

ISSN: 2322-7672

# **II Encuentro de Investigación Formativa Ingeniería Industrial Medellín**

Memorias

---

Diana Rocío Roldán Medina  
Beatriz Elena Ángel Álvarez  
Compiladoras



Universidad  
Pontificia  
Bolivariana

© Diana Rocío Roldán Medina (Compiladora)  
© Beatriz Elena Ángel Álvarez (Compiladora)  
© Editorial Universidad Pontificia Bolivariana

**II Encuentro de Investigación Formativa - Memorias**

ISSN: 2322-7672

Primera edición, 2012

Escuela de Ingenierías

Facultad de Ingeniería Industrial

**Gran Canciller UPB y Arzobispo de Medellín:** Mons. Ricardo Tobón Restrepo

**Rector General:** Mons. Luis Fernando Rodríguez Velásquez

**Vicerrector Académico:** Pbro. Jorge Iván Ramírez Aguirre

**Editor:** Juan José García Posada

**Coordinación de producción:** Ana Milena Gómez C.

**Diagramación:** Juan Esteban Casas Tejada

**Corrector de estilo:** César Alejandro Buriticá

**Dirección editorial:**

Editorial Universidad Pontificia Bolivariana, 2012

Email: [editorial@upb.edu.co](mailto:editorial@upb.edu.co)

[www.upb.edu.co](http://www.upb.edu.co)

Telefax: (57) (4) 354 4565

A.A. 56006 - Medellín - Colombia

**Radicado:** 1037-16-08-12

Prohibida la reproducción total o parcial, en cualquier medio o para cualquier propósito sin la autorización escrita de la Editorial Universidad Pontificia Bolivariana.

# Modelos de pronóstico para la demanda del fijador dinámico interespinoso usando técnicas estadísticas avanzadas y redes neuronales artificiales

---

**Jairo Andres Narvaez Salas**

jans\_287@hotmail.com

**Marisol Valencia Cárdenas**

Universidad Pontificia Bolivariana

marisol.valencia@upb.edu.co

**Javier Darío Fernandez Ledesma**

Universidad Pontificia Bolivariana.

Javier.fernandez@upb.edu.co

## Resumen

---

Se presentan los modelos aplicados en la empresa Eco síntesis, dedicada a la comercialización de implantes quirúrgicos, para el pronóstico de la demanda de su producto: implante interespinoso para columna. En primera instancia se desarrolla un proceso de recolección de datos para estimar la demanda, luego se realiza un análisis estadístico de los datos y se determina el modelo estadístico que mejor se ajusta a las observaciones para, finalmente, construir el modelo estadístico de pronóstico. Simultáneamente, se desarrollan cada uno de los pasos que conllevan, con el uso de las redes neuronales artificiales a la construcción de un modelo de pronóstico para establecer las posibles diferencias y semejanzas. La aplicación de los modelos

ha resultado ajustado a las observaciones de la demanda propuesta, en tanto que el desempeño del modelo de RNA usado es mejor en cuanto a una disminución de la raíz del error cuadrático medio presentada por el modelo estadístico ARMA (1,2) en los periodos donde se conocía el valor real de las observaciones. Así mismo, vemos cómo el modelo de RNA alcanza un desempeño adecuado en un tiempo muy reducido, apenas de un segundo. Se concluye por la experiencia en este trabajo que para series temporales que se ajustan a modelos ARMA, es adecuado usar modelos de red neuronal sencillos con dos capas de redes, una de salida y otra de entrada, pues el uso de modelos multicapa no trajo buenos resultados en nuestro trabajo. En la serie de tiempo como la presentada en este estudio, donde el comportamiento no tendencial fue característico, el haber usado un modelo de RNA con propagación hacia adelante permitió alcanzar resultados buenos en cuanto a la precisión del pronóstico.

**Palabras Claves:** Modelos de Pronósticos, Redes Neuronales Artificiales, Series Temporales

## Abstract

---

We present the models used in the synthesis Eco company dedicated to the marketing of surgical implants, to forecast demand for its product: Spine interspinous implant. First, we develop a data collection process to estimate the demand, then performed a statistical analysis of the data and determining the statistical model that best fits the observations to finally build the statistical model forecast. Simultaneously, they develop each of the steps involved, with the use of artificial neural networks, to build a forecasting model to establish the differences and similarities. The application of the models has been adjusted to the observations of claim proposal ent while the performance of ANN model is better used as a reduction of the root mean square error by the statistical model ARMA (1, 2) during periods where you know the real value of the observations. Also, see how the ANN reaches adequate performance in a very short time, just a second. We conclude from experience in this work that series to fit ARMA models, it is appropriate to use simple neural network models with two layers of networks, one output and one input, as the use of multilayer models not brought good results in our work. In the time series as presented in this study, where the trend was characteristic behavior, the use of a model RNA with forward propagation possible to achieve good results in terms of forecast accuracy.

**Keywords:** forecasting models, artificial neural networks, TIME SERIES.

## Introducción

Es muy común encontrar en la literatura el uso de técnicas estadísticas en la labor de realización de pronósticos, pues a lo largo del tiempo, éstas, con el avance de las tecnologías informáticas, se han venido desarrollando y aplicando con resultados muy satisfactorios. En este sentido, se hace necesario en la actualidad no solo estudiar las técnicas estadísticas usadas para propósitos de pronóstico, sino que también es relevante manejar algún software estadístico que permita obtener de los datos reales el mayor provecho posible. En consecuencia y para este trabajo se usa a “R” como software estadístico, aprovechando que además de ser una herramienta muy poderosa para procesos de predicción, es un software de distribución gratuita. Adicionalmente, se hace uso de Microsoft Excel como herramienta para cálculos y organización de datos y también se emplea a statgraphics aprovechando su capacidad estadística para el análisis de datos y la elaboración de pronósticos.

Podría entonces pensarse que las técnicas estadísticas para pronosticar han alcanzado un gran nivel de desarrollo al ser apoyadas por la computación tradicional. Esto ha sido un motivante para que investigadores emprendedores comiencen estudios sobre otras técnicas para pronosticar, que no se basan en el uso de la computación tradicional sino que según Hiler y Martínez (2000), intentan establecer un nuevo campo de las ciencias de la computación que trata de integrar métodos que tienen su origen en la emulación del comportamiento de los sistemas biológicos, por lo cual no pueden ser descritos fácilmente mediante un enfoque algorítmico convencional.

Según Hiler y Martínez (2000), esta nueva forma de computación es capaz de manejar las imprecisiones e incertidumbres que se presentan cuando se trata de resolver problemas del mundo real, como por ejemplo, el reconocimiento de formas, patrones, la toma de decisiones, entre otros, ofreciendo para estos problemas soluciones con buenos argumentos y de fácil implementación. En torno a esta nueva forma de computación, los autores sostienen que se dispone de un conjunto de metodologías tales como la lógica borrosa, las redes neuronales, el razonamiento aproximado, los algoritmos genéticos, la teoría del caos y la teoría del aprendizaje, las cuales se están desarrollando de manera individual y combinada con el fin de consolidar este nuevo campo de las ciencias de la computación y en consecuencia traer progreso al desarrollo de las nuevas tecnologías para el procesamiento de la información, como el desarrollo de pronósticos más confiables. En este sentido y particularmente en este trabajo, se

muestra una aplicación de la metodología de redes neuronales artificiales que tiene como propósito realizar el pronóstico de la serie de tiempo: “demanda de implantes interespinosos” el cual será comparado de forma descriptiva con una metodología de pronóstico tradicional para una serie estacionaria.

Con base a lo anterior, el contenido de este artículo se organiza así:

Primero: se presenta la toma de datos, que básicamente trata de conseguir la mayor cantidad de observaciones históricas sobre el comportamiento de la demanda para el producto analizado, posteriormente se grafica la serie de tiempo y se hace un análisis estadístico preliminar de la serie, que indique qué comportamiento presenta, y que argumente qué modelo estadístico de pronóstico se ajusta mejor a dicha serie. Luego, se desarrolla el modelo estadístico para predecir el comportamiento futuro de esa serie temporal y se realiza su correspondiente validación.

Una vez se termine la predicción con el modelo estadístico, se elige el modelo de red neuronal que se utilizará para pronosticar esta demanda y se continuará con el desarrollo analítico que el modelo propuesto requiera para tal fin. Con esto se procederá a la parte final donde se discute la pertinencia, comportamiento, ventajas y generalidades respecto al uso de estos dos modelos.

## Métodos y resultados

---

### Toma de datos

Para la recolección de los datos históricos sobre la demanda de implantes interespinosos, se ha solicitado a la empresa el envío con toda la información de órdenes de compra desde que iniciaron operaciones. Con esta información se empieza a hacer un proceso de filtrado de datos y se obtiene la información buscada que indica las ventas del implante interespinoso en los hospitales públicos de la ciudad. Esta información es la que se muestra en la tabla 1.

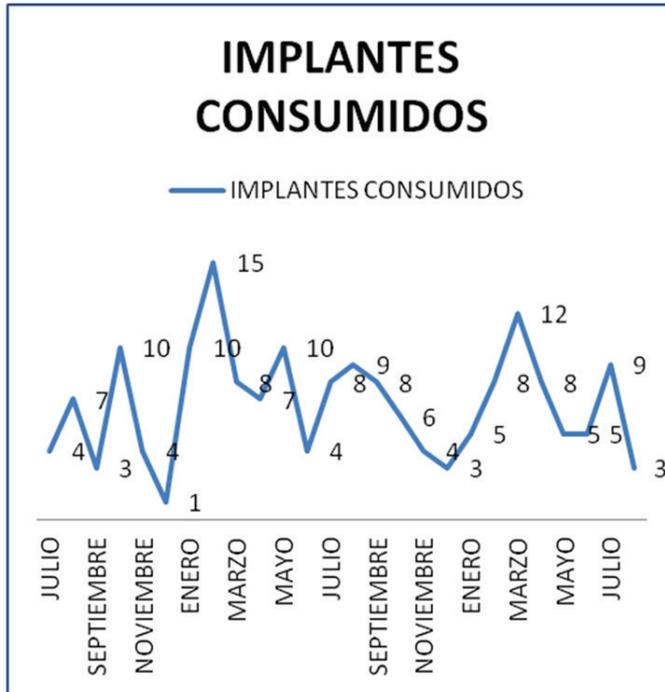
Tabla 1. Toma de datos

AÑO	MES	IMPLANTES CONSUMIDOS
2008	JULIO	4
	AGOSTO	7
	SEPTIEMBRE	3
	OCTUBRE	10
	NOVIEMBRE	4
	DICIEMBRE	1
2009	ENERO	10
	FEBRERO	15
	MARZO	8
	ABRIL	7
	MAYO	10
	JUNIO	4
	JULIO	8
	AGOSTO	9
	SEPTIEMBRE	8
	OCTUBRE	6
	NOVIEMBRE	4
	DICIEMBRE	3
2010	ENERO	5
	FEBRERO	8
	MARZO	12
	ABRIL	8
	MAYO	5
	JUNIO	5
	JULIO	9
	AGOSTO	3

Fuente: Elaboración propia

Con los datos ordenados como se muestra en la Tabla 1 se construye la serie de tiempo usando la ayuda de Microsoft Excel y se obtiene la gráfica indicada en la figura 1.

Figura 1. Serie de tiempo (Demanda de implantes interespinosos)



Fuente: Elaboración propia

Al parecer y según la información de series de tiempo que se encuentra en la revisión de la literatura realizada por Narváez, J., Fernández, J.D. y Valencia, M. (2010). Esta serie muestra tener un comportamiento estacionario debido a que no se observa una tendencia significativa hacia la alza o hacia la baja en el comportamiento de los datos. Pues debido a que ésta es solamente una sospecha, para asegurar su veracidad, se determina el coeficiente de autocorrelación usando la ecuación (14) explicada en la revisión de la literatura.

Para este propósito se usa la ayuda de Microsoft Excel como herramienta de cálculo. Con ésta, se construye la tabla 2 donde se hacen las operaciones que nos permiten obtener los valores para remplazar en la fórmula (14), y determinar el coeficiente de autocorrelación así:

Tabla 2. Cálculos para obtener coeficiente de autocorrelación

mes	t	$y_t$	$y_{t-1}$	$y_t - \bar{y}$	$y_{t-1} - \bar{y}$	$(y_t - \bar{y})^2$	$(y_t - \bar{y})(y_{t-1} - \bar{y})$
JULIO	1	4	-	-2,7692308	-	7,668639053	-
AGOSTO	2	7	4	0,23076923	-2,76923077	0,053254438	-0,639053254
SEPTIEMBRE	3	3	7	-3,7692308	0,230769231	14,20710059	-0,869822485
OCTUBRE	4	10	3	3,23076923	-3,76923077	10,43786982	-12,17751479
NOVIEMBRE	5	4	10	-2,7692308	3,230769231	7,668639053	-8,946745562
DICIEMBRE	6	1	4	-5,7692308	-2,76923077	33,28402367	15,97633136
ENERO	7	10	1	3,23076923	-5,76923077	10,43786982	-18,63905325
FEBRERO	8	15	10	8,23076923	3,230769231	67,74556213	26,59171598
MARZO	9	8	15	1,23076923	8,230769231	1,514792899	10,13017751
ABRIL	10	7	8	0,23076923	1,230769231	0,053254438	0,284023669
MAYO	11	10	7	3,23076923	0,230769231	10,43786982	0,74556213
JUNIO	12	4	10	-2,7692308	3,230769231	7,668639053	-8,946745562
JULIO	13	8	4	1,23076923	-2,76923077	1,514792899	-3,408284024
AGOSTO	14	9	8	2,23076923	1,230769231	4,976331361	2,74556213
SEPTIEMBRE	15	8	9	1,23076923	2,230769231	1,514792899	2,74556213
OCTUBRE	16	6	8	-0,7692308	1,230769231	0,591715976	-0,946745562
NOVIEMBRE	17	4	6	-2,7692308	-0,76923077	7,668639053	2,130177515
DICIEMBRE	18	3	4	-3,7692308	-2,76923077	14,20710059	10,43786982
ENERO	19	5	3	-1,7692308	-3,76923077	3,130177515	6,668639053
FEBRERO	20	8	5	1,23076923	-1,76923077	1,514792899	-2,177514793
MARZO	21	12	8	5,23076923	1,230769231	27,36094675	6,437869822
ABRIL	22	8	12	1,23076923	5,230769231	1,514792899	6,437869822
MAYO	23	5	8	-1,7692308	1,230769231	3,130177515	-2,177514793
JUNIO	24	5	5	-1,7692308	-1,76923077	3,130177515	3,130177515
JULIO	25	9	5	2,23076923	-1,76923077	4,976331361	-3,946745562
AGOSTO	26	3	9	-3,7692308	2,230769231	14,20710059	-8,408284024
	Total	176		0		260,6153846	23,17751479
	prom	6,8					

Fuente: Elaboración propia

Con  $k=1$  porque se decide retrasar la serie un periodo,  $r_1 = \frac{23.18}{260.6} = 0.08$   
 $r_1 = \frac{23.18}{260.6} = 0.08$ . Este resultado confirma la sospecha que se tenía desde el principio, pues el coeficiente de autocorrelación cayó a cero en el primer retraso, por lo tanto se confirma que la serie presenta un comportamiento estacionario.

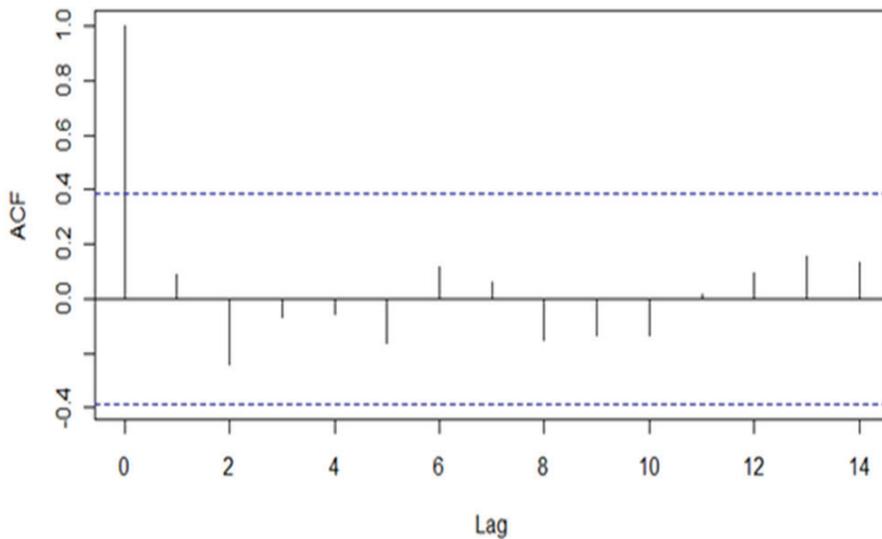
## Análisis estadístico de los datos

Es importante comunicar que en esta sección se hace uso del software estadístico “R”, el cual se consiguió fácil y gratuitamente desde su portal en internet, también se usan Microsoft Excel, y Stagraphics.

Se comienza construyendo la función de autocorrelación y autocorrelación parcial.

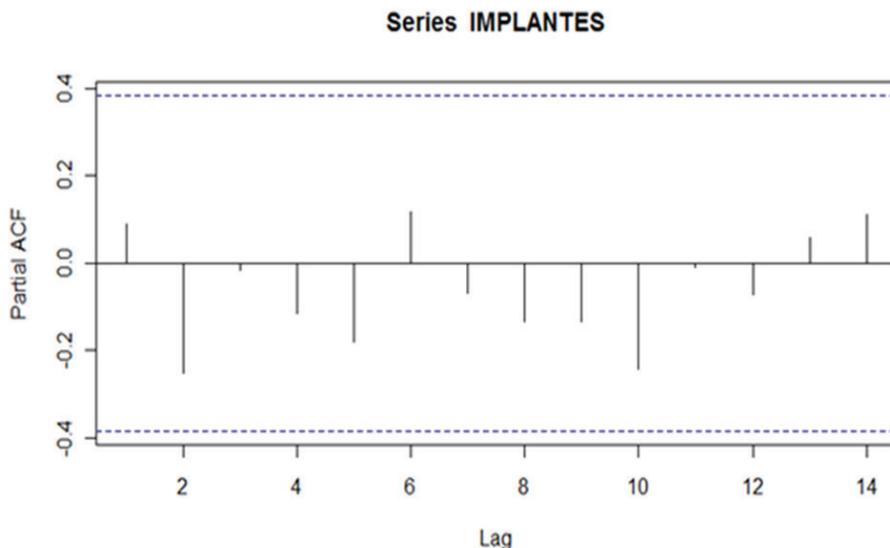
Resultados del software “R”:

Figura 2. Función de Autocorrelación



Fuente: Elaboración propia

Figura 3. Función de Autocorrelación parcial



Fuente: Elaboración propia

La figura 2, donde se ilustra a la función de autocorrelación, confirma aún más que los datos presentan un comportamiento estacionario, pues se nota con claridad que la función se corta rápidamente y además los valores del coeficiente de correlación se encuentran dentro de las bandas que indican corrección baja.

Al parecer se podría pensar que la función de autocorrelación se corta después del primer atraso, mientras que la función de autocorrelación parcial decrece en forma mixta combinando un decrecimiento exponencial con oscilación y uno en forma de seno amortiguada, con lo cual se estaría indicando que un modelo de promedio móvil de orden 1, MA (1), sería adecuado para predecir la serie. O de manera más arriesgada se podría pensar que la PACF se corta después del primer retraso al igual que la ACF, lo cual no sería un indicador claro para decidir qué modelo se ajusta mejor. O de otra forma, al observar las gráficas se podría argumentar que ambas funciones decrecen de forma mixta, indicándonos con esto que el modelo que mejor se ajusta es un ARMA (1,1), sin poder asegurar el orden de tal modelo con exactitud.

Entonces lo que tenemos al final es una confusión, pues aparentemente las gráficas no permiten visualizar de forma clara qué modelo de pronóstico se ajusta

satisfactoriamente para la serie que se está trabajando. En este sentido se recurre al software statgraphics, pues él permite ingresar los valores de la serie temporal y estimar de un conjunto de modelos cuál es el que mejor se ajusta a los datos bajo el criterio de que aquel que menor raíz de error cuadrático medio produzca será el modelo apropiado para predecir la demanda.

Los Resultados de Statgraphics se muestran en la figura 4.

Figura 4. Resultados de statgraphics

<b>Model Comparison</b>	
Data variable: IMPLANTES CONSUMIDOS	
Number of observations = 26	
Start index = 1,0	
Sampling interval = 1,0	
<b>Models</b>	
(A) Random walk	
(B) Random walk with drift = -0,04	
(C) Constant mean = 6,76923	
(D) Linear trend = 6,80615 + -0,00273504 t	
(E) Simple moving average of 2 terms	
(F) ARIMA(1,0,2) with constant	
(G) ARIMA(2,0,2) with constant	
(H) ARIMA(0,0,2) with constant	
(I) ARIMA(2,0,1) with constant	
<b>Estimation Period</b>	
<i>Model</i>	<i>RMSE</i>
(A)	4,25676
(B)	4,34434
(C)	3,22872
(D)	3,29523
(E)	4,31504
(F)	3,01279
(G)	3,08714
(H)	3,18596
(I)	3,28865

Fuente: Elaboración propia

En la figura 4 se muestra un resumen que indica el error cuadrático medio obtenido con diferentes modelos de pronóstico para la serie “implantes consumidos”, en consecuencia se observa que el modelo con el que se obtiene un mínimo error cuadrático medio es un ARMA (1,2).

El software muestra el modelo como un ARIMA (1, 0,2), pues el término “0” en el medio indica que la parte diferenciadora es nula, es decir, que el modelo se reduce a un ARMA (1,2) como se mencionó antes, en consecuencia éste será el modelo que se empleará para realizar el pronóstico.

De este modo se confirma una de las sospechas que se obtuvieron al analizar las funciones de auto correlación y auto correlación parcial, determinando que usar un modelo ARMA es quizás la mejor opción para realizar la predicción del comportamiento de la serie temporal analizada.

## Desarrollo del modelo estadístico

En esta parte se usa el mismo software que nos permitió estimar qué modelo se ajusta mejor a las observaciones de nuestra serie temporal. Pero ahora se le ordena que con el modelo recomendado pronostique cómo se comportará la serie de tiempo para los próximos 10 periodos, los resultados son los que se muestran a continuación en la figura 5, en la cual se presentan los valores pronosticados para las observaciones disponibles, y por ende sus respectivos residuales o errores. Seguida se encuentra la figura 5 donde se encuentran las predicciones para los diez periodos futuros.

Figura 5. Pronóstico de la serie temporal “implantes consumidos”, para los tiempos en que se tiene información de demanda disponible

**Forecast Table for IMPLANTES CONSUMIDOS**

Model: ARIMA(1,0,2) with constant

<i>Period</i>	<i>Data</i>	<i>Forecast</i>	<i>Residual</i>
1,0	4,0	5,66362	-1,66362
2,0	7,0	6,14135	0,858647
3,0	3,0	7,34999	-4,34999
4,0	10,0	6,66235	3,33765
5,0	4,0	8,95926	-4,95926
6,0	1,0	6,26577	-5,26577
7,0	10,0	8,93064	1,06936
8,0	15,0	10,5279	4,47206
9,0	8,0	8,3047	-0,304705
10,0	7,0	5,44668	1,55332
11,0	10,0	6,34432	3,65568
12,0	4,0	5,92668	-1,92668
13,0	8,0	4,60997	3,39003
14,0	9,0	6,73453	2,26547
15,0	8,0	5,2109	2,7891
16,0	6,0	4,99018	1,00982
17,0	4,0	4,59722	-0,597217
18,0	3,0	5,24063	-2,24063
19,0	5,0	6,32743	-1,32743
20,0	8,0	7,69443	0,305571
21,0	12,0	7,96926	4,03074
22,0	8,0	7,36731	0,63269
23,0	5,0	5,19768	-0,197682
24,0	5,0	5,73584	-0,735842
25,0	9,0	6,40662	2,59338
26,0	3,0	7,0581	-4,0581

Fuente: Elaboración propia

A continuación en la figura 6, se muestran los valores pronosticados para diez periodos futuros, acompañados de sus respectivos intervalos de confianza.

Figura 6. Pronostico de diez periodos futuros para la serie de tiempo “implantes consumidos”

		<i>Lower 95,0%</i>	<i>Upper 95,0%</i>
<i>Period</i>	<i>Forecast</i>	<i>Limit</i>	<i>Limit</i>
27,0	5,67299	-0,642137	11,9881
28,0	8,26537	1,9496	14,5811
29,0	7,60912	0,604293	14,6139
30,0	7,27491	0,102173	14,4476
31,0	7,10471	-0,110943	14,3204
32,0	7,01802	-0,208711	14,2448
33,0	6,97388	-0,255728	14,2035
34,0	6,9514	-0,278955	14,1818
35,0	6,93995	-0,290597	14,1705
36,0	6,93412	-0,296478	14,1647

Fuente: Elaboración propia

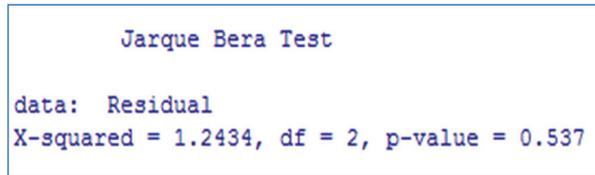
Los límites superior e inferior que arroja el statgraphics, son los límites de predicción para las observaciones pronosticadas, y en este caso están indicando que si el valor predicho se encuentra entre los límites establecidos, entonces el pronóstico que se realizó tiene un 95% de confianza, señalando que entonces el modelo que se usó para pronosticar fue el adecuado. Sin embargo y como se mencionó en la parte 1 del trabajo, existen algunas pruebas para determinar si el modelo con el cual se realizó el pronóstico es realmente adecuado, estas se realizarán en el siguiente aparte, pues en conjunto éstas se determinan como la validación del modelo.

## Validación del modelo

Para determinar si el modelo usado es válido y se encuentra dentro de los parámetros que lo determinan como un modelo apropiado para la serie temporal, a continuación se realizan las pruebas de validación que se estudiaron en la revisión literaria del trabajo.

Prueba de Jarque Bera. Usando los residuales de la fig. 5 obtenidos con statgraphics, ahora se usa “R” para desarrollar la prueba de Jarque Bera con el fin de comprobar si aquellos residuales presentan una distribución normal, los resultados de la prueba se muestran en la figura 7.

Figura 7. Prueba de Jarque Bera usando “R”.

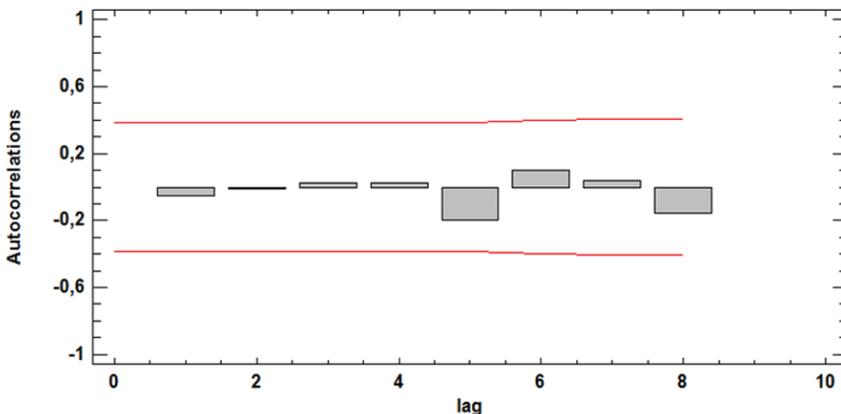


Fuente: Elaboración propia

El haber obtenido un valor  $pp$  mayor que un nivel de significancia del cinco por ciento ( $\alpha = 5\%$ ), en la prueba de Jarque Bera esta asegurando que los residuales del modelo usado tienen un comportamiento normal, o se distribuyen de forma normal.

Correlograma de residuales: Usando la ayuda de Statgraphics el correlograma de residuales se presenta a continuación en la figura 8.

Figura 8. Correlograma de residuales después de usar como modelo de pronóstico un ARMA (1,2) sobre la serie temporal “implantes consumidos”



Fuente: Elaboración propia

Como se observa en la figura 8, todas las auto correlaciones están dentro de los límites  $\pm 2/\sqrt{n}$  con  $n = 26$ , con lo cual se estaría asegurando que las auto correlaciones no son significativas y que por lo tanto el modelo usado para realizar el pronóstico es válido.

Prueba de Durbin Watson: Pues refiriéndonos a la primera parte del trabajo se encuentra que para esta prueba se debe calcular el estadístico  $d = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2}$ , para lo cual se hace uso de Microsoft Excel obteniendo los resultados que se indican en la figura 9.

Figura 9. Cálculos en Excel para obtener el estadístico de Durbin Watson ( $d$ ) ( $d$ )

Periodo (t).	$e_t$	$(e_t - e_{t-1})^2$	$e_t^2$
1	-1,66362		2,7676315
2	0,858647	6,361830819	0,73727467
3	-4,34999	27,1298994	18,922413
4	3,33765	59,09980877	11,1399075
5	-4,95926	68,83871555	24,5942597
6	-5,26577	0,09394838	27,7283337
7	1,06936	40,13387212	1,14353081
8	4,47206	11,57836729	19,9993206
9	-0,304705	22,81748387	0,09284514
10	1,55332	3,452256901	2,41280302
11	3,65568	4,41991757	13,3639963
12	-1,92668	31,16274317	3,71209582
13	3,39003	28,26740522	11,4923034
14	2,26547	1,264635194	5,13235432
15	2,7891	0,274188377	7,77907881
16	1,00982	3,165837318	1,01973643
17	-0,597217	2,582567919	0,35666815
18	-2,24063	2,700806289	5,0204228
19	-1,32743	0,83393424	1,7620704
20	0,305571	2,666692266	0,09337364
21	4,03074	13,87688408	16,2468649
22	0,63269	11,5467438	0,40029664
23	-0,197682	0,689517658	0,03907817
24	-0,735842	0,289616186	0,54146345
25	2,59338	11,08371913	6,72561982
26	-4,0581	44,24218619	16,4681756
suma		398,5735777	199,691918
$d = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2} = \frac{398,5735777}{199,6919184} = 1,99$			

Fuente: Elaboración propia

Con el valor del estadístico  $d$ , un tamaño de la muestra igual a 26 ( $n=26$ ), un nivel de significancia del cinco por ciento ( $\alpha = 5\%$ ), y con solo una variable independiente (el tiempo) en nuestra serie temporal. Haciendo referencia a la fig.(tabla) 13 en la primera parte del trabajo, se encuentra que los límites inferior y superior para comparar el estadístico  $d$ , son los siguientes; límite inferior ( $dL$ )=1.20 y límite superior ( $dU$ )= 1.45.

Con esta información se encuentra que el estadístico  $d$  es mayor que el límite superior  $dU$ , ( $d > dU$ ) y que  $(4-d > dU)$ . Por lo tanto se acepta la hipótesis de que los términos de error no están auto correlacionados, convirtiendo a esta prueba en una afirmación más de que el modelo usado para realizar el pronóstico es válido.

Por otra parte y solo a manera de complemento se ha realizado la prueba de Durbin Watson para los residuales usando como software a “R”, donde se obtiene el siguiente resultado:

Figura 10. Prueba de Durbin Watson usando “R”.

```
> durbinWatsonTest(mod,max.lag=1)
lag Autocorrelation D-W Statistic p-value
1 -0.07533701 2.028158 0.87
Alternative hypothesis: rho != 0
```

Fuente: Elaboración propia.

Al observar el estadístico  $d=2.02$  arrojado por este software notamos que es muy similar al que se obtuvo realizando cálculos en Excel, por lo cual se confirman las conclusiones mencionadas unas líneas atrás.

Prueba de Ljungbox: Con la ayuda de “R” se realiza la prueba de Ljungbox para los residuales del pronóstico y se obtienen los resultados indicados en la figura 11.

Figura 11. Prueba Ljungbox

```
Box-Ljung test

data: Residual
X-squared = 0.0877, df = 1, p-value = 0.7671
```

Fuente: Elaboración propia.

En esta prueba con un valor  $p=0.76$  mayor que  $\alpha = 0.05$ , se confirma que el modelo usado para realizar el pronóstico de la serie temporal analizada es válido y que se puede confiar en él, sin olvidar que al final de todo el proceso, es el analista quien debe decidir qué validez y confianza le otorga al modelo realizado, según su interés particular.

## Desarrollo del modelo de red neuronal

Para el desarrollo de este modelo se hace uso del software matemático aplicado a las ingenierías “MATLAB”. Pues debido a la revisión de la literatura que se encuentra en Narváez, J., Fernández, J.D. y Valencia, M. (2010). El primer paso para construir este modelo es tener claro que para nuestra serie de tiempo la cual anteriormente se ajustó a un modelo ARIMA, podemos usar sin ningún problema una red neuronal de dos capas, con alimentación hacia adelante y así obtener buenos resultados en las predicciones.

Partiendo de la anterior afirmación, la metodología que se sigue para realizar este modelo consiste en probar la mayor parte de funciones de activación, de transferencia, y de salida, en las dos capas de neuronas, para así observar con qué combinación se tienen buenos resultados.

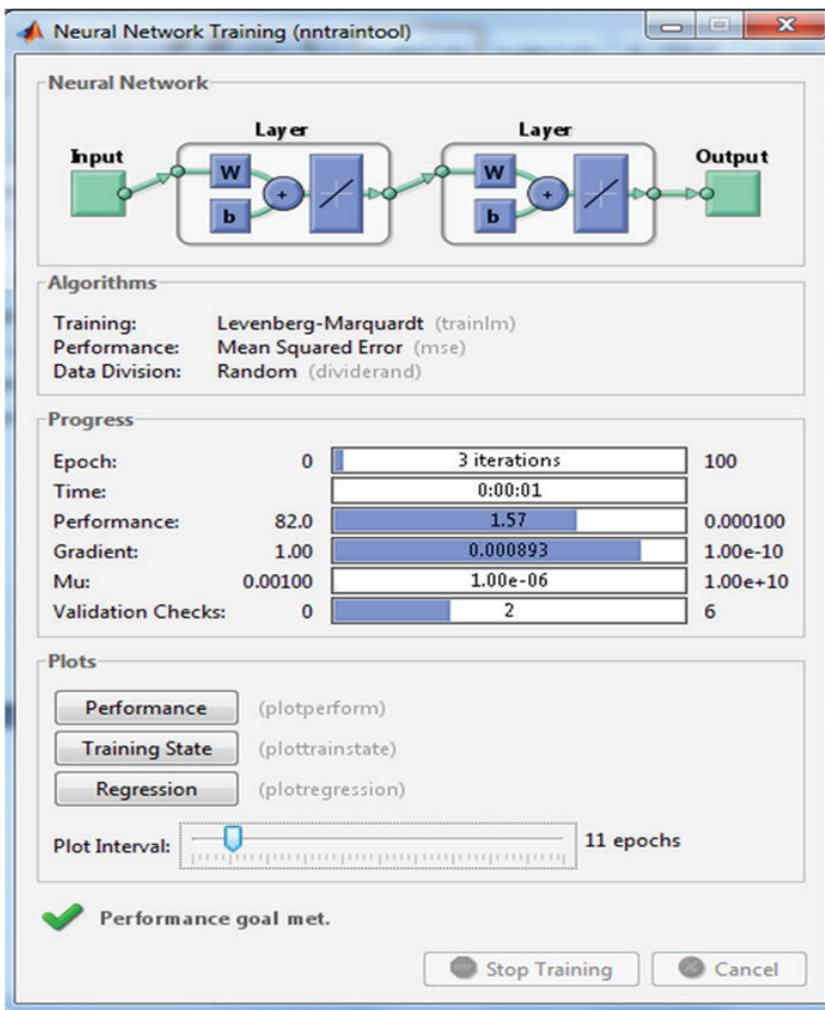
En este sentido, y después de probar distintas combinaciones, se construye un modelo que alcanza el desempeño deseado, el cual tiene las siguientes características.

Es un modelo con aprendizaje supervisado donde las entradas son las observaciones reales de la serie de tiempo, y el target son los pronósticos realizados por el modelo ARMA (1,2), en los periodos donde ya se conocían los valores reales de la demanda. El modelo consta de 10 neuronas en cada capa y los pesos sinápticos son los mismos en cada conexión, estos son constantes y no varían con el tiempo. Las funciones de activación, transferencia, y de salida son funciones lineales o funciones identidad, pues de acuerdo a las experiencias empíricas de este estudio son las que mejores resultados proporcionan a la serie de tiempo analizada.

El entrenamiento de la neurona se hace mediante un algoritmo de retro-propagación denominado Levenberg Marquardt, el cual se usa como algoritmo de entrenamiento por defecto en la herramienta de redes neuronales de MATLAB. El número de iteraciones para el entrenamiento es de 100 veces, pues según ensayos de prueba y error en este trabajo, el número se considera un número no muy grande como para que la red colapse ni tampoco muy pequeño para que no pueda alcanzar su máximo desempeño.

Con estos parámetros se procede a realizar el modelo de red neuronal mediante código secuencial con sintaxis para matlab, y se obtiene que el modelo alcanza su objetivo después en un tiempo de 1 segundo, esto pareciera un tiempo record. Pues para una mejor comprensión de los parámetros del modelo y de los resultados de su desempeño, a continuación en la figura 12 se muestran los resultados de la simulación en cuanto al procesamiento de la información, que arroja matlab.

Figura 12. Características del modelo de RNA, después de la simulación



Fuente: Elaboración propia, Matlab, 2010.

Nótese que en la información arrojada por la figura 12 no se indican los valores de las predicciones, pues estos salen al final de la simulación en la consola de trabajo de Matlab y se indican a continuación en mediante la tabla 3.

Tabla 3. Pronóstico de diez periodos futuros de la serie “demanda de implante interespinoso” con el modelo de red neuronal

PERIODO	PRONOSTICO MODELO RNA
27	4,8
28	7,9
29	3,0
30	6,2
31	2,8
32	0,4
33	9,4
34	10,5
35	7,1
36	3,9

Fuente: Elaboración propia

Adicionalmente el modelo nos arroja los pronósticos para los periodos donde ya se conoce el valor de las observaciones pero se simula desconocerlo, pues esto permite obtener la raíz del error cuadrático medio del modelo así como se indica en la tabla 4 realizada con la ayuda de Microsoft Excel.

Tabla 4. RECM del modelo de RNA

TARGET	PRONOSTICO RNA	e	e <sup>2</sup>
5,66	4,8358	-0,8242	0,67930564
6,14	7,8839	1,7439	3,04118721
7,34	2,97	-4,37	19,0969
6,66	6,19	-0,47	0,2209
8,95	2,8	-6,15	37,8225
6,26	0,36	-5,9	34,81
8,93	9,4	0,47	0,2209
10,52	10,54	0,02	0,0004
8,3	7,08	-1,22	1,4884
5,44	3,9	-1,54	2,3716
6,34	4,9	-1,44	2,0736
5,9	5,2	-0,7	0,49
4,6	5,67	1,07	1,1449
6,7	7,14	0,44	0,1936
5,2	5,39	0,19	0,0361
4,99	3,86	-1,13	1,2769
4,59	3,804	-0,786	0,617796
5,24	3,36	-1,88	3,5344
6,32	6,38	0,06	0,0036
7,69	8,37	0,68	0,4624
7,96	9,79	1,83	3,3489
7,36	6,78	-0,58	0,3364
5,2	5,6	0,4	0,16
5,7	2,4	-3,3	10,89
6,4	2,36	-4,04	16,3216
7	4,075	-2,925	8,555625
		SUMA	149,197914
		ECM	5,7383813
		RECM	2,39549187

Fuente: Elaboración propia

Se observa entonces que la raíz del error cuadrático medio del modelo de RNA es menor que la obtenida con el modelo ARMA (1,2). Esto aparentemente indicaría que el modelo de RNA tiene un mejor desempeño para la elaboración de pronósticos sobre la serie temporal analizada.

Con la información anterior se puede construir una tabla comparativa que indique las predicciones de ambas técnicas en los diez periodos futuros para la demanda del implante interespinoso como se indica en la Tabla 5.

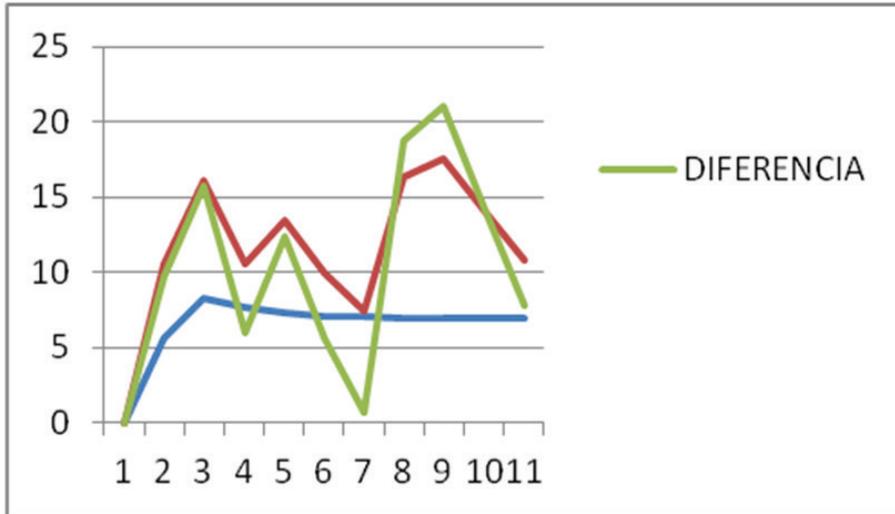
Tabla 5. Comparación de pronósticos estadísticos y de RNA

PERIODO	PRONOSTICO MODELOARMA(1,2)	PRONOSTICO MODELO RNA	DIFERENCIA
27	5,67	4,8	-0,8
28	8,27	7,9	-0,4
29	7,61	3,0	-4,6
30	7,27	6,2	-1,1
31	7,10	2,8	-4,3
32	7,02	0,4	-6,7
33	6,97	9,4	2,4
34	6,95	10,5	3,6
35	6,94	7,1	0,1
36	6,93	3,9	-3,0

Fuente: Elaboración propia.

Se observa que la diferencia entre los valores pronosticados por ambas técnicas, es en el 30% de los casos menor que la unidad. Esto indica que existen diferencias importantes entre los resultados de cada técnica, pues para observarlas mejor, se presenta a continuación la figura 13, donde se encuentran las gráficas de ambos resultados.

Figura 13. Grafica de las predicciones con el modelo estadístico y con el modelo de RNA



Fuente: Elaboración propia

Como se mencionó anteriormente, los resultados con ambos modelos difieren notoriamente, aunque es importante rescatar que los resultados del modelo de RNA caen dentro de los intervalos de confianza del modelo ARIMA (1,2) mostrados en la figura 6 de este documento. Pues aun cuando ésta no es ninguna argumentación para considerar que el modelo RNA esté dando buenos resultados, es importante notar lo que ha ocurrido, pues al menos esto sí es un indicador de que el modelo de RNA no está en total desacuerdo con el modelo estadístico.

Se observa a través de las gráficas que los resultados presentados por el modelo estadístico presentan un comportamiento estacionario mucho más marcado que el que muestran los resultados del modelo con RNA. Esto podría a grandes rasgos ser un indicio de que el modelo de RNA presenta resultados más detallados quizás, pues aun cuando el comportamiento de estos resultados no parece tener tendencias significativas hacia la alza o hacia la baja, sí se indican picos pronunciados, lo cual no está ocurriendo con los resultados otorgados por el modelo de ARMA (1,2).

En este nivel podemos considerar revisar las consideraciones que se hacen en el siguiente aparte respecto al uso de estas dos técnicas para la elaboración de pronósticos.

## Conclusiones

Entre las principales conclusiones del trabajo desarrollado se tienen las siguientes:

El desempeño del modelo de RNA usado es mejor en cuanto a una disminución de la raíz del error cuadrático medio presentada por el modelo estadístico ARMA (1,2). En los periodos donde se conocía el valor real de las observaciones.

El modelo de RNA alcanza un desempeño adecuado en un tiempo muy reducido, apenas un segundo.

Se puede considerar al modelo de RNA realizado en este trabajo como un modelo de pronóstico Híbrido, pues su naturaleza de aprendizaje supervisado se dio gracias a los pronósticos realizados por el modelo ARMA que minimizaron el error en la predicción del modelo estadístico. Por tanto el modelo de RNA usa un target u objetivo que se obtuvo desde un modelo estadístico ARMA (1,2), lo cual es razón suficiente para considerar al modelo como un Híbrido.

Se considera que el uso de RNA fue apropiado para la serie temporal analizada, pero que es una técnica muy poderosa que implica recursos informáticos intangibles elevados, como el conocimiento y manejo de técnicas computacionales avanzadas por parte del analista. Razón por la cual en este tipo de series con comportamiento estacionario y fácil de modelar mediante técnicas estadísticas, se considera que el uso de RNA no es conveniente, pues desde el punto de vista de aprovechamiento de recursos, se podría considerar que se está usando una herramienta muy poderosa para un problema que se puede resolver con técnicas tradicionales obteniendo resultados muy satisfactorios. Sin embargo, desde el punto de vista de precisión se considera que el uso de RNA sí es adecuado para el pronóstico de este tipo de series.

Se concluye por la experiencia en este trabajo que para series temporales que se ajustan a modelos ARMA, es adecuado usar modelos de red neuronal sencillos con dos capas de redes, una de salida y otra de entrada, pues el uso de modelos multicapa no trajo buenos resultados en nuestro trabajo.

En la serie de tiempo como la presentada en este estudio, donde el comportamiento no tendencial fue característico, el haber usado un modelo de RNA con

propagación hacia adelante permitió alcanzar resultados buenos en cuanto a la precisión del pronóstico.

La consideración del aprendizaje supervisado puede ser una técnica pertinente para la generación de modelos híbridos estadísticos y de RNA, pues en este trabajo funcionó muy bien. Y aunque no se podría determinar que la técnica es apropiada para todos los casos, se considera un campo de acción interesante para quien quiera profundizar estudios sobre la técnica propuesta.

Es importante usar la metodología de ensayo y error para encontrar un modelo de RNA adecuado para el problema que se esté trabajando, al igual que para parametrizar el modelo escogido, pues hay que tener en cuenta que una red muy entrenada puede colapsar y que una red muy poco entrenada puede arrojar resultados inapropiados.

El uso de funciones identidad como funciones de activación, de aprendizaje y de salida funcionó mejor que el uso de otras funciones en cuanto a la elaboración de proyecciones de nuestra serie temporal sin tendencia.

Aunque los resultados de los modelos parecen ser muy confiables, se recomienda hacer una validación de los mismos a través de una comparación directa con los valores reales de la demanda en los diez periodos pronosticados, pues en este trabajo no se ha realizado porque aún no se cuenta con dicha información que permita hacer las respectivas comparaciones y mediciones de error. Sin embargo se ofrece al lector la oportunidad de escribir al e-mail de cualquiera de los participantes del estudio, quien con mucho gusto ofrecerá esta información adicional en el momento que se cuente con ella.

## Referencias

---

1. Hílera, J.R. y Martínez, V.J. (2000). Redes neuronales artificiales: fundamentos, modelos, y aplicaciones. México: Alfa-omega.