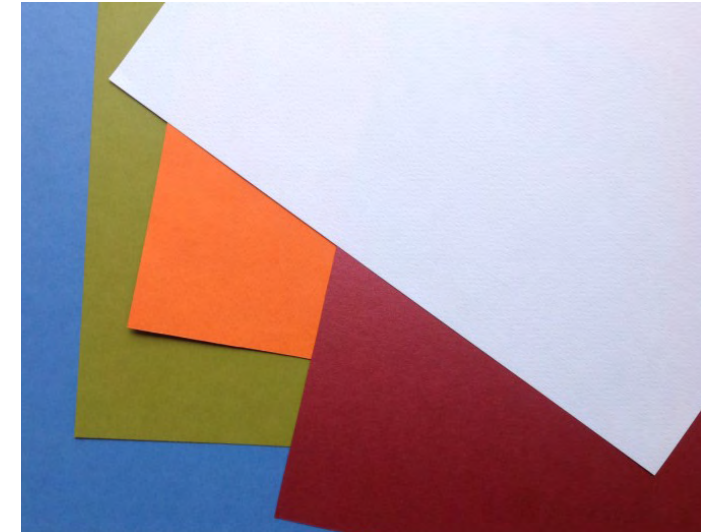


Papeles

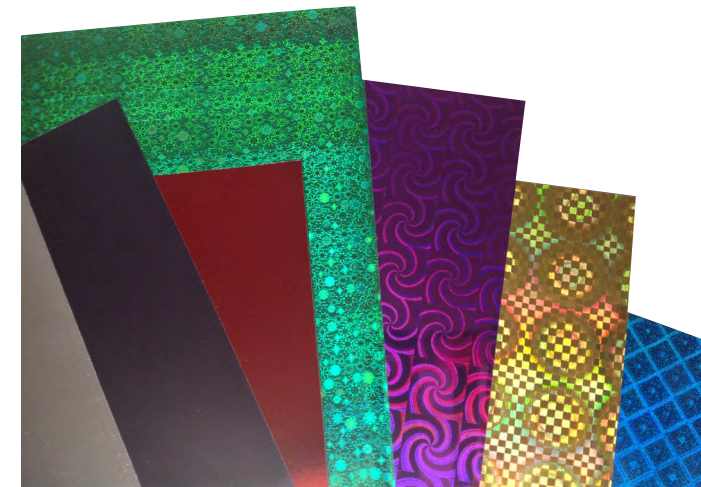
### Cartulinas

Las cartulinas tienen un gramaje más alto que el de los papeles, y al igual que estos, se pueden encontrar en diferentes texturas y colores. Las cartulinas de superficie muy lisa, como la Propalina, que es de alta blancura, se recomiendan para hacer presentaciones finales en las que se necesita hacer impresiones láser o *inkjet* como para construcción de maquetas, machotes de libros y otros impresos, tras lo cual se tiene como resultado una mejor apariencia. Dentro del grupo de las cartulinas lisas, también se encuentran las de color, como las de las líneas Iris y Bristol, que vienen en una amplia gama de colores como los tonos pastel, tierra, brillantes y ácidos. Existe también el grupo de las texturadas, como son las Prisma, Canson y Torreón, que son importadas.

En otra línea, se encuentran las cartulinas esmaltadas, por una o por ambas caras, lo que les proporciona brillo, excelente lisura y buena respuesta al plegado. Por eso, se recomiendan para utilizar en empaques. También encontramos las cartulinas metalizadas, que tienen un revestimiento con películas que les proporciona una apariencia metálica. Tienen alta resistencia y vienen en una gran variedad de colores, también disponibles con diseños holográficos. Son muy utilizadas para empaques de productos comestibles y regalos, y con fines decorativos.



Cartulinas



Cartulinas metalizadas

## Cartones

Se empieza a hablar de cartón cuando el gramaje es muy alto. Se caracterizan por su alta resistencia y dureza. La mayoría de los cartones se producen a base de fibras vírgenes o de papel reciclado, y por eso el color casi siempre es de la gama del marrón, pero en algunas referencias se encuentran otros colores, porque en la capa superior se les aplica un acabado diferente, lo cual les adiciona color. Se utilizan para embalaje, envases, cajas de diversos tipos y maquetas. Entre los más usados para construir maquetas, están el cartón craft, que es de color natural (marrón); el cartón dúplex, que tiene una cara de color natural y otra blanca; el cartón paja, que viene en color crema, blanco o de colores. Está también el cartón corrugado, el cual tiene dos capas de cartón liso y entre ellas tiene una capa de cartón ondulado; se utiliza mayormente para construcción de cajas de embalaje para la industria, por su alta resistencia al uso y el peso.

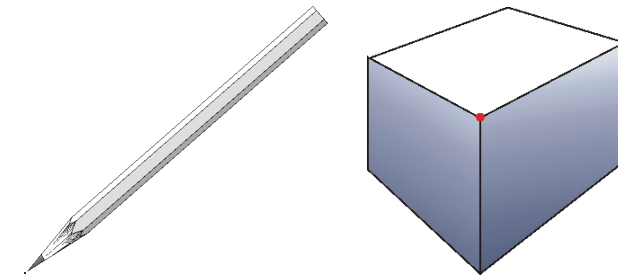


Cartones

## 2. Conceptos básicos

### Punto

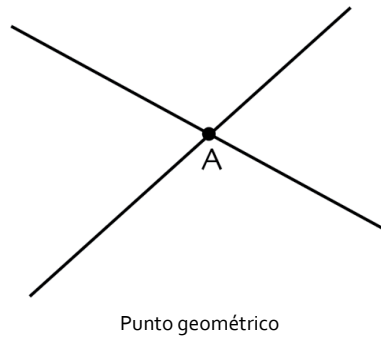
La idea de *punto* como se usa en geometría es una abstracción, y la adquirimos a partir de experiencias con objetos físicos; el extremo de un lápiz afilado, la punta de un alfiler, el vértice de un cubo, sugieren la idea de un punto.



Punto

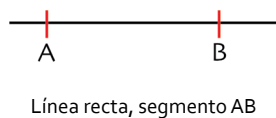
Usamos la palabra *punto* para describir la huella que deja un lápiz afilado sobre un papel; sin embargo, el punto, lo mismo que los números, es una abstracción que no se puede ver ni tocar, no tiene dimensión, es decir, no tiene longitud, área, ni volumen. El punto que deja un lápiz sobre el papel, si se amplía millones de veces, será aún millones de veces más grande que un punto geométrico.

Geoméricamente, lo podríamos definir como el cruce de dos líneas en un plano o en el espacio; se representa con una letra mayúscula.



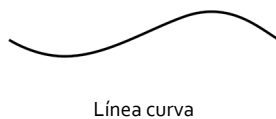
## Línea

El concepto de línea recta se adquiere a través de experiencias con objetos concretos. Una línea se puede considerar como una sucesión de puntos. Se representa en general mediante una letra mayúscula o minúscula especificando dos puntos de ella. Un símbolo frecuentemente empleado para representar una línea recta que "pase" por los puntos A y B es recta AB.

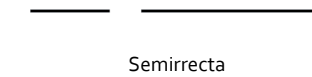


Existen distintas clases de líneas, como son:

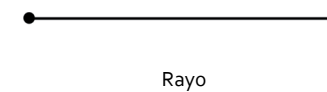
- Línea curva: es un conjunto de puntos que no están dispuestos en línea recta, puede tener extensión definida o indefinida. Las curvas cerradas terminan en el mismo punto donde empiezan.



- Semirrecta: si le quitamos un punto a una recta, a cada una de las partes restantes la denominamos semirrecta.



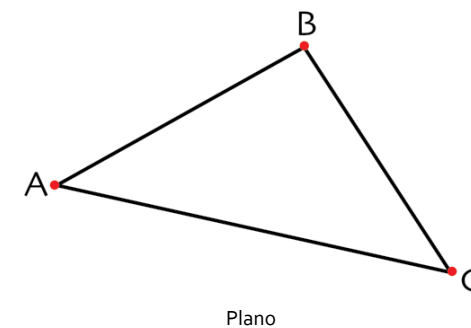
- Rayo: es la porción de recta que comienza en un extremo y se extiende indefinidamente en una dirección. El punto indica el inicio del rayo y la flecha indica que no termina.



Segmento: el segmento de recta es un subconjunto de la recta que contiene dos puntos denominados extremos y todos los puntos que hay entre ellos, como se denotan AB. A diferencia de una recta o línea, el segmento tiene principio y fin.

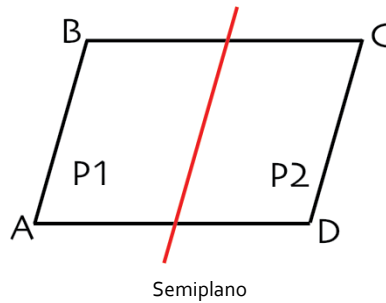
## Plano

La superficie de una mesa, o la de un patio, nos conducen a abstraer el concepto de *plano*. También puede considerarse como un conjunto de puntos que se extiende infinitamente en todas las direcciones. Un plano está determinado por mínimo tres puntos que no están en línea recta. Se denomina con una letra P.



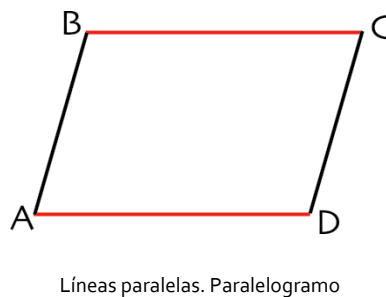
## Semiplano

Son los planos que quedan cuando trazamos una línea recta dentro de un plano.



## Líneas paralelas

Dos rectas de un plano que no se intersectan son paralelas.

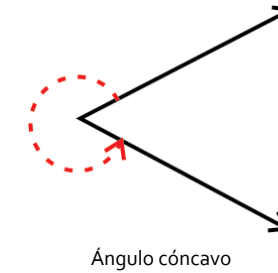


## Ángulo

Denominamos ángulo a la unión de dos segmentos de recta con un extremo común. Ese punto común se denomina vértice, y sus lados son dos rayos.

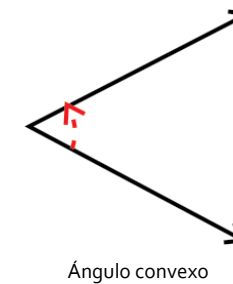
## Ángulo cóncavo

Es el que contiene las prolongaciones de sus lados, mide más de  $180^\circ$  y  $360^\circ$ .



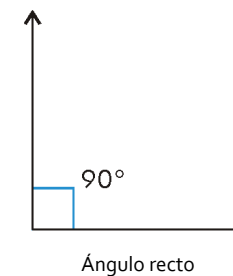
## Ángulo convexo

Es el que no contiene las prolongaciones de sus lados, mide menos de  $180^\circ$  y más de  $0^\circ$ .

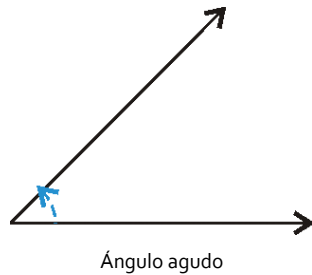


La unidad de medida de los ángulos puede ser completamente arbitraria, pero, según sea esa medida, se pueden catalogar así:

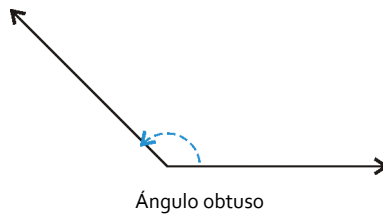
- Ángulo recto: su medida es igual a  $90^\circ$ .



- Ángulo agudo: mide más de  $0^\circ$  y menos de  $90^\circ$ .



- Ángulo obtuso: mide más de  $90^\circ$  y menos de  $180^\circ$ .



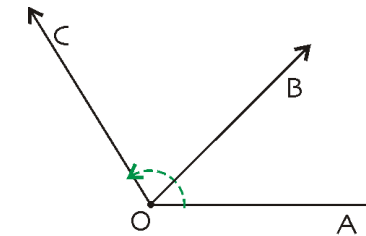
- Ángulo llano o plano: es el ángulo generado por dos rayos que tienen el extremo común y sentido contrario, mide  $180^\circ$ .



- Ángulos congruentes: son los ángulos que tienen la misma medida, aunque pueden estar en distinta posición.

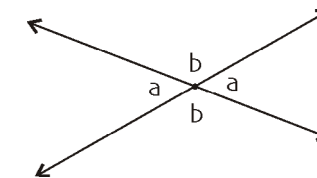
Los ángulos también pueden clasificarse según sea su ubicación con respecto a otro ángulo dentro del mismo plano:

- Ángulos adyacentes: cuando tienen el mismo vértice y un lado común.



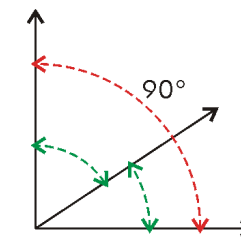
Ángulos adyacentes

- Ángulos opuestos por el vértice: son los ángulos no adyacentes que se forman cuando dos rectas se intersecan. Tienen el mismo vértice.



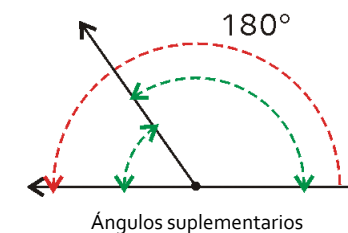
Ángulos opuestos por el vértice

- Ángulos complementarios: son ángulos adyacentes cuya suma es igual a  $90^\circ$ .



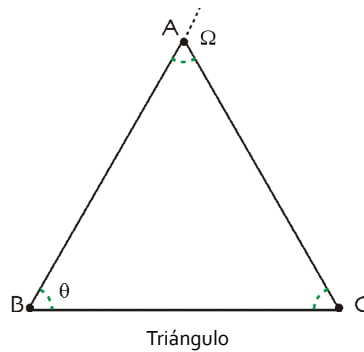
Ángulos complementarios

- Ángulos suplementarios: son ángulos adyacentes cuya suma es igual a  $180^\circ$ .

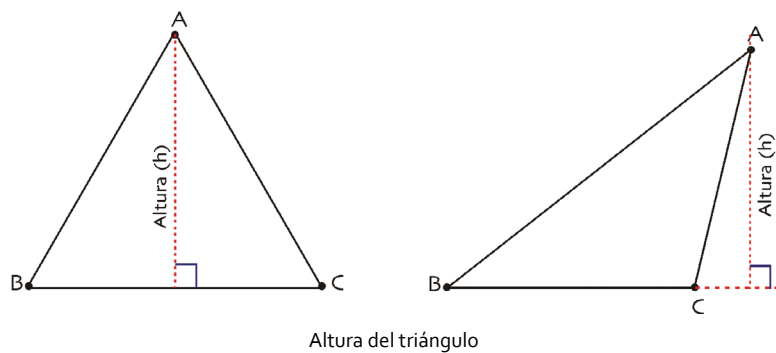


## Triángulo

El triángulo es una figura plana, conformada por tres puntos A, B, C no alineados, que se unen mediante tres segmentos, los cuales forman los lados. Los puntos A, B, C son los vértices del triángulo. Los elementos que componen el triángulo son:



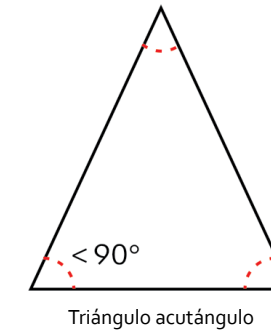
- Ángulos internos: son los ángulos cuyos vértices son A, B, C y cuyas intersecciones forman el interior del triángulo.
- Ángulos externos: son los que están formados por un lado del triángulo y la prolongación del lado adyacente.
- Perímetro: (p) es la suma de las medidas de los tres lados.
- Altura: (h) es la perpendicular trazada desde un vértice hasta su lado opuesto. No siempre está en el interior del triángulo.
- Base: (b) es el lado respecto del que se traza la altura.



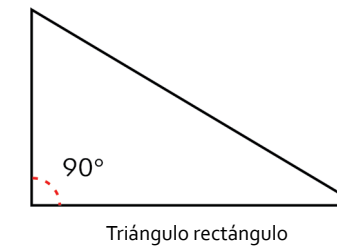
## Clases de triángulos

Los triángulos se clasifican en relación con sus ángulos y sus lados. Con respecto a sus ángulos son:

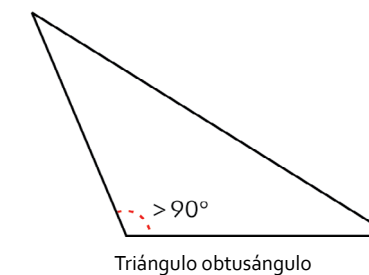
- Triángulo acutángulo: tiene todos sus ángulos agudos.



- Triángulo rectángulo: tiene un ángulo recto.



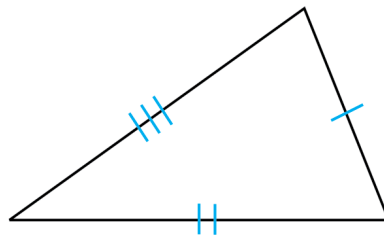
- Triángulo obtusángulo: tiene un ángulo obtuso.



La suma de todos los ángulos internos de un triángulo siempre es  $180^\circ$ .

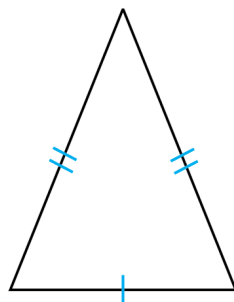
Con respecto a la medida de sus lados, los triángulos son:

- Triángulo escaleno: tiene todos sus lados con diferente medida.



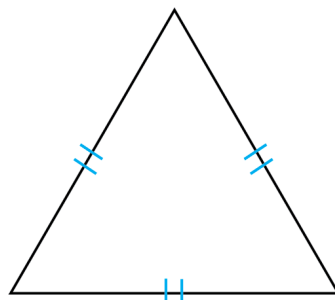
Triángulo escaleno

- Triángulo isósceles: dos de sus lados tienen igual medida.



Triángulo isósceles

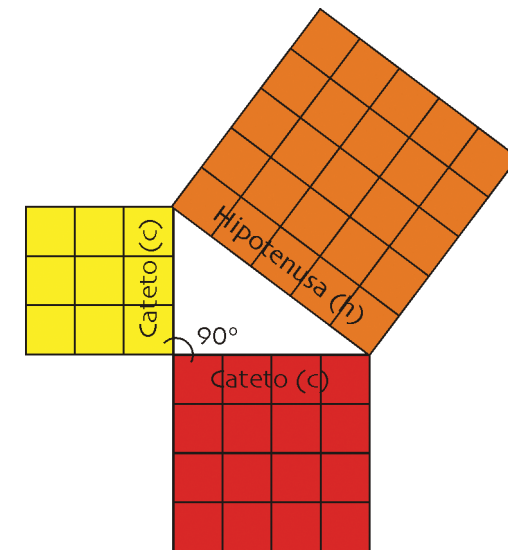
- Triángulo equilátero: todos sus lados son iguales, tienen igual medida.



Triángulo equilátero

## Teorema de Pitágoras

El teorema de Pitágoras está basado en el estudio del área de un triángulo rectángulo que se forma al ubicar tres cuadrados unidos por sus vértices. El teorema plantea que el área del cuadrado mayor ( $h$ ) es igual a la suma de las áreas de los dos cuadrados más pequeños ( $c$ ), donde la hipotenusa ( $h$ ) corresponde al lado del cuadrado más grande, o sea, el lado más largo del triángulo; los dos lados restantes son los catetos que corresponden a los lados de los dos cuadrados menores. La fórmula entonces será  $h^2 = c^2 + c^2$ .



Teorema de Pitágoras

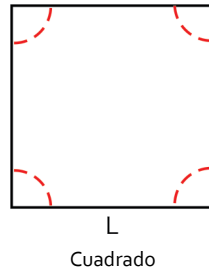
## Cuadriláteros y paralelogramos

Los cuadriláteros son figuras con una forma cualquiera, pero que tienen cuatro lados. La suma de los ángulos internos siempre es igual a  $360^\circ$ . Cuando sus lados opuestos son paralelos, estas figuras se denominan paralelogramos como el cuadrado, el rectángulo, el rombo y el trapecio. Esta clasificación se hace de acuerdo con las características de sus lados.



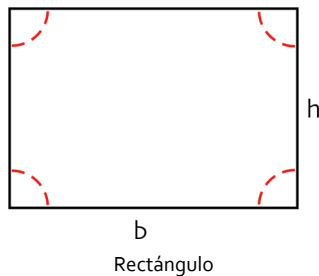
## Cuadrado

Los lados opuestos son paralelos, la longitud de los cuatro lados es igual, y todos sus ángulos internos son iguales y miden  $90^\circ$ .



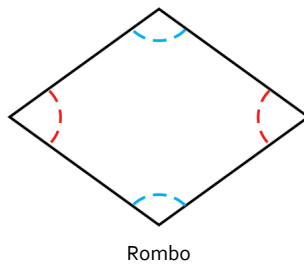
## Rectángulo

Los lados opuestos son paralelos y tienen la misma longitud, todos sus ángulos internos son iguales y miden  $90^\circ$ .



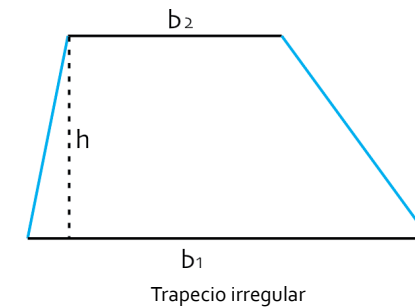
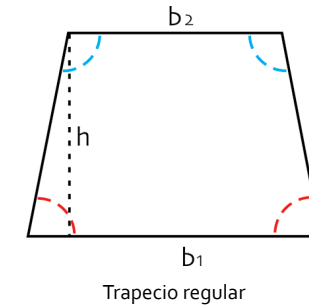
## Rombo

Los lados opuestos son paralelos, los cuatro lados tienen la misma longitud, y los ángulos opuestos son iguales entre sí.



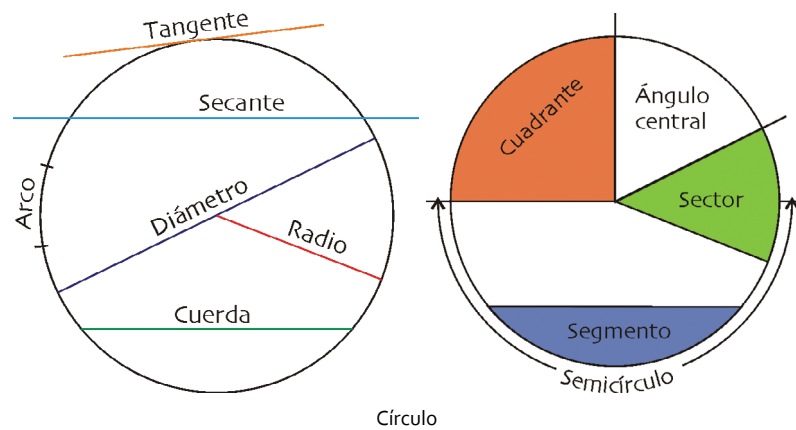
## Trapezio regular

Tiene dos lados paralelos que son las bases (superior e inferior), dos lados no paralelos con la misma longitud. Los ángulos de la base superior son iguales y los de la base inferior también. En el trapecio irregular, los lados que no son paralelos no tienen igual medida.



## Círculo

Es la superficie que está comprendida entre una línea curva, cuyos puntos se encuentran a la misma distancia del centro. Los elementos que conforman el círculo son:



- Centro: es el punto medio del círculo.
- Circunferencia: línea que determina la distancia alrededor del círculo.
- Radio: ( $r$ ) línea recta que une el centro con un punto de la circunferencia.
- Cuerda: línea recta que une dos puntos de la circunferencia, no pasa por el centro.
- Diámetro: ( $D$ ) línea que une dos puntos de la circunferencia pasando por el centro del círculo. Su medida es el doble de la del radio.
- Secante: línea recta que pasa por el círculo, pero no por su centro.
- Arco: segmento de la circunferencia.
- Semicírculo: arco que mide la mitad de la circunferencia.
- Arco menor: arco de medida menor que un semicírculo.
- Arco mayor: arco de medida mayor que un semicírculo.
- Ángulo central: ángulo formado por dos radios.
- Sector: área comprendida entre dos radios y un arco.
- Cuadrante: sector igual a la cuarta parte del área del círculo. Los radios que lo delimitan forman un ángulo recto.
- Segmento: área delimitada por una cuerda y un arco menor.
- Tangente: línea que está en el exterior del círculo y toca solo un punto de la circunferencia.
- Perímetro: ( $p$ ) es la medida de la circunferencia, o sea, de la línea exterior que define el círculo. La fórmula es  $p = 2\pi r$ .

## Áreas

El área de una figura es toda la cantidad de superficie contenida dentro de ella. Esa medida está determinada en unidades cuadradas, las más comunes son el centímetro cuadrado, el metro cuadrado, el kilómetro cuadrado, la pulgada cuadrada y el pie cuadrado.

Se han desarrollado las fórmulas para las áreas del triángulo, el paralelogramo, el trapecio y el círculo. Las áreas de otras figuras pueden encontrarse al dividir las en triángulos, rectángulos y trapecios, y luego se suman las áreas de estas figuras. Veamos las áreas de estas figuras básicas, donde  $b$  es la base,  $h$  es la altura y  $L$  es el lado:

$$\text{Triángulo: } A = \frac{b \times h}{2}$$

$$\text{Cuadrado: } A = L \times L = L^2$$

$$\text{Rectángulo: } A = b \times h$$

$$\text{Paralelogramo: } A = b \times h$$

$$\text{Trapecio: } A = \frac{h(b_1 + b_2)}{2}$$

$$\text{Círculo: } A = \pi \times r^2$$

## Construcciones básicas

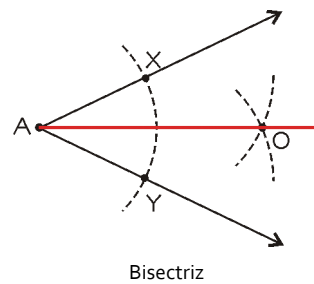
Para poder construir los polígonos regulares, es importante saber hacer algunas construcciones básicas que nos van a ayudar en los procedimientos que usamos para trazar esas figuras.

### Bisectriz

La bisectriz es una línea que divide a un ángulo en otros dos ángulos de igual medida.

## Procedimiento

1. Al hacer centro en el vértice A, se traza un arco que corte los dos rayos del ángulo, y así se obtienen los puntos X, Y.
2. Con radio mayor a XY, se trazan dos arcos, uno desde X y otro desde Y.
3. Donde se cortan los dos arcos aparece el punto O.
4. Se unen A con O y esta será la bisectriz.

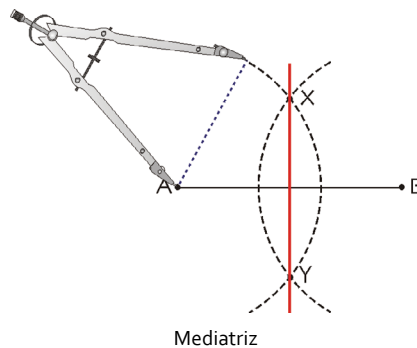


## Mediatriz

Es la línea que pasa por el punto medio de un segmento.

### Procedimiento

1. Se traza un segmento AB al que se le va a trazar la mediatriz.
2. Al hacer centro en A, y con una abertura mayor a la mitad, se traza un arco que corte el segmento y pase por arriba y por debajo de este.
3. Con la misma abertura, se traza otro arco desde el punto B.
4. Los dos arcos se cruzan en los puntos X e Y, y al unir estos dos puntos, obtenemos la mediatriz.

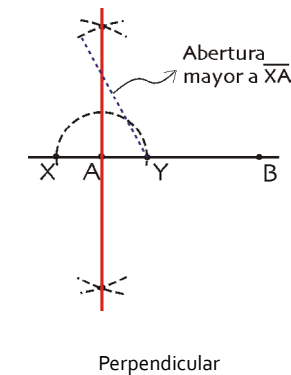


## Perpendicular

Es un segmento que interseca a otro y forma un ángulo de  $90^\circ$ . Se diferencia de la mediatriz en que no divide al segmento en dos partes iguales.

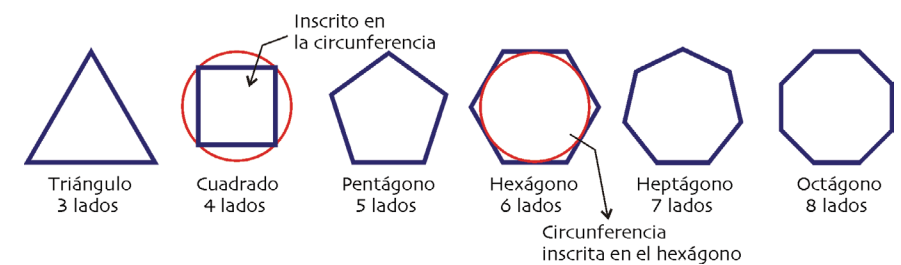
### Procedimiento

1. Se traza un segmento AB.
2. Al hacer centro en el punto A, y con cualquier abertura, se traza un arco que corte al segmento en dos puntos X e Y.
3. Al hacer centro en X, y con una abertura mayor de la distancia XA, se traza un arco arriba y otro abajo del segmento. Se hace lo mismo desde el punto Y.
4. Donde se cruzan los arcos, aparecen unos puntos, estos se unen con una recta y así se obtiene la perpendicular.



### 3. Polígonos regulares

Un polígono es una figura plana cerrada, formada por líneas rectas. Cuando todas las líneas que conforman la figura tienen la misma medida, se denomina polígono regular, y puede estar inscrito en una circunferencia. Existen muchas formas diferentes de construir estas figuras: por medio de los ángulos, por teoremas mediante los cuales se despeja una fórmula, por la división del diámetro según la cantidad de lados, etc. Pero en la construcción que se hace cuando se conoce la medida del lado, para algunas figuras debemos partir del trazado de una circunferencia y conocer la fórmula que nos permite saber cuál es el radio de la circunferencia para que la figura que está dentro de ella tenga la medida que queremos.



Polígonos regulares

## Construcciones

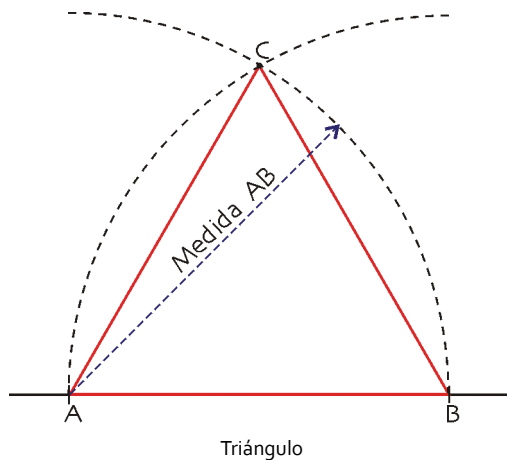
Estos procedimientos se hacen conociendo la medida del lado (L) de la figura.

### Triángulo equilátero

Polígono formado por tres lados iguales, tiene tres ángulos internos de 60°.

#### Procedimiento

1. Se traza un segmento AB con la medida del lado (L).
2. Al hacer centro en A con abertura hasta B, se traza un arco arriba del segmento.
3. Al hacer centro en B con abertura hasta A, se traza otro arco arriba del segmento.
4. Los dos arcos se cortan y este será el punto C; se unen los puntos A, B y C para obtener el triángulo.



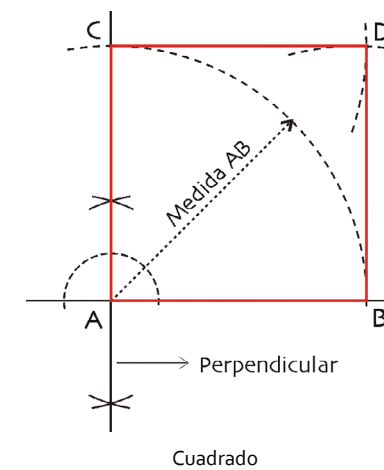
### Cuadrado

Figura de cuatro lados iguales. Todos los ángulos internos son rectos.

#### Procedimiento

1. Se traza una línea auxiliar.
2. Sobre la línea se toma la medida del lado y se obtiene el segmento AB.

3. Se traza una perpendicular en el punto A.
4. Desde el punto A se traza un arco con abertura AB y se hace que corte la perpendicular en la parte superior, el cual será el punto C.
5. Con la misma abertura y al hacer centro en C, se traza un arco al frente de este punto. Luego, manteniendo la abertura, se traza otro arco desde el punto B en la parte superior de este.
6. Donde se cortan los dos arcos, se obtiene el punto D. Para terminar, se unen los puntos A, B, C y D y se cierra el cuadrado.



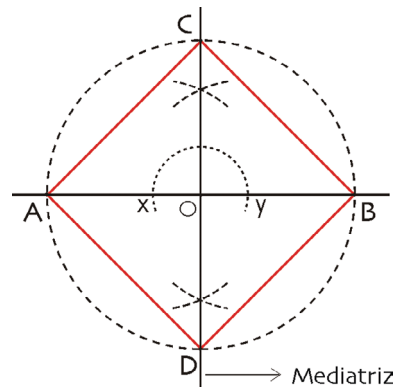
### Cuadrado inscrito en el círculo

Su construcción se hace a partir de una circunferencia, cuyo radio se puede hallar despejando la fórmula:

$$r = 0,707 \times L$$

#### Procedimiento

1. Se traza una línea auxiliar, y sobre ella un segmento AB teniendo en cuenta la medida del radio que dé como resultado la fórmula (AB será el diámetro).
2. Se traza la mediatriz al segmento AB y se hace que corte la circunferencia en dos puntos C y D.
3. Se unen los puntos A, C, B y D para formar el cuadrado.



Cuadrado inscrito

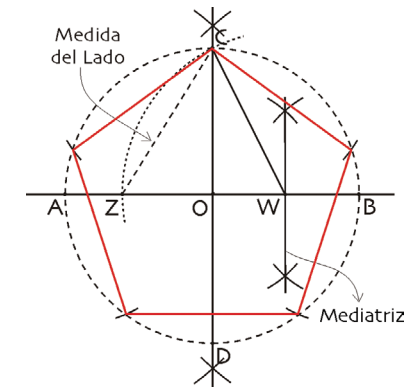
## Pentágono

Figura de cinco lados. Sus ángulos internos miden  $108^\circ$ . Su fórmula es:

$$r = 0,8506 \times L$$

### Procedimiento

1. Al conocer el radio, se traza una línea auxiliar y se dibuja la circunferencia, tras lo cual resulta el segmento AB.
2. Se traza la mediatriz al segmento AB y se encuentran los puntos C, D y O.
3. Se traza la mediatriz al radio OB y aparece el punto W.
4. Al hacer centro en W y con apertura hasta C, se traza un arco que corte el radio AO, tras lo cual obtenemos el punto Z.
5. La medida CZ es igual a la medida del lado del pentágono, esta medida se pasa por toda la circunferencia iniciando en el punto C. Se trazan los lados y así se forma el pentágono.



Pentágono

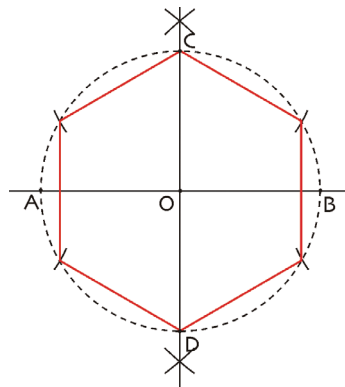
## Hexágono

Está conformado por seis lados y seis ángulos de  $120^\circ$ . Cuando se construye en la circunferencia, el radio de esta es igual al lado de la figura. Su fórmula es:

$$r = L$$

### Procedimiento

1. Se traza una línea auxiliar y en ella la circunferencia.
2. Aparece el segmento AB, a este se le traza la mediatriz y se muestran los puntos C, O y D.
3. La medida del radio CO es igual al lado del hexágono. Esta medida se pasa por toda la circunferencia a partir del punto C y se unen todos los puntos que forman el hexágono.



Hexágono

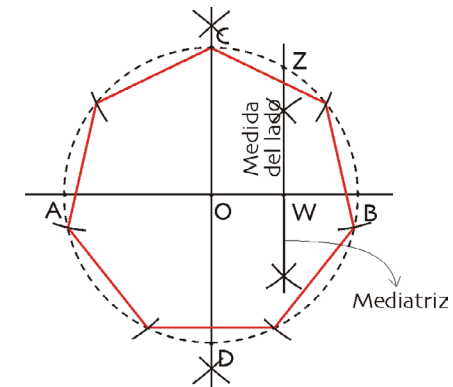
## Heptágono

Figura formada por siete lados, cuyos ángulos internos miden  $128,5^\circ$ . Al conocer la medida del lado, se despeja la fórmula para hallar la medida de la circunferencia y construir en ella el heptágono:

$$r = L/0,866$$

### Procedimiento

1. Se traza una línea auxiliar y se dibuja la circunferencia con la medida del radio obtenido.
2. Aparece el segmento AB y se le traza la mediatriz: se muestran los puntos C, O y D.
3. Se traza la mediatriz al radio OB hasta que corte la circunferencia. Aparecen los puntos W y Z.
4. La medida WZ es igual al lado del heptágono.
5. Se traslada esta medida por la circunferencia, se inicia en el punto C y se unen los puntos para cerrarlo.



Heptágono

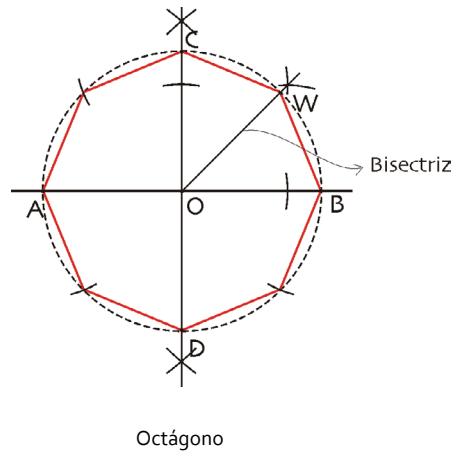
## Octágono

Es una figura de ocho lados, cuyos ángulos internos miden  $135^\circ$ . Su fórmula es:

$$r = 1,3 \times L$$

### Procedimiento

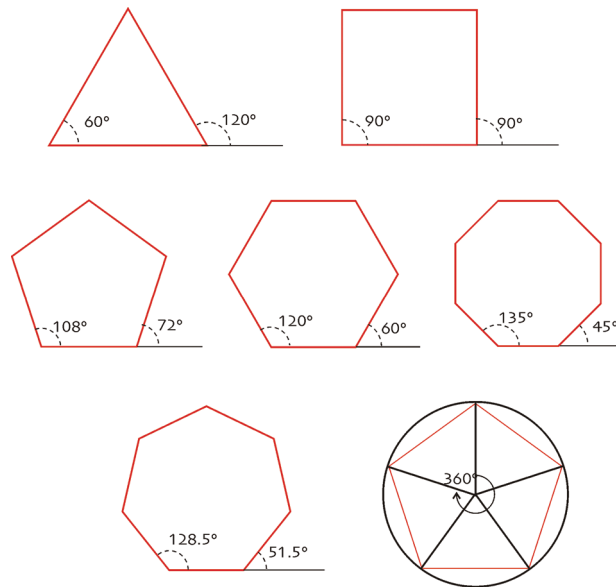
1. Se traza una línea auxiliar y sobre ella la circunferencia. Aparece el segmento AB.
2. Se traza la mediatriz al segmento AB y aparecen los puntos C, O y D.
3. Se traza la bisectriz al ángulo COB, hasta que corte la circunferencia y aparece el punto W.
4. La medida WC es igual a la medida del lado del octágono. Esta medida se traslada por la circunferencia con el compás.
5. Se unen todos los puntos para formar el octágono.



Octágono

## Ángulos de los polígonos

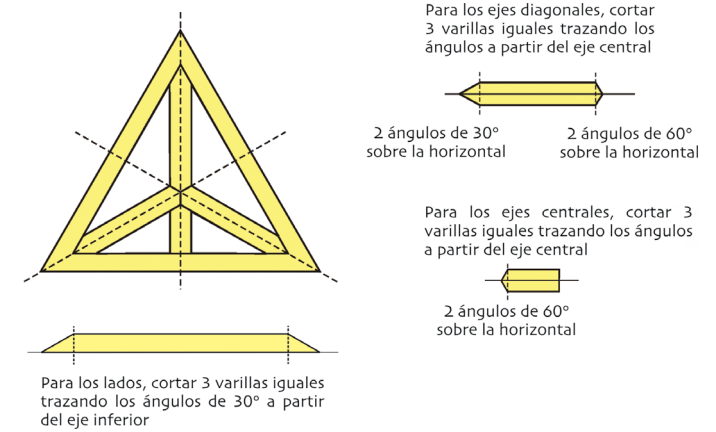
Todas las figuras geométricas tienen en su interior un ángulo determinado, y al conocer su valor en grados, podemos ubicarlas en el plano y además construirlas con la ayuda del transportador. En cada figura, si multiplicamos el ángulo externo por el número de lados de la figura, el resultado siempre será  $360^\circ$ ; y si sumamos un ángulo interno con el ángulo externo adyacente, el resultado es  $180^\circ$ .



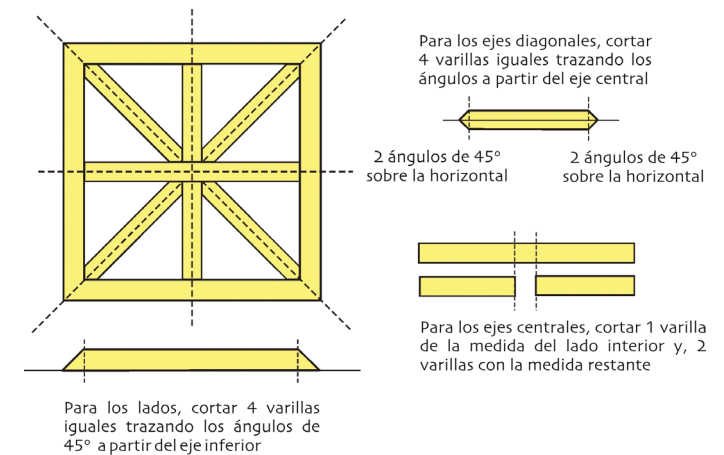
Ángulos de los polígonos

## Construcción de ángulos

Todos los polígonos regulares se componen en su interior de unos ejes de simetría que forman una estructura. Estos ejes, a su vez, nos ayudan a construir los ángulos internos de las figuras. Los siguientes son los esquemas para construir las figuras con balso:

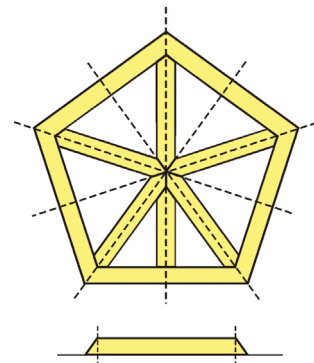


Construcción de los ángulos del triángulo



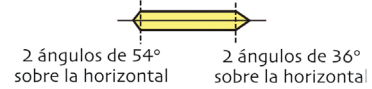
Construcción de los ángulos del cuadrado



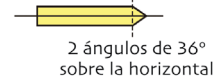


Para los lados, cortar 5 varillas iguales trazando los ángulos de 54° a partir del eje inferior

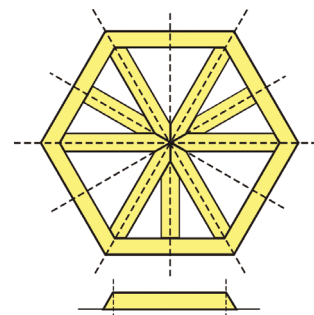
Para los ejes diagonales, cortar 5 varillas iguales trazando los ángulos a partir del eje central



Para los ejes centrales, cortar 5 varillas iguales trazando los ángulos a partir del eje central

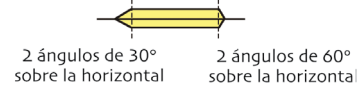


Construcción de los ángulos del pentágono

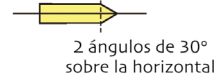


Para los lados, cortar 6 varillas iguales trazando los ángulos de 60° a partir del eje inferior

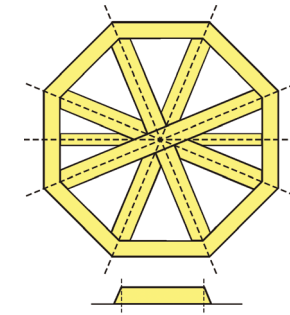
Para los ejes diagonales, cortar 6 varillas iguales trazando los ángulos a partir del eje central



Para los ejes centrales, cortar 6 varillas iguales trazando los ángulos a partir del eje central

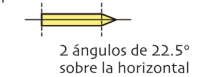


Construcción de los ángulos del hexágono



Para los lados, cortar 8 varillas iguales trazando los ángulos de 67.5° a partir del eje inferior

Para los ejes centrales, cortar 8 varillas iguales con un extremo recto y en el otro extremo 2 ángulos de 22.5° a partir del eje central



Para los ejes diagonales: Cortar primero 1 varilla del largo total de vértice a vértice, con 2 ángulos de 67.5° en cada extremo a partir del eje central



Luego, cortar 2 varillas iguales con un extremo recto y en el otro extremo 2 ángulos de 67.5° a partir del eje central



2 ángulos de 67.5° sobre la horizontal

Luego, cortar 4 varillas iguales con 2 ángulos de 67.5° en un extremo, y en el otro extremo 2 ángulos de 45° a partir del eje central



2 ángulos de 45° sobre la horizontal 2 ángulos de 67.5° sobre la horizontal

Construcción de los ángulos del octógono

## Pragmáticas

En la vida diaria del diseño y la naturaleza, vemos la aplicación de los conceptos estudiados en este capítulo. El uso de los polígonos se hace muy recurrente en la práctica de las tres áreas del diseño.





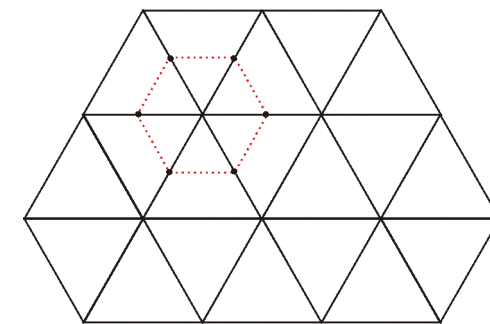
Pragmáticas de polígonos regulares

## 4. Redes geométricas

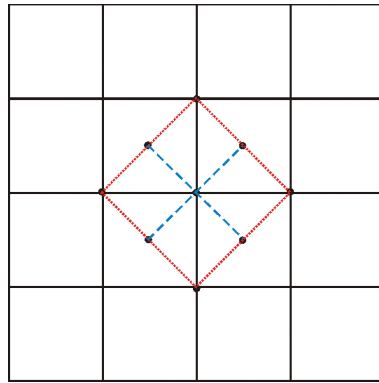
### Definición

Una red es una disposición racional de figuras geométricas regulares o no regulares. Las redes planas son una forma de organizar la superficie de un plano. Están formadas por estructuras poligonales cerradas y planas que corresponden a un orden geométrico estricto. Es un arreglo de polígonos regulares que encajan entre sí y cubren una superficie sin traslaparse.

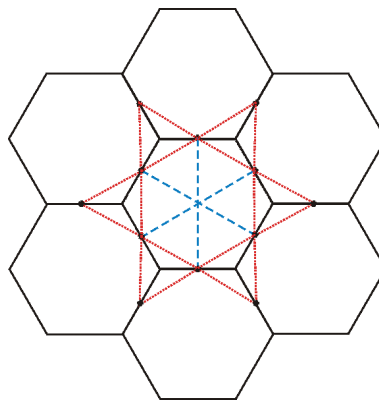
De esta manera, se conforman las mallas, las cuales son posibles cuando los ángulos de los polígonos son submúltiplos de  $360^\circ$ , como el triángulo, el cuadrado y el hexágono: Podemos decir que las redes conformadas por estas tres figuras son redes exactas o regulares, ya que no dejan ningún espacio distinto entre las figuras.



Red del triángulo. Relación 3,6

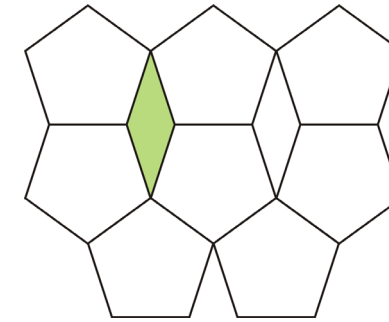


Red del cuadrado. Relación 4,4

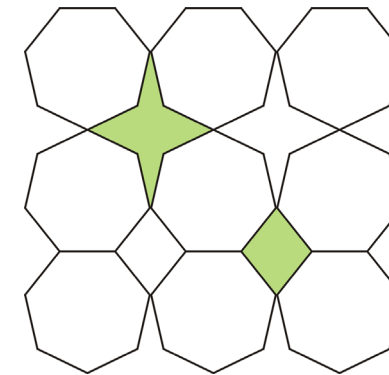


Red del hexágono. Relación 6,3

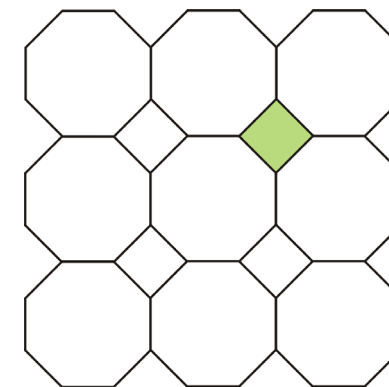
Lo que sí sucede con las redes conformadas por el pentágono, el octágono, el heptágono y el círculo, y todas las demás figuras geométricas, es que se forma una figura distinta del polígono original dentro de su ordenamiento geométrico, las cuales se denominan redes no exactas o irregulares.



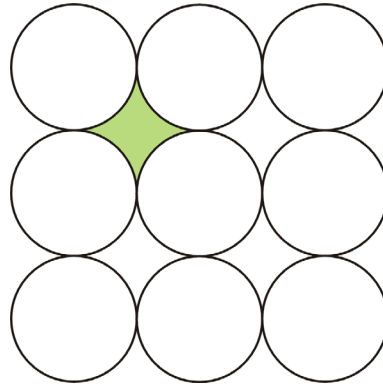
Red del pentágono



Red del heptágono



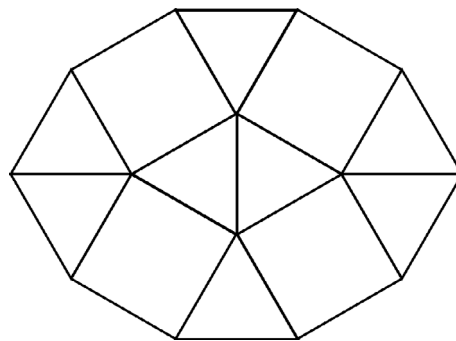
Red del octágono



Red del círculo

En la relación  $(X, Y)$ , el primer número indica la cantidad de lados que tiene la figura, y el segundo número, la cantidad de figuras que están en contacto al mismo tiempo, o sea que convergen en un mismo vértice. Triángulo: relación 3,6. Cuadrado: relación 4,4. Hexágono: relación 6,3.

Para otras aplicaciones, también se pueden construir algunas redes mediante la combinación de dos o más figuras, pero estas no podrían considerarse como redes regulares, sino irregulares o combinadas.



Red combinada

## Características de las redes

Para la construcción de las redes, es necesario tener en cuenta las siguientes características:

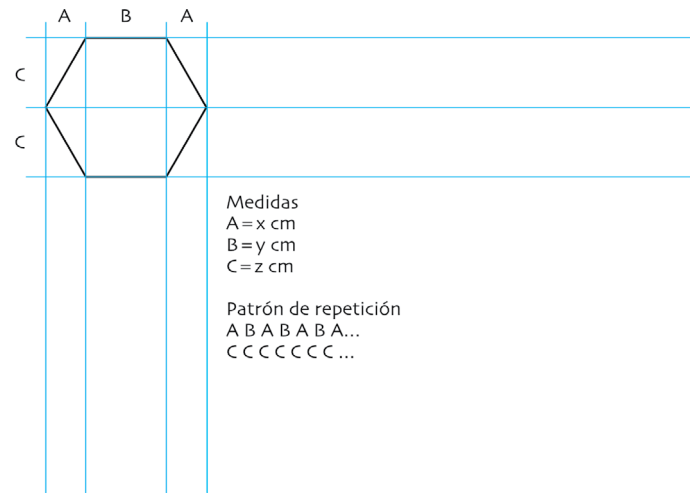
- Las redes se forman cuando se unen los lados de las figuras, o bien figuras iguales, o bien figuras diferentes.
- La unión se da lado con lado y vértice con vértice: no se debe unir lado con vértice.
- Una red es infinita, es decir, no tiene principio ni fin, se pueden seguir uniendo las figuras de manera infinita; solo la delimita el plano en el que se ubican.
- Se dice que una red no es alineada por tener crecimiento bidimensional, no lineal, es decir que crece en sentido horizontal y vertical.
- La red no posee foco o centro, porque es infinita y no inicia en un punto específico.

## Sistematización y construcción de las redes

La sistematización de una red consiste en dibujar una retícula sobre la red de polígonos para encontrar las medidas verticales y horizontales dentro de las cuales se inscribe la figura. La retícula proporciona las medidas para construir la red con instrumentos de manera que las figuras queden con la medida exacta.

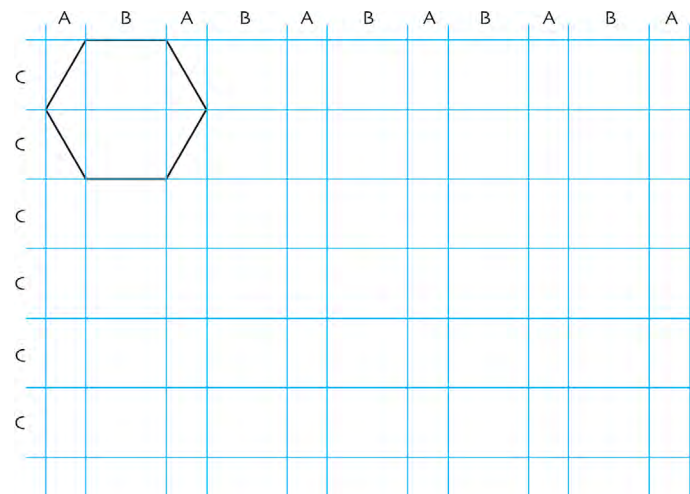
### Procedimiento

1. Se dibuja un polígono como base de la medida deseada, puede ser utilizando el método del compás o con el transportador. Se recomienda hacerlo en el extremo superior izquierdo de la hoja y sobre una línea horizontal auxiliar, para que la figura esté alineada con respecto a la hoja.
2. A partir de esta figura, se trazan líneas horizontales y verticales a lo largo y ancho de la hoja, que pasen por todos los vértices que tiene la figura.
3. Así aparecen unos espacios tanto en la horizontal como en la vertical. Estos espacios se miden y se nombran con letras según sean iguales o distintos entre sí. A este proceso se le denomina sistematización.



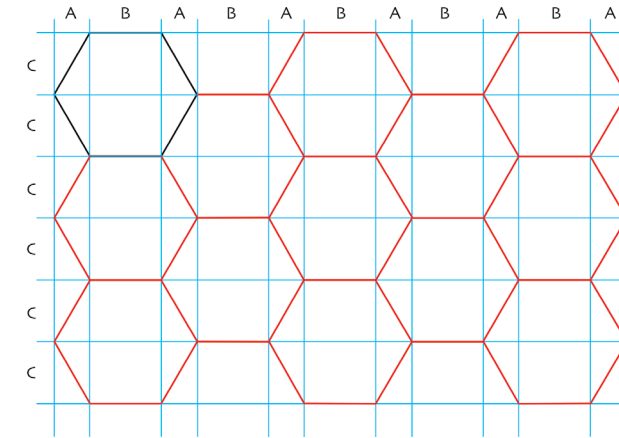
Sistematización de la figura

- Se empieza a repetir las medidas en la primera línea de arriba y en la de la izquierda, teniendo en cuenta el patrón de repetición que debe tener cada red, ya que para cada una este patrón es diferente.
- Se trazan las líneas respectivas a cada medida de forma paralela utilizando las escuadras para que este trazo quede muy exacto.



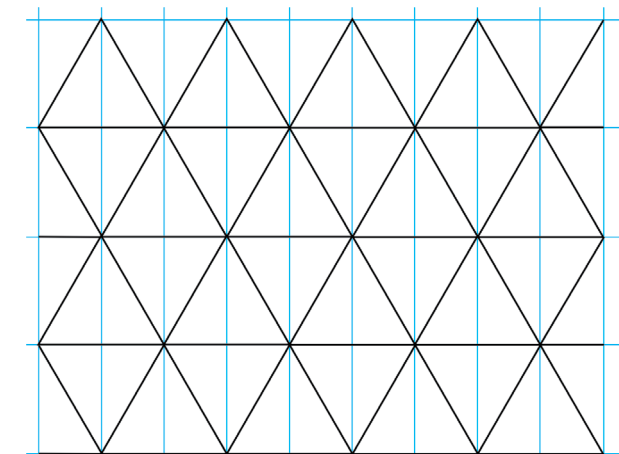
Trazo de líneas paralelas

- Cuando estén todas las líneas trazadas, se empieza a trazar la figura por toda la retícula hasta formar la red.

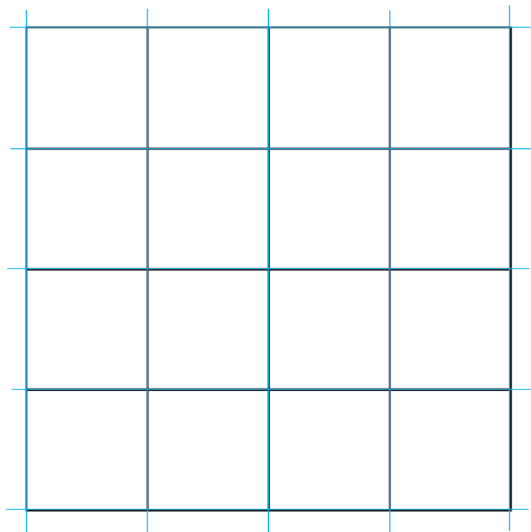


Trazo de la figura sobre la retícula

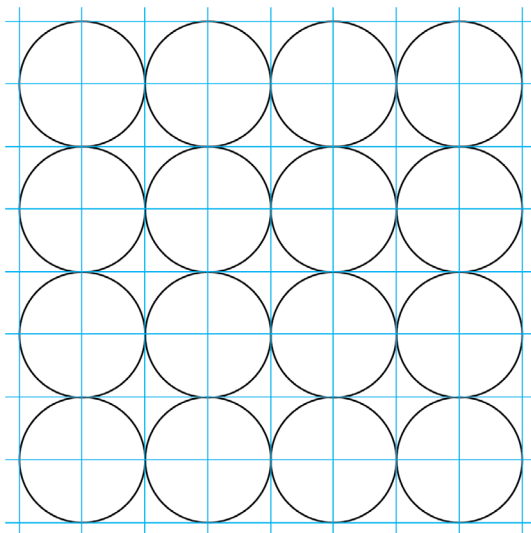
## Planimetría de la sistematización para cada red



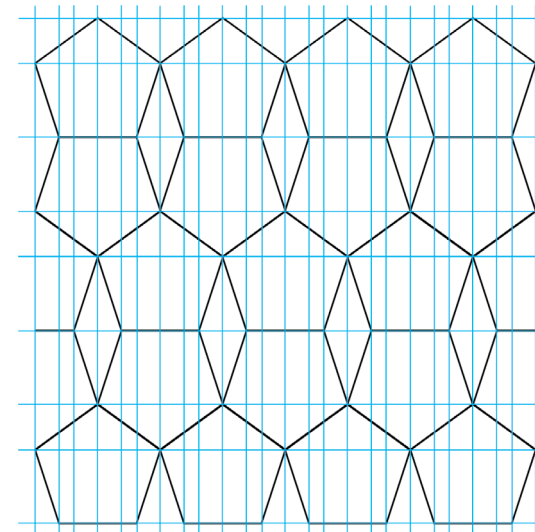
Sistematización de la red del triángulo



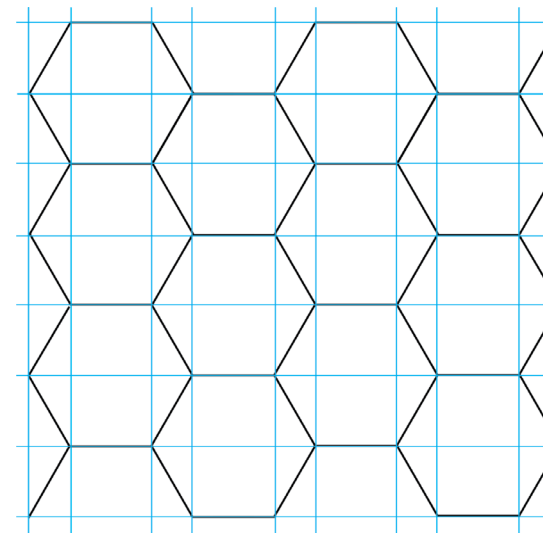
Sistematización de la red del cuadrado



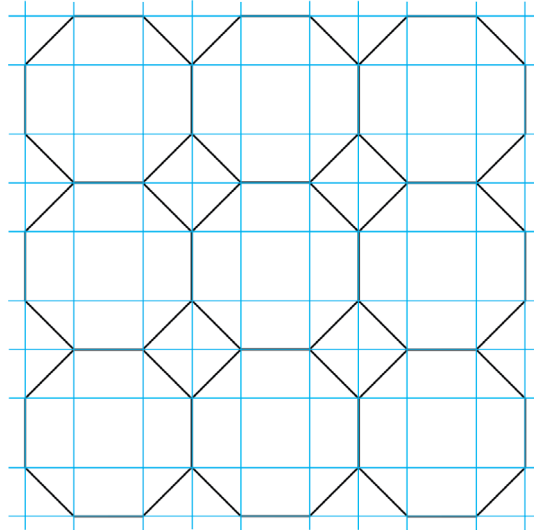
Sistematización de la red del pentágono



Sistematización de la red del hexágono



Sistematización de la red del octágono



Sistematización de la red del círculo

## Pragmáticas

En la estructura de muchos objetos, imágenes y prendas de vestir, se puede ver el uso de redes de distintas figuras. En muchos casos, se usan como recurso para formar texturas, pero en otros para proporcionar algún tipo de estructura al objeto o la forma.



Pragmáticas de redes geométricas

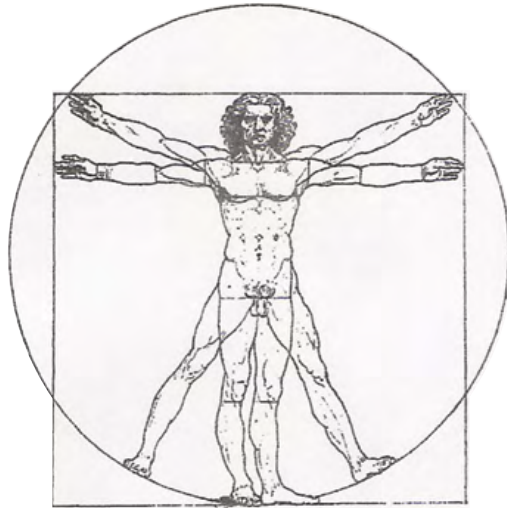


## 5. Simetrías en el plano

### Definición

Los movimientos son transformaciones geométricas que conservan la forma y el tamaño de las figuras. Cada punto se transforma en otro de acuerdo con unas normas determinadas. Así, en cualquier movimiento, podemos considerar que todo el plano se desplaza acompañado de todos los elementos y las figuras que contiene. La simetría indica la posición que ocupan las partes de un todo entre sí. Está dada por la relación de una parte con otra, y de las partes con el todo. Provee la base natural para un ordenamiento sistemático de la variedad de todas las formas. La simetría puede ser entendida cuando, después de una transformación geométrica, un movimiento o una rotación, el objeto aparentemente no cambia.

Cuando hablamos de algo simétrico, significa que es proporcionado, bien equilibrado. Es el justo medio hacia el cual deben tender las acciones. Para encontrar y evidenciar la simetría, se utilizan operaciones de superposición. La simetría más utilizada es la bilateral, o sea, de izquierda y derecha. Un ejemplo muy claro es el cuerpo humano, así como muchos otros seres de la naturaleza.



Simetría del cuerpo humano. *Hombre de Ditrubio*, Leonardo da Vinci

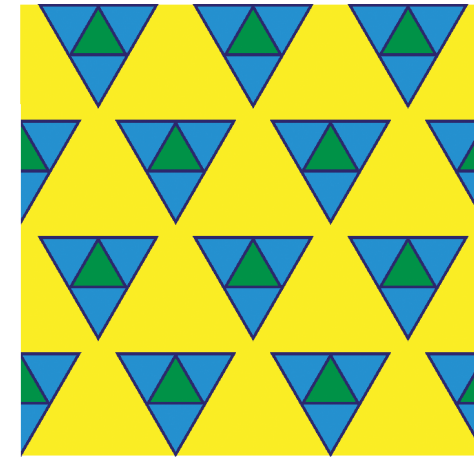
Simetría	Asimetría
Reposo, ataduras	Movimiento, soltura
Orden y ley	Arbitrariedad, accidente
Rigidez formal, coacción	Vida, juego, libertad

Todo diseño implica definir una posición y una dirección.

## Tipos de simetría

### Simetría isométrica

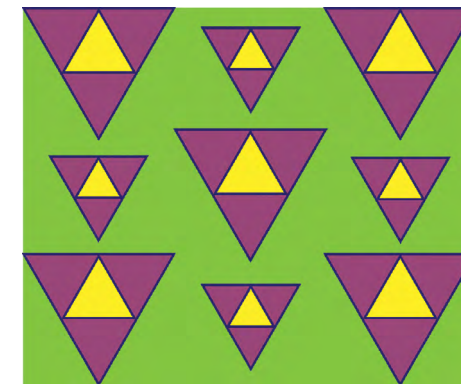
Los motivos son iguales y su disposición se repite uniformemente. Igualdad de motivos y repetición regular.



Simetría isométrica

### Simetría homeométrica

Los motivos son semejantes entre sí, por ejemplo, igual forma pero diferente tamaño, y aumentan y se repiten en sucesión monótona. Repetición de variaciones iguales.



Simetría homeométrica

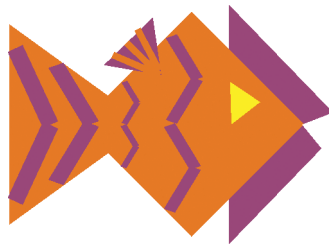
## Simetría catamétrica

Los motivos no tienen igual forma ni tamaño, pero están vinculados entre sí por una relación común. Sus formas continúan siendo semejantes y su sucesión está vinculada por una ley, por ejemplo, una sucesión de polígonos regulares ordenados según el número de vértices.

## Operaciones de superposición

### Igualdad

Dos figuras son iguales cuando al superponerlas coincide punto por punto. Es también la representación invariada del objeto sobre sí mismo.

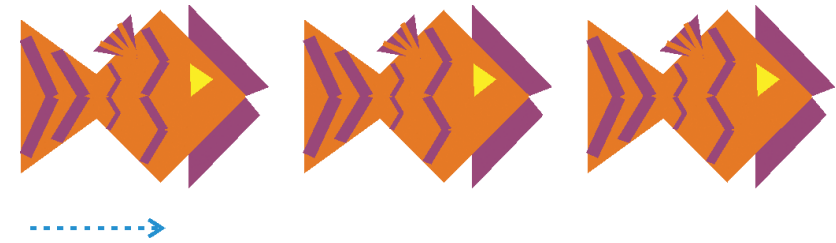


Igualdad

### Traslación

Se presenta cuando ocurre un cambio en la posición de la forma:

- La dirección de la forma permanece invariable.
- Las formas sometidas a traslación están espaciadas regularmente: existe una longitud de traslación.
- La traslación es aplicar a la figura un movimiento simple y en línea recta: en una sola dirección.

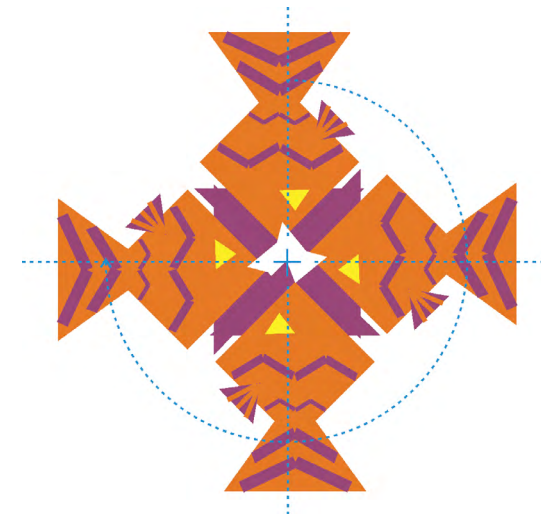


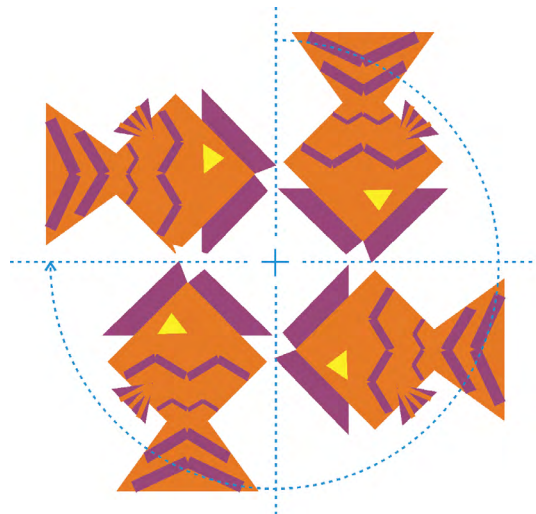
Traslación

### Rotación

Se da cuando hay un cambio en la dirección de la forma:

- Se define como el movimiento de una figura con respecto a un punto fijo sobre el plano.
- Ese punto fijo es el centro de giro, que puede ser tomado en el interior de la figura o en el exterior.
- También hay cambio de posición de manera que las formas no queden superpuestas.



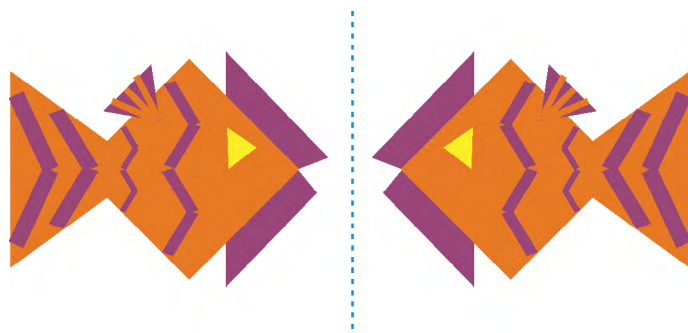


Rotación

## Reflexión

Es la copia invertida de la forma:

- Es un retrato bilateral en el que se invierten los lados.
- La forma original debe ser asimétrica, porque la imagen en el espejo de una forma simétrica es igual a la original.

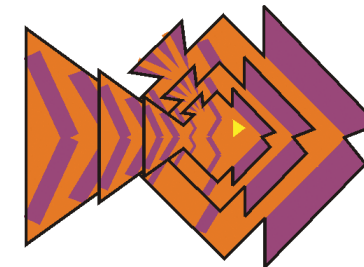


Reflexión

## Dilatación

Se presenta un cambio en el tamaño de la forma:

- La dilatación produce un diseño regular y concéntrico.
- Es una variación o multiplicación de la forma desde un punto o núcleo inicial.
- La forma permanece semejante a sí misma.



Dilatación

## Enlace

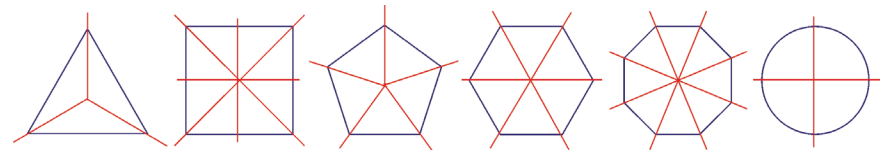
Cuando en una composición se dan varias simetrías al mismo tiempo (más de dos), existe una simetría de enlace.

Dos figuras son semejantes cuando:

- Tienen el mismo número de lados.
- Los ángulos formados por sus lados son iguales.
- Las dimensiones de sus lados son proporcionales.

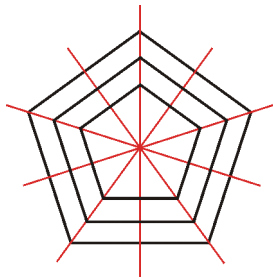
## Construcción de la simetría

Es necesario proporcionar la estructura de la figura a partir de los ejes de simetría, así se pueden lograr varios tamaños de la figura para trabajar.



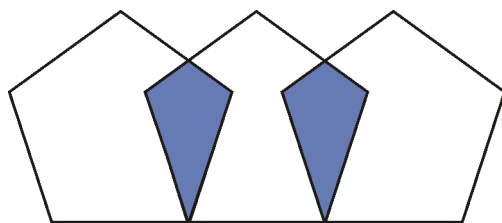
Ejes de simetría de los polígonos

Para ampliar o reducir una figura, se utiliza el recurso de las líneas paralelas a los lados de la figura, teniendo presente que las diagonales son el punto de ubicación de los vértices.



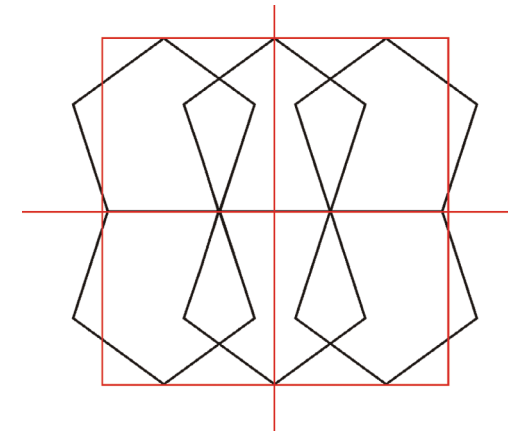
Dilatación por medio de los ejes

Al aplicar los distintos tipos de simetría, se trabajan composiciones que sean distintas de la red. Para lograrlo, debe aplicarse el concepto de *superposición entre las figuras* para lograr intersecciones y así definir un tercer espacio y a la vez un tercer color.



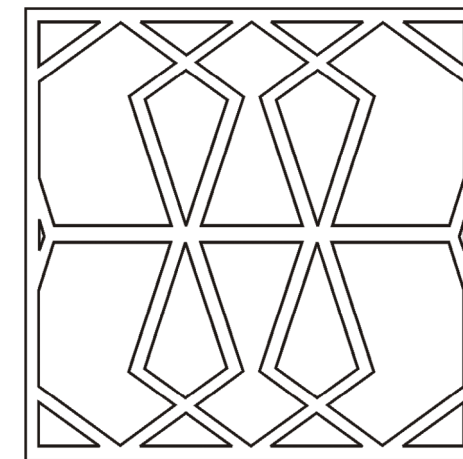
Superposición de figuras

Se encuadra la composición con respecto a los ejes de simetría del plano.



Encuadre de la composición

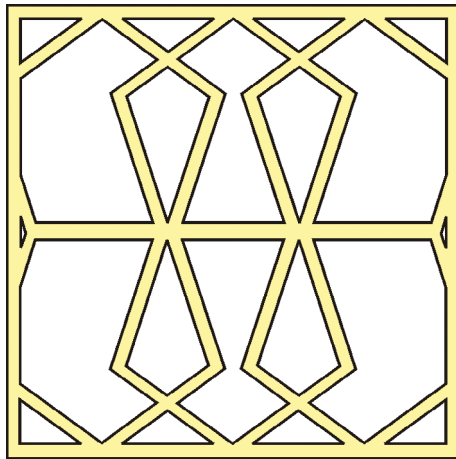
Se sistematiza la composición para poderla construir con instrumentos. Luego, se hace el estudio del calibre de las líneas para crear la estructura.



Calibre de la estructura

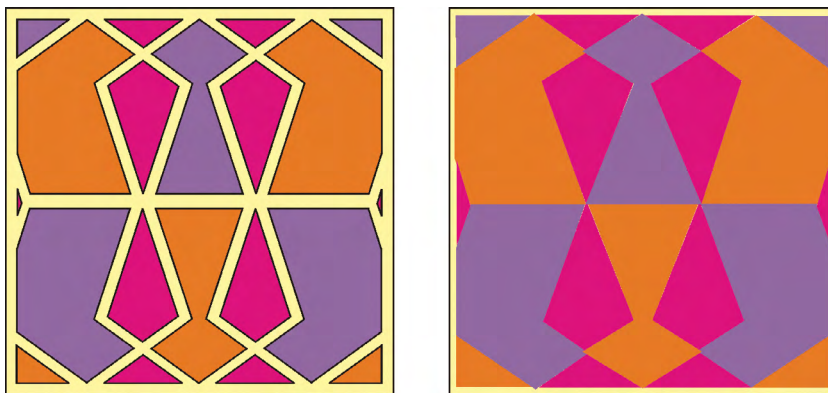
Se hace el estudio de la aplicación del color bajo el concepto de las simetrías, teniendo en cuenta que los colores iguales se pueden unir solo por los vértices, no por los lados.

Se hace el trazado y el corte de la estructura en un sustrato de alto gramaje; puede ser cartulina o cartón paja.



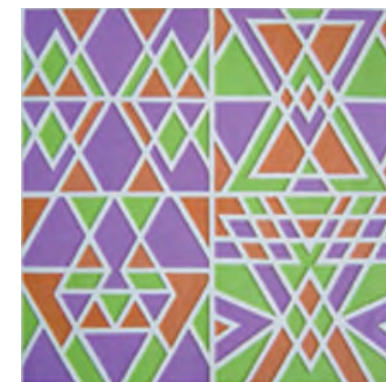
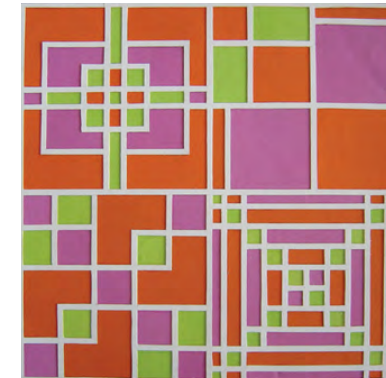
Estructura del collage

Por último, se hace el montaje del collage. El reverso debe quedar descubierto para poder observar su construcción y su producción.



Montaje del collage. Tiro y retiro

Ejemplos:





Trabajos realizados por estudiantes de primer semestre. Programa de Diseño Gráfico

## Pragmáticas

Las simetrías siempre van a estar presentes en los objetos y las imágenes. La naturaleza también nos presenta una amplia muestra de la aplicación de las simetrías.





Pragmáticas de simetrías

## 6. El tejido

### Definición

Un tejido es una organización racional y matemática que se compone de una urdimbre y de una trama. Es el resultado de entrelazar una o más series de hilos entre sí. Un tejido está formado por la unión de cierta cantidad de hilos, llamados hilos de trama e hilos de urdimbre.

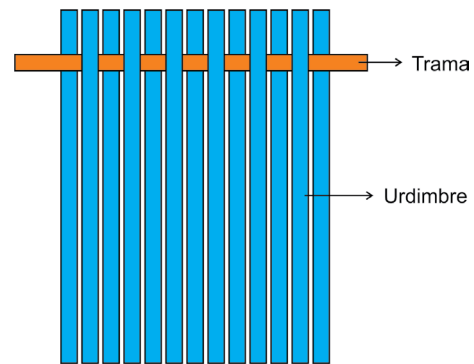
### Trama

Es un hilo conducido en sentido horizontal, o sea, de orillo a orillo, que representa las pasadas de un tejido.

### Urdimbre

Son los hilos que suben y bajan a través de la trama. Es el conjunto de hilos que va en sentido vertical de la tela, o sea, paralelo al orillo.





Composición del tejido

Para tejer, se utiliza el telar, los hilos de trama y los hilos de urdimbre. La urdimbre se enhebra en el telar y forma una serie de hilos paralelos. La trama se suministra por los lados del telar desde unas bobinas que se cambian automática o manualmente cuando se acaba el hilo. La lanzadera del telar hace pasar los hilos de la trama, los entrelaza perpendicularmente con los de la urdimbre, modifica el número de hilos de la urdimbre, altera la secuencia con la que se levantan o se bajan y así se logra obtener diferentes dibujos y texturas en el tejido.



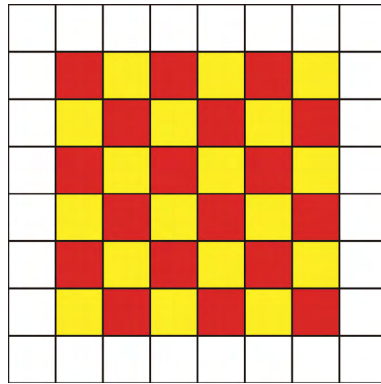
Telares

## Tipos de tejido

Al variar el método de tejido, es posible producir muchas telas diferentes.

### Tafetán o tejido liso

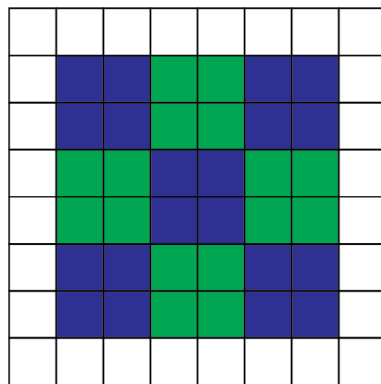
Es el método básico de tejido, en el que cada hilo de la urdimbre se entrelaza con un hilo de la trama, es decir, en una relación de  $1 \times 1$ . Algunas telas tejidas con este método son el lino, el crepé, la muselina, el organdí, el percal y el velo.



Tafetán

## Básquet

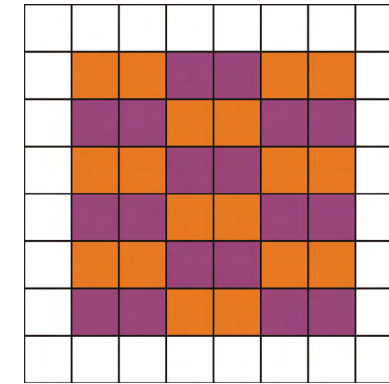
Es el tejido que resulta de entrelazar dos hilos de la trama por cada dos hilos de la urdimbre y forma un tejido similar al de una canasta. La relación es de  $2 \times 2$ .



Básquet

## Tejido cruzado

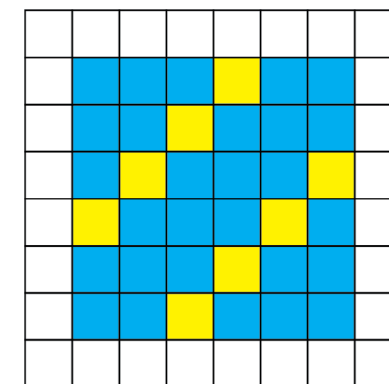
Se caracteriza por las líneas diagonales muy marcadas producidas por el entrelazado de dos hilos de la urdimbre con un hilo de la trama en filas alternas, en una relación de  $2 \times 1$ . Este efecto puede observarse en tejidos como la gabardina, la mezclilla, el *denim* o el dril. Este tejido proporciona a la tela una gran resistencia, por lo que la hace útil para prendas de trabajo.



Tejido cruzado

## Satén

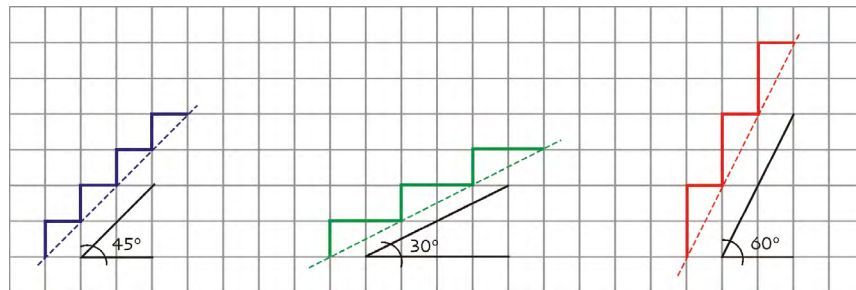
Los satenes tienen una textura más densa que los tejidos cruzados, pero su principal característica es la suavidad que se consigue a expensas de la resistencia. La superficie suave se logra pasando los hilos de la urdimbre por encima de unos cuantos hilos de la trama, con un entrelazado mínimo; la reflexión de la luz en los hilos libres produce su brillo característico. La relación es de  $3 \times 1$ .



Satén

## Construcción de ángulos en tejidos

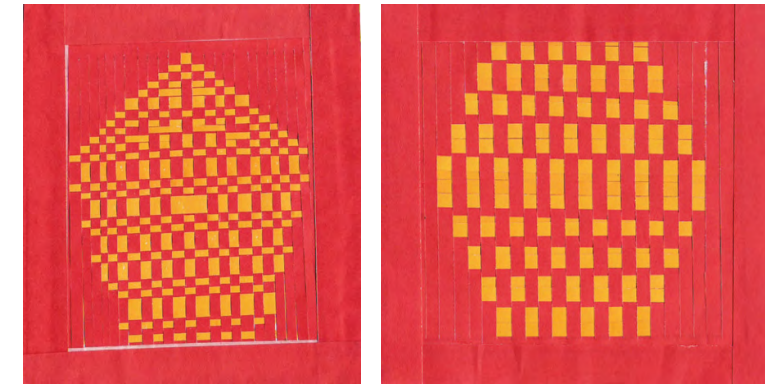
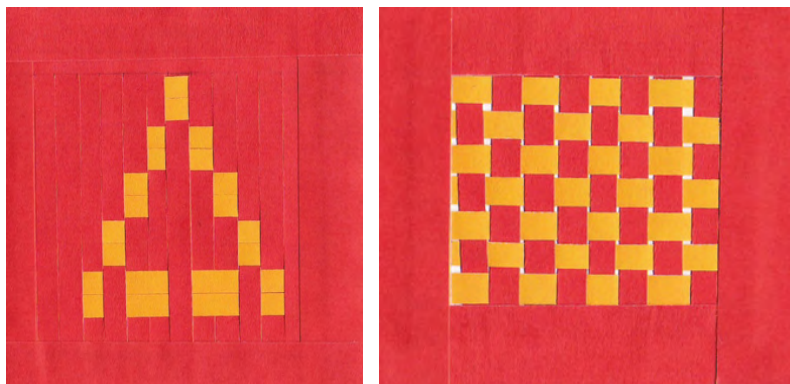
Para lograr el trazado de diferentes figuras en un tejido, es necesario conocer cómo se construyen los ángulos básicos como el de  $90^\circ$ , el de  $45^\circ$ , el de  $30^\circ$  y el de  $60^\circ$ . Estos ángulos pueden tener variaciones para lograr otras medidas intermedias entre ellos.



Ángulos básicos

## Tejido de las figuras

Para construir los polígonos regulares por medio de la urdimbre y la trama, se debe tener presente la construcción de los ángulos ilustrada anteriormente. Se pueden hacer primero con el mismo calibre tanto en la urdimbre como en la trama. También es necesario calcular muy bien la altura y la longitud de la figura para lograr una mejor proporción.



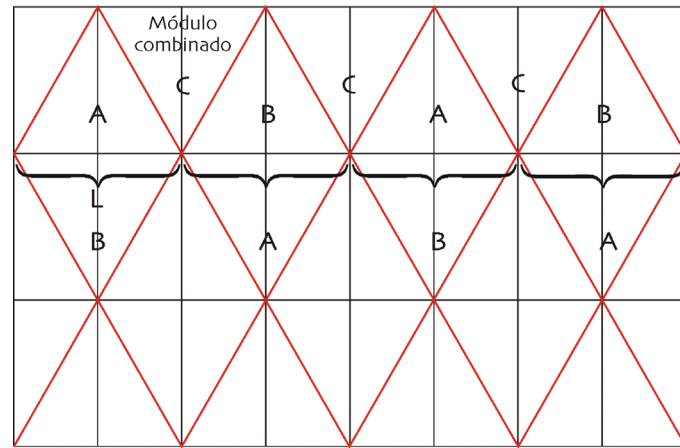
Tejido de polígonos

## Desarrollo y construcción de un tejido

A partir de una red de polígonos y su sistema, se analizan los ángulos que definen la figura. A continuación, se enunciarán los pasos para lograr la estructura del tejido:

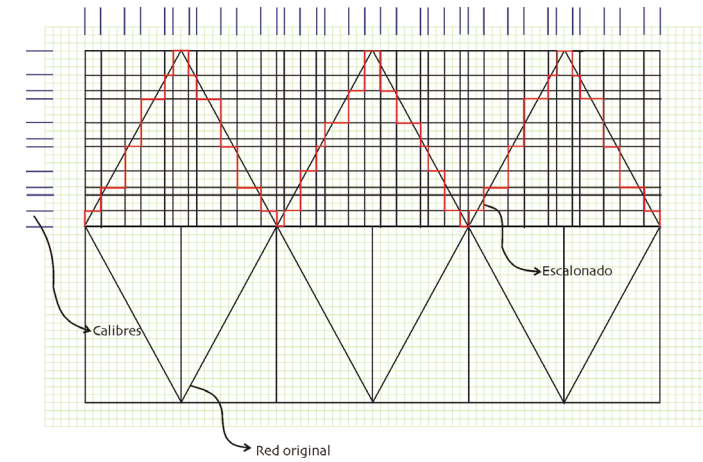
1. Se dibuja la red de la figura en papel milimetrado, con los polígonos de la medida que se necesita.
2. Se hace un estudio de las longitudes para encuadrar la red dentro del formato, es decir, que la red quede centrada, lo cual permitirá definir la longitud de un solo módulo. Se debe tener en cuenta la longitud total de la red y dividirla de tal forma que se den varios repites en todo el ancho y el alto del plano, para obtener la composición.
3. Se estudian los ángulos según la figura. Para que las figuras conserven la proporción inicial, se debe mantener su ángulo.
4. Se hace la definición de dos o más módulos diferentes dentro de toda la red.
5. Mediante la utilización de los conceptos de simetría estudiados en el capítulo anterior, se diseña la composición de los módulos, con lo cual se logra el movimiento dentro del plano. A este proceso lo llamamos programación.

Ejemplo: A B A B, A B C A B C, A A B A A, A A B B, etc.



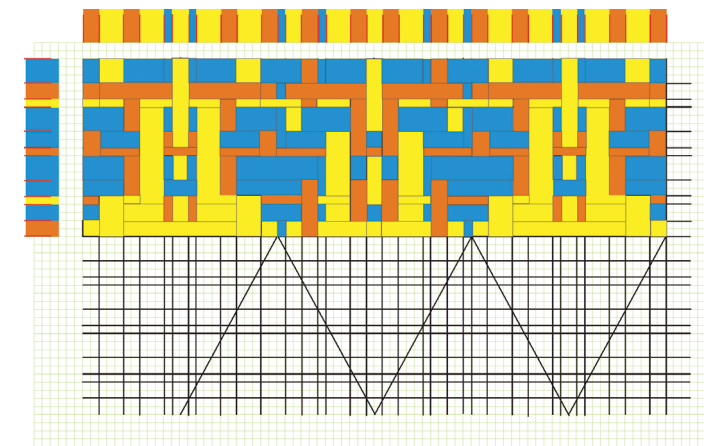
Modulación de las figuras

6. Se programa el módulo según los calibres propuestos, donde la ecuación deberá tener la misma longitud de los repites, para mantener la proporción de la figura y la longitud total de la red.  
Nota: La ecuación nos permite programar la cantidad de calibres que tiene el repite y los colores que nos darán la textura que definirá la figura dentro de la red.
7. Se hace el trazado de todas las líneas horizontales y verticales a partir de los calibres establecidos en las ecuaciones y así formar una retícula en todo el plano.  
Nota: Aquí se revisa que los calibres estén coincidiendo con los que se establecieron inicialmente; si no es así, se mueven hasta que queden coordinados.
8. Se descomponen las líneas diagonales de las figuras que constituyen cada módulo en escalas siguiendo el ángulo y el trazado que se hizo en el paso anterior, para así definir los distintos calibres y lograr la textura del tejido.  
Nota: Se debe conservar proporción, tamaño y ángulos de la figura. Se deben manejar mínimo tres calibres y tres colores.
9. Se construye el plano técnico, con la diagonal escalonada, se repite hasta lograr construir la totalidad de la red inicial.



Trazo de diagonales y calibres en la planimetría del tejido

10. Teniendo ya la retícula construida, se empieza a definir el color, el cual debe estar distribuido de tal forma que permita ver el contorno de la figura sin que se pierda o se confunda con las que están a los lados de esta.



Definición del color

## Ecuaciones de primer orden

El algoritmo es un método que define una serie de operaciones para realizar cálculos aritméticos. Este método emplea una secuencia en sus pasos que permite visualizar y representar a través de diagramas los diseños elaborados para hacer más fácil su interpretación.

La característica del algoritmo es que hace definible el problema planteado para acercarse a una solución. Su definición debe contener datos matemáticos o lógicos que permitan programar como lo hace un computador.

Una ecuación es una operación matemática con una o más incógnitas, donde el conjunto de valores puede ser reemplazado por números y colores (como en el caso del tejido) para ser sumados entre sí y obtener el total de las cantidades y definir las áreas que se deben cortar.

Ejemplo: si la longitud del módulo es de 2,4 cm, las ecuaciones se pueden establecer de la siguiente forma:

$$A = (0,2 + 0,3 + 0,3 + 0,2 + 0,2 + 0,2 + 0,2 + 0,3 + 0,3 + 0,2) = 2,4$$

$$B = (0,3 + 0,2 + 0,2 + 0,3 + 0,2 + 0,2 + 0,3 + 0,2 + 0,2 + 0,3) = 2,4$$

El módulo C sería la combinación de A y B:

$$C = (0,2 + 0,2 + 0,3 + 0,3 + 0,2 + 0,3 + 0,2 + 0,2 + 0,3 + 0,3) = 2,4$$

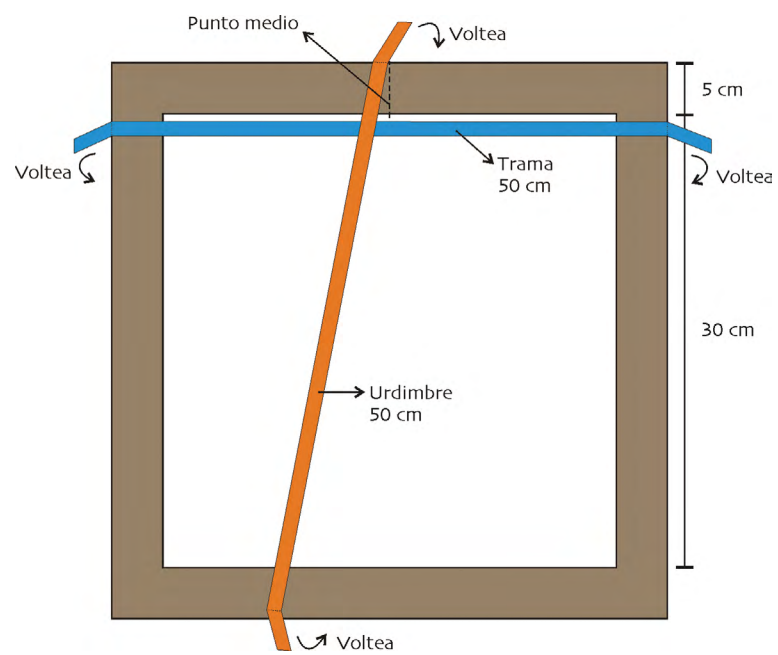
## Montaje del tejido

1. Se debe hacer primero una prueba con un solo módulo. Esto nos permite comprobar que el ángulo, los calibres y los colores están funcionando correctamente. Si es el caso, se debe definir la ecuación exacta para desarrollarlo (reprogramar).

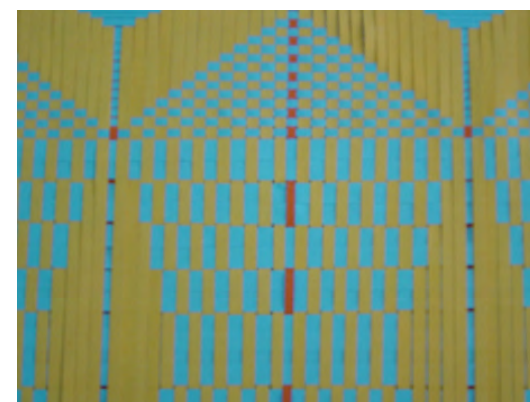
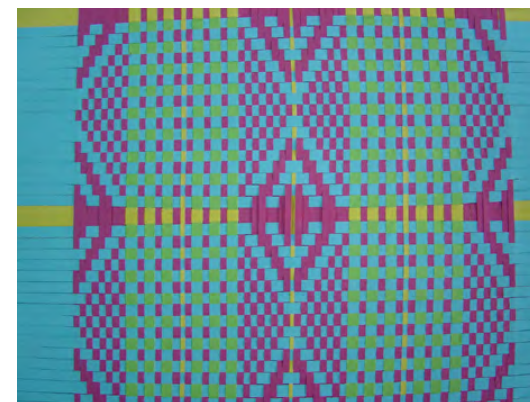
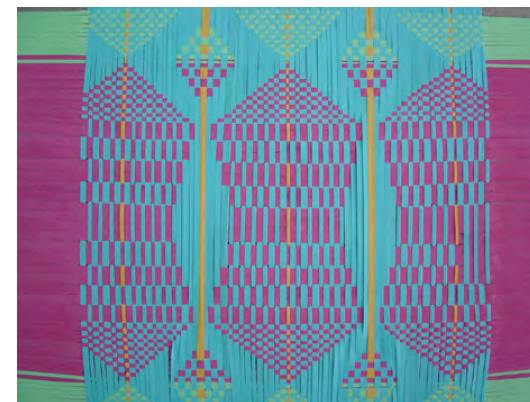
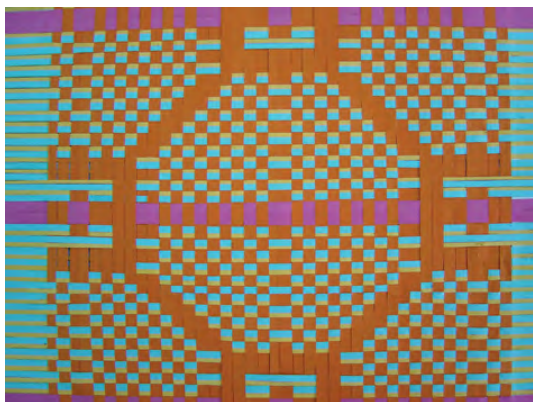


Módulo de prueba

2. Si se tienen diferentes propuestas de módulo para el diseño del plano técnico, se debe tener en cuenta al armarlos independientes la diferencia que arroje el margen de error por el espacio que se deja entre las tiras de papel. Se mide nuevamente la longitud del repite ya construido para redefinir la ecuación.
3. El marco en el que se montan la urdimbre y la trama debe ser de cartón industrial, con un ancho de 5 cm por cada lado, y el interior de 30 cm. Las tiras de papel deben tener un largo de más de 50 cm, para darle la vuelta al marco en ambos extremos.
4. Se determina el eje de simetría o punto medio, en el marco y en el plano técnico, para empezar a montar la urdimbre a partir de ese punto, teniendo en cuenta la proporción y el orden de las ecuaciones.  
Nota: Se debe tener en cuenta el módulo combinado (módulo C) para que exista un buen contraste entre la ecuación A y la ecuación B, a fin de lograr la definición de la figura.
5. Se monta primero toda la urdimbre pegando solo en el extremo superior. Luego, se procede a tejer la trama.
6. El montaje de la trama se debe hacer de izquierda a derecha siguiendo las instrucciones planteadas en el plano técnico y teniendo en cuenta la proporción que tiene la altura del repite inicial y el margen de error que en esta dirección puede aumentar. Si la altura cambia, se debe replantear la cantidad de calibres que se definieron en el plano y suprimir en ese caso algunos de ellos para mantener la proporción.

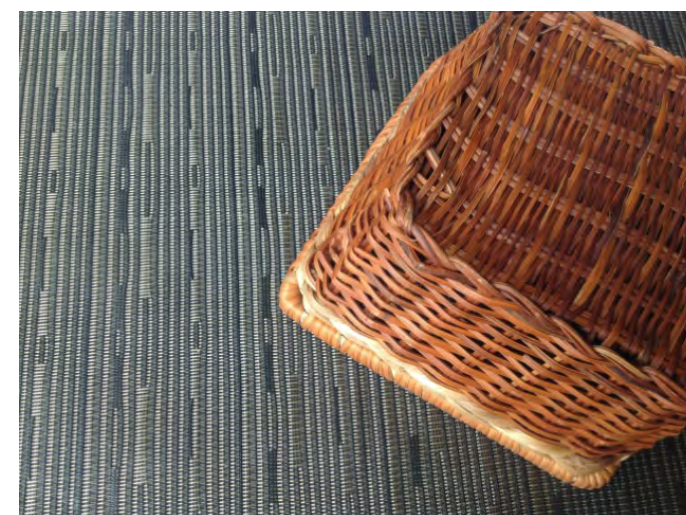


Montaje del tejido



## Pragmáticas

Los diferentes tipos de tejidos se utilizan en gran parte en la industria textil, aunque también es muy usado para fabricar objetos artesanales, con diversidad de fibras naturales y sintéticas.



Pragmáticas de tejidos

## 7. El repite

Los elementos geométricos que conforman el diseño de una composición son la base que nos permite construir una estructura de estampación. Esta requiere un proceso y un sistema para poder aplicar su movimiento en el plano: a un paso y a medio paso.

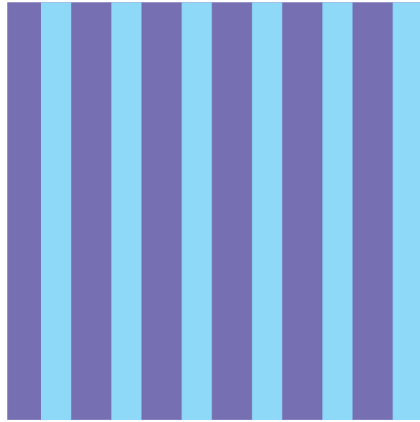
Un diseño nunca surge a partir de cero; siempre encontraremos que surge a través de elementos geométricos simples, que, con algunas transformaciones y aplicación de diferentes texturas y colores, logran composiciones más complejas y elaboradas.

### Elementos de diseño

#### Rayas

Gruesas, delgadas, curvas, quebradas, de diferentes colores, de diferentes calibres, etc. Se pueden crear ilusiones ópticas alterando el calibre o utilizando combinaciones con colores complementarios.

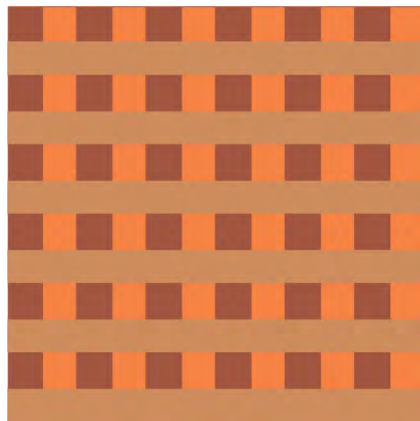




Rayas

## Formas geométricas

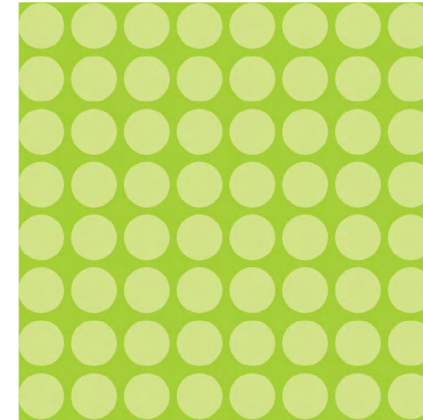
Se puede partir de formas poligonales regulares e irregulares; de la misma manera, podemos recoger formas de la naturaleza, en las cuales los mismos polígonos son transformados en su contorno y en su textura.



Formas geométricas

## Puntos

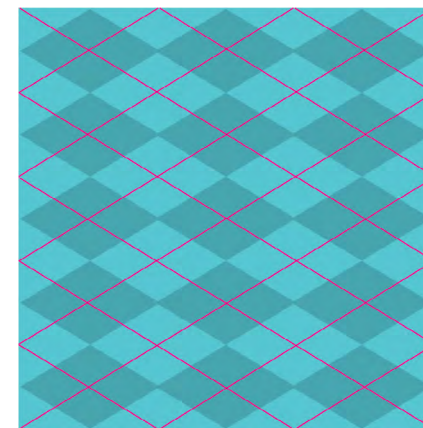
Por presentar una forma simétrica, se vuelven un motivo de fácil aplicación y se adecúan para el diseño de efectos ópticos.



Puntos

## Texturas

Este elemento aporta profundidad a los diseños de las estampaciones al mover los repites en el plano.



Texturas

## Motivos

En el diseño de estampación, se pueden utilizar todos los puntos mencionados. Su elección dependerá de su uso final. Por ejemplo: papeles de regalo, papelería corporativa, papel de colgadura, servilletas, ropa de cama para uso institucional y hogar, papeles de aseo, textiles para prendas de vestir, etc.



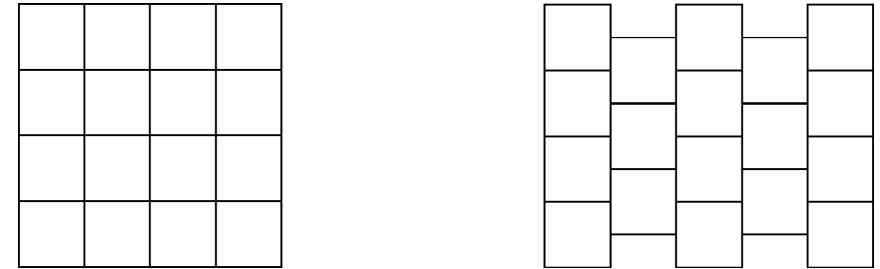
Motivos

## Repeticiones

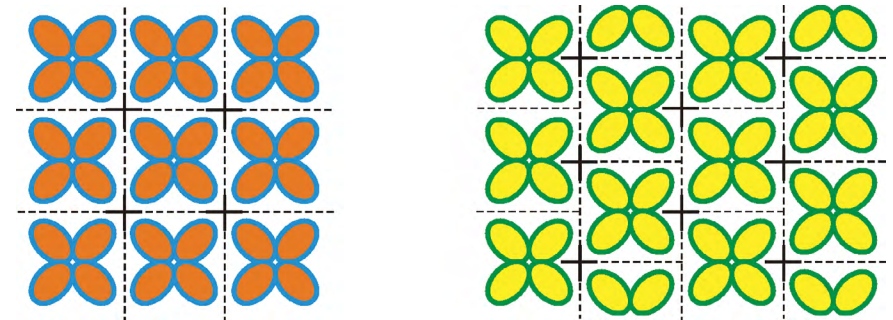
El diseño de una repetición puede ser simple o complejo, según su uso y aplicación. Muy simples como un triángulo o un cuadrado, o tan complejo como un traslapo o figuras de la naturaleza que se muestran en formas entrelazadas, en las cuales se requiere un sistema para determinar dónde empieza o dónde termina la repetición.

### Repetición de motivos

Cualquier imagen aislada, por ejemplo una hoja, puede servir para crear una repetición de motivos sobre un plano, que pueden ordenarse y dinamizarse según el diseño deseado. Para lograr una repetición ordenada de cada motivo, se debe trabajar sobre retículas. Las más utilizadas son la cuadrícula y el tresbolillo. La medida de la retícula determina la distancia entre los motivos y su distribución. Si el entramado de la retícula es estrecho, los motivos estarán muy juntos, mientras que, cuantos más separadas estén las líneas de la retícula, más despejado será el efecto.



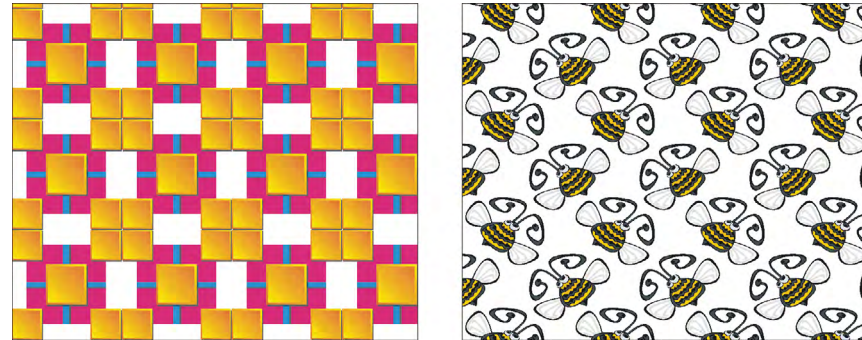
Retículas: cuadrícula y tresbolillo



Repetición de motivos

### Repeticiones por todo el plano

La característica de un estampado de repetición general por todo el plano es que el diseño se repite infinitamente por todas las direcciones. Los diseños no direccionales a menudo son texturados y se pueden ver desde todas las direcciones, mientras que los unidireccionales se extienden solo en una dirección y, normalmente, representan imágenes figurativas o naturalistas, y se pueden ver solo desde un punto de vista.



Repeticiones en el plano

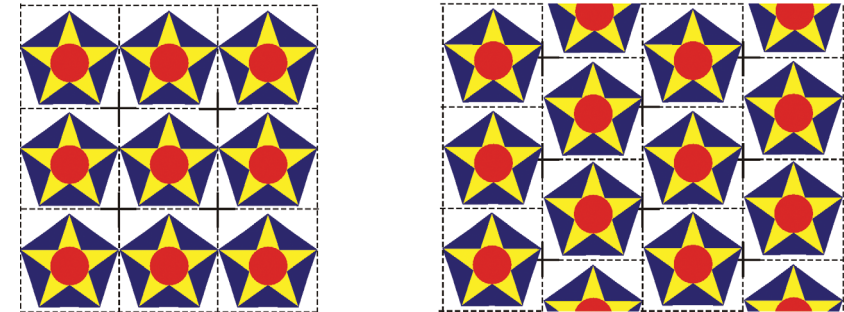
## Programación del repite

1. Se determina la dimensión del plano según el uso final y el diseño por aplicar.
2. Se elige la plantilla dependiendo del tipo de repetición que se quiere trabajar. Si es a un paso, se debe trabajar con la cuadrícula, y si es a medio paso, se utiliza la retícula al tresbolillo.
3. Se diseña el motivo que se va a estampar. Para ello, se deben tener en cuenta los tipos de simetría estudiados en el capítulo anterior. A partir de una figura geométrica, y por medio de sus ejes de simetría, se transforma la figura y se diseña un motivo en su interior, con lo cual se logra que el plano se muestre como una textura.



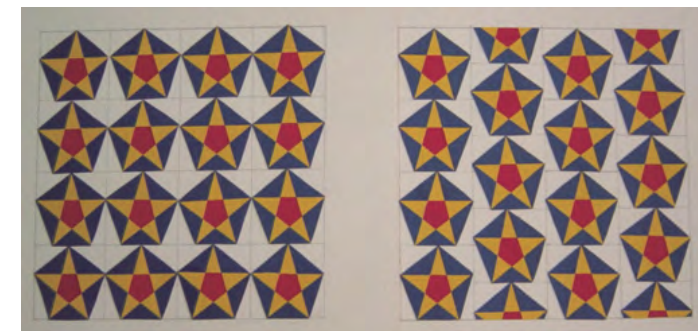
Diseño del motivo

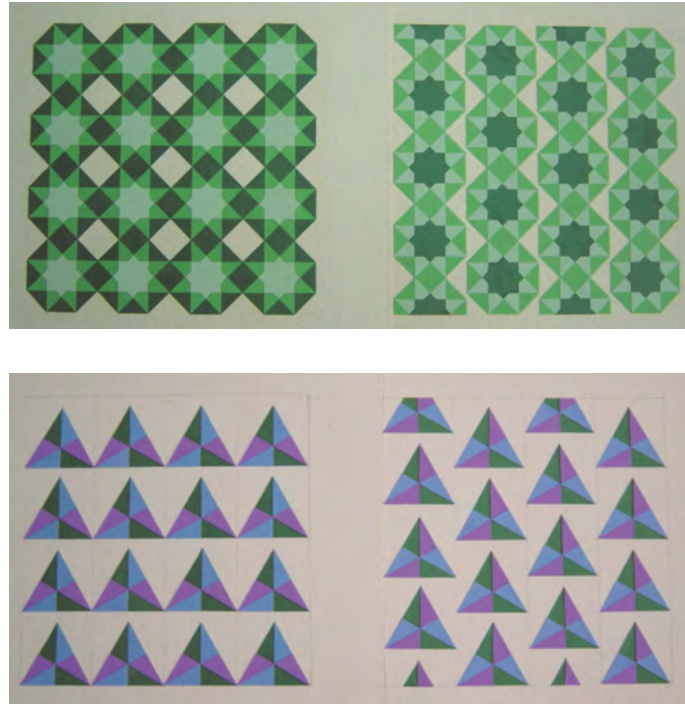
4. Se ubica la retícula en el plano de forma temporal (trazando guías con lápiz) para determinar las intersecciones de las líneas y sobre ella se disponen los módulos que forman la composición. Ambas retículas deben medir lo mismo de ancho y de alto. Con esta misma medida, se trabaja la figura, ya sea en el alto, ya sea en el ancho.



Ubicación del motivo en las retículas

5. Se determina la cantidad de colores para cada módulo y para toda la composición. De esta manera, se elige la técnica por trabajar para completar el repite, con lápices de colores, vinilo, o con capas de papeles de color, etc.

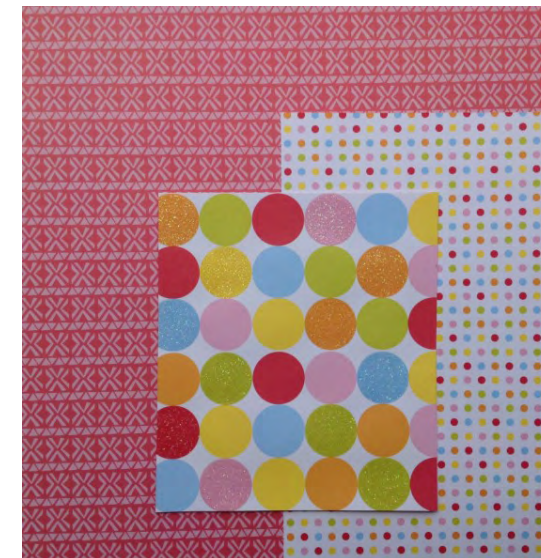




Trabajos realizados por estudiantes de primer semestre. Programa de Diseño Gráfico

## Pragmáticas

Los repites son muy utilizados en el campo editorial, tanto para la impresión de papeles decorativos, por ejemplo los papeles para empaques, como para la producción de papeles de aseo. También tienen un uso muy amplio en el sector textil, para la estampación de telas que luego se utilizarán en la confección de prendas de vestir.



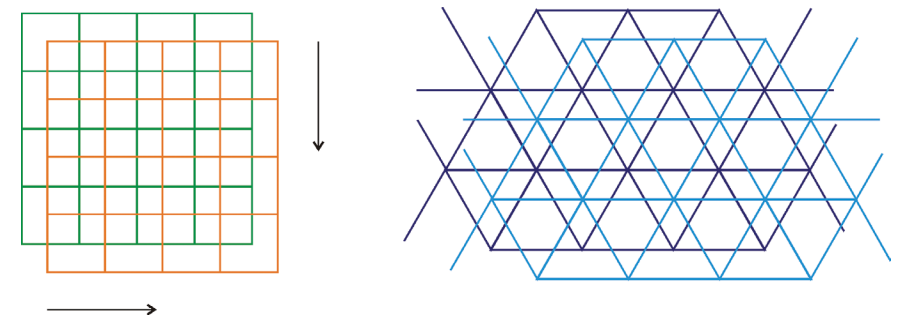


Pragmáticas de repites

## 8. Los traslapos

### Definición

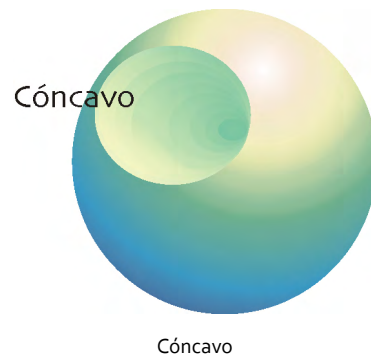
Un traslapeo es la superposición de dos redes iguales que forman otra red diferente de la primera. La norma para todo traslapeo es que no se superpongan las líneas de una red y de otra, lo cual quiere decir que debe aparecer toda la red desfasada, y ese desfase tiene que tener una razón lógica: una medida o un patrón que justifique ese movimiento.



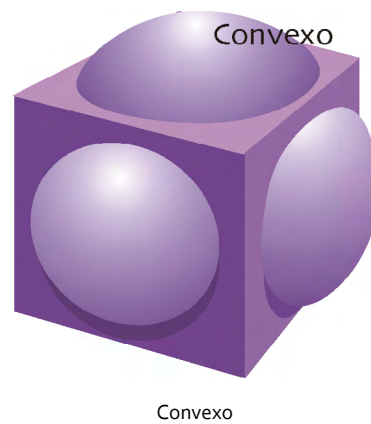
Superposición de dos redes

## Conceptos

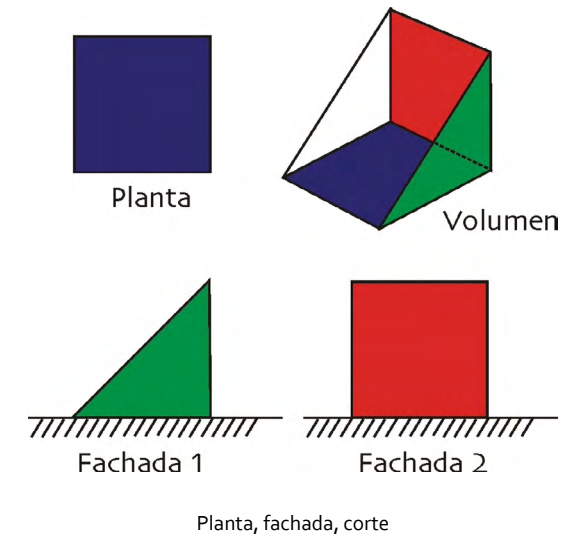
- **Cóncavo:** superficie que se presenta más deprimida en el centro que en los bordes.



- **Convexo:** superficie cuyo centro es más alto en el centro que en los bordes; es lo contrario de cóncavo.

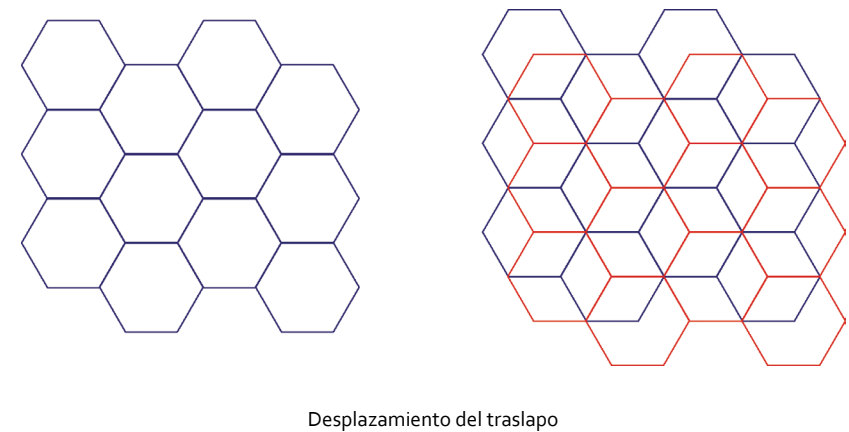


- **Planta:** vista superior de un objeto o construcción.
- **Fachada:** vista frontal del objeto. Levantamiento del plano.
- **Corte:** corte que se le hace a un sólido para visualizar el interior del volumen y del material.



## Diseño de los traslajos

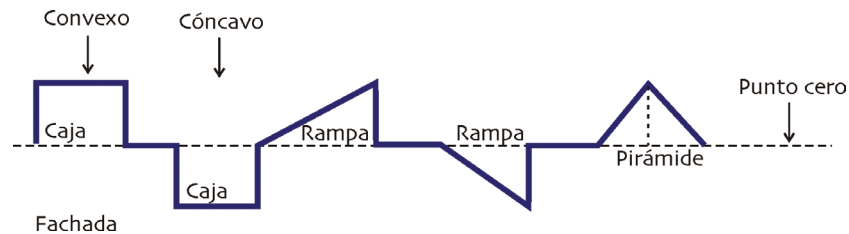
Los traslajos se conforman por medio del desplazamiento de las redes sobre ejes diagonales, horizontales y verticales.



La red como tal es la vista en planta de la construcción que está ubicada espacialmente en el punto cero. A partir de este dibujo de la planta, se determina el

módulo que se va a trabajar y se establece una altura máxima para levantar y bajar algunas de sus caras a partir del punto cero. Siempre debe haber alguna figura que permanezca en la superficie de la red: *plano*.

Se traza el dibujo de la fachada haciendo cortes en diferentes puntos de la red. Esto determina la forma del volumen en cada uno de los espacios que se constituyen en aquella: pirámides, cajas o rampas.



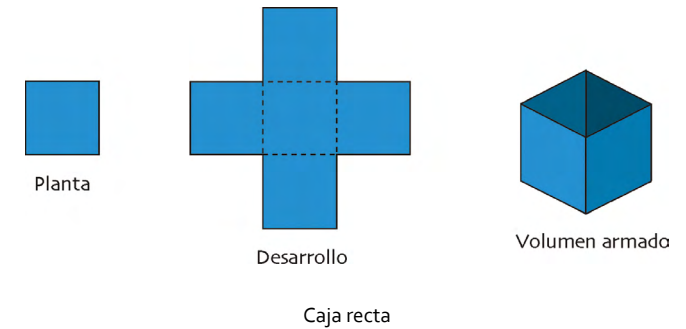
Dibujo de la fachada, corte

Para los planos inclinados, se debe aplicar la fórmula del teorema de Pitágoras para poder conocer la medida real de la pendiente. No se debe tapar ninguna de las figuras en la horizontal para que se logre ver el efecto de cóncavo y convexo. Asimismo, la construcción final no debe tener un revés ni un derecho, por tanto, las uniones no deben hacerse con "pestañas".

## Construcciones

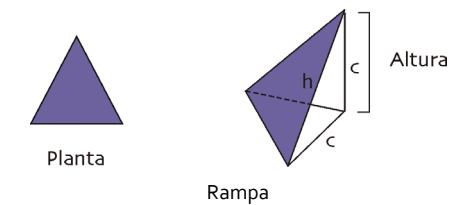
### Cajas rectas

1. Se dibuja el plano superior de la caja con las mismas medidas del dibujo de la planta (traslapo).
2. Al plano superior, se le pegan las paredes en todos los lados de forma perpendicular.
3. Se unen las paredes entre sí como formando un cubo.



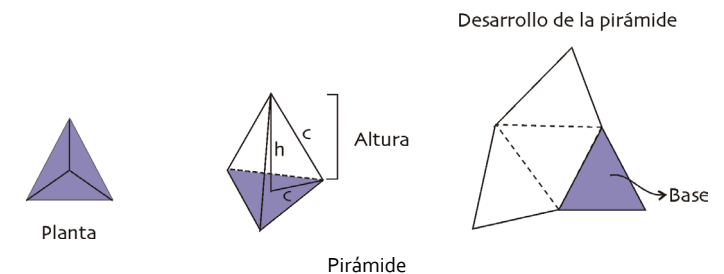
## Pirámides y rampas con un solo plano inclinado

1. Se dibuja el plano superior (dibujo en planta) de la pirámide o rampa.
2. Se establece la altura máxima del volumen.



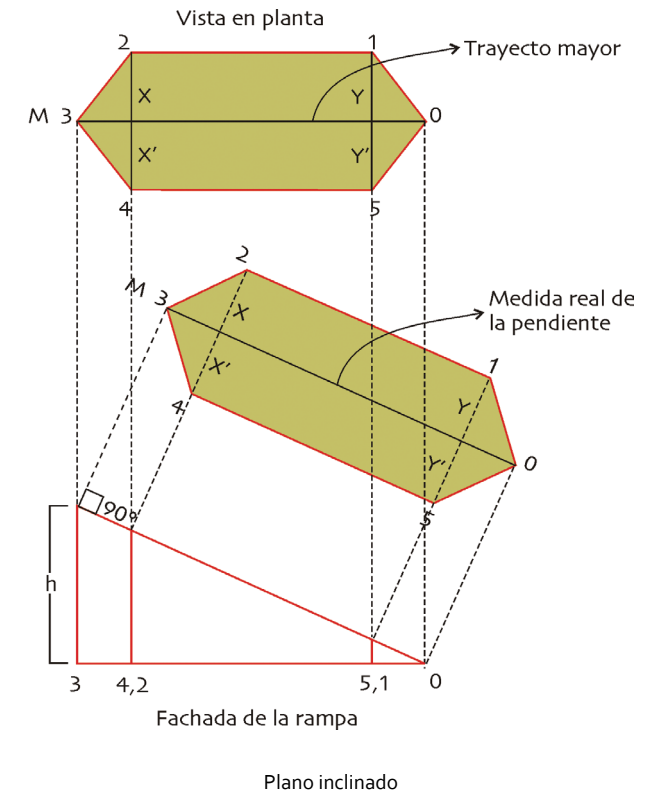
3. Se aplica la fórmula del teorema de Pitágoras para hallar la medida real de la pendiente.

Las dimensiones de una figura en planta no son las mismas que las de esa figura cuando se levanta diagonalmente.



## Rampas con varios planos inclinados

1. Se dibuja la planta de la figura teniendo como horizontal la línea que se va a inclinar.
2. Se determina el punto que va a quedar en la altura máxima y también el punto cero, es decir, el que no se va a levantar, y se numeran todos los vértices de la figura a partir del punto cero (0, 1, 2, 3...).
3. Se trazan las líneas de proyección de cada vértice hacia abajo. Estas deben ser paralelas entre sí.
4. Se traza una línea horizontal que va perpendicular a las líneas proyectadas, la cual corresponde al punto cero y debe medir lo mismo que mide el trayecto mayor del dibujo en planta.
5. A partir de la línea trazada, se levanta la altura máxima (M) en el lado correspondiente, y en el otro se marca el punto cero; por medio de una diagonal, se unen esos dos puntos. Este será el dibujo de la fachada de la rampa. Ahora se pasa a dibujar la "tapa" o la superficie superior que cubre la rampa.
6. En los puntos donde se cruza la diagonal con las líneas de proyección de la planta, se trazan líneas perpendiculares ( $90^\circ$ ) a la diagonal.
7. A una distancia suficiente de la diagonal, se traza una línea paralela a esta, la cual indica la *medida real* del plano inclinado (trayecto mayor).
8. El ancho real no cambia. Para trazarlo en el plano inclinado, se toman las medidas que hay desde los vértices hasta la línea que demarca el trayecto mayor en el dibujo de la planta.
9. Las medidas tomadas se marcan a partir de la paralela de la diagonal o medida real de la pendiente.
10. Después de ubicar los puntos, se unen y el resultado es el plano inclinado o superficie superior.

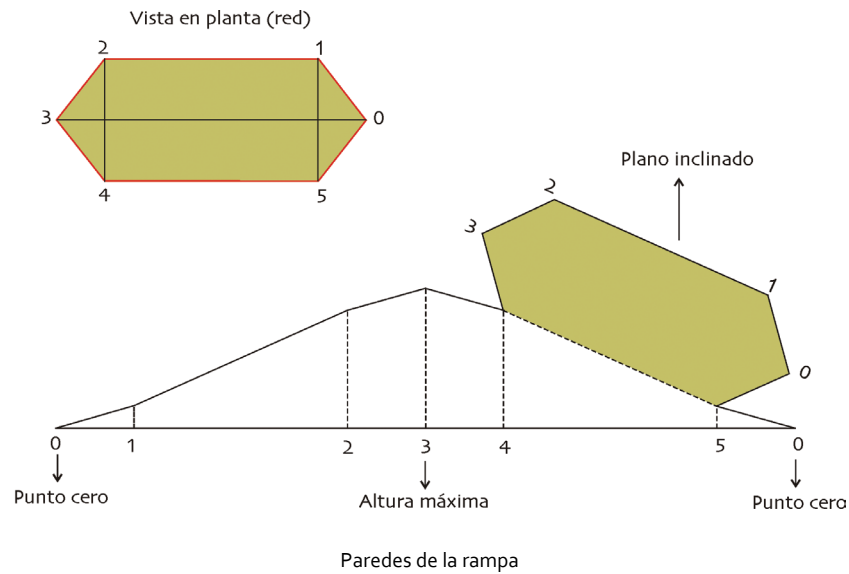


## Desarrollo de las paredes de las rampas

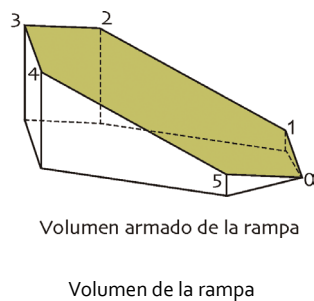
1. Se numera cada vértice del dibujo en planta (en el traslajo) desde el punto cero y en sentido contrario a las manecillas del reloj.
2. Aparte, se traza una línea horizontal larga, sobre la que se va a construir el desarrollo.
3. En el extremo izquierdo, se marca el punto mínimo (punto cero).
4. En la vista superior o planta, se toma la medida desde el punto cero hasta el punto 1.
5. La medida tomada se traza en la línea horizontal y genera el trayecto 0-1. Se hace lo mismo con todos los vértices pasando por la altura máxima y volviendo otra vez al punto cero en el extremo derecho.
6. A partir de cada punto, se trazan perpendiculares hacia arriba, excepto en los puntos mínimos (punto cero).



7. En el dibujo de la fachada, se toman las alturas de cada punto, desde la base hasta la diagonal (triángulo base del plano inclinado) y se marcan sobre las perpendiculares respectivas.

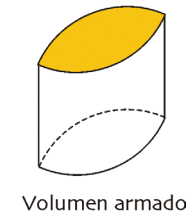
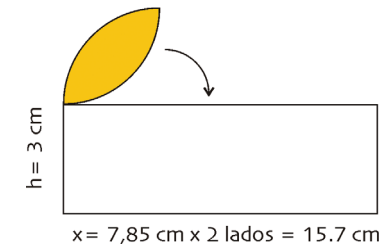
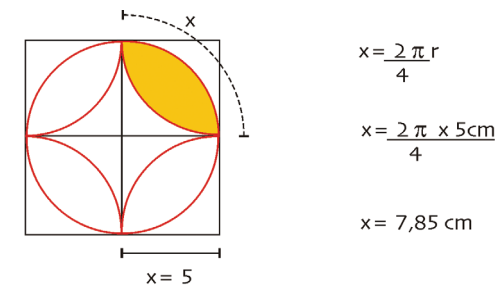


8. Se unen todas las alturas, tras lo cual se forma el desarrollo de las paredes de la caja.  
9. Se pega la tapa que corresponde al plano inclinado real a una de las caras del desarrollo.  
10. Se recorta, se grafa y se pega.



## Cajas de base circular

- Se toma la forma circular a la cual se le quiere hacer el levantamiento o volumen.
- Para conocer la medida de la curva (perímetro), se utiliza la fórmula  $p = 2\pi r$ . Si la figura está dividida en sectores, se divide la fórmula por el número de sectores existentes.
- Teniendo la medida anterior (largo total), y de acuerdo con la altura de la pared, se traza un rectángulo para luego unirlo a la base circular.

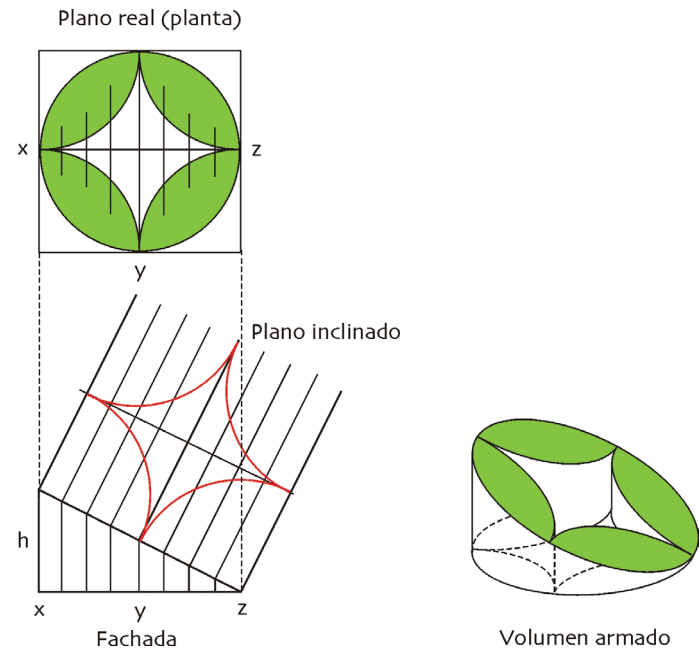


Caja de base circular

## Rampas de base circular

Se sigue el mismo procedimiento que en la rampa de base recta, pero se deben trazar líneas auxiliares en el dibujo en planta para luego pasarlas a las líneas de  $90^\circ$  y así conocer la medida real del plano inclinado.

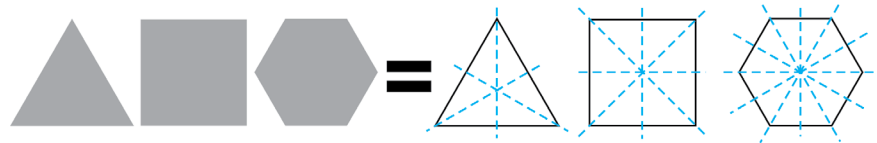
Nota: Se trazan líneas auxiliares en el plano real (planta), para luego pasarlas a las líneas auxiliares de  $90^\circ$  y trazar el plano inclinado.



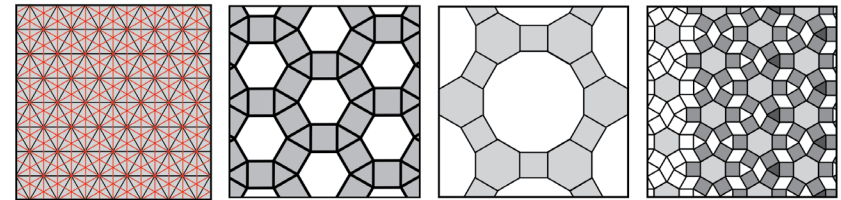
Rampa de base circular

### Aplicación de los traslajos

El traslajo entonces es el crecimiento bidimensional de una estructura traslapada, resultante de la combinación de tres o más figuras regulares para llegar a una composición y repetición sistematizada. Los módulos geométricos regulares se encuentran provistos a través de los polígonos regulares que combinados unos y otros generan módulos de crecimiento bidimensional.



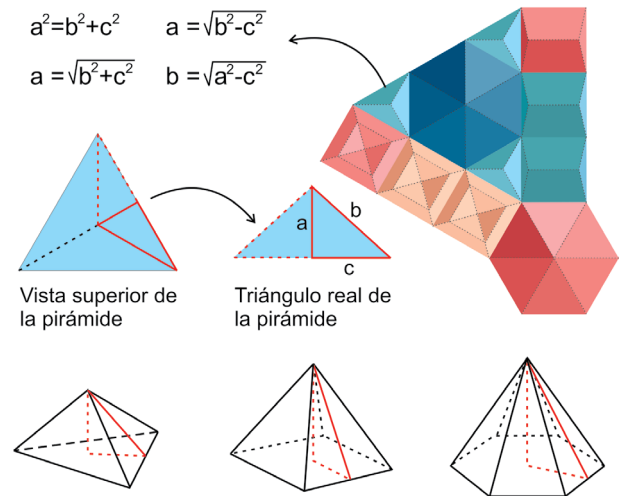
Proporción de los polígonos



Módulos geométricos regulares

### Estudio matemático a través de Pitágoras

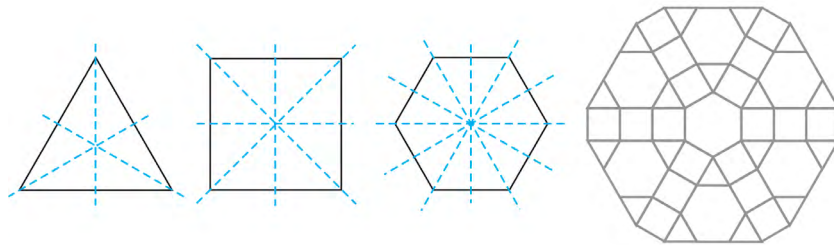
Primero, se dibujan las líneas de simetría para ubicar el centro de la figura estudiada, así se halla el punto central para el levantamiento de la altura del cateto vertical (a). Segundo, se toma la medida del centro intersectado de la figura geométrica a la mitad del lado de esta para encontrar la distancia, tras lo cual resulta la hipotenusa de la rampa (b), la cual va, desde el punto máximo de la altura (a), hasta la línea inferior de la figura geométrica estudiada, consiguiendo el recorrido final del cateto (b).



Estudio de los volúmenes

## Composición modular de geometrías básicas traslapadas

Se da por la construcción y el crecimiento de la geometría volumétrica que se desarrolla a través de la planimetría o matriz dibujada, con un orden sistemático que busca como resultado un crecimiento, este es regulado a partir de simetrías que articulan la modulación o diseño deseado, luego este resultado compositivo es dibujado en el plano y se genera una estructura armónica y en movimiento.

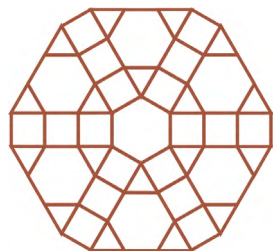


Geometrías básicas traslapadas

Luego de tener las proporciones y medidas, se pasa a realizar los desarrollos de cada una de las figuras geométricas. Para la construcción de estos desarrollos, se sugiere consultar el capítulo 10 sobre desarrollo de superficies en el tema de volúmenes básicos y sus construcciones, a fin de orientar su construcción.

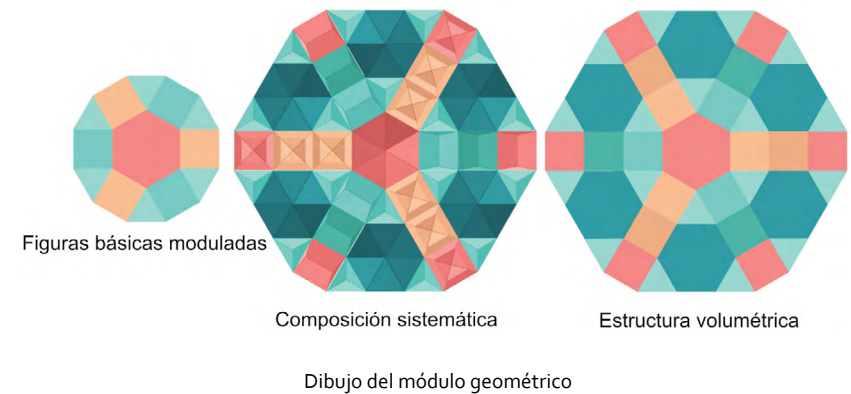
## Construcción y crecimiento

1. Se construye primero una matriz lineal de 0,5 mm de ancho sobre una hoja de papel bond o papel milimetrado, luego se verifica su crecimiento y proporción. Esta planimetría o matriz se escala digitalmente para proceder a acortarla y troquelarla bajo el proceso corte láser.



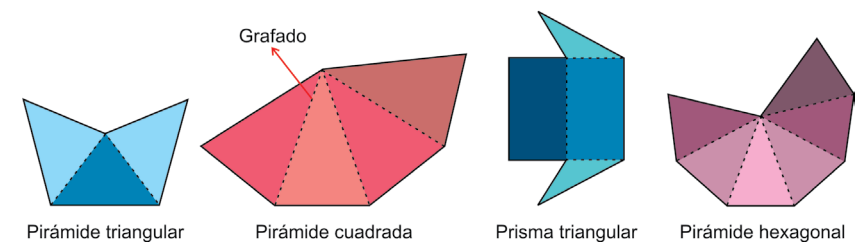
Dibujo de la matriz

2. Se desarrolla y dibuja cada módulo geométrico en papel milimetrado, compuesto por figuras regulares.



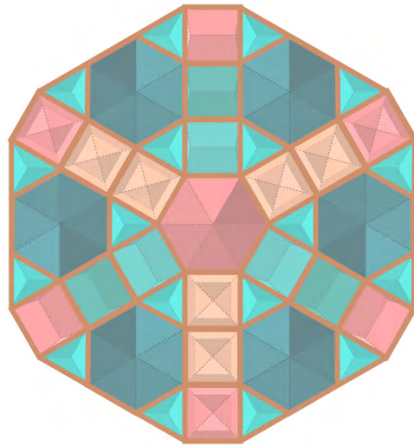
Dibujo del módulo geométrico

3. Se procede a dibujar las paredes que componen el alzado del volumen y no se dibuja la base. Primero, se escala cada pieza digitalmente y luego se cortan bajo el proceso corte láser.
4. Se grafan las líneas puntadas.
5. Se corta el contorno de cada pieza desarrolla, las cuales no llevan pestañas.
6. Se pega cada cara del volumen por sus aristas.



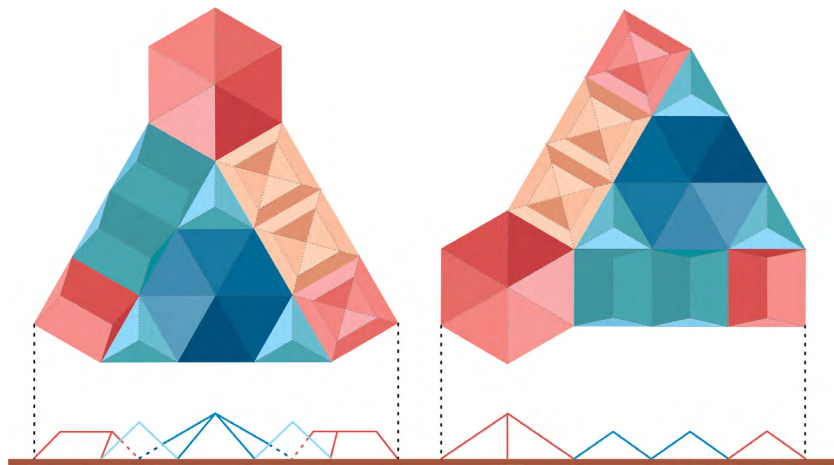
Desarrollo de los volúmenes

7. Se une arista con arista hasta realizar la volumetría de la forma. Al tener los volúmenes, se procede a pegarlos en la matriz, recortada y perforada.

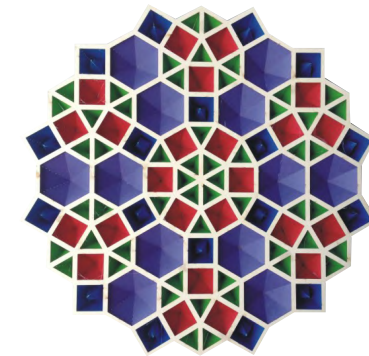
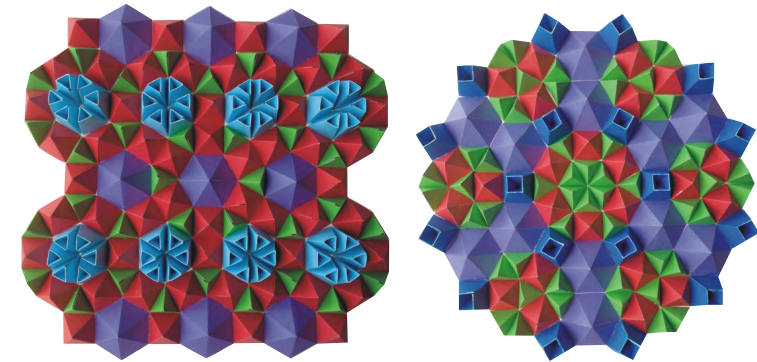
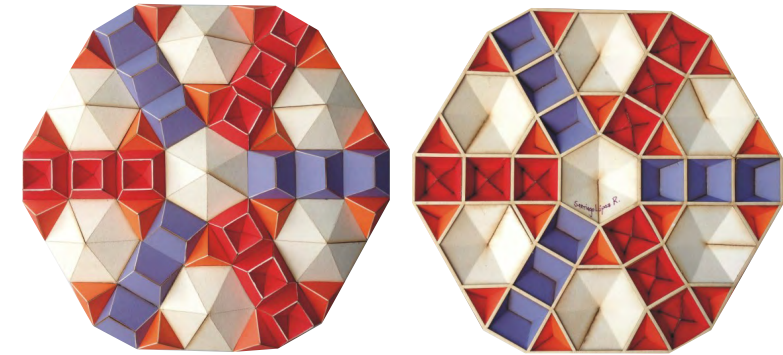


Montaje del volumen en la matriz

8. El módulo volumétrico se coloca sobre la superficie de la matriz troquelada, sobre el eje de simetría de las líneas de la estructura.



Fachada de la estructura



Trabajos realizados por estudiantes del Programa de Diseño Industrial

## Pragmáticas

En nuestra vida cotidiana, podemos observar diferentes formas de aplicación de los traslajos, ya sea en su forma bidimensional, como el estampado escocés, muy utilizado en prendas de vestir, ya sea en su forma tridimensional, como una caja para empaquetar huevos, que tiene formas cóncavas y convexas en su estructura. También en diseño gráfico se usan, ya no como la superposición de dos redes, sino como la de figuras, formas o letras.



Pragmáticas de traslajos

## 9. Modulación

### Definición

Hablar de modulación es hablar de una distribución cíclica de la superficie. Por ejemplo, para el embaldosado de un piso, se disponen numerosas baldosas idénticas, como si formaran un rompecabezas. Aunque las baldosas pueden estar dispuestas de forma arbitraria, habitualmente se crea un diseño que se va repitiendo en distancias regulares y en intervalos.

Crear un diseño puede resultar muy sencillo, toda vez que la forma de las figuras por modular sean triángulos, cuadrados o hexágonos regulares iguales, ya que estas tres figuras son las únicas que nos permiten crear redes exactas; es imprescindible que el diseño se reproduzca cada vez que se realiza un determinado desplazamiento en una dirección concreta. En la terminología matemática, este desplazamiento recibe el nombre de *traslación* de un número de puntos (forma) en el plano. Ese conjunto de repeticiones de un punto forma una *red* de paralelogramos.

El color es muy importante en una modulación. Cuando las figuras contiguas están coloreadas de forma distinta, se permite reconocer, diferenciándolos entre sí, los distintos motivos, aunque su silueta sea la misma.

Según Escher (1990, pg. 14), "el diseño efectivo de motivos que coinciden y que cubren completamente una superficie exclusivamente mediante copias de sí mismo es una difícil empresa". Matemáticamente, solo existen diecisiete diseños diferentes. Para el artista, sin embargo, el número de posibilidades es infinito.



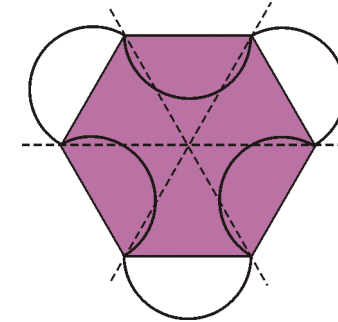
Modulaciones de Escher

## Elementos de modulación

Un módulo es el elemento que se multiplica en piezas idénticas para organizar estructuras; un módulo no es relevante en sí mismo, sino en la medida en que se presta para organizarse con otros módulos idénticos, a fin de obtener formas (macro) y llenar espacios extensibles.

### Micromódulo

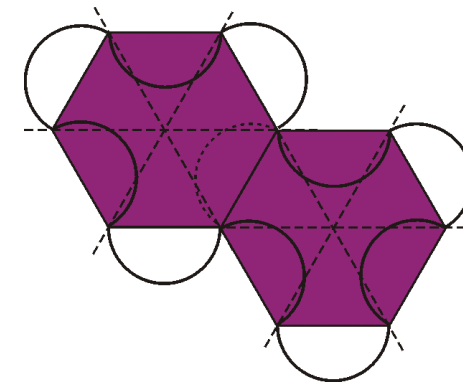
Es la figura que nace a partir de la transformación de un polígono regular, y corresponde a la división exacta y simétrica del módulo.



Micromódulo

### Módulo

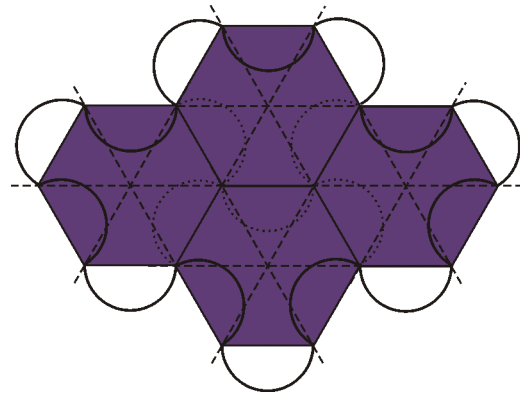
Un módulo es un patrón que se repite infinitamente y nace a partir de la unión de dos, tres o cuatro micromódulos. El diseñador es quien establece esta relación de crecimiento, pero el diseño debe ser simple, ya que cuando son demasiado complejos tienden a destacarse como formas individuales y con esto el efecto de unidad se podría anular.



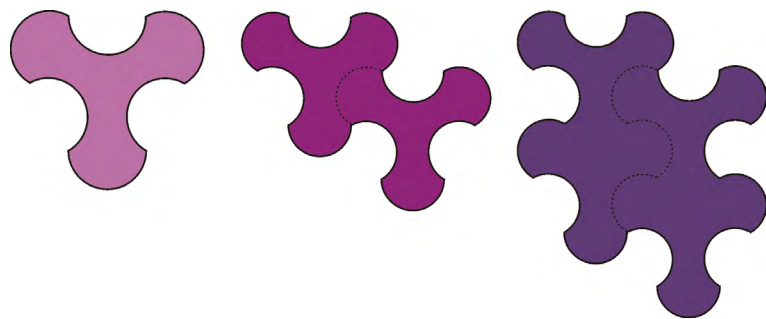
Módulo

### Macro módulo

Es una duplicación del módulo. Si el módulo está compuesto por dos micromódulos, el macromódulo tiene que ser de cuatro.



Macromódulo



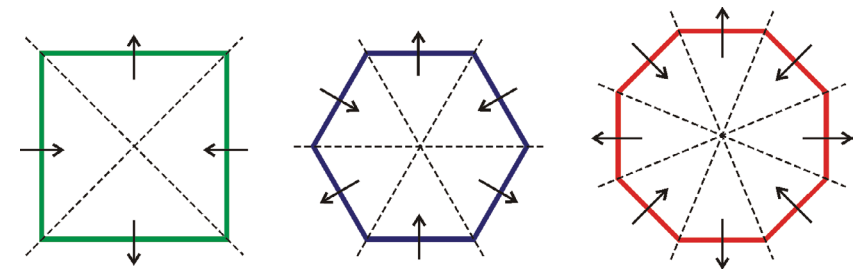
Crecimientos

## Teselación

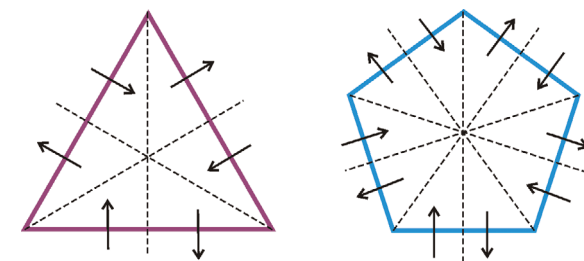
Este es el término que se utiliza para referirse al hecho de cubrir una superficie con un patrón de formas planas de manera que no se superponen ni dejan huecos entre ellos, y cuando estos huecos se forman, son teselados irregulares.

## Procedimiento para desarrollar módulos

1. En primer lugar, debe hacerse un estudio sistematizado de los ejes de la figura para poder hacer la transformación de esta, teniendo en cuenta la cantidad de lados que tiene la figura para alternar positivos y negativos. Si la figura tiene número de lados par, se alternan uno a uno por cada lado, pero si tiene número de lados impar, estos se deben dividir por el centro para que la figura tenga la misma cantidad de positivos y negativos, y se puedan alternar entre ellos.



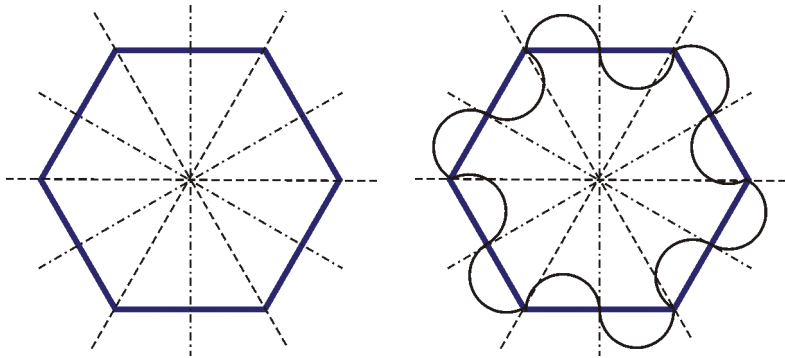
Figuras con lados pares



Figuras con lados impares

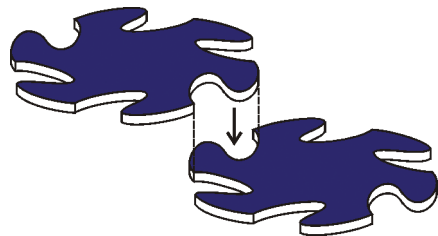
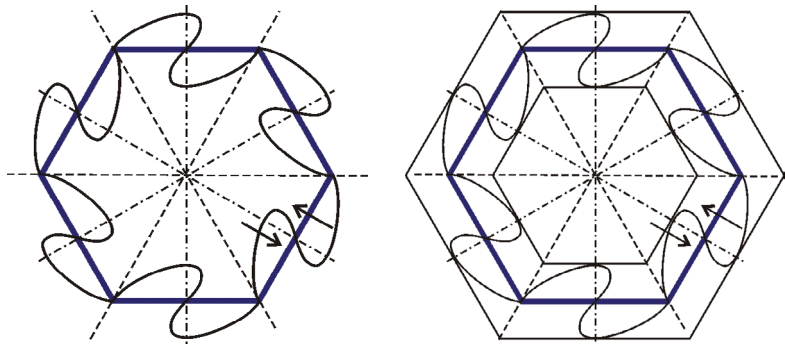
2. Se hace la transformación de la figura por medio de ensambles y amarres para desarrollar conceptos de adición y sustracción. Se estudian las proporciones a  $1/2$ ,  $1/3$  o  $1/4$ .  
Nota: Las figuras con número de lados par también se pueden trabajar con los lados divididos.





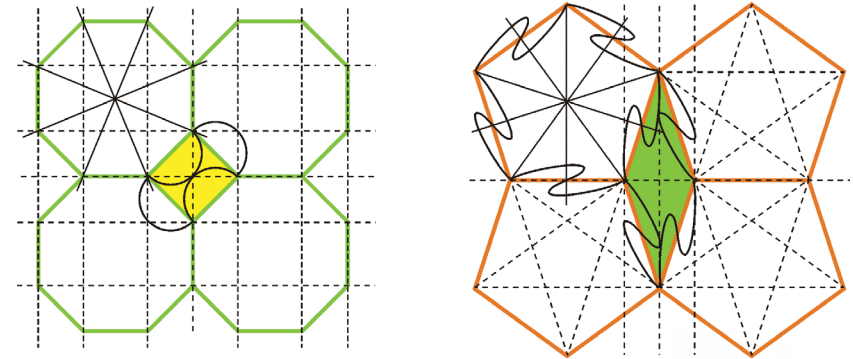
Adición y sustracción

3. Se diseñan los ensambles con penetración en sentido vertical para lograr amarre en sentido horizontal. Se debe contar con la proporción de los positivos y negativos en la figura para que los negativos, que son los que van al interior de la figura, no la estrangulen, es decir, no la debiliten hasta tal punto que hagan que esta se quiebre.



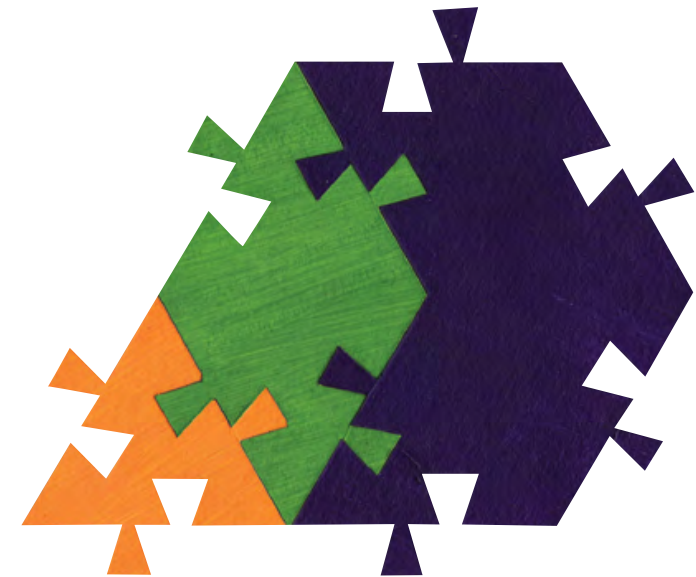
Ensamble con amarre, sentido vertical

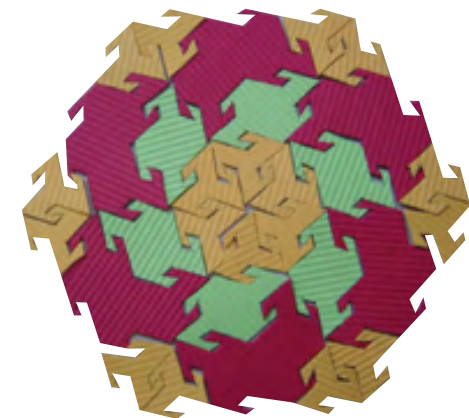
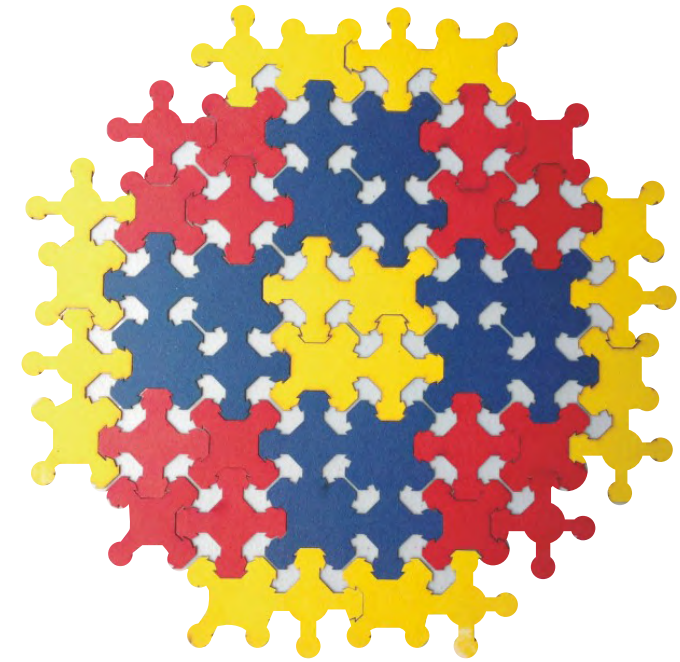
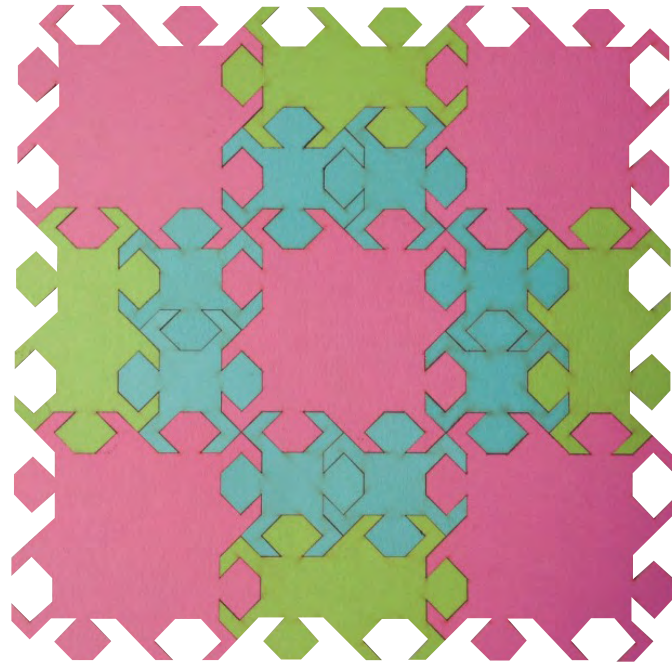
4. Cuando entre las figuras se presentan espacios, estos se deben tomar como parte del diseño para hacer la transformación.

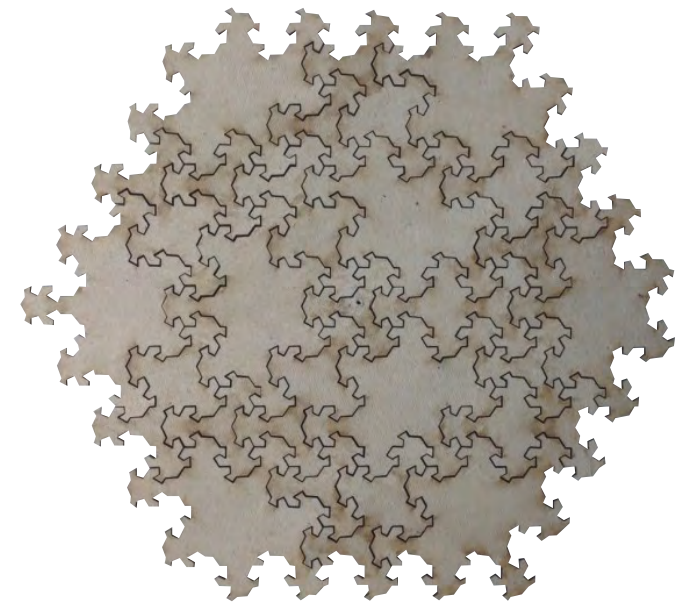
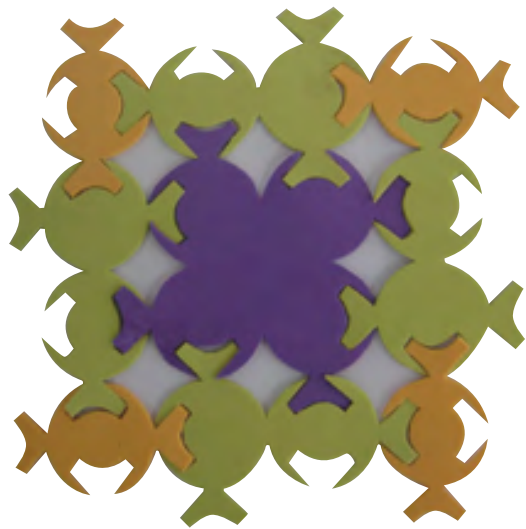
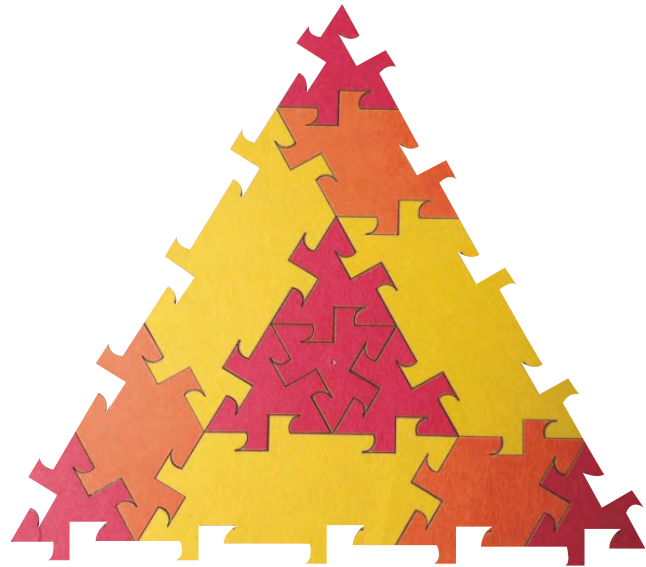


Figuras con espacios entre ellas

5. Luego, los diseños se llevan al material, que puede ser cartón paja o MDF de bajo calibre. A cada tamaño se le asigna un color y se determina su ubicación en el plano para que su distribución cree buen equilibrio.







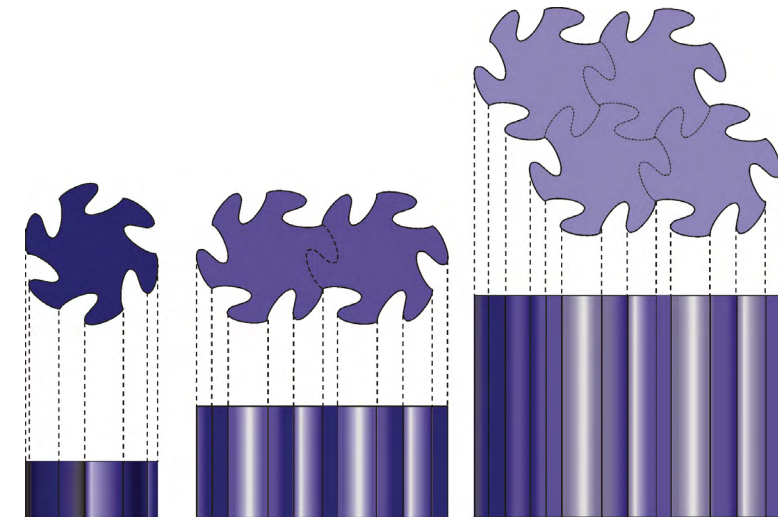


Estudio del color y modulación de las piezas. Trabajos realizados por estudiantes de primer semestre del programa Diseño Industrial

## Generación de los volúmenes

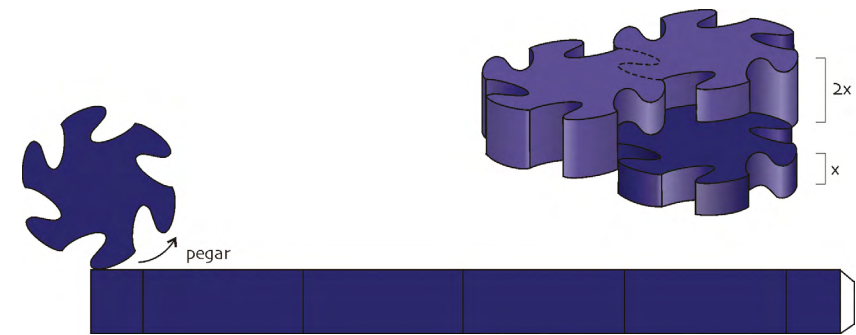
Los micromódulos, módulos y macromódulos son posibles de construir tridimensionalmente, como cajas o "edificios", y si cada uno se hace con una altura distinta, se logra ver el crecimiento con cierto movimiento en todo el plano.

1. Se definen por medio de un dibujo en fachada las tres alturas proporcionales de dos en dos.



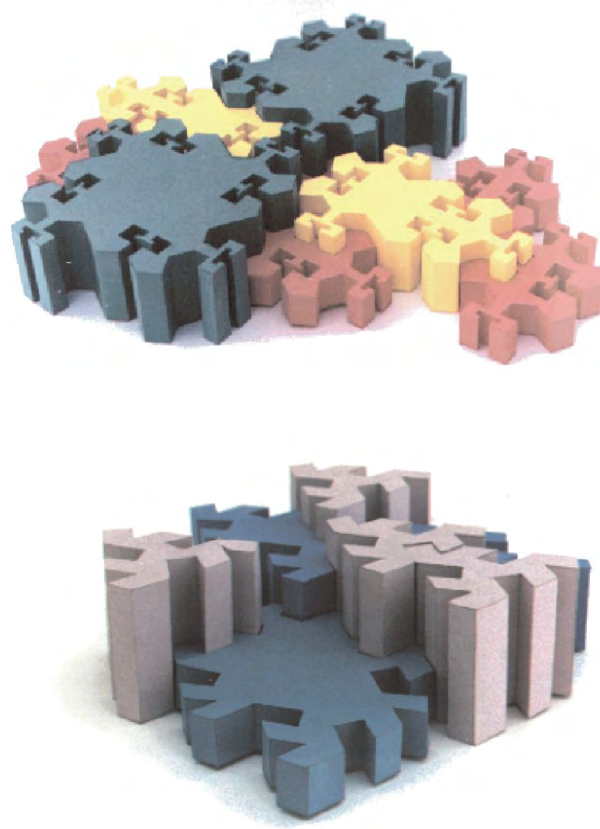
Alturas según el tamaño

2. Se dibujan las plantas y por medio del perímetro se define la dimensión de los contornos en cada figura.



Perímetro de la figura

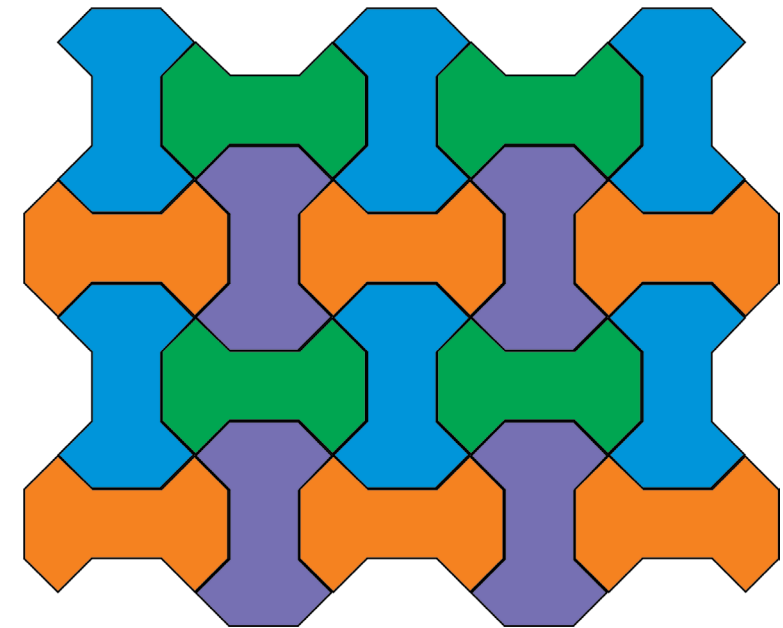
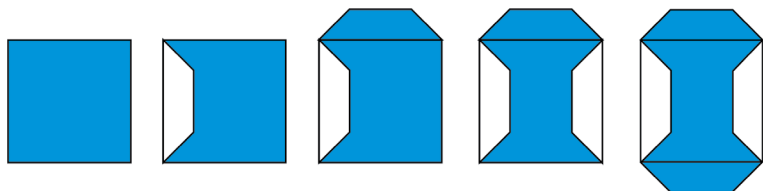
3. Se hace el ordenamiento de la composición de los elementos por medio de simetrías, proporciones y color.



Trabajos realizados por estudiantes de primer semestre. Programa de Diseño Industrial.

## Pragmáticas

Desde la Antigüedad, se ha hecho posible la utilización de modulaciones a través de los conocimientos de geometría de los artesanos quienes la han aplicado al diseño de mosaicos. Los más conocidos son el hueso y la pajarita.



Hueso nazari

En tiempos más actuales, los vemos muy utilizados en el diseño de pisos, en material didáctico, y también en el área textil como parte de una muy amplia variedad de estampados.





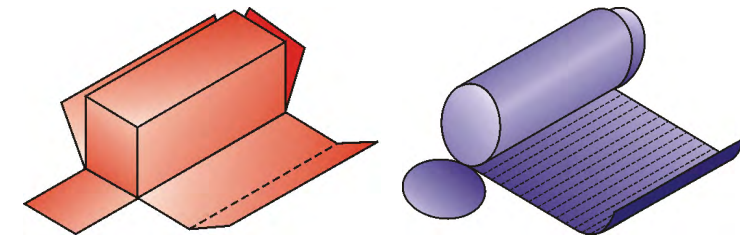
Pragmáticas de modulación

## 10. Desarrollo de superficies

El desarrollo de un volumen es la figura desdoblada o plana desenrollada de ese objeto. Es también conocido como patrón y puede mostrar el tamaño verdadero de cada área del objeto; cuando este se corta, puede enrollarse o doblarse para construir el objeto original. Se clasifican comúnmente en desarrollos de líneas paralelas, desarrollos de línea radial y desarrollos por triangulación.

### Desarrollos de líneas paralelas

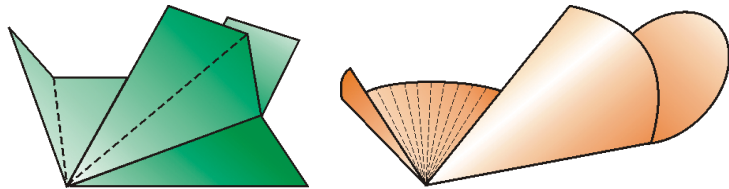
Se obtienen a partir de sólidos comunes que están compuestos de aristas o elementos laterales paralelos, como el prisma y el cilindro, ya que todos sus elementos son paralelos y a la vez son perpendiculares a la base y a la tapa.



Desarrollos de líneas paralelas

## Desarrollos de línea radial

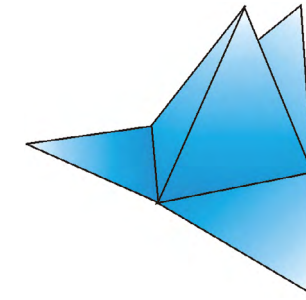
Se elaboran a partir de figuras como conos y pirámides. En estos desarrollos, todos los elementos de la figura se convierten en líneas radiales que tienen el vértice como origen. En el cono, uno de los extremos de todos los elementos es el vértice, mientras que los otros extremos describen una línea curva que es la base, la cual, al armar la figura, forma un círculo. La pirámide, en cambio, tiene como base un cuadrado o cualquier otro polígono, pero también tiene un extremo que es el vértice, de donde parten todas las líneas que corresponden a las aristas de las caras.



Desarrollos de línea radial

## Desarrollos por triangulación

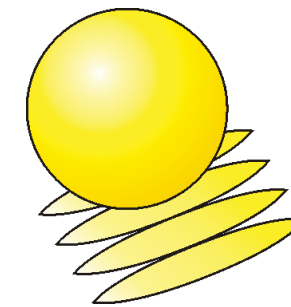
Se obtienen a partir de poliedros, superficies de curva simple y superficies alabeadas. Estos desarrollos se trabajan por la subdivisión de cualquier superficie reglada en una cantidad de zonas triangulares. La triangulación del poliedro da como resultado un desarrollo verdadero, ya que sus lados están compuestos por líneas rectas que son posibles de representar en el plano para luego unir una con otra. La triangulación de superficies de curva simple no es tan exacta, pero la precisión es más alta cuando se emplea un mayor número de triángulos más pequeños. Los desarrollos por triangulación de superficies alabeadas producen solo aproximaciones de estas.



Desarrollo por triangulación

## Desarrollos aproximados

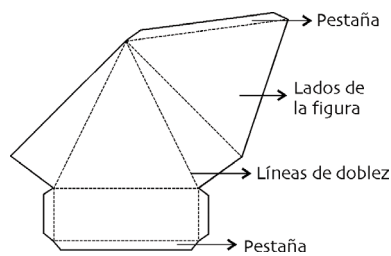
Las superficies alabeadas o de doble curvatura, como la esfera, solo pueden desarrollarse mediante aproximación. Esta se puede desarrollar fácilmente dividiéndola en una serie de zonas que se aproximan como un cono circular recto, el cual es desarrollable. Para crear el desarrollo, se pasan varios planos de corte perpendicular al eje central, los cuales inician y finalizan en los "polos" superior e inferior de la esfera. Cuanto más secciones se creen, más pequeña será la curvatura de los elementos laterales y el desarrollo será más aproximado a la superficie de la esfera.



Desarrollo aproximado

## Volúmenes básicos

Todos los volúmenes o las figuras poliédricas son posibles de desarrollar a partir de una superficie plana. Entendiendo cómo es el desarrollo de los volúmenes básicos, es posible construir el desarrollo para cualquier otro volumen. Lo primero es determinar cuáles figuras tienen el objeto a su alrededor, así como en su tapa y en su base, si es que las tiene. Estas figuras se visualizan mediante el dibujo de las vistas del objeto, luego se disponen una al lado de la otra, unidas por líneas paralelas u oblicuas que en el dibujo estarán punteadas para indicar que son líneas de doblez. Además, se deben utilizar las pestañas que sean necesarias para que el armado se haga posible, las cuales quedan ocultas dentro del objeto. Estas se representan en el dibujo con líneas más cortas, que es donde se unirán las caras de la figura.

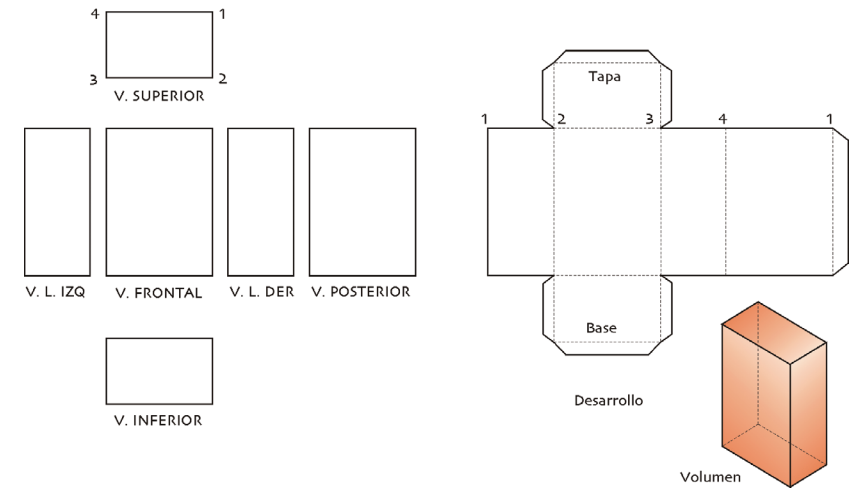


Componentes de un desarrollo

## Construcciones

### Prisma recto

Un prisma recto consta de cuatro caras rectangulares y una base y una tapa cuadradas o rectangulares. En su vista frontal, todas las aristas son paralelas entre sí.



Desarrollo del prisma recto

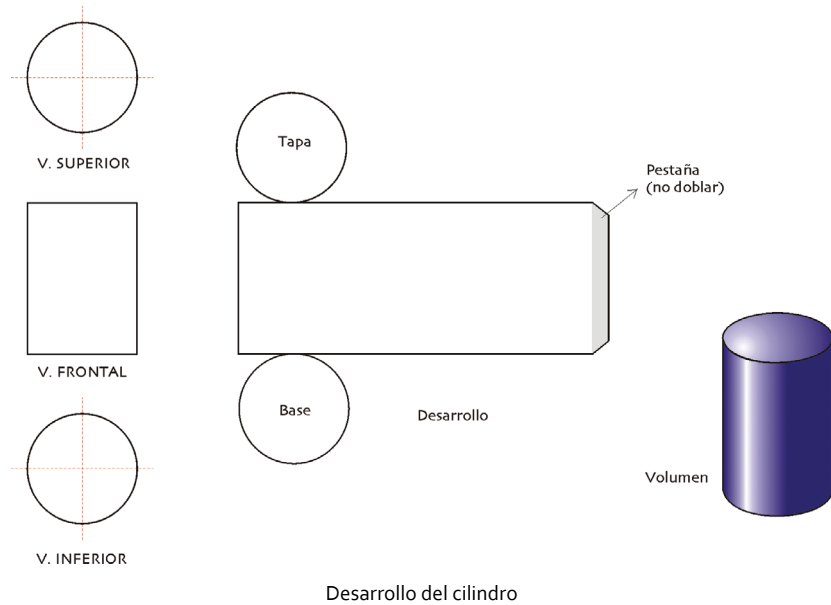
### Procedimiento

1. Se dibujan las vistas del objeto.
2. A partir de la vista frontal, se toma la medida para conocer la altura del desarrollo.
3. En la vista superior, se toman las medidas de cada lado. La suma de estas es el largo total del desarrollo, el cual tiene la forma de un rectángulo.
4. En cada una de estas medidas, se traza una línea vertical. Estas corresponden a las aristas del prisma y son los dobleces del desarrollo.
5. Con la misma medida de las vistas superior e inferior, se dibujan la tapa y la base, respectivamente, y se pegan a una de las caras del prisma.
6. Por último, se dibujan las pestañas que ayudarán a unir todas las superficies entre sí.

### Cilindro recto

El cilindro está compuesto por una superficie curva, que se envuelve alrededor de una circunferencia, y por una base y una tapa, que son dos círculos perfectos. Su desarrollo es un rectángulo, cuya altura corresponde a la longitud del cilindro.





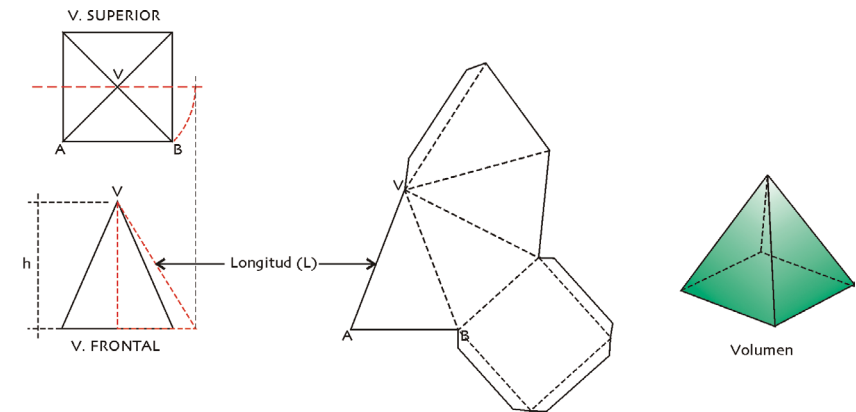
### Procedimiento

1. Se dibujan las vistas del objeto.
2. En la vista frontal, se toma la medida de la altura.
3. En la vista superior, se toma la medida del diámetro. Con esta podemos conocer la longitud real del desarrollo o perímetro.
4. Al tener la altura y la longitud, se dibuja un rectángulo con estas medidas. Este rectángulo corresponde al cuerpo del cilindro.
5. En la parte superior e inferior del rectángulo, se dibuja una circunferencia: una corresponde a la tapa y la otra a la base del cilindro.
6. Finalmente, al rectángulo se le agrega una pestaña en uno de sus lados, que permitirá pegar un extremo con el otro; esta pestaña no se debe doblar para que el cilindro conserve la curva en toda su superficie. En los dos largos del rectángulo, se agregan pestañas pequeñas y en forma triangular, lo que permite pegar las dos circunferencias al cuerpo del cilindro.

Para hallar el perímetro, emplea la fórmula:  $p = D\pi$ , donde D es el diámetro de la circunferencia.

## Pirámide

Una pirámide puede tener como base un cuadrado, un rectángulo o un triángulo. Sus lados siempre son triángulos que están pegados a la base y se unen todos en un vértice común ubicado en el punto más alto de la figura y opuesto a la base.



### Procedimiento

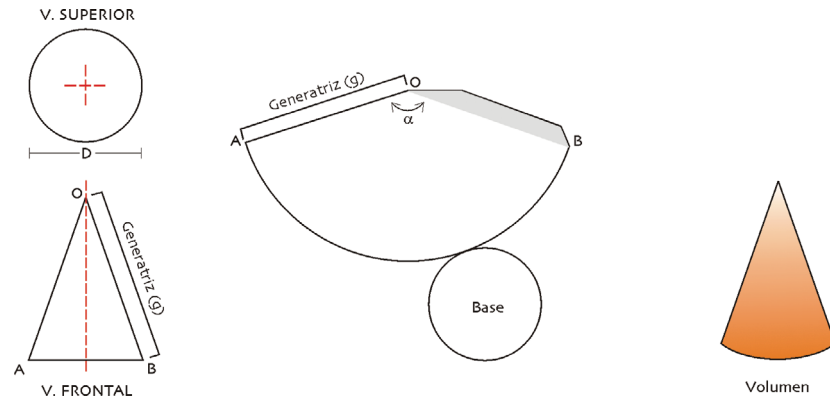
1. Se dibujan las vistas de la figura.
2. La vista frontal es un triángulo, cuya altura y base corresponden a las medidas reales de la altura y la base de la pirámide, pero los lados no son la medida real de las aristas de la pirámide.
3. A partir de la altura y la base en la vista frontal, se halla la medida real de los triángulos que forman los lados de la pirámide.
4. Se dibujan los triángulos unidos con un vértice común para todos.
5. En la base de uno de los triángulos, se dibuja la figura que forma la base de la pirámide, un cuadrado, un rectángulo o un triángulo.
6. Se dibujan las pestañas para poder unir lado con lado y la base con los lados.

Longitud real del lado del triángulo:  $L = \sqrt{B^2/2 + h^2}$ , donde B es la base.

Altura real del triángulo:  $H = \sqrt{(B/2)^2 + h^2}$ .

## Cono recto

Es una figura que tiene una superficie formada por una serie de líneas radiales que nacen de un mismo vértice y en el extremo opuesto a este describen una circunferencia que compone la base.



Desarrollo del cono recto

### Procedimiento

1. Se dibujan las vistas del objeto.
2. Sobre la vista superior se toma la medida del diámetro. Sobre la vista frontal se toma la medida de la generatriz. La generatriz (g) corresponde a la pendiente del cono.
3. Para conocer el ángulo del desarrollo, se despeja la fórmula.
4. Se traza el ángulo con lados iguales a la generatriz y se dibuja un arco haciendo centro en el vértice del ángulo y con diámetro igual a la generatriz.
5. Se dibuja una circunferencia que es la base del cono y se trazan las pestañas para poder cerrar la figura.  
Nota: Por ser una figura curva, la pestaña lateral no se dobla para conservar la regularidad de la superficie. Las pestañas que van a lo largo de la curva deben ser pequeñas y de forma triangular.

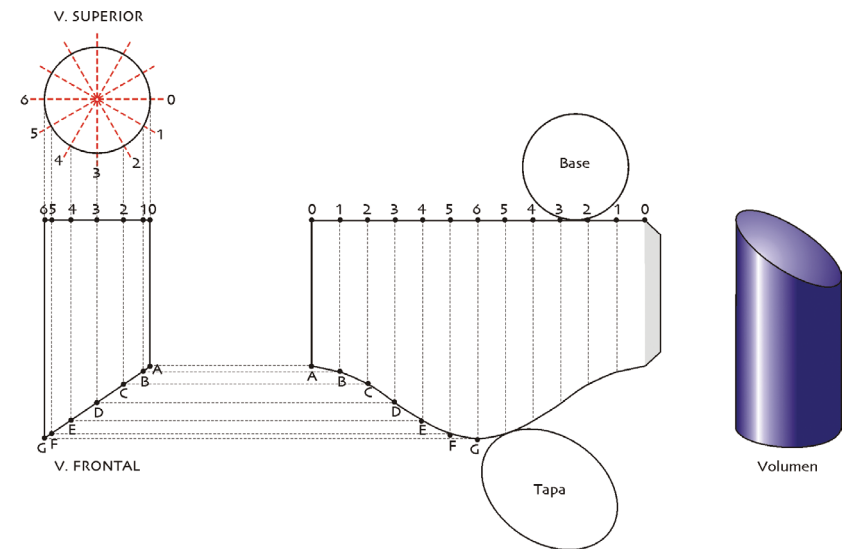
Para conocer el ángulo, se emplea la fórmula:

$$\alpha = (180^\circ \times D) / g,$$

donde:  
D es el diámetro,  
g es la generatriz.

## Cilindro truncado

Es un cilindro al cual se le ha cortado una porción en sentido diagonal. En ese corte, se forma una elipse cuya medida depende de la inclinación que tiene la diagonal.



Desarrollo del cilindro truncado

### Procedimiento

1. Se dibujan las vistas de la figura.
2. Sobre la vista superior, que es una circunferencia, se dibujan radios cada 30°.
3. Desde los puntos de intersección de los radios con la circunferencia, se proyectan líneas verticales hasta que se corten con la diagonal en la vista frontal.
4. Al lado de la vista frontal, se dibuja una línea horizontal con la medida del perímetro de la circunferencia.
5. Se divide el perímetro por la cantidad de sectores que resultaron en la circunferencia (12), y se marcan los puntos con estas distancias.

6. Desde estos puntos se trazan líneas verticales.
7. Desde la vista frontal, en los puntos de intersección de las verticales con la diagonal, se proyectan líneas horizontales que se corten con las líneas trazadas desde el perímetro.
8. Los puntos resultantes se unen con el curvígrafo para formar el desarrollo del cuerpo del cilindro.
9. Se dibuja la circunferencia que forma la base y se dibuja la elipse para la tapa (véase construcción de la elipse).

Para hallar el perímetro, se emplea la fórmula:

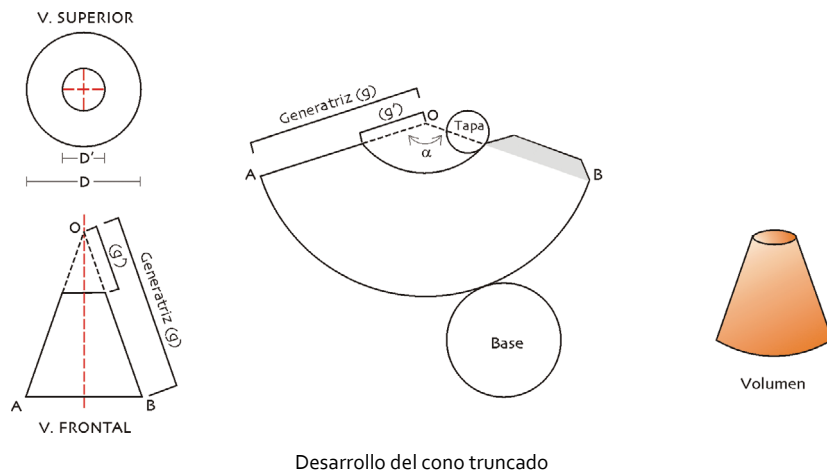
$$p = D\pi,$$

donde:

D es el diámetro de la circunferencia.

## Cono truncado

Es un cono al cual se le ha cortado una sección en el vértice. Este corte puede ser horizontal o diagonal. Si el corte es horizontal, la tapa será una circunferencia; pero, si el corte es diagonal, la tapa será una elipse.



## Procedimiento

1. Se dibujan las vistas del objeto.
2. Sobre la vista superior se toma la medida de los dos diámetros (D y D').
3. En la vista frontal, se proyectan las diagonales del cono hasta formar el vértice. Se toma la medida de la generatriz (g), y el sector que se corta es (g').
4. Para conocer el ángulo del desarrollo, se despeja la fórmula.
5. Se traza el ángulo con lados iguales a la generatriz y se dibuja un arco haciendo centro en el vértice del ángulo y con diámetro igual a la generatriz.
6. Sobre la generatriz se toma la medida de g' desde el vértice. En ese punto, se traza otro arco.
7. Se dibuja una circunferencia con la medida D, que es la base del cono y otra con la medida D' que es la tapa.
8. Se trazan las pestañas para poder cerrar la figura.

Para conocer el ángulo del cono, se emplea la fórmula:

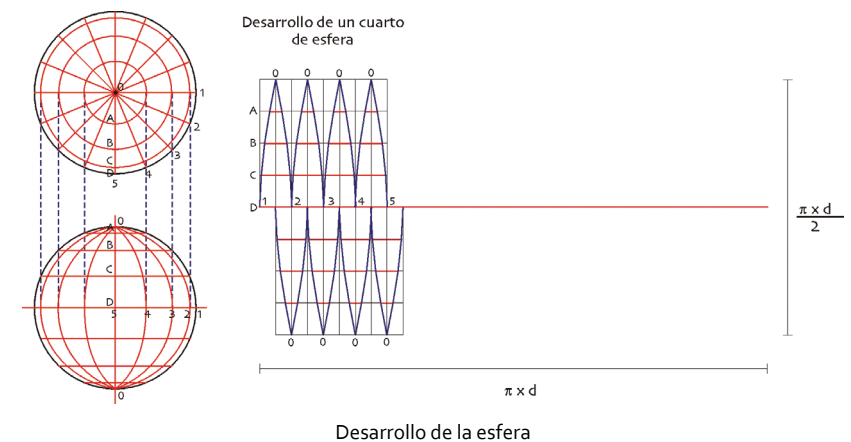
$$\alpha = (180^\circ \times D) / g,$$

donde:

D es el diámetro.

## Esfera

Es un ejemplo de figuras de doble curvatura, cuya medida desde el centro hasta cualquier punto de la superficie siempre es igual. Es considerada como una figura con desarrollo aproximado. Una forma de hacerlo es por desarrollo policilíndrico.



## Procedimiento

1. Se dibuja una circunferencia con la medida del diámetro de la esfera y se divide en 16 sectores de  $22,5^\circ$ . Se enumeran de 1 a 16 en los puntos de intersección con la circunferencia. El número de sectores dibujados será igual al número de casquetes que conformarán la esfera. Esta será la vista superior.
2. Debajo se dibuja otra circunferencia que será la vista frontal, y visualizamos la esfera como un mapamundi, donde las líneas que van de polo a polo (meridianos) serán los husos o los casquetes, y las líneas horizontales (hemisferios) serán las divisiones de los casquetes.
3. De la vista superior se proyectan líneas desde los puntos numerados, hasta tocar el diámetro de las dos circunferencias.
4. En la vista superior, se trazan circunferencias en los puntos donde se hace intersección con el diámetro (A, B, C). En la vista frontal, se trazan líneas horizontales en los puntos de intersección con la circunferencia (A, B, C).
5. Se traza una línea con la medida del perímetro de la circunferencia exterior.
6. Se divide esta medida por la cantidad de sectores trazados en la vista superior (16), y se marcan estas medidas sobre la línea del perímetro. Estos serán los anchos de los casquetes.
7. La altura total de los casquetes es igual a la mitad del perímetro. Con esta medida, se trazan líneas en cada uno de los puntos marcados en el perímetro. A estos, a su vez, les trazamos otra línea que los divide por el medio en sentido vertical.
8. Esta altura se divide por la cantidad de hemisferios trazados en la vista frontal (8), y se trazan líneas horizontales en estas medidas (A, B, C).
9. Se toma el diámetro a cada una de las circunferencias que se trazaron en la vista superior (A, B, C) y se hallan los perímetros. Cada medida se divide por el número de casquetes (16), y se ubica en la línea que corresponde a cada circunferencia, a partir del eje central de cada casquete. Estos serán los anchos a lo largo de todos los casquetes. Los puntos o no tienen ningún ancho, ya que son los puntos donde se van a encontrar todos los casquetes y cerrar la esfera.
10. Una vez marcados todos los anchos, se unen estos puntos para formar la línea exterior de los casquetes.
11. Se recomienda que sobre la línea del diámetro mayor se desplacen los casquetes inferiores a "medio paso", hacia la derecha o hacia la izquierda, lo cual facilita el armado de la esfera y permite hacerlo con un solo desarrollo, o sea, una sola pieza de papel.

Para hallar el perímetro, se emplea la fórmula:

$$p = D\pi,$$

donde:

D es el diámetro de la circunferencia.

Y para hallar la altura de los casquetes, la fórmula:

$$p = D\pi/2$$

## Figuras de revolución

Una figura de revolución es aquella que se forma mediante la rotación de una línea plana alrededor de un eje determinado ( $360^\circ$ ).

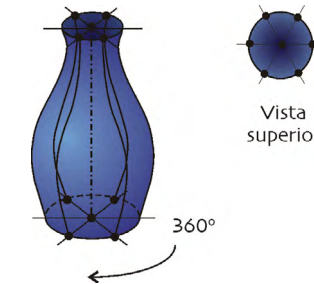
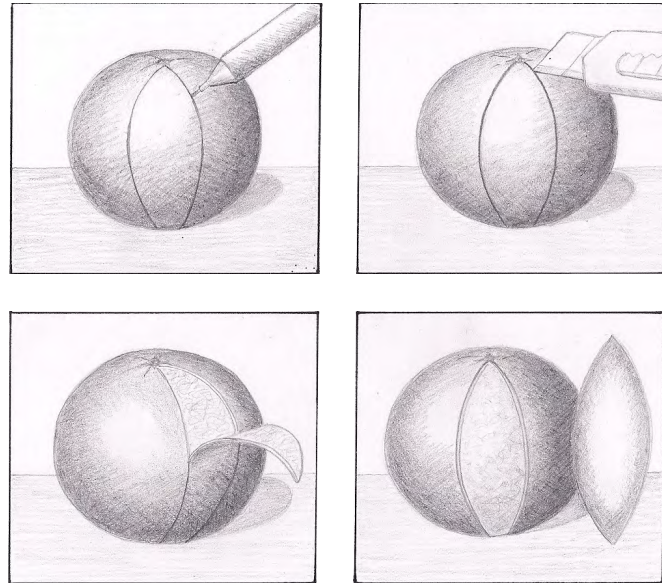


Figura de revolución

Para constituirse como figuras sólidas, su desarrollo se compone de "casquetes", técnica mediante la cual se construyen los sólidos compuestos por superficies de doble curvatura o superficies alabeadas como lo es la esfera.

Como ejemplo, tomamos la mandarina: la piel exterior corresponde a lo que en los objetos llamamos "casquete", y para construirlo debemos partir de la vista en planta o vista superior, que es una circunferencia.

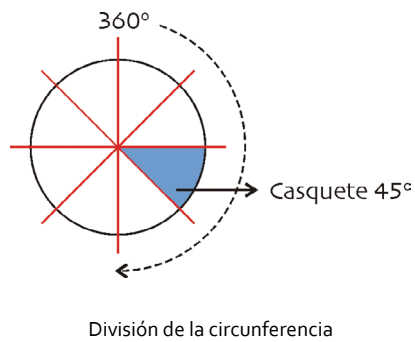


Casquetes

La cantidad de casquetes en una construcción la determina el diámetro de esta. Pueden tenerse en cuenta los siguientes rangos:

- diámetro 10 cm, 16-20 casquetes;
- diámetro 20 cm, 20-24 casquetes;
- diámetro 30 cm, 24-28 casquetes.

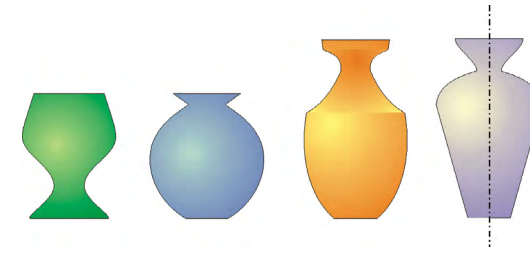
La circunferencia tiene  $360^\circ$ . Si son 10 casquetes, cada uno es de  $36^\circ$ .



## Construcción: método básico

El objeto que se va a construir debe contener en su silueta las siguientes características:

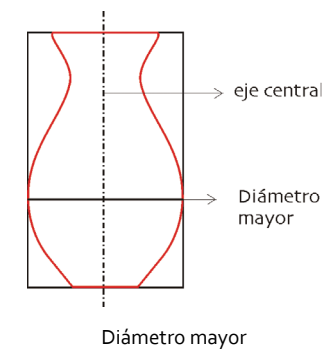
- debe ser simétrico;
- su base debe ser circular;
- la silueta debe ser sinuosa, es decir, de doble curvatura.



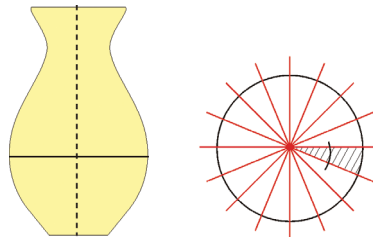
Objetos de doble curvatura

## Procedimiento

1. Se dibuja la fachada del objeto, trazando primero un lado y luego el otro para lograr que la simetría sea exacta. Se recomienda hacer estos dibujos en papel milimetrado para que sean más precisos.
2. Se inscribe la figura en un rectángulo, luego se traza el eje central vertical. Aquí se debe tener en cuenta que las distancias de los dos lados del dibujo hasta el eje central sean iguales.
3. Se traza una línea horizontal en los puntos donde el contorno de la figura toca el rectángulo. Esta línea será el *diámetro mayor*.



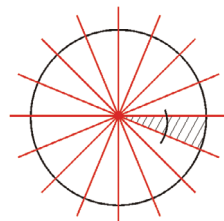
4. Se dibuja la figura en una pieza de cartón paja, se corta la silueta y se dobla por el eje central. Se debe señalar siempre el *diámetro mayor*.



Dibujo de la pieza en cartón paja

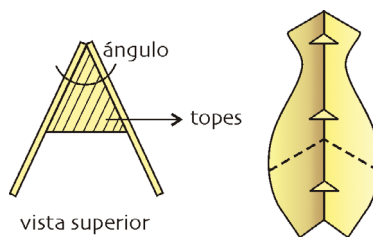
5. Se define el número de casquetes para conocer el ángulo, utilizando la siguiente fórmula:

$$360^\circ / \text{número de casquetes} = \text{ángulo}.$$



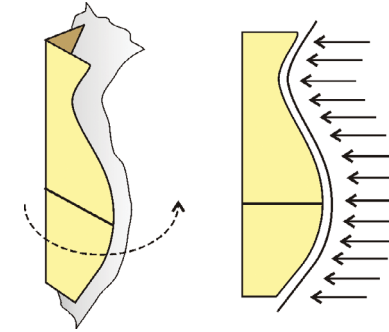
Número de casquetes

6. Se recortan en cartón paja varios topes con el ángulo obtenido, para así poder unir las dos mitades de la fachada.



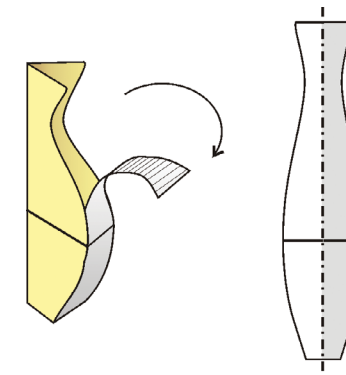
Unión de la silueta

7. Se pega con pegauchó una pieza de papel milimetrado sobre los cantos de las siluetas y se demarca en este el contorno; también aquí se señala la línea del *diámetro mayor*.



Montaje del papel en la estructura

8. Se desprende el papel para conocer la forma definitiva del casquete. Se comprueba la simetría de este doblándolo por el eje central. Se vuelve a hacer el dibujo con las medidas hasta que quede perfecto.

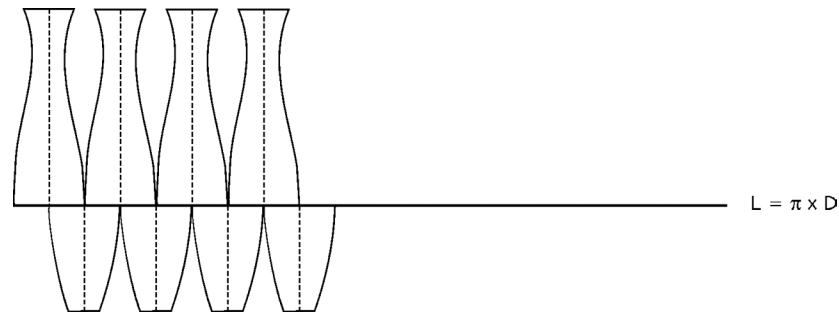


Casquete

9. Aparte, se traza una línea cuya medida corresponde a la longitud del *diámetro mayor* con la fórmula:

$$L = \pi \times D.$$

Se ubican los casquetes sobre la línea a partir del *diámetro mayor*, y se desplazan medio paso.

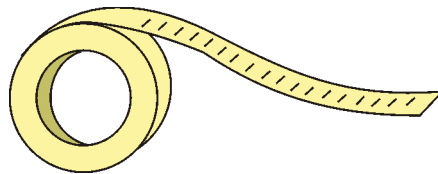


Dibujo del desarrollo

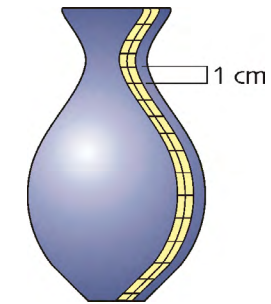
## Construcción: método matemático

### Procedimiento

1. Se toma un trozo de cinta más largo que la altura del objeto. A la cinta se le marca el eje central (vertical) y espacios de 1 cm en todo el largo; en estos, se van a tomar los diámetros del objeto. Se pega la cinta ya marcada a todo lo largo de la silueta del objeto.

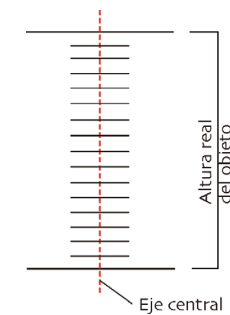


Marcación de la cinta



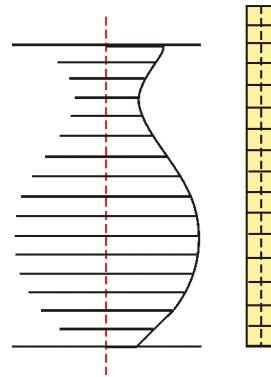
Montaje de la cinta en el objeto

2. En papel milimetrado, se dibuja una línea vertical, que corresponde al eje central del objeto. Se traza la altura real del objeto en fachada y se divide por el número de espacios resultantes en la cinta cuando ya está pegada. Esta será la medida de cada espacio en el dibujo.



Altura real del objeto

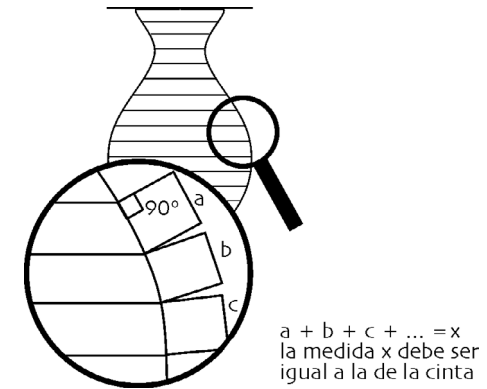
3. Se marcan los anchos máximos y mínimos del objeto. En cada marca de la cinta, se miden los diámetros con el calibrador y se pasan las medidas a una tabla donde aparecerán los diámetros reales y al frente el espacio para el resultado de la fórmula. Luego, se pasan las medidas al dibujo teniendo en cuenta el eje central.
4. Se unen los puntos con el curvígrafo para obtener el dibujo de la fachada.



Diámetro	X
7.0	
5.6	
5.0	
4.6	
4.2	
4.1	
4.4	

Tabla y dibujo de la fachada

5. Se retira la cinta del objeto y se pega en el papel a un lado del dibujo de la fachada. La medida es mayor que la altura real del objeto, ya que esta es la que describe el recorrido de la doble curvatura. Los espacios reales del casquete entonces serán de 1 cm.
6. Para comprobar la altura real del casquete, se utiliza el siguiente método:
  - En el contorno del dibujo de la fachada, se proyectan dos líneas perpendiculares (90°) a partir de cada uno de los puntos señalados para trazarle una paralela al contorno.
  - Se toma la medida de todas las paralelas.
  - Se suman todas las medidas y debe dar como resultado la medida real del desarrollo del casquete, o sea, el largo de la cinta.



Medida del contorno

7. Se dibuja una línea vertical con la medida del largo de la cinta. Se define el número de casquetes y se aplica la fórmula:

$$(D \times \pi) / \text{número de casquetes} = X.$$

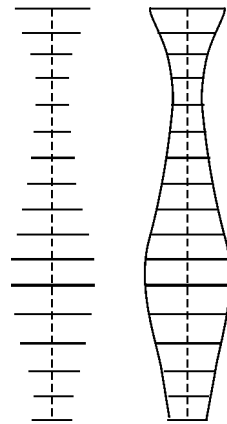
Este resultado (X) corresponde al ancho real del casquete en cada espacio demarcado. Se termina de completar la tabla.

Diámetro	X
7.0	1.4
5.6	1.3
5.0	1.1
4.6	0.9
4.2	0.7
4.1	0.6
4.4	0.8

Tabla completa

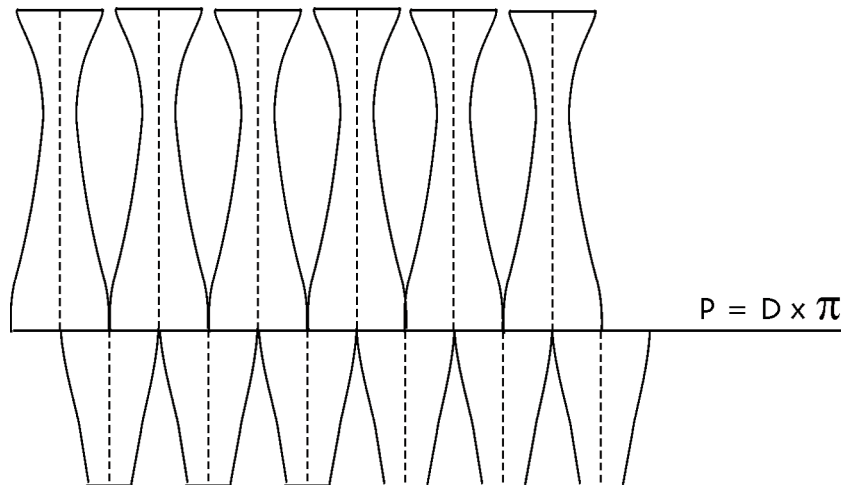
8. Se pasan los resultados de X a cada espacio del casquete.
9. Se unen los puntos con el curvígrafo para obtener la forma y el tamaño del casquete.





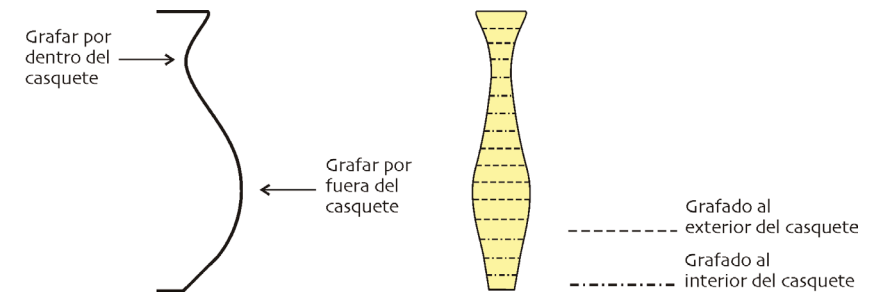
Dibujo del casquete

10. Se busca el diámetro mayor del objeto y se halla el perímetro. Se dibuja una línea horizontal con esa medida y sobre ella se dibuja la cantidad de casquetes que se definió para la fórmula (se pueden dibujar primero rectángulos con el ancho y la altura del casquete para más precisión del dibujo). Se desplaza la parte inferior a medio paso.



Dibujo del desarrollo

11. Se dibuja el desarrollo completo en el cartón paja y se corta en una sola pieza; se grafa cada uno de los casquetes según el sentido que tome la curva. Se pega borde con borde de los casquetes para armar todo el objeto.



Corte del desarrollo

Ejemplos:





Trabajos realizados por estudiantes de segundo semestre del programa de Diseño Industrial.

## Pragmáticas

El desarrollo de superficies se utiliza más que todo para elaborar modelos de objetos y así poder ver proporciones y corregir algunos problemas antes de su construcción con los materiales reales. También es común ver estructuras metálicas que se deben hacer con este método.





Pragmáticas de desarrollo de superficies

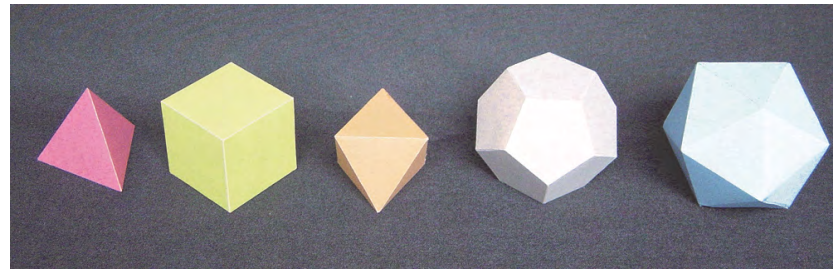
## 11. Poliedros regulares

Un poliedro es una superficie geométrica de tres dimensiones con varias caras poligonales. Los lados son superficies planas que reciben el nombre de caras; a la unión o línea de intersección de estas, se le denomina arista, y el punto donde converge un mínimo de tres caras se llama vértice.

Los poliedros regulares entonces son las figuras que tienen sus caras conformadas por polígonos regulares. Existen cinco poliedros regulares, a los que también se les conoce como sólidos platónicos, los cuales se clasifican de la siguiente manera:

- Tetraedro: formado por cuatro caras que son triángulos equiláteros.
- Hexaedro: formado por seis caras que son cuadrados.
- Octaedro: formado por ocho caras que son triángulos equiláteros.
- Dodecaedro: formado por doce pentágonos regulares.
- Icosaedro: formado por veinte triángulos equiláteros.

Véase cuadro comparativo.



Poliedros regulares

	Vista en volumen	Vista desde los vértices	Vista de fachada	Polígono	Número de caras	Número de aristas	Número de vértices	No. De aristas que convergen por vértice	No. De lados del polígono regular base
Tetraedro				Triángulo	4	6	4	3	3
Hexaedro				Cuadrado	6	12	8	3	4
Octaedro				Triángulo	8	12	6	4	3
Dodecaedro				Pentágono	12	30	20	3	5
Icosaedro				Triángulo	20	30	12	5	3

Cuadro comparativo de los poliedros

## Generación simultánea de los poliedros

Los cinco cuerpos platónicos se relacionan entre sí de una manera muy especial, ya que, al trazar sus ejes y hacer el estudio del volumen o del área de cada uno, se

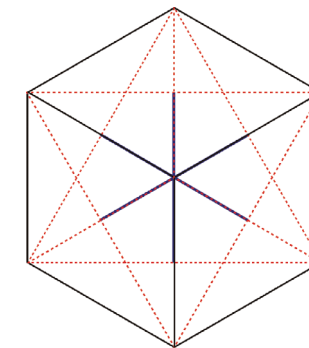
va generando espontáneamente el otro. Cada uno se encuentra dentro de otro en el siguiente orden: el primero o el que está más al interior es el octaedro, luego está el tetraedro, después viene el hexaedro, sigue el dodecaedro y por último está el icosaedro. Pero para poderlos construir con esta relación, debemos tomar el hexaedro como punto de partida para obtener las medidas de los demás cuerpos.



Generación simultánea de los poliedros

## Hexaedro

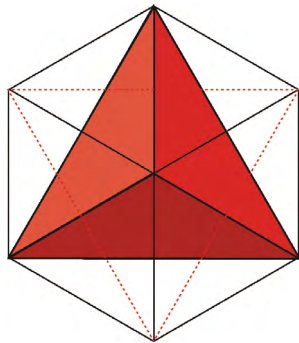
El hexaedro tiene ejes en sus seis caras. Si se unen las intersecciones de estos ejes, obtenemos los ejes cara internos, que van del centro de una cara al centro de la cara opuesta. Un eje de cara interno es igual a la altura o al lado del cubo.



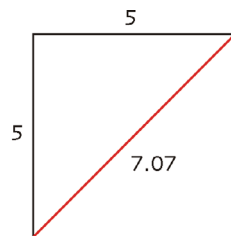
Hexaedro

## Tetraedro

Cuando el tetraedro está dentro del cubo, las aristas de este coinciden con cada una de las diagonales de las caras del cubo. Por tanto, la diagonal de una cara del cubo es igual al lado del tetraedro, y al aplicar la fórmula del teorema de Pitágoras, encontramos la medida de la diagonal de la cara del cubo, o sea, el lado del tetraedro.



Tetraedro



Lado del tetraedro

Ejemplo:  
 $h^2 = c^2 + c^2$   
 $h^2 = 25 + 25$   
 $h = \sqrt{50}$   
 $h = 7.07$

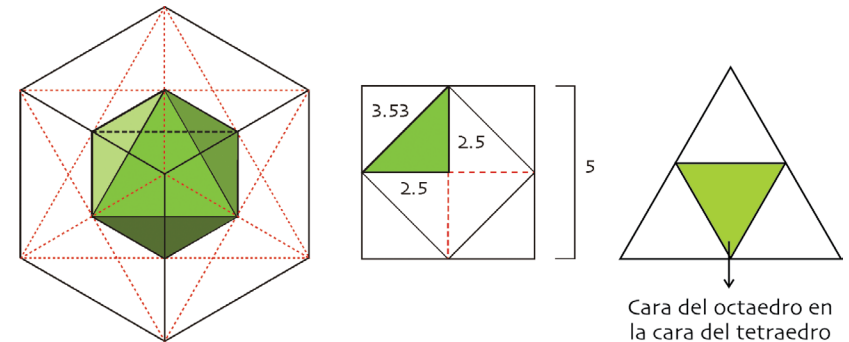
## Octaedro

El octaedro está dentro del tetraedro y cuatro de sus caras tocan las caras del tetraedro. Sus seis vértices coinciden con el centro de las caras del cubo.

Cuando se unen los puntos medios de las caras contiguas del cubo, obtenemos el octaedro.

La altura o el lado del cubo es igual al eje de vértice del octaedro.

Y al aplicar el teorema de Pitágoras se obtiene la medida del lado del octaedro. Esta medida corresponde a la mitad de la medida del tetraedro.

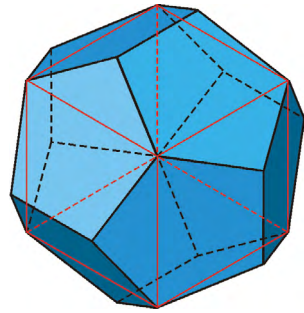


Octaedro

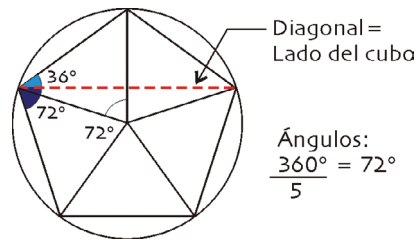
Cara del octaedro en la cara del tetraedro

## Dodecaedro

El hexaedro está dentro del dodecaedro, y se acomoda perfectamente en este de forma que las doce aristas del cubo encajan en las diagonales de los doce pentágonos del dodecaedro. Entonces, la medida del lado del cubo es igual a la medida de la diagonal del pentágono, el cual se puede construir partiendo de su diagonal así: se dibuja una línea con la medida del lado del cubo, en cada uno de los extremos se traza un ángulo de  $36^\circ$  hacia arriba y uno de  $72^\circ$  hacia abajo. Al trazar los dos ángulos de  $36^\circ$ , se cruzan en un punto que será un vértice del pentágono, y así se puede saber cuál es la medida de los lados del pentágono. Esta medida se pasa a las dos líneas que están debajo de la diagonal, y se termina de dibujar el pentágono.



Dodecaedro

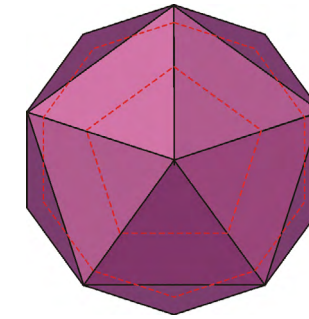


Lado del dodecaedro

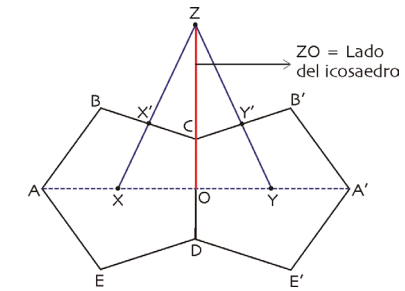
## Icosaedro

El dodecaedro está dentro del icosaedro, y dos de sus pentágonos coinciden con dos de los vértices del icosaedro de manera que se encajan perfectamente. Para hallar el lado de los triángulos que lo conforman, se debe aplicar el siguiente esquema:

- Se dibujan dos pentágonos con la medida del dodecaedro, unidos por un lado y haciendo una simetría de espejo.
- Se traza un eje AA' que une los vértices opuestos de los dos pentágonos, y se hallan los puntos medios de Ao y oA', tras lo cual se obtienen los puntos X y Y.
- Se hallan los puntos medios de los lados BC y CB' y se generan los puntos X' y Y'.
- Se traza una línea que parte de X y pasa por X', y se hace lo mismo con Y y Y'.
- Estas líneas se prolongan hasta que se crucen, y se genera el punto Z.
- Se unen los puntos Z o, y esta línea es la medida que corresponde al lado de los triángulos equiláteros que conforman el icosaedro.



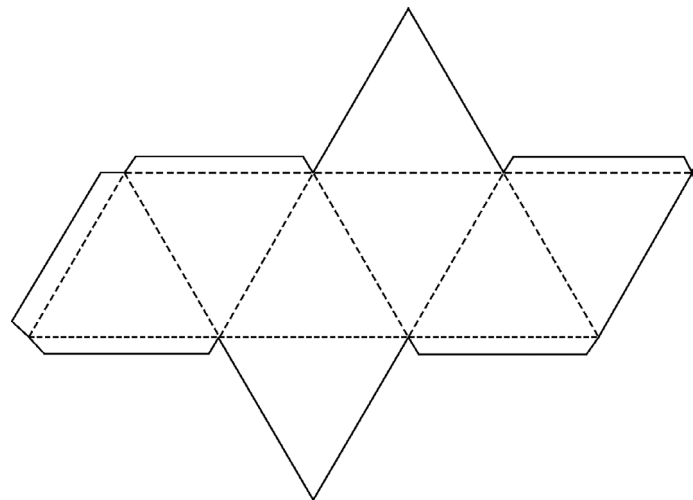
Icosaedro



Lado del icosaedro

## Construcción de los poliedros por superficies

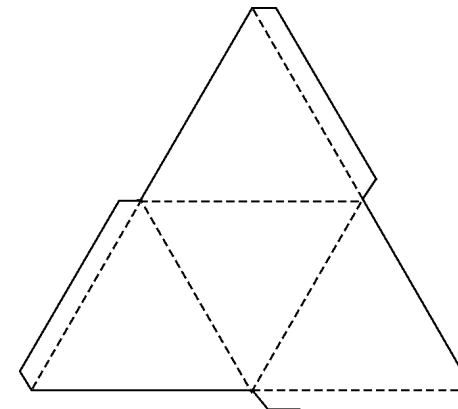
Para construir las figuras con una superficie plana (papel o acetato), es necesario utilizar el desarrollo apropiado para obtener una mayor precisión. Recordemos que se debe empezar construyendo el hexaedro para obtener las medidas de los demás cuerpos a partir de este. Aquí aparecerán en el orden en que se generan, empezando por el más interno.



Desarrollo del octaedro



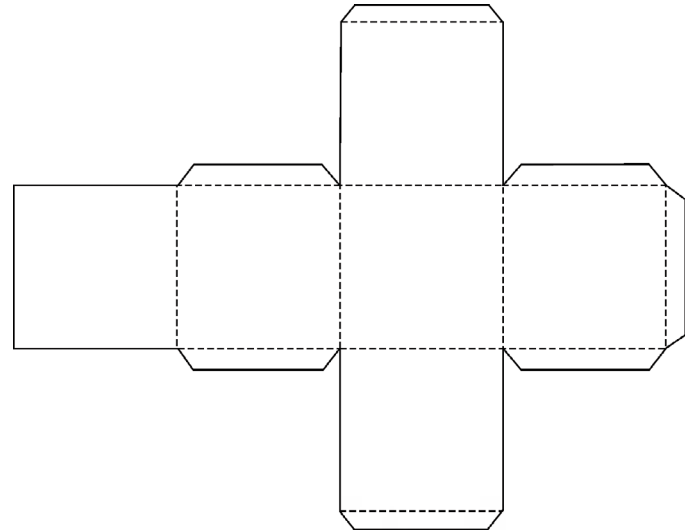
Volumen del octaedro



Desarrollo del tetraedro



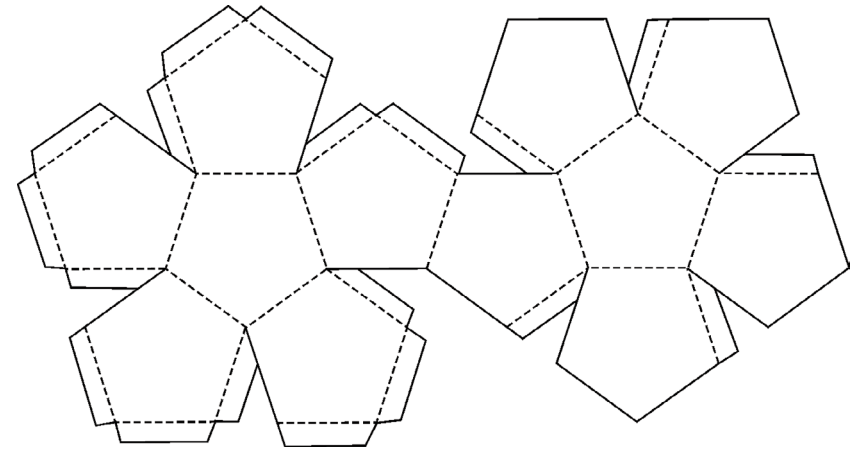
Volumen del tetraedro



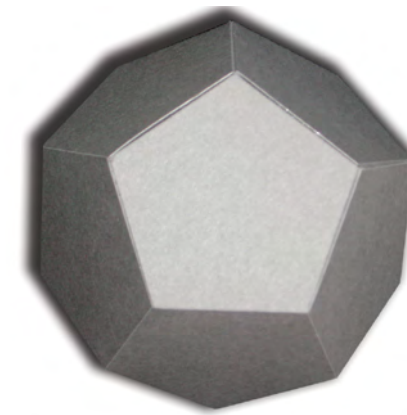
Desarrollo del hexaedro



Volumen del hexaedro

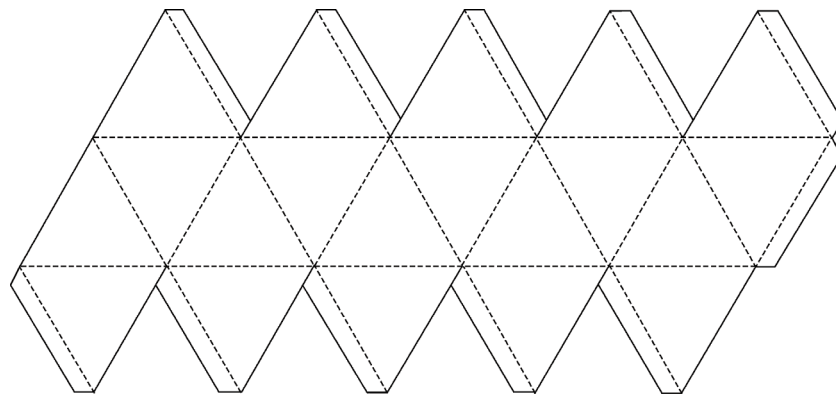


Desarrollo del dodecaedro

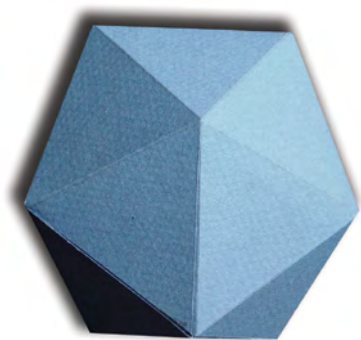


Volumen del dodecaedro





Desarrollo del icosaedro



Volumen del icosaedro

## Construcción de los poliedros por ángulos

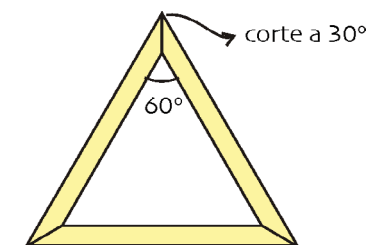
La construcción de las figuras también puede hacerse por medio de varillas de balsa, las cuales van a formar las aristas de las figuras. Para esto, es necesario conocer el ángulo que se forma en los vértices de cada uno de los volúmenes. Las varillas deben ser de base cuadrada y de un calibre mediano (entre 6 y 4 mm de base).

## Octaedro

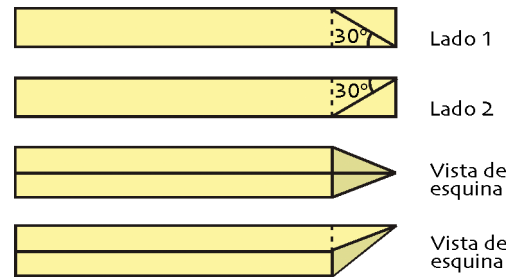
- Ángulos interiores de las caras:  $60^\circ$ .
- Al dividir el ángulo en dos, da como resultado  $30^\circ$ .
- A la varilla de balsa se le traza ese ángulo de  $30^\circ$  para hacer el primer corte.
- Se rota la varilla y se hace otro corte con el mismo ángulo.



Ángulos del octaedro



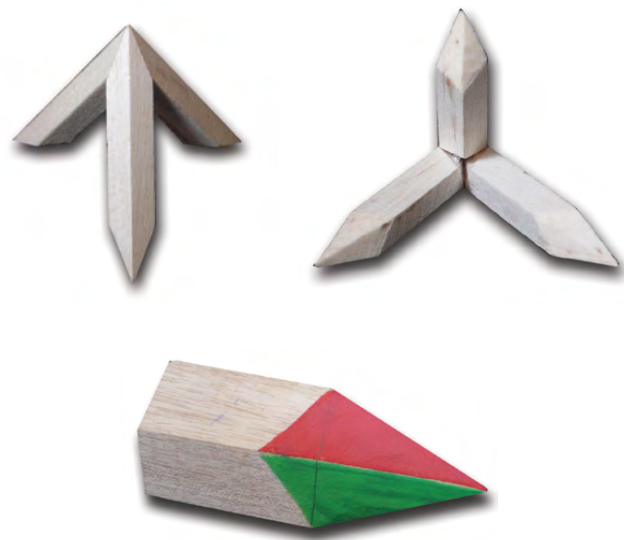
Ángulo interno del triángulo



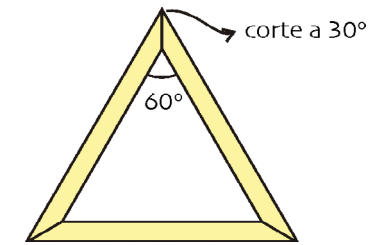
Cortes en balsa para el octaedro

## Tetraedro

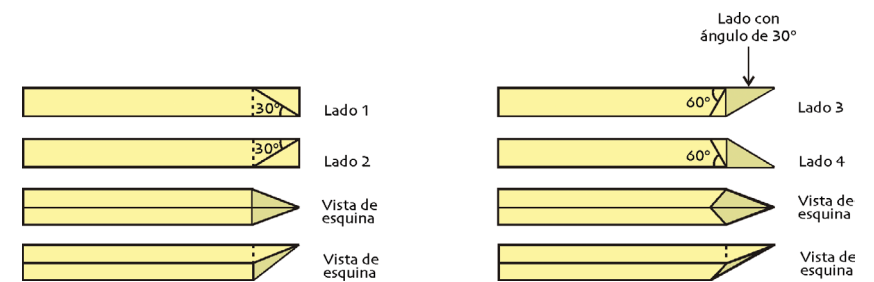
- Ángulos interiores de las caras:  $60^\circ$ .
- Al dividir el ángulo en dos, da como resultado  $30^\circ$ .
- A la varilla de balsa se le traza el ángulo de  $30^\circ$  para hacer el primer corte.
- Se rota la varilla y se hace otro corte con el mismo ángulo.
- Para que se forme el ángulo interno del tetraedro, se traza un ángulo de  $60^\circ$  (véase sentido del ángulo) en cada lado ya cortado.



Ángulos del tetraedro



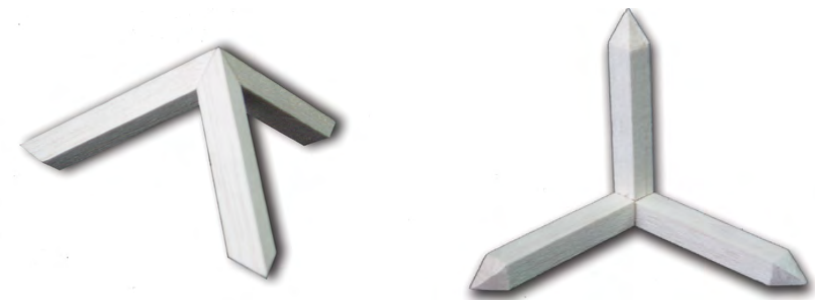
Ángulo interno del triángulo

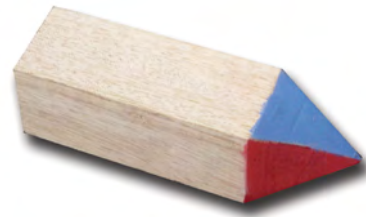


Cortes en balsa para el tetraedro

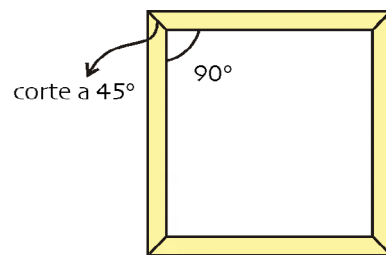
## Hexaedro

- Ángulos interiores de las caras:  $90^\circ$ .
- Al dividir el ángulo en dos, da como resultado  $45^\circ$ .
- A la varilla de balsa se le traza un ángulo de  $45^\circ$  para hacer el primer corte.
- Se rota la varilla y se hace otro corte con el mismo ángulo.

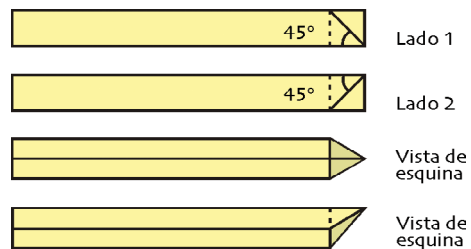




Ángulos del hexaedro



Ángulo interno del cuadrado



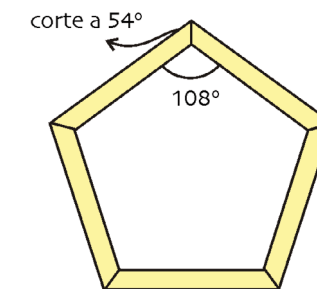
Cortes del balso para el hexaedro

## Dodecaedro

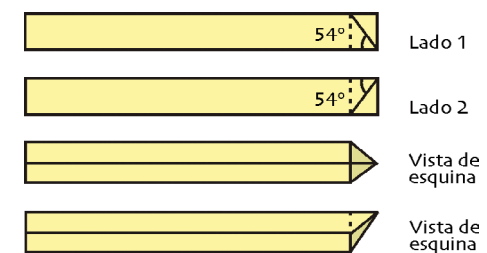
- Ángulos interiores de las caras:  $108^\circ$ .
- Al dividir el ángulo en dos, da como resultado  $54^\circ$ .
- A la varilla de balso se le traza el ángulo de  $54^\circ$  para hacer el primer corte.
- Se rota la varilla y se hace otro corte con el mismo ángulo.



Ángulos del dodecaedro



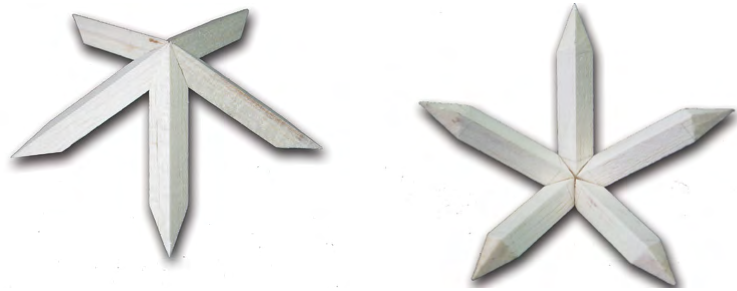
Ángulo interno del pentágono



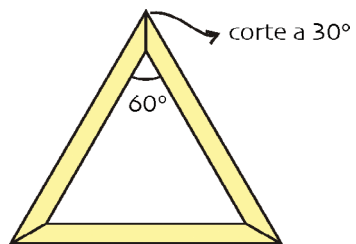
Cortes del balso para el dodecaedro

## Icosaedro

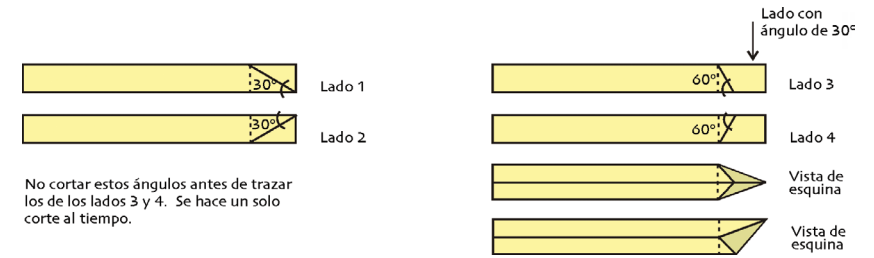
- Ángulos interiores de las caras:  $60^\circ$ .
- Al dividir el ángulo en dps, da como resultado  $30^\circ$ .
- A la varilla de balsa se le traza el ángulo de  $30^\circ$  pero no se corta.
- Se rota la varilla y se traza otro ángulo igual.
- Para que se forme el ángulo interno del icosaedro, se traza un ángulo de  $60^\circ$  en los otros dos lados de la varilla (véase el sentido del ángulo).
- En cada lado, el ángulo se logra con un solo corte y se hace por la línea que formaron los ángulos trazados.



Ángulos del icosaedro



Ángulo interno del triángulo



Cortes del balsa para el icosaedro

## Pragmáticas

Muchos objetos e imágenes que están a nuestro alrededor están basados en las formas de los poliedros, aunque no siempre son regulares, porque el diseñador adapta las figuras según sus requerimientos. Así es que podemos encontrar una gran variedad de figuras aplicadas en los distintos campos del diseño.





Pragmáticas de poliedros

## 12. Estudio del hexaedro

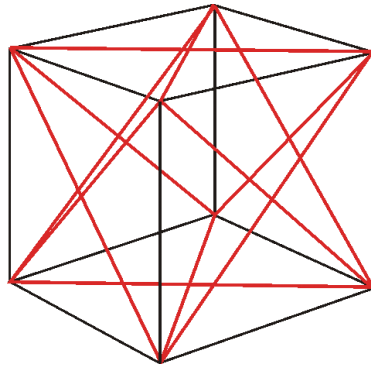
### Topología

El hexaedro o cubo es un poliedro regular compuesto por seis caras cuadradas, doce aristas y ocho vértices. Está constituido por unos ejes al exterior que son los llamados ejes de cara; y otros al interior que se les conoce como ejes de arista, ejes de vértice y ejes internos de cara. Su volumen está conformado por una serie de planos y cuerpos que se generan a partir del momento en que se trazan todos esos ejes. Así es que se puede empezar a hablar de planos ortogonales y transversales, de empaquetamiento del cubo por poliedros, de estrella octangular y de truncamiento del cubo.

### Ejes

#### Ejes externos de cara

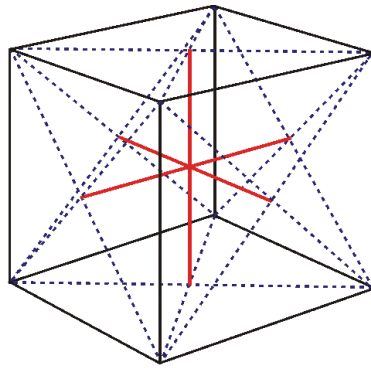
Son los ejes que se presentan al trazar las líneas rectas que van de un vértice al opuesto, en cada una de sus caras, o sea, en la superficie del cubo; esto, a su vez, permite encontrar el punto centro de cada cara. Son dos por cada cara, o sea, doce en total.



Ejes externos de cara

### Ejes internos de cara

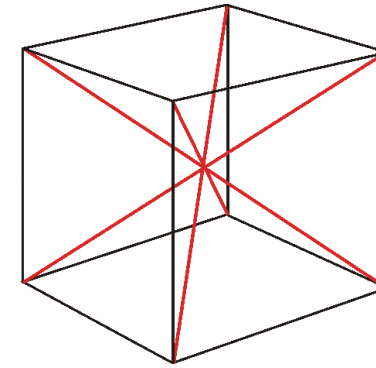
Son los ejes que resultan al trazar líneas rectas desde cada punto centro de las caras hasta su opuesto. Están en el interior del cubo y son tres en total.



Ejes internos de cara

### Ejes de vértice

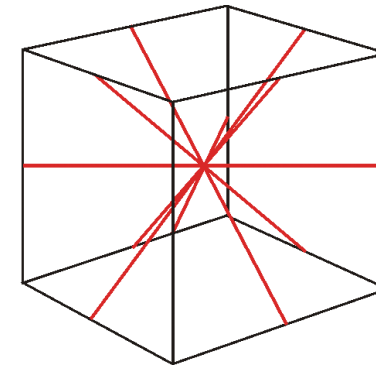
Son los que aparecen cuando se trazan líneas rectas desde cada vértice hasta el opuesto en el interior del cubo. Son cuatro en total.



Ejes de vértice

### Ejes de arista

Son los que resultan al trazar líneas rectas desde el centro de cada arista hasta su opuesto en el interior del cubo. Son seis en total.



Ejes de arista

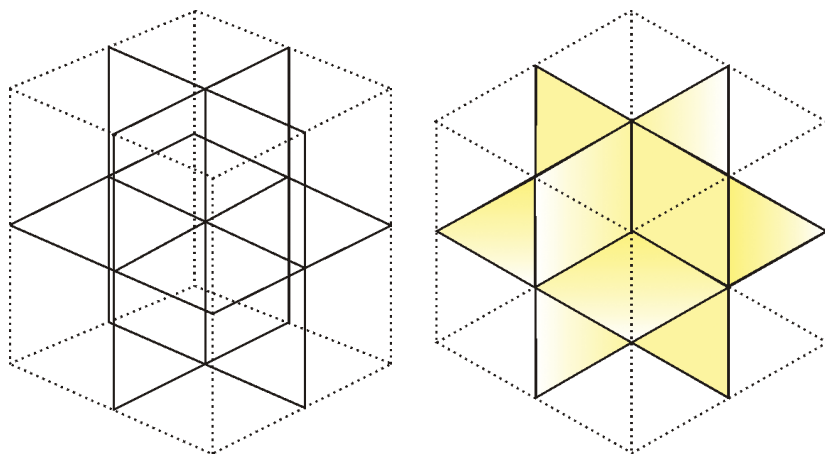
## Composición por planos



Composición por planos

## Planos ortogonales

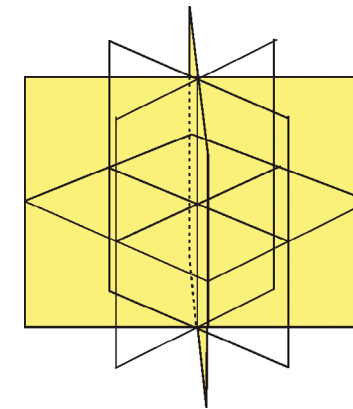
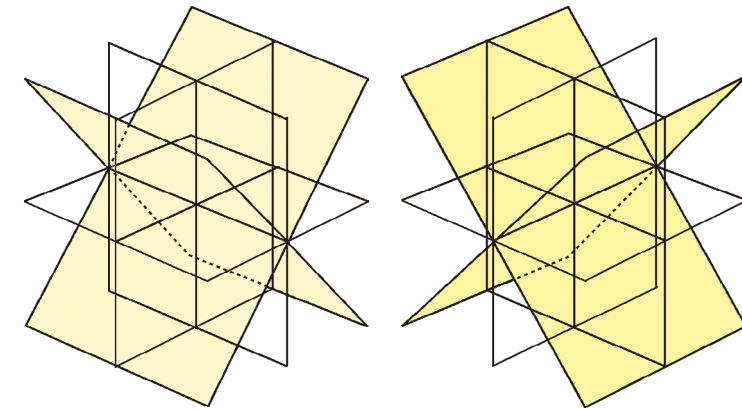
Son todos los planos del cubo que están paralelos a las caras de este. Son tres: dos verticales y uno horizontal, ubicados en la línea media de cada cara.



Planos ortogonales

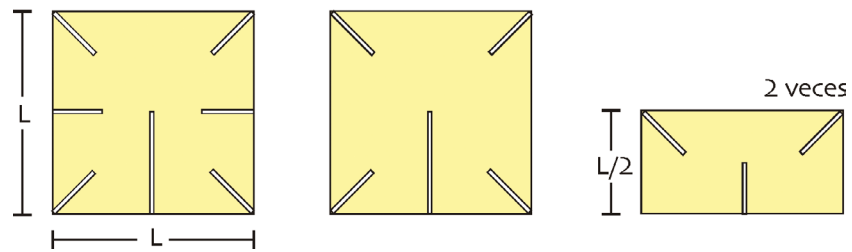
## Planos transversales

Son los que se construyen por las diagonales de las caras. Van de arista a arista y son seis en total.

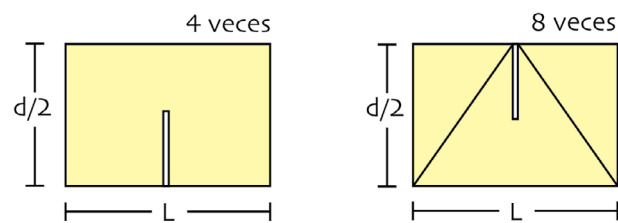


Planos transversales

## Esquema de los planos



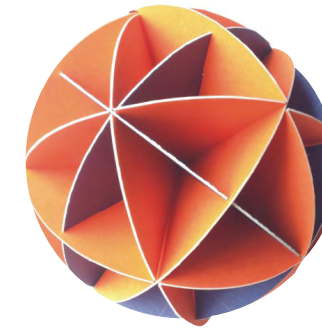
Esquema de los planos ortogonales



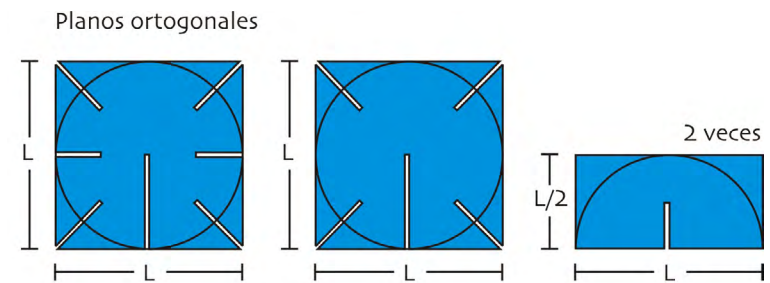
Esquema de los planos transversales

L = Lado del cubo  
 L/2 = mitad del lado del cubo  
 d = diagonal de la cara del cubo  
 d/2 = mitad de la diagonal de la cara del cubo

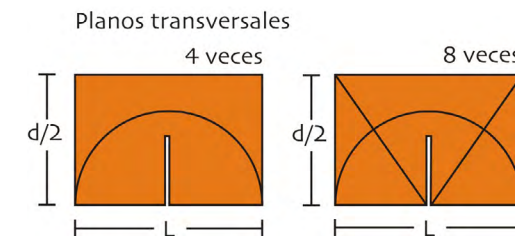
También podemos hacer de esta figura una esfera, a partir de los mismos planos del cubo, pero haciendo en ellos un trazo con el compás, siempre con la misma abertura y teniendo en cuenta el punto centro de cada plano.



Construcción en esfera



Planos ortogonales



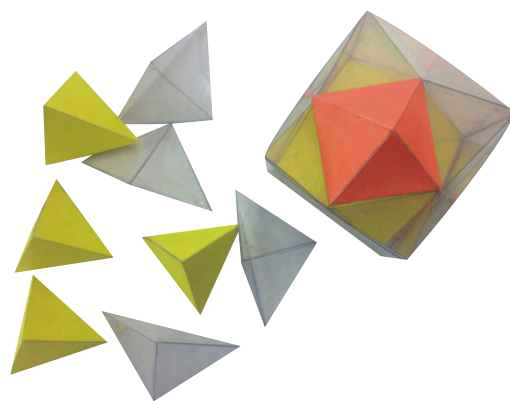
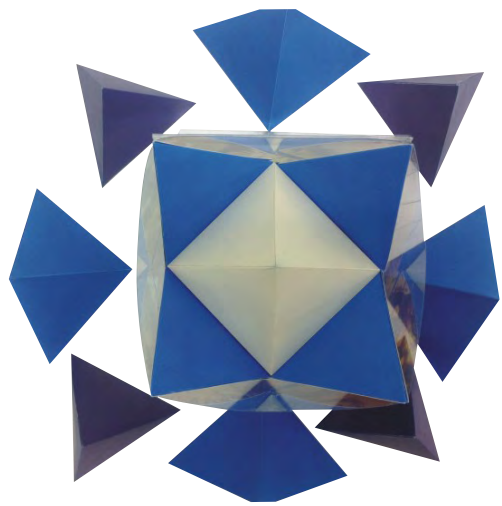
Planos transversales

Planos para la esfera



## Composición por poliedros: empaquetamiento

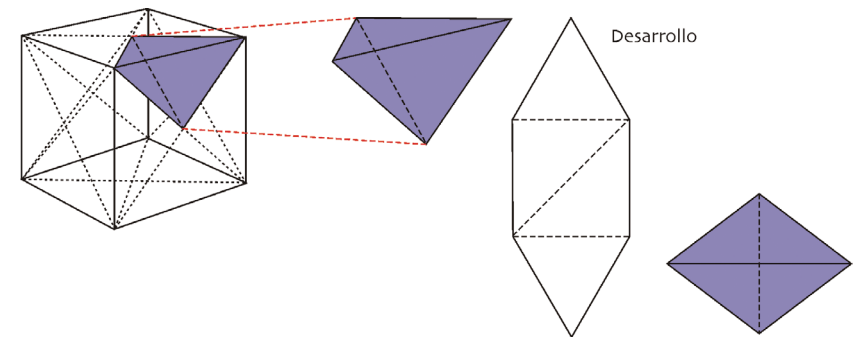
Es la composición del cubo que se logra a partir del trazo y el cruce de los ejes externos e internos de este. Se forma por tetraedros irregulares, tetraedros regulares y un octaedro regular.



Poliedros del cubo

## Tetraedros irregulares

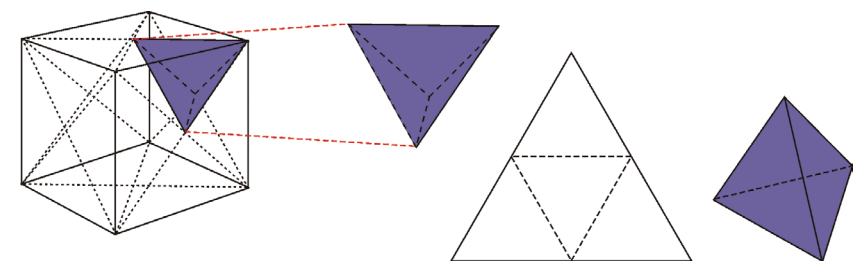
Son doce y se obtienen al unir la mitad de las diagonales de una cara con las de la cara del lado. Un tetraedro irregular está compuesto por dos triángulos equiláteros y dos triángulos isósceles.



Tetraedro irregular en el cubo

## Tetraedros regulares

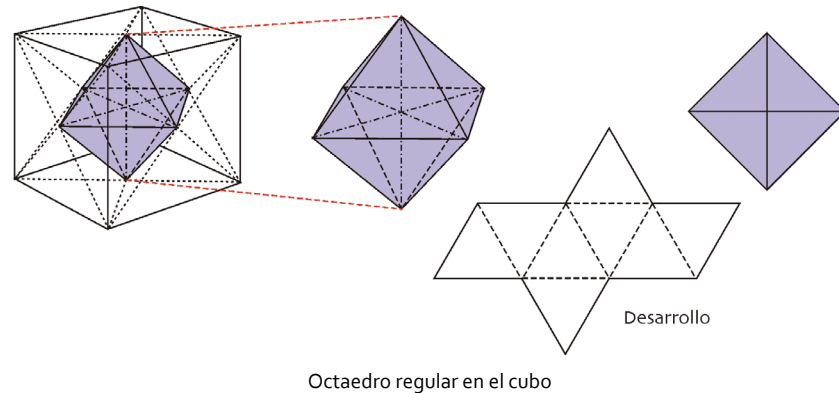
Son ocho, y se obtienen al unir la mitad de las diagonales de tres caras adyacentes, es decir, las que tienen un vértice común. Un tetraedro regular está compuesto por cuatro triángulos equiláteros.



Tetraedro regular en el cubo

## Octaedro regular

Es solo uno, y se obtiene al unir los puntos medios de cada cara. Sus ejes de vértice corresponden a los ejes de cara del cubo (altura o lado del cubo). Está compuesto por cuatro triángulos equiláteros.



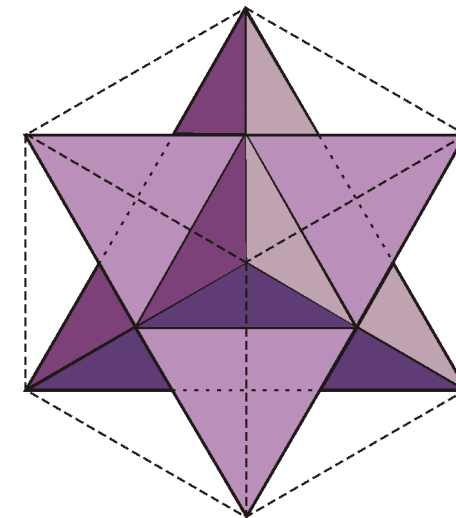
## La estrella octangular

La estrella octangular es una figura que se constituye al interior del cubo y que resulta cuando se sustraen los tetraedros irregulares, lo que quiere decir que las puntas de la estrella coinciden con los vértices del cubo.

También se puede hacer mediante la adición de los tetraedros regulares a las caras del octaedro, y este octaedro por estar al interior de la estrella no se construye. La estrella está conformada en la superficie por ocho puntas, cada una formada por tres triángulos equiláteros (el triángulo que queda en el interior no se ve y por eso no se cuenta), lo que hace que toda la figura en su desarrollo se conforme por veinticuatro triángulos equiláteros, los cuales se pueden organizar de muchas formas para obtener diferentes desarrollos.



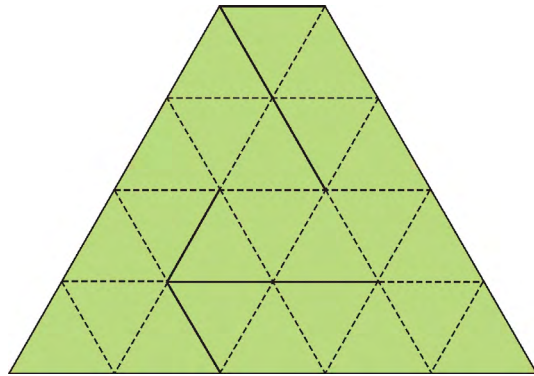
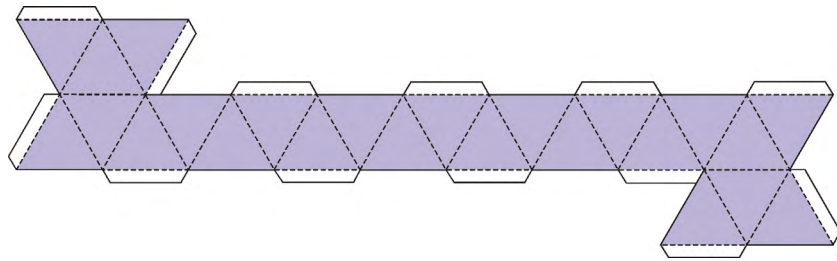
Estrella octangular



Estrella dentro del cubo

## Construcción de la estrella octangular

Aquí estudiaremos dos maneras de hacerlos.



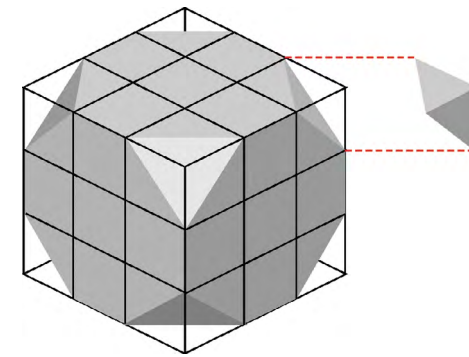
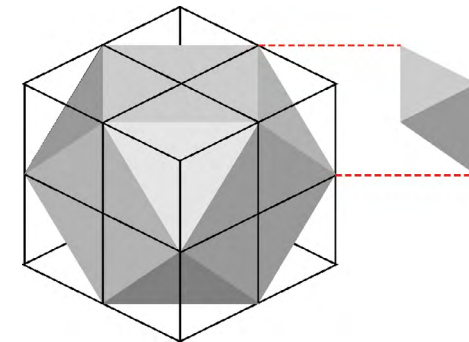
Desarrollos de la estrella octangular

## Truncamiento del cubo

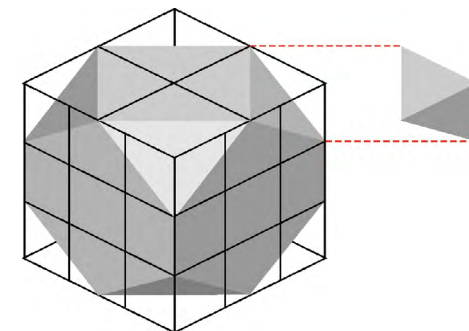
Para truncar el cubo, primero se deben trazar en cada cara unos ejes que las dividan en partes exactamente iguales, como en medios, tercios o cuartos. De esta división, resultan unas retículas que nos ayudan a hacer el truncamiento de una mejor manera, y la forma resultante será diferente para cada división.

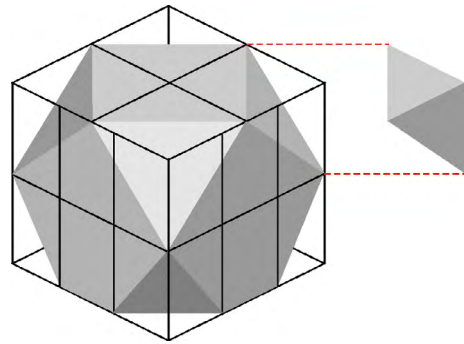
El truncamiento se hace "cortando" siempre las esquinas del cubo y tomando como base los puntos donde se cruzan los ejes de una cara con otra. También se pueden

hacer combinaciones; por ejemplo, en las caras laterales del cubo, se trazan los ejes a la mitad y en las caras superior e inferior se dibujan a tercios; esto hace que las figuras resultantes en las caras sean distintas dentro del mismo cuerpo.

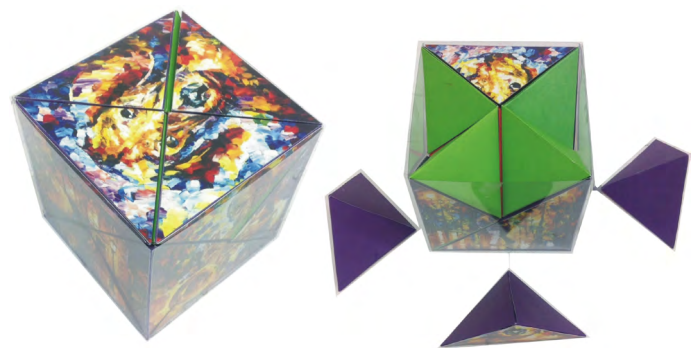
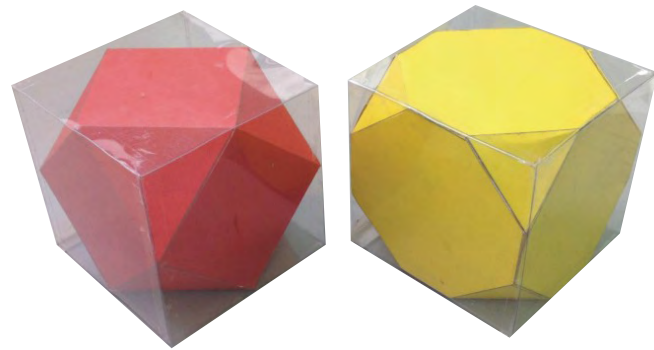


Cubo trunco a 1/2 y a 1/3





Cubo trunco con combinaciones de  $1/2y$   $1/3$

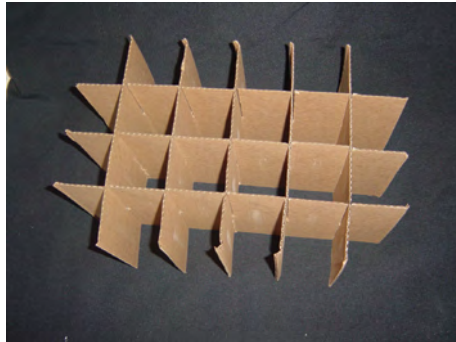


Trabajos realizados por estudiantes del programa de Diseño Gráfico

## Pragmáticas

La figura del hexaedro es muy utilizada en diseño industrial para diseñar empaques, juegos y estructuras. También en diseño gráfico para la creación de logos y símbolos.

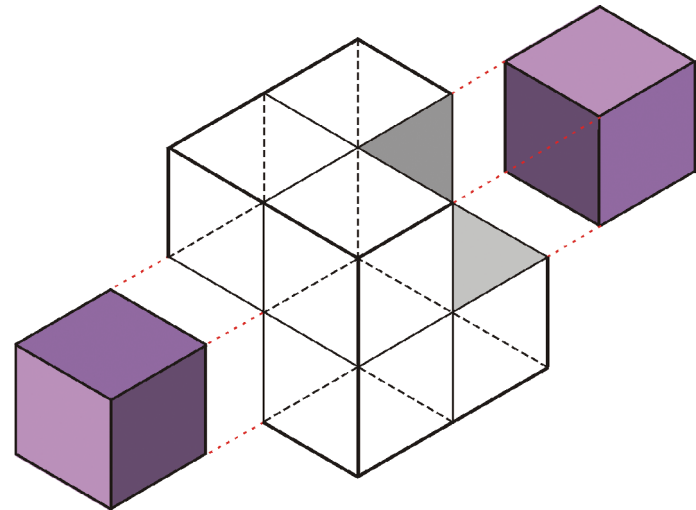




Pragmáticas de estudio del hexaedro

## 13. Simetrías en el espacio

Las simetrías indican la posición que ocupan las figuras y los cuerpos, determinan su ubicación dentro de las distintas partes de un todo, de forma ordenada y con mutua correspondencia, y definen la figura o el cuerpo en sí mismo. La simetría ilustra la forma de agrupar figuras o cuerpos y estudia la relación entre la forma básica repetida y la forma total obtenida. De esta manera, podemos decir que una simetría se da cuando un eje central se presenta y puede dividir en dos partes iguales una figura o un cuerpo. El concepto de *simetría*, aplicado a una composición geométrica, puede utilizarse para las figuras o los cuerpos en forma individual o en situaciones de conjunto. Cualquier figura o cuerpo geométrico siempre presenta una determinada simetría. La simetría busca estudiar la transformación de las figuras geométricas y las ubica en un plano.



Simetría de un cuerpo geométrico

Las simetrías se componen de los siguientes elementos:

- centro de simetría;
- ejes de simetría (de diferentes órdenes) y planos de simetría;
- ángulos (vértices);
- lados (aristas);
- distancias (ejes de cara, ejes de arista, ejes de vértice);
- formas (figuras y cuerpos);
- tamaños (cambio de escala).

## Construcción de la simetría del espacio

Para construir una simetría, se proponen dos tipos de volúmenes y también dos métodos a fin de lograr la estructura con la cual se va intervenir gráficamente el volumen.

Para el volumen, se propone el empaquetamiento del cubo, estudiado en el capítulo anterior, con el propósito de alcanzar que cada cuerpo al interior del cubo se encuentre con el otro de tal manera que todos coincidan en sus caras y en sus lados y formen una imagen simétrica, tanto por dentro como por fuera del cubo.



Simetría mediante el empaquetamiento del cubo

Como segunda propuesta para el volumen, se estudiará el caleidociclo hexagonal, el cual permite hacer movimientos cíclicos, y así se retoman los conceptos básicos de simetría como la rotación, la traslación y la reflexión. El resultado también será una imagen caleidoscópica al repetirse por medio de triángulos.



Simetría mediante el calidociclo

Los métodos que se proponen son por perspectiva y por reflexión o imagen caleidoscópica. Para ambos métodos, se debe iniciar con el diseño de una estructura gráfica a fin de continuar con la aplicación del proceso.

Para lograr conformar la estructura, primero es necesario hacer el diseño de una textura que nace a partir del estudio gráfico de un tema concreto como un in-

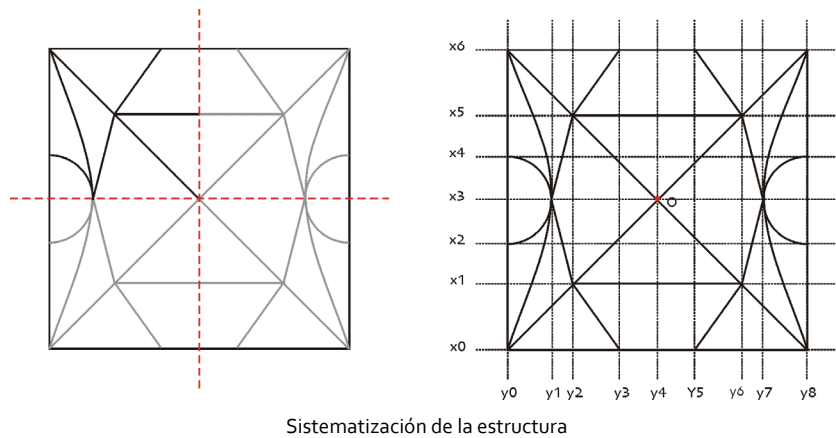
secto, una flor, una planta, un pez, una obra de arte, tipos de letra, etc. Esta textura se obtiene utilizando los conceptos básicos de las simetrías —rotación, traslación, reflexión, dilatación— y mediante la superposición de los elementos, con lo cual se logra una composición coherente equilibrada. Esta se inscribe en un cuadrado y se va depurando hasta obtener una estructura, es decir que los elementos están “amarrados” y formen espacios cerrados.

## Método de la perspectiva

La transformación del sistema de la estructura se debe inscribir en un triángulo equilátero, correspondiente al tetraedro regular y al octaedro; y en un triángulo isósceles, que corresponde al tetraedro irregular (figuras que conforman el empaquetamiento del cubo).

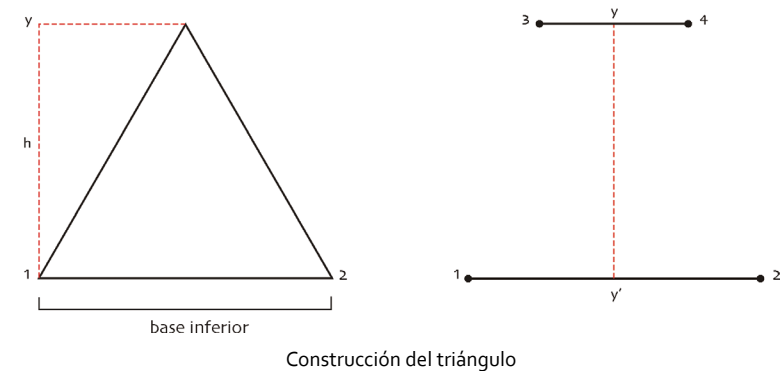
### Procedimiento

1. Se hace la sistematización de la estructura: se proyectan líneas horizontales y verticales en los puntos de intersección y en las curvas se pasan por las tangentes y los ejes de centro.

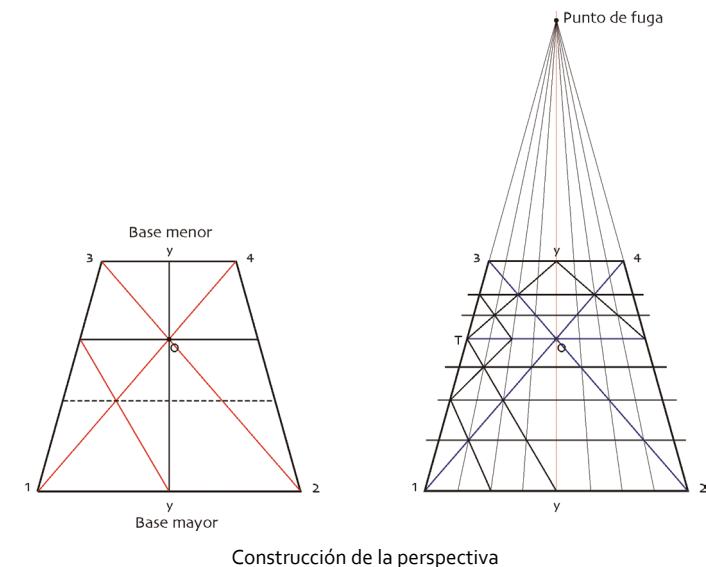


2. Se construye el triángulo equilátero o el isósceles sobre el cual se va a pasar la estructura por medio de la retícula. Paralelo al triángulo se construye un trapecio para trazar en él las líneas de perspectiva, las cuales ayudan a encontrar las horizontales que van a conformar el total de la estructura. Para

su construcción, se traza la mediatriz a la línea 1-2 (base mayor del trapecio) y se encuentran los puntos y y y'. Se traza la línea 3-4 que genera la base menor del trapecio; la proporción de la base menor con respecto a la mayor podrá ser a 1/2 o a 1/3.

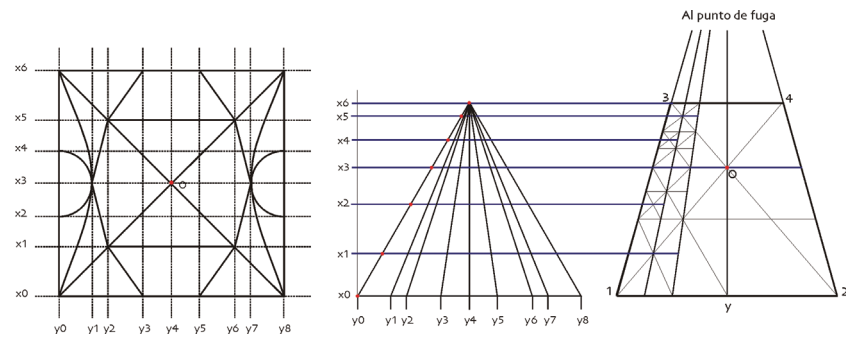


3. En el trapecio, se trazan las diagonales 2-3 y 1-4 y se genera el punto. Se dibuja una horizontal que pase por el punto. Luego se traza la diagonal yT, y una horizontal que pase por la intersección. Se trazan tantas diagonales como la estructura inicial lo exija. Por medio de esta técnica, se puede encontrar la proporción de las líneas horizontales (x) de la estructura dibujada en el cuadrado.



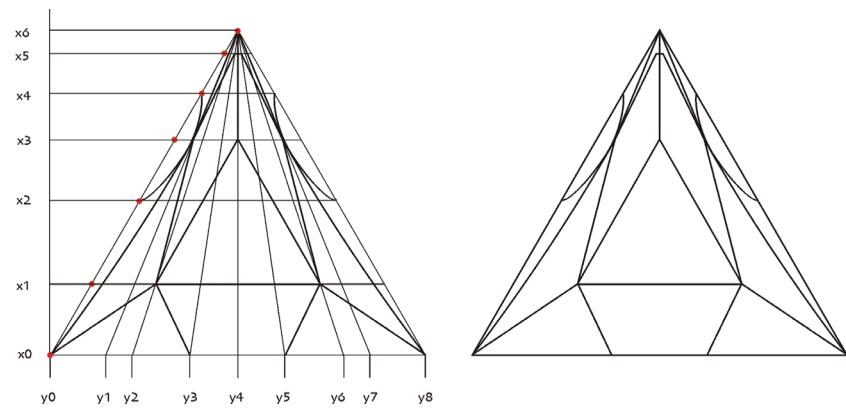


4. Las líneas horizontales encontradas en el trapecio se proyectan al triángulo construido. Las verticales de la estructura corresponden a las líneas que se fugan hacia el vértice superior de la figura.



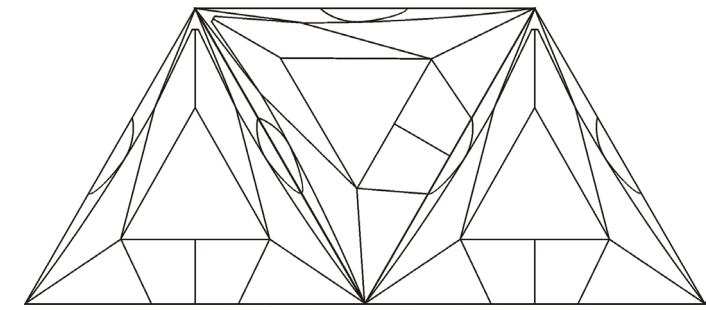
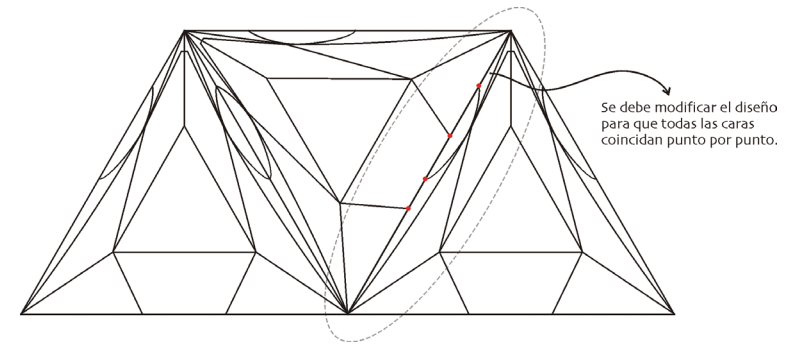
Transformación del triángulo

5. El dibujo de la estructura se traslada al triángulo a través de la retícula, teniendo en cuenta que en la unión de horizontales y verticales en el vértice del triángulo se pierde parte del dibujo superior de la estructura inicial.



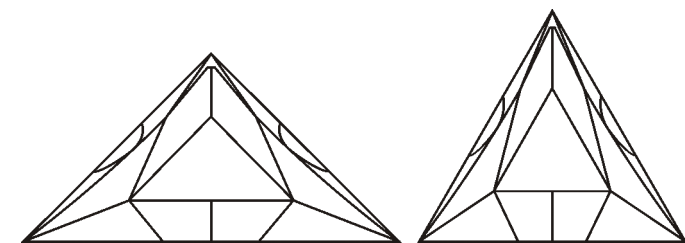
Transformación del dibujo

6. Se comprueba que los puntos de tangencia sean iguales en todas las caras para que el diseño coincida por cualquier lado de la figura.



Corrección de la simetría

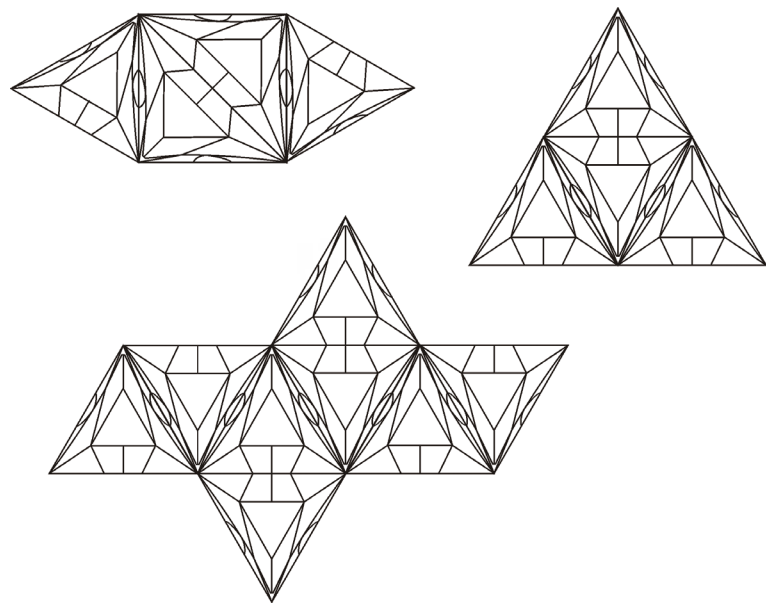
7. Ahora que todos los puntos tangenciales coinciden, se pasa el diseño al triángulo isósceles, el cual es necesario para desarrollar los tetraedros irregulares. Esto se hace utilizando el mismo procedimiento anterior.



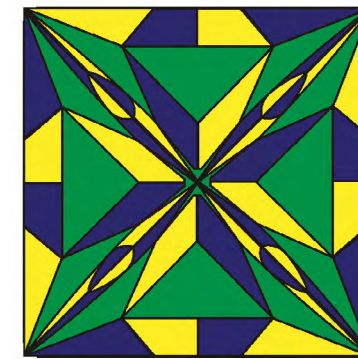
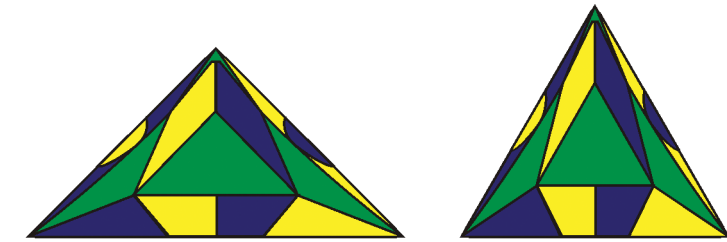
Construcción del triángulo isósceles

8. Se dibujan los desarrollos de las tres figuras, y luego se empieza a hacer el estudio de color. Para este proceso, se debe trabajar con tres colores, te-

niendo en cuenta que no debe quedar un color que se repita por el lado, pero sí por el vértice de las figuras o los espacios formados en el interior del triángulo. También se debe cuidar el sistema de simetría dentro del cubo y hacer que las caras que se tocan tengan la misma distribución del color.



Desarrollos de los poliedros



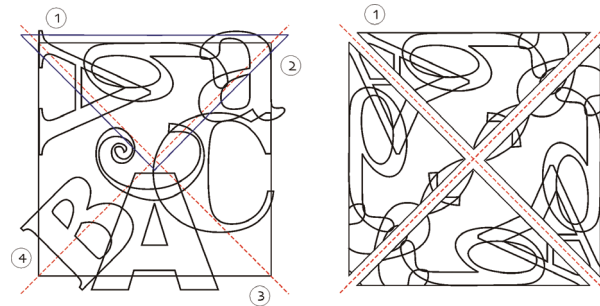
Modulación del color

## Método de la imagen caleidoscópica

La transformación del sistema de la estructura debe inscribirse en un triángulo isósceles, que al repetirse en una red conforma el desarrollo del caleidociclo hexagonal. El diseño de la estructura que está inscrita en un cuadrado se debe transformar a este triángulo.

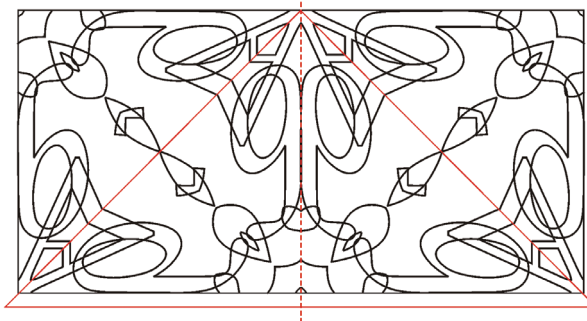
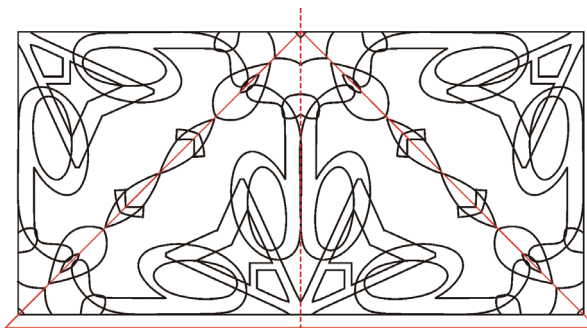
### Procedimiento

1. Al cuadrado que contiene la textura inicial se le trazan las diagonales para formar cuatro triángulos; se toma cada triángulo y se refleja por la diagonal hasta volver a obtener otro cuadrado. Se hace lo mismo con todos los triángulos formando cuatro estructuras diferentes.



Modulación de la estructura con rotación y reflexión

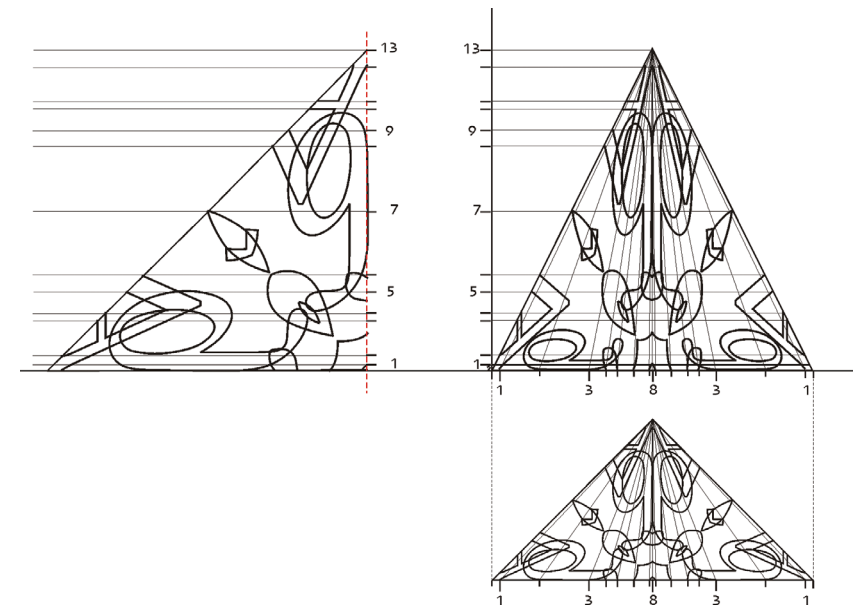
2. Los cuadrados resultantes se reflejan hacia ambos lados para seleccionar uno de los dos triángulos resultantes.



Selección del triángulo por trabajar

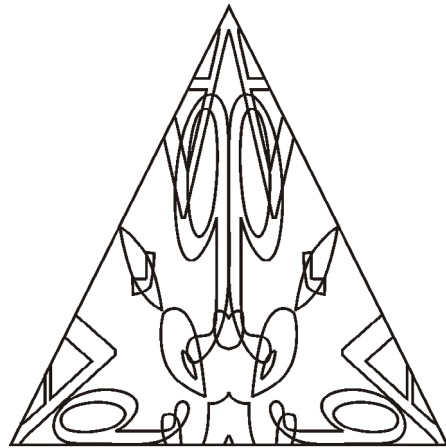
3. Se ubican los puntos más importantes o estratégicos en el dibujo del triángulo para trazar en él una retícula, tanto en sentido horizontal, que salen

de los puntos que están tocando los lados del triángulo, como en sentido vertical (diagonal), que salen de los puntos que están tocando la base del triángulo y van hasta el vértice superior de este.



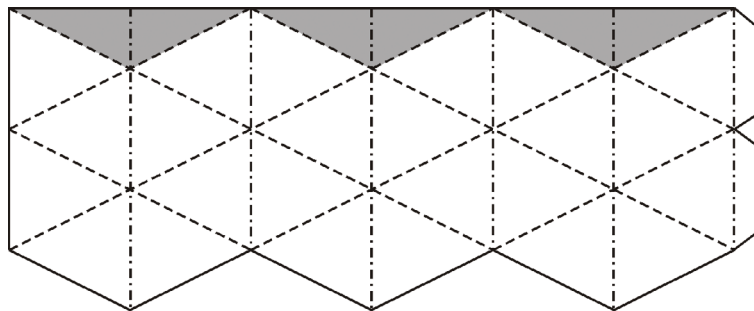
Trazo de la retícula en el triángulo

4. En papel milimetrado, se dibuja un triángulo que tenga la base igual a la altura, con la misma medida de la altura del triángulo del paso anterior. A este triángulo se le traza la misma cantidad de líneas del triángulo anterior, para formar una retícula más estrecha, ya que la base se redujo a la mitad. La medida de las líneas horizontales es la misma del triángulo anterior, pero la de las líneas verticales (diagonales) corresponde a la mitad de las anteriores. Se pasa el dibujo utilizando como guía la retícula, y luego se reduce el triángulo según sea la medida del caleidociclo.



Transformación del dibujo en el triángulo definitivo

5. Se traza la red de triángulos que conforma el desarrollo del caleidociclo, y sobre este se pegan los triángulos con el dibujo de la estructura.



Red para el calidociclo hexagonal

Red de triángulos para montar el desarrollo

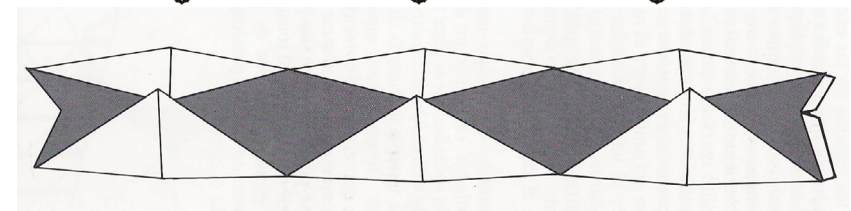
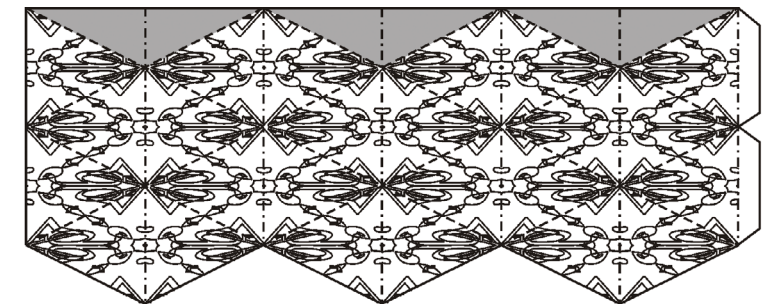
6. Se imprime o fotocopia el desarrollo completo y se hace la modulación del color en los triángulos, teniendo cuenta que se deben utilizar cuatro colores

diferentes, de manera que en cada fase del ciclo se forme una combinación distinta. Para esto, se puede utilizar una tabla que ayudará a reemplazar los colores en cada una de las fases del caleidociclo:

Fase 1	Color 1	Color 2	Color 3	Color 4
Fase 2	Color 2	Color 3	Color 4	Color 1
Fase 3	Color 3	Color 4	Color 1	Color 2
Fase 4	Color 4	Color 1	Color 2	Color 3

El color se modula de forma que, al estar cerrado el anillo, se encuentren en una misma fase todos los triángulos que son iguales, en la cual predomina un color para que se vea el cambio cada vez que se gire la figura.

7. Se grafa el caleidociclo, las líneas diagonales por el tiro y las verticales por el retiro, se dobla y se cierra hasta formar una cadena de seis tetraedros, se unen los dos extremos y se forma un anillo.



Desarrollo y armado del calidociclo



Trabajos realizados por estudiantes del programa de Diseño Gráfico

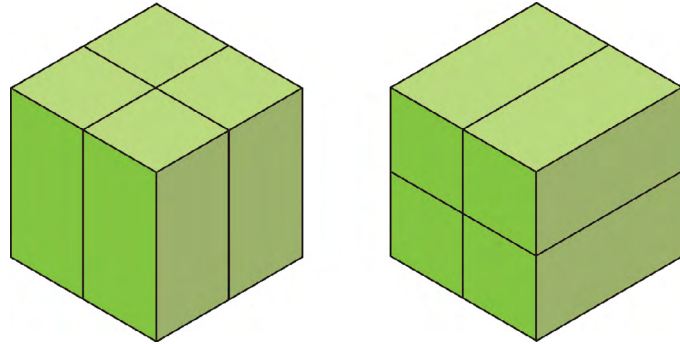
## 14. Estructuras poligonales

Para la representación de cualquier objeto o imagen en el espacio, es necesario partir de los volúmenes básicos, ya que estos permiten incluir otro más simple dentro de ellos y estudiar su estructura poligonal por medio de ejes de simetría, ejes geométricos, planos ortogonales y transversales. Definido este primer paso, se logra construir la representación del objeto y de la imagen.

Los volúmenes más utilizados para estas construcciones poligonales son la columna, la viga y la plancha, con los cuales se trabajan los conceptos de adición, sustracción y penetración y así se desarrolla el pensamiento lógico-matemático.

### Columna

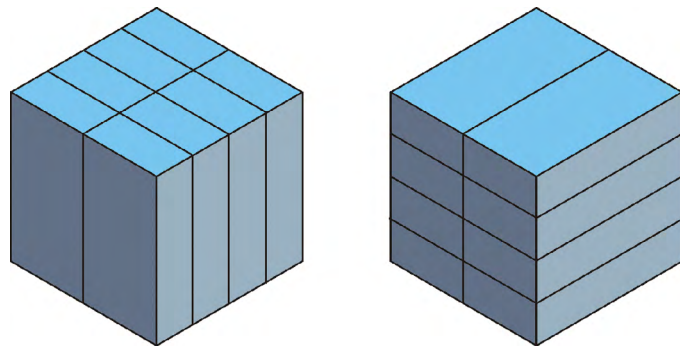
Se define la columna como el paralelepípedo ortogonal de sección cuadrada con predominio de una magnitud. Si se divide el cubo en medios, tercios o cuartos, se tendrá una proporción de cuadrados, los cuales son las bases de las columnas que forman el cubo.



Estructura de una columna

## Viga

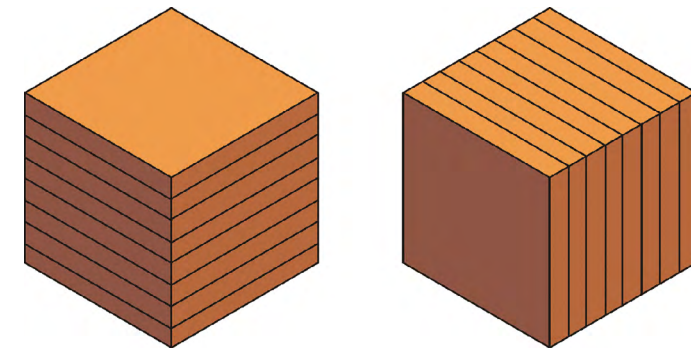
Es un paralelepípedo ortogonal de sección rectangular con predominio de una magnitud. Si se subdivide la sección cuadrada de la columna, se obtiene una proporción rectangular, la cual será la base de la viga.



Estructura de una viga

## Plancha

Es un paralelepípedo ortogonal con predominio de dos magnitudes. Si se divide la magnitud de la columna de manera proporcional, se obtiene una cantidad indefinida de planchas dentro del cubo, cuya magnitud es menor que la superficie de la cara superior de la plancha.

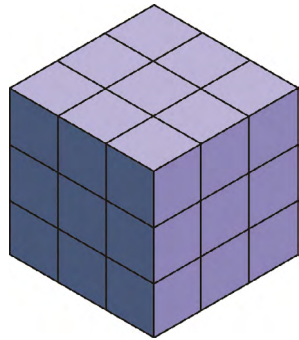


Estructura de una plancha

Nota: Un paralelepípedo se define como un sólido compuesto por seis paralelogramos, los cuales son iguales y paralelos cada dos opuestos entre sí.

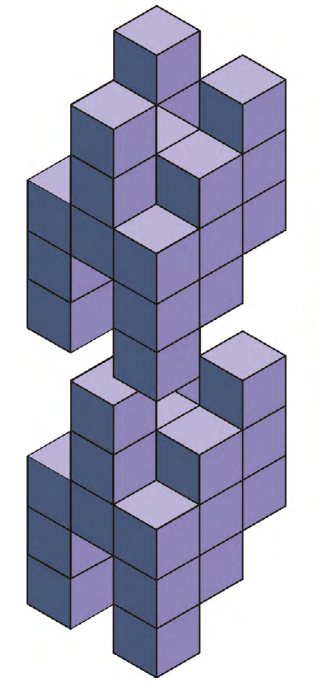
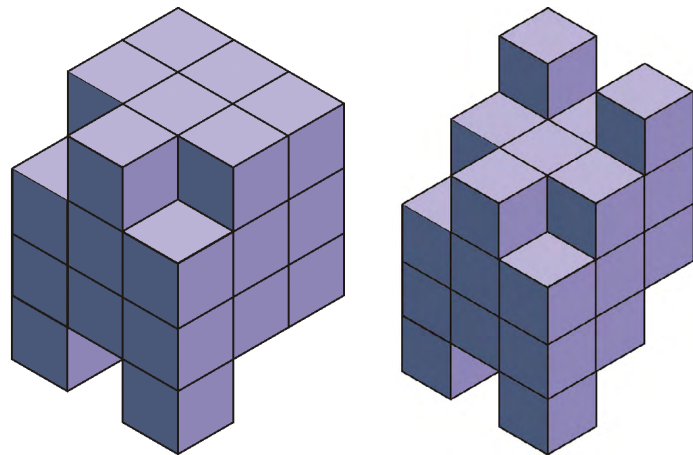
## Construcción de la columna

1. Se hace el análisis de los ejes de simetría del cubo, el cual se divide en medias, terceras o cuartas partes por todas las caras.



Ejes de simetría del cubo

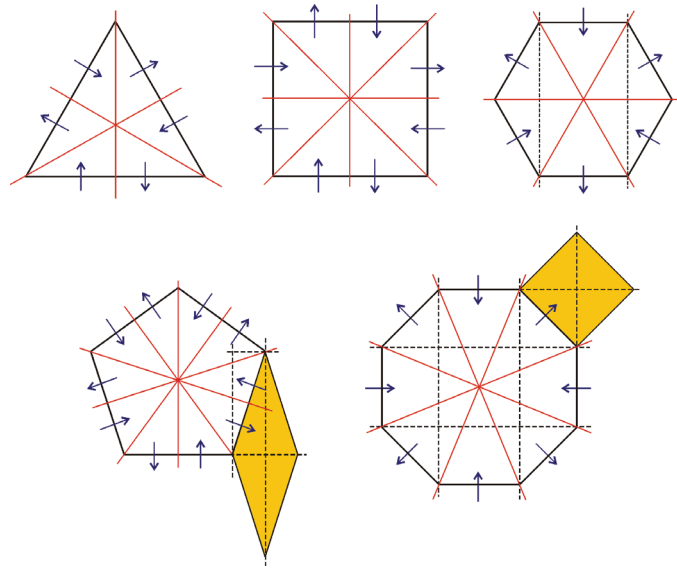
2. Se hace el estudio de las proporciones para desarrollar ensambles y amarres entre dos cubos en sentido vertical, en el cual se utilizan los conceptos de sustracción y adición a fin de lograr el crecimiento lineal. En todas las líneas verticales, siempre debe haber la misma cantidad de cubitos.



Ensamblajes de los cubos

## Construcción de la plancha

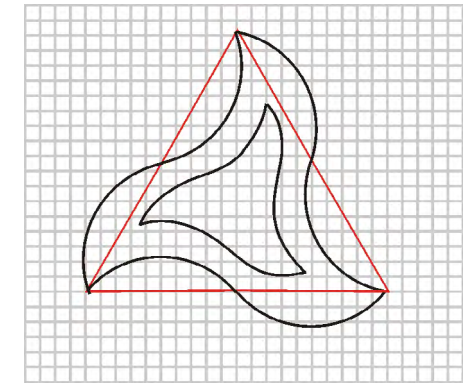
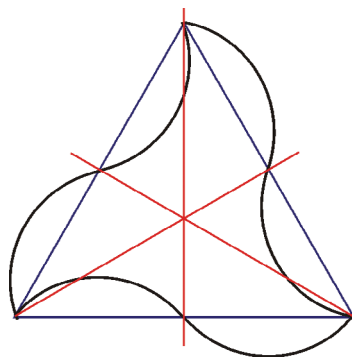
1. Se toma una figura poligonal, y a esta se le trazan los ejes de simetría para obtener una mejor proporción y así poder hacer la transformación de sus lados. Esto se logra partiendo del concepto de *macho* y *hembra* (positivo y negativo) y alternando en cada lado la sección que sale con la que entra.



Ejes de simetría de los polígonos

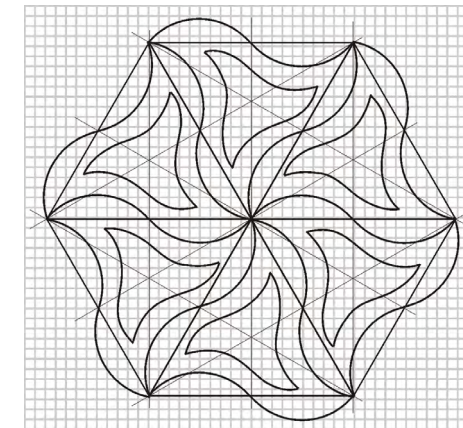
Existen dos casos especiales en los cuales se tendrán en cuenta los ejes de simetría que tienen los espacios que se generan entre las figuras: el pentágono y el octágono.

- El diseño debe considerar en cada uno de sus lados las mismas proporciones, respetando los ejes de simetría, sin que se deforme la proporción inicial de la figura, para generar el concepto de *ensamble* en todas sus direcciones. También se diseña en el interior de la figura un troquel que permita ver las distintas capas que componen el módulo.



Diseño de positivos y negativos. Troquel

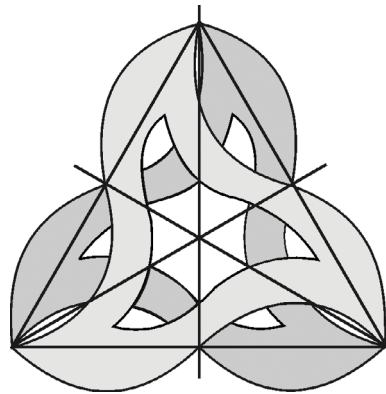
- Una vez que se tiene el diseño del módulo, este se sistematiza perfectamente y se construye con instrumentos en papel milimetrado, para luego empezar a repetirlo y conformar toda la red con la figura modulada.



Modulación de las figuras

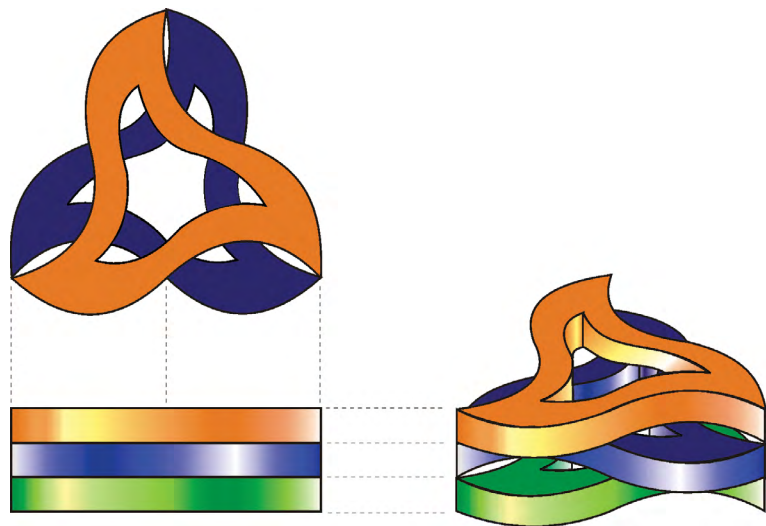
- Para que el diseño del módulo genere el amarre, es necesario tener tres figuras (fichas) exactamente iguales. Antes de pegarlas, se deben poner todas en la misma posición, y luego girar la de la mitad en el sentido de las manecillas del reloj hasta encontrar su punto medio de simetría. Para algunas figuras, dependiendo del diseño, se debe hacer la rotación en el espacio, teniendo en cuenta también el eje de simetría.





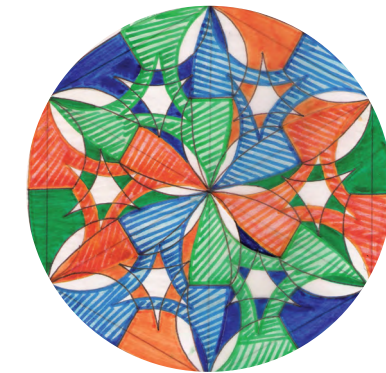
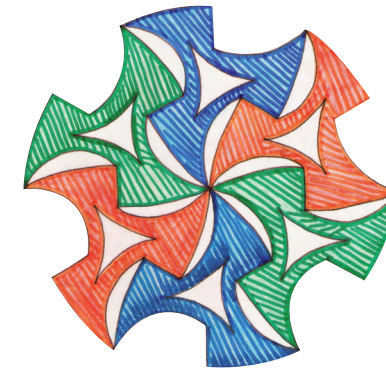
Ensamble de las tres superficies

5. Se deben utilizar tres colores diferentes. Para cada una de las fichas, recurrir a un orden distinto, a fin de que no se repita el color en la misma superficie sino cada tres módulos.



Modulación del color

Ejemplos:



Trabajos realizados por estudiantes de la Facultad de Diseño

## Pragmáticas

Los conceptos de *plancha*, *columna* y *viga* los vemos comúnmente utilizados en objetos que tienen la propiedad de ser apilados unos con otros o que se ensamblan lateralmente por medio de unos positivos y unos negativos que actúan como piezas de ensamble. También cuando el objeto presenta en sí mismo una forma vertical u horizontal, según sea su diseño y su función.

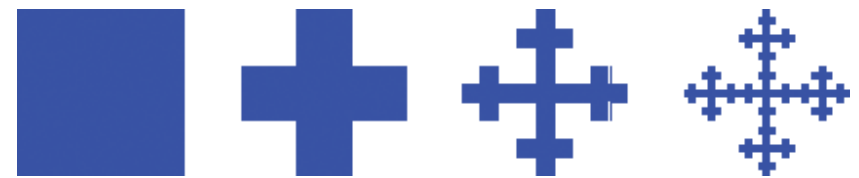


Pragmáticas de estructuras poligonales

## 15. Sección áurea y fractales

Para hablar de la geometría fractal, se debe empezar por entender la teoría del caos, ya que esta se ocupa de los sistemas que presentan un comportamiento impredecible y aparentemente aleatorio, aunque sus componentes estén regidos por leyes estrictamente deterministas.

La geometría fractal nace de la necesidad de entender el comportamiento de la naturaleza, por ejemplo la trayectoria de los planetas, el clima, las flores, la corriente de los ríos, el comportamiento humano, la dimensión y formación de las costas, etc. Con ayuda de los computadores, el arte y las matemáticas, se encontraron patrones (módulo = patrón = sistema) que presentan progresiones sucesivas, y gracias a esto se puede encontrar un orden dentro de lo irregular (caos), con excesiva estética y creatividad.



Progresión sucesiva

## Características de los fractales

- Son autosemejantes, es decir, tienen la propiedad de que una pequeña sección de un fractal puede ser vista como una réplica a menor escala de todo el fractal.
- Los fractales se basan en figuras de superficie finita, pero cuando se conforman presentan un perímetro de longitud infinita.
- El cambio de escala por dilatación (al interior y al exterior de la figura o cuerpo) presenta múltiples proporciones.
- Poseen dimensión fractal o fraccionaria.

## Dimensión fractal

La dimensión fractal cuantifica el modo en que este llena un espacio. Es un número cuantificador del grado de irregularidad y fragmentación.

A diferencia de las dimensiones euclidianas o topológicas (geometría elemental), que manejan dimensiones enteras, la dimensión fractal usa una dimensión fraccionaria (no es un número entero), y se calcula con la siguiente fórmula:

$$D = \frac{\log n}{\log R}$$

donde:

D es la dimensión fractal,

n es el número de partes semejantes y

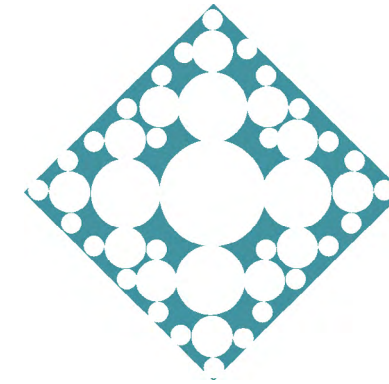
R es la escala r veces.

## Propiedades y crecimiento

### Porosidad

Es el crecimiento de los fractales, que se hace a través de una forma exponencial del patrón, usualmente en circunferencias o alrededor de la forma inicial, que al reducirse o ampliarse genera cavidades en el conjunto que se asemejan a poros. La porosidad, al igual que cualquier figura de los fractales, se realiza a través de patrones geométricos que pueden ir girados o rotados e incluso reflejados. Es

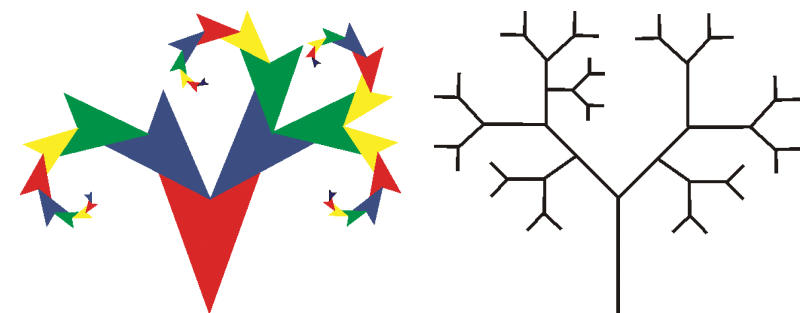
muy importante para esto la proporción áurea, ya que es una constante del movimiento inicial de la figura. Se relaciona con la estructura de los pulmones, con las formaciones de la estructura ósea y con las esponjas de mar.



Porosidad

### Ramificación

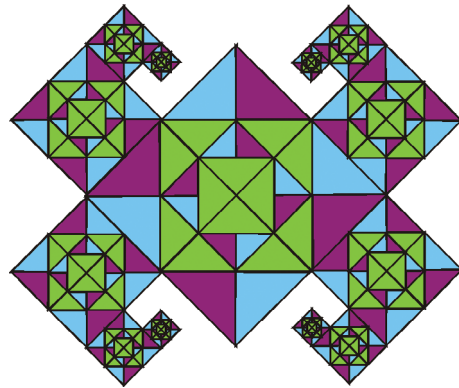
Se le conoce con este nombre a la clase de fractales que presentan divisiones y subdivisiones para generar estructuras cada vez más complejas. Se relaciona con los árboles, las raíces, las nervaduras de las hojas, el sistema circulatorio y el sistema nervioso.



Ramificación

## Interfase

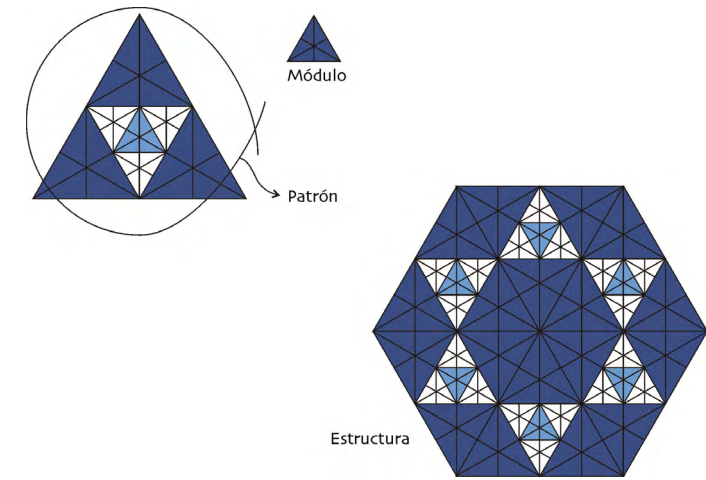
Se presenta cuando el movimiento de los módulos no se produce hacia afuera sino hacia adentro (contracción o compresión del crecimiento en movimiento). Estudia la topología, las superficies planas y las proporciones iguales. Se relaciona con las cadenas de crecimiento helicoidal como el ADN y la estructura interna de un caracol.



Interfase

## Modulo, patrón, estructura, sistema

Un *patrón* se compone a partir de la repetición coherente y proporcional de un *módulo* que conforma una unidad, es decir, es la forma como se hace la repetición. Cuando este patrón se repite varias veces, se forma una *estructura*. Asimismo, al repetir la estructura, se logra definir un *sistema*. Por ejemplo, una rama es el *módulo*, la forma en que esta se une con las otras es el *patrón*, el árbol completo es la *estructura* y un conjunto de árboles conforma el *sistema*. Estas repeticiones pueden ser infinitas, o sea que existe en ellas una simetría por dilatación de escala que se da al interior de y alrededor de la estructura.

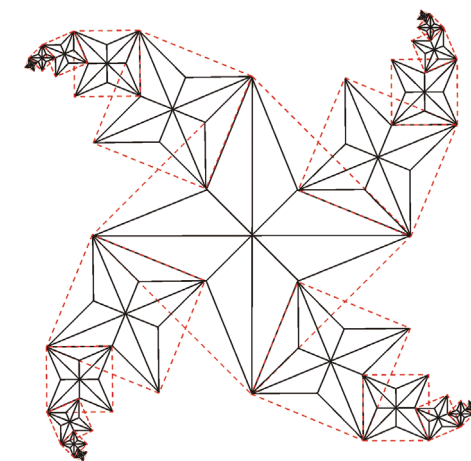


Módulo, patrón, estructura, sistema

## Construcción de un fractal

### Por interfase

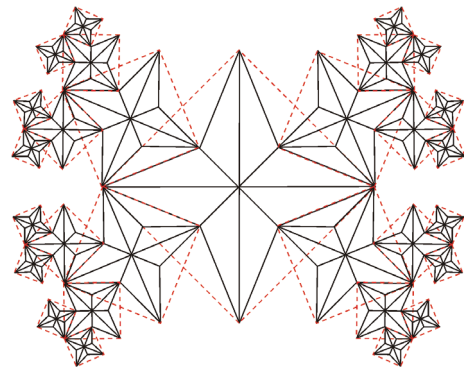
El módulo se repite a una escala menor, alrededor de sí mismo y en cada una de las esquinas que lo conforman.



Modulación por interfase

## Por ramificación

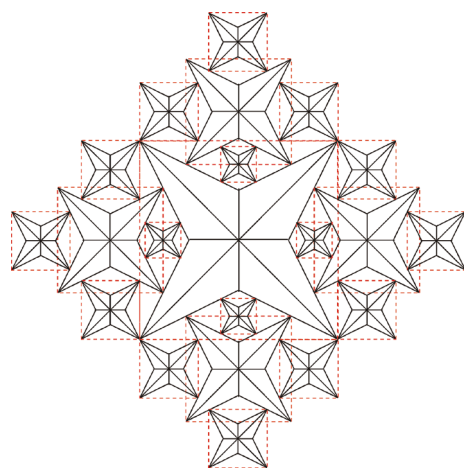
El módulo se repite a una escala menor, y se duplica siempre en el mismo vértice donde empezó a pegarse: las del vértice superior se repiten y se duplican siempre en la parte superior, lo mismo en el vértice inferior.



Modulación por ramificación

## Por porosidad

El módulo se repite a una escala menor, se pega de los espacios de la figura y crea al mismo tiempo otros espacios en los que se pueden seguir pegando otras figuras.



Modulación por porosidad

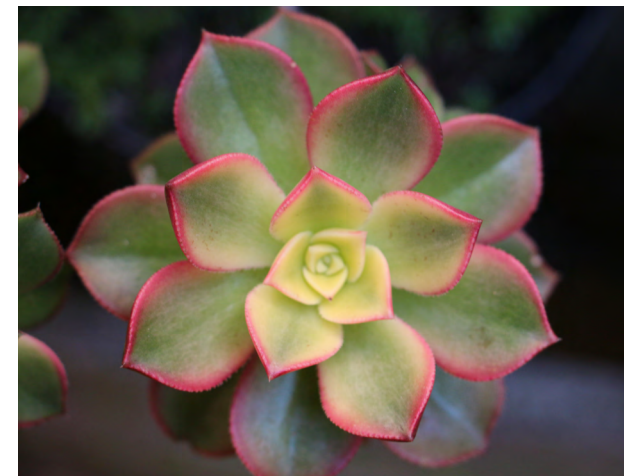
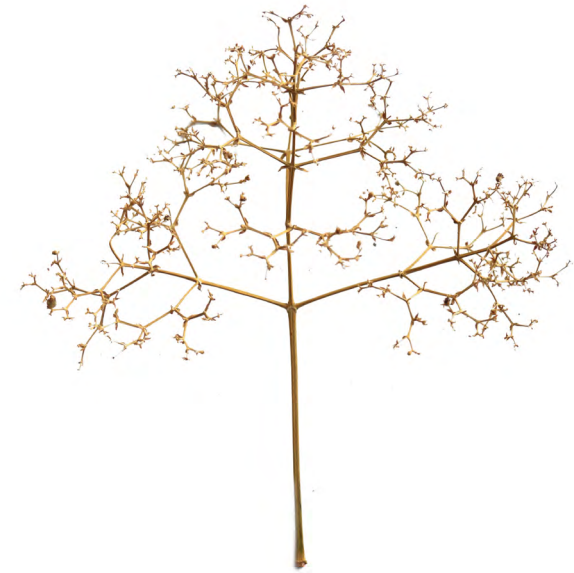
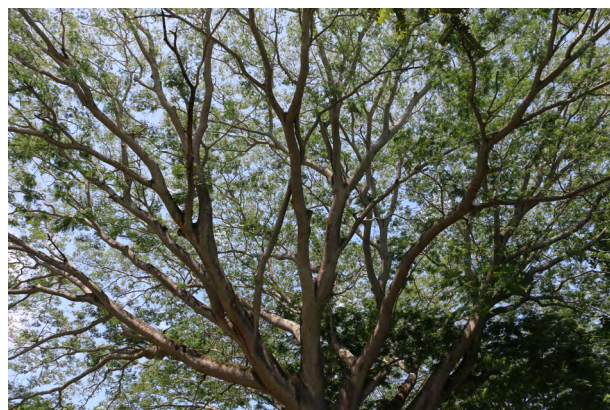
## Ejemplos

En la naturaleza, encontramos muchos ejemplos de crecimiento fractal. Entre ellos, el brócoli, el cual es una buena representación de una ramificación, ya que cada ramita es igual en su crecimiento a la rama más grande, y esta a su vez es igual a la totalidad del brócoli.



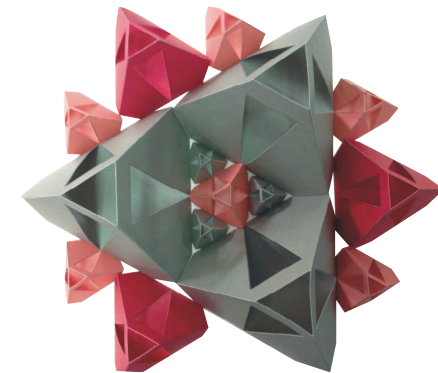
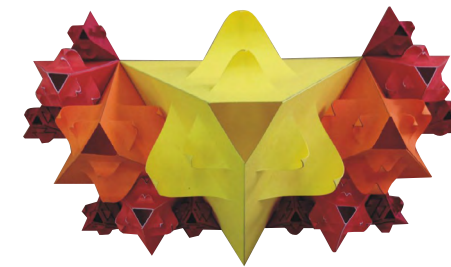
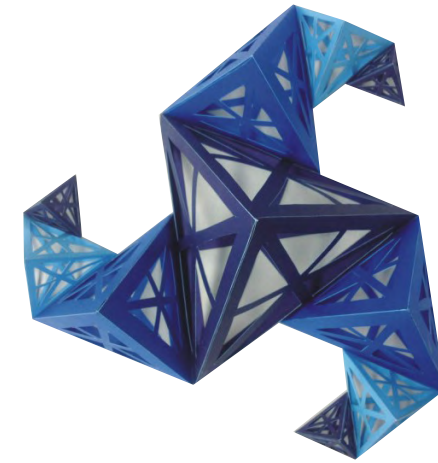
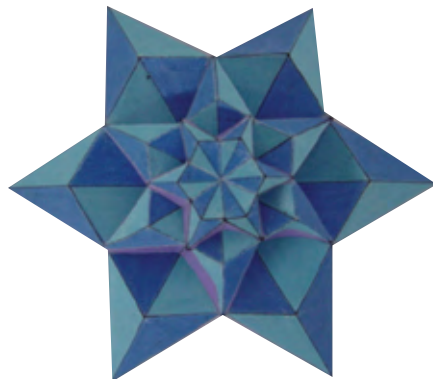
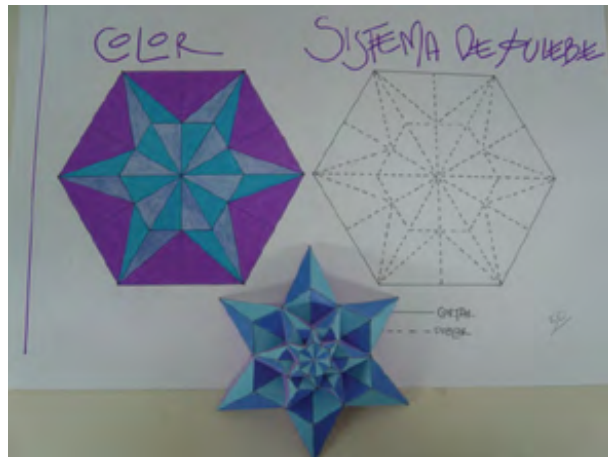
Brócoli

Otro buen ejemplo son las hojas de los árboles, cuyas nervaduras presentan crecimiento fractal. También los mismos árboles, el sistema circulatorio humano, el recorrido de los ríos, la silueta de las costas en los continentes, y muchos otros.



Fractales en la naturaleza

La aplicación de los fractales es muy amplia. Existen muchos diseñadores gráficos y artistas dedicados a crear obras inspiradas en los fractales de la naturaleza. También algunas composiciones musicales están hechas a partir de un crecimiento fractal. La arquitectura se inspira mucho en esta teoría, etc.



Interfase Ramificación  
Porosidad  
Trabajos realizados por estudiantes de la Facultad de Diseño

## Sección áurea

### Definición

La sección áurea es una proporción que divide una recta cualquiera en dos partes, de tal manera que la sección menor es a la mayor como la mayor es al todo. Se representa mediante una ecuación:  $a/b = b/a + b$  o  $a + b = c$ .

La sección áurea está presente en la naturaleza, el arte, el diseño, la música y la arquitectura. Por ejemplo, el cuerpo humano, el nautilo, las plantas, etc., están visiblemente enmarcados en una proporción áurea.

Nace a partir de una ecuación de segundo orden:  $x^2 - x - 1 = 1 + \sqrt{5} = 1,61803398$ .

El manejo de la dimensión matemática es una relación numérica y el manejo de la dimensión geométrica es una relación fraccionaria.

### Propiedades

La sección áurea es una escala que rige un crecimiento proporcional, bajo la cual esa proporción es armónica y acorde con todas sus partes al crecer sin perder su forma inicial.

En la naturaleza, se puede encontrar en el crecimiento de las plantas, la distribución de las hojas en el tallo, la dimensión de los insectos y los pájaros y la formación de los caracoles.

En la geometría, la construcción conocida como "rectángulo de oro" es definida por Euclides como la partición asimétrica más lógica e importante a causa de sus propiedades matemáticas y estéticas, que denomina la "divina proporción".

En la matemática, es la división armónica de una recta en la que el segmento menor es al segmento mayor como este es a la totalidad de la recta.

En el cuerpo humano, si extendemos los brazos y las piernas, y hacemos centro en el ombligo, se hace una circunferencia. La altura del cuerpo corresponde al lado de un cuadrado, el cual coincide con la longitud que hay hasta los dedos con los brazos extendidos y haciendo un ángulo de  $90^\circ$  con respecto al tronco. El co-

ciente entre la altura del hombre (lado del cuadrado) y la distancia del ombligo a la punta de la mano (radio de la circunferencia) es el número áureo. En este caso, el cuadrado debe ser tangencial al punto inferior de la circunferencia.

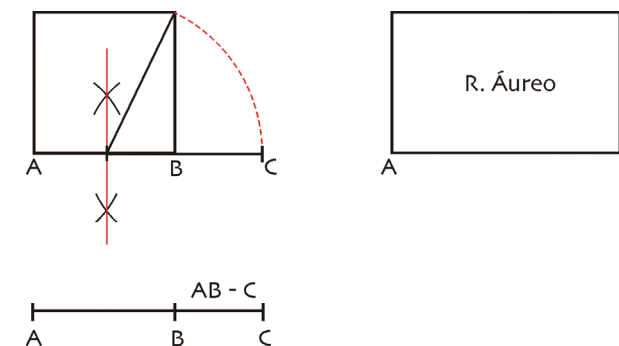
En la música, una cuerda dividida a la mitad da el mismo sonido exactamente ocho tonos más alto que la cuerda completa. La frecuencia de la vibración de una cuerda es inversamente proporcional a su longitud.

En la arquitectura, y en especial en la arquitectura clásica (Egipto, Roma, etc.), se puede encontrar en plantas y fachadas, en las que el espacio es diseñado por medio de la proporción áurea.

En el diseño, radica en la distribución perfecta de los espacios (para mobiliario), organización del plano (para diagramación), la construcción y ubicación de las imágenes, la proporción de las estructuras (para los objetos) y la relación perfecta y armónica con el cuerpo humano (para el vestuario y los accesorios).

## El rectángulo áureo

Se dibuja un cuadrado y se marca el punto medio de uno de sus lados, este punto se une con uno de los vértices del lado opuesto y se lleva esta distancia sobre el lado inicial, de esta manera se obtendrá el lado mayor del rectángulo. La altura es igual a la del cuadrado inicial.



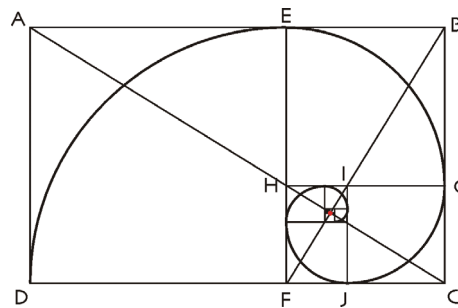
Rectángulo áureo



BC es a AB como AB es a AC. Esto quiere decir que la parte menor es la parte mayor como la parte mayor es a la totalidad.

## La espiral logarítmica

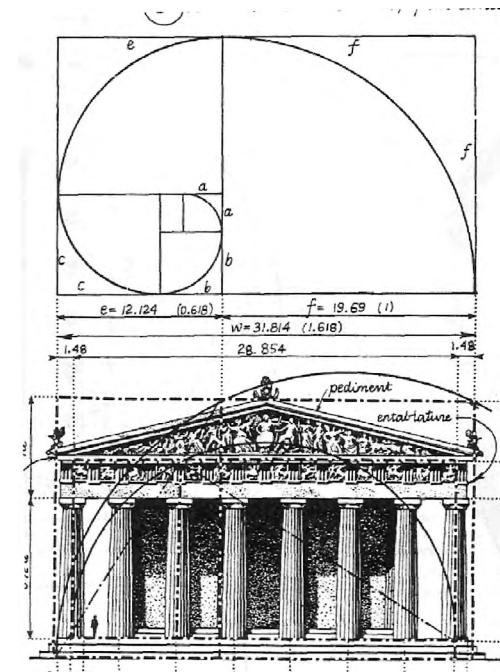
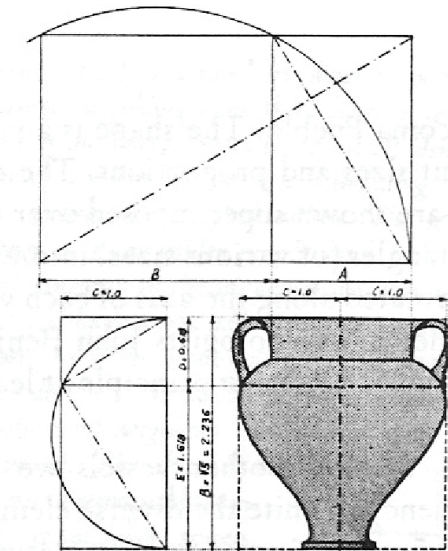
Partiendo de un rectángulo áureo ABCD, si se le sustrae el cuadrado AEFD, cuyo lado es el lado menor AD del rectángulo, resulta que el rectángulo EBCF es áureo. Luego a este se le resta el cuadrado EBGH. El rectángulo resultante HGCF también es áureo. Este proceso se puede repetir indefinidamente, tras lo cual se obtiene una sucesión de rectángulos áureos encajados que convergen hacia el vértice O de una espiral logarítmica.



Espiral logarítmica

## Ejemplos

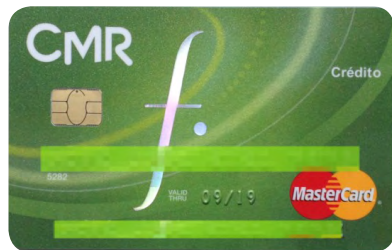
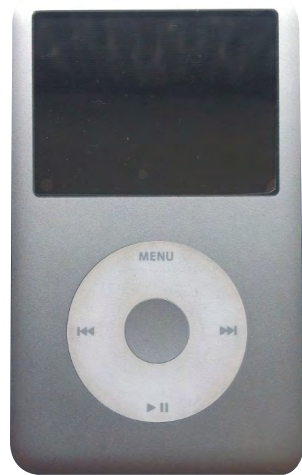
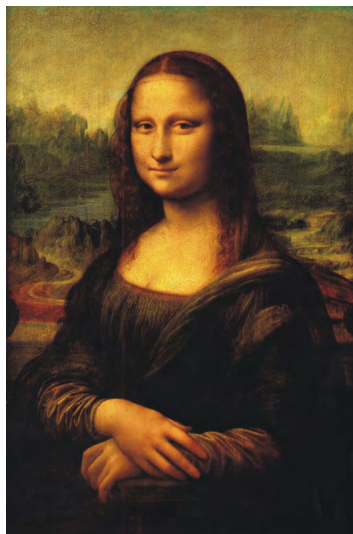
El rectángulo áureo y la espiral logarítmica fueron muy utilizados por las culturas antiguas, esto se hace muy evidente en la arquitectura, el arte y la alfarería de estas culturas.



Sección áurea en las culturas antiguas

## Pragmáticas

Muchos objetos e imágenes han sido concebidos con proporciones “perfectas”, ya que se basan en la construcción del rectángulo áureo, la espiral logarítmica y la modulación a partir de fractales. La utilización de estas construcciones hace que el resultado final sea mucho más proporcionado a nuestros ojos y a la optimización de su uso.



Pragmáticas de sección áurea y fractal

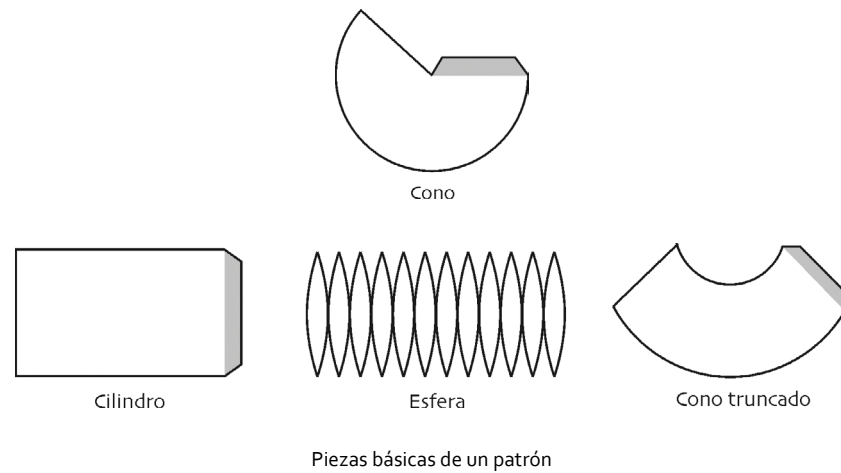
## 16. Superficies regladas

En diseño gráfico e industrial, se ha visto la necesidad de desarrollar objetos y formas con volumen para que finalmente cumplan diferentes usos: *dummies* en cartón o en plástico, figuras inflables para publicidad aérea, *displays*, piezas promocionales para eventos, juguetes infantiles, libros animados, suvenires, etc. Es también el principio de la elaboración de los moldes en vestuario, para prendas de vestir, calzado, gorras, maletines, entre otros.

Para lograr desarrollar estas formas, se puede hacer el proceso con el método de superficies de revolución, cuando las formas son simétricas y de base circular; pero, cuando la figura es asimétrica y no tiene una base que define una figura regular específica, se desarrollan por el método de los patrones.

### Los patrones

Un patrón es un molde que se traza partiendo de las formas que tiene un objeto en su superficie. Estos moldes tienen su punto de partida en los volúmenes básicos como cilindro, cono, pirámide y esfera, los cuales se han ido transformando para adaptarse a la forma definitiva del objeto.



Cuando estas formas empiezan a mezclarse unas con otras, su desarrollo es mucho más complejo, porque, cuando el volumen se lleva a la superficie plana, esta va a tener formas más irregulares en su silueta y además deberá lograr curvaturas en ambos sentidos cuando esté armada; por eso, debe hacerse por medio de los patrones.

## Construcción de modelos con patrones

1. Se toma el modelo real que se quiere construir con papel. Se determinan las diferentes partes que lo componen, según el volumen que tenga cada una, y se delimitan con un marcador para tener claridad de su extensión.



Modelo original

2. A cada una de las partes que resultaron se le cubre con piezas muy pequeñas de cinta de enmascarar hasta tener una superficie compacta y muy definida.



Enmascarado de la figura

3. Se desprende la capa de cinta completa, la cual forma como una "piel", cuando esta se transforma en una superficie plana. Es la que corresponde al diseño del patrón como tal.



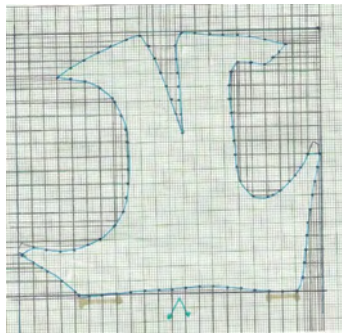
Pieza del patrón

4. Esta "piel" se pega en la hoja de papel milimetrado y se va tratando de adaptar al plano haciendo los cortes necesarios para poderla abrir totalmente y lograr una pieza completamente plana.



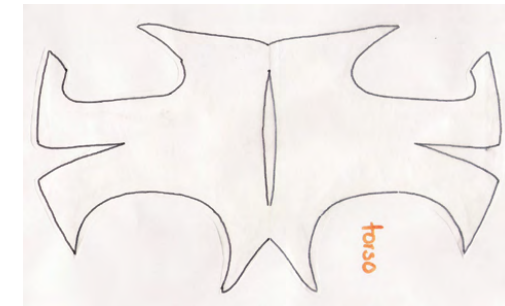
Patrones en el plano

5. Cuando se tienen todas las piezas sobre el milimetrado, estas se inscriben en un rectángulo y se les marcan todos los puntos que puedan describir la forma de la pieza. A partir de estos puntos, se trazan todas las líneas horizontales y verticales hasta completar todo el rectángulo.



Planimetría del patrón

6. Esos rectángulos se pasan a otra hoja milimetrada, con las mismas medidas y con las mismas líneas internas hasta formar la figura original, la cual se une por los puntos trazando su línea exterior. Estos serán los dibujos de los moldes o patrones.



Molde del patrón

7. Una vez dibujados todos los patrones, se hace una copia de ellos y se arma un modelo en blanco para comprobar que todas las piezas estén encajando entre sí. En este punto, se hacen todos los ajustes que sean necesarios para que todas las piezas queden lo más perfectas posible.





Prueba de los patrones

8. Luego, se calcan los patrones y se hace una copia. Sobre esta se trabaja la ilustración, que es la que permite exaltar la parte gráfica del objeto y hacerlo más cercano a la realidad.

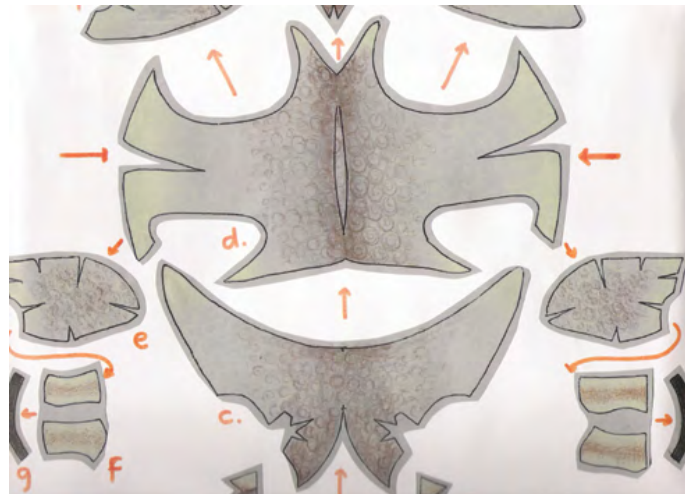


Ilustración de los moldes

9. Por último, se cortan las piezas ilustradas, se arman y así se obtiene el modelo final.

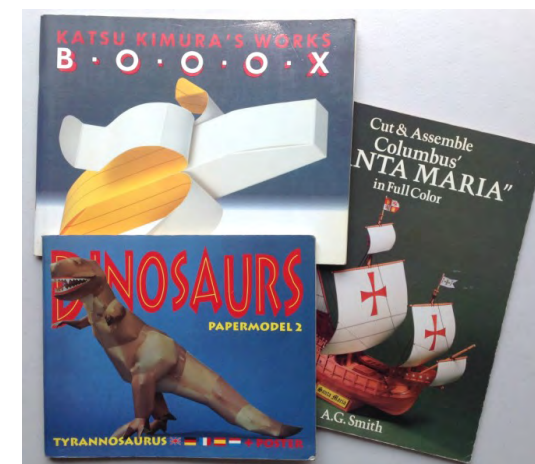


Figura armada

## Pragmáticas

Desplegar superficies para obtener moldes es un ejercicio que se hace a diario en la industria de la confección y el calzado, solo por mencionar algunas. También es importante para el proceso de elaboración de figuras inflables, *dummies* y li-

bros animados. El resultado puede variar dependiendo de las proporciones y los materiales utilizados. En la confección y el calzado, se diseña un patrón base y luego se cambia la escala para cada talla determinada.



Pragmáticas de superficies regladas

## 17. Crecimiento modular de la forma

El crecimiento modular de la forma natural se realiza a partir de la división de la superficie total de una forma compleja en subformas y así facilita el estudio y la exploración a través de geometrías básicas para comprender la estructura de su superficie, reconocida en los patrones de crecimiento de cada una de las partes del módulo o patrón encontrado.

Para abordar la exploración del crecimiento modular de la forma natural, se establece el estudio por patrones a través de crecimientos geométricos definidos por formas básicas regulares e irregulares que faciliten el análisis y la síntesis de la forma observada. Para la búsqueda exploratoria de patrones, se propone utilizar la metodología sobre los principios constructivos de la forma, la cual nos permite realizar prácticas geométricas aplicadas a formas naturales.



Formas naturales

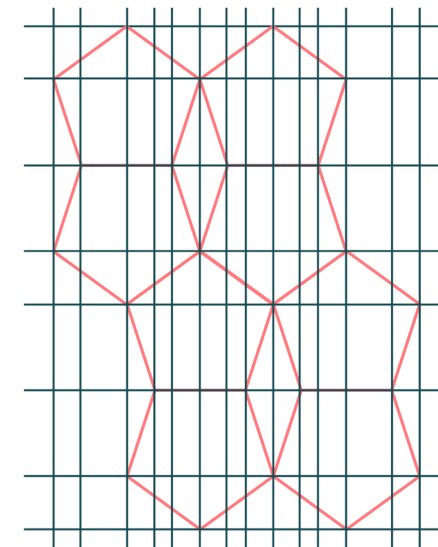
## Propiedades de la forma

### La matemática

Como instrumento, el número y la forma, a través de sus propiedades y relaciones entre la figura y su valor numérico diferenciado por sus coordenadas. Su estudio se realiza a partir de las diferentes geometrías: plana, analítica, descriptiva, espacial, fractal y de la naturaleza.

### Las simetrías

Permiten la repetición de los patrones, que son dibujados por medio de retículas y tramas que ayudan a la composición del patrón y su distribución en el plano. Las intercesiones del sistema horizontal y vertical, y las sumas de patrones o figuras geométricas, se armonizan como un todo para formar los planos en el sistema. Posteriormente, es el movimiento de la figura en el plano el que da paso a las estructuras espaciales.



Simetrías

Sistema



## Sistemas naturales y aplicaciones artificiales a partir de las simetrías

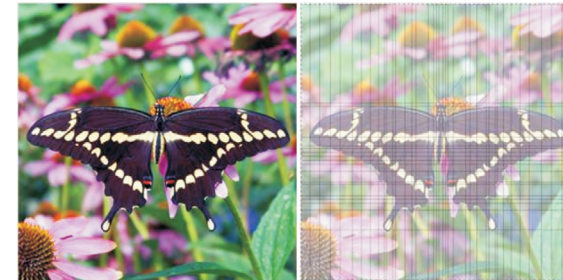
Se estudian desde el análisis comparativo de la apariencia externa de la forma observada, primero con una lectura estructural de la morfología natural (planta), reconocida en los atributos que tienen las simetrías, se compara con el objeto artificial, y segundo, evidenciando esta comparación en una forma objetual.

Traslación	Axial	Dilatación	Rotación	Reflexión
				
				

Sistemas naturales y aplicaciones artificiales

## Proporción

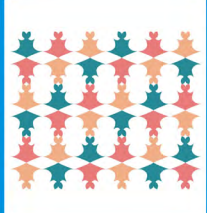

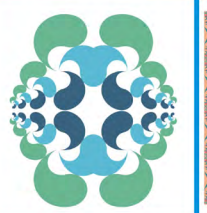
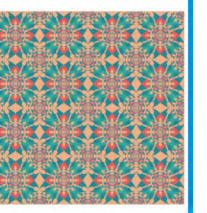
Áurea y fractalidad como estudio sobre las geometrías que componen la ortomorfía o caligrafía de la forma, que definen la proporción, la exactitud y el equilibrio de la coherencia estética de la forma observada.



Proporción áurea y fractalidad

## Principios de crecimiento, transformación, funcionamiento estructural y funcionamiento visual

Los elementos que componen las "formas naturales" se visualizan y representan a partir de sus principios de crecimiento, los cuales se organizan en una geometría compositiva.

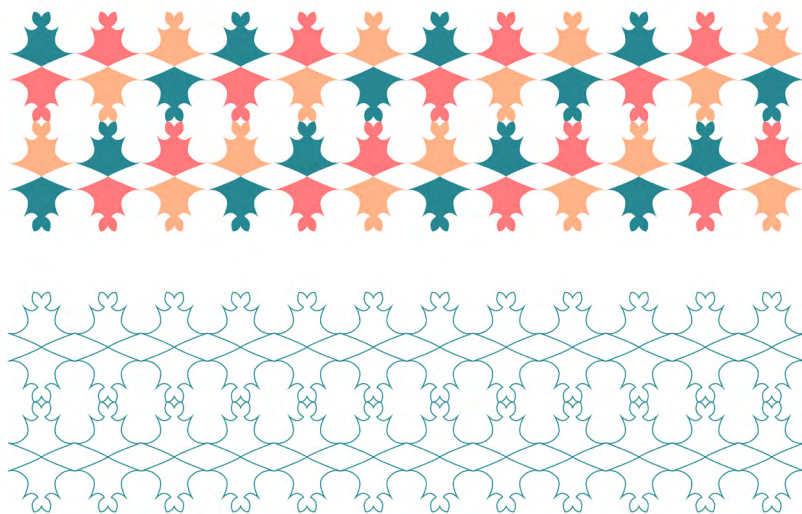
Principios de crecimiento por repetición modular	Principios de transformación simetrías y caos	Principios de funcionamiento estructural, la geometría como estructura	Principios de funcionamiento visual, la proporción áurea
			

Principios de crecimiento

## Principios de generación

Son aquellos lineamientos que sigue la naturaleza en el momento mismo de comenzar el crecimiento, es decir, están inscritos desde la concepción de la forma. Se han clasificado en crecimiento desde el interior, crecimiento diferencial periódico, crecimiento diferencial irregular y crecimiento direccional.

Para la práctica, se utiliza el principio de generación a través del crecimiento direccional horizontal y vertical por medio de la repetición modular.

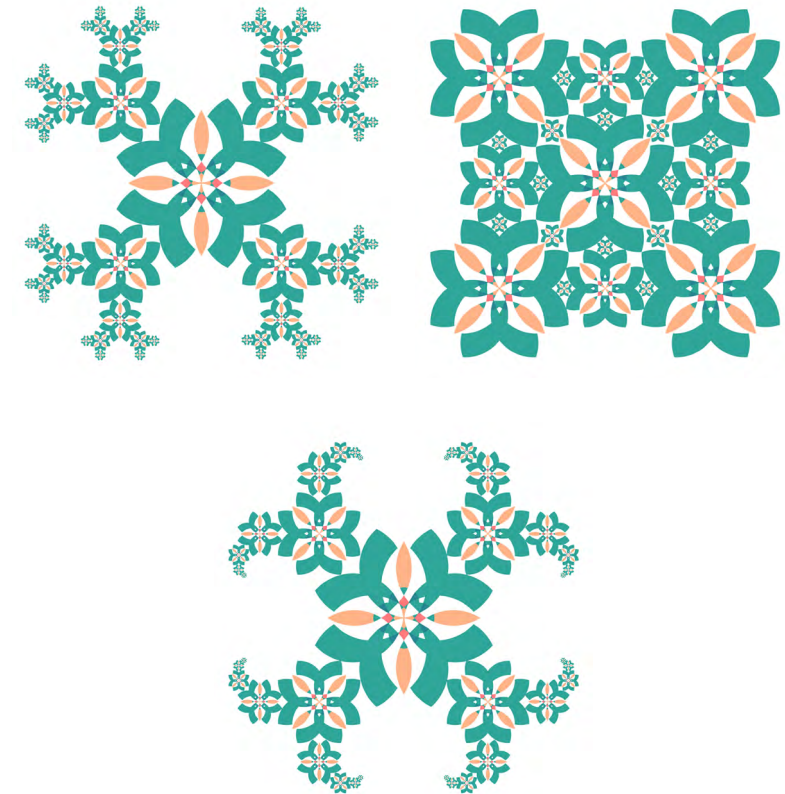


Principios de generación

## Principios de transformación

Son aquellos que posibilitan el cambio en el momento en que ya se ha comenzado el crecimiento. No se pueden ubicar como una etapa posterior a la generación, sino que son mecanismos que imponen otra serie de cambios morfológicos a las formas que están en crecimiento. Se han clasificado en principios del caos y principios simétricos.

Para la práctica, se utiliza el principio de transformación a través de la simetría por dilatación de escala al interior y alrededor de la estructura total, repetición coherente y modular del patrón por medio de los fractales que crecen y se transforman por interfase, ramificación y porosidad.



Principio de transformación

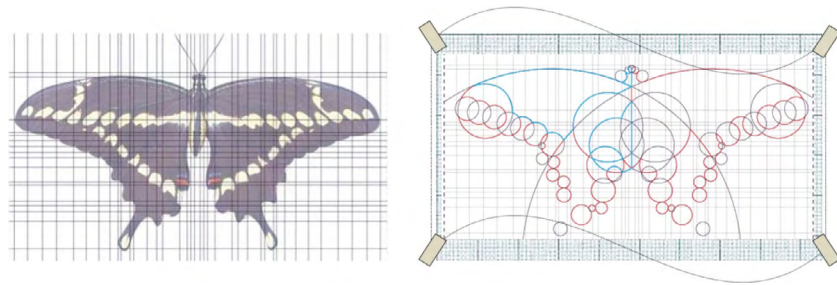
## Principio de funcionamiento estructural

Este principio general cobija a otros tres más específicos que se rigen por la misma cualidad: las superficies mínimas.

Este principio se basa en el análisis y la síntesis de la forma natural observada a partir de su aspecto físico-estructural, aquí se utilizan sus coordenadas horizontales y verticales para realizar la planimetría. Las coordenadas horizontal y vertical definen los accidentes de la forma a partir de una geometría básica.

Para la construcción de la planimetría, se deben seguir los siguientes pasos:

1. Encuadrar la forma observada en una figura geométrica rectangular o cuadrada según sea su contorno.
2. Se debe estudiar el sistema de líneas horizontales y verticales.
3. Se geometriza cada parte de la forma observada hasta lograr la totalidad de la forma.
4. Se realiza su construcción geométrica con los instrumentos de dibujo.
5. Se elabora el dibujo final de la forma.

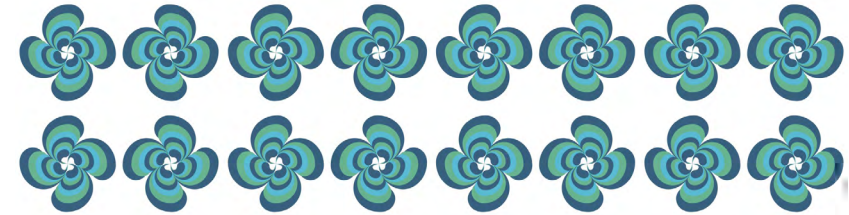


Principio de funcionamiento estructural-planimetría

## Principios de funcionamiento visual

La estética en cuanto a la morfología tiene dos parámetros importantes: el primero corresponde a las simetrías, que atiende a una función remitida a la movilidad, pero cumple otro sentido que proporciona en muchos individuos un sentido de belleza necesario para realizar diversas funciones, todas vitales.

Delimitar transformaciones de la forma observada, a través de la dilatación de cada una de las dimensiones del sistema de la forma, por medio del estudio de simetrías.



Principio de funcionamiento visual

## Pragmáticas

Este ejercicio nos permite estudiar los elementos compositivos que ofrece la naturaleza para identificar patrones de crecimiento y aplicar los principios de crecimiento en patrones creados. Este proceso se logra por medio del estudio analítico y descriptivo de la forma a través de su estructura aritmética y geométrica que determina su concreción en una síntesis formal, resultado del estudio de sus patrones de crecimiento. Todo esto aplicable en el diseño de estampación, separación de espacios, modulaciones, zócalos y baldosas.



Elementos compositivos de la naturaleza

## Bibliografía

- Bertoline, G. R., Rodríguez Aguilar, A., Urbina Medal, E. G., Wiebe, E. N. y Mohler, J. L. (1999). *Dibujo en ingeniería y comunicación gráfica* (2.ª ed.). México: McGraw-Hill.
- Chatani, M., Nazazawa, K. y Nakazawa, K. (1995). *Pop-up geometric origami*. Tokio: Ondori-Sha Publishers.
- Coxeter, H. (1971). *Fundamentos de geometría*. México: Limusa.
- Critchlow, K. (1969). *Order in space: A design source book*. Londres: Thames and Hudson.
- Cundy, H. M. y Rollett, A. P. (1961). *Mathematical models*. Oxford: Clarendon Press.
- Doczi, G. (1981). *The power of limits: Proportional harmonies in nature, art, and architecture*. Boston: Shambala Publications.
- Engel, P. (1994). *Origami from angelfish to Zen*. Nueva York: Courier.
- Escher, M. C. (1990). *Calidociclos*. Berlín: Benedikt Taschen.
- Escher, M. C. (1991). *Estampas y dibujos*. Berlín: Benedikt Taschen.
- Giesecke, F. E. (1967). *Technical drawing*. Nueva York: Macmillan.
- Hambidge, J. (1967). *The elements of dynamic symmetry*. Nueva York: Dover.
- Hemmerling, E. M. (1997). *Geometría elemental*. México: Limusa.
- Kentdoy, M. (1968). *Dibujo textil*. Barcelona: LEDA Ediciones del Arte.
- Kepes, G. (1996). *Module, proportion, symmetry, rythm*. Nueva York: George Braziller.
- Lawlor, R. (1996). *Geometría sagrada*. Madrid: Debate.
- Leoz de la Fuente, R. (1981). *Redes y ritmos espaciales*. México: Universidad Nacional Autónoma de México.
- Marín Uribe, M. L. (2001). *Poliedros*. Medellín: Universidad de Antioquia.
- Munari, B. (1985). *Diseño y comunicación visual*. Barcelona: Gustavo Gili.
- Olave Villanueva, A. (2000). *Trazado práctico de desarrollos en calderería*. Barcelona: Ediciones Ceac.
- Paine, S. (1995). *Embroidered textiles: A world guide to traditional patterns*. Londres: Thames and Hudson.
- Patiño Mazo, E. y Arbeláez Ochoa, E. M. (2009). *Generación y transformación de la forma: morfología, geometría, naturaleza y experimentación*. Medellín: Universidad Pontificia Bolivariana.
- Pearce, P. y Pearce, S. (1980). *Experiments in form: A foundation course in three-dimensional design*. Nueva York: Van Nostrand Reinhold Co.
- Puente, R. (1994). *Dibujo y comunicación gráfica*. México: Gustavo Gili.

- Puig Adam, P. (1980). *Curso de geometría métrica*. Madrid: Gomez Puig.
- Ramírez Burillo, P. (1987). *Dibujo técnico y diseño*. Madrid: Santillana.
- Scott, R. G. (1998). *Fundamentos del diseño*. México: Limusa.
- Stevens, P. S. y Stevens, C. P. (1981). *Handbook of regular patterns: An introduction to symmetry in two dimensions*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Strache, W. (1959). *Forms and patterns in nature*. Londres: Peter Owen Limited.
- The Diagram Group (1980). *Comparisons*. Londres: Sidgwick & Jackson.
- Thompson, D'A. (2011). *Sobre el crecimiento y la forma*. Madrid: Akal.
- Uribe, D. (1995). *Fractal Cuts: Exploring the magic of fractals with pop-up designs*. Londres: Tarquin.
- Williams, R. (1979). *The geometrical foundation of natural structure*. Nueva York: Dover.
- Wolchonok, L. (1969). *The art of three-dimensional design: How to create space figures*. Nueva York: Courier.
- Wolf, K. L. y Kuhn, D. (1977). *Forma y simetría*. Buenos Aires: Universidad de Buenos Aires.
- Wong, W. (1988). *Principios del diseño en color*. Barcelona: Gustavo Gili.
- Wong, W. (1995). *Fundamentos del diseño*. Barcelona: Gustavo Gili.
- Yurkas, B. (1993). *Dibujo geométrico y de proyección* (9.ª ed.). Bogotá: Panamericana.

## Sobre los autores



**Diana María  
Bravo Márquez**

Docente cátedra en la categoría Titular del Programa de Diseño Gráfico de la Universidad Pontificia Bolivariana de Medellín, de la cual es egresada y en la que obtuvo el título de Diseñadora Gráfica en 1990.

Desde 1991 se ha desempeñado como docente del Programa en diferentes áreas como el Taller de Proyección y la Coordinación del Módulo de Transformación del Sustrato. Actualmente tiene a cargo las asignaturas de Geometría 1 y 2 en dicho Programa.

Ha ejercido los cargos de Coordinadora del Programa de Publicaciones (1995-2002) y de Docente de Tiempo Completo (1997-2002) en la misma Facultad.

En 1996 realizó estudios en el Graphic Media Development Centre (GMDC) en La Haya, Holanda, dentro del curso Graphic Arts Teaching, como parte de una beca otorgada por el gobierno Holandés.



**Elsie María  
Arbeláez Ochoa**



Es profesora titular de la Universidad Pontificia Bolivariana donde estudió Diseño Gráfico y se graduó en 1984. Obtuvo el título de Magíster en Gerencia para el desarrollo en 1998. En 2012 se graduó como Doctora en Filosofía, se reconoce su labor investigativa con un Magna Cum Laude. En 2003 recibió reconocimiento como Profesora Distinguida. En 2006, 2010 y 2017 reconocimiento como Autor Bolivariano.

Es miembro del Grupo de Estudios en Diseño GED de la Facultad de Diseño Industrial en la Línea de Morfología Experimental. Ha participado en la construcción de procesos académicos y curriculares de la misma facultad. Se ha desempeñado como coordinadora del Área Técnica, del Ciclo Disciplinar, y como Directora del Grupo de Estudios en Diseño (GED). Ha sido miembro activo del Consejo Académico de la U.P.B, de la Escuela de Arquitectura y Diseño y de la Facultad de Diseño Industrial.

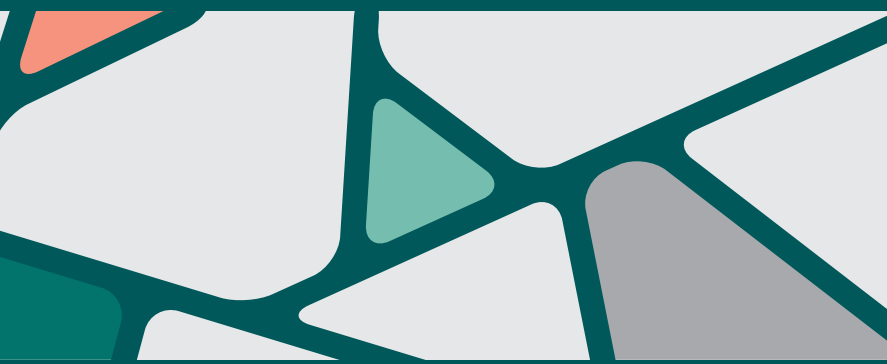
Su tema central investigativo se basa en el tejido discursivo sobre la hermenéutica, utilizada como recurso metodológico. También plantea estudios sobre la teoría de la simetría aplicada a la morfología en la naturaleza.

Su labor docente se funda en un análisis explicativo sobre la contextualización histórico-hermenéutica acerca de la construcción epistémica para el diseño, y en el estudio de los principios físicos y mecánicos de crecimiento observados en la naturaleza, aplicables a la caligrafía interna de las formas artificiales.

Actualmente es miembro del comité, que tiene el encargo institucional de la generación del Programa Doctoral en Estudios de Diseño para la Escuela de Arquitectura y Diseño de la Universidad Pontificia Bolivariana.

 Universidad Pontificia Bolivariana	<b>SU OPINIÓN</b>	
<p>Para la Editorial UPB es muy importante ofrecerle un excelente producto. La información que nos suministre acerca de la calidad de nuestras publicaciones será muy valiosa en el proceso de mejoramiento que realizamos. Para darnos su opinión, comuníquese a través de la línea (57)(4) 354 4565 o vía e-mail a <a href="mailto:editorial@upb.edu.co">editorial@upb.edu.co</a> Por favor adjunte datos como el título y la fecha de publicación, su nombre, e-mail y número telefónico.</p>		

Esta obra se publicó  
en archivo digital en el mes  
de febrero de 2019.



Este libro es el resultado de un proyecto de investigación, desarrollado dentro de la línea de Biónica o Morfología Experimental perteneciente al grupo GED (Estudios en Diseño). Después de pasado un tiempo y de ser el texto, una herramienta de trabajo para estudiantes y profesores se han implementado nuevas metodologías y prácticas que permiten el acercamiento a morfologías observadas en la naturaleza, otros hallazgos obtenidos de geometrías no euclidianas alientan la reedición del texto. El propósito de la Geometría para el Diseño, es brindar bases teóricas y prácticas para la transformación de la forma, para esto construye una dimensión material que la encuentra asentada en las geometrías. Su fundamentación metodológica se inscribe en experiencias y prácticas exploratorias, facilitando la experimentación de figuras y cuerpos para proponer situaciones espaciales diferentes. Se proponen, además, unas metodologías que orientan el conocimiento geométrico para comprender la optimización y la sistematización de la forma a través de la abstracción empírico-analítica, algorítmica y matemática, utilizando gráficas para entender las figuras y los sistemas, luego complejiza el conocimiento transformándolo y sintetizándolo gráficamente para construir las formas ya traducidas en estructuras. Los resultados analíticos utilizados de la teoría geométrica y matemática permiten la elaboración de las construcciones y planimetrías necesarias para los planos de cualquier figura o cuerpo abordado y facilitando con esto la intervención de las morfologías poliédricas para la búsqueda de nuevas formas que se evidencian en los sistemas geométricos en el orden euclidiano y el desorden ordenado de la naturaleza.

