

**“ESTUDIO SOBRE LA INFLUENCIA DE LA ESFERICIDAD DE LAS
PARTICULAS EN UN LECHO FLUIDIZADO TRIFASICO”**

ALEJANDRA SOLORZANO OROZCO

UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA

ESCUELA DE INGENIERIA

FACULTAD DE INGENIERIA QUIMICA

MEDELLIN

2015

**“ESTUDIO SOBRE LA INFLUENCIA DE LA ESFERICIDAD DE LAS
PARTICULAS EN UN LECHO FLUIDIZADO TRIFASICO”**

ALEJANDRA SOLORZANO OROZCO

ASESOR: Germán Camilo Quintana Marín

Trabajo de grado presentado para optar al título de Ingeniero Químico

UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA

ESCUELA DE INGENIERIA

FACULTAD DE INGENIERIA QUIMICA

MEDELLIN

2015

Fecha: 08 de Abril/2015

Nombre: Alejandra Solórzano Orozco

“Declaro que esta tesis (o trabajo de grado) no ha sido presentada para optar a un título, ya sea en igual forma o con variaciones, en esta o cualquier otra universidad” Art 82 Régimen Discente de Formación Avanzada.

Firma

Alejandra S.

AGRADECIMIENTOS

A MIS PADRES, por ser una motivación y un ejemplo a seguir. Por ser el pilar fundamental en toda mi formación a nivel profesional y personal, por ser la fuerza para seguir adelante y por su lucha incansable en el camino por verme triunfar.

GERMAN CAMILO QUINTANA MARÍN, docente investigador del grupo Pulpa y papel de la Universidad Pontificia Bolivariana por el apoyo y la asesoría brindada en la realización de éste proyecto.

A todas aquellas personas que de una u otra forma hacen parte de éste triunfo.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	16
1. OBJETIVOS	18
1.1 OBJETIVO GENERAL	18
1.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS	18
2. MARCO TEORICO Y ESTADO DEL ARTE	19
2.1 PRINCIPIOS DE FLUIDIZACIÓN	19
2.1.1 GENERALIDADES	19
2.1.2 SECUENCIA DE FENÓMENOS EN LA FLUIDIZACIÓN (Walas, 1990) 23	
2.1.3 CLASIFICACIÓN DE LAS PARTÍCULAS	24
2.2 FLUIDIZACION TRIFASICA	27
2.3 CORRELACIONES Y ECUACIONES PARA EL DISEÑO DE UN REACTOR DE LECHO FLUIDIZADO	28
2.3.1 CAIDA DE PRESIÓN EN UN LECHO FLUIDIZADO	28
2.3.2 CORRELACIONES EMPLEADAS EN EL CÁLCULO DE LA POROSIDAD Y LA EXPANSIÓN DE UN LECHO FLUIDIZADO TRIFASICO	29
2.3.2.1 FRACCIÓN DE SÓLIDO	33
2.3.2.2 FRACCION DE LÍQUIDO	34
2.3.2.3 FRACCION DE GAS	34
3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	35
3.1 METODOLOGÍA DE DISEÑO	35
3.1.1 EQUIPO DE FLUIDIZACIÓN TRIFÁSICA	36
3.1.2 DISEÑO DEL DISTRIBUIDOR DE GAS	37
3.2 ANALISIS DE RESULTADOS	39
3.2.1 ESFERAS	39
3.2.2 TOROIDES	49

3.2.3 CILINDROS	53
3.2.4 ESTUDIO COMPARATIVO	55
3.2.5 AJUSTE A MODELOS	60
4. CONCLUSIONES	66
5. BIBLIOGRAFIA	68
ANEXOS	70

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Características de las partículas de acuerdo con la clasificación Geldart (CIEMAT, 1990).....	25
Tabla 2. Correlaciones para la porosidad de lechos fluidizados trifásicos	32
Tabla 3. Variables medidas y parámetros de diseño de un fluidizador gas-líquido-sólido.....	35
Tabla 4. Características de las partículas esféricas.....	39
Tabla 5. Análisis de Varianza para H (m)	41
Tabla 6. Análisis de Varianza para ϵ	44
Tabla 7. Análisis de Varianza para la caída de presión	47
Tabla 8. Características de las partículas en forma de toroide	50
Tabla 9. Características de las partículas cilíndricas	53
Tabla 10. Ajuste de datos experimentales a correlación de Hirata & Noguchi para un lecho de partículas cilíndricas	62
Tabla 11. Modelo matemático para la porosidad de un lecho fluidizado trifásico..	64
Tabla 12. Resultados experimentales para un lecho de partículas esféricas	71
Tabla 13. Resultados experimentales para un lecho de partículas toroide	73
Tabla 14. Resultados experimentales para un lecho de partículas cilíndricas	75
Tabla 15. Ajuste a correlaciones disponibles en la literatura (Esferas)	77
Tabla 16. Ajuste a correlaciones disponibles en la literatura (Toroides)	78
Tabla 17. Ajuste a correlaciones disponibles en la literatura (Cilindros)	79
Tabla 18. Ajuste a correlación de Hirata & Noguchi para un lecho de partículas esféricas	81
Tabla 19. Ajuste a correlación de Hirata & Noguchi para un lecho de partículas toroides.....	82
Tabla 20. Ajuste a correlación de Hirata & Noguchi para un lecho de partículas cilíndricas	83

Tabla 21. Variables adicionales calculadas para determinar ε_3	84
Tabla 22. Ajuste a correlación de (Soung, 1978) para un lecho de partículas esféricas	85
Tabla 23. Ajuste a correlación de (Soung, 1978) para un lecho de partículas toroides.....	86
Tabla 24. Ajuste a correlación de (Soung, 1978) para un lecho de partículas cilíndricas	87

LISTA DE FIGURAS

Figura 1a. progreso de la caída de presión y de la altura del lecho con el incremento de la velocidad del gas en comportamiento ideal y real.....	20
Figura 2. Regímenes de fluidización debido al aumento en la velocidad del fluido ascendente a través del lecho (Perry, Fluidized bed systems, 1999)	23
Figura 3. Clasificación Geldart de partículas (Rhodes, 2008).....	25
Figura 4. Modos de fluidización gas-líquido-sólido (Muroyama & Fan, 1985).....	27
Figura 5. Diagrama del sistema de fluidización	37
Figura 6. Distribuidor de gas	38
Figura 7. Dimensiones del distribuidor de gas.....	38
Figura 8. Partículas esféricas.....	39
Figura 9. Altura del lecho vs Velocidad superficial del líquido (Esferas)	40
Figura 10. Interacciones U_g - U_l - H	41
Figura 11. Medias y 95% de Fisher LSD para la velocidad de líquido- H (m)	42
Figura 12. Medias y 95% de Fisher LSD para la velocidad de gas- H (m).....	42
Figura 13. Altura del lecho vs velocidad superficial del líquido ($U_g=0.000577$ m/s)	43
Figura 14. Porosidad del lecho vs Velocidad superficial del líquido (Esferas)	44
Figura 15. Medias y 95% de Fisher LSD para la velocidad de líquido- \square	45
Figura 16. Medias y 95% de Fisher LSD para la velocidad de gas- \square	45
Figura 17. Gráfico de interacciones U_l - U_g - \square	46
Figura 18. Caída de presión vs velocidad superficial del líquido (esferas)	47
Figura 19. Medias y 95% de Fisher LSD para la velocidad de gas- \square P	48
Figura 20. Medias y 95% de Fisher LSD para la velocidad de líquido- \square P.....	48
Figura 21. Gráfico de interacciones U_l - U_g - \square P	49
Figura 22. Geometría de un toroide	50

Figura 23. Expansión del lecho vs Velocidad superficial del líquido (Toroides)	51
Figura 24. Porosidad del lecho vs velocidad superficial del líquido (Toroides)	52
Figura 25. Caída de presión vs Velocidad superficial del líquido (toroides)	52
Figura 26. Partículas cilíndricas	53
Figura 27. Altura del lecho vs Velocidad superficial de líquido (Cilindros)	54
Figura 28. Porosidad vs Velocidad superficial del líquido (cilindros)	54
Figura 29. Caída de presión vs Velocidad superficial del líquido (cilindros)	55
Figura 30. Altura del lecho vs Velocidad superficial de líquido para diferentes geometrías ($U_g= 0.000144$ m/s).....	56
Figura 31. Altura del lecho vs Velocidad superficial de líquido para diferentes geometrías ($U_g= 0.000577$ m/s).....	56
Figura 32. Caída de presión para el lecho expandido vs Velocidad superficial del líquido para diferentes geometrías ($U_g=0.000144$ m/s)	58
Figura 33. Caída de presión para el lecho expandido vs Velocidad superficial del líquido para diferentes geometrías ($U_g=0.000577$ m/s)	58
Figura 34. Porosidad vs Velocidad superficial del líquido para diferentes geometrías ($U_g=0.000144$ m/s).....	59
Figura 35. Porosidad vs Velocidad superficial del líquido para diferentes geometrías ($U_g=0.000577$ m/s).....	60
Figura 36. Porosidad observada vs Porosidad predicha por el modelo	64
Figura 37. Método para el cálculo de las velocidades límites de caída	84

LISTA DE ANEXOS

Anexo A. Resultados experimentales para un lecho de partículas esféricas.....	71
Anexo B. Resultados experimentales para un lecho de partículas toroides	73
Anexo C. Resultados experimentales para un lecho de partículas cilíndricas	75
Anexo D. Resultados del ajuste a correlaciones consignadas en la Tabla 2	77
Anexo E. Resultados del ajuste a correlación de Hirata & Noguchi (1994)	81
Anexo F. Resultados del ajuste a correlación de Soung (1978)	85

NOMENCLATURA

A_T : Área transversal de la columna, m^2

ΔP : caída de presión a través del lecho, N/m^2

μ : Viscosidad del fluido, Ns/m^2

d_p : Diámetro de las partículas, m

d_c : Diámetro de la columna, m

ρ_f : Densidad del fluido, kg/m^3

U_o : Velocidad superficial, m/s

g: Gravedad, m/s^2

H: Altura del lecho expandido, m

H_0 : Altura inicial del lecho, m

ε : Porosidad del lecho

A: Área del lecho, m^2

Re_p : Número de Reynolds de partícula

U_L : Velocidad superficial del líquido, m/s

U_g : Velocidad superficial del gas, m/s

U_t : Velocidad terminal, m/s

ρ_l : Densidad del líquido, kg/m^3

ρ_g : Densidad del gas, kg/m^3

Re: Número de Reynolds

We: Número de Weber

ρ_s : Densidad del sólido, kg/m^3

Fr: Número de Froud

ϕ : Esfericidad de las partículas

GLOSARIO

Expansión del lecho: Se refiere al fenómeno en que un lecho de partículas aumenta su volumen o el espacio ocupado debido al paso de un líquido a través de él. Esta expansión puede ser causada por el *hold up* del gas en el lecho o por un reacomodamiento de las partículas luego de haber sido fluidizadas.

Velocidad mínima de fluidización: Velocidad mínima del fluido, a la cual los sólidos son suspendidos y comienzan a tener un comportamiento similar al de un líquido, pero todavía no está fluidizado completamente.

Velocidad superficial: Es la velocidad del fluido que pasa a través del reactor sin tener en cuenta la presencia del lecho. Se calcula como el flujo volumétrico del fluido dividido por el área transversal del objeto a través del cual se transporta.

Velocidad terminal: es la velocidad máxima que alcanzaría un cuerpo moviéndose en el seno de un fluido infinito bajo la acción de una fuerza constante.

Porosidad: es una medida de espacios vacíos en un material, y es una fracción del volumen de huecos sobre el volumen total.

Esfericidad: la relación entre la superficie que tendría una esfera del mismo volumen que la partícula y la superficie real partícula.

RESUMEN

Se evaluó la influencia de la esfericidad sobre la caída de presión y la porosidad de un lecho fluidizado trifásico empleando partículas con diferentes geometrías (Esferas, toroides y cilindros). Para ello se diseñó un equipo de fluidización constituido por un tubo vertical de vidrio de 4,95 cm de diámetro interno y 133,5 cm de altura, al cual se adaptó una placa perforada de aluminio en la parte inferior que permite la distribución del gas en toda la sección transversal de la columna. Este equipo está diseñado para estudiar la fluidización trifásica en co-corriente, pudiéndose variar los flujos de entrada de agua (0,0063- 0,0565 gpm) y aire (1-4 dm³/h), siendo el agua el fluido en mayor proporción. Con las pruebas experimentales realizadas en todo el rango de velocidades de cada fluido, se encontró que la esfericidad de las partículas influye en la porosidad y la caída de presión del lecho, ya que aquellas partículas menos esféricas se expanden con mayor facilidad y además, se encontró que las partículas esféricas son las que presentan una menor caída de presión, siendo menor ésta variable a medida que aumenta la proporción de gas en el medio. Se logró expandir el lecho un 1000%, alcanzando una porosidad de 0,95 en promedio para todos los experimentos. Se realizó un ajuste a algunos modelos disponibles en la literatura, encontrando que el mejor ajuste corresponde a la correlación de Hirata & Noguchi (1994), con un porcentaje de error máximo de 24% aproximadamente a las velocidades más altas de líquido. Con los resultados obtenidos y mediante *StatGraphics Centurion XVI*, se ajustó un modelo matemático en función de tres variables independientes (Esfericidad, número de Reynolds de partícula en el líquido y número de Reynolds de partícula en el gas) que satisface las condiciones experimentales estudiadas, con un nivel de confianza de 95% encontrándose errores aproximados del 7%

Palabras clave: Esfericidad, fluidización, lecho, caída de presión, porosidad

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Las principales aplicaciones de la fluidización trifásica se encuentran en el sector de hidrotratamiento de combustibles, tratamiento aeróbico y anaeróbico de aguas residuales, producción de fármacos, etc. Este tipo de lechos han sido ampliamente estudiados durante los últimos 40 años, y actualmente se cuenta con abundante información experimental en el campo enfocada a dilucidar el comportamiento de estos reactores, particularmente respecto a su comportamiento hidrodinámico macroscópico. (Larachi, 2001)

Sin embargo, la información disponible hasta ahora no ha sido unificada para predecir de manera cuantitativa los principales parámetros de los lechos fluidizados trifásicos (porosidad, velocidad mínima de fluidización, morfología inicial del lecho, expansión o contracción del lecho, etc.) y es por ello que hasta hoy, no se tienen ecuaciones generales que permitan lograr un diseño óptimo de éste tipo de reactores. (Larachi, 2001)

En este proyecto se evaluó el efecto de la esfericidad sobre la caída de presión y la expansión de un lecho fluidizado trifásico. Para ello, se realizaron pruebas experimentales empleando diferentes geometrías de partícula (esferas, cilindros, toroides), las cuales fueron fluidizadas variando las condiciones de entrada del líquido y del gas, ajustando los datos experimentales a correlaciones actualmente disponibles en la literatura (Soung, 1978) y proponiendo una correlación mediante ajuste de datos por mínimos cuadrados que incluye el efecto de la esfericidad de las partículas.

INTRODUCCIÓN

Como resultado del desarrollo a nivel industrial, se han generado diferentes formas de contaminación, entre ellas vertimientos en efluentes cargados de contaminantes a ríos y cauces (Noreña & Cortés, 2007), liberación de compuestos sulfurados al ambiente con el uso de combustibles líquidos (PASSINI, 2013), entre otros. La fluidización trifásica, ha surgido como respuesta a las diferentes formas de contaminación, siendo una alternativa eficiente para reducir las emisiones generadas por los diferentes sectores industriales mencionados.

Por ejemplo, la empresa colombiana Ecopetrol, tiene unas ventas de combustibles refinados del orden de 2.906 millones de galones por año, en cifras de 2008, y de éstas el 72% corresponde a las gasolinas y los diéselos que se consumen en el transporte nacional, excluyendo gas natural. Debido a los altos contenidos de azufre en los combustibles y a la regulación de contaminantes presentes en éstos, ha sido necesario pensar en alternativas que permitan reducir la cantidad de contaminantes de manera eficiente y para ello la empresa petrolera ha implementado una planta de hidrotatamiento empleando lechos fluidizados gas-líquido-sólido, que comenzó su funcionamiento en el año 2009 con una inversión de 700 millones de dólares (Arango, 2013)

Por otra parte, lechos de éste tipo han sido implementados en el sector del tratamiento de aguas residuales, donde contaminantes como el cianuro deben ser removidos debido a su toxicidad. Un caso alarmante es el que se presenta en Segovia, Antioquia. Donde la concentración de cianuro presente en las descargas varía entre 6 mg/L y 2264 mg/L (Noreña & Cortés, 2007).

A pesar de todas las aplicaciones que hasta ahora tienen los lechos fluidizados de tres fases (gas-líquido-sólido), uno de los principales requerimientos de la industria es conocer más a fondo el comportamiento y las condiciones de operación de un lecho fluidizado trifásico, así como los parámetros de mayor influencia en el diseño, puesto que de ello dependerá la implementación exitosa del sistema (YANG, 1999). Sin embargo, existe poca información en la literatura abierta con relación a estudios hidrodinámicos de este tipo de reactores (Sanchez, 2007)

Debido al esfuerzo de un grupo de profesores provenientes de diversos lugares del mundo, se ha compilado una base de datos de los experimentos realizados sobre fluidización trifásica en co-corriente durante las últimas décadas. Esta base

de datos representa casi todo el patrimonio de los datos no patentados publicados en la literatura en el campo de la fluidización gas-líquido-sólido (23000 experimentos sobre porosidad y expansión del lecho). Los experimentos se han llevado a cabo empleando una gran variedad de fluidos: 55 newtonianos, 19 no newtonianos y además 110 tipos de partículas diferentes, 17 diámetros de columna y diámetros de partícula desde 8 mm hasta 800 mm (Larachi, 2001)

A pesar de la profundización y la importancia atribuida durante los últimos años a este tipo de fluidización, aún no se conoce completamente la hidrodinámica y la mecánica de fluidos de los reactores de éste tipo (YANG, 1999); solo se cuenta con algunas correlaciones entre las principales variables hidrodinámicas como la porosidad, la morfología inicial del lecho, el régimen de flujo, la expansión o contracción del mismo y el diámetro de partícula (Larachi, 2001), las cuales presentan discrepancias considerables entre sí y por ésta razón no se obtiene un resultado óptimo y aproximado al comportamiento real para el diseño de reactores de lecho fluidizado gas-líquido-sólido (Kumar, 2010).

Reportes en la literatura indican que la esfericidad de la partícula afecta la hidrodinámica de la fluidización, en cuanto a la expansión y la caída de presión del lecho (Ruelas, 2009), sin embargo no se han desarrollado correlaciones que permitan determinar de manera aproximada los cambios o alteraciones que causa la esfericidad de la partícula a ser empleada en el proceso. Es por ello que mediante pruebas experimentales a escala de laboratorio, se encontró la influencia que tiene la forma de la partícula en parámetros importantes en éste tipo de lechos como la caída de presión y la expansión del mismo durante el proceso de fluidización, permitiendo llegar a resultados más acertados en cuanto al comportamiento real de éste tipo de lechos.

1. OBJETIVOS

1.1 OBJETIVO GENERAL

Determinar la influencia de la esfericidad de las partículas en la expansión y la caída de presión de un lecho fluidizado gas-líquido-sólido.

1.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS

Ajustar los parámetros de las correlaciones sugeridas en la literatura con los datos experimentales obtenidos.

Obtener curvas para la expansión del lecho en función del flujo de gas y de líquido para cada geometría.

Comparar los resultados obtenidos mediante correlaciones empíricas válidas para el equipo de laboratorio con los valores arrojados por las correlaciones reportadas en la literatura.

2. MARCO TEORICO Y ESTADO DEL ARTE

2.1 PRINCIPIOS DE FLUIDIZACIÓN

La fluidización es una operación mediante la cual un sólido finamente dividido al contacto con un fluido forma una mezcla fluida que puede manipularse como tal.

Esta operación se emplea con fines diversos en la industria tanto en operaciones físicas como químicas. Ejemplos de operaciones físicas pueden ser: adsorción, secado, etc. Las operaciones químicas incluyen reacciones de gas sobre catalizadores o sólidos o de reacciones de sólidos con gases.

2.1.1 GENERALIDADES

Cuando uno o varios fluidos pasan a través de un lecho de partículas, la caída de presión en el fluido debida a la fricción incrementa con incrementos en el flujo de fluido. Existe un punto en el cual, la fuerza de arrastre del fluido o fluidos sobre las partículas es igual al peso aparente de las mismas en el lecho. En este punto las partículas son levantadas por el fluido, su separación se incrementa y el lecho se fluidiza. (Rhodes, 2008)

Para describir el fenómeno anterior, imagínese un tubo vertical lleno parcialmente con un sólido granular, como arena fina. Si se hace pasar un fluido en dirección ascendente a través de éste lecho, no ocurrirá un movimiento relativo de la arena hasta no sobrepasar una velocidad crítica. Por debajo de tal velocidad el caudal y la caída de presión serán directamente proporcionales entre sí, como lo indican las ecuaciones de Darcy y Kozeny. Para la velocidad crítica, la presión ejercida sobre el lecho está equilibrada por el peso aparente de las partículas por unidad de área del lecho; a una velocidad mayor la resistencia al rozamiento es mayor que el peso de éstas y, por consiguiente, se reordenan para que ofrezcan la menor resistencia al paso del fluido, y el lecho comienza a expandirse. La Figura 1a, muestra esquemáticamente el “progreso de la caída de presión y de la altura del

lecho con el incremento de la velocidad del gas en comportamiento normal y anormal del lecho” (Walas, 1990), o dicho de otra forma, comportamiento “ideal y real” (Gupta, 1979).

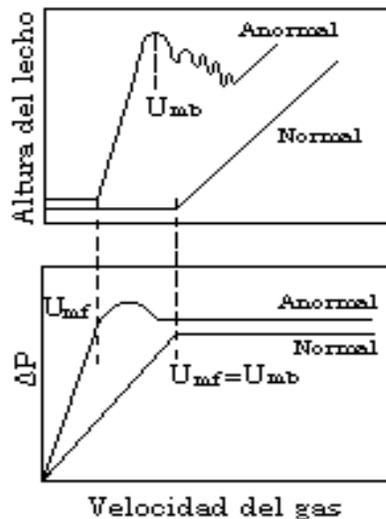


Figura 1a. progreso de la caída de presión y de la altura del lecho con el incremento de la velocidad del gas en comportamiento ideal y real

El comportamiento anormal o real se presenta, entre otras causas, por el acanalamiento del lecho y por la agregación de las partículas debida a fuerzas atractivas entre ellas (Gupta, 1979). A continuación se explica claramente el caso más general de una fluidización con comportamiento real. Figura 1b.

Entre A y B se muestra la dependencia directa entre la velocidad y la caída de presión y entre B y C los procesos de expansión del lecho donde ocurre el reordenamiento de las partículas. En el punto C el lecho está en la condición menos compacta posible. (Rhodes, 2008)

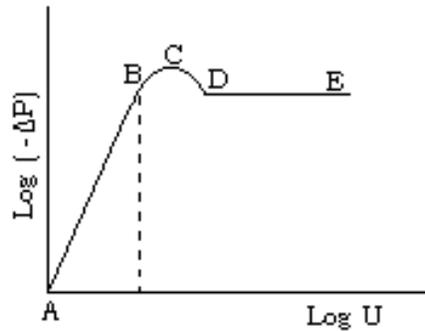


Figura 1b. Caso general de fluidización en comportamiento real

Hasta la velocidad crítica la relación velocidad media de fluido-caída de presión está dada por la ecuación de Ergun:

$$\left(\frac{\Delta P}{H_0}\right) \frac{D_p}{\rho_L U_o^2} \frac{\varepsilon^3}{1-\varepsilon} = \frac{150(1-\varepsilon)\mu}{D_p \rho_L U_o} - 1,75 \quad (2-1)$$

A la velocidad crítica, punto C de la Fig. 1b, el peso aparente del lecho por unidad de área, equivale a la caída de presión a través de él y está dado por (Rhodes, 2008):

$$\text{Peso aparente} = \text{Peso del lecho} - \text{Pérdidas de peso.}$$

$$\text{Peso} \cdot \text{aparente} = AH_o \rho_s g(1-\varepsilon) - AH_o \rho_L g(1-\varepsilon)$$

$$\text{Peso} \cdot \text{aparente} = (1-\varepsilon)(\rho_s - \rho_L)AH_o g \quad (2-2)$$

Si se considera un lecho de área unitaria, esto es, $A = 1.0$ la ecuación (2-2), se transforma en:

$$-\Delta P = (1 - \varepsilon)(\rho_s - \rho_f)H_o g \quad (2-3)$$

Entre los puntos A y B el lecho se encuentra fijo y su porosidad es e . Usualmente en el punto C, conocido como punto de mínima fluidización, se observa un pico en la caída de presión ($-\Delta P$), siendo ésta un poco mayor que la caída de presión requerida para balancear el peso del lecho. Si continúa aumentándose la velocidad del fluido, el lecho se expande y la caída de presión disminuye hasta llegar al punto D. (Gupta, 1979)

Al aumentar la velocidad del fluido después del punto D, el movimiento de las partículas es cada vez más intenso, formándose incluso remolinos y desplazándose al azar; el contenido parece un líquido en ebullición o lecho hirviente. El punto D es denominado “punto mínimo de burbuja”. (Rhodes, 2008)

Si el flujo se aumenta aún más por encima del punto D; la porosidad del lecho aumenta, el lecho se expansiona y disminuye su densidad, el arrastre llega a ser apreciable y finalmente completo. En el punto E, todas las partículas han sido arrastradas por el fluido, la porosidad se aproxima a la unidad y el lecho deja de existir como tal. El fenómeno es entonces el flujo simultáneo de dos fases, la caída de presión se incrementa pero muy ligeramente.

La fluidización sin arrastre de sólidos se denomina fluidización discontinua; cuando el arrastre es completo, se dice que la fluidización es continua.

Hasta el punto E el comportamiento del lecho es muy similar tanto si el fluido fuera un líquido o un gas, pero a altas velocidades del fluido, cuando la expansión del lecho es considerable, existe una diferencia notable del comportamiento en ambos casos. Con un líquido, el lecho continúa expandiéndose al aumentar la velocidad y mantiene su carácter uniforme, con un aumento progresivo del grado de agitación de las partículas. Este tipo de fluidización se denomina “particulada”. Con un gas, sin embargo, la fluidización uniforme se obtiene a velocidades relativamente bajas. A velocidades elevadas se forman dos fases separadas; la fase continua se denomina a menudo fase “densa” o “emulsión”, la discontinua, fase “ligera” o de “burbuja”. Se dice que la fluidización es de agregación. Se ha sugerido (WHIHELM, 1948) que el número de Froude $\left(\frac{U_{mf}^2}{gd_p}\right)$ sea un criterio a partir del cual puede predecirse el tipo de fluidización, a valores menores que la unidad, ocurre la fluidización particulada, pero a valores mayores se da la fluidización de agregación.

2.1.2 SECUENCIA DE FENÓMENOS EN LA FLUIDIZACIÓN (Walas, 1990)

A continuación se revisará y sintetizará lo expuesto anteriormente. Figura 2.

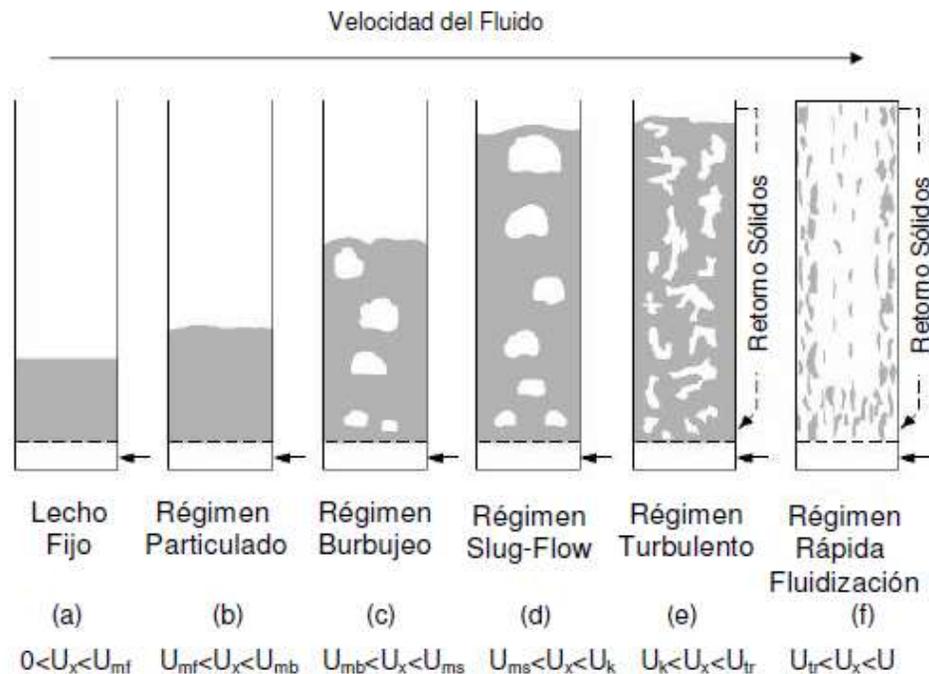


Figura 2. Regímenes de fluidización debido al aumento en la velocidad del fluido ascendente a través del lecho (Perry, *Fluidized bed systems*, 1999)

Como se observa en la Figura 2, la velocidad del fluido afecta de manera importante el comportamiento del lecho, las burbujas y sus características. En el primer régimen (a), cuyo rango está comprendido entre 0 y U_{mf} ¹ se observa un comportamiento de lecho fijo. El valor de U_{mf} depende del diámetro de las partículas, su densidad, además de la densidad y la viscosidad del fluido.

¹ U_{mf} : Velocidad mínima de fluidización

En el régimen b, el rango de velocidad está comprendido desde U_{mf} hasta U_{mb}^2 . Allí se observa una fluidización particulada, donde el lecho se expande ligera y homogéneamente.

Posteriormente en el caso c, el rango está comprendido entre U_{mb} y U_{ms}^3 . Allí se observa el fenómeno de fluidización como tal y además la superficie se encuentra bien definida y solo se ve afectada por la aparición de burbujas.

En el régimen d, el intervalo de velocidades se encuentra entre U_{ms} y U_k^4 . A medida que las burbujas ascienden desde el plato distribuidor, colisionan y aumentan su tamaño, llegando en el caso de flujo tapón a igualar el diámetro del tubo. En este régimen se presentan vacíos a través de la columna y a medida que alcanza la superficie, se puede observar como grandes burbujas se rompen.

Para el régimen e, donde el rango está comprendido entre U_k y U_{tr}^5 , se observan turbulencias. Por último el régimen f, es una etapa de fluidización rápida, donde ya no se identifica una superficie superior del lecho, las partículas son transportadas fuera del reactor y deben ser reemplazadas para mantener un estado estable de sólidos dentro del reactor. Para éste caso la velocidad está comprendida entre U_{tr} y U^6 .

2.1.3 CLASIFICACIÓN DE LAS PARTÍCULAS

Las características de las partículas, tales como tamaño y capacidad para retener la aireación juegan un papel muy importante en la operación de fluidización. Geldart reconoció cuatro grupos principales en los cuales pueden dividirse las partículas de acuerdo a sus características y comportamiento; Las propiedades de las partículas pueden predecirse una vez éstas se han ubicado dentro de uno de los grupos, sin embargo, es importante anotar que a temperaturas y presiones mayores a las ambientales se puede presentar un cambio de grupo. Lo anterior ocurre debido al efecto de las propiedades del gas en la aglomeración de las partículas y tiene serias implicaciones en cuanto a lechos fluidizados se refiere. (Walas, 1990)

² U_{mb} : Velocidad en el punto mínimo de burbuja

³ U_{ms} : Velocidad de mínimo slugging

⁴ U_k : Velocidad en un punto cualquiera (k), cuyo valor es menor que U_{tr} y mayor que U_{ms}

⁵ U_{tr} : Velocidad terminal

⁶ U: Término de velocidad en general

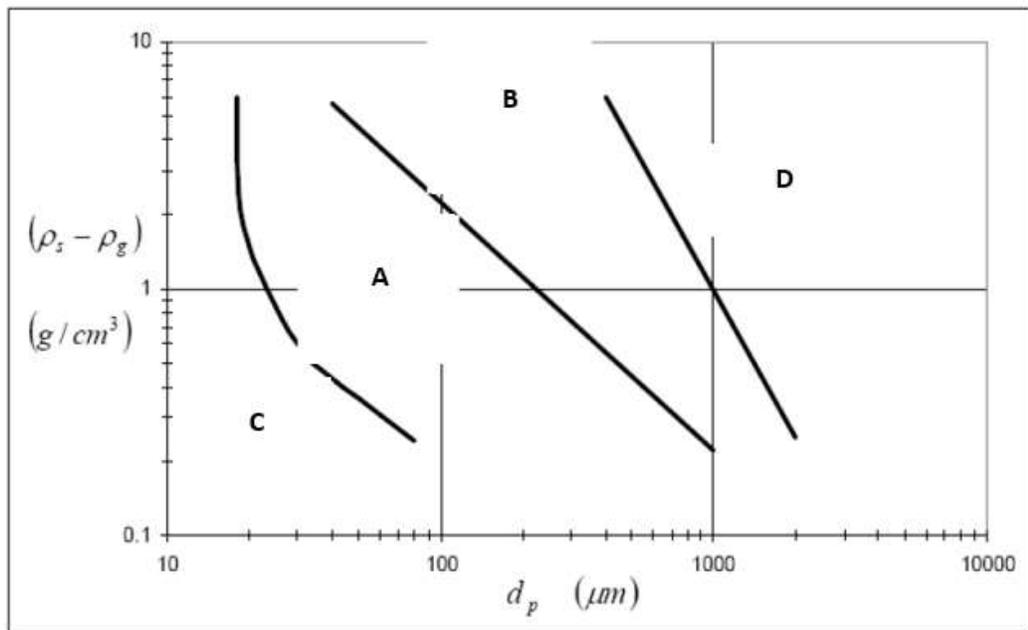


Figura 3. Clasificación Geldart de partículas (*Rhodes, 2008*)

Para partículas con clasificación Geldart B, U_{mb} y U_{mf} son iguales, mientras que para las partículas pertenecientes a los grupos A, C y D, U_{mb} depende del diámetro de partícula, viscosidad y densidad del fluido. (Noreña & Cortés, 2007)

En la Tabla 1 se muestra una síntesis de los aspectos más relevantes para cada tipo de partícula.

Tabla 1. Características de las partículas de acuerdo con la clasificación Geldart (*CIEMAT, 1990*)

PROPIEDADES	GRUPO C	GRUPO A	GRUPO B	GRUPO D
Ejemplo	Harina Cemento	Catalizador de Craqueo	Arena Sal Común	Caliza
Expansión del lecho	Baja si aparecen canales; alta, cuando se fluidiza bien	Alta	Media	Baja
Velocidad de de-aeración	Inicialmente lenta Exponencial	Lenta	Rápida	Rápida

PROPIEDADES	GRUPO C	GRUPO A	GRUPO B	GRUPO D
Propiedades de las burbujas	No presenta burbujas sino canales y grietas	División y coalescencia. Tamaño máximo	No hay tamaño máximo	No hay tamaño máximo
Mezcla de Sólidos	Muy baja	Alta	Moderada	Baja
Retromezcla de gas	Muy baja	Alta	Moderada	Baja
Formación de Slugs		Se rompe con la fluidización	Slugs simétricos y asimétricos	Formación de huecos horizontales
Lecho Eruptivo	No	No, excepto en lechos poco profundos	Solo en lechos poco profundos	Si, incluso en lechos poco profundos
EFFECTO SOBRE LAS PROPIEDADES				
Aumento de T y P	Probablemente mejoran	Mejoran considerablemente	Incierto	Incierto
Distribución de tamaños	Desconocido	Los finos mejoran las propiedades	Ninguna	Aumenta la segregación
Tamaño medio de partícula	Se hacen más cohesivas al disminuir el diámetro	Mejoran con la disminución de diámetro	Mejoran con la disminución de diámetro	Desconocido

2.2 FLUIDIZACION TRIFASICA

En el proceso de fluidización gas-líquido-sólido, las partículas son suspendidas en un medio líquido y gaseoso debido a la fuerza de arrastre neta del gas o del líquido sobre las partículas sólidas. Esta operación genera un contacto íntimo entre el gas, el líquido y las partículas sólidas, lo cual provee grandes ventajas para aplicaciones en procesos físicos, químicos y bioquímicos. (Muroyama & Fan, 1985)

Existen varios modos de operación posibles para la fluidización trifásica: El lecho puede operarse con flujo a co-corriente o contracorriente de gas y de líquido con el gas como la fase continua (I-b y II-b). También puede operarse con flujo a co-corriente o contracorriente de gas y de líquido con el líquido como fase continua (I-a y II-a). (Muroyama & Fan, 1985)

En la Figura 4, se presenta un esquema de los diferentes modos de fluidización gas-líquido-sólido.

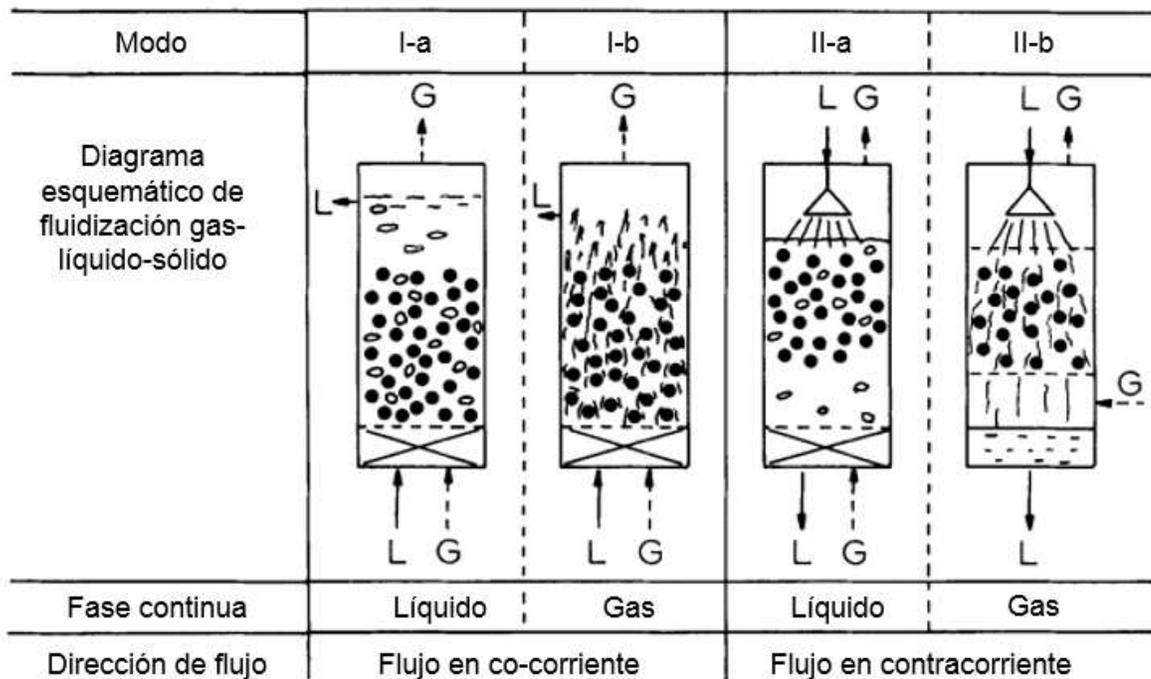


Figura 4. Modos de fluidización gas-líquido-sólido (Muroyama & Fan, 1985)

El modo I-a se conoce como fluidización gas-líquido. En éste tipo de fluidización donde el líquido es la fase continua, se observan tres patrones de flujo diferentes: Coalescencia de burbujas, flujo de burbujas disperso y flujo “slug”.

2.3 CORRELACIONES Y ECUACIONES PARA EL DISEÑO DE UN REACTOR DE LECHO FLUIDIZADO

2.3.1 CAIDA DE PRESIÓN EN UN LECHO FLUIDIZADO

Las ecuaciones (2-1) y (2-3) permiten el cálculo de la caída de presión a través de lechos fluidizados. La ecuación (2-1) permite el cálculo de la caída de presión cuando el lecho está en reposo, mientras que la ecuación (2-3) es aplicable en el punto crítico de fluidización, y aún, con ligeras variaciones, en el período de fluidización discontinua, pero para su empleo se hace necesario conocer la porosidad y la altura del lecho en el punto donde se desea aplicar la ecuación. (Rhodes, 2008)

Para un lecho fluidizado gas-líquido-sólido, puede emplearse la ecuación (2-4) con el fin de determinar la caída de presión en función de la altura del lecho expandido y la fracción volumétrica que ocupa cada fase en el mismo. (Aditya, Panda, Rana, & Jena, 2006)

$$\Delta P = Hg(\rho_L \varepsilon_L + \rho_g \varepsilon_g + \rho_s \varepsilon_s) \quad (2-4)$$

2.3.2 CORRELACIONES EMPLEADAS EN EL CÁLCULO DE LA POROSIDAD Y LA EXPANSIÓN DE UN LECHO FLUIDIZADO TRIFASICO

Para determinar la porosidad de un lecho fluidizado de tres fases Begovich y Watson sugieren la siguiente correlación determinada a partir de numerosos datos experimentales tomados de la literatura y de sus propios trabajos (López, 2007):

$$\varepsilon = (3,93 \pm 0,18) U_L^{(0,27 \pm 0,011)} U_g^{(0,04 \pm 0,005)} (\rho_s - \rho_L)^{(-0,316 \pm 0,011)} d_p^{(-0,268 \pm 0,01)} \mu_L^{(0,055 \pm 0,008)} d_c^{(-0,033 \pm 0,013)} \quad (2-5)$$

Es importante observar que el exponente de la velocidad del líquido cae en el intervalo predicho por la expresión de Richardson-Zaki. Sin embargo, esta correlación no refleja exactamente el comportamiento de la porosidad del lecho a velocidades bajas de gas en donde puede ocurrir la contracción del lecho; nótese que sin flujo de gas la porosidad del lecho llega a ser próxima a cero, pero a pesar de sus incompatibilidades resulta ser la correlación empírica más ampliamente aceptada para la predicción de la porosidad del lecho. (López, 2007)

Otra ecuación que puede emplearse sin restricción alguna, es la propuesta por Hirata y Noguchi, en donde se tiene en cuenta la porosidad para la fluidización de dos fases, la porosidad inicial y la porosidad encontrada por Richardson y Zaki mediante su correlación empírica, la cual es mencionada por los mismos autores. (Noreña & Cortés, 2007)

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_2 \left[e^{-\frac{34 U_g}{U_t}} + \left(1 - e^{-\frac{34 U_g}{U_t}} \right) \left(\frac{U_L}{U_t} \right)^{0,060} \varepsilon_2^{-0,325} \left(\frac{d_p}{d_c} \right)^{0,024} \left(\frac{\rho_s - \rho_L}{\rho_L} \right)^{0,013} \right] \quad (2-6)$$

La porosidad de la fluidización de dos fases sólido-líquido (ε_2), se calcula mediante la Ecuación (2-7)

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_o + (1 - \varepsilon_o) \varepsilon_{rz}^A e^{B(1 - \varepsilon_{rz})} \quad (2-7)$$

En la ecuación anterior se considera ε_o como la porosidad inicial del lecho y se emplean las siguientes ecuaciones para calcular las variables faltantes.

$$A = 2,2n + 8 \frac{d_p}{d_c} \quad B = 2,1n \quad \varepsilon_{rz} = \left(\frac{U_L}{V_L} \right)^n \quad V_L = V_t \times 10^{\frac{d_p}{d_c}}$$

$$n = \frac{2(2,35 + 0,175 \text{Re}_t^{0,75})}{1 + 0,175 \text{Re}_t^{0,75}}$$

A pesar del esfuerzo realizado en los últimos años por conocer completamente la hidrodinámica de los lechos fluidizados trifásicos, hasta ahora solo se encuentran disponibles en la literatura algunas correlaciones que permiten determinar los cambios en la expansión del lecho con variaciones en la esfericidad de las partículas. Sin embargo, estas son limitadas en su aplicación puesto que han sido determinadas a partir de pocos datos experimentales. Por ejemplo, uno de los estudios realizados sobre la expansión del lecho en función de la esfericidad de las partículas, se realizó empleando solo tres diámetros diferentes de partículas cilíndricas (0.0635, 0.1270 y 0.1600 cm), en columnas con diámetros en un rango entre 12.70 y 15.24 cm, variando las velocidades del gas y del líquido en un rango entre 0 y 25.9 y 0.86 y 9.40 cm/s respectivamente (Soung, 1978). Las correlaciones se presentan a continuación:

$$F = 1,50 + 0,16 \ln \left(\frac{U_L}{U_g} \right) - 0,065 \ln(\phi \text{Re}_p) \quad \left(0,06 \leq \frac{U_L}{U_g} < 0,6 \right) \quad (2-8)$$

$$F = 2,09 - 0,17 \ln(\phi \text{Re}_p) \quad \left(0,6 \leq \frac{U_L}{U_g} < 5 \right) \quad (2-9)$$

Donde,

$$F = \frac{\left(\frac{H_o}{H}\right)_{U_g \neq 0}}{\left(\frac{H_o}{H}\right)_{U_g = 0}} \quad (2-10)$$

$$\left(\frac{H_o}{H}\right)_{U_g = 0} = 1,0 - 1,22 \left(\frac{U_L}{U_t}\right)^{1,20} \quad \left(\frac{U_L}{U_t} \geq 0,25\right) \quad (2-11)$$

$$\left(\frac{H_o}{H}\right)_{U_g = 0} = 1,0 - 4,50 \left(\frac{U_L}{U_t}\right)^{2,15} \quad \left(\frac{U_L}{U_t} \leq 0,25\right) \quad (2-12)$$

Otras pruebas experimentales se han realizado bajo el concepto de una de las principales aplicaciones de la fluidización trifásica en la actualidad: el hidrotratamiento de combustibles. Los datos experimentales obtenidos para la expansión del lecho fueron contrastados con las predicciones de algunas correlaciones reportadas por diferentes autores en la literatura. Dichas correlaciones presentan errores aceptables para sistemas fluidizados con agua; sin embargo no presentan un ajuste adecuado para sistemas con combustibles a menos que se tenga en cuenta la esfericidad de las partículas. Por lo tanto, ha sido necesario realizar ajustes a ecuaciones empíricas como la de Begovich & Watson para incluir la esfericidad y lograr ajustes más aceptables en sistemas que no están necesariamente constituidos por agua y partículas con esfericidad igual a la unidad (Ruiz, Alonso, & Ancheyta, 2004). En la Tabla 2, se presentan algunas correlaciones que permiten determinar implícitamente la expansión del lecho en función de los principales parámetros:

Tabla 2. Correlaciones para la porosidad de lechos fluidizados trifásicos

Autor	Correlación
Begovich & Watson	$\varepsilon = 3,93\mu_L^{0,055}U_L^{0,271}U_g^{0,041}(\rho_s - \rho_L)^{-0,316}d_p^{-0,268}d_c^{-0,033}$
Grandjean et.al	$\varepsilon = (2,5 + 13,2\mu_L^{0,64})U_L^{0,271}U_g^{0,041}(\rho_s - \rho_L)^{-0,316}d_p^{-0,268}d_c^{-0,033}$
Song et.al	$\varepsilon = 3,93\phi^{-0,424}\mu_L^{0,055}U_L^{0,271}U_g^{0,041}(\rho_s - \rho_L)^{-0,316}d_p^{-0,268}d_c^{-0,033}$
Begovich & Watson modificada	$\varepsilon = 3,93\mu_L^{0,055}U_L^{0,271}U_g^{0,041}(\rho_s - \rho_L)^{-0,316}d_p^{-0,268}d_c^{-0,033}\phi^{0,378}$

Fuente: Ruiz, R. S., Alonso, F., & Ancheyta, J. (2004). Minimum fluidization velocity and bed expansion characteristics of Hydrotreating catalysts in Ebullated-bed systems. *Energy & Fuels*, 1149-1155.

De la Tabla 2, dos correlaciones tienen en cuenta la esfericidad de las partículas para el cálculo de la porosidad; sin embargo, hasta ahora no se han desarrollado modelos que permitan predecir la caída de presión y la expansión de un lecho fluidizado gas-líquido-sólido de manera aproximada sin generar errores significativos y además, teniendo en cuenta los parámetros relevantes en el diseño como la velocidad superficial del gas y del líquido, el diámetro de la columna, la altura inicial del lecho, entre otros. (Larachi, 2001)

La ecuación (2-8) desarrollada por Kim et. al (1977) es la más empleada para calcular la expansión del lecho y solo aplica cuando no ocurre la contracción mencionada anteriormente. Esta emplea los números de Froud y Weber y la fracción del gas y del líquido. (Noreña & Cortés, 2007)

$$\varepsilon_g + \varepsilon_L = 1,40(Fr)_L^{0,17}(We)^{0,078} \quad (2-13)$$

El número de Froud (Fr) es un número adimensional que representa la relación entre las fuerzas de inercia y la gravedad. (P., Landeghem, & Wauquier, 1988) Para su cálculo se emplean las ecuaciones (2-14) o (2-15) de acuerdo al fluido para el cual se quiera calcular.

$$Fr_L = \frac{U_L^2}{gd_p} \quad (2-14)$$

$$Fr_g = \frac{U_g^2}{gd_p} \quad (2-15)$$

Por otra parte, el número de Weber (We) es un número adimensional que indica la razón entre las fuerzas de inercia y la tensión superficial de un líquido (P., Landeghem, & Wauquier, 1988). Se determina mediante la ecuación (2-16)

$$We = \frac{U_g \mu_L}{\sigma} \quad (2-16)$$

2.3.2.1 FRACCIÓN DE SÓLIDO

La ecuación (2-17) se emplea sin restricción alguna para determinar la fracción volumétrica del sólido en el lecho.

$$C = 1 - \varepsilon_L - \varepsilon_g \quad (2-17)$$

La metodología planteada por Yu y Ritmann para determinar la fracción volumétrica de cada fase emplea un método iterativo, donde inicialmente se supone un valor para la fracción del sólido, para calcular posteriormente la fracción del líquido y del gas. La convergencia del método está en el punto donde la sumatoria de las tres fases es igual a 1. (Yu & Rittmann, 1997)

2.3.2.2 FRACCION DE LÍQUIDO

Esta variable puede calcularse sin restricción alguna (Yu & Rittmann, 1997) empleando la ecuación (2-18)

$$\varepsilon_L = \left(\frac{U_L}{U_t} - k \frac{U_g}{U_t} \right)^{\frac{1}{n}} (1 - \varepsilon_g - k\varepsilon_g)^{-\frac{1}{n}} + k\varepsilon_g \quad (2-18)$$

Donde n (índice de expansión) se calculó previamente en la sección 2.3.2 donde se determinó la porosidad del lecho y k se calcula mediante la siguiente expresión, propuesta también por los mismos autores.

$$k = 3,5(1 - \varepsilon_s)^3 e^{-5,08\varepsilon_g} \quad (2-19)$$

2.3.2.3 FRACCION DE GAS

Con la expresión propuesta para determinar la fracción del gas, se completa el ciclo iterativo. (Yu & Rittmann, 1997)

$$\frac{U_g}{\varepsilon_g} = \frac{U_g}{1 - \varepsilon_s} + \frac{U_L}{1 - \varepsilon_L} + 0,1016 + 1,488 \left(\frac{U_g}{1 - \varepsilon_s} \right)^{0,5} \quad (2-20)$$

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1 METODOLOGÍA DE DISEÑO

Como se ha mencionado anteriormente, existen diferentes parámetros importantes que deben tenerse en cuenta al diseñar un equipo de fluidización trifásica. En la Tabla 3 se consignan las variables medidas en las pruebas experimentales y los parámetros más relevantes, tenidos en cuenta para el diseño de la columna de fluidización, así como las ecuaciones empleadas en el cálculo de los mismos y algunos valores estándar empleados en todos los experimentos.

Tabla 3. Variables medidas y parámetros de diseño de un fluidizador gas-líquido-sólido.

SIMBOLO	NOMBRE	CONSIDERACIONES	VALOR O RANGO DE TRABAJO
A_T (m ²)	Área transversal de la columna	$A_T = \pi r_c^2$	0.00192
U_g (m/s)	Velocidad superficial del gas	$U_g = \frac{V_{aire}}{A_T}$	0-0.000577
U_l (m/s)	Velocidad superficial del líquido	$U_g = \frac{V_{agua}}{A_T}$	0.000247- 0.002236
H_0 (m)	Altura inicial del lecho	La misma en todos los casos	0.11
H (m)	Altura del lecho expandido	Medida en cada experimento	
ΔP (N/m ²)	Caída de presión en el lecho	Medida en cada experimento	
ϵ_{global}	Porosidad global del lecho	$\epsilon_{global} = 1 - \frac{V_s}{V_L}$	
μ_l (Ns/m ²)	Viscosidad del líquido	Agua	0.001003
μ_g (Ns/m ²)	Viscosidad del gas	Aire	1.71×10^{-5}
V_L (m ³)	Volumen del lecho	Calculado para cada	

SIMBOLO	NOMBRE	CONSIDERACIONES	VALOR O RANGO DE TRABAJO
		geometría	
V_s (m ³)	Volumen de sólidos	Calculado para cada geometría	
Re_{pL}	Número de Reynolds para el líquido	$Re = \frac{\rho_L U_L D_p}{\mu_L}$	
Re_{pg}	Número de Reynolds para el gas	$Re = \frac{\rho_g U_g D_p}{\mu_g}$	
ρ_L (kg/m ³)	Densidad del líquido	23°C, 1 atm	998.62
ρ_g (kg/m ³)	Densidad del gas	23°C, 1 atm	1.19
ρ_s (kg/m ³)	Densidad del sólido	$\rho_s > \rho_L$	
D_V (mm)	Diámetro de la esfera de igual volumen que la partícula	$D_V = \left(\frac{6V}{\pi}\right)^{\frac{1}{3}}$	
D_s (mm)	Diámetro de la esfera de igual área superficial que la partícula	$D_s = \left(\frac{S}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}}$	
ϕ	Esfericidad de la partícula	$\phi = \left(\frac{D_V}{D_s}\right)^2$	
$C_d Re_p^2$	$C_d Re_p^2 = \frac{4}{3}(\rho_s - \rho_L) * \frac{D_V^3 g \rho_L}{\mu_L^2}$		

3.1.1 EQUIPO DE FLUIDIZACIÓN TRIFÁSICA

El fluidizador está constituido por un tubo vertical de vidrio de 4,95 cm de diámetro interno y una altura de 133,5 cm. El equipo está diseñado para estudiar la fluidización trifásica en co-corriente, pudiéndose variar los flujos de entrada de agua y aire, siendo el agua el fluido en mayor proporción. La alimentación del agua y el aire se hace por la parte inferior de fluidizador. El flujo de aire se regula mediante una válvula acoplada un compresor (Ingersoll-rand, 5T2NLD7) variando los flujos de aire entre 0 y 4 dm³/h. Además se cuenta con una bomba (Baldor,

34A62-157) para impulsar el agua al fluidizador, controlando su flujo entre 0.0063 y 0.0565 gpm. Un diagrama simplificado del sistema se presenta en la Figura 5.

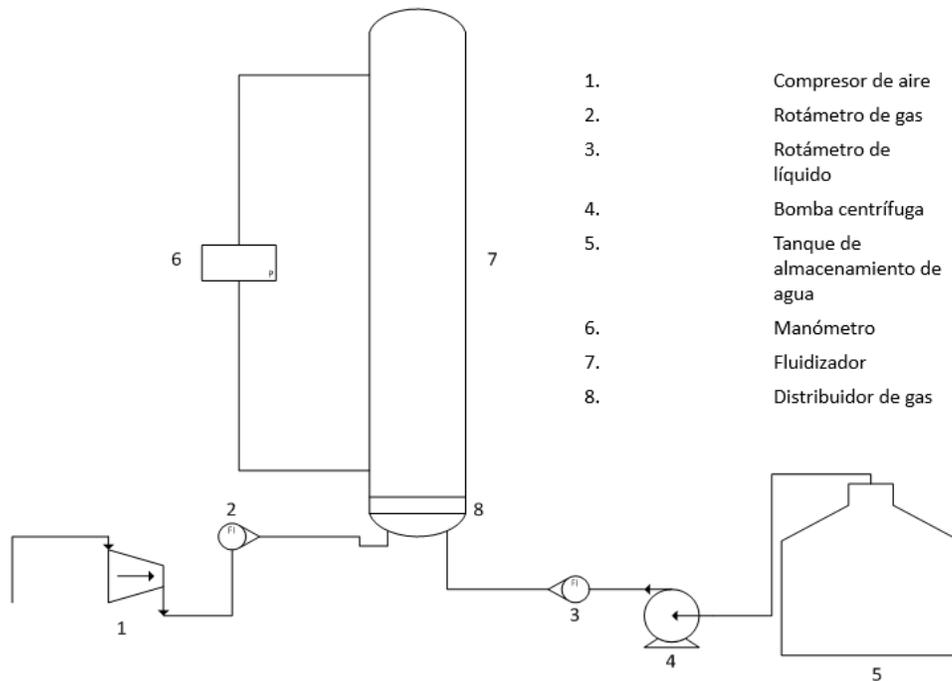


Figura 5. Diagrama del sistema de fluidización

3.1.2 DISEÑO DEL DISTRIBUIDOR DE GAS

El diseño del distribuidor de gas en una columna de fluidización gas-líquido-sólido, es uno de los pasos más importantes para determinar el comportamiento hidrodinámico de éste tipo de equipos, puesto que debe lograrse que el gas se disperse de forma homogénea en toda la sección transversal de la columna.

Para lograr dicho objetivo, se diseñó un distribuidor ubicado en la parte inferior del fluidizador, el cual consiste en una placa perforada de aluminio con orificios circulares como el que se muestra en la Figura 6.

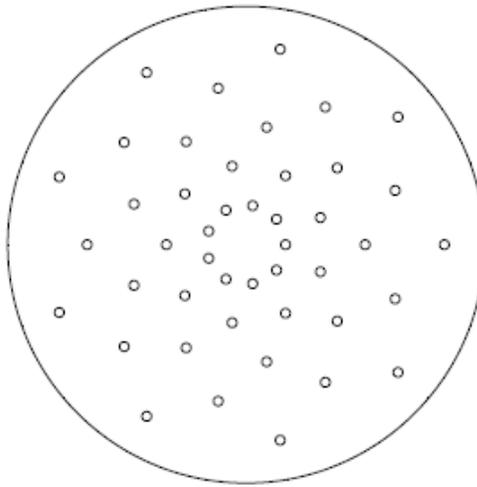


Figura 6. Distribuidor de gas

Una distribución radial como la que se muestra en la Figura 6, garantiza una adecuada distribución del aire en toda la sección transversal de la columna y además, evita incrementos en la caída de presión en el lecho (Ibrahim, 2007). Las dimensiones de la placa de orificios se presentan a continuación en la Figura 7.

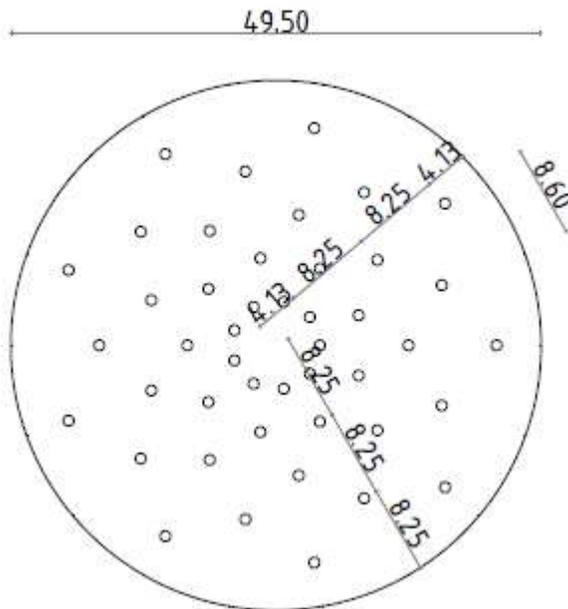


Figura 7. Dimensiones del distribuidor de gas

3.2 ANALISIS DE RESULTADOS

Se llevaron a cabo pruebas experimentales con tres geometrías diferentes, para obtener una correlación que arroje resultados con bajo porcentaje de error para los diferentes parámetros relevantes en los lechos fluidizados gas-líquido-sólido, teniendo en cuenta la esfericidad de las partículas.

3.2.1 ESFERAS

Las esferas empleadas en el experimento tienen las características descritas en la Tabla 4 y todos los resultados experimentales obtenidos para ésta geometría se presentan en el Anexo A.

Tabla 4. Características de las partículas esféricas

PROPIEDAD	DESCRIPCIÓN
Material	Vidrio
Diámetro promedio (mm)	2.7
ρ_s (kg/m ³)	2,511
ϕ	1
V_s (m ³)	8.36×10^{-5}

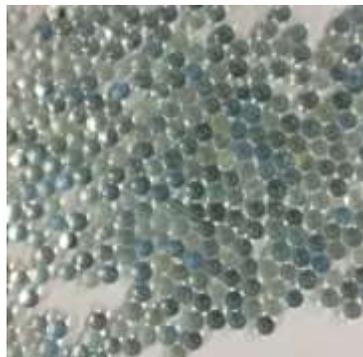


Figura 8. Partículas esféricas

Para las partículas de la Figura 8, los resultados obtenidos, indican que la altura del lecho se ve afectada por la variación en la velocidad del gas. Este fenómeno puede evidenciarse a continuación en la Figura 9.

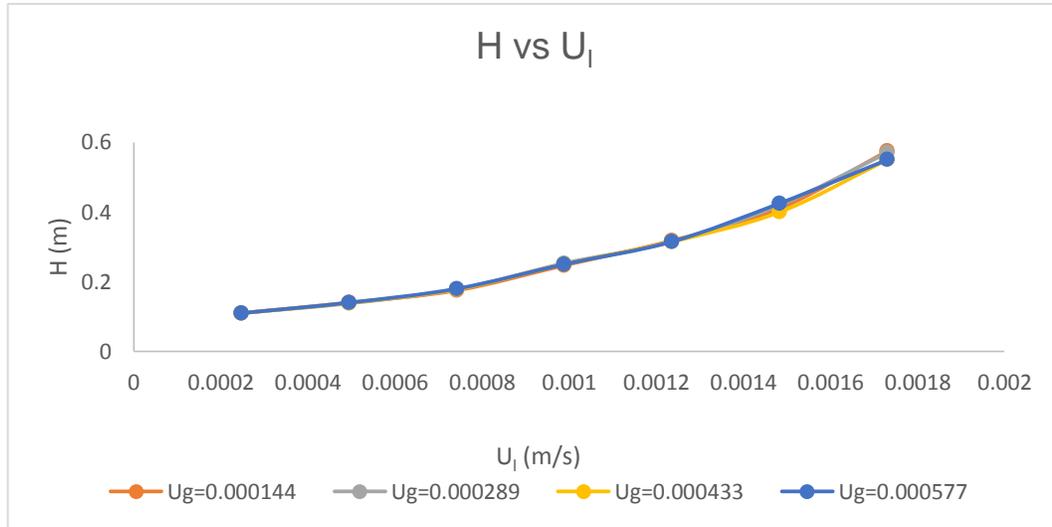


Figura 9. Altura del lecho vs Velocidad superficial del líquido (Esferas)

A pesar del poco cambio observado, es evidente que para la velocidad máxima de gas, la expansión ocurre más rápido que para el resto de velocidades estudiadas, lo que significa que ésta última ejerce una influencia en los parámetros de comportamiento del lecho.

Para verificar este hecho se realizó un ANOVA multifactorial con ayuda del *Statgraphics Centurion XVI*. Este procedimiento ejecuta un análisis de varianza de varios factores para H (m), U_l y U_g. Realiza varias pruebas y gráficas para determinar qué factores tienen un efecto estadísticamente significativo sobre H (m). También evalúa la significancia de las interacciones entre los factores.

La tabla 5 presenta el resultado del ANOVA para H (m). Puesto que los valores-P son menores que 0.05, los factores estudiados tienen un efecto estadísticamente significativo sobre H (m) con un nivel de confianza de 95%.

Tabla 5. Análisis de Varianza para H (m)

Fuente	Suma de Cuadrados	GI	Cuadrado Medio	Razón-F*	Valor-P
Efectos principales					
A: U_g (m/s)	0,01053	4	0,00263	42,06	0,00
B: U_l (m/s)	8,91810	8	1,11476	17814,03	0,00
Interacciones					
AB	0,02149	32	0,00067	10,73	0,00
Residuos	0,00282	45	0,000063		
TOTAL (corregido)	8,95294	89			

*Todas las razones-F se basan en el cuadrado medio del error residual

En la Figura 10, se presenta una gráfica de interacciones de los factores sobre la altura del lecho. Las 5 líneas trazadas representan cada uno de los niveles de U_g (m/s). Si no existiera ninguna interacción, estas líneas serían paralelas; por eso, entre más fuerte sea la interacción, más diferente será la forma de las líneas. De lo anterior, es evidente que existe una interacción entre estos dos factores evidenciándose mayores diferencias entre los resultados a altas velocidades tanto de gas como de líquido.

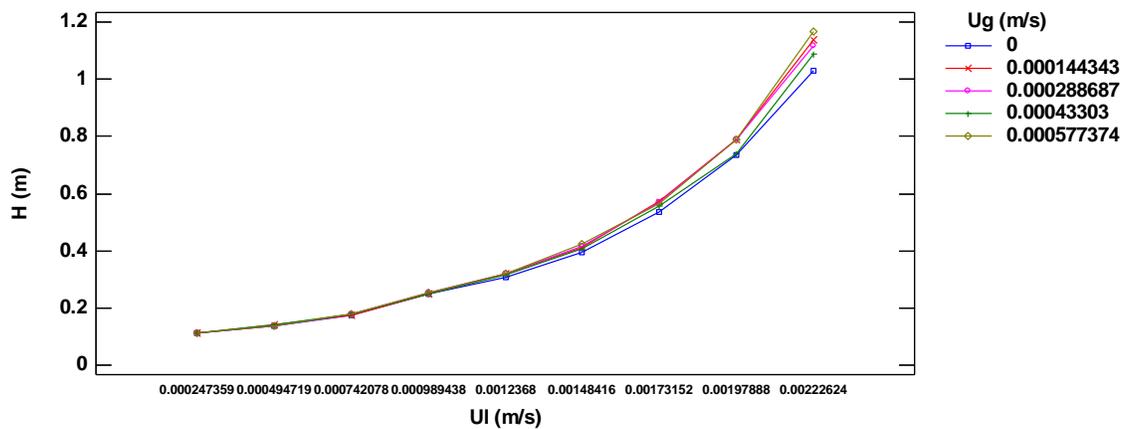


Figura 10. Interacciones U_g - U_l -H

En las Figuras 11 y 12 se muestran los valores medios de H (m) y los intervalos de confianza, basados en el procedimiento de la diferencia mínima significativa (LSD) de Fisher, para cada uno de los niveles de U_l y U_g (m/s). Dichos intervalos están contruidos de tal manera que, si dos medias son iguales, sus intervalos se traslaparán, lo que significa que cualquier par de intervalos que no se traslapen verticalmente corresponden a pares de medias que tienen una diferencia estadísticamente significativa.

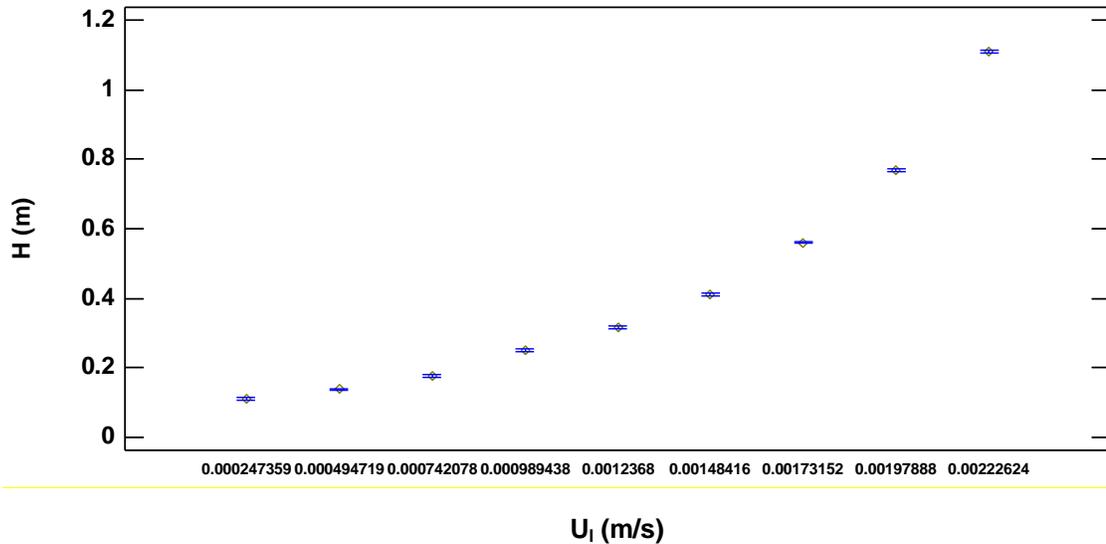


Figura 11. Medias y 95% de Fisher LSD para la velocidad de líquido- H (m)

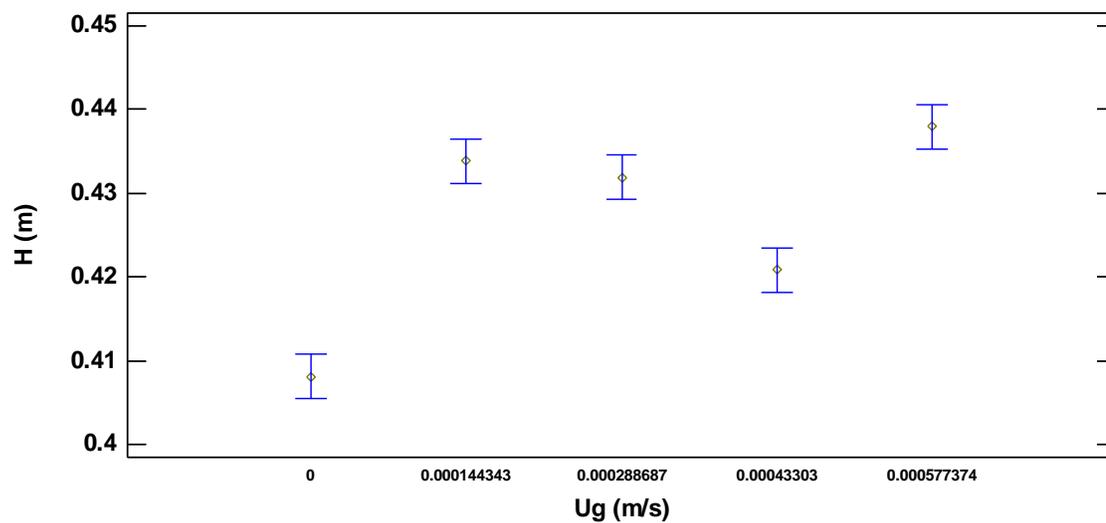


Figura 12. Medias y 95% de Fisher LSD para la velocidad de gas- H (m)

Al observar ambas Figuras, es acertado afirmar cada uno de los factores, U_g y U_l , tiene influencia sobre el valor de H ya que existen unas diferencias estadísticamente significativas entre los niveles de los factores en cada caso. En el caso del líquido, ningún nivel se solapa entre sí mostrando que su efecto sobre el valor de la altura es mayor, debido a que es el fluido que se encuentra en mayor proporción.

En la Figura 13 puede evidenciarse que no ocurre histéresis en el lecho al realizar el experimento de forma ascendente y descendente. En algunos casos, se presenta éste fenómeno, debido a que en el caso ascendente se parte del lecho fijo y deben vencerse las fuerzas de atracción entre las partículas, mientras que en el caso descendente estas fuerzas ya han sido vencidas, pues se parte del lecho en estado fluidizado. (Moreno, 2007)

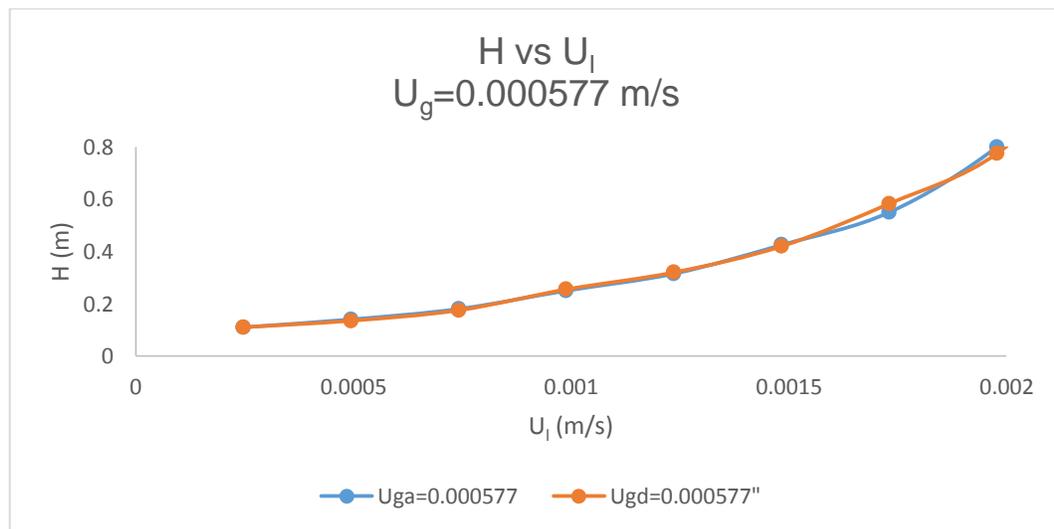


Figura 13. Altura del lecho vs velocidad superficial del líquido ($U_g=0.000577$ m/s)

La porosidad del lecho se ve afectada a bajas velocidades de líquido, donde puede evidenciarse la influencia que ejerce el gas en la expansión del lecho, siendo ésta última mayor a las velocidades de gas más altas; mientras que cuando predomina el líquido en el lecho la porosidad permanece igual a pesar de los cambios existentes en la velocidad del gas. Lo anterior se muestra en la Figura 14.

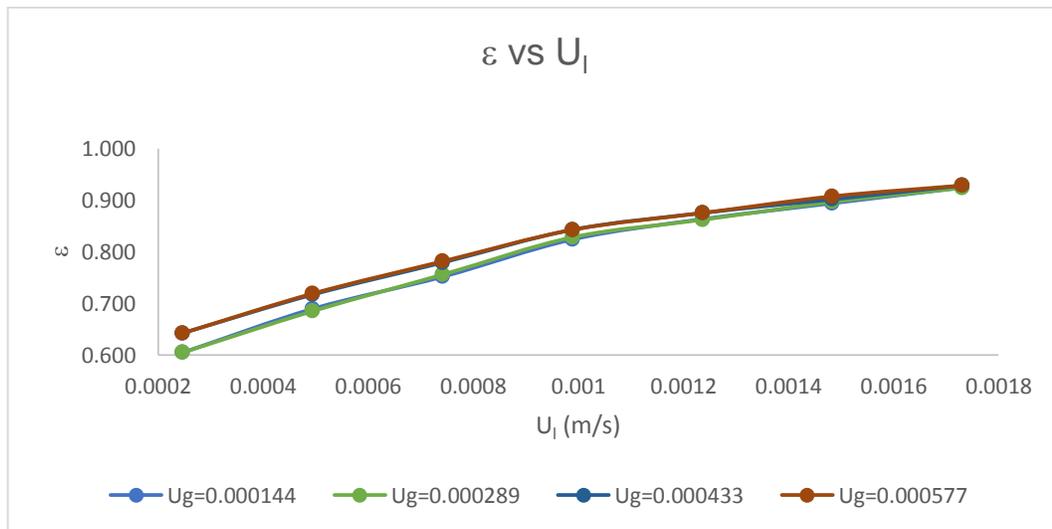


Figura 14. Porosidad del lecho vs Velocidad superficial del líquido (Esferas)

Para verificar el efecto de la velocidad del gas y el líquido sobre la expansión del lecho también se realizó un ANOVA multifactorial estudiando los mismos factores sobre la porosidad del lecho, ϵ .

Tabla 6. Análisis de Varianza para ϵ

Fuente	Suma de Cuadrados	GI	Cuadrado Medio	Razón-F*	Valor-P
Efectos principales					
A:U _g (m/s)	0,00659	4	0,00165	343,13	0,0000
B:U _l (m/s)	1,12007	8	0,14001	29144,14	0,0000
Interacciones					
AB	0,00274	32	0,000086	17,88	0,0000
Residuos	0,00022	45	0,000005		
TOTAL (corregido)	1,12963	89			

*Todas las razones-F se basan en el cuadrado medio del error residual

Como se mencionó anteriormente, la tabla ANOVA descompone la variabilidad de ε en contribuciones debidas a varios factores. Debido a que 3 valores-P son menores que 0,05, estos factores tienen un efecto estadísticamente significativo sobre ε con un nivel de confianza de 95%.

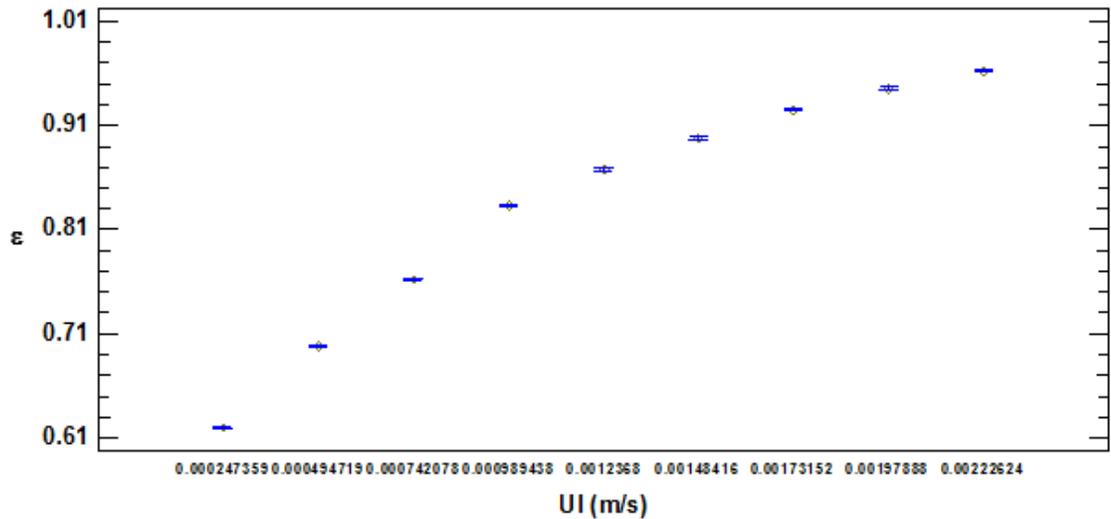


Figura 15. Medias y 95% de Fisher LSD para la velocidad de líquido- ε

La Figura 15 muestra la media de ε para cada uno de los niveles de U_l (m/s). Igual que en el caso anterior, existe una diferencia significativa entre los puntos, pudiendo afirmar que el líquido tiene gran influencia sobre la expansión del lecho.

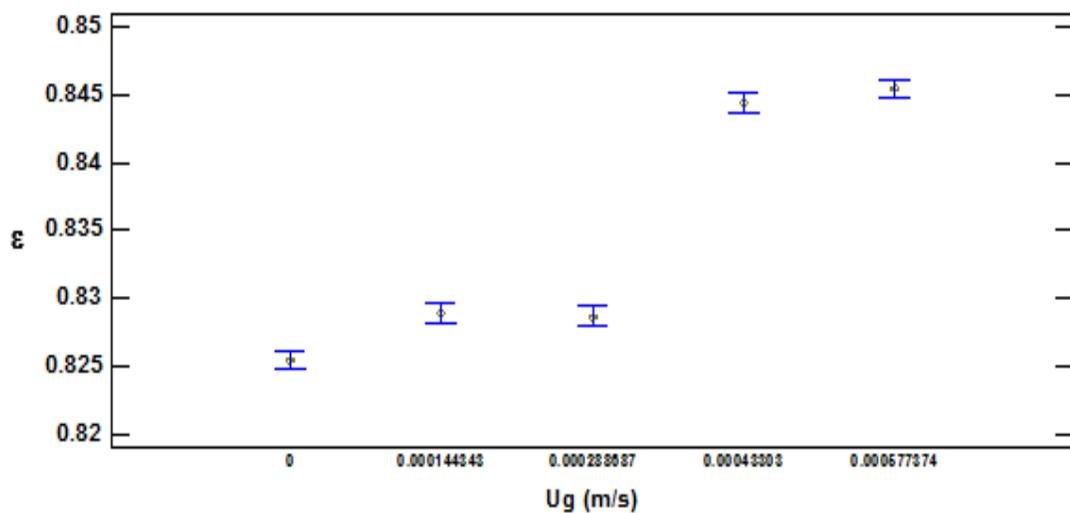


Figura 16. Medias y 95% de Fisher LSD para la velocidad de gas- ε

En el caso de la velocidad del gas, también existe una diferencia estadísticamente significativa, a pesar de que algunos intervalos se traslapan entre sí, como en el caso en que la velocidad del gas es 0.000144 y 0.000288 m/s. Sin embargo, es importante tener en cuenta que el gas se encuentra en una menor proporción en el medio y por lo tanto no tendrá una influencia tan notable como la del líquido. Lo anterior se evidencia en la Figura 16.

Tal como en el caso anterior, se construyó un gráfico de interacciones, que se presenta en la Figura 17. Allí, se muestra la interacción que existe entre las variables y como éstas afectan la porosidad del lecho. Es claro que la velocidad del líquido y del gas interactúan entre sí y a su vez, afectan la porosidad del lecho, puesto que si no fuera así las líneas serían completamente paralelas.

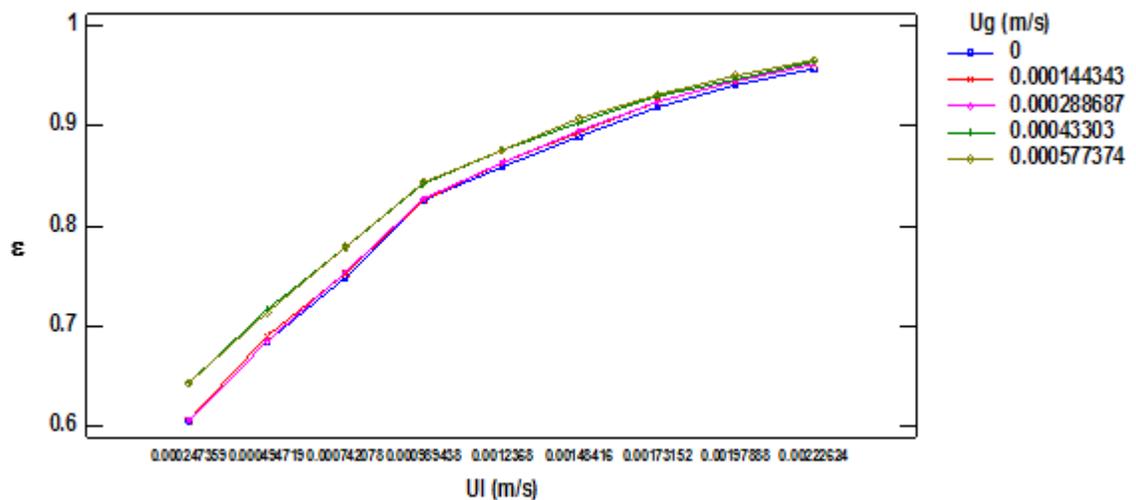


Figura 17. Gráfico de interacciones $U_l-U_g-\epsilon$

Los cambios ocurridos en la caída de presión en el lecho se presentan en la Figura 18.

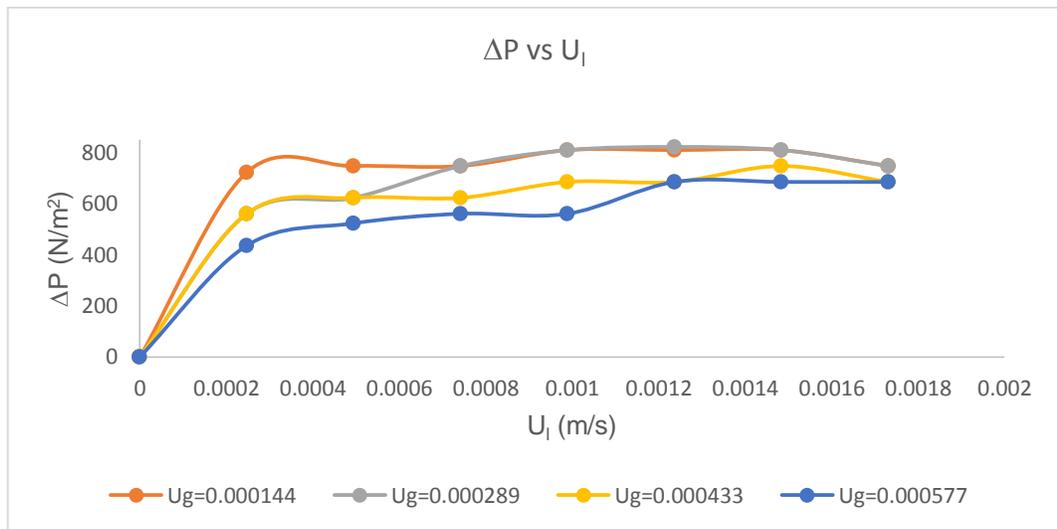


Figura 18. Caída de presión vs velocidad superficial del líquido (esferas)

Allí, es importante resaltar que a medida que se incrementa el flujo de gas a través de la columna la caída de presión disminuye, debido a que ésta última depende de la viscosidad del medio que será menor a medida que aumente la proporción de gas.

El análisis de varianza en el caso de la caída de presión se presenta en la Tabla 7.

Tabla 7. Análisis de Varianza para la caída de presión

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F*	Valor-P
Efectos principales					
A:U _g (m/s)	315590	4	78897,6	46,90	0,0000
B:U _l (m/s)	342303	8	42787,9	25,43	0,0000
Interacciones					
AB	130214	32	4069,18	2,42	0,0032
Residuos	75702	45	1682,27		
TOTAL (corregido)	863809	89			

*Todas las razones-F se basan en el cuadrado medio del error residual

De la Tabla anterior, 3 de los valores-P son menores que 0,05 y por lo tanto puede decirse que éstos factores tienen un efecto estadísticamente significativo sobre la caída de presión con un nivel de confianza de 95%.

En las Figuras 19 y 20, mediante el método de Fischer se observa que ninguno de los puntos experimentales se encuentra en el mismo intervalo, por lo tanto para la caída de presión, existe también una diferencia estadísticamente significativa entre los diferentes puntos estudiados. Para el caso de la velocidad del líquido se observa una disminución de la caída de presión a las velocidades más altas, esto puede ser debido a que ocurre el arrastre de las partículas de menor tamaño (Coulson & Richardson, 2002).

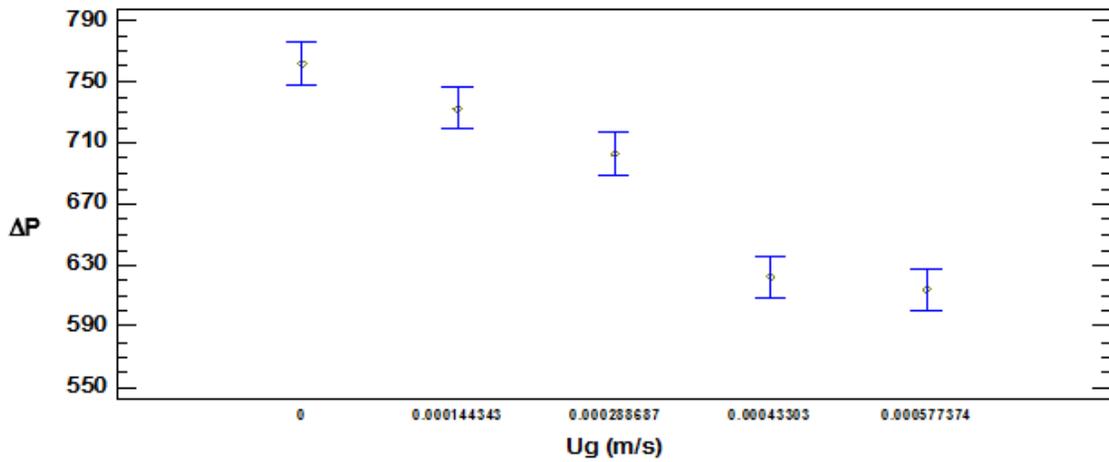


Figura 19. Medias y 95% de Fisher LSD para la velocidad de gas- ΔP

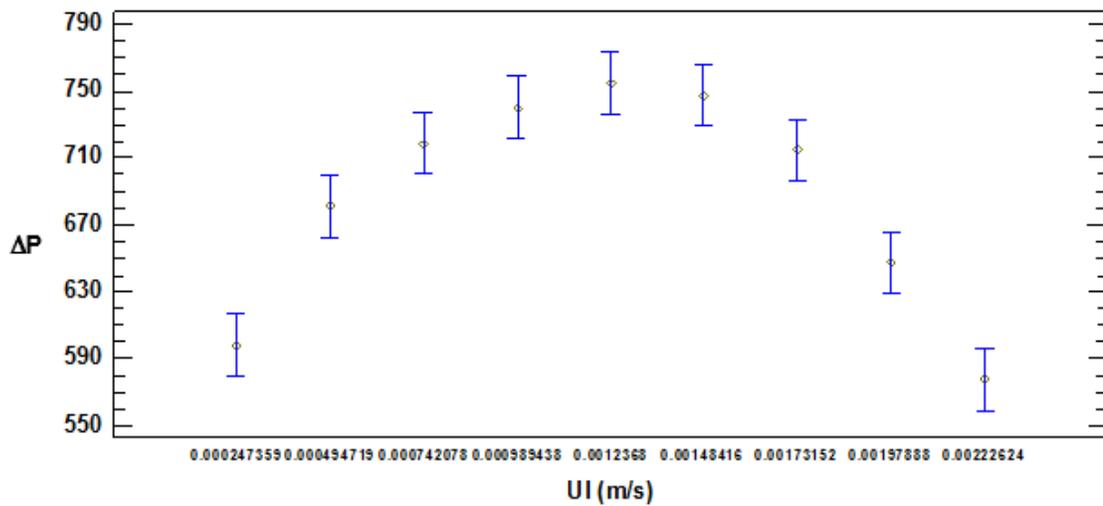


Figura 20. Medias y 95% de Fisher LSD para la velocidad de líquido- ΔP

Como en los casos analizados anteriormente, en el gráfico de interacciones presentado en la Figura 21, se muestra que existe una interacción entre las variables. El hecho de que las líneas no sean paralelas entre sí indica un claro efecto de la velocidad del gas y del líquido sobre la caída de presión y además, que existe interacción entre éste par de variables.

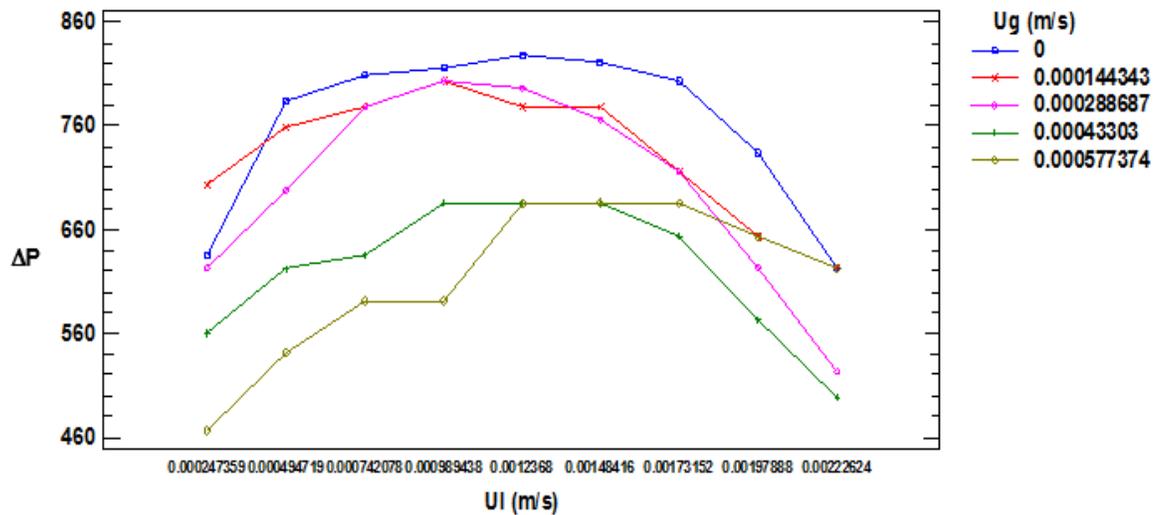


Figura 21. Gráfico de interacciones U_l-U_g-ΔP

El análisis estadístico realizado para las diferentes variables con ésta geometría, se considera extensivo a las demás geometrías estudiadas, puesto que se muestra que existe un efecto de la velocidad de líquido y de gas sobre el comportamiento del lecho y que además, existe una diferencia estadísticamente significativa entre los puntos experimentales con un nivel de confianza del 95%.

3.2.2 TOROIDES

La geometría de las partículas empleadas en este caso, es la que se muestra en la Figura 22.

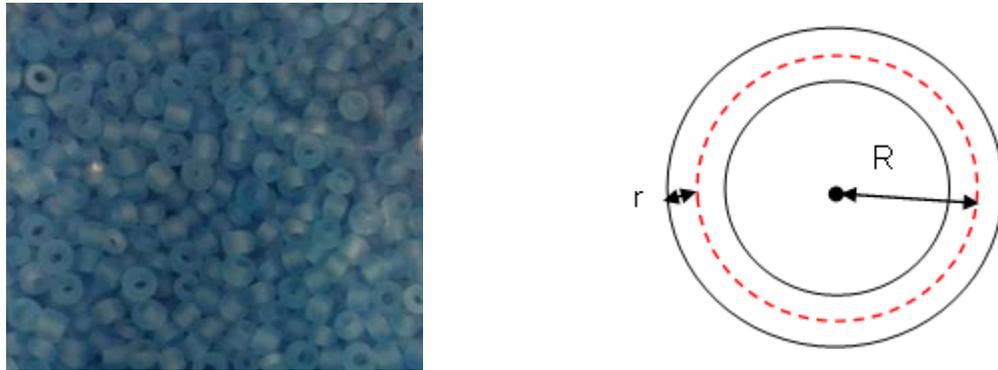


Figura 22. Geometría de un toroide

A partir de la descripción anterior, las características de partículas de éste tipo son las consignadas en la Tabla 8 y los resultados experimentales se encuentran en el Anexo B.

Tabla 8. Características de las partículas en forma de toroide

PROPIEDAD	DESCRIPCIÓN
Material	Vidrio
R_{promedio} (mm)	1.5
r_{promedio} (mm)	1
D_V (mm)	3.84
D_S (mm)	4.34
Densidad (kg/m^3)	2,223
Esfericidad	0.78
V_L (m^3)	9.18×10^{-5}

Las condiciones experimentales de presión y temperatura fueron las mismas en todos los casos y los resultados de la altura alcanzada por el lecho para cada velocidad de líquido y de gas se muestran en la Figura 23.

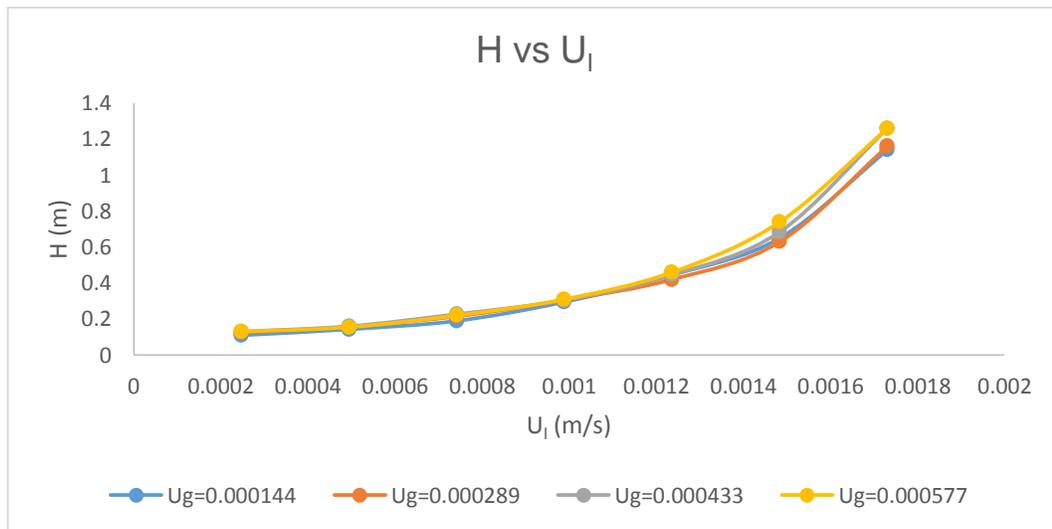


Figura 23. Expansión del lecho vs Velocidad superficial del líquido (Toroides)

En esta Figura, se observa una tendencia similar a la de las esferas de vidrio estudiadas en la sección anterior. Sin embargo, se evidencia una mayor expansión del lecho para las velocidades más altas de gas experimentadas. En los puntos experimentales iniciales, es decir, a bajas velocidades de líquido, el comportamiento de las partículas es prácticamente el mismo en todos los casos; mientras que a partir de una velocidad superficial de líquido de 0.001 m/s, es evidente la influencia que ejerce el paso de gas a través de la columna, generando una diferencia de 0.1 m en la altura total alcanzada por las partículas.

En el caso de la porosidad ocurre lo mismo, todas las curvas experimentales obtenidas presentan un comportamiento bastante similar, aunque a velocidades bajas de líquido la porosidad es menor para la velocidad de gas mínima. Ver Figura 24.

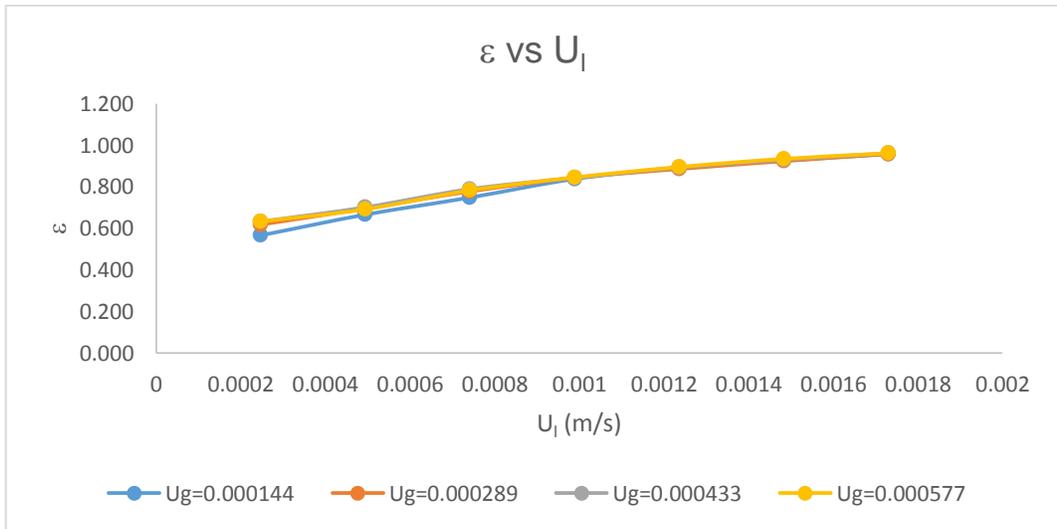


Figura 24. Porosidad del lecho vs velocidad superficial del líquido (Toroides)

La caída de presión a través del lecho, representada en la Figura 25 en función de la velocidad superficial del líquido, presenta también una tendencia similar a la de las esferas de vidrio. La menor caída de presión se obtiene en el caso en el que la velocidad de gas es la máxima y se observan además, caídas súbitas en la presión que se deben a la etapa de arrastre de las partículas según refieren algunos autores en la literatura (Coulson & Richardson, 2002)

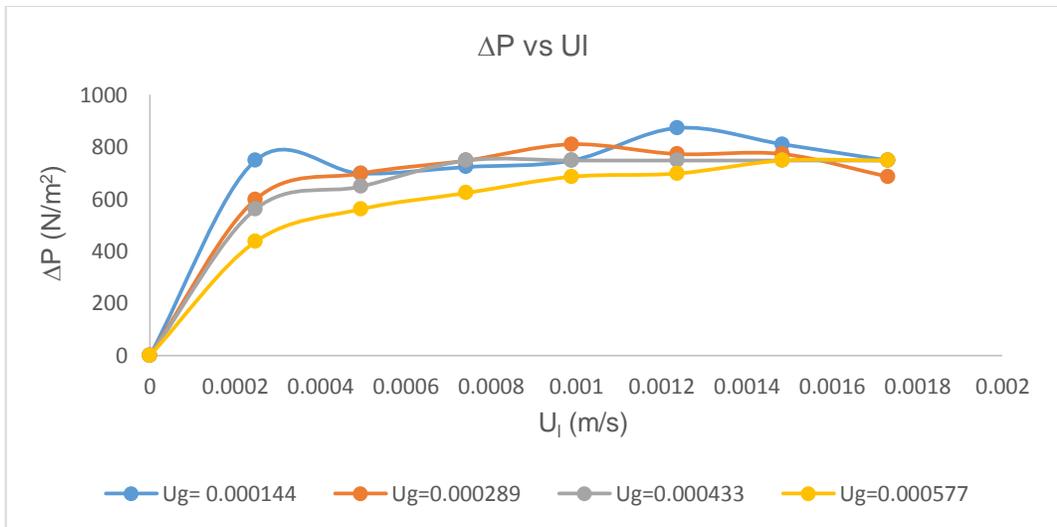


Figura 25. Caída de presión vs Velocidad superficial del líquido (toroides)

3.2.3 CILINDROS

En esta serie de pruebas experimentales, cuyos resultados se consignan en el Anexo C, se emplearon partículas con las características que se describen en la Tabla 9.

Tabla 9. Características de las partículas cilíndricas

PROPIEDAD	DESCRIPCIÓN
Material	Vidrio
H_{promedio} (mm)	2.2
D_{promedio} (mm)	1.98
D_V (mm)	2.35
D_S (mm)	2.51
Densidad (kg/m^3)	2,223
Esfericidad	0.87
V_s (m^3)	8.55×10^{-5}



Figura 26. Partículas cilíndricas

Para partículas como las que se muestran en la Figura 26 la altura alcanzada por el lecho para diferentes velocidades de gas, es la que se muestra en la Figura 27.

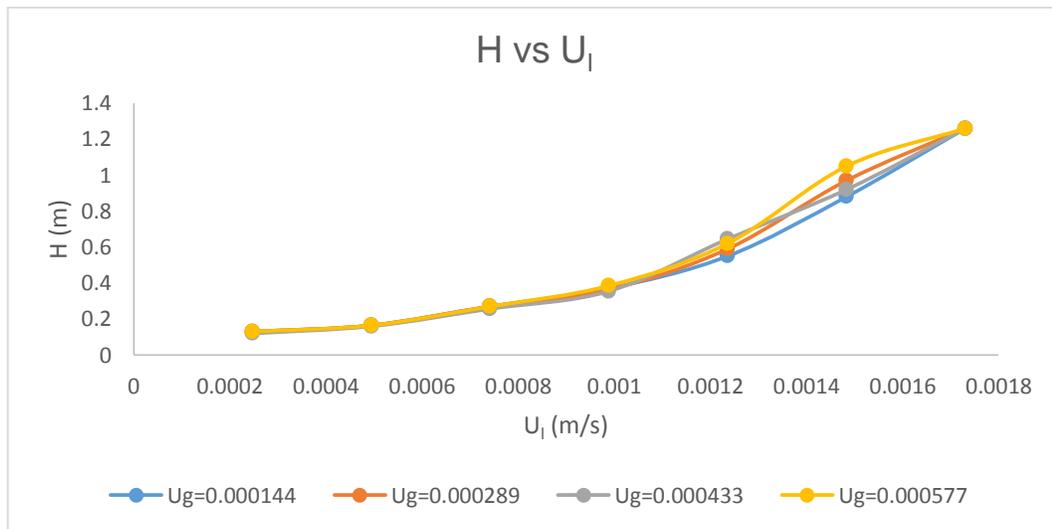


Figura 27. Altura del lecho vs Velocidad superficial de líquido (Cilindros)

La tendencia obtenida para el caso de los cilindros no es muy diferente a las presentadas en las secciones anteriores para la expansión del lecho de partículas. A velocidades bajas de líquido, la expansión del lecho es prácticamente igual independiente del valor de la velocidad de gas; pero después del punto de mínima fluidización la diferencia se hace más evidente, obteniendo una mayor altura para las velocidades de gas más altas.

Es de esperarse que la porosidad aumente a medida que el lecho se expande, es decir, se fluidiza. Ver Figura 28.

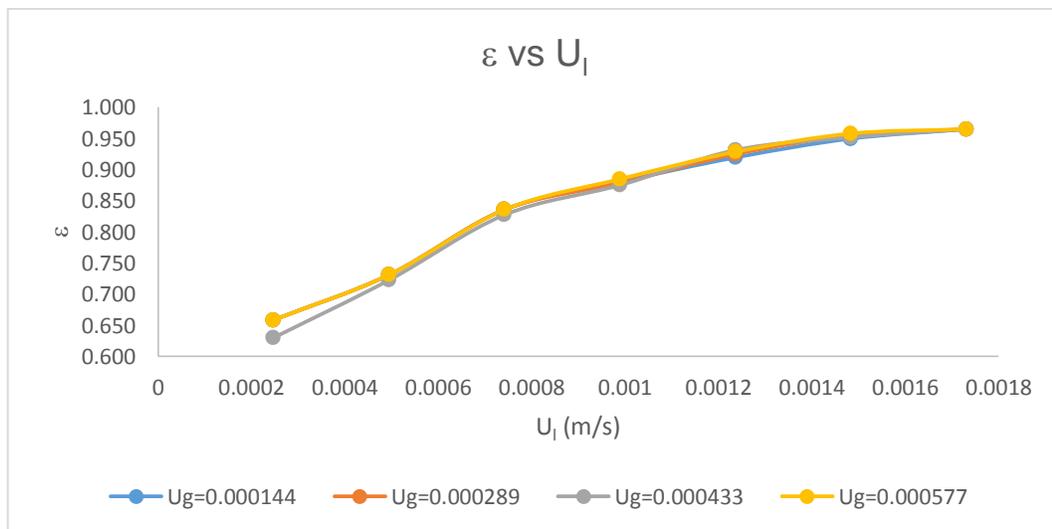


Figura 28. Porosidad vs Velocidad superficial del líquido (cilindros)

Se observa que a medida que aumenta la velocidad superficial del líquido y del gas, la porosidad del lecho también lo hace, hasta alcanzar un valor de aproximadamente 0.9, cuando el lecho está completamente expandido y abarca la totalidad de la longitud del tubo.

Finalmente, la caída de presión, tal como se explicó en los casos anteriores es menor para la velocidad máxima, ratificando que la viscosidad del medio es una variable crítica en la caída de presión a través de la columna. (Ver Figura 29)

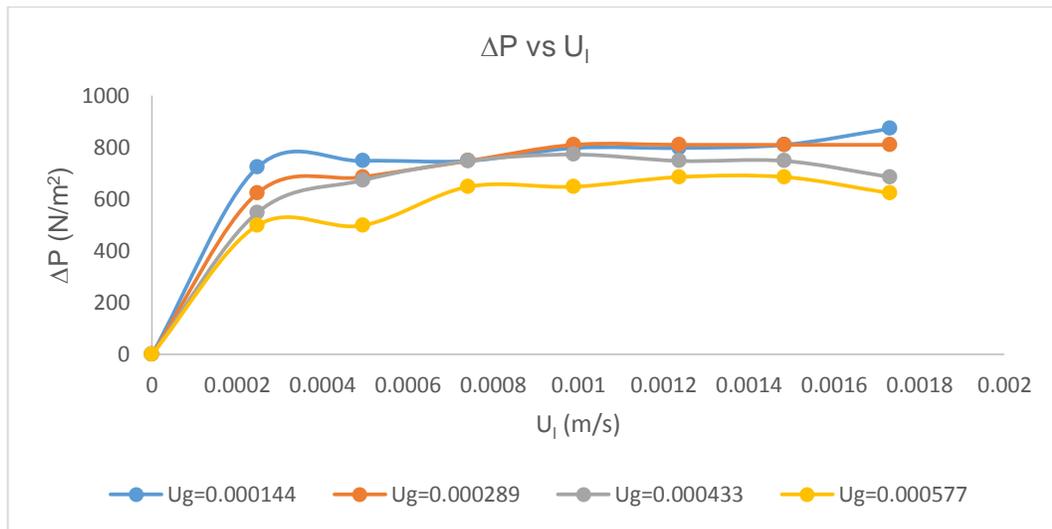


Figura 29. Caída de presión vs Velocidad superficial del líquido (cilindros)

3.2.4 ESTUDIO COMPARATIVO

En esta sección se realiza un estudio comparativo entre las diferentes esfericidades estudiadas y mencionadas en las secciones anteriores.

Partiendo de los puntos críticos de la experimentación, es decir la velocidad mínima y máxima del gas, pueden analizarse las variables más críticas en el proceso de fluidización gas-líquido-sólido. Comenzando por la altura alcanzada por el lecho, en la Figura 30 y la Figura 31 pueden observarse los cambios

ocurridos para cada una de las geometrías y para las velocidades de gas críticas mencionadas anteriormente.

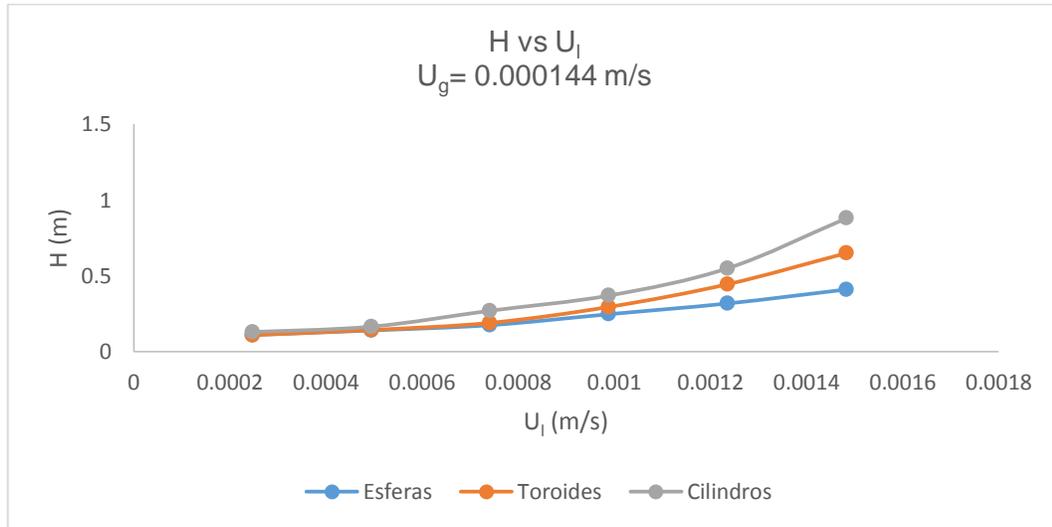


Figura 30. Altura del lecho vs Velocidad superficial de líquido para diferentes geometrías ($U_g = 0.000144$ m/s)

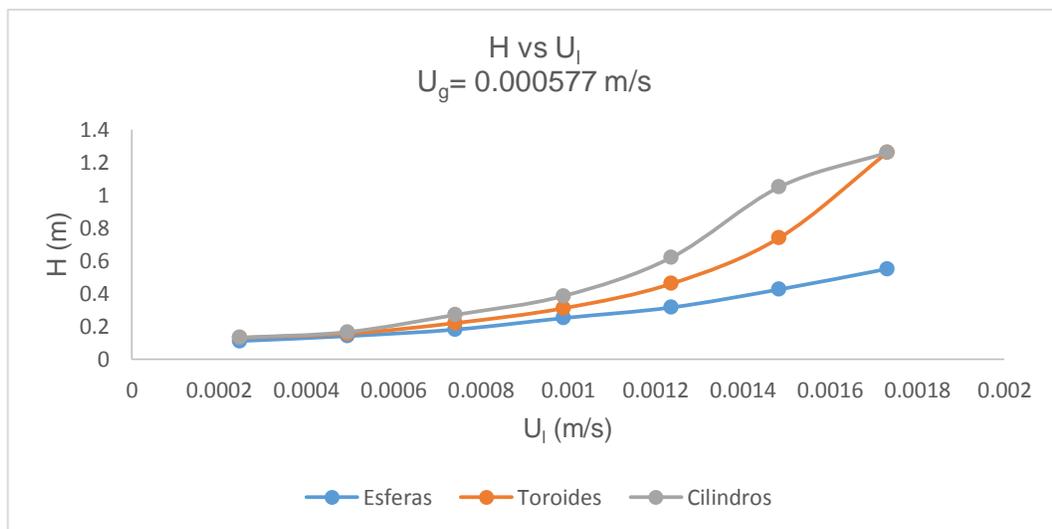


Figura 31. Altura del lecho vs Velocidad superficial de líquido para diferentes geometrías ($U_g = 0.000577$ m/s)

A partir de lo anterior, puede decirse que las partículas cilíndricas y toroides, alcanzan una mayor expansión a velocidades más bajas de líquido, tanto para la velocidad mínima como para la velocidad máxima de gas. Como es evidente, la esfericidad de las partículas genera un efecto importante en la expansión del lecho, siendo las partículas con esfericidad igual a uno, aquellas que más tardan en expandirse en función del incremento en la velocidad del líquido. Lo anterior valida la teoría de que entre más similitud tengan las partículas con una esfera, habrá un menor arrastre de las mismas (Quintana Marín, Fluidización trifásica, 2015). Sin embargo, esto no se cumple en el caso de los toroides y los cilindros, puesto que los primeros tienen una esfericidad de 0.78 y los segundos de 0.87, razón por la cual los toroides deberían presentar un mayor arrastre. Allí es importante tener en cuenta que aunque los cilindros tienen una mayor esfericidad calculada, la geometría que visualmente es más similar a una esfera es aquella modelada como toroide. Además es de notar que el agujero central de estas partículas es muy pequeño, haciendo que pase muy poco líquido a través de él y que finalmente, incremente su similitud con una esfera, minimizando el fenómeno de arrastre.

Se observa también que la altura alcanzada por el lecho es levemente mayor en el caso de la velocidad máxima de gas, lo cual permite ratificar que éste ejerce una influencia significativa en la expansión de éste tipo de lechos.

En la Figura 32 se observa el comportamiento de la caída de presión para el lecho expandido en función de la velocidad superficial de líquido para las diferentes geometrías estudiadas. La tendencia para todas ellas es similar, pues no se presentan cambios súbitos en ninguna de las curvas a excepción de la etapa final de la experimentación donde la caída de presión en el caso de los cilindros y las esferas se mantiene prácticamente constante, mientras que en el caso de los toroides se presenta un pico en la caída de presión y luego una caída súbita. Lo anterior puede deberse a la fluctuación normal que ocurre durante la experimentación, pues la caída de presión no es lo suficientemente grande para concluir que se debe a la etapa de arrastre de las partículas.

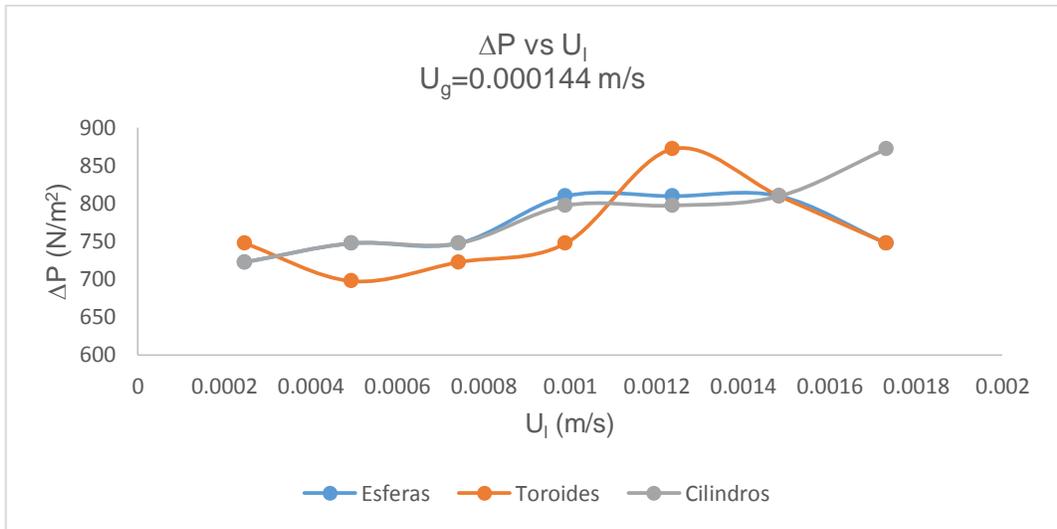


Figura 32. Caída de presión para el lecho expandido vs Velocidad superficial del líquido para diferentes geometrías ($U_g=0.000144$ m/s)

Desde el punto de partida de la Figura 33, se observa que la caída de presión es menor que en el caso analizado anteriormente, debido a la mayor proporción de gas presente en el medio, ratificando los resultados reportados por Aditya et. al en su estudio sobre la caída de presión empleando partículas cilíndricas de diferentes tamaños (Aditya, Panda, Rana, & Jena, 2006).

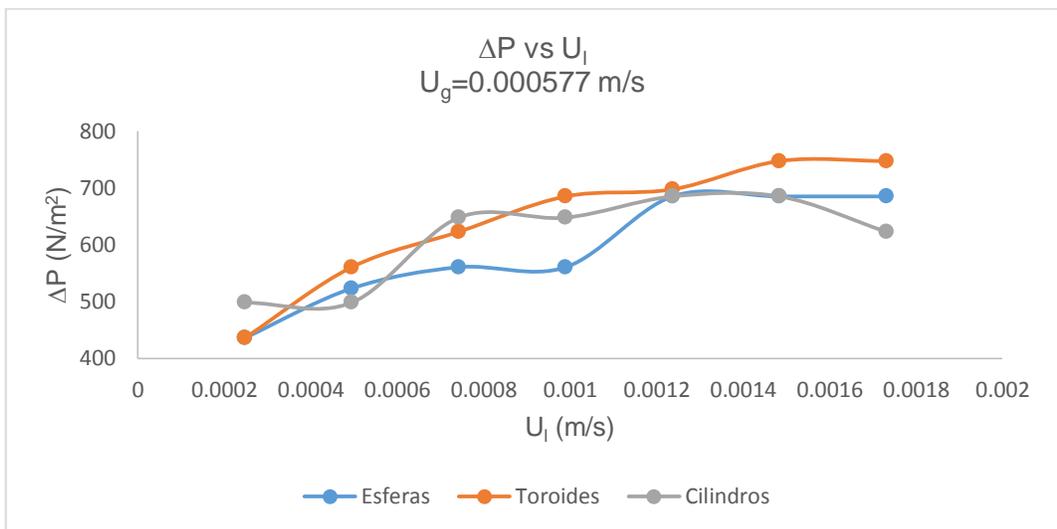


Figura 33. Caída de presión para el lecho expandido vs Velocidad superficial del líquido para diferentes geometrías ($U_g=0.000577$ m/s)

En la Figura 34, se observan los cambios ocurridos en la porosidad. La tendencia de las tres geometrías es similar, aunque es evidente que la esfericidad de las partículas genera variaciones significativas en el valor de la porosidad para la misma velocidad superficial de líquido. De acuerdo con lo discutido anteriormente, los cilindros son los que más se expanden debido al arrastre de las partículas que conforman el lecho, mientras que las esferas y los toroides arrojan valores de porosidad inferiores, especialmente a bajas velocidades superficiales de líquido.

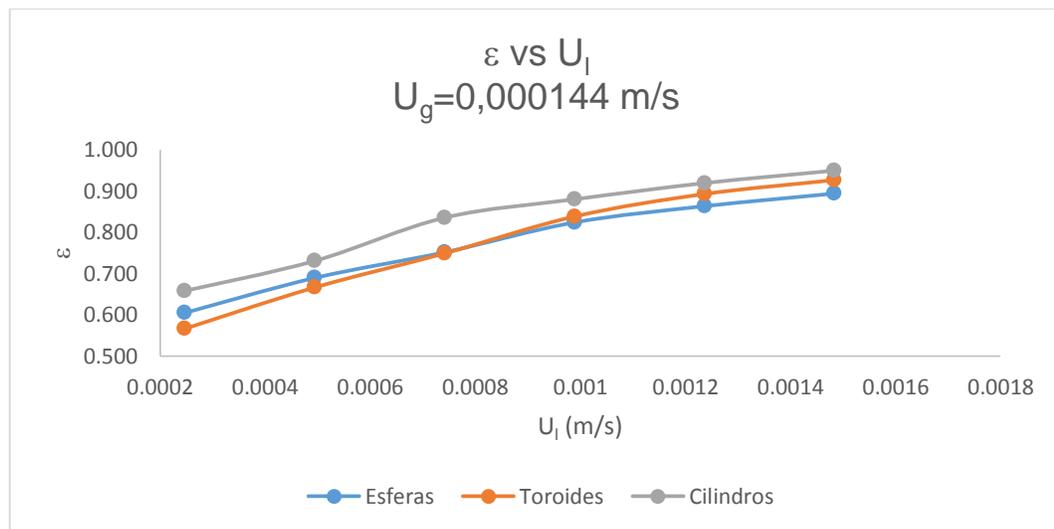


Figura 34. Porosidad vs Velocidad superficial del líquido para diferentes geometrías ($U_g=0.000144$ m/s)

Finalmente, en la Figura 35, se reporta la porosidad en función de la velocidad superficial del líquido para la velocidad de gas máxima. El fenómeno que ocurre es igual al discutido sobre la Figura inmediatamente anterior. Es de resaltar que en el punto inicial de la experimentación, el valor de la porosidad para las diferentes geometrías es mucho más similar en el presente caso, que en aquel donde la velocidad de gas es mínima, lo que significa que el incremento en la proporción de gas en el medio favorece la expansión del lecho, ratificando lo reportado por Jena et.al, donde se estudió la expansión del lecho a diferentes velocidades de gas y de líquido. (Jena, Sahoo, Roy, & Meikap, 2008)

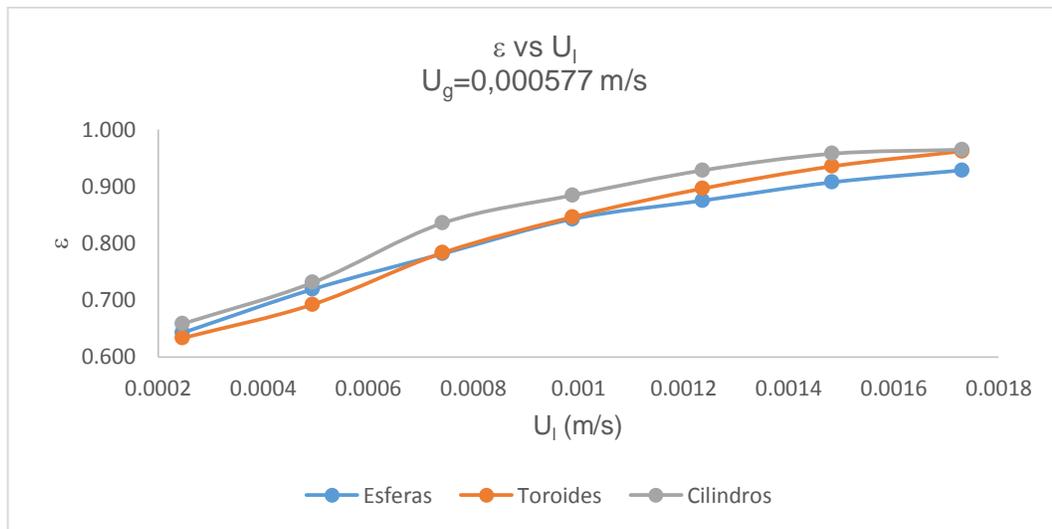


Figura 35. Porosidad vs Velocidad superficial del líquido para diferentes geometrías ($U_g=0.000577$ m/s)

3.2.5 AJUSTE A MODELOS

Los datos experimentales obtenidos y previamente analizados, fueron ajustados a algunas de las correlaciones reportadas en la literatura, mediante las cuales puede determinarse la porosidad del lecho. Algunas de ellas tienen en cuenta la esfericidad de las partículas como la de Begovich & Watson modificada, mientras que otras no. Por otra parte, los valores experimentales obtenidos para la caída de presión no pueden ajustarse a un solo modelo matemático debido a la fluctuación que manifiesta éste fenómeno, por lo tanto solo puede realizarse un análisis cualitativo que permite determinar un comportamiento general para los lechos fluidizados trifásicos.

La porosidad global del lecho, calculada de acuerdo con la ecuación presentada en la Tabla 3, se obtiene a partir de datos medidos experimentalmente (volumen de sólidos y volumen del lecho), y por ende se considera como el valor más aproximado y real de la porosidad para cada geometría estudiada. A partir de lo anterior puede establecerse una comparación entre los diferentes valores de

porosidad obtenidos mediante las correlaciones y aquellos obtenidos mediante el cálculo de la porosidad real.

Los resultados de las correlaciones presentadas en la Tabla 2 se encuentran reportados en el Anexo D. Todas las correlaciones allí reportadas dependen de las mismas variables, y aunque existen diferencias entre ellas, los resultados obtenidos son prácticamente los mismos, puesto que todas se derivan de la ecuación de Begovich & Watson. Sin embargo, ninguna de ellas se acerca al valor de la porosidad global obtenida experimentalmente. La diferencia porcentual entre ambos resultados es de 80% aproximadamente, debida posiblemente a las limitaciones que estas correlaciones presentan a bajas velocidades superficiales de gas. Además, es importante resaltar que estas correlaciones han sido determinadas a partir de una sola geometría, empleando diferentes tamaños de partícula o en algunos casos diferentes fluidos (Ruiz, Alonso, & Ancheyta, 2004), lo cual no corresponde con la experimentación realizada en el presente estudio.

En la Tabla 7 se muestra el resultado de la porosidad obtenido a través de las correlaciones en discusión para cilindros a la velocidad superficial mínima y máxima de gas, en todo el rango de velocidad de líquido estudiado.

Tabla 7. Ajuste de datos experimentales a correlaciones disponibles en la literatura de un lecho de partículas cilíndricas

U_g (m/s)	ϵ_{global}	Begovich & Watson	Grandjean et al	Song et al	Begovich & Watson mod
0.000144	0.658362	0.112256	0.111041	0.118910	0.106638
	0.730830	0.135453	0.133987	0.143482	0.128674
	0.835507	0.151185	0.149549	0.160147	0.143619
	0.879965	0.163443	0.161675	0.173132	0.155264
	0.919249	0.173632	0.171754	0.183924	0.164943
	0.949530	0.182426	0.180453	0.193240	0.173297
	0.964751	0.190209	0.188151	0.201484	0.180690
0.000577	0.658362	0.118821	0.117536	0.125864	0.112875
	0.730830	0.143375	0.141824	0.151873	0.136199
	0.835507	0.160027	0.158296	0.169513	0.152018
	0.884641	0.173002	0.171131	0.183257	0.164344
	0.928366	0.183787	0.181799	0.194681	0.174589
	0.957701	0.193095	0.191007	0.204542	0.183432
	0.964751	0.201333	0.199155	0.213267	0.191257

Como se observa, los resultados obtenidos con las correlaciones son prácticamente los mismos y además de eso, no se asemejan al valor de porosidad experimental. Es importante tener en cuenta que el valor normal mínimo de porosidad para un lecho de partículas se encuentra alrededor de 0.3 y en el presente caso, el valor obtenido por las correlaciones es inferior para todos los datos experimentales.

Por otra parte, la ecuación (2-6) presenta un mejor ajuste a los datos experimentales. En la Tabla 8 se muestran los resultados obtenidos con el respectivo porcentaje de error, asumiendo como valor teórico la porosidad global para un lecho de partículas cilíndricas a diferentes velocidades superficiales de gas y de líquido.

Tabla 10. Ajuste de datos experimentales a correlación de Hirata & Noguchi para un lecho de partículas cilíndricas

U_g (m/s)	ϵ_{global}	ϵ_3	%error
0.000144	0.658362	0.660207	0.28%
	0.730831	0.688207	5.83%
	0.835508	0.765744	8.35%
	0.879965	0.757231	13.95%
	0.919249	0.727051	20.91%
	0.949531	0.735039	22.59%
	0.964752	0.741860	23.10%
0.000289	0.658362	0.660210	0.28%
	0.730831	0.688247	5.83%
	0.835508	0.765774	8.35%
	0.878321	0.757290	13.78%
	0.924724	0.727143	21.37%
	0.954213	0.735141	22.96%
	0.964752	0.741972	23.09%
0.000433	0.629892	0.640801	1.73%
	0.722419	0.668013	7.53%
	0.827187	0.750871	9.23%
	0.874893	0.740066	15.41%
	0.931143	0.705767	24.20%
	0.951725	0.713529	25.03%
	0.964752	0.720160	25.35%

U_g (m/s)	ϵ_{global}	ϵ_3	%error
0.000577	0.658362	0.660210	0.28%
	0.730831	0.688247	5.83%
	0.835508	0.765774	8.35%
	0.884642	0.757290	14.40%
	0.928366	0.727143	21.67%
	0.957702	0.735142	23.24%
	0.964752	0.741972	23.09%

En la Tabla anterior se observa que a medida que la velocidad superficial de líquido aumenta, el porcentaje de error también lo hace. Esto significa que la correlación modela de manera más apropiada datos experimentales tomados a bajas velocidades de líquido, sin embargo, de todas las correlaciones estudiadas es la que mejor se ajusta a los datos del presente estudio. Es importante resaltar también, que el mejor ajuste se obtiene para las partículas cilíndricas, lo que significa que el valor de la esfericidad, aunque no es tenido en cuenta dentro de la correlación, genera cambios en el ajuste de los datos a la misma. El resultado obtenido para todas las geometrías se consigna en el Anexo E.

Las ecuaciones (2-8) y (2-9) no describen de manera aproximada el fenómeno de expansión del lecho. En el Anexo F, se presentan los resultados de F empleando la ecuación (2-9) cuya restricción cubre la mayoría de los datos experimentales. Sin embargo los resultados obtenidos no son acertados puesto que algunos de ellos son incluso negativos. Esto puede deberse a que las correlaciones reportadas por éste autor, fueron obtenidas únicamente a partir de partículas cilíndricas de diferente diámetro (Soung, 1978), lo cual limita su aplicación con otro tipo de geometría, aunque para el presente caso aún con partículas cilíndricas, no se obtienen buenos resultados.

Después de analizar las correlaciones disponibles en la literatura para calcular la porosidad del lecho, se buscó mediante *StatGraphics Centurion XVI* un modelo matemático que satisfaga las condiciones experimentales estudiadas de manera general para todas las geometrías. Mediante un modelo de regresión múltiple, se logró el objetivo, describiendo la porosidad del lecho en función de tres variables independientes: La esfericidad, el número de Reynolds de partícula del gas y el número de Reynolds de partícula del líquido. Para ello, fue necesario emplear las transformaciones de Box-Cox, con el fin de determinar una transformación óptima para la variable dependiente, mientras se estima un modelo de regresión lineal. Este tipo de transformación resulta útil cuando la variabilidad de Y (variable

dependiente) cambia como una función de X (variable independiente). A menudo, una apropiada transformación de Y estabiliza la variabilidad y produce que las desviaciones alrededor del modelo sean más normalmente distribuidas. (Statpoint, 2006)

En la Figura 36, se observan los resultados del modelo ajustado. Allí se relacionan los valores de porosidad observados experimentalmente, en función de los predichos por el modelo. Es válido aclarar, que mientras más cercanos estén los puntos de la línea recta mejor será la descripción del comportamiento del lecho predicho por el modelo. De acuerdo con lo anterior, para porosidades mayores a 0.7 aproximadamente, hay un mejor ajuste de los datos al modelo, lo que garantiza un amplio rango de aplicación para la correlación obtenida.

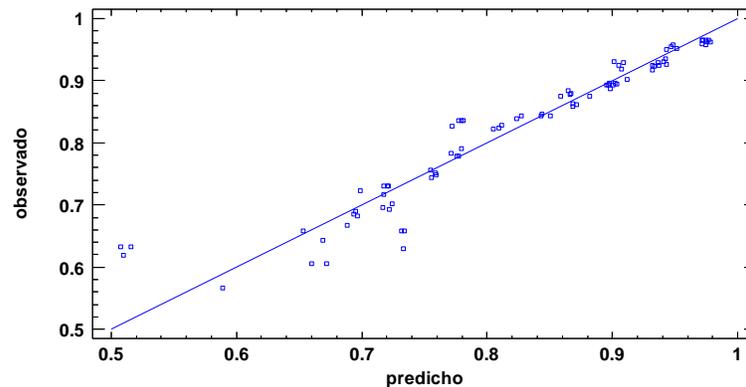


Figura 36. Porosidad observada vs Porosidad predicha por el modelo

Los resultados obtenidos del ANOVA se presentan a continuación en la Tabla 11.

Tabla 11. Modelo matemático para la porosidad de un lecho fluidizado trifásico

		Error	Estadístico	
Parámetro	Estimación	Estándar	T	Valor-P
Constante	0.238874	0.0916992	2.60497	0.0110
ϕ	0.439684	0.101943	4.31306	0.0000
Re_{pg}	-0.38486	0.199964	-1.92465	0.0579
Re_{pl}	0.0833142	0.00204817	40.6774	0.0000

El modelo obtenido mediante la transformación mencionada anteriormente, corresponde a las ecuaciones (2-20) y (2-21).

$$Box - Cox(\varepsilon) = 0,23874 + 0,439684\phi - 0,38486Re_{pg} + 0,0833142Re_{pL} \quad (2-20)$$

Donde,

$$Box - Cox(\varepsilon) = \frac{1 + e^{(3,273541)}}{3,27354 \times 0,811499^{2,27354}} \quad (2-21)$$

Reemplazando la ecuación (2-21) en la (2-20) y despejando la porosidad, se obtiene finalmente la correlación que describe este comportamiento en lechos fluidizados trifásicos.

$$\varepsilon = (0,8952\phi - 0,7836Re_{pg} + 0,1696Re_{pL} - 0,54966)^{0,305} \quad (2-22)$$

De acuerdo con los resultados obtenidos, el modelo presentado anteriormente indica que existe una relación estadísticamente significativa entre las variables con un nivel de confianza de 95%.

La ecuación (2-22), puede emplearse para determinar la porosidad de lechos fluidizados trifásicos, empleando cualquier geometría cuya esfericidad pueda ser determinada. De acuerdo con el valor-P para el Re_{pg} podría considerarse la posibilidad de eliminarlo de la correlación ya que no tiene una influencia significativa en el valor de la porosidad, sin embargo, éste será conservado dentro de la correlación para mejorar el ajuste de otros datos experimentales, donde se estudien velocidades de gas mayores.

4. CONCLUSIONES

- La esfericidad de las partículas tiene una influencia importante en la expansión de lechos fluidizados gas-líquido-sólido, haciendo que ésta sea mayor en el caso de las partículas menos esféricas para las mismas velocidades superficiales de líquido y de gas. También influye en la caída de presión del lecho, donde se encontró que las partículas esféricas son las que presentan una menor caída de presión y que además, a medida que aumenta la proporción de gas en el medio este factor disminuye debido a la disminución que se presenta en la viscosidad del medio como consecuencia.
- Se obtuvieron curvas de porosidad y caída de presión para cada una de las geometrías a diferentes velocidades de gas y de líquido, evidenciando cualitativamente para cada geometría individual que a mayor velocidad de gas se obtiene una mayor expansión y una menor caída de presión.
- Existe una diferencia estadísticamente significativa entre los puntos experimentales estudiados, garantizando que existe una influencia importante tanto del flujo de gas como de líquido en el comportamiento del lecho. Además, se demostró mediante un gráfico de interacciones que existe una relación entre la velocidad superficial del líquido y del gas con un nivel de confianza del 95%.
- El ajuste de los datos experimentales a las correlaciones disponibles en la literatura no arrojó muy buenos resultados debido a las limitaciones que estas presentan en cuanto a su aplicación. Además la mayoría de ellas, no tienen en cuenta la esfericidad de la partícula, lo cual genera errores adicionales. Sin embargo, se concluye que la correlación de Hirata & Noguchi es la que se ajusta más apropiadamente a los datos experimentales obtenidos en éste estudio, especialmente a bajas velocidades de líquido.
- El modelo obtenido mediante *StatGraphics Centurion XVI* presenta una relación estadísticamente significativa del 95% para los datos experimentales del presente estudio y además, muestra que para

porosidades alrededor de 0.7 y mayores, el ajuste es bastante acertado y se obtienen resultados confiables.

5. BIBLIOGRAFIA

Aditya, V. G., Panda, P., Rana, S., & Jena, H. (2006). Experimental study of the behavior of a three phase fluidized bed with cylindrical particles. Student Indian Chemical Engineering Congress.

Arango, J. H. (2 de Septiembre de 2013). Calidad de los combustibles en Colombia . Obtenido de <http://www.scielo.org.co/pdf/ring/n29/n29a13.pdf>

CIEMAT, S. D. (1990). Tecnología de la Fluidización y su Impacto Ambiental. Madrid: Ciemat.

Coulson, J. M., & Richardson, J. F. (2002). Fluidization. En J. M. Coulson, & J. F. Richardson, Particle Technology and separation processes (pág. 293). Oxford: Butterworth-Heinemann.

Gupta, S. K. (1979). Momentum Transfer Operations. Nueva Delhi: Tata Mc-Graw-Hill.

Ibrahim, M. H. (2007). Air distributor. En M. H. Ibrahim, Hydrodynamic characteristics of three phase fluidized beds with carboxy methyl cellulose solution (págs. 40-41).

Jena, H., Sahoo, B., Roy, G., & Meikap, B. (2008). Characterization of hydrodynamic properties of a gas-liquid-solid three-phase fluidized bed with regular shape spherical glass bead particles. Chemical Engineering Journal, 50-56.

Kumar, S. (Octubre de 2010). Hydrodynamic studies in three phase fluidized beds. Perundurai, India.

Larachi, F. (2001). Three phase fluidization macroscopic hydrodynamics revisited. Industrial Engineering chemical research, 993-1008.

López, J. L. (2007). Estudio de la hidrodinámica de reactores de lecho ebullente para el hidrotratamiento de crudos pesados. México D.F.

Moreno, V. M. (2007). Estudio hidrodinámico de un lecho fluidizado. Madrid.

Muroyama, K., & Fan, L.-S. (1985). Fundamentals of gas-liquid-solid fluidization. AIChE Journal, 1-33.

Noreña, J. P., & Cortés, D. M. (2007). Diseño conceptual de un reactor de lecho fluidizado a escala de laboratorio para el tratamiento de aguas residuales. Medellín

- P., T., Landeghem, H., & Wauquier, J. (1988). Chemical reactors: Design, Engineering, Operation. París: Editions Technip.
- PASSINI, L. (. (2 de Septiembre de 2013). Obtenido de Hidrotratamiento de nafta y diésel en refinería Bahía Blanca: atendiendo a los futuros límites del azufre: <http://www.petrotecnica.com.ar/abril10/Sin/Hidrotratamiento.pdf>
- Perry, R. H. (1999). Fluidized bed systems. En R. H. Perry, Perry's chemical engineers handbook (págs. 17-4). USA: McGraw Hill.
- Rhodes, M. (2008). Fluidization. En M. Rhodes, Introduction to particle technology (pág. 169). Inglaterra: Wiley.
- Ruelas, P. H. (Diciembre de 2009). Estudio hidrodinámico de partículas cilíndricas (Tesis de maestría). Victoria de Durango, Durango, México.
- Ruiz, R. S., Alonso, F., & Ancheyta, J. (2004). Minimum fluidization velocity and bed expansion characteristics of hydrotreating catalysts in ebullated bed systems. Energy & Fuels, 1149-1155.
- Sanchez, J. L. (2007). Estudio de la hidrodinámica de reactores de lecho ebullente para el tratamiento de crudos pesados. México.
- Soung, W. Y. (1978). Bed expansion in three-phase fluidization. Industrial & engineering chemistry, 33-36.
- Statpoint, I. (2006). Transformaciones de Box-Cox. Obtenido de <http://www.statgraphics.net/wp-content/uploads/2011/12/tutoriales/Transformaciones%20de%20Box-Cox.pdf>
- Walas, S. M. (1990). Chemical Process Equipment. Washington: Butterworth-Heinemann.
- WHIHELM, R. y. (1948). Fluidization and Solid Particles. Chemical Engineering Progress, 205.
- YANG, W.-c. (1999). Fluidization, solids handling and processing. Noyes Publications.
- Yu, H., & Rittmann, B. E. (1997). Predicting bed expansion and phase hold up for three phase fluidized bed reactors with and without biofilm . Water research, 2604-2616.

ANEXOS

Anexo A.

Resultados experimentales para un lecho de partículas esféricas

En la Tabla 12, se consignan los resultados experimentales obtenidos para un lecho fluidizado gas-líquido-sólido empleando partículas esféricas. Los resultados que allí se reportan, han sido calculados empleando las ecuaciones consignadas en la Tabla 3.

Tabla 12. Resultados experimentales para un lecho de partículas esféricas

Geometría	$\varepsilon_{\text{global}}$	Re_{pl}	Re_{pg}	V_L (m ³)	U/U_g
ESFERAS $\phi=1$	0.604943	0.494719	0.019349	0.000212	1.713686
	0.682801	0.989438	0.019349	0.000269	3.427373
	0.744375	1.484157	0.019349	0.000337	5.141059
	0.822627	1.978876	0.019349	0.000475	6.854746
	0.857986	2.473595	0.019349	0.000612	8.568432
	0.892700	2.968314	0.019349	0.000789	10.282118
	0.917226	3.463033	0.019349	0.001107	11.995805
	0.604943	0.494719	0.038697	0.000212	0.856843
	0.689598	0.989438	0.038697	0.000266	1.713686
	0.751678	1.484157	0.038697	0.000343	2.570530
	0.824064	1.978876	0.038697	0.000487	3.427373
	0.863345	2.473595	0.038697	0.000606	4.284216
	0.894009	2.968314	0.038697	0.000808	5.141059
	0.924424	3.463033	0.038697	0.001097	5.997902
	0.604943	0.494719	0.058046	0.000212	0.571229
	0.685099	0.989438	0.058046	0.000267	1.142458
	0.755863	1.484157	0.058046	0.000343	1.713686
	0.828236	1.978876	0.058046	0.000481	2.284915
	0.862043	2.473595	0.058046	0.000606	2.856144
	0.896533	2.968314	0.058046	0.000770	3.427373
0.923761	3.463033	0.058046	0.001058	3.998602	

Geometría	$\varepsilon_{\text{global}}$	Re_{pl}	Re_{pg}	$V_L \text{ (m}^3\text{)}$	U/U_g
	0.642567	0.494719	0.077394	0.000212	0.428422
	0.717139	0.989438	0.077394	0.000269	0.856843
	0.779115	1.484157	0.077394	0.000346	1.285265
	0.842730	1.978876	0.077394	0.000481	1.713686
	0.875182	2.473595	0.077394	0.000606	2.142108
	0.901706	2.968314	0.077394	0.000818	2.570530
	0.928513	3.463033	0.077394	0.001058	2.998951

Anexo B.

Resultados experimentales para un lecho de partículas toroides

En la Tabla 13, se consignan los resultados experimentales obtenidos para un lecho fluidizado gas-líquido-sólido empleando partículas toroide. Los resultados que allí se reportan, han sido calculados empleando las ecuaciones consignadas en la Tabla 3.

Tabla 13. Resultados experimentales para un lecho de partículas toroide

Geometría	ε	Re_{pl}	Re_{pg}	$V_L (m^3)$	U/U_g
TOROIDES $\phi=0.78$	0.566554	0.742078	0.029023	0.000212	1.713686
	0.666580	1.484157	0.029023	0.000275	3.427373
	0.749058	2.226235	0.029023	0.000366	5.141059
	0.838376	2.968314	0.029023	0.000568	6.854746
	0.892856	3.710392	0.029023	0.000856	8.568432
	0.926648	4.452471	0.029023	0.001251	10.282118
	0.958176	5.194549	0.029023	0.002194	11.995805
	0.618568	0.742078	0.058046	0.000241	0.856843
	0.696312	1.484157	0.058046	0.000302	1.713686
	0.778237	2.226235	0.058046	0.000414	2.570530
	0.843675	2.968314	0.058046	0.000587	3.427373
	0.886478	3.710392	0.058046	0.000808	4.284216
	0.924319	4.452471	0.058046	0.001212	5.141059
	0.958897	5.194549	0.058046	0.002232	5.997902
	0.633238	0.742078	0.087069	0.000250	0.571229
	0.702006	1.484157	0.087069	0.000308	1.142458
	0.789960	2.226235	0.087069	0.000437	1.713686
	0.843675	2.968314	0.087069	0.000587	2.284915
	0.892856	3.710392	0.087069	0.000856	2.856144

Geometría	ε	Re_{pl}	Re_{pg}	V_L (m ³)	U_l/U_g
	0.930396	4.452471	0.087069	0.001318	3.427373
	0.962159	5.194549	0.087069	0.002425	3.998602
	0.633238	0.742078	0.116091	0.000250	0.428422
	0.692393	1.484157	0.116091	0.000298	0.856843
	0.783277	2.226235	0.116091	0.000423	1.285265
	0.846197	2.968314	0.116091	0.000597	1.713686
	0.896350	3.710392	0.116091	0.000885	2.142108
	0.935569	4.452471	0.116091	0.001424	2.570530
	0.962159	5.194549	0.116091	0.002425	2.998951

Anexo C

Resultados experimentales para un lecho de partículas cilíndricas

En la Tabla 14, se consignan los resultados experimentales obtenidos para un lecho fluidizado gas-líquido-sólido empleando partículas cilíndricas. Los resultados que allí se reportan, han sido calculados empleando las ecuaciones consignadas en la Tabla 3.

Tabla 14. Resultados experimentales para un lecho de partículas cilíndricas

Geometría	ε	Re_{pl}	Re_{pg}	V_L (m ³)	U_l/U_g
CILINDROS $\phi=0.87$	0.730831	0.979544	0.019155	0.000318	3.427373
	0.835508	1.469315	0.019155	0.000520	5.141059
	0.879965	1.959087	0.019155	0.000712	6.854746
	0.919249	2.448859	0.019155	0.001058	8.568432
	0.949531	2.938631	0.019155	0.001693	10.282118
	0.964752	3.428402	0.019155	0.002425	11.995805
	0.658362	0.489772	0.038310	0.000250	0.856843
	0.730831	0.979544	0.038310	0.000318	1.713686
	0.835508	1.469315	0.038310	0.000520	2.570530
	0.878321	1.959087	0.038310	0.000702	3.427373
	0.924724	2.448859	0.038310	0.001135	4.284216
	0.954213	2.938631	0.038310	0.001867	5.141059
	0.964752	3.428402	0.038310	0.002425	5.997902
	0.629892	0.489772	0.057465	0.000231	0.571229
	0.722419	0.979544	0.057465	0.000308	1.142458
	0.827187	1.469315	0.057465	0.000495	1.713686
	0.874893	1.959087	0.057465	0.000683	2.284915
	0.931143	2.448859	0.057465	0.001241	2.856144
	0.951725	2.938631	0.057465	0.001770	3.427373
	0.964752	3.428402	0.057465	0.002425	3.998602
0.658362	0.489772	0.076620	0.000250	0.428422	
0.730831	0.979544	0.076620	0.000318	0.856843	

Geometría	ε	Re_{pl}	Re_{pg}	V_L (m ³)	U_l/U_g
	0.835508	1.469315	0.076620	0.000520	1.285265
	0.884642	1.959087	0.076620	0.000741	1.713686
	0.928366	2.448859	0.076620	0.001193	2.142108
	0.957702	2.938631	0.076620	0.002021	2.570530
	0.964752	3.428402	0.076620	0.002425	2.998951

Anexo D

Resultados del ajuste a correlaciones consignadas en la Tabla 2

En las Tablas 15, 16 y 17, se consignan los resultados arrojados por algunas de las correlaciones disponibles en la literatura para cada una de las geometrías estudiadas.

Tabla 15. Ajuste a correlaciones disponibles en la literatura (Esferas)

Geometría	U_g (m/s)	Begovich & Watson	Grandjean et al	Song et al	Begovich & Watson mod
ESFERAS $\phi=1$	0.000144	0.105005	0.103869	0.105005	0.105005
		0.126703	0.125333	0.126703	0.126703
		0.141419	0.139890	0.141419	0.141419
		0.152886	0.151232	0.152886	0.152886
		0.162417	0.160660	0.162417	0.162417
		0.170643	0.168797	0.170643	0.170643
		0.177923	0.175998	0.177923	0.177923
	0.000289	0.108032	0.106863	0.108032	0.108032
		0.130356	0.128946	0.130356	0.130356
		0.145496	0.143922	0.145496	0.145496
		0.157293	0.155592	0.157293	0.157293
		0.167098	0.165291	0.167098	0.167098
		0.175562	0.173663	0.175562	0.175562
		0.183051	0.181071	0.183051	0.183051
	0.000433	0.109843	0.108655	0.109843	0.109843
		0.132541	0.131107	0.132541	0.132541
		0.147935	0.146335	0.147935	0.147935
		0.159930	0.158200	0.159930	0.159930
		0.169900	0.168062	0.169900	0.169900
		0.178505	0.176574	0.178505	0.178505
		0.186120	0.184107	0.186120	0.186120

Geometría	U_g (m/s)	Begovich & Watson	Grandjean et al	Song et al	Begovich & Watson mod
	0.000577	0.111146	0.109944	0.111146	0.111146
		0.134114	0.132663	0.134114	0.134114
		0.149690	0.148071	0.149690	0.149690
		0.161827	0.160077	0.161827	0.161827
		0.171915	0.170056	0.171915	0.171915
		0.180623	0.178669	0.180623	0.180623
		0.188328	0.186291	0.188328	0.188328

Tabla 16. Ajuste a correlaciones disponibles en la literatura (Toroides)

Geometría	U_g (m/s)	Begovich & Watson	Grandjean et al	Song et al	Begovich & Watson mod
TOROIDES $\phi=0.78$	0.000144	0.112247	0.111033	0.124609	0.102264
		0.135442	0.133977	0.150359	0.123396
		0.151173	0.149538	0.167823	0.137728
		0.163430	0.161663	0.181430	0.148895
		0.173618	0.171740	0.192740	0.158177
		0.182412	0.180439	0.202502	0.166188
		0.190194	0.188136	0.211141	0.173278
	0.000289	0.115483	0.114234	0.128202	0.105212
		0.139347	0.137839	0.154694	0.126953
		0.155531	0.153849	0.172661	0.141698
		0.168142	0.166323	0.186660	0.153187
		0.178623	0.176691	0.198296	0.162736
		0.187670	0.185640	0.208340	0.170979
		0.195676	0.193560	0.217228	0.178273
	0.000433	0.117419	0.116148	0.130351	0.106975
		0.141682	0.140150	0.157287	0.129081
		0.158138	0.156428	0.175555	0.144073
		0.170960	0.169111	0.189789	0.155755
		0.181617	0.179653	0.201620	0.165464
		0.190816	0.188752	0.211832	0.173845
		0.198957	0.196804	0.220869	0.181261
	0.000577	0.118812	0.117527	0.131897	0.108245

Geometría	U_g (m/s)	Begovich & Watson	Grandjean et al	Song et al	Begovich & Watson mod
		0.143363	0.141813	0.159153	0.130613
		0.160014	0.158284	0.177638	0.145783
		0.172989	0.171117	0.192041	0.157603
		0.183772	0.181784	0.204012	0.167427
		0.193080	0.190992	0.214346	0.175908
		0.201317	0.199140	0.223489	0.183412

Tabla 17. Ajuste a correlaciones disponibles en la literatura (Cilindros)

Geometría	U_g (m/s)	Begovich & Watson	Grandjean et al	Song et al	Begovich & Watson mod
CILINDROS $\phi=0.87$	0.000144	0.112256	0.111041	0.118910	0.106638
		0.135453	0.133987	0.143482	0.128674
		0.151185	0.149549	0.160147	0.143619
		0.163443	0.161675	0.173132	0.155264
		0.173632	0.171754	0.183924	0.164943
		0.182426	0.180453	0.193240	0.173297
		0.190209	0.188151	0.201484	0.180690
	0.000289	0.115492	0.114242	0.122338	0.109712
		0.139357	0.137850	0.147618	0.132383
		0.155543	0.153860	0.164763	0.147759
		0.168155	0.166336	0.178123	0.159739
		0.178637	0.176705	0.189226	0.169697
		0.187685	0.185655	0.198811	0.178292
		0.195692	0.193575	0.207292	0.185898
	0.000433	0.117428	0.116157	0.124389	0.111551
		0.141693	0.140161	0.150093	0.134602
		0.158150	0.156440	0.167525	0.150236
		0.170973	0.169124	0.181108	0.162417
		0.181632	0.179667	0.192398	0.172542
		0.190831	0.188767	0.202143	0.181281
		0.198972	0.196820	0.210767	0.189015
	0.000577	0.118821	0.117536	0.125864	0.112875

Geometría	U_g (m/s)	Begovich & Watson	Grandjean et al	Song et al	Begovich & Watson mod
		0.143375	0.141824	0.151873	0.136199
		0.160027	0.158296	0.169513	0.152018
		0.173002	0.171131	0.183257	0.164344
		0.183787	0.181799	0.194681	0.174589
		0.193095	0.191007	0.204542	0.183432
		0.201333	0.199155	0.213267	0.191257

Anexo E

Resultados del ajuste a correlación de Hirata & Noguchi

Tabla 18. Ajuste a correlación de Hirata & Noguchi para un lecho de partículas esféricas

Geometría	U_g (m/s)	ϵ_{global}	ϵ_3	%error
ESFERAS $\phi=1$	0.000144	0.604943	0.651822	7.75%
		0.689598	0.711905	3.23%
		0.751678	0.696235	7.38%
		0.824064	0.708357	14.04%
		0.863345	0.717905	16.85%
		0.894009	0.725801	18.82%
		0.924424	0.732545	20.76%
	0.000289	0.604943	0.651822	7.75%
		0.685099	0.711905	3.91%
		0.755863	0.696235	7.89%
		0.828236	0.708357	14.47%
		0.862043	0.717905	16.72%
		0.896533	0.725801	19.04%
		0.923761	0.732545	20.70%
	0.000433	0.642567	0.678917	5.66%
		0.717139	0.736543	2.71%
		0.779115	0.725177	6.92%
		0.842730	0.737803	12.45%
		0.875182	0.747747	14.56%
		0.901706	0.755972	16.16%
		0.928513	0.762996	17.83%
	0.000577	0.642567	0.678917	5.66%
		0.719160	0.736543	2.42%
		0.781569	0.725177	7.22%
		0.842730	0.737803	12.45%
		0.875182	0.747747	14.56%
		0.907488	0.755972	16.70%
		0.928513	0.762996	17.83%

Tabla 19. Ajuste a correlación de Hirata & Noguchi para un lecho de partículas toroides

Geometría	U_g (m/s)	ϵ_{global}	ϵ_3	%error
TOROIDES $\phi=0.78$	0.000144	0.566554	0.675251	19.19%
		0.666580	0.675836	1.39%
		0.749058	0.692480	7.55%
		0.838376	0.704536	15.96%
		0.892856	0.714032	20.03%
		0.926648	0.721886	22.10%
		0.958176	0.728594	23.96%
	0.000289	0.618568	0.710992	14.94%
		0.696312	0.717117	2.99%
		0.778237	0.734777	5.58%
		0.843675	0.747570	11.39%
		0.886478	0.757646	14.53%
		0.924319	0.765980	17.13%
		0.958897	0.773097	19.38%
	0.000433	0.633238	0.720917	13.85%
		0.702006	0.728553	3.78%
		0.789960	0.746495	5.50%
		0.843675	0.759492	9.98%
		0.892856	0.769729	13.79%
		0.930396	0.778195	16.36%
		0.962159	0.785426	18.37%
	0.000577	0.633238	0.720917	13.85%
		0.692393	0.728553	5.22%
		0.783277	0.746495	4.70%
		0.846197	0.759492	10.25%
		0.896350	0.769729	14.13%
		0.935569	0.778195	16.82%
		0.962159	0.785426	18.37%

Tabla 20. Ajuste a correlación de Hirata & Noguchi para un lecho de partículas cilíndricas

Geometría	U_g (m/s)	ϵ_{global}	ϵ_3	%error
CILINDROS $\phi=0.87$	0.000144	0.658362	0.660207	0.28%
		0.730831	0.688207	5.83%
		0.835508	0.765744	8.35%
		0.879965	0.757231	13.95%
		0.919249	0.727051	20.91%
		0.949531	0.735039	22.59%
		0.964752	0.741860	23.10%
	0.000289	0.658362	0.660210	0.28%
		0.730831	0.688247	5.83%
		0.835508	0.765774	8.35%
		0.878321	0.757290	13.78%
		0.924724	0.727143	21.37%
		0.954213	0.735141	22.96%
		0.964752	0.741972	23.09%
	0.000433	0.629892	0.640801	1.73%
		0.722419	0.668013	7.53%
		0.827187	0.750871	9.23%
		0.874893	0.740066	15.41%
		0.931143	0.705767	24.20%
		0.951725	0.713529	25.03%
		0.964752	0.720160	25.35%
	0.000577	0.658362	0.660210	0.28%
		0.730831	0.688247	5.83%
		0.835508	0.765774	8.35%
		0.884642	0.757290	14.40%
		0.928366	0.727143	21.67%
		0.957702	0.735142	23.24%
		0.964752	0.741972	23.09%

Para determinar el valor de ϵ_3 , fue necesario calcular algunas otras variables, cuyos resultados se presentan a continuación en la Tabla 21.

Tabla 21. Variables adicionales calculadas para determinar ε_3

Geometría	$C_d Re_p^2$	Re_p	V_t (m/s)	n	A	B	V_l
Esferas	3.91E+05	1	0.000371	4.297872	9.891683	9.025532	0.000421
Toroides	9.10E+05	0.5	0.000185	4.445529	10.216527	9.335611	0.000210
Cilindros	2.08E+05	2	0.000742	4.086048	9.425668	8.580700	0.000841

El número de Re_p se determinó con base en la Figura 37, donde el parámetro de las curvas es la esfericidad de la partícula

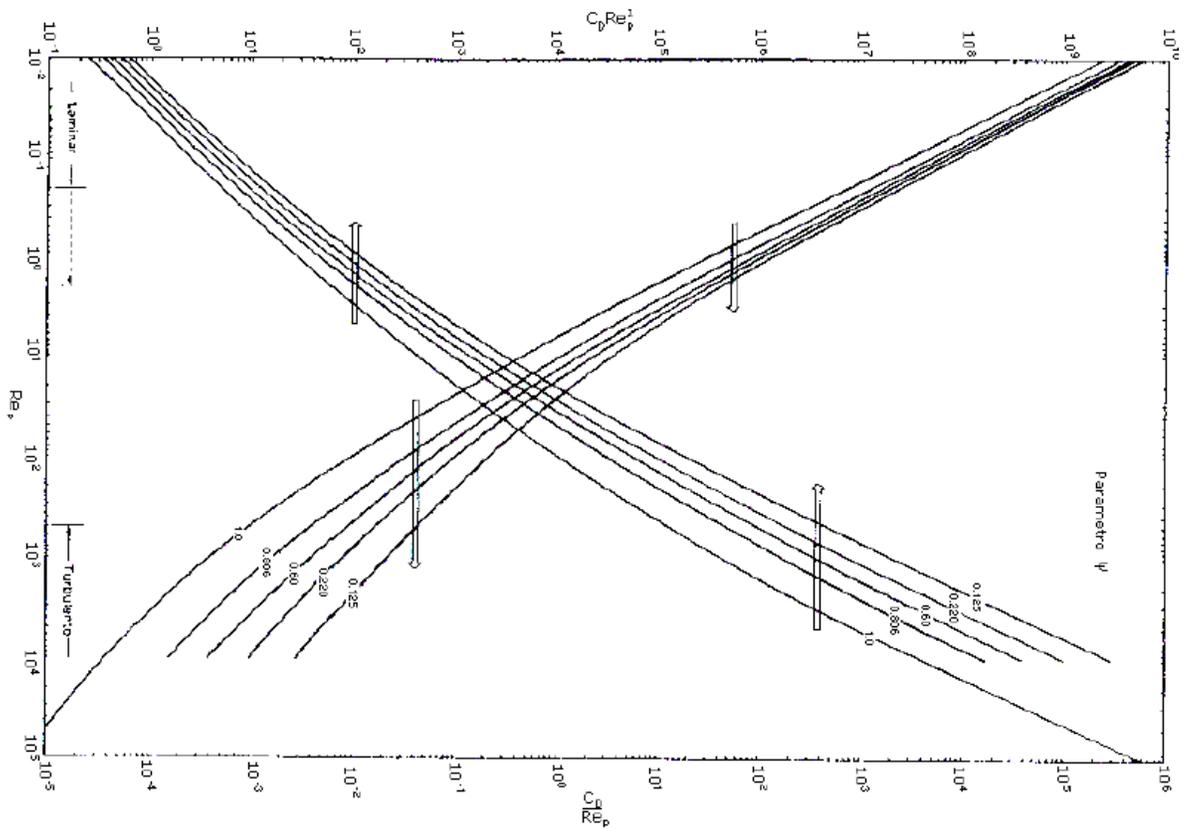


Figura 37. Método para el cálculo de las velocidades límites de caída

Anexo F

Resultados del ajuste a correlación de Soung, 1978

Tabla 22. Ajuste a correlación de (Soung, 1978) para un lecho de partículas esféricas

Geometría	U_g (m/s)	U/U_g	U/U_t	F	$(H_0/H)_{Vg=0}$	$(H_0/H)_{Vg \neq 0}$
ESFERAS $\phi=1$	0.000144	1.714	0.667	2.090	0.250	0.522
		3.427	1.334	2.090	-0.724	-1.513
		5.141	2.001	2.090	-1.804	-3.771
		6.855	2.668	2.090	-2.960	-6.187
		8.568	3.335	2.090	-4.176	-8.729
		10.282	4.002	2.090	-5.442	-11.375
		11.996	4.669	2.090	-6.752	-14.111
	0.000289	0.857	0.667	2.090	0.250	0.522
		1.714	1.334	2.090	-0.724	-1.513
		2.571	2.001	2.090	-1.804	-3.771
		3.427	2.668	2.090	-2.960	-6.187
		4.284	3.335	2.090	-4.176	-8.729
		5.141	4.002	2.090	-5.442	-11.375
		5.998	4.669	2.090	-6.752	-14.111
	0.000433	0.571	0.667	2.090	0.250	0.522
		1.142	1.334	2.090	-0.724	-1.513
		1.714	2.001	2.090	-1.804	-3.771
		2.285	2.668	2.090	-2.960	-6.187
		2.856	3.335	2.090	-4.176	-8.729
		3.427	4.002	2.090	-5.442	-11.375
		3.999	4.669	2.090	-6.752	-14.111
	0.000577	0.428	0.667	2.090	0.250	0.522
		0.857	1.334	2.090	-0.724	-1.513
		1.285	2.001	2.090	-1.804	-3.771
		1.714	2.668	2.090	-2.960	-6.187
		2.142	3.335	2.090	-4.176	-8.729
		2.571	4.002	2.090	-5.442	-11.375
		2.999	4.669	2.090	-6.752	-14.111

Tabla 23. Ajuste a correlación de (Soung, 1978) para un lecho de partículas toroides

Geometría	U_g (m/s)	U_i/U_g	U_i/U_t	F	$(H_0/H)_{Vg=0}$	$(H_0/H)_{Vg \neq 0}$
TOROIDES $\phi=0.78$	0.000144	1.714	1.334	2.250	-0.724	-1.629
		3.427	2.668	2.250	-2.960	-6.660
		5.141	4.002	2.250	-5.442	-12.244
		6.855	5.336	2.250	-8.099	-18.220
		8.568	6.669	2.250	-10.892	-24.505
		10.282	8.003	2.250	-13.801	-31.048
		11.996	9.337	2.250	-16.808	-37.814
	0.000289	0.857	1.334	2.250	-0.724	-1.629
		1.714	2.668	2.250	-2.960	-6.660
		2.571	4.002	2.250	-5.442	-12.244
		3.427	5.336	2.250	-8.099	-18.220
		4.284	6.669	2.250	-10.892	-24.505
		5.141	8.003	2.250	-13.801	-31.048
		5.998	9.337	2.250	-16.808	-37.814
	0.000433	0.571	1.334	2.250	-0.724	-1.629
		1.142	2.668	2.250	-2.960	-6.660
		1.714	4.002	2.250	-5.442	-12.244
		2.285	5.336	2.250	-8.099	-18.220
		2.856	6.669	2.250	-10.892	-24.505
		3.427	8.003	2.250	-13.801	-31.048
		3.999	9.337	2.250	-16.808	-37.814
	0.000577	0.428	1.334	2.250	-0.724	-1.629
		0.857	2.668	2.250	-2.960	-6.660
		1.285	4.002	2.250	-5.442	-12.244
		1.714	5.336	2.250	-8.099	-18.220
		2.142	6.669	2.250	-10.892	-24.505
		2.571	8.003	2.250	-13.801	-31.048
		2.999	9.337	2.250	-16.808	-37.814

Tabla 24. Ajuste a correlación de (Soung, 1978) para un lecho de partículas cilíndricas

Geometría	U_g (m/s)	U_i/U_g	U_i/U_t	F	$(H_0/H)_{Vg=0}$	$(H_0/H)_{Vg\neq 0}$
CILINDROS $\phi=0.87$	0.000144	1.714	0.333	0.031	0.673	0.021
		3.427	0.667	0.031	0.250	0.008
		5.141	1.000	0.031	-0.221	-0.007
		6.855	1.334	0.031	-0.724	-0.023
		8.568	1.667	0.031	-1.253	-0.039
		10.282	2.001	0.031	-1.804	-0.056
		11.996	2.334	0.031	-2.374	-0.074
	0.000289	0.857	0.333	0.031	0.673	0.021
		1.714	0.667	0.031	0.250	0.008
		2.571	1.000	0.031	-0.221	-0.007
		3.427	1.334	0.031	-0.724	-0.023
		4.284	1.667	0.031	-1.253	-0.039
		5.141	2.001	0.031	-1.804	-0.056
		5.998	2.334	0.031	-2.374	-0.074
	0.000433	0.571	0.333	0.031	0.673	0.021
		1.142	0.667	0.031	0.250	0.008
		1.714	1.000	0.031	-0.221	-0.007
		2.285	1.334	0.031	-0.724	-0.023
		2.856	1.667	0.031	-1.253	-0.039
		3.427	2.001	0.031	-1.804	-0.056
		3.999	2.334	0.031	-2.374	-0.074
	0.000577	0.428	0.333	0.031	0.673	0.021
		0.857	0.667	0.031	0.250	0.008
		1.285	1.000	0.031	-0.221	-0.007
		1.714	1.334	0.031	-0.724	-0.023
		2.142	1.667	0.031	-1.253	-0.039
		2.571	2.001	0.031	-1.804	-0.056
		2.999	2.334	0.031	-2.374	-0.074