

**ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO PORCENTUAL ENTRE EL MÉTODO  
APROXIMADO DEL VOLADIZO Y EL MÉTODO MATRICIAL**

**PABLO JOSÉ CASTILLO ZAPATA**

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA  
DECANATURA DE INGENIERÍA Y ADMINISTRACIÓN  
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL  
Floridablanca, Santander  
24 de abril de 2007**

**ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO PORCENTUAL ENTRE EL MÉTODO  
APROXIMADO DEL VOLADIZO Y EL MÉTODO MATRICIAL**

**PABLO JOSÉ CASTILLO ZAPATA**

**Trabajo de grado presentado como requisito  
Para optar al título de: Ingeniero Civil**

**Director  
NÉSTOR IVAN PRADO GARCÍA  
Magíster en Ingeniería civil**

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA  
DECANATURA DE INGENIERÍA Y ADMINISTRACIÓN  
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL  
Floridablanca, Santander  
24 de abril de 2007**

**Nota de Aceptación**

---

---

---

---

---

---

Firma del presidente del jurado

---

Firma del jurado

---

Firma del jurado

## DEDICATORIA

Primero tengo que darle las gracias a Dios por haberme permitido esta oportunidad de convertirme en alguien en la vida, por que es a Él a quien debo este triunfo que se hace realidad, para satisfacción de mi familia, amigos y personal

Este título va dedicado a una persona muy especial, que hoy en día no se encuentra a mi lado, pero sé que donde quiera que esté, se sentirá muy orgulloso, de saber que su sueño es una realidad, por que es a él a quien le debo la vida, fue quien cimentó las bases de una enseñanza basada en el respeto y una formación integra como persona, y me demostró que nuestra vocación es la de servir a los demás sin esperar nada a cambio. Manuel A Castillo, hoy me siento muy orgulloso de ser hijo tuyo; si supieras la falta que me haces, desde el día que partiste a un mundo sin regreso; te amo y cuanto diera que el día del grado estuvieras conmigo compartiendo esa alegría. Te llevaré siempre conmigo, en mi mente y en mi corazón por que fuiste el mejor Padre del mundo.

A mi familia gracias por el apoyo incondicional que me brindaron, por no dejarme fallecer en el intento; por permitirme demostrarme a mí mismo que si podía salir adelante; frente a todas las adversidades. Para Angélica Fernández y su familia, amor gracias por haber estado en los momentos cuando más te necesite, y por tu constante apoyo.

## **AGRADECIMIENTOS**

El autor del presente trabajo expresa sus agradecimientos:

Al magíster en ingeniería civil Néstor Prado García, Director de la tesis y profesor de la facultad.

Al ingeniero de suelos Gerardo Bautista, profesor de la facultad.

A la secretaria Sandra Gutiérrez Delgado, Secretaria de la facultad.

Al ingeniero Rafael Ortiz, Jefe de la facultad de ingeniería civil.

A la ingeniera Claudia Retamoso Llamas, profesora de la facultad.

Al ingeniero Aldemar Remolina Millán, profesor de la facultad.

Al ingeniero Juan Carlos Forero, profesor de la facultad.

A la tecnóloga Luz Marina Torrado, profesora de los laboratorios.

A la Secretaría Miriam Vargas Escalante, Secretaria de la Facultad de derecho.

A la Universidad Pontificia Bolivariana

A todas las demás personas que de una u otra forma colaboraron para que me formara como una persona de principios y un profesional, a todos ellos muchas gracias.

## CONTENIDO

	<b>pág.</b>
INTRODUCCIÓN	8
1. OBJETIVOS	9
1.1 OBJETIVO GENERAL	9
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	9
2. MARCO TEÓRICO	10
3. JUSTIFICACIÓN	14
4. ALCANCE DEL PROYECTO	15
5. METODOLOGÍA	16
5.1 ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE LOS PÓRTICOS	16
5.1.1 Método del Voladizo.	17
5.1.2 Método del Programa Sistematizado SAP 2000	22
5.1.3 Calculo de las reacciones utilizando Método del Voladizo.	23
5.2 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS	47

6. CONCLUSIONES	65
7. RECOMENDACIONES	66
BIBLIOGRAFÍA	67

## LISTA DE FIGURAS

	<b>Pág.</b>
Figura 1. Pórticos Independientes	10
Figura 2. Viga en Voladizo	11
Figura 3. Esfuerzos Axiales	12
Figura 4. Puntos de Inflexión	13
Figura 5. Software SAP 2000	22



## **RESUMEN**

El propósito primordial de este trabajo de grado fue observar el comportamiento de unos pórticos planos, por los métodos; aproximado del voladizo y el método de la rigidez matricial. Para llevar a cabo este estudio fue necesario calcular las fuerzas internas ( $F_x$ ,  $F_y$  y/o momentos) en la base de los edificios, por cada uno de los métodos mencionados y determinar como era su comportamiento frente a una serie de cargas laterales.

Hacia los años de 1900; antes las edificaciones altas y esbeltas eran diseñadas y construidas por los métodos aproximados entre ellos, el método del portal y el método del voladizo; debido a que realizarlo por el método matemático o método de la rigidez matricial era muy tedioso. Pero cuando nos encontramos en pleno siglo XXI, sería muy interesante analizar las estructuras que fueron diseñadas y construidas por los métodos aproximados y realizarles un estudio u/o análisis con el método de la rigidez matricial, para observar su comportamiento, ya que de esto depende que sean estructuras estáticamente resistentes y seguras.

De acuerdo a los objetivos planteados para realizar el estudio, se determinó que el método aproximado del voladizo es obsoleto para analizar estructuralmente estas edificaciones y todas aquellas construidas por estos métodos aproximados.

Por medio de unas variables que se tuvieron en cuenta, como lo fueron el número de pisos de las edificaciones, el número de luces empleadas en las mismas y la principal variable la relación de esbeltez  $h/L$ ; siendo esta la que analizaba la altura de la edificación con respecto a su longitud. Estas variables demostraron que los métodos aproximados son inapropiados para realizar estudios y diseños estructurales, ya que su mayor derivación en los resultados se obtuvieron en los momentos, siendo la fuerza interna necesaria y empleada para el diseño de

edificaciones que sean estructuralmente resistentes a su propio peso, a las fuerzas laterales y a los sismos.

Por tal motivo es de gran interés implementar otra investigación dentro de la cual permita realizar un estudio de los edificios que fueron construidos por los métodos aproximados y terminar de compararlos, realizando un análisis por el método de la rigidez matricial, para determinar el grado de indeterminación de estas estructuras. Es necesario realizar un cambio en la enseñanza de concreto reforzado, debido a que en la materia se estudia muy de fondo los métodos más antiguos y obsoletos que han existido y se deja de lado, lo que en realidad es importante para la formación de los educandos; siendo que hay la necesidad de trabajar en la norma sismo resistente del 98 "NSR-98" y en su defecto estudiar todos los títulos que esta comprende.

## SUMMARY

The principal purpose of this project was to observe the performance of plan frames by means of the next methods: approaching the jutting out and the method of matrixed stiffness. To carry out these studies was needed to calculate the internal forces ( $f_x$ ,  $f_y$  and/or moments) in the base of the buildings by each one of the named methods. In that way we can determine how its performance was facing a serie of lateral charges.

By 1900 years, the high and slender constructions were designed and built by the approaching methods between them; the frame method and the method of the jutting out. Due to the fact that it was so tedious doing it by the mathematical method or by the method of matrixed stiffness.

On the other hand, we are in the XXI century and it would be very interesting to analyze the structures that were designed and built by means of the approaching methods and to conduct a study or analisis through the matrixed stiffness method, to observe its performance; because to be statically resistant and safe structures; depends on it.

According to the set out objectives to carry out this study, it was determined that the jutting out approach method is obsolete to analyze structurally these buidings and all of those built using this method. By means of some variables that were taken into account like the number of floor of the buildings, the number of lights used there and the main variable which is the slenderness  $H/L$ , which was the one that analyzed the high of the building regarding to its lenght. These variables proved that the approaching methods are not suitable to carry out studies and structural designs due to the fact that the greater derivation in the results was gotten in the moments, being the internal force needed and used to do the design

of buildings which were resistant to their own weight, to lateral forces and to earthquakes.

To conclude, it is of great interest to implement a new investigation to study the buildings that were built by means of approaching methods and compare them doing and analysis through the matrixed stiffness method to establish the irresolution of these structures. A change in the teachings of reinforced concrete is needed due to the fact that in this subject the most ancient and obsolete methods, that have existed, are very deep studied and what really matters for the education of new students, is left aside. There is the need of working in the regulations about earthquake resistant structures of 1998 "NSR-98" and of studying all the titles that it provides.

## **INTRODUCCIÓN**

Los resultados obtenidos en este trabajo tienen como finalidad, observar el comportamiento porcentual de la comparación realizada entre el método aproximado del voladizo y el método de la rigidez (Método Matricial); de las edificaciones empleadas en este estudio. Con estos resultados se pretende es corroborar, qué tan apropiado y eficiente puede ser el método aproximado para analizar estas estructuras, que por sus características son estructuras estáticamente indeterminadas.

Este trabajo ha sido elaborado con la seriedad e importancia que el autor le ha dedicado, con el fin de aportar con su investigación en la búsqueda por el conocimiento; y a su vez que este sirva como pilar, para que otros se interesen en la profundización del tema, ya que quedan otros aspectos necesarios sin terminar; para llegar a dar una explicación más versátil, sobre las diferencias y resultados arrojados por estos dos métodos.

## **1. OBJETIVOS**

### **1.1 OBJETIVO GENERAL**

- ✓ Conocer el porcentaje de aproximación del método del voladizo para determinar reacciones en pórticos, sometidos a fuerzas laterales únicamente dependiendo de la configuración de la edificación.

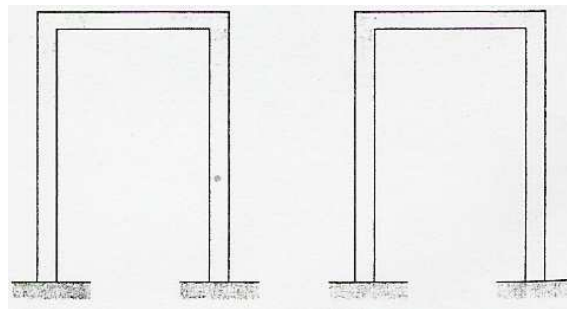
### **1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- ✓ Elaborar las gráficas que relacionen el porcentaje de error de las reacciones (tomadas del método del voladizo y el método basado en el análisis matricial SAP 2000) dependiendo, del número de pisos de la edificación.
- ✓ Elaborar las gráficas que relacionen el porcentaje de error de las reacciones de los pórticos dependiendo, del número de luces de los edificios.
- ✓ Elaborar las gráficas que relacionen el porcentaje de error de las reacciones de los pórticos, dependiendo de la relación de esbeltez de los edificios.

## 2. MARCO TEÓRICO

Los edificios aporricados son estructuras que se encuentran sujetas a cargas laterales (vientos o sismos) y verticales (peso propio o gravitacionales). Por lo tanto, hay que tener en cuenta que estas fuerzas aumentan con la altura de los edificios; además no solamente deben tener una resistencia lateral, sino que deben constar de una resistencia a la deformación y de una provisión suficiente de rigidez lateral, para evitar alteraciones en una de la partes de la estructura y un eminente colapso. Las cargas laterales se pueden tomar por medio de arriostramientos en X o de otro tipo, por medio de muros de cortante o por conexiones resistentes a momento. Los edificios construidos por marcos rígidos son sumamente hiperestáticos, y su análisis mediante los métodos "exactos" son muy tediosos, por lo que se utilizan mucho los métodos aproximados. El grado total de indeterminación estática de un edificio (tanto interna como externa) se puede tener en cuenta, considerando que consta de pórticos independientes.

**Figura 1. Pórticos independientes**



Fuente. R.C., Hibbeler. Análisis Estructural. 3 ed. México: Pearson Educación, 1997. Pág. 320

*"Otro método sencillo de analizar estructuras sujetas a fuerzas laterales, es el del voladizo, presentado por primera vez por A. C. Wilson en el Engineering Record en septiembre de 1908, este método es adecuado para edificio altos y esbeltos"*<sup>1</sup>, pudiéndose utilizar en

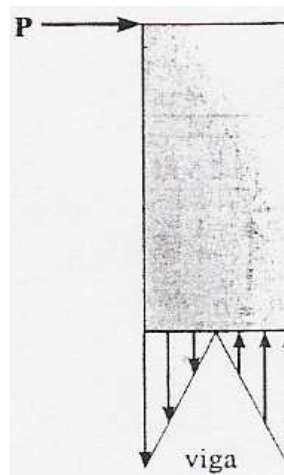
---

<sup>1</sup> McCormac, Jack. Análisis de estructuras, 2 ed. México; Alfa-Omega, 2002. Pág. 308.

forma satisfactoria para edificios con no más de 25 a 35 pisos; sin embargo, no es tan popular como el método del portal.

El método del voladizo supone que el esfuerzo axial en una columna es proporcional a su distancia del centroide de todas las áreas de las columnas de un nivel de piso dado. *"Esta hipótesis se basa en la misma acción que la que tiene lugar una viga en voladizo sometida a carga transversa, se debe recordar a la mecánica de materiales que una carga semejante ocasiona un esfuerzo flexión en la viga, que varia linealmente desde el eje neutro de la viga".*<sup>2</sup> Figura (2).

**Figura 2. Viga en Voladizo**



Fuente. R.C., Hibbeler. Análisis Estructural. 3 ed. México: Pearson Educación, 1997. Pág. 326

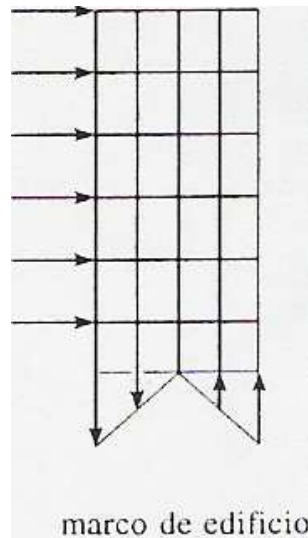
De esta manera similar, las cargas laterales sobre un marco tienden a volcar a éste o a ocasionar una rotación del marco respecto al eje neutro situado en un plano horizontal que pasa por las columnas de cada nivel de los pisos. Para contrarrestar este volteo, las fuerzas axiales o esfuerzos en las columnas serán de tensión en un lado del eje neutro y de compresión en el otro lado, figura (3).

---

<sup>2</sup> Hibbeler C, Russel. Análisis Estructural. México: Editorial Prentice hall Hispanoamericana, S.A., 326 Pág.



**Figura 3. Esfuerzos Axiales**



Fuente. R.C., Hibbeler. Análisis Estructural. 3 ed. México: Pearson Educación, 1997. Pág. 326

Como en una viga en voladizo, parece razonable suponer que este esfuerzo axial tiene una variación lineal desde el centroide de las áreas de las columnas o eje neutro. *“El método del voladizo es por tanto apropiado si el marco es alto y esbelto o bien tiene columnas con áreas de sección transversal diferente”*<sup>3</sup>.

En el método son aplicables las siguientes hipótesis a un marco empotrado en su base:

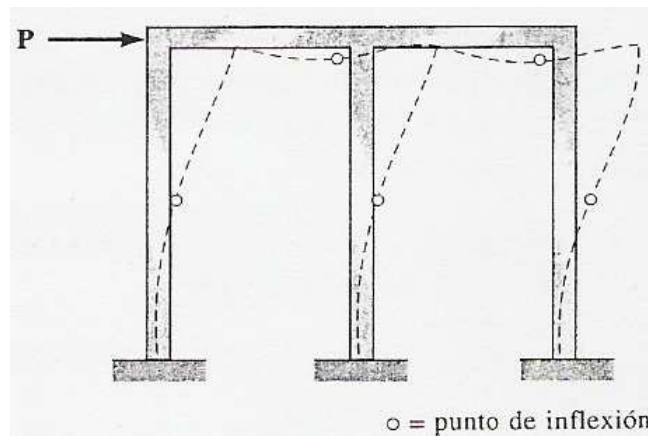
1. Se coloca una articulación en el centro de cada viga, ya que en éste se supone un punto de momento cero.
2. Se coloca una articulación en el centro de cada columna, ya que en éste se supone un punto de momento cero.

---

<sup>3</sup> Hibbeler C, Russel. Análisis Estructural. México: Editorial Prentice hall Hispanoamericana, S.A., 326 Pág.

3. *El esfuerzo axial en una columna es proporcional a su distancia desde el centroide de las áreas de las secciones transversales de las columnas en un nivel de piso dado. Como el esfuerzo es igual a fuerza por área, entonces en el caso especial de columnas con áreas transversales iguales, la fuerza en una columna es también proporcional a su distancia desde el centroide de las áreas de las columnas.*<sup>4</sup>

**Figura 4. Puntos de Inflexión**



Fuente. R.C., Hibbeler. Análisis Estructural. 3 ed. México: Pearson Educación, 1997. Pág. 320

---

<sup>4</sup> Hibbeler C, Russel. Análisis Estructural. México: Editorial Prentice hall Hispanoamericana, S.A., 326 Pág.

### **3. JUSTIFICACIÓN**

El método del voladizo es utilizado para analizar edificios sujetos a fuerzas laterales, y se decía que era el más adecuado para analizar edificios altos y esbeltos. En tanto que los edificios de antes eran construidos con marcos rígidos y que eran supremamente hiperestáticos; su análisis mediante los métodos exactos se volvían muy tediosos.

Pero hoy por hoy cuando la tecnología ha traspasado los límites que el hombre se había propuesto, es la ciencia misma la que demuestra que los procesos o cálculos y análisis más difíciles de realizar, pueden ser resueltos gracias a todas las herramientas que se poseen.

Con este trabajo se busca deliberar un juzgamiento propio, sobre el comportamiento del método aproximado con respecto, al exacto; para observar su comportamiento, frente a una serie de supuesto que se han realizado, y poder llegar a una conclusión; basada en las diferencias existentes entre cada uno. Teniendo en cuenta que para estas aproximaciones existe la necesidad de utilizar unas variables como son, el número de pisos de los edificios que se trabajaron, el número de luces que se emplearon en cada uno, y la relación de esbeltez de cada pórtico.

#### **4. ALCANCE DEL PROYECTO**

Al analizar los 84 pórticos planos de diferentes configuraciones sometidos a cargas laterales puntuales. Se cumplió con todo lo propuesto en un principio para llevar a cabo la realización de este trabajo, al realizar los cálculos y análisis de la muestra representativa que se empleó. Y con los resultados poder efectuar los análisis de todas las hipótesis que se habían planteado, para llevar a cabo el trabajo.

## **5. METODOLOGÍA**

El estudio se realizó en dos etapas:

### **5.1 ESTUDIO DE LOS PÓRTICOS**

En esta etapa se analizaron estructuralmente las 84 edificaciones, por medio, del método aproximado del voladizo, para determinar sus reacciones y fuerzas internas; con la ayuda de hojas electrónicas en Excel.

Correspondiente a lo anterior, las mismas 84 edificaciones fueron modeladas utilizando el programa estructural SAP 2000, para calcular sus reacciones y fuerzas internas. A continuación se describirá el procedimiento empleado para calcular todos los esfuerzos en los pórticos, por el método del voladizo y el programa estructural SAP 2000.

Se calcularon y analizaron las reacciones para todos los pórticos por el método aproximado del voladizo, para ser comparados con los resultados obtenidos en el programa estructural SAP 2000.

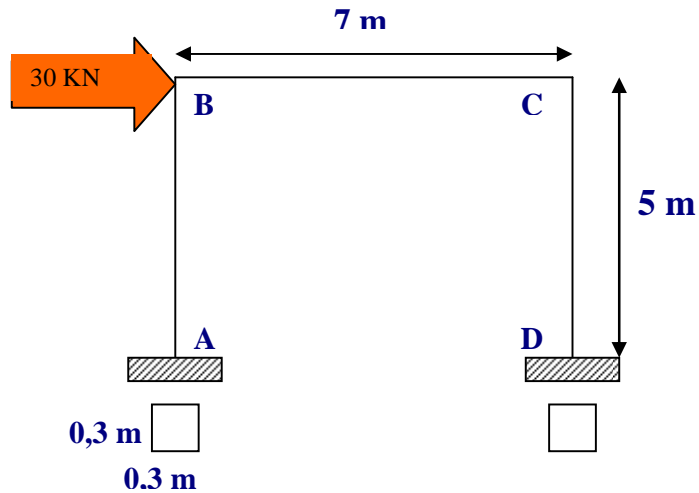
Se inicio con el cálculo de las reacciones para un pórtico de tres pisos y un vano, con distancia entre las columnas de 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8 metros respectivamente, con unas cargas horizontales puntuales aplicadas en los siguientes nodos; en el nodo izquierdo superior donde se encuentra el tercer piso esta aplicada una carga de 15 KN, en el nodo central izquierdo donde esta el segundo piso hay una carga de 10 KN y en el nodo izquierdo del primer piso se haya una fuerza de 5 KN. Lo mismo se realizó para pórticos de dos y tres vanos por el método del voladizo ayudado de hojas de cálculo en el programa Excel. Posteriormente, se hizo lo

mismo para los pórticos de cuatro, cinco y seis pisos, con la única diferencia que todos los pórticos van a constar de las mismas fuerzas que se encuentran aplicadas en los nodos del pórtico de tres pisos y un vano, sino que por ejemplo para los edificios de cuatro pisos; en el nodo superior se encuentra aplicada una fuerza 20 KN, para los de cinco pisos es de 25 KN y por último para los de seis es de 30 KN. (Véanse las figuras en las páginas 23, 30 y 37).

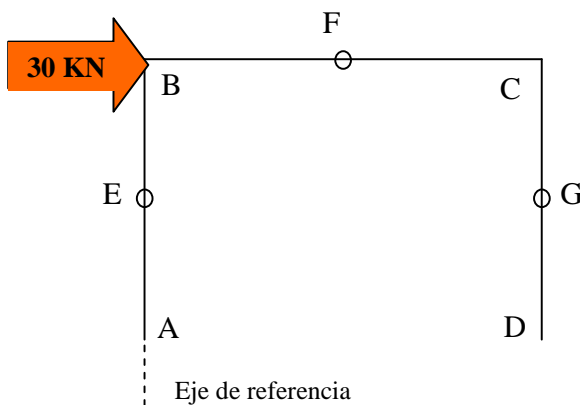
Después de este proceso, se modelaron los mismos pórticos en el programa SAP 2000 con las mismas cargas, con la finalidad de determinar todas las reacciones y poder comparar los resultados obtenidos en ambos métodos para realizar las conclusiones.

**5.1.1 Método del Voladizo.** El método considera al edificio como un gran voladizo empotrado en su base, cuyas fibras son los ejes de las columnas y está sometido a una carga transversal. Se colocan los puntos de inflexión en el centro de cada viga y columna, suponiéndose que éste es un punto de momento cero. Entonces se corta cada piso a media altura; se evalúa el momento externo causado por las fuerzas internas en dicha sección, y al diagrama de cuerpo libre resultante se le aplica las fórmulas de flexión para hallar las reacciones en las columnas.

Para explicar mejor lo anterior, desarrollará ejercicio en el cual se calculan las reacciones para un edificio de un piso y un vano, con una longitud desde el centro de las columnas de 7 metros y un área transversal de las columnas de 0.09 metros cuadrados. Siendo el mismo procedimiento para todos los pórticos



Como lo establecen las dos primeras hipótesis del método, se procede a colocar las articulaciones o puntos de inflexión, en el centro de cada una de las columnas y en la viga; y se ubica la posición del eje neutro en cada piso; en este caso solamente se le hace al primer piso, tomando como referencia el eje de las Y.

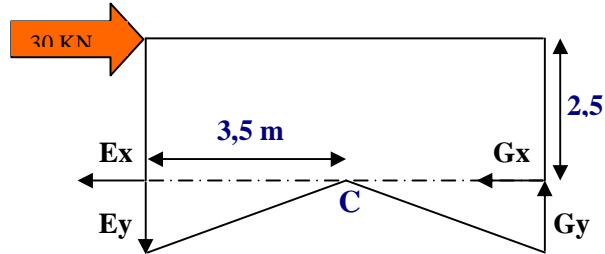


$$X = \frac{AX}{\sum A}$$

$$X \cong \frac{(0 * 0,09) + (7 * 0,09)}{(0,09 + 0,09)}$$

$$X \cong 3,5m$$

Después se corta a media altura el piso y se evalúa el momento externo, utilizando la formula de flexión, o igualando el momento externo con el interno se halla las fuerzas axiales en las columnas del piso.



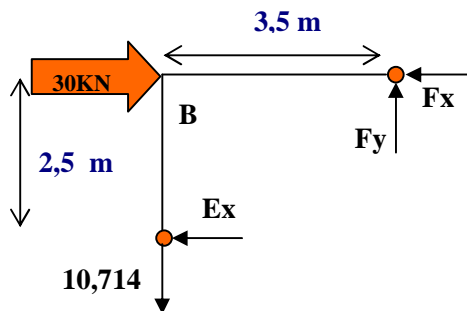
Realizando sumatoria de momento en el centro de gravedad "C", se calcula las fuerzas axiales en las columnas.

$$\sum M_c \cong 0 \therefore (-30 * 2,5) + (3,5 * E_y) + (3,5 * G_y) \cong 0 \quad \text{Por relación de triángulos } E_y = G_y$$

$$E_y \cong G_y \cong 10,714 \text{ KN}$$

Conocidas las fuerzas axiales en las columnas, se puede averiguar los cortes en las vigas por tramos. Y calcular los momentos en sus extremos.

TRAMO EBF



Realizando sumatoria de momento en F, se puede calcular la fuerza cortante Ex.

$$\sum MF \cong 0 \therefore (10,714 * 3,5) - (2,5 * E_x) \cong 0$$

$$E_x \cong 15 \text{ KN}$$



Realizando sumatoria de fuerzas en X, se puede obtener la fuerza Fx.

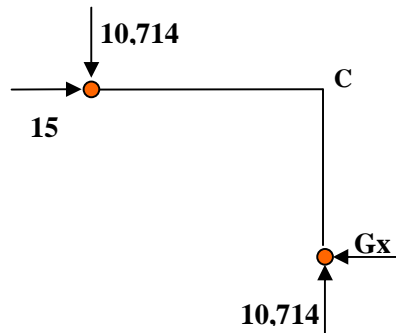
$$\sum F_x \cong 0 \therefore 30 - 15 - F_x \cong 0$$
$$F_x \cong 15 \text{ KN}$$

Y por último se realiza sumatorias de fuerzas en Y, y se obtiene la fuerza Fy.

$$\sum F_y \cong 0 \therefore -10,714 + F_y \cong 0$$
$$F_y \cong 10,714 \text{ KN}$$

Después de haber calculado las fuerzas en el tramo EBF, se procede a calcular las fuerzas en el tramo GCF.

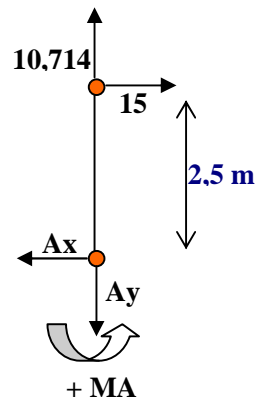
TRAMO GCF



Haciendo sumatoria de fuerzas en X, se calcula Gx.

$$\sum F_x \cong 0 \therefore 15 - G_x \cong 0$$
$$G_x \cong 15 \text{ KN}$$

Por último, se procede hallar las reacciones en los apoyos A y D, analizando los tramos EA y GD.



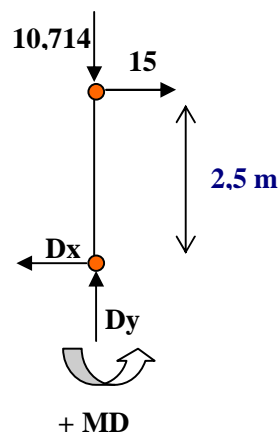
Haciendo sumatoria de fuerzas en Y y en X; se obtiene  $A_y$  y  $A_x$  respectivamente.

$$\begin{aligned}\sum F_y \cong 0 \therefore 10,714 - A_y \cong 0 & & \sum F_x \cong 0 \therefore 15 - A_x \cong 0 \\ A_y \cong 10,714 \text{KN} & & A_x \cong 15 \text{KN}\end{aligned}$$

Y realizando sumatoria de momento en el nodo A, se calcula el momento flector.

$$\begin{aligned}\sum MA \cong 0 \therefore (-15 * 2,5) + MA \cong 0 \\ MA \cong 37,5 \text{KN} \cdot m\end{aligned}$$

Ahora se calcula las fuerzas que se encuentran a compresión en el tramo GD.



Y por último, se realiza sumatoria de fuerzas en X y en Y, para determinar las fuerzas  $D_x$  y  $D_y$  respectivamente.

$$\begin{aligned}\sum F_x \cong 0 \therefore 15 - D_x \cong 0 & & \sum F_y \cong 0 \therefore -10,714 + D_y \cong 0 \\ D_x \cong 15 \text{KN} & & D_y \cong 10,714 \text{KN}\end{aligned}$$

Y para concluir, se determina el momento flector en el nodo D.

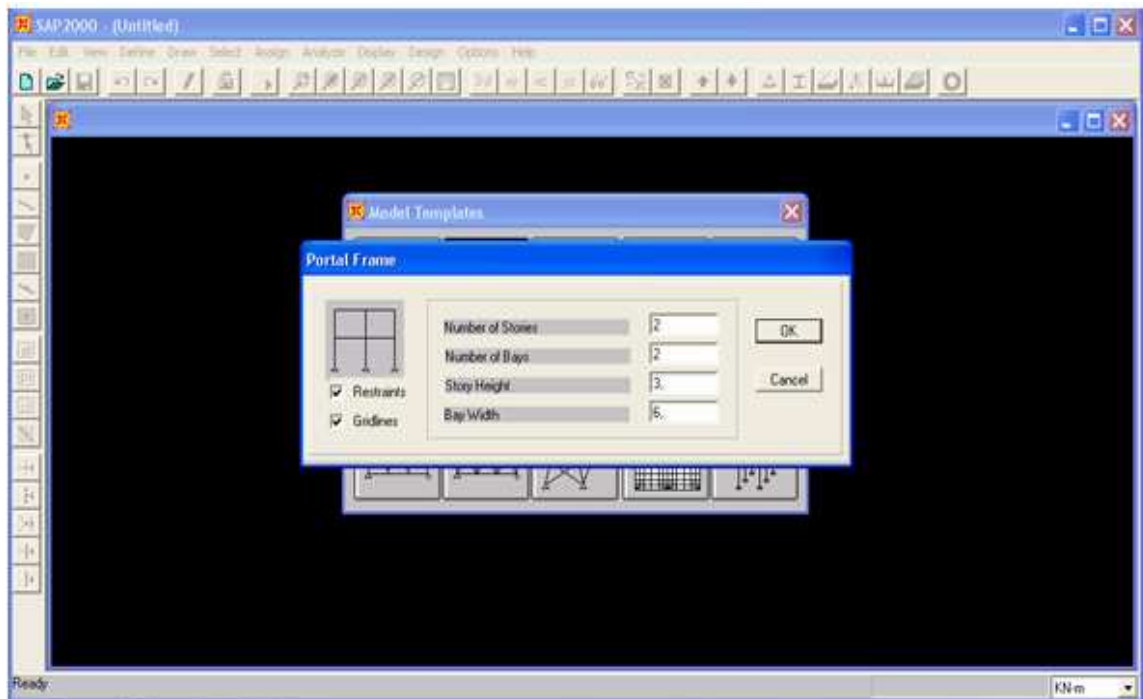
$$\begin{aligned}\sum MD \cong 0 \therefore (-15 * 2,5) + MD \cong 0 \\ MD \cong 37,5 \text{KN} \cdot m\end{aligned}$$

Como este ejemplo, se calcularon todas las reacciones de las diferentes configuraciones de los edificios empleados para realizar la tesis.

**Método del Programa Sistematizado SAP 2000.** Se analizaron y calcularon las reacciones de los pórticos de 1, 2 y 3 vanos con 3, 4, 5, y 6 pisos respectivamente, empleando el software SAP2000, utilizado para el análisis estructural. Con este programa, se calcularon las reacciones y momentos de los diferentes pórticos de una manera más exacta y rápida, ya que este programa trabaja internamente con el método matricial.

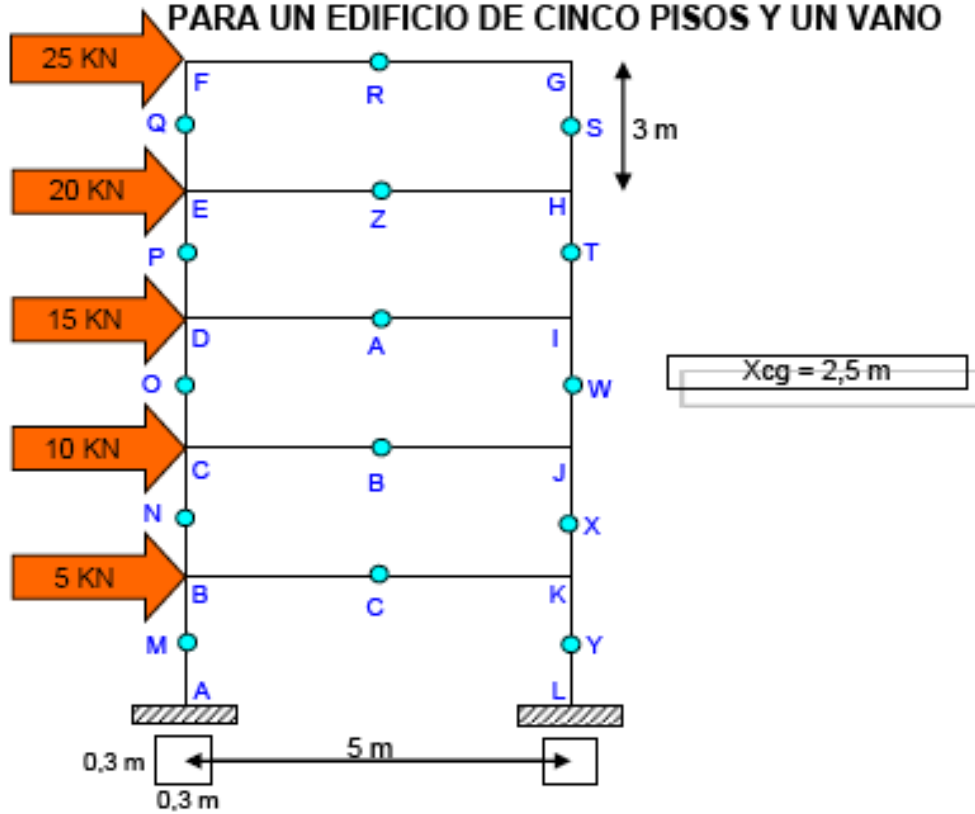
Lo primero que se debe tener en cuenta es colocar las unidades en que se trabajó, es decir, en KN-m. Se prosigue a entrar a file, new model from template, y aquí se escoge la estructura que se desea analizar, es decir, los pórticos. Allí aparece una ventana portal frame, la cual pide el número de pisos, número de vanos, altura del piso, y la separación de vanos en los pórtico.

**Figura 5. Software SAP 2000**

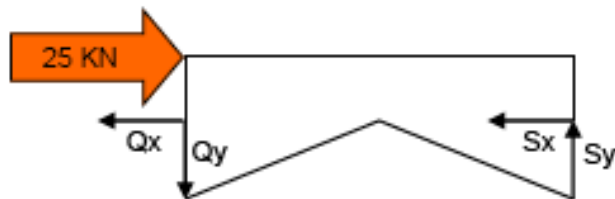


Fuente. Imagen del Software SAP 2000

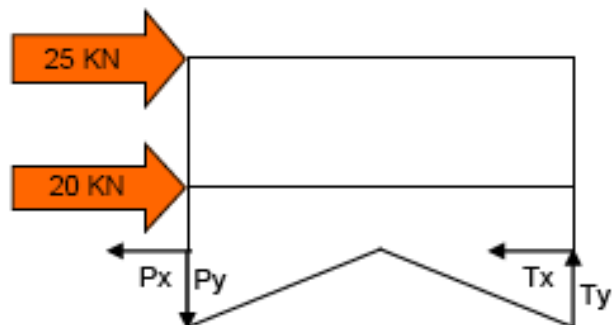
**5.1.3 Cálculo de las reacciones utilizando el método del voladizo  
PARA UN EDIFICIO DE CINCO PISOS Y UN VANO**



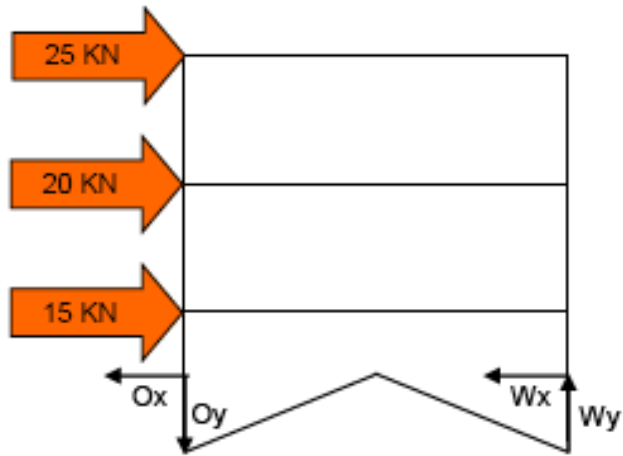
$X_{cg} = 2,5 \text{ m}$



Realizando  $\sum M_c = 0$ , se obtiene  
 $Q_y = S_y = 7,5 \text{ kN}$

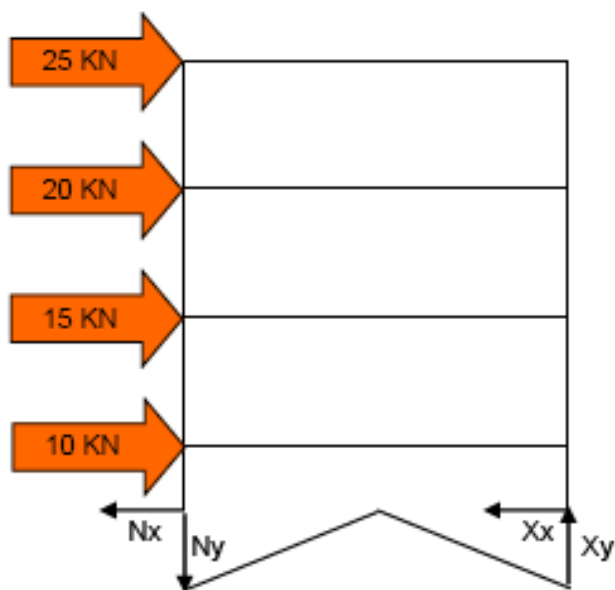


Realizando  $\sum M_c = 0$ , se obtiene  
 $P_y = T_y = 28,5 \text{ kN}$



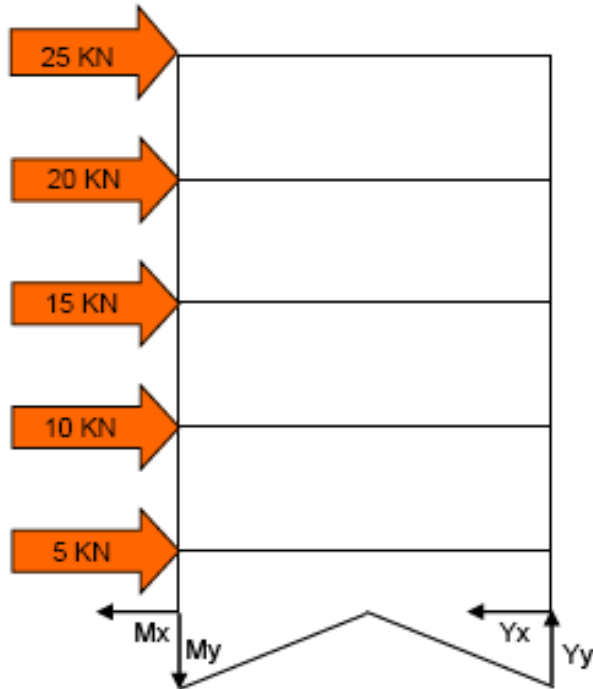
Realizando  $\sum M_c = 0$ , se obtiene

$$O_y = W_y = 60 \text{ KN}$$



Realizando  $\sum M_c = 0$ , se obtiene

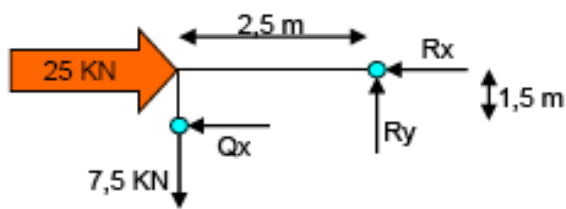
$$N_y = X_y = 99 \text{ KN}$$



Realizando  $\sum M_c = 0$ , se obtiene

$M_y = Y_y = 142,5 \text{ KN}$

TRAMO QFR



Realizando  $\sum M_R = 0$ , se obtiene

$Q_x = 12,5 \text{ KN}$

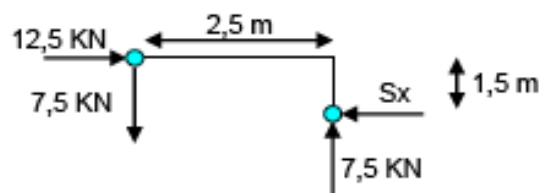
Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene

$R_x = 12,5 \text{ KN}$

Realizando  $\sum F_y = 0$ , se obtiene

$R_y = 7,5 \text{ KN}$

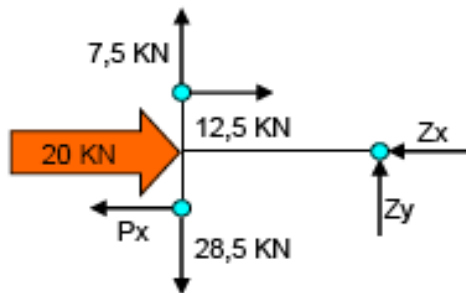
TRAMO SGR



Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene

$S_x = 12,5 \text{ KN}$

TRAMO QZP

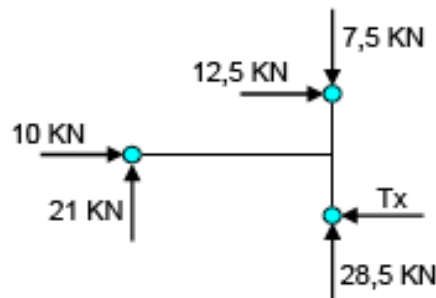


Realizando  $\sum Mz = 0$ , se obtiene  
 $Px = 22,5 \text{ kN}$  +

Realizando  $\sum Fx = 0$ , se obtiene  
 $Zx = 10 \text{ kN}$

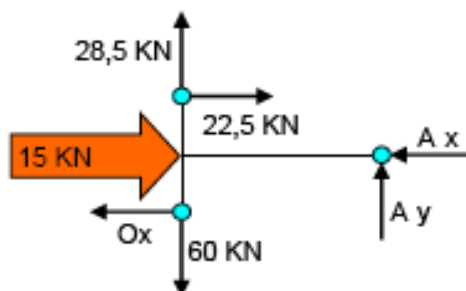
Realizando  $\sum Fy = 0$ , se obtiene  
 $Zy = 21 \text{ kN}$

TRAMO SZT



Realizando  $\sum Fx = 0$ , se obtiene  
 $Tx = 22,5 \text{ kN}$

TRAMO PA'O

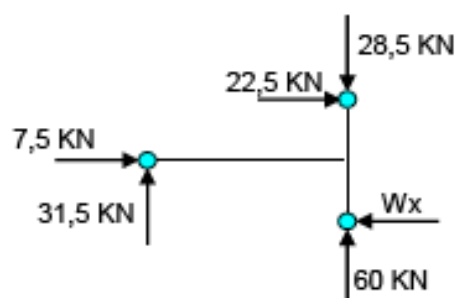


Realizando  $\sum MA' = 0$ , se obtiene  
 $Ox = 30 \text{ kN}$  +

Realizando  $\sum Fx = 0$ , se obtiene  
 $A'x = 7,5 \text{ kN}$

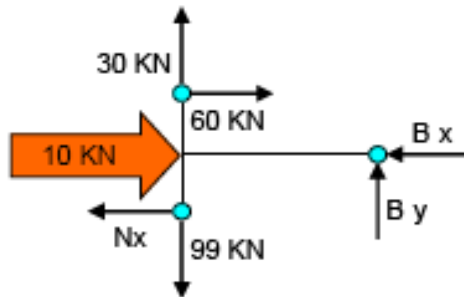
Realizando  $\sum Fy = 0$ , se obtiene  
 $A'y = 31,5 \text{ kN}$

TRAMO TA'W



Realizando  $\sum Fx = 0$ , se obtiene  
 $Tx = 30 \text{ kN}$

TRAMO OB'N

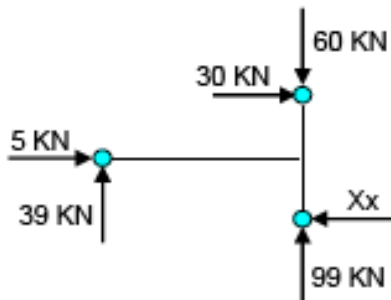


Realizando  $\sum MB' = 0$ , se obtiene  
 $N_x = 35 \text{ KN}$  +

Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $B'_x = 5 \text{ KN}$

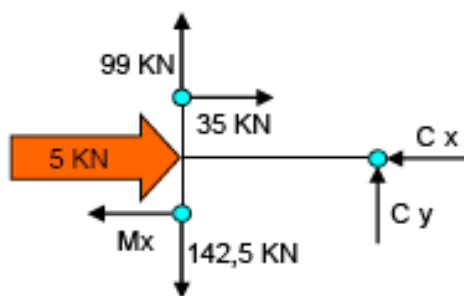
Realizando  $\sum F_y = 0$ , se obtiene  
 $B'_y = 39 \text{ KN}$

TRAMO WB'X



Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $X_x = 30 \text{ KN}$

TRAMO NC'M

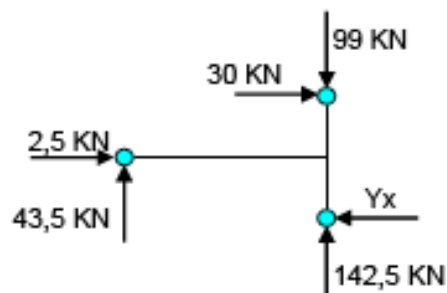


Realizando  $\sum MC' = 0$ , se obtiene  
 $M_x = 37,5 \text{ KN}$  +

Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $C'_x = 2,5 \text{ KN}$

Realizando  $\sum F_y = 0$ , se obtiene  
 $C'_y = 43,5 \text{ KN}$

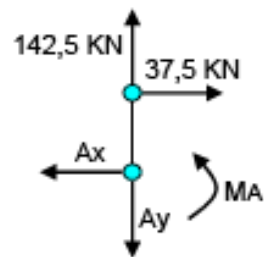
TRAMO XC'Y



Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $Y_x = 37,5 \text{ KN}$



TRAMO MA



Realizando  $\sum MM = 0$ , se obtiene  
 $MA = 56,25 \text{ KN}^*\text{m}$  +

Realizando  $\sum Fx = 0$ , se obtiene  
 $Ax = 37,5 \text{ KN}$

Realizando  $\sum Fy = 0$ , se obtiene  
 $Ay = 142,5 \text{ KN}$






TRAMO YL



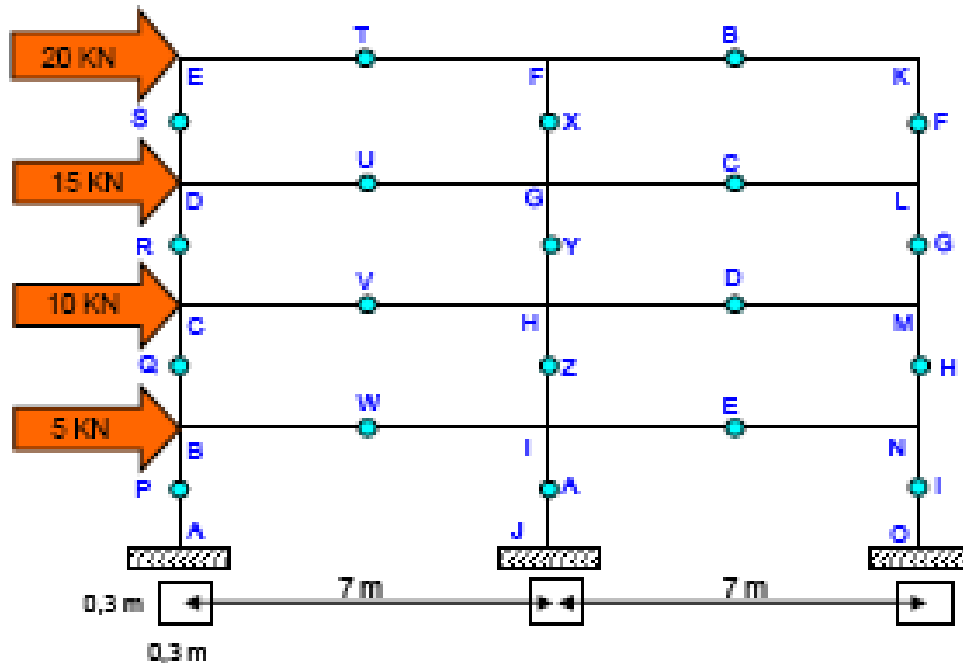
Realizando  $\sum MY = 0$ , se obtiene  
 $ML = 56,25 \text{ KN}^*\text{m}$  +

Realizando  $\sum Fx = 0$ , se obtiene  
 $Lx = 37,5 \text{ KN}$

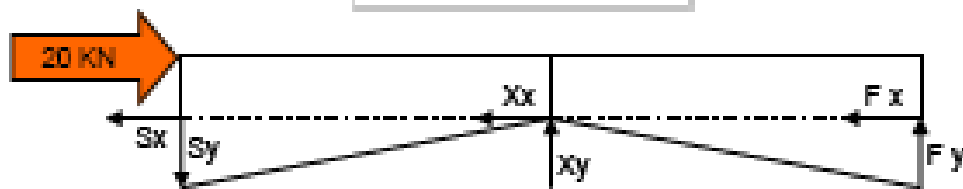
Realizando  $\sum Fy = 0$ , se obtiene  
 $Ly = 142,5 \text{ KN}$

RESUMEN					
APOYO	REACCIÓN	VALOR	UNIDAD	SENTIDO REACCION	DIBUJO
<b>A</b>	Ax	37,5	KN	El sentido es negativo	
	Ay	142,5	KN	El sentido es negativo	
	MA	56,25	KN*m	Regla de la mano derecha	
<b>L</b>	Lx	37,5	KN	El sentido es negativo	
	Ly	142,5	KN	El sentido es positivo	
	ML	56,25	KN*m	Regla de la mano derecha	

PARA UN EDIFICIO DE CUATRO PISOS Y DE DOS VANOS

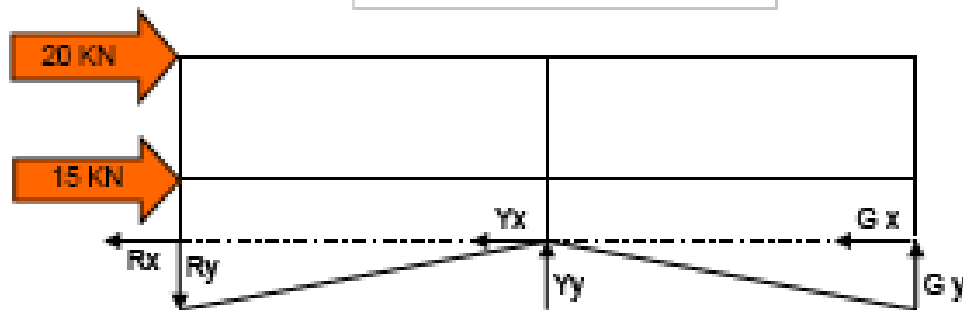


$$X_{cg} = 7 \text{ m}$$



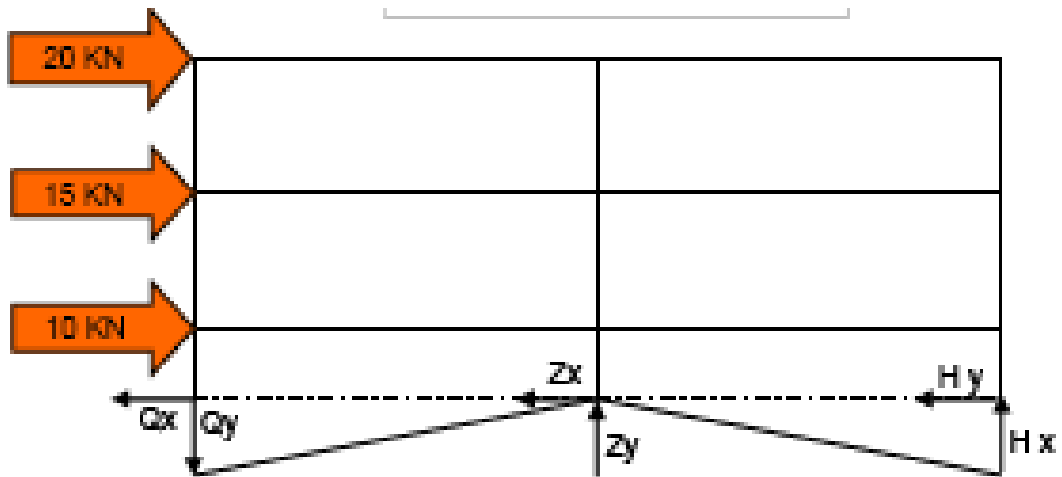
Realizando  $\sum M_c = 0$ , se obtiene

$$S_y - F_y = 2,14 \text{ KN} \quad X_y = 0$$

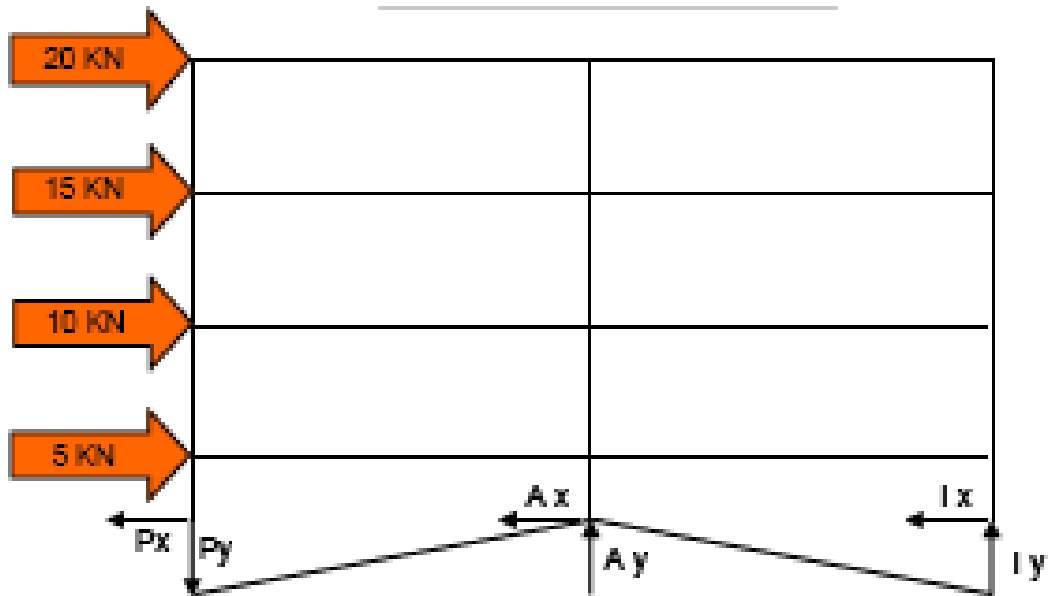


Realizando  $\sum M_c = 0$ , se obtiene

$$R_y - G_y = 8,04 \text{ KN} \quad Y_y = 0$$

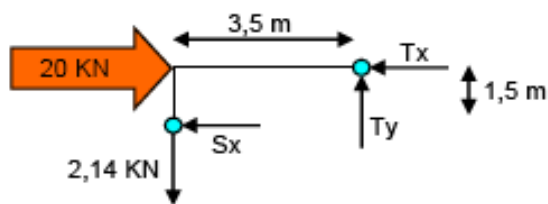


Realizando  $\sum M_c = 0$ , se obtiene  
 $Q_y - H'y = 16,61 \text{ KN}$      $Z_y = 0$



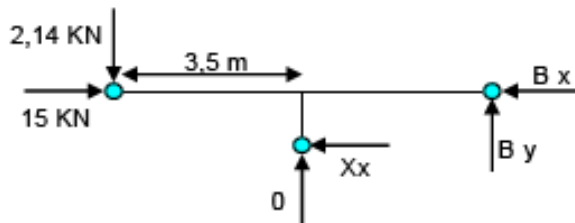
Realizando  $\sum M_c = 0$ , se obtiene  
 $P_y - I'y = 26,8 \text{ KN}$      $A'y = 0$

TRAMO SET



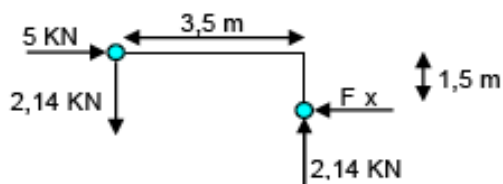
- + Realizando  $\sum M_T = 0$ , se obtiene  $S_x = 5 \text{ kN}$
- Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  $T_x = 15 \text{ kN}$
- Realizando  $\sum F_y = 0$ , se obtiene  $T_y = 2,14 \text{ kN}$

TRAMO TXB'



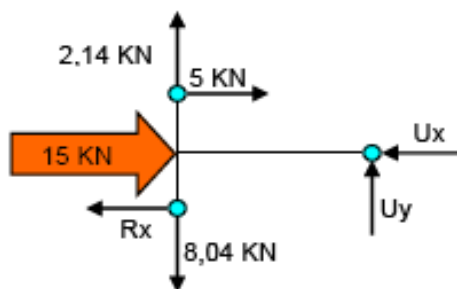
- Realizando  $\sum M_{B'} = 0$ , se obtiene  $X_x = 10 \text{ kN}$
- Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  $B'_x = 5 \text{ kN}$
- Realizando  $\sum F_y = 0$ , se obtiene  $B'_y = 2,14 \text{ kN}$

TRAMO B'KF'



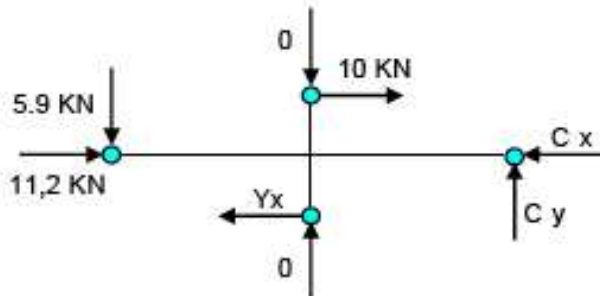
- Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  $F'_x = 5 \text{ kN}$

TRAMO SUR



- Realizando  $\sum M_U = 0$ , se obtiene  $R_x = 8,8 \text{ kN}$
- Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  $U_x = 11,2 \text{ kN}$
- Realizando  $\sum F_y = 0$ , se obtiene  $U_y = 5,9 \text{ kN}$

TRAMO XUYC'

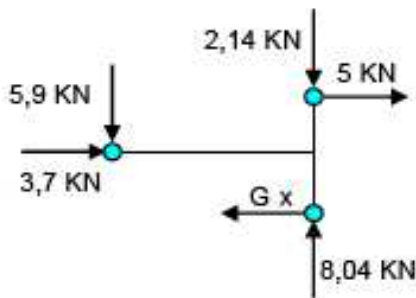


Realizando  $\sum MC' = 0$ , se obtiene  
 $Y_x = 17,5 \text{ kN}$

Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $C'_x = 3,7 \text{ kN}$

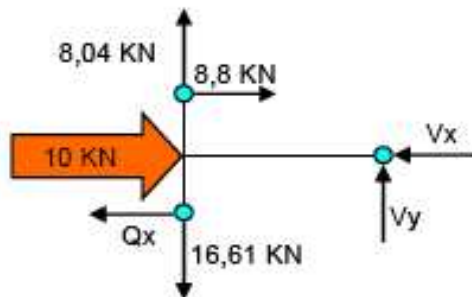
Realizando  $\sum F_y = 0$ , se obtiene  
 $C'_y = 5,9 \text{ kN}$

TRAMO F'C'G'



Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $G'_x = 8,7 \text{ kN}$

TRAMO RVQ

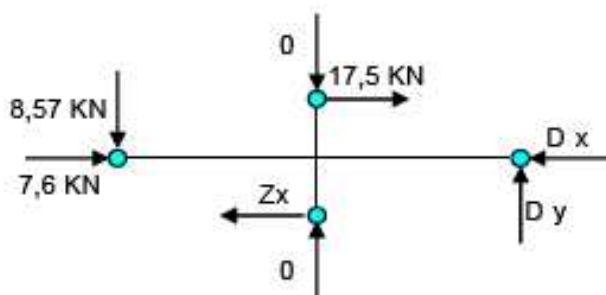


Realizando  $\sum MV = 0$ , se obtiene  
 $Q_x = 11,2 \text{ kN}$

Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $V_x = 7,6 \text{ kN}$

Realizando  $\sum F_y = 0$ , se obtiene  
 $V_y = 8,57 \text{ kN}$

TRAMO YVZD'

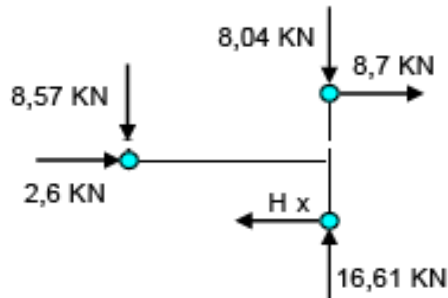


Realizando  $\sum MD' = 0$ , se obtiene  
 $Z_x = 22,5 \text{ kN}$

Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $D'_x = 2,6 \text{ kN}$

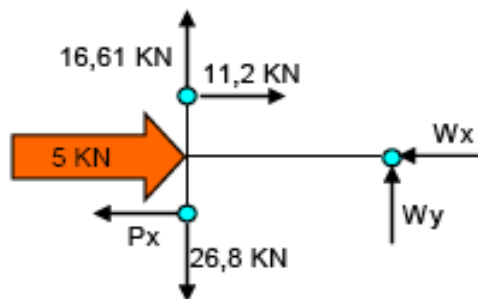
Realizando  $\sum F_y = 0$ , se obtiene  
 $D'_y = 8,57 \text{ kN}$

TRAMO G'D'H'



Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $H'_x = 11,3 \text{ KN}$

TRAMO QWP

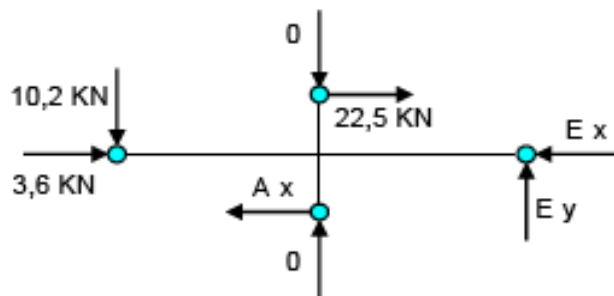


Realizando  $\sum M_W = 0$ , se obtiene  
 $P_x = 12,6 \text{ KN}$

Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $W_x = 3,6 \text{ KN}$

Realizando  $\sum F_y = 0$ , se obtiene  
 $W_y = 10,2 \text{ KN}$

TRAMO ZWA'E'

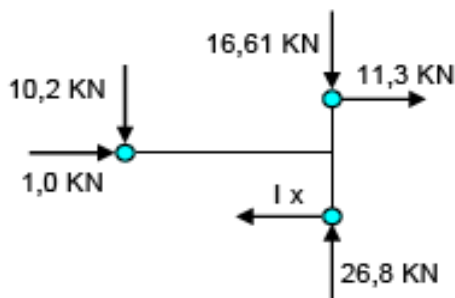


Realizando  $\sum M_{E'} = 0$ , se obtiene  
 $A'_x = 25,1 \text{ KN}$

Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $E'_x = 1,0 \text{ KN}$

Realizando  $\sum F_y = 0$ , se obtiene  
 $E'_y = 10,2 \text{ KN}$

TRAMO H'E'I'



Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $I'_x = 12,3 \text{ KN}$

TRAMO PA



Realizando  $\sum M_P = 0$ , se obtiene  
 $MA = 18,9 \text{ KN}\cdot\text{m}$

Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $Ax = 12,6 \text{ KN}$

Realizando  $\sum F_y = 0$ , se obtiene  
 $Ay = 26,8 \text{ KN}$

TRAMO A'J

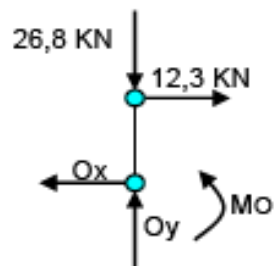


Realizando  $\sum M_{A'} = 0$ , se obtiene  
 $MJ = 37,65 \text{ KN}\cdot\text{m}$

Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $Jx = 25,1 \text{ KN}$

Realizando  $\sum F_y = 0$ , se obtiene  
 $Jy = 0 \text{ KN}$

TRAMO I'O











Realizando  $\sum M_{I'} = 0$ , se obtiene  
 $MO = 18,45 \text{ KN}\cdot\text{m}$

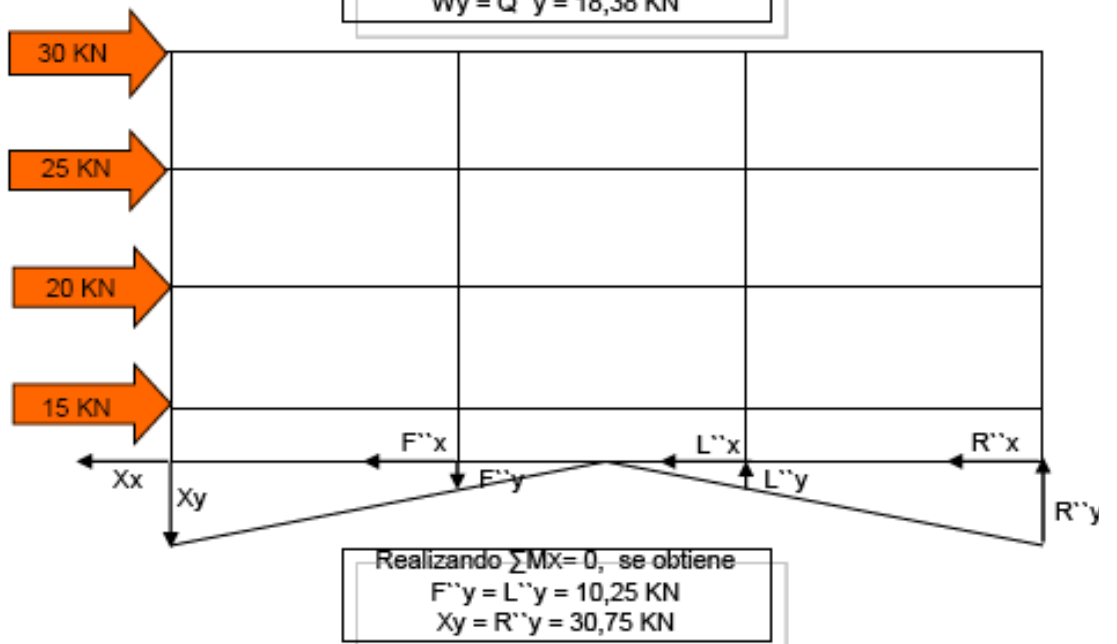
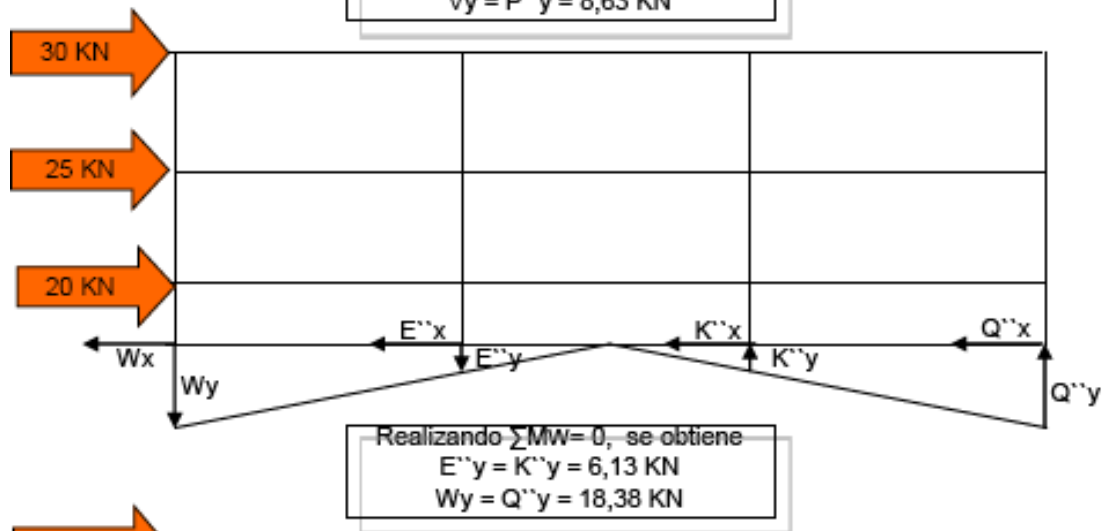
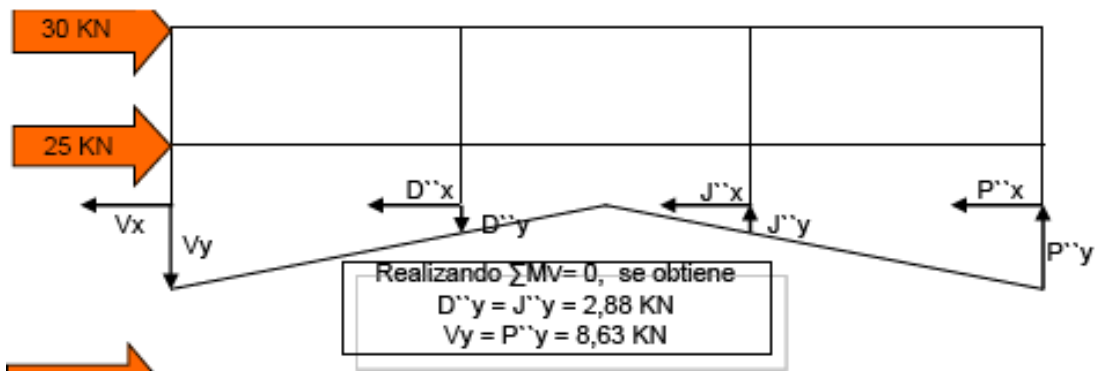
Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $Ox = 12,3 \text{ KN}$

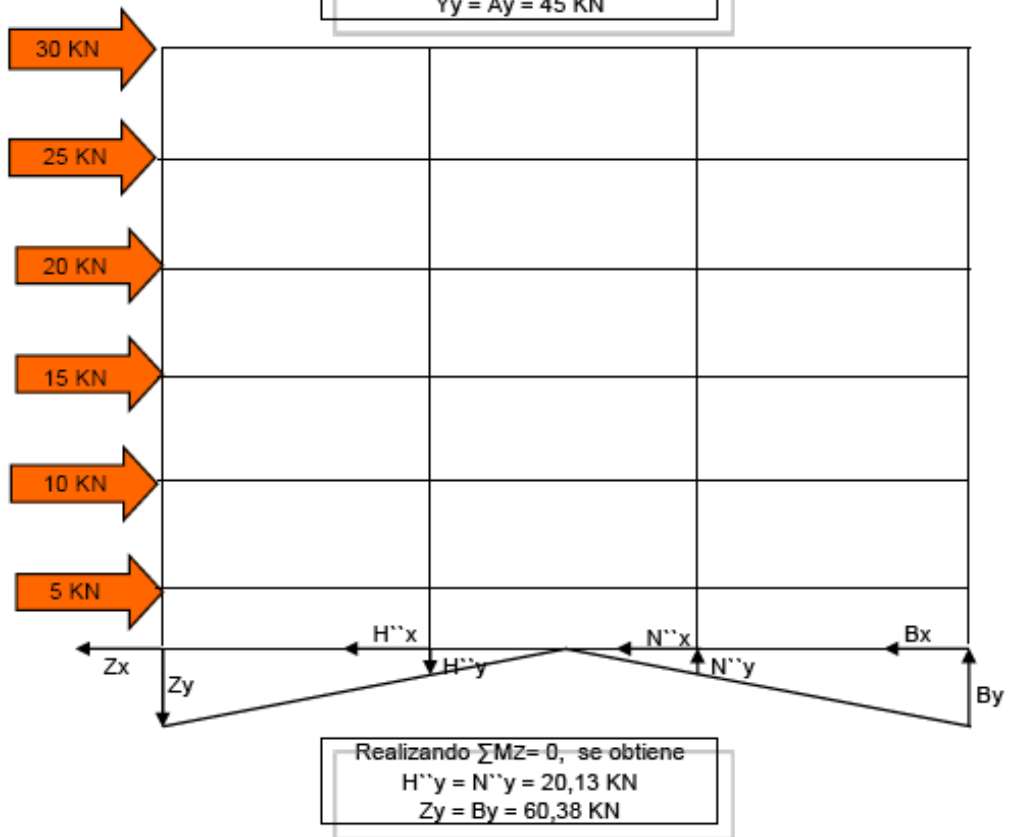
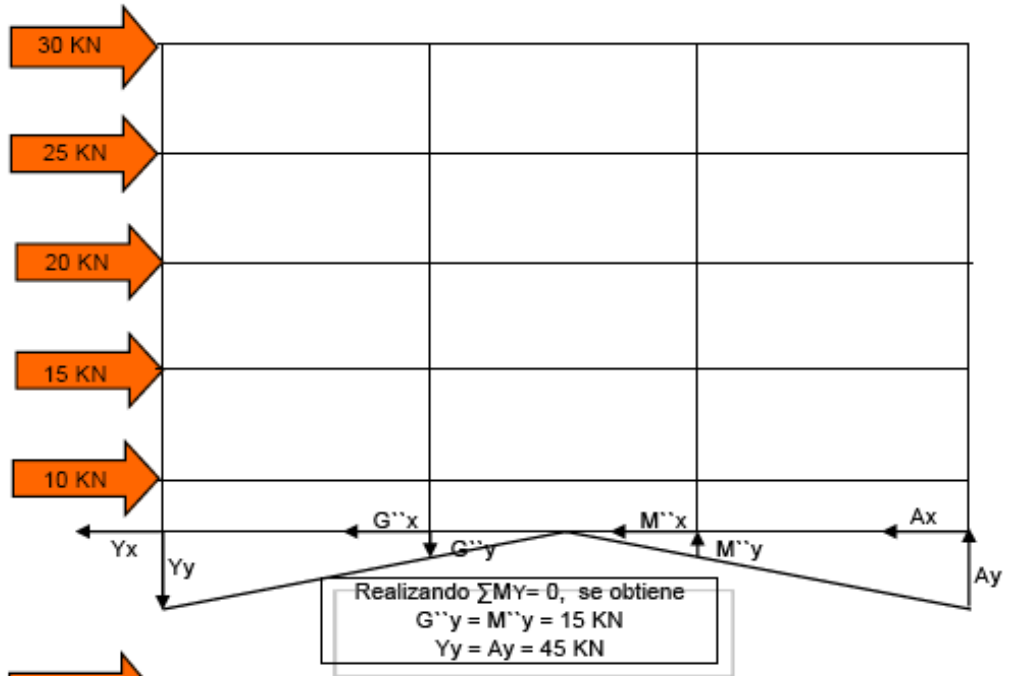
Realizando  $\sum F_y = 0$ , se obtiene  
 $Oy = 26,8 \text{ KN}$



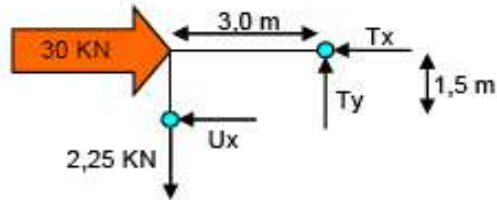
RESUMEN					
APOYO	REACCIÓN	VALOR	UNIDAD	SENTIDO REACCION	DIBUJO
<b>A</b>	Ax	12,6	KN	El sentido es negativo	
	Ay	26,8	KN	El sentido es negativo	
	MA	18,9	KN*m	Regla de la mano derecha	
<b>J</b>	Jx	25,1	KN	El sentido es negativo	
	Jy	0	KN		
	MJ	37,65	KN*m	Regla de la mano derecha	
<b>O</b>	Ox	12,3	KN	El sentido es negativo	
	Oy	26,8	KN	El sentido es positivo	
	MO	18,45	KN*m	Regla de la mano derecha	







TRAMO UG'T

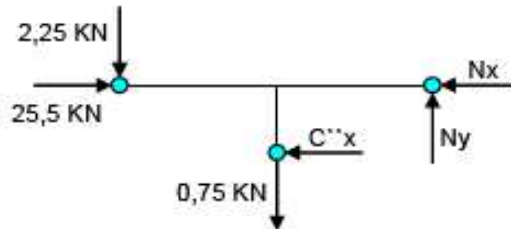


Realizando  $\sum M_T = 0$ , se obtiene  
 $U_x = 4,5 \text{ KN}$

Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $T_x = 25,5 \text{ KN}$

Realizando  $\sum F_y = 0$ , se obtiene  
 $T_y = 2,25 \text{ KN}$

TRAMO TC''N

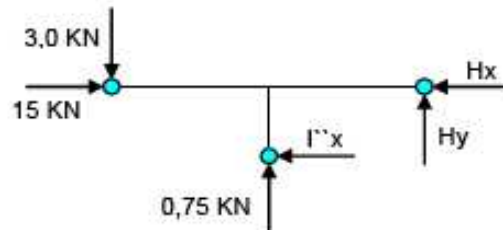


Realizando  $\sum M_N = 0$ , se obtiene  
 $C''_x = 10,5 \text{ KN}$

Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $N_x = 15 \text{ KN}$

Realizando  $\sum F_y = 0$ , se obtiene  
 $N_y = 3,0 \text{ KN}$

TRAMO NI''H

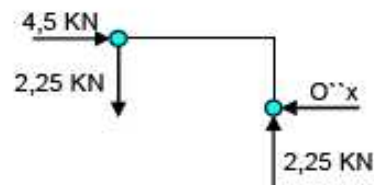


Realizando  $\sum M_H = 0$ , se obtiene  
 $I''_x = 10,5 \text{ KN}$

Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $H_x = 4,5 \text{ KN}$

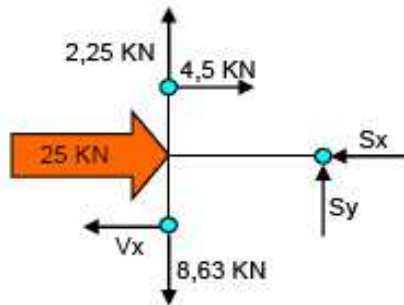
Realizando  $\sum F_y = 0$ , se obtiene  
 $H_y = 2,25 \text{ KN}$

TRAMO O''A''H



Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $O''_x = 4,5 \text{ KN}$

TRAMO USV

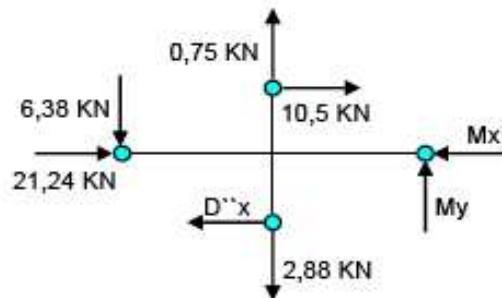


Realizando  $\sum M_S = 0$ , se obtiene  
 $V_x = 8,26 \text{ KN}$

Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $S_x = 21,24 \text{ KN}$

Realizando  $\sum F_y = 0$ , se obtiene  
 $S_y = 6,38 \text{ KN}$

TRAMO C''SD''M

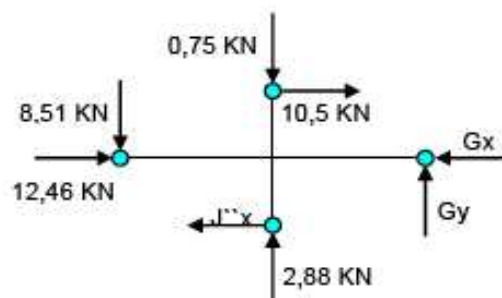


Realizando  $\sum M_M = 0$ , se obtiene  
 $D''x = 19,28 \text{ KN}$

Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $M_x = 12,46 \text{ KN}$

Realizando  $\sum F_y = 0$ , se obtiene  
 $My = 8,51 \text{ KN}$

TRAMO I''MJ''G

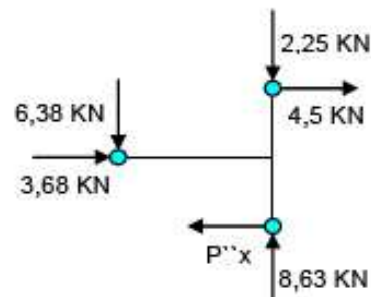


Realizando  $\sum M_G = 0$ , se obtiene  
 $J''x = 19,28 \text{ KN}$

Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $G_x = 3,68 \text{ KN}$

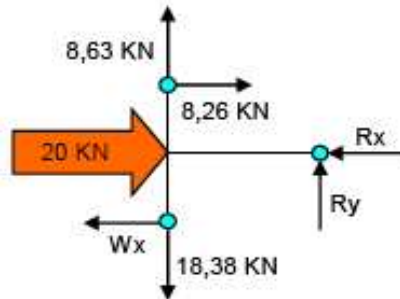
Realizando  $\sum F_y = 0$ , se obtiene  
 $G_y = 6,38 \text{ KN}$

TRAMO O''GP''



Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $P''x = 8,18 \text{ KN}$

TRAMO VRW

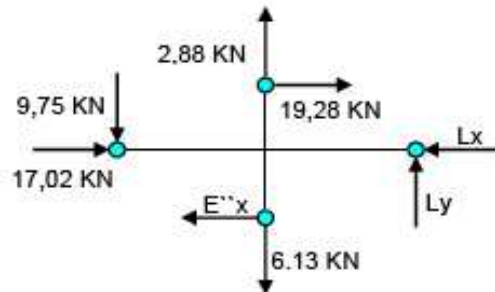


Realizando  $\sum MF = 0$ , se obtiene  
 $W_x = 11,24 \text{ KN}$

Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $R_x = 17,02 \text{ KN}$

Realizando  $\sum F_y = 0$ , se obtiene  
 $R_y = 9,75 \text{ KN}$

TRAMO D''RE''L

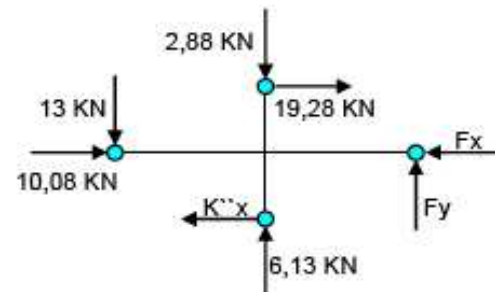


Realizando  $\sum ML = 0$ , se obtiene  
 $E''_x = 26,22 \text{ KN}$

Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $L_x = 10,08 \text{ KN}$

Realizando  $\sum F_y = 0$ , se obtiene  
 $L_y = 13 \text{ KN}$

TRAMO J''LK''F

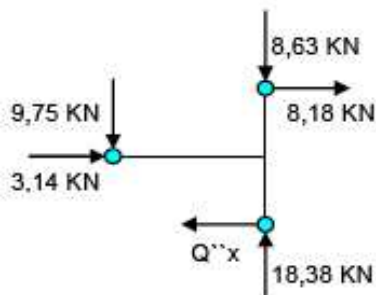


Realizando  $\sum MF = 0$ , se obtiene  
 $K''_x = 26,22 \text{ KN}$

Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $F_x = 3,14 \text{ KN}$

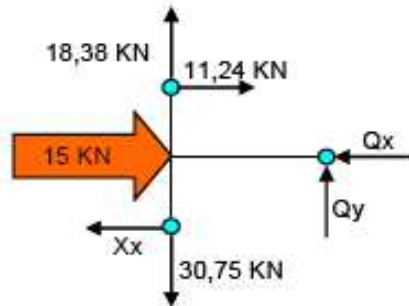
Realizando  $\sum F_y = 0$ , se obtiene  
 $F_y = 9,75 \text{ KN}$

TRAMO P''FQ''



Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $Q''_x = 11,32 \text{ KN}$

TRAMO WQX

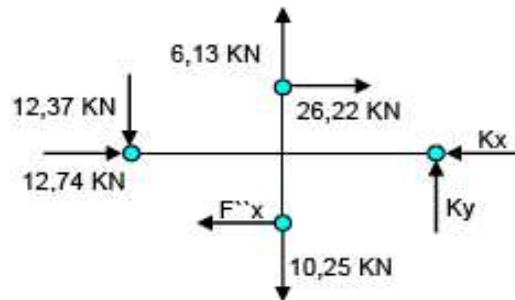


Realizando  $\sum MQ = 0$ , se obtiene  
 $Xx = 13,5 \text{ kN}$

Realizando  $\sum Fx = 0$ , se obtiene  
 $Qx = 12,74 \text{ kN}$

Realizando  $\sum Fy = 0$ , se obtiene  
 $Qy = 12,37 \text{ kN}$

TRAMO E''QF''K

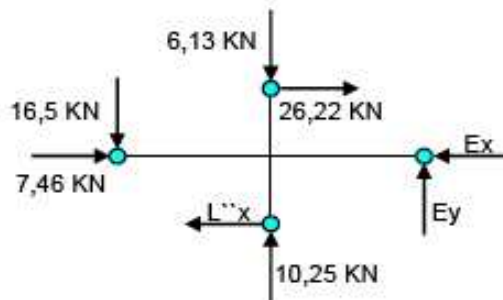


Realizando  $\sum MK = 0$ , se obtiene  
 $F''x = 31,5 \text{ kN}$

Realizando  $\sum Fx = 0$ , se obtiene  
 $Kx = 7,46 \text{ kN}$

Realizando  $\sum Fy = 0$ , se obtiene  
 $Ky = 16,49 \text{ kN}$

TRAMO K''KL''E

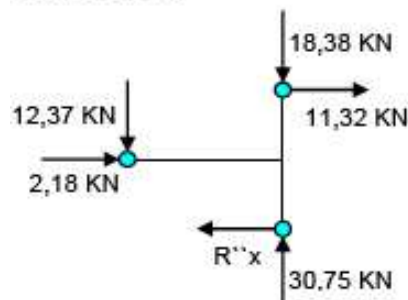


Realizando  $\sum ME = 0$ , se obtiene  
 $L''x = 31,5 \text{ kN}$

Realizando  $\sum Fx = 0$ , se obtiene  
 $Ex = 2,18 \text{ kN}$

Realizando  $\sum Fy = 0$ , se obtiene  
 $Ey = 12,37 \text{ kN}$

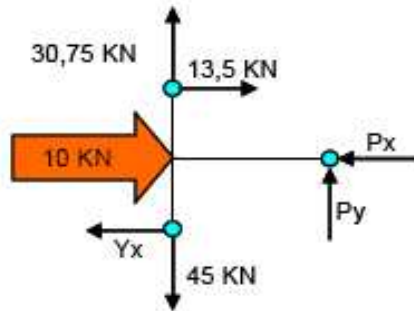
TRAMO Q''ER''



Realizando  $\sum Fx = 0$ , se obtiene  
 $R''x = 13,5 \text{ kN}$



TRAMO XPY

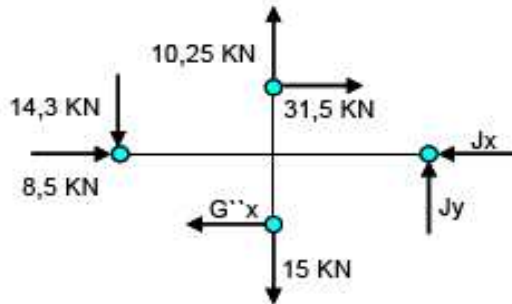


Realizando  $\sum MP = 0$ , se obtiene  
 $Y_x = 15 \text{ KN}$

Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $P_x = 8,5 \text{ KN}$

Realizando  $\sum F_y = 0$ , se obtiene  
 $P_y = 14,3 \text{ KN}$

TRAMO F''PG''J

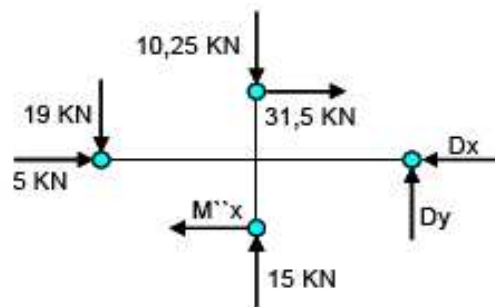


Realizando  $\sum MJ = 0$ , se obtiene  
 $G''x = 35 \text{ KN}$

Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $J_x = 5 \text{ KN}$

Realizando  $\sum F_y = 0$ , se obtiene  
 $J_y = 19 \text{ KN}$

TRAMO L''JM''D

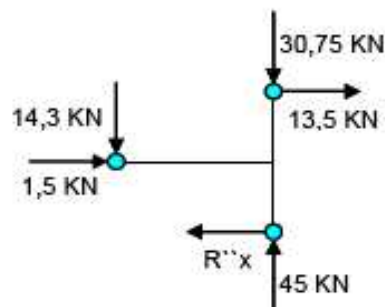


Realizando  $\sum MD = 0$ , se obtiene  
 $M''x = 35 \text{ KN}$

Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $D_x = 1,5 \text{ KN}$

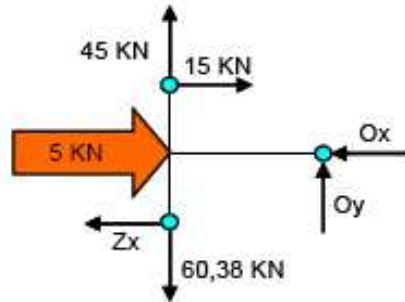
Realizando  $\sum F_y = 0$ , se obtiene  
 $D_y = 14,25 \text{ KN}$

TRAMO R''DA



Realizando  $\sum F_x = 0$ , se obtiene  
 $R''x = 15 \text{ KN}$

TRAMO YOZ

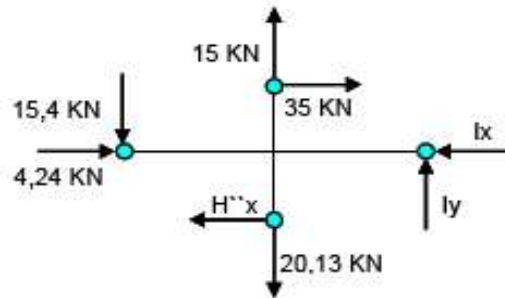


Realizando  $\sum MO = 0$ , se obtiene  
 $Zx = 15,76 \text{ KN}$

Realizando  $\sum Fx = 0$ , se obtiene  
 $Ox = 4,24 \text{ KN}$

Realizando  $\sum Fy = 0$ , se obtiene  
 $Oy = 15,38 \text{ KN}$

TRAMO G''OH''I

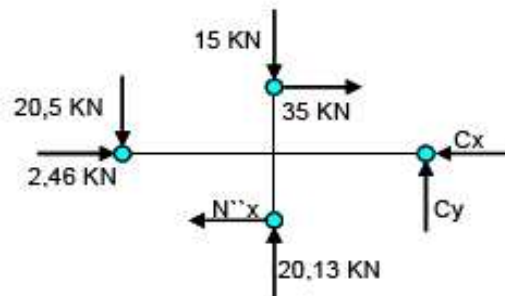


Realizando  $\sum MI = 0$ , se obtiene  
 $H''x = 36,78 \text{ KN}$

Realizando  $\sum Fx = 0$ , se obtiene  
 $Ix = 2,46 \text{ KN}$

Realizando  $\sum Fy = 0$ , se obtiene  
 $Iy = 20,51 \text{ KN}$

TRAMO M''IN''C

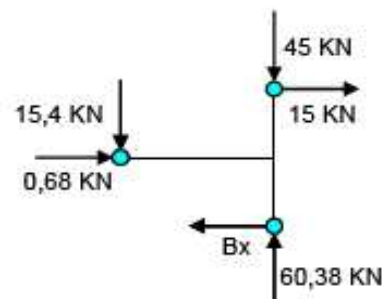


Realizando  $\sum MC = 0$ , se obtiene  
 $N''x = 36,78 \text{ KN}$

Realizando  $\sum Fx = 0$ , se obtiene  
 $Cx = 0,68 \text{ KN}$

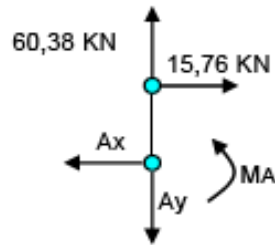
Realizando  $\sum Fy = 0$ , se obtiene  
 $Cy = 15,4 \text{ KN}$

TRAMO ACB



Realizando  $\sum Fx = 0$ , se obtiene  
 $R''x = 15,68 \text{ KN}$

TRAMO ZA

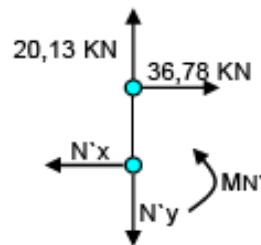


Realizando  $\sum MZ = 0$ , se obtiene  
 $MA = 23,64 \text{ KN}\cdot\text{m}$

Realizando  $\sum Fx = 0$ , se obtiene  
 $Ax = 15,76 \text{ KN}$

Realizando  $\sum Fy = 0$ , se obtiene  
 $Ay = 60,38 \text{ KN}$

TRAMO H''N'

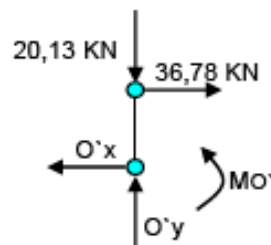


Realizando  $\sum MH'' = 0$ , se obtiene  
 $MN' = 55,17 \text{ KN}\cdot\text{m}$

Realizando  $\sum Fx = 0$ , se obtiene  
 $N'x = 36,78 \text{ KN}$

Realizando  $\sum Fy = 0$ , se obtiene  
 $N'y = 20,13 \text{ KN}$

TRAMO N''O'

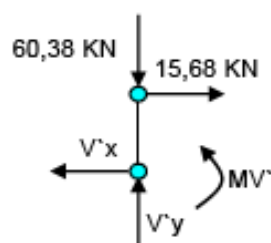


Realizando  $\sum MN'' = 0$ , se obtiene  
 $MO' = 55,17 \text{ KN}$

Realizando  $\sum Fx = 0$ , se obtiene  
 $O'x = 36,78 \text{ KN}$

Realizando  $\sum Fy = 0$ , se obtiene  
 $O'y = 20,13 \text{ KN}$

TRAMO BV'















Realizando  $\sum MB = 0$ , se obtiene  
 $MV' = 23,52 \text{ KN}$

Realizando  $\sum Fx = 0$ , se obtiene  
 $V'x = 15,68 \text{ KN}$

Realizando  $\sum Fy = 0$ , se obtiene  
 $V'y = 60,38 \text{ KN}$

## RESUMEN

APOYO	REACCIÓN	VALOR	UNIDAD	SENTIDO REACCION	DIBUJO
<b>A</b>	Ax	15,76	KN	El sentido es negativo	
	Ay	60,38	KN	El sentido es negativo	
	MA	23,64	KN*m	Regla de la mano derecha	
<b>N'</b>	N'x	36,78	KN	El sentido es negativo	
	N'y	20,13	KN	El sentido es negativo	
	MN'	55,17	KN*m	Regla de la mano derecha	
<b>O'</b>	O'x	36,78	KN	El sentido es negativo	
	O'y	20,13	KN	El sentido es positivo	
	MO'	55,17	KN*m	Regla de la mano derecha	
<b>V'</b>	V'x	15,68	KN	El sentido es negativo	
	V'y	60,38	KN	El sentido es positivo	
	MV'	23,52	KN*m	Regla de la mano derecha	

## **5.2 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS**

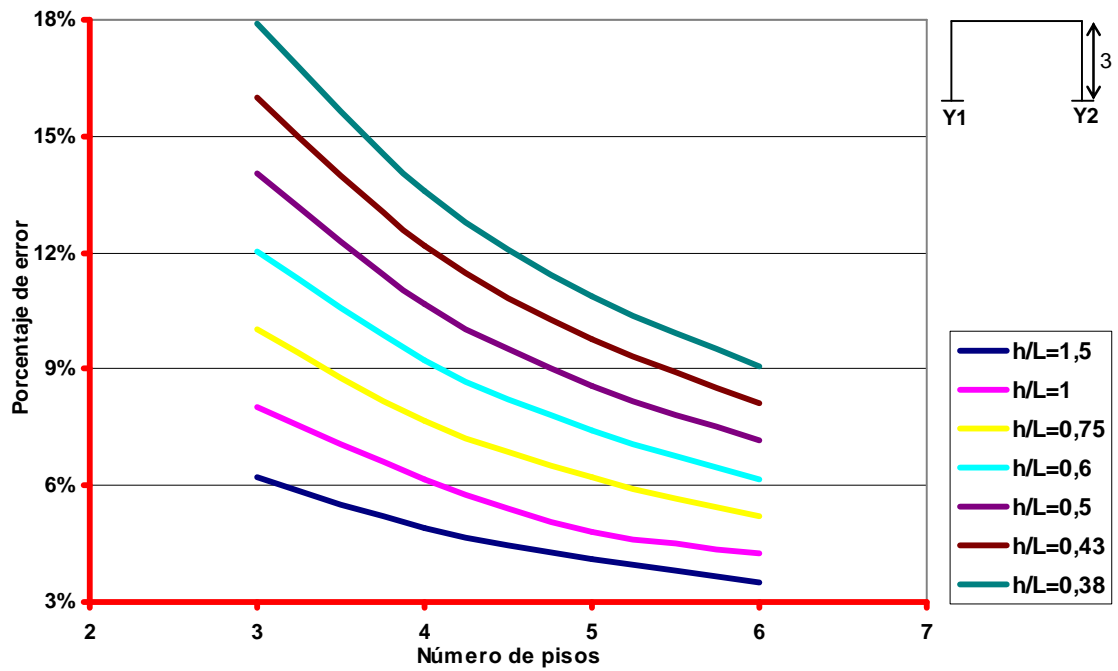
En esta etapa se analizaron y se graficaron los resultados de las 84 edificaciones calculados por ambos métodos, para finalmente poder plantear las conclusiones.

GRAFICAS DE RESULTADO

X1 PORTICO DE UN VANO

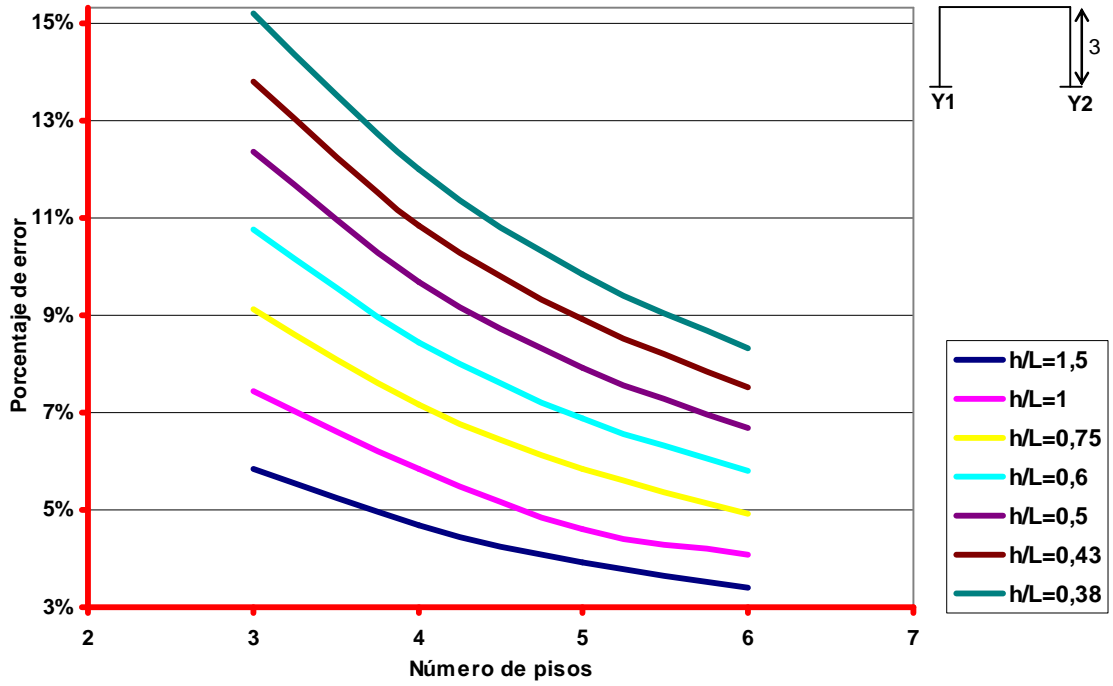


Y1 PORTICO DE UN VANO

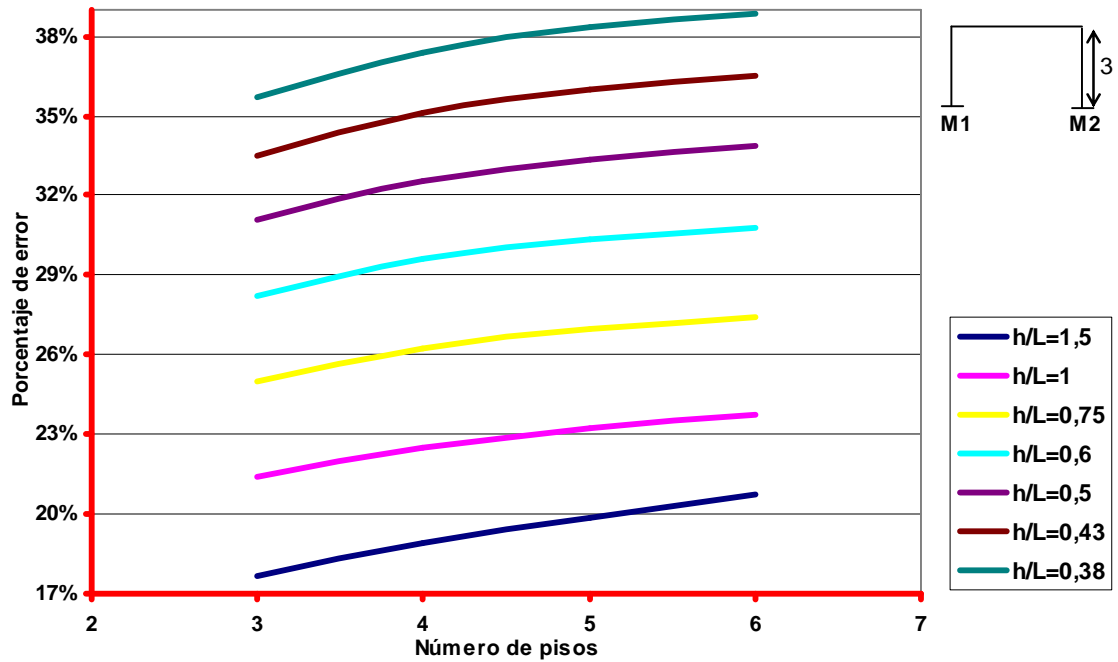




### Y2 PORTICO DE UN VANO

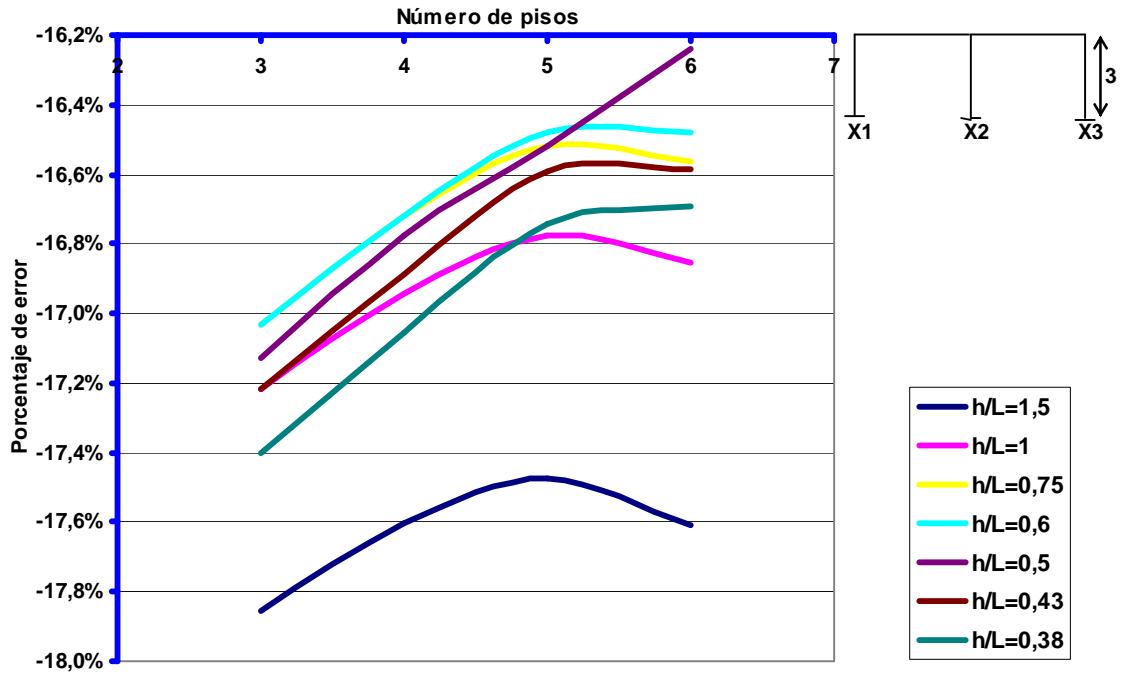


### M2 PORTICO DE UN VANO

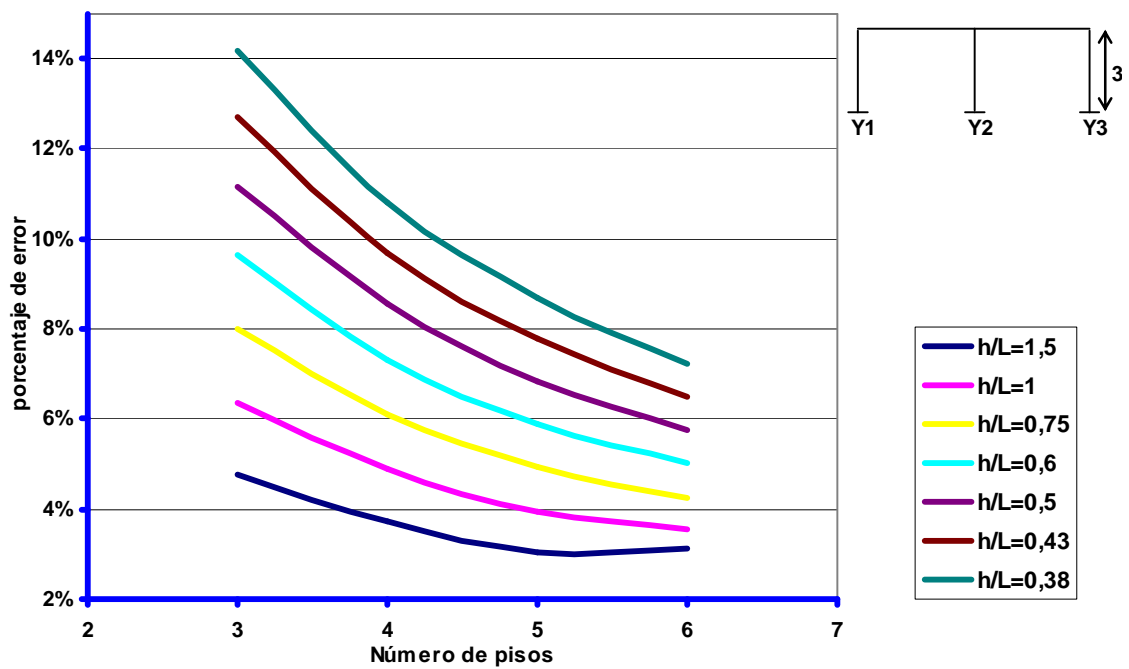




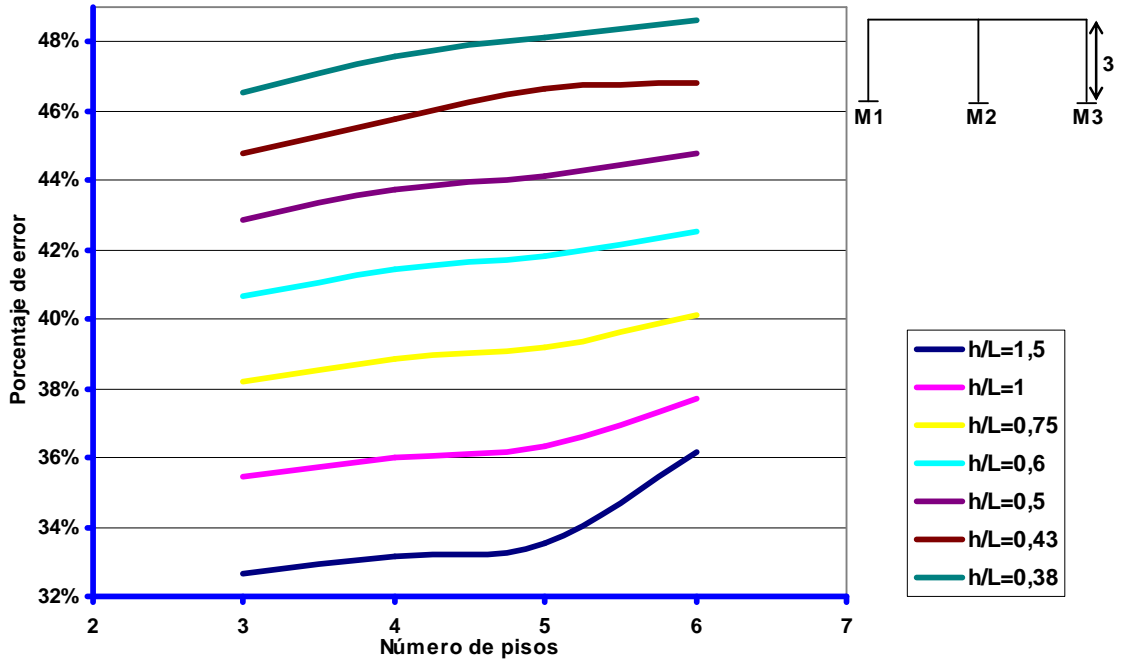
### X1 PORTICO DE DOS VANOS



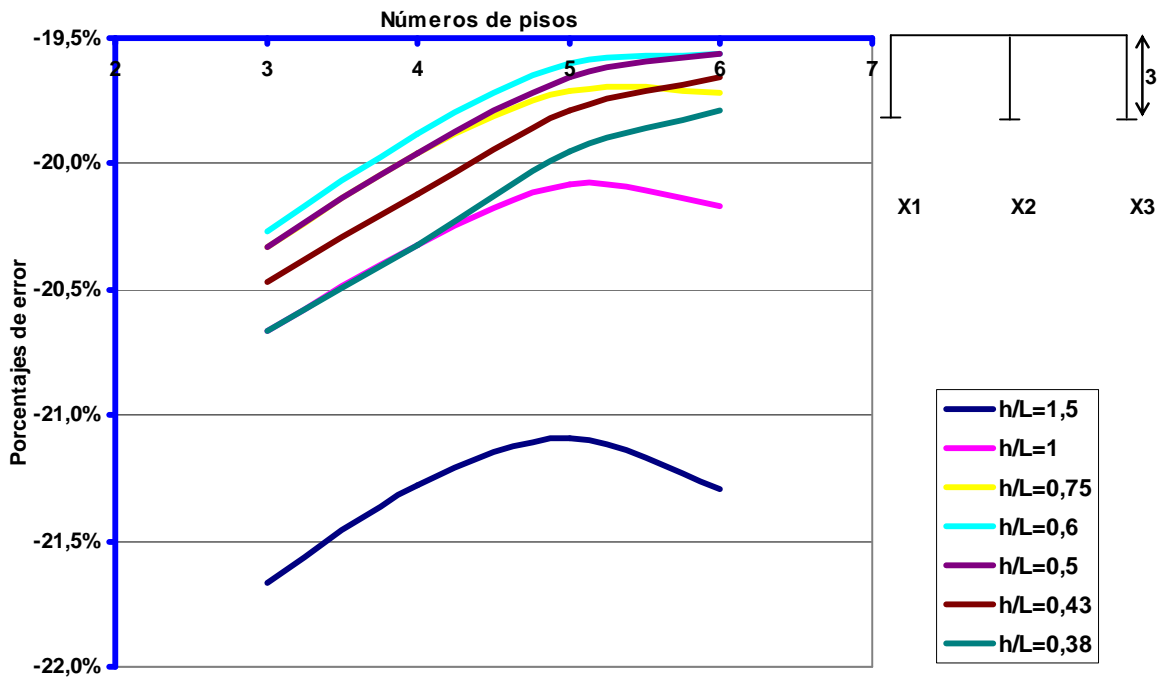
### Y1 PORTICO DE DOS VANOS



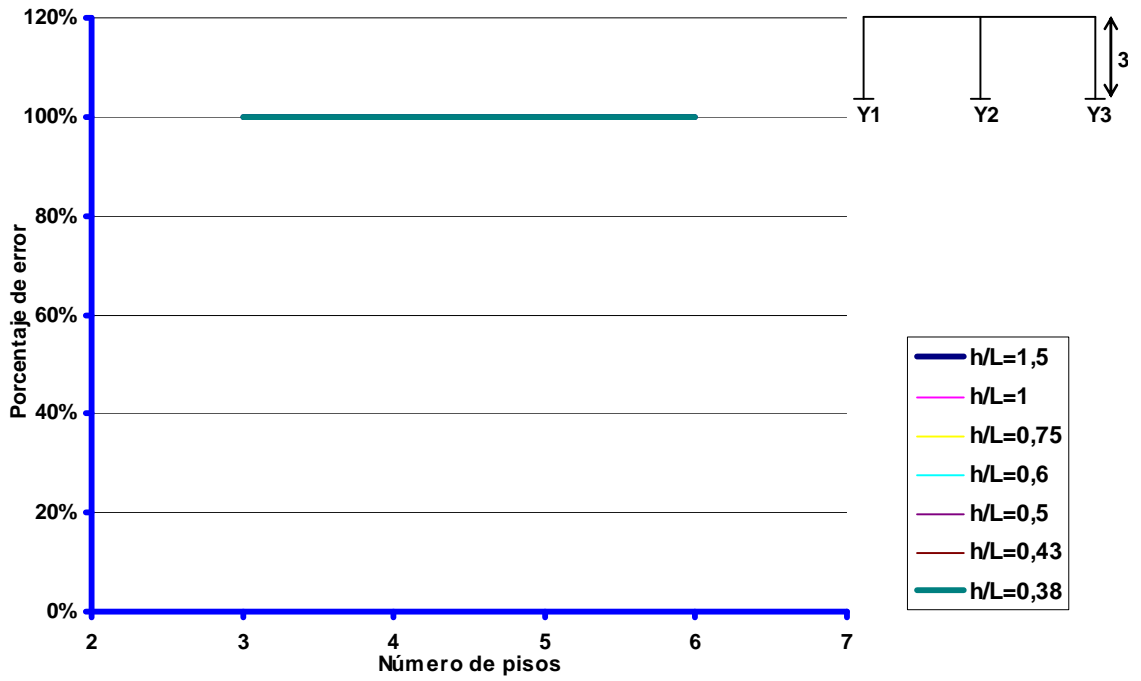
### M1 PORTICO DE DOS VANOS



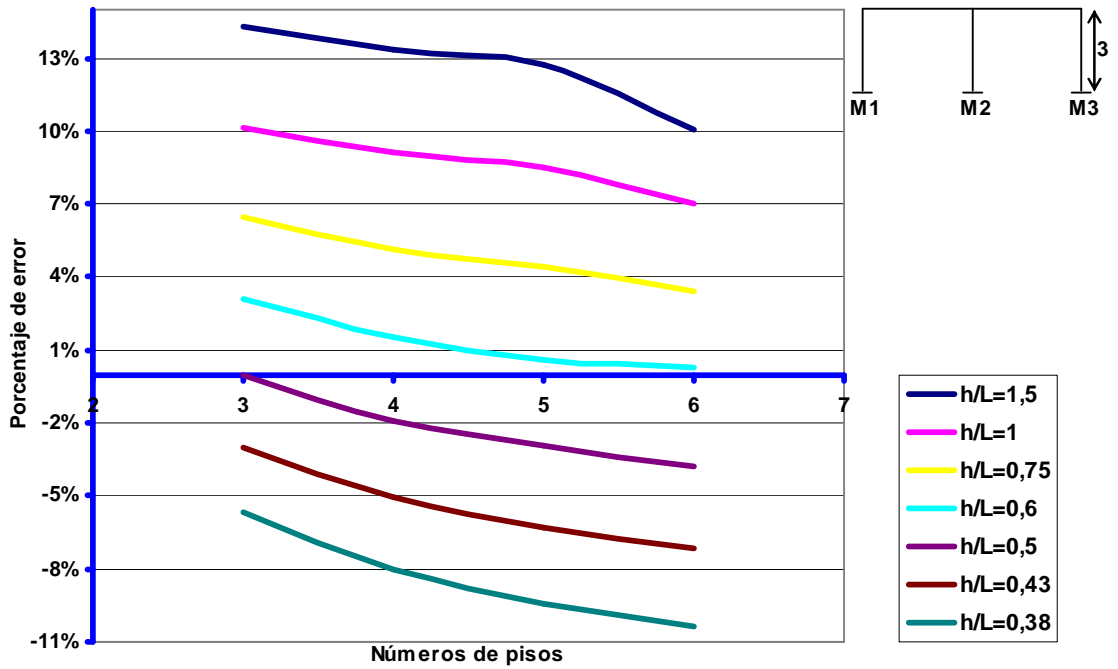
### X2 PORTICO DE DOS VANOS



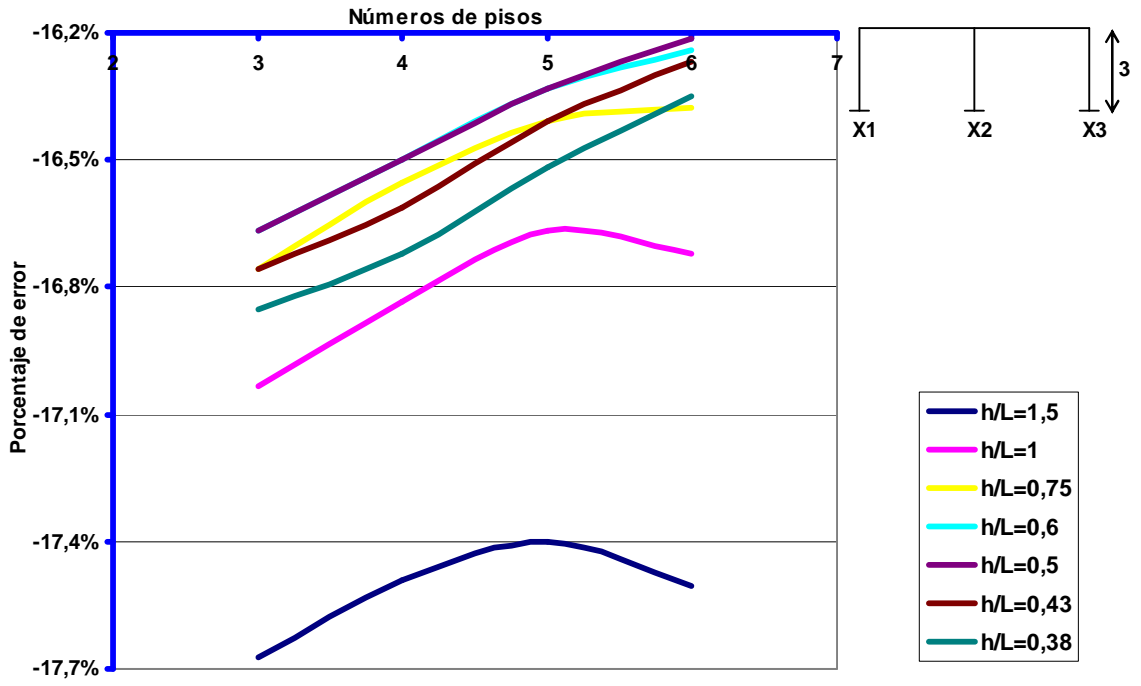
### Y2 PORTICO DE DOS VANOS



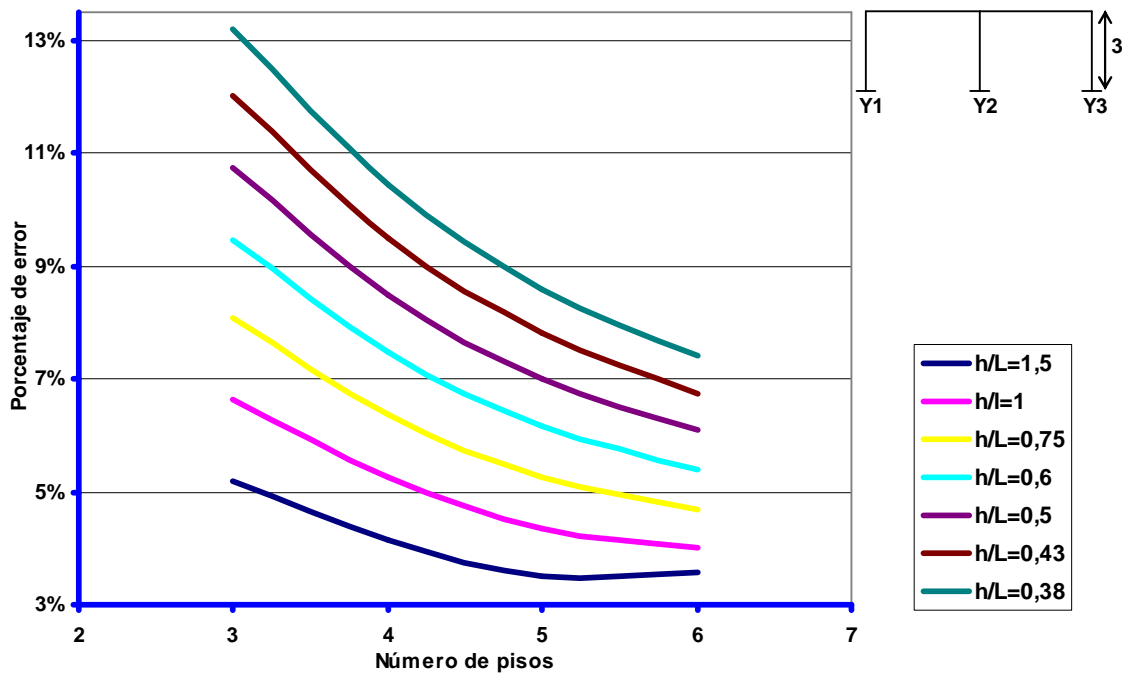
### M2 PORTICO DE DOS VANOS



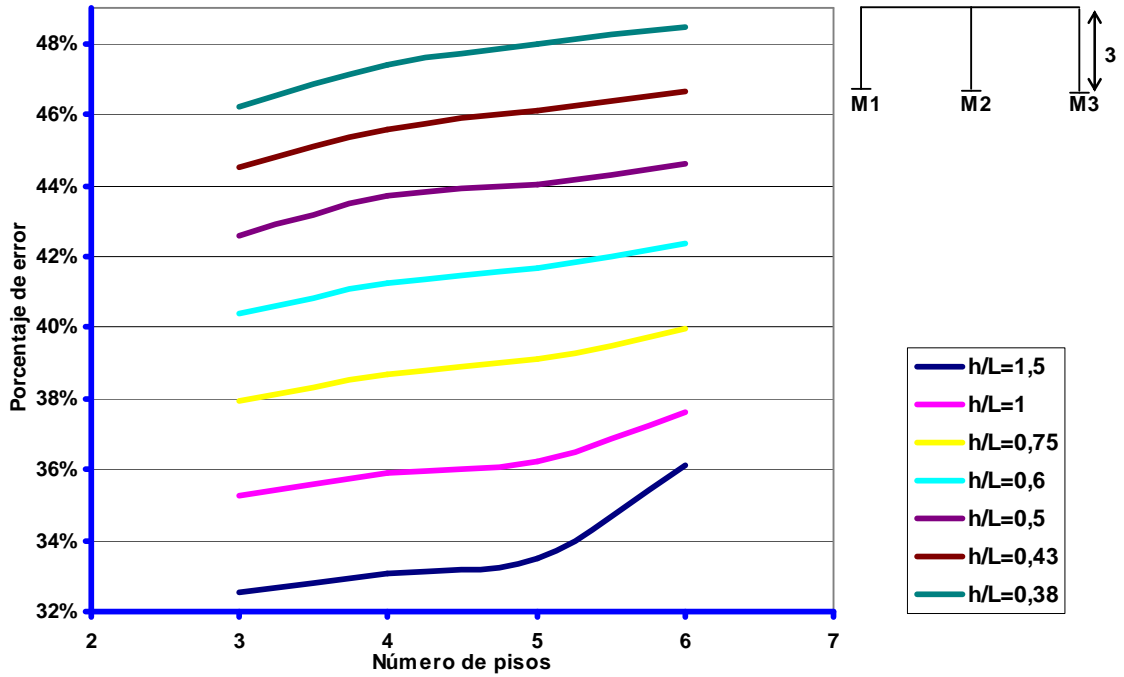
### X3 PORTICO DE DOS VANOS



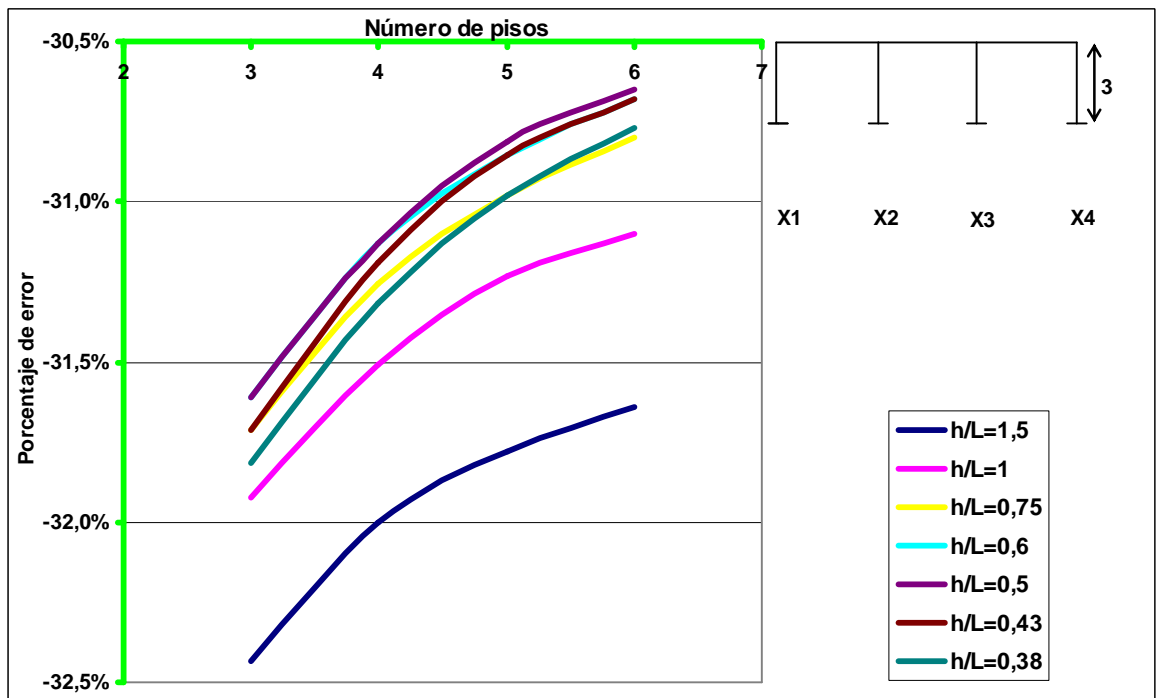
### Y3 PORTICO DE DOS VANOS



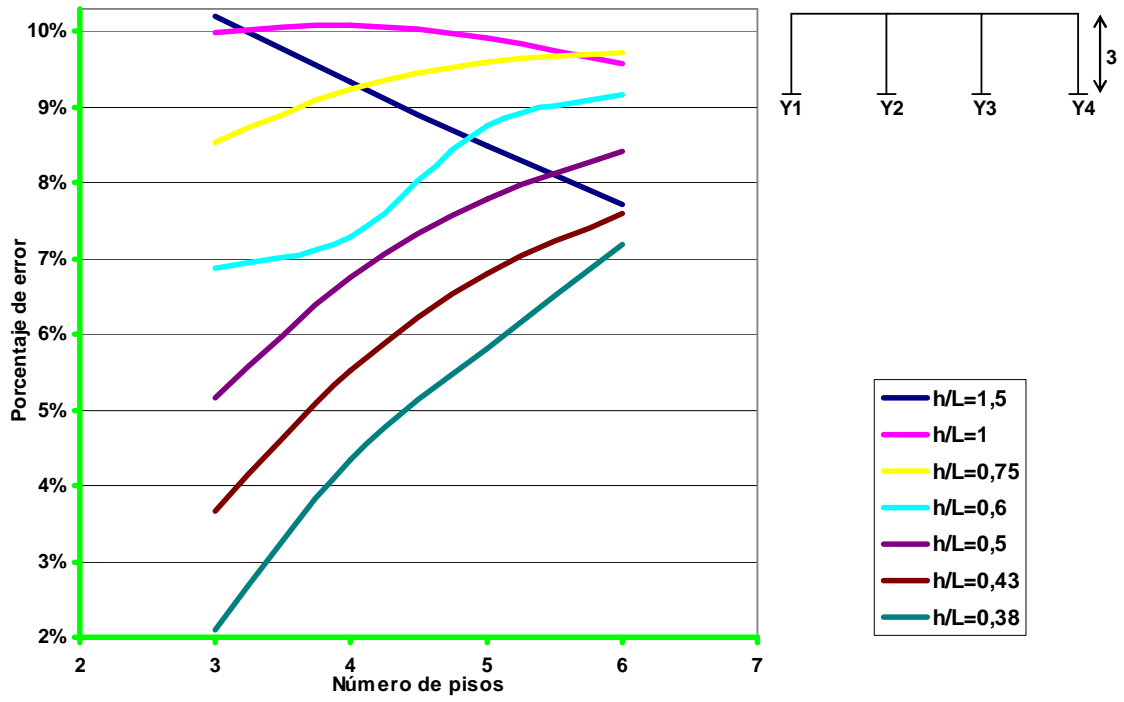
### M3 PORTICO DE DOS VANOS



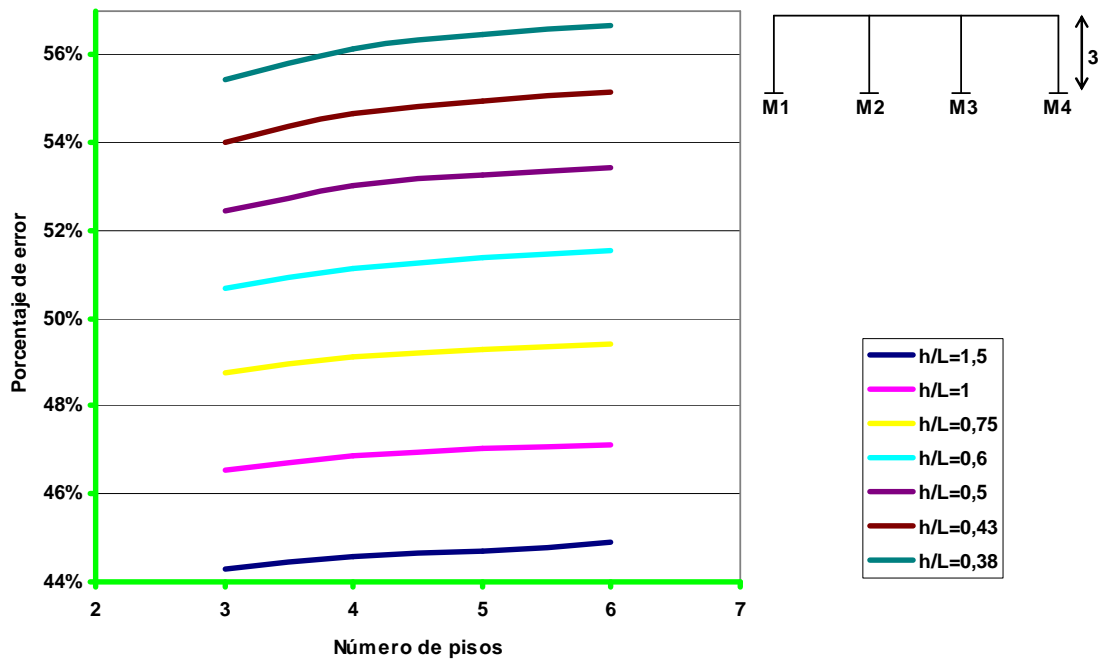
### X1 PORTICO DE TRES VANOS



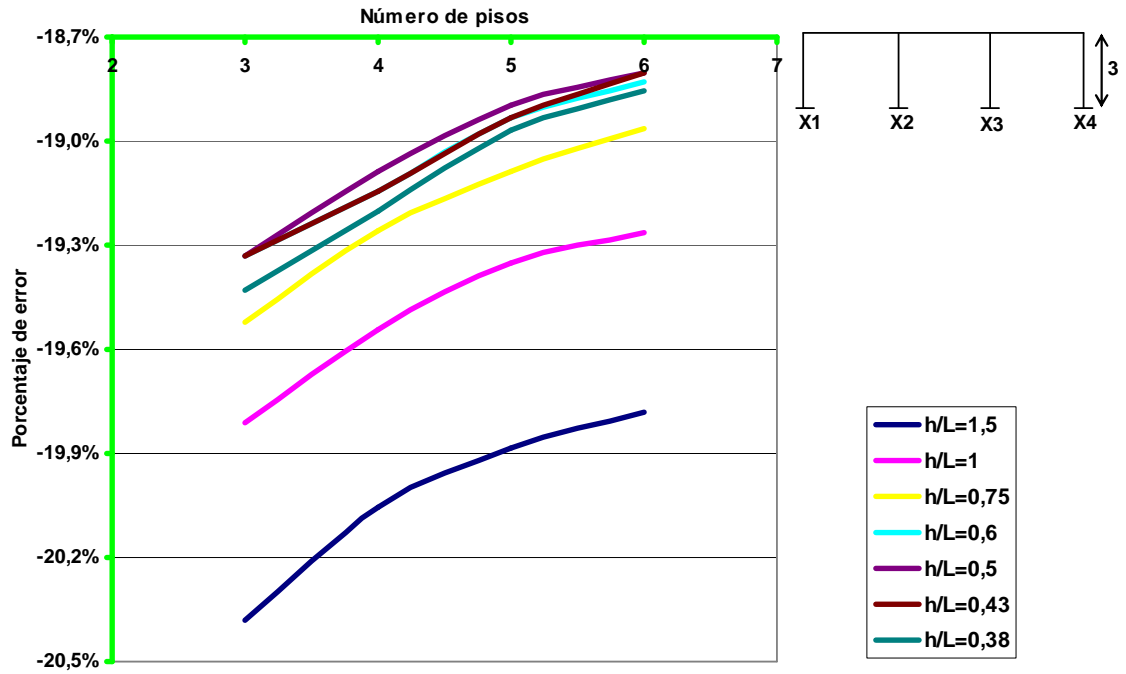
### Y1 PORTICO DE TRES VANOS



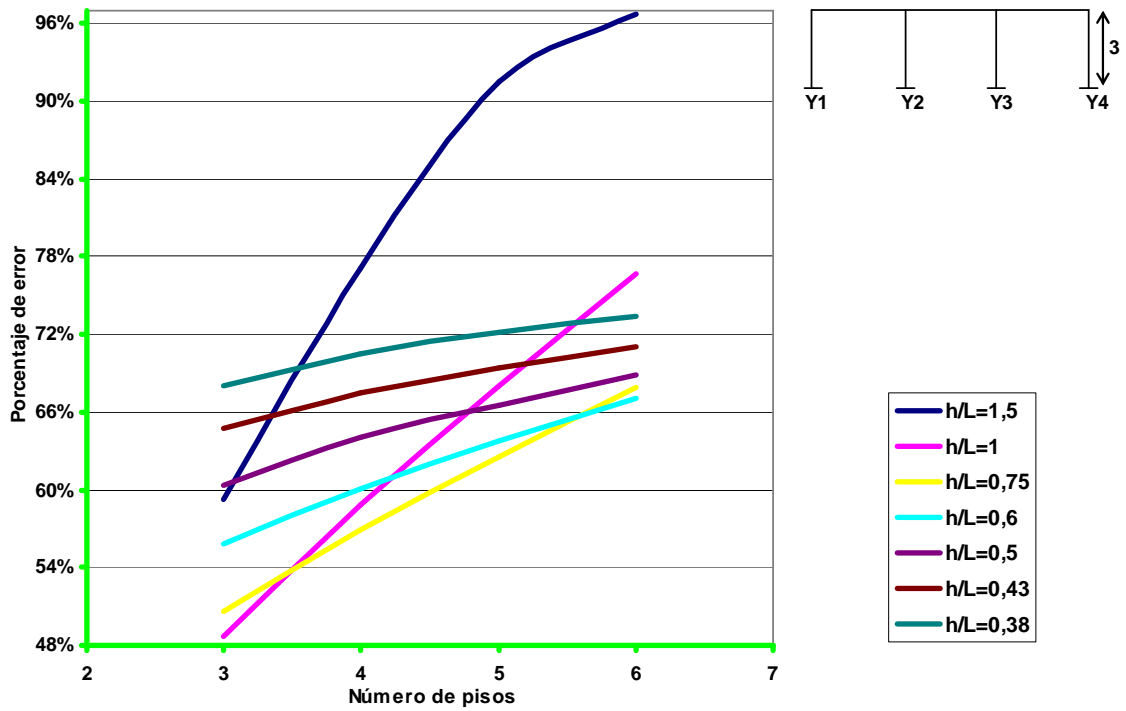
### M1 PORTICO DE TRES VANOS



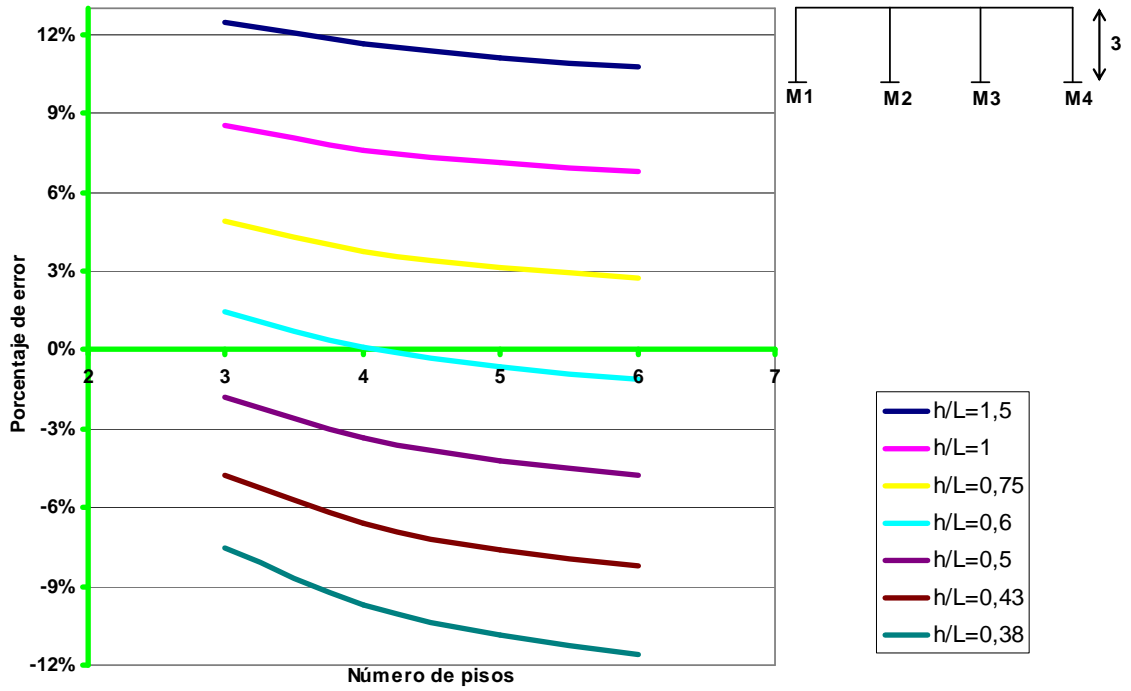
## X2 PORTICO DE TRES VANOS



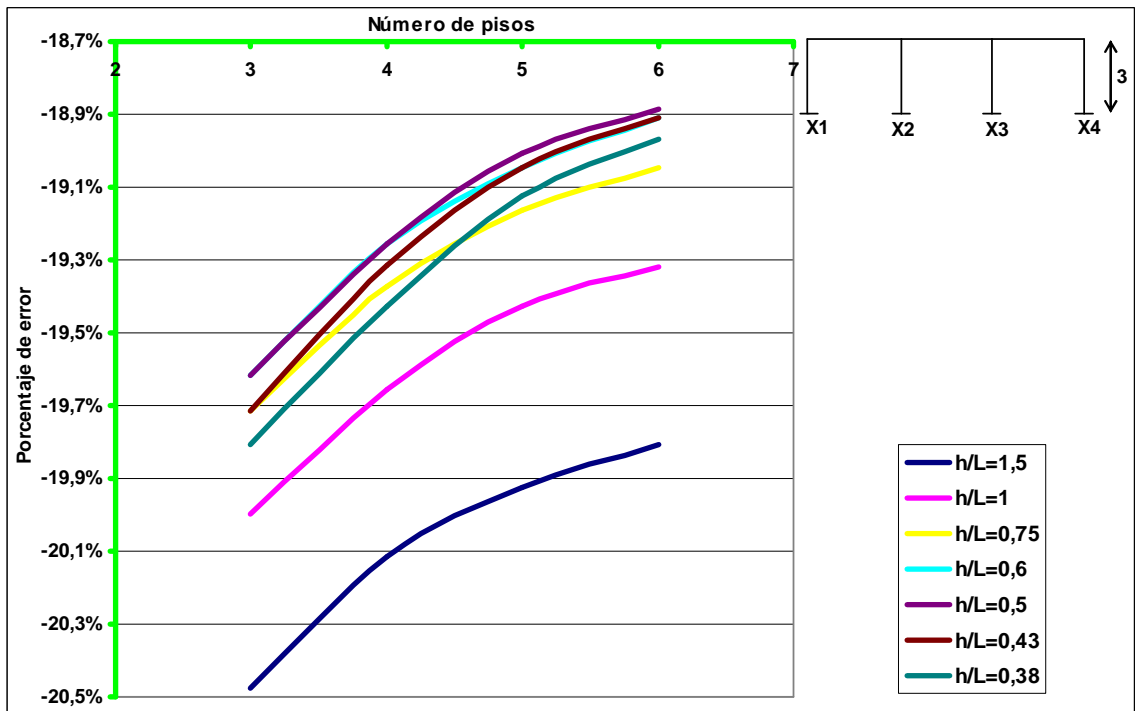
## Y2 PORTICO DE TRES VANOS



### M2 PORTICO DE TRES VANOS

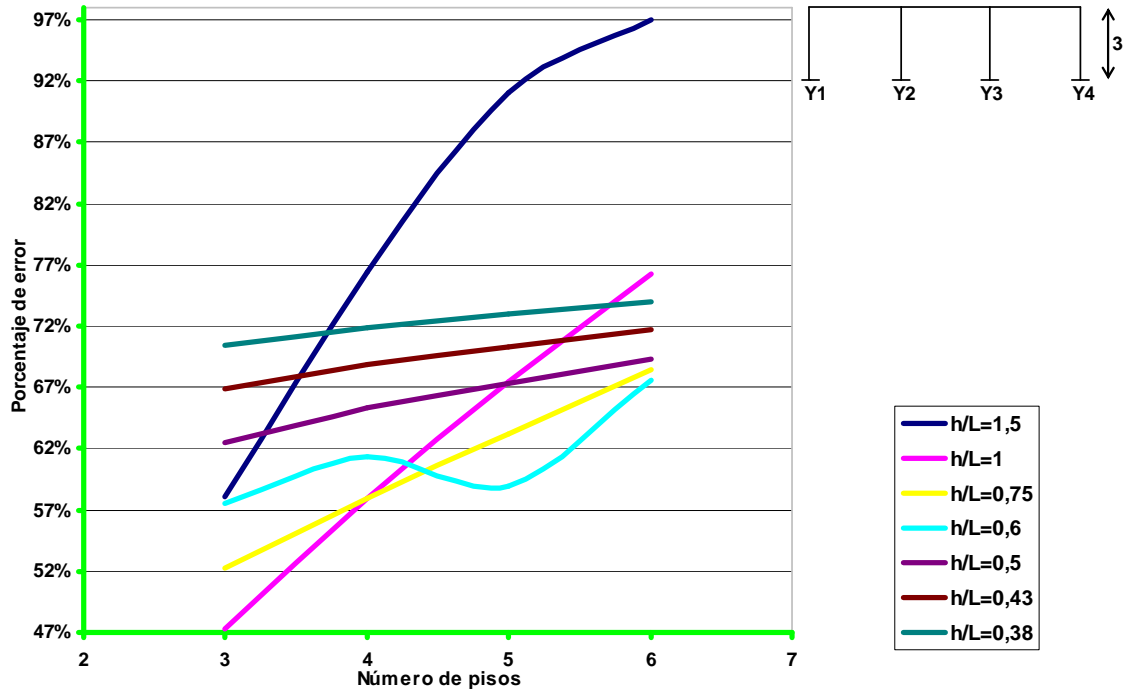


### X3 PORTICO DE TRES VANOS

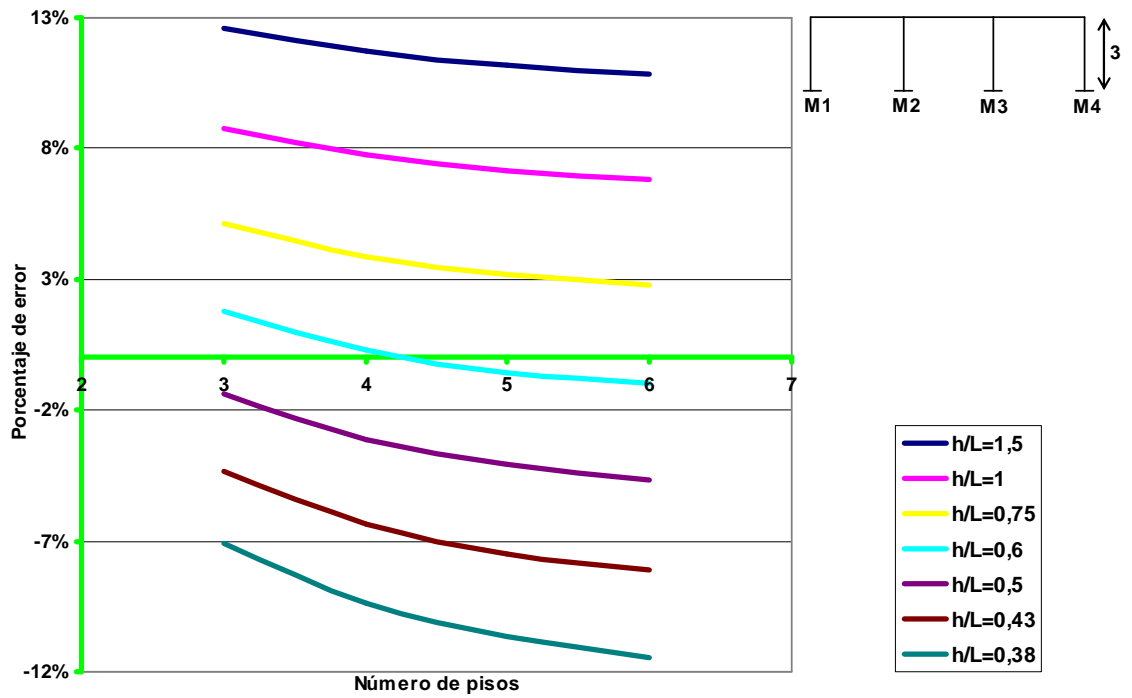




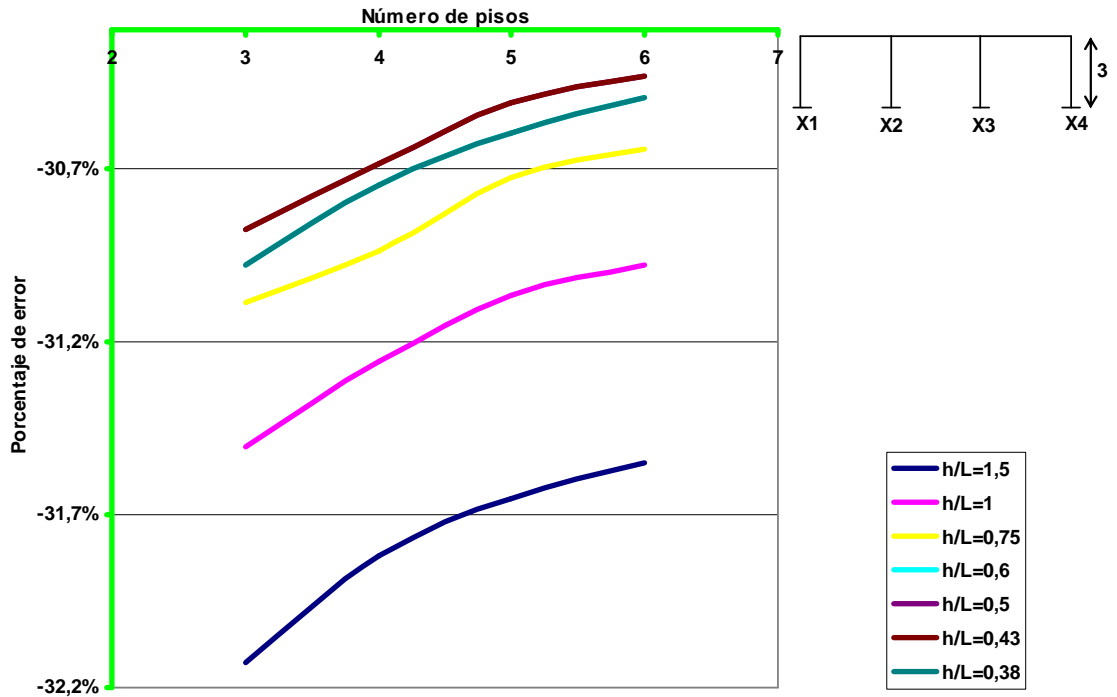
### Y3 PORTICO DE TRES VANOS



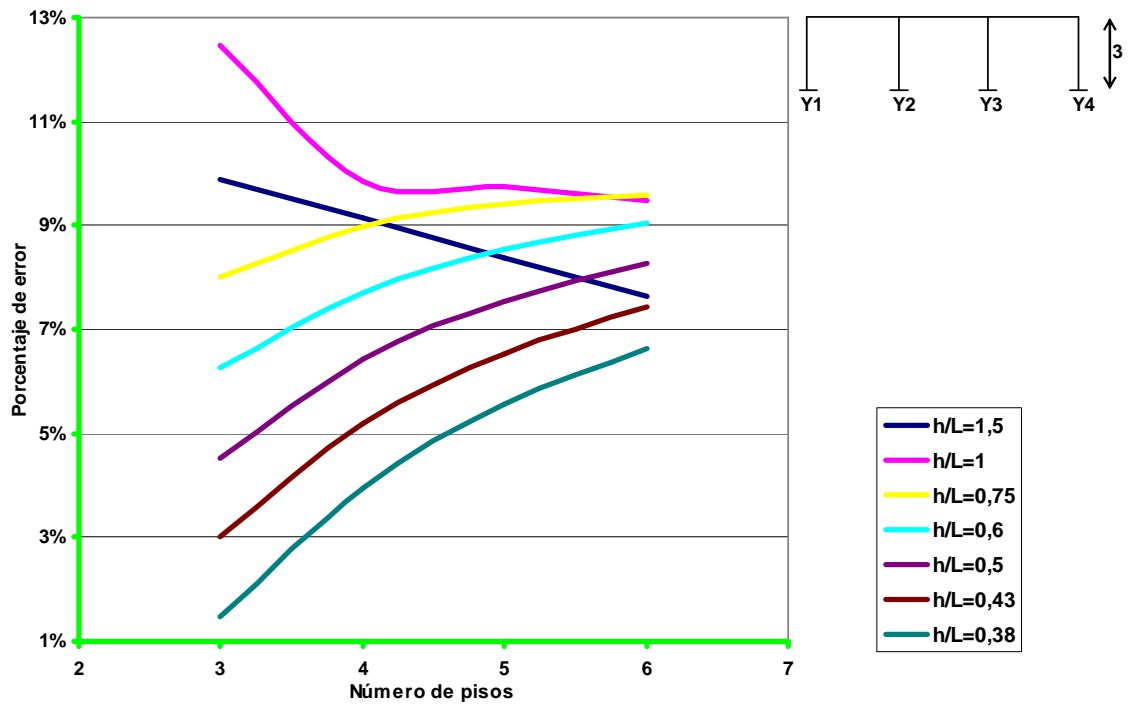
### M3 PORTICO DE TRES VANOS



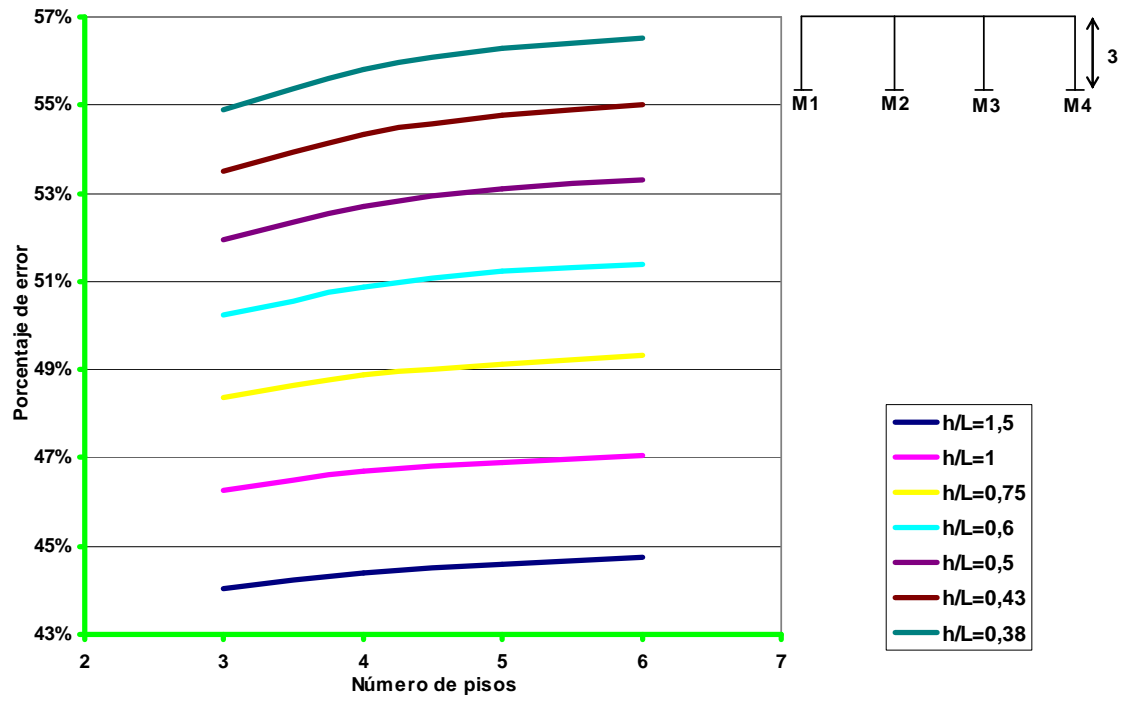
### X4 PORTICO DE TRES VANOS



### Y4 PORTICO DE TRES VANOS



### M4 PORTICO DE TRES VANOS



## **CONCLUSIONES**

Las fuerzas internas o reacciones internas en X calculadas para los edificios de un vano, son iguales o parecidas por ambos métodos; arrojando porcentajes de error aproximados a cero. En consecuencia el gráfico representa las relaciones de esbeltez de los porcentajes de una manera constante; siendo menor en los edificios de seis pisos y la longitud mayor entre las columnas de los vanos, con un porcentaje de error de -0,02%; sin embargo los porcentajes de error de la relación de esbeltez de 1.5 son cero. Lo que indica que el método del voladizo es bastante aproximado para determinar reacciones en X en pórticos de un solo vano.

En los pórticos de dos vanos, las reacciones internas de X; son iguales para cada una de las configuraciones de los edificios, ya sean; las calculadas por el método del voladizo como las calculadas por el método de la rigidez matricial. Las gráficas de las relaciones de esbeltez de los porcentajes de error, tienen el mismo comportamiento que las de un vano, con la diferencia que estas aumentan de mayor a menor desde las relaciones de esbeltez de 1.5 hasta 0.5 y después aumentan hasta las relaciones de esbeltez de 0.43 y 0.38. Las columnas externas presentan un rango del porcentaje de error de -16.2% hasta un -18%, mientras que las columnas internas presentan un rango mayor desde un -19.5% hasta un -22%. Los porcentajes de error relativos para las reacciones en X, entre los pisos se encuentran en rangos aproximados y varían entre un 3 y 0.5%.

Los porcentajes de error en los edificios de tres vanos, son mayores en los edificios de tres pisos; y entre menor sea la relación de esbeltez, menor serán sus porcentajes. Pero así como sucedió en los edificios de dos vanos, los porcentajes de error de los edificios, también disminuyen hasta la relación de esbeltez de 0,5 y empiezan a aumentar otra vez hasta la relación de 0,38. En los resultados obtenidos se puede comprobar que los porcentajes de error de las columnas

exteriores son mayores que las columnas interiores, y varían entre los porcentajes de error de -30,5% a un -32,5%; siendo que para las columnas interiores los porcentajes varían desde un -18.7% hasta un 20.5%.

Las reacciones de las fuerzas axiales, para los pórticos de uno y dos vanos arrojan porcentajes de error permisibles, para cada uno; tanto que es posible decir que los rangos de variación oscilan entre un 3% y un 18%, y entre ellos mismo tienen una variación 1.8% y 1.6% respectivamente. Cuando se graficaron los resultados, se observó que cada vez que la relación de esbeltez disminuye los porcentajes iban hacer mayores, y se percibió que eran los edificios de tres pisos, donde sus porcentajes eran los mayores y disminuían hasta los de seis pisos; para ambos vanos.

Para el apoyo intermedio de los edificios de dos vanos, las reacciones de fuerzas axiales calculadas por el método del voladizo son cero y las arrojadas por el programa SAP 2000 se aproximan a cero; por tal motivo el porcentaje de error es del 100%.

A diferencia de los edificios de uno y dos vanos, los edificios de tres vanos muestran unas discrepancias en sus resultados; empezamos por las columnas exteriores. Los porcentajes de las fuerzas axiales de las reacciones en Y; las relaciones de esbeltez de 1.5 y 1 tienen la misma tendencia que los gráficos de los edificios de uno y dos vanos, además los porcentajes de variación se encuentran entre 1% hasta un 13%. Pero es a partir de las relaciones de esbeltez de 0.75 hasta 0.38 donde se encuentran las diferencias, ya que los porcentajes de error para los edificios de tres pisos van hacer menores y los de seis mayores; los gráficos en vez de aumentar cada vez que disminuye la relación, ocurre lo contrario en relación con los edificios de uno y dos vanos.

En las columnas interiores los porcentajes de error se salen del contexto de los demás resultados, ya que las reacciones calculadas por el método del voladizo superan el 50% de las reacciones calculadas por el método matricial.

Los porcentajes de error de momentos tienen el mismo comportamiento para los tres casos de vanos y para todos los pisos. Tanto que los porcentajes de error de las relaciones de 1.5 hasta 0.38, para todas las columnas exteriores aumentan de mayor a menor respectivamente para todos los vanos, en los siguientes porcentajes; para los de un vano los porcentajes varían de un 16% hasta un 39%, para los de dos vanos desde un 32% hasta un 48.5% y para los de tres vanos sus porcentajes varían desde un 44% hasta un 56,5%. Con respecto a las columnas interiores el comportamiento de sus porcentajes disminuye al igual como lo hacen las relaciones de esbeltez y se encuentran en un rango de un 14% hasta un -11%. Para concluir, los porcentajes de error de los momentos para las columnas interiores son menores que las exteriores.

En general el método del voladizo que en un principio fue patentado hacia los años 1900 como un método aproximado para el cálculo de reacciones para estructura altas y esbeltas, hoy en día en comparación con el método exacto, no es muy confiable, debido a que los porcentajes de error son considerablemente altos. Aunque como está expuesto en las conclusiones, es cierto que; para unos casos los porcentajes son bajos y en otro se encuentra altos.

## **RECOMENDACIONES**

Sería de gran importancia continuar con el proceso investigativo de este trabajo, pues se recomienda darle continuidad al estudio comparativo de los resultados obtenidos por el método del voladizo, analizando pórticos con diferentes configuraciones en las columnas, ya que el método si tiene en cuenta el área transversal de estas para el cálculo de reacciones y su centro de gravedad.

Averiguar y comprobar si los métodos se comportan de una forma más eficiente al aumentar la altura en los edificios y verificar si ambos son apropiados para es calculo de reacciones para edificios con estas características.

Por tal motivo es de gran interés implementar otra investigación, en la cual permita realizar un estudio de los edificios que fueron construidos por los métodos aproximados y terminar de compararlos, realizando un análisis por el método de la rigidez matricial, para determinar el grado de indeterminación de estas estructuras. Es necesario realizar un cambio en la enseñanza de concreto reforzado, debido a que en la materia se estudia muy de fondo los métodos más antiguos y obsoletos que han existido; y se deja de lado, lo que en realidad es importante para la formación de los educandos; siendo que hay la necesidad de trabajar en la norma sismo resistente del 98 "NSR-98" y en su defecto estudiar todos los títulos que esta comprende sobre diseño estructural.

## **BIBLIOGRAFIA**

KASSIMALI, Aslam. Análisis Estructural. 2 ed. México: Thomson Learning, 2001. Pág. 398.

R.C., Hibbeler. Análisis Estructural. 3 ed. México: Pearson Educación, 1997. Pág. 320

MC CORMAC. Análisis de estructuras. 2 ed. México: Alfaomega, 2002. Pág. 308.

URIBE ESCAMILLA, Jairo. Estructuras análisis y diseño. Bogotá: Uniandes, 1991. Pág. 1991.

PIRALLA, Meli. Diseño estructural. México: Limusa, 1993. Pág.367

CHARLES HEAD, Norris. Análisis elemental de estructuras. Bogotá: MC Graw Hill, 1982, Pág. 228.