

***EVALUACION ANALÍTICA DEL COMPORTAMIENTO AERODINÁMICO, ESTRUCTURAL Y DE ESTABILIDAD DE UNA AERONAVE DE DISEÑO COLOMBIANO CON PROPÓSITOS DE CERTIFICACIÓN BAJO NORMA CS – VLA (EASA)***

**ANDRÉS FELIPE PALOMINO CÁRDENAS**

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA  
Escuela de Ingenierías  
Facultad de Ingeniería Aeronáutica  
Facultad de Ingeniería Mecánica  
Medellín  
2014**

***EVALUACION ANALÍTICA DEL COMPORTAMIENTO AERODINÁMICO, ESTRUCTURAL Y DE ESTABILIDAD DE UNA AERONAVE DE DISEÑO COLOMBIANO CON PROPÓSITOS DE CERTIFICACIÓN BAJO NORMA CS – VLA (EASA)***

**Trabajo de grado para optar a los títulos de:  
Ingeniero Aeronáutico  
Ingeniero Mecánico**

**Asesor  
OMAR HAZBÓN ALVAREZ  
M.Sc. Aerospace**

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA  
Escuela de Ingenierías  
Facultad de Ingeniería Aeronáutica  
Facultad de Ingeniería Mecánica  
Medellín  
2014**

## TABLA DE CONTENIDO

LISTA DE FIGURAS.....	V
LISTA DE TABLAS.....	VIII
RESUMEN .....	IX
1 INTRODUCCIÓN .....	1
1.1 Descripción del Problema .....	1
1.2 Objetivos .....	2
1.2.1 Objetivo General .....	2
1.2.2 Objetivos Específicos .....	2
2 AERONAVE MXP 1000 .....	3
2.1 Características Geométricas.....	4
3 ANÁLISIS AERODINÁMICO.....	7
3.1 Características Aerodinámicas de los Perfiles.....	7
3.2 Pendiente de sustentación del ala .....	9
3.3 Máximo Coeficiente de sustentación para Alas Tridimensionales .....	11
3.3.1 Máximo coeficiente de sustentación Positivo .....	11
3.3.2 Máximo coeficiente de sustentación negativo .....	13
3.4 Coeficiente de Momento para Alas Tridimensionales .....	13
3.5 Arrastre Párasito .....	13
3.5.1 Ala y Estabilizadores Horizontal y Vertical .....	14
3.5.2 Fuselaje.....	16
3.5.3 Arrastre parasito Total .....	17
3.6 Downwash.....	18
3.6.1 Gradiente de Downwash.....	19
3.7 Teoría de la Línea de Sustentación y Cálculo de Arrastre Inducido .....	20
3.8 Curva Polar de Arrastre .....	23
4 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD .....	24
4.1 Definición de marcos de referencia y planos de la aeronave .....	24
4.2 Estabilidad Estática Longitudinal.....	24
4.2.1 Contribución de los principales elementos a la Estabilidad Estática Longitudinal ...	26

4.2.2	Características de Cabeceo Total de la Aeronave .....	33
4.2.3	Margen Estático .....	34
4.3	Estabilidad Estática Direccional.....	35
4.3.1	Contribución de los principales elementos a la Estabilidad Estática Direccional .....	36
5	ANÁLISIS ESTRUCTURAL .....	41
5.1	Factor de carga.....	41
5.2	Diagrama V-n.....	42
5.3	Condiciones de vuelo a analizar .....	47
5.4	Determinación de Cargas Aerodinámicas .....	48
5.5	Fuerza Normal y Transversal al ala y Momento Torsor .....	50
5.6	Materiales .....	51
5.7	Fuerzas a lo largo de la Envergadura .....	52
5.8	Reacción de los Strut.....	54
5.9	Diagramas de Esfuerzos cortante y momento flector .....	55
5.9.1	Esfuerzos máximos debido al momento flector y fuerza cortante .....	56
5.10	Carga de Torsión.....	59
6	ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES .....	60
6.1	Evaluación de los resultados y contraste con la norma .....	60
6.2	Conclusiones.....	61
7	RECOMENDACIONES PARA FUTUROS TRABAJOS .....	62
8	REFERENCIAS.....	63
	ANEXO. VALIDACIÓN CÓDIGO DE LA LÍNEA DE SUSTENTACIÓN.....	65

## LISTA DE FIGURAS

*Figura 1. Aeronave MPX 1000*

*Figura 2. Dimensiones Generales proporcionadas por Aeroandina*

*Figura 3. Curvas Aerodinámicas obtenidas para el perfil del Ala.*

*Figura 4. Curvas Aerodinámicas obtenidas para el perfil del Estabilizador Horizontal.*

*Figura 5. Distribución del coeficiente de sustentación a lo largo del Ala.*

*Figura 6. Distribución del coeficiente de sustentación a lo largo del Estabilizador Horizontal*

*Figura 7. Coeficiente de Fricción Turbulento para lámina plana*

*Figura 8. Factor de corrección para superficie de sustentación*

*Figura 9. Parámetro de ubicación de espesor del ala.*

*Figura 10. Factor de interferencia ala-fuselaje.*

*Figura 11. Vista frontal de un ala donde se indica el movimiento del aire alrededor de las puntas.*

*Figura 12. Ilustración de los vórtices de punta de ala.*

*Figura 13. Efecto del Downwash en la dirección efectiva del flujo de aire.*

*Figura 14. (a) Distribución de la sustentación de acuerdo a la teoría de perfiles en 2D. (b) Distribución de la sustentación teniendo en cuenta los efectos tridimensionales.*

*Figura 15. Curva Polar de arrastre genérica*

*Figura 16. Marco de referencia y definición de planos lateral y longitudinal en la aeronave.*

*Figura 17. Ejemplos de una aeronave estable (1) e inestable (2).*

*Figura 18. Comportamiento del coeficiente de momento para aeronaves estables.*

*Figura 19. Diagrama de cuerpo libre del Ala.*

*Figura 20. Contribución de la cola al coeficiente de momento.*

*Figura 21.  $(K_2 - k_1)$  vs  $l_f/d_f$*

*Figura 22. Variación local del gradiente de downwash a lo largo del fuselaje*

*Figura 23. Procedimiento para calcular  $C_{m\alpha, f}$  y  $C_{m\alpha, f}$*

*Figura 24. Divisiones hechas sobre el fuselaje de la MXP 1000.*

*Figura 25. Definición de ángulo de deslizamiento*

*Figura 26. Condición de estabilidad estática direccional*

*Figura 27. Factor de corrección de número de Reynolds*

*Figura 28. Definición de  $S_{fs}$*

*Figura 29. Factor de interferencia Ala-Fuselaje*

*Figura 30. Contribución de la cola vertical a la estabilidad direccional*

*Figura 31. Fuerzas normales al eje longitudinal de la aeronave en vuelo simétrico*

*Figura 32. Diagrama V-n genérico*

*Figura 33. Puntos de maniobra críticos del Diagrama V-n*

*Figura 34. Esfuerzos en las diferentes secciones del ala para cada condición crítica*

*Figura 35. Diagrama V-n de Ráfaga genérico*

*Figura 36. Diagrama V-n de ráfaga y maniobras de la MXP 1000 con peso de 600 kgf.*

*Figura 37. Condiciones de vuelo críticas para la aeronave MXP 1000.*

*Figura 38. Cargas actuantes sobre la aeronave.*

*Figura 39. Descomposición de las fuerzas aerodinámicas sobre el ala.*

*Figura 40. Distribución fuerza de sustentación. (a) Distribución Teórica. (b) Distribución Real*

*Figura 41. Distribución fuerza transversal y momento torsor del ala*

*Figura 42. Distribución de Fuerza Normal a lo largo del ala de la MXP 1000.*

*Figura 43. Punto de aplicación fuerza normal sobre el ala.*

*Figura 44. Detalle estructura del ala*

*Figura 45. Distribución de presiones sobre un perfil aerodinámico.*

*Figura 46. Diagramas de cuerpo libre para los puntos de anclaje, strut principal y secundario.*

*Figura 47. (a) Diagrama de Fuerza Cortante. (b) Diagrama de momento flector.*

*Figura 48. Geometría vigas del ala.*

*Figura 49. Aspecto real del Wing Box de la MXP 1000.*

*Figura 50. Abordaje para el análisis del momento flector en el ala.*

*Figura 51. Espesor y área interna de la caja del ala para el cálculo de la cortante máxima debida torsión.*

## LISTA DE TABLAS

*Tabla 1. Valores de las dimensiones ilustradas en la Figura 2*

*Tabla 2. Resumen características geométricas del Ala, Estabilizador Horizontal y Vertical*

*Tabla 3. Otras características geométricas empleadas en los análisis*

*Tabla 4. Parámetros bajo los cuales se simuló en X-Foil*

*Tabla 5. Resumen de resultados para los perfiles del Ala y Estabilizador Horizontal*

*Tabla 6. Resultados Pendiente de sustentación para el Ala y Estabilizadores Horizontal y Vertical*

*Tabla 7. Resultados Coeficiente de arrastre parasito para el Ala y Estabilizadores*

*Tabla 8. Resultados del procedimiento aplicado al fuselaje de la MXP 1000.*

*Tabla 9. Características puntos críticos Diagrama V-n*

*Tabla 10. Resultados principales velocidades del Diagrama V-n*

*Tabla 11. Resultados de cargas para las diferentes condiciones de vuelo de la aeronave MXP 1000*

*Tabla 12. Propiedades Mecánicas materiales encontrados en el ala.*

*Tabla 13. Fuerza cortante y momento flector máximos sobre vigas principal y secundaria*

## RESUMEN

El desarrollo de la industria aeronáutica nacional se ha visto frenado a lo largo de la historia no tanto por capacidades tecnológicas cuanto por procesos burocráticos y legales que impiden la comercialización en el país de productos aeronáuticos de fabricación local.

Las autoridades locales carecen de suficiente experiencia en temas de certificación de productos aeronáuticos, hecho que ha dificultado la comercialización de aeronaves de diseño y fabricación colombiana al no contar con una autoridad competente que valide y respalde el trabajo realizado.

Este panorama ha venido cambiando en los últimos años. La autoridad nacional competente denominada Unidad Administrativa Especial de Aeronáutica Civil (Aerocivil), mediante una resolución estableció que para efectos de validación y certificación de aeronavegabilidad se reconocen emisores de estándares internacionales como la American Society for Testing and Materials (ASTM), la International Organization for Standardization (ISO) o la European Aviation Safety Agency (EASA). Con este reconocimiento se aceptan en Colombia productos aeronáuticos certificados bajo esos estándares, con lo cual se facilitaría la comercialización de los mismos.

Organizaciones como la EASA tienen requerimientos estrictos que toda aeronave debe demostrar su cumplimiento, tanto analítica como experimentalmente para obtener un certificado que le sea permitida su comercialización, es así como el análisis aerodinámico, estructural y de estabilidad se vuelve un requisito indispensable que debe ser presentado ante la autoridad aeronáutica.

Actualmente en nuestro país existen empresas fabricantes de ultralivianos que han visto limitada la venta de sus productos ya que no cuentan con la certificación. Es precisamente un ultraliviano fabricado por una de éstas compañías (Aeroandina S.A), el que es objeto de análisis aerodinámico, estructural y de estabilidad buscando comprobar analíticamente la confiabilidad en el diseño, selección de materiales y fabricación con miras a su certificación bajo la norma de certificación de ultralivianos EASA CS-VLA.

Con éste trabajo se pretende aportar de manera significativa al proceso de certificación de la MXP 1000, suministrando una serie de análisis y resultados que respalden el diseño y las posteriores pruebas reales sobre la aeronave.

*Palabras Clave:* Certificación de ultralivianos, Estabilidad en Aeronaves, Análisis estructural de alas, Diagrama V-n, Cargas aerodinámicas en aeronaves.

# 1 INTRODUCCIÓN

## 1.1 Descripción del Problema

Hasta hace poco más de 8 años la fabricación, comercialización y operación de aeronaves ligeras (peso menor a 750 kg) se hacía con suficiente facilidad y libertad ya que no existían normas internacionales que regularan esta categoría de aeronaves. Las regulaciones de la OACI (Organización de Aviación Civil Internacional) en relación a los requerimientos de aeronavegabilidad, establece en la Parte V del Anexo 8 requisitos de diseño que deben cumplir aeronaves “pequeñas” definiendo éstas como aquellas con pesos máximo de despegue entre 750 kg y 5700 kg, permitiendo y responsabilizando entonces a cada Estado de definir los requisitos de aeronavegabilidad para aeronaves con pesos inferiores.

Colombia, mediante la Ley 12 de 1.947 firmó y aprobó en Chicago el Convenio sobre Aviación Civil Internacional, lo que lo obliga a dar cumplimiento a las normas contenidas en todos los anexos de la OACI, sin embargo, en el país no se cuenta con la experiencia suficiente en el tema de certificación convirtiéndose esto en un obstáculo para la comercialización de aeronaves pequeñas de fabricación local al no contar con el certificado de la autoridad colombiana.

Ante la creciente demanda de aeronaves ligeras para recreación privada, la Administración Federal de Aviación Americana (FAA) como la Agencia Europea de Seguridad de Aviación (EASA) hacen efectivas entre 2003 y 2004 nuevas regulaciones que acogen al tipo de aeronaves denominadas Light Sport Aircraft (LSA) o Very Light Aircraft (VLA); con éstas nuevas normativas se busca:

- Incrementar la seguridad en la comunidad que opera éste tipo de aeronaves, al cubrir ese agujero existente en las regulaciones actuales.
- Establecer criterios de seguridad que rijan a los fabricantes, asegurando de esta forma que sus aeronaves cumplan de manera segura el propósito para el cual fueron fabricadas.
- Establecer parámetros de entrenamiento y criterios de certificación para todo el personal relacionado con la operación de vehículos VLA, tales como pilotos, técnicos así como procedimientos de inspección y mantenimiento.

Con relación a nuestro país, la Aeronáutica Civil establece que mientras se adopta un código de aeronavegabilidad propio de aeronaves ligeras, para efectos de certificación, los fabricantes colombianos que se acojan al estándar de aeronavegabilidad europeo *EASA Certification Specifications for Very Light Aeroplanes (CS-VLA)* podrán obtener un certificado de aeronavegabilidad especial respecto a dicho diseño [1].

En dicha resolución se definen las características que debe cumplir una aeronave para ser considerada de categoría VLA:

- Poseer un peso máximo de despegue no superior a 750 kilogramos, sin importar el tipo de estructura (tubular, monocoque, etc), alas en tela, lámina o material compuesto.

- Velocidad de pérdida no superior a 83,34 km/h (45 kts) en configuración de aterrizaje.
- Un (1) solo motor certificado, ya sea del tipo recíproco, turbina, a reacción o eléctrico.
- Una capacidad máxima de 2 asientos, incluyendo el piloto.
- Una hélice de paso fijo o variable
- Cabina cerrada no presurizada
- Certificado bajo reglas de vuelo visual diurno (VFR)

Como parte del proceso de la primera certificación de una aeronave de esta categoría en Colombia, en éste trabajo se verificará de manera analítica el cumplimiento de algunos de los requerimientos de la norma CS-VLA, considerados de los más importantes, para la aeronave Tayrona MXP – 1000 de la empresa Aeroandina.

## **1.2 Objetivos**

### **1.2.1 Objetivo General**

Determinar analíticamente parámetros concernientes a la aeronavegabilidad de la aeronave MXP–1000 Tayrona de la compañía Aeroandina, verificando que los mismos estén en consonancia con la filosofía general de la norma CS-VLA que permitan su certificación ante la autoridad aeronáutica colombiana.

### **1.2.2 Objetivos Específicos**

- Caracterizar aerodinámicamente la aeronave estableciendo coeficientes de arrastre, sustentación y momento.
- Establecer las magnitudes de las cargas aerodinámicas e inerciales principalmente en vuelo.
- Verificar la estabilidad de la aeronave.
- Establecer características de vuelo longitudinal y lateral.
- Construir diagrama de maniobras (Diagrama V-n)
- Establecer velocidades de diseño de la aeronave basados en los factores de carga exigidos por norma
- Determinar esfuerzos e integridad de los materiales del ala, siendo ésta el principal elemento aerodinámico del aparato.

## 2 AERONAVE MXP 1000

El Tayrona MXP – 1000 (*Figura 1*) es heredero de una larga línea de aeronaves desarrolladas por el ingeniero colombiano Máximo Tedesco. Se trata de una aeronave monomotor, ala alta, de dos puestos en configuración *side-by-side*, desarrollada a partir de un modelo anterior denominado MXP-800 Fantasy. Posee un peso máximo de despegue de 650 kg, lo que permite su clasificación y posterior certificación en la categoría VLA. De acuerdo a las especificaciones técnicas, su techo de operación es de 3600 m con una velocidad crucero de 190 km/h y una máxima de 217 km/h. El objetivo de su diseño es ser empleada en aviación recreativa así como de instrucción de vuelo.



**Figura 1.** Aeronave MPX 1000 (Fotografía suministrada por Aeroandina)

Con respecto al ala, posee un perfil aerodinámico de diseño original del constructor, fabricada enteramente en aluminio 6061 – T6 y soportada, de cada lado, por barras dobles. En el prototipo y los tres primeros aviones de la serie, el ala principal está provista de flaperones, pero ésta configuración se modificó para dar lugar a alerones y flaps independientes.

Su sistema propulsor consta de un motor Rotax 912 de 100 HP de fabricación austriaca, certificado de acuerdo a la norma FAR33. El sistema de combustible se compone de dos tanques laterales metálicos conectados a uno central localizado en el fuselaje, que sirve de reserva, de ésta manera se reducen los problemas de bloqueo por vapor (*Vapor Block*), una bomba auxiliar eléctrica suplementa la que trae instalada el motor.

El fuselaje está diseñado en dos partes: se constituye en la parte delantera, de una caja de tubos recubierta de aleación 6061-T6, que conforma la cabina. La parte trasera, un juego de cuadernas, chapas curvadas y largueros forman un ensamble semi-monocasco unido por medio de remaches Avex®. Las conexiones y empalmes son hechos con conectores certificados; las piezas de acero son elaboradas en aleación 4130 normalizado.

Si bien, la materia prima es importada, los accesorios como sillas, carenajes, tapa de motor, frenos, palancas y la tapicería son hechos en Colombia.

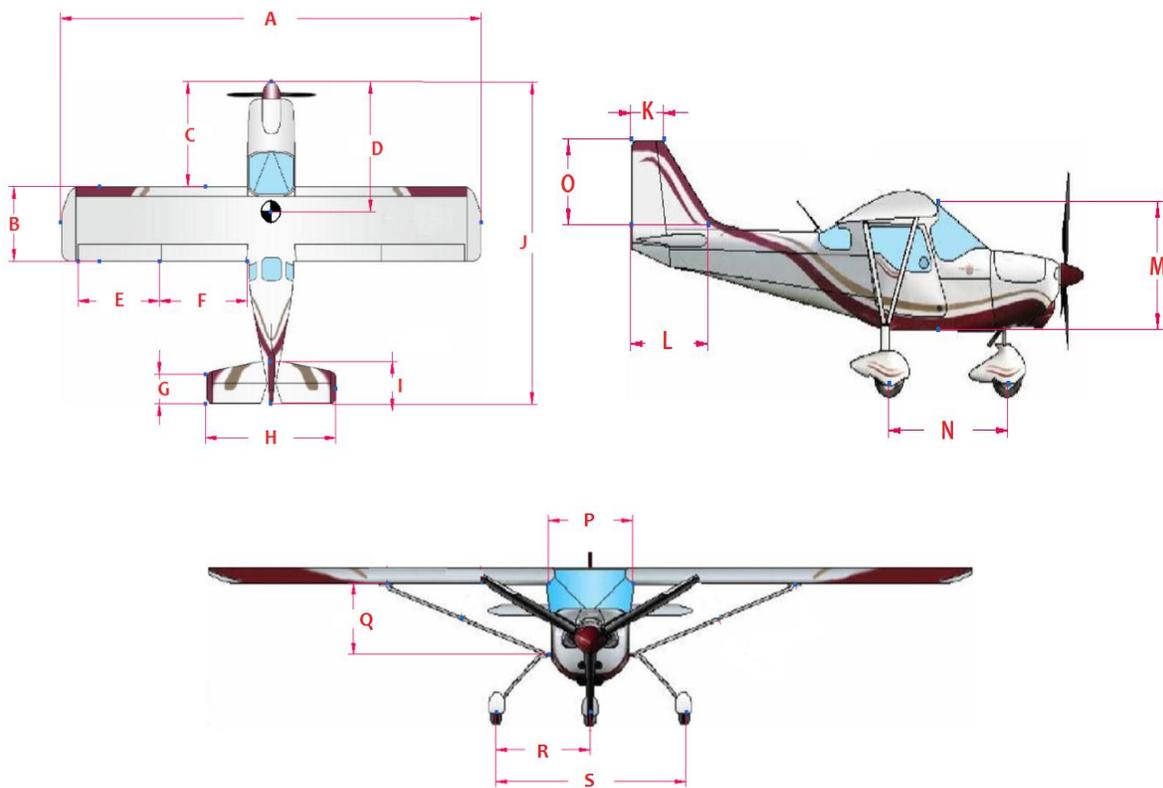
La base del motor es una caja construida en acero provista de dos arcos en aleación, la cual está montada en *Silent Blocks*, amortiguada con bujes de caucho.

El tren principal se forma de dos partes; cada pierna está formada de aleación 2024 – T3 templada y son sujetadas por medio de tornillos al fuselaje. El tren delantero es controlado por los pedales.

Posee hélice tripala IVO® de paso variable eléctrico.

## 2.1 Características Geométricas

Las dimensiones básicas de la aeronave son ilustradas por medio de la Figura 2 y la Tabla 1



**Figura 2.** Dimensiones Generales proporcionadas por Aeroandina

**Tabla 1.** Valores de las dimensiones ilustradas en la Figura 2

	DIMENSIÓN [m]	DESCRIPCIÓN
A	10	Envergadura
B	1.231	Cuerda del ala
C	1.420	Distancia del borde de ataque del ala a la punta del fuselaje.
D	1.850	Distancia de la punta del fuselaje al centro de gravedad
E	1.641	Largo del alerón
F	2.171	Largo del flap
G	0.646	Cuerda en la punta del estabilizador horizontal
H	3.000	Envergadura del estabilizador horizontal
I	0.893	Cuerda en la raíz del estabilizador horizontal
J	6.300	Largo total del fuselaje
K	0.560	Cuerda en la punta estabilizador vertical
L	0.920	Cuerda en la raíz estabilizador vertical
M	1.140	Máxima altura del fuselaje
N	1.360	Distancia entre ruedas del tren de aterrizaje
O	1.059	Altura del Estabilizador Vertical
P	1.170	Máximo ancho del fuselaje
Q	1.980	Distancia vertical entre anclajes del <i>strut</i>
R	0.930	Distancia entre ruedas del tren de aterrizaje
S	1.860	Distancia entre ruedas del tren de aterrizaje

Las características geométricas de las principales superficies aerodinámicas son resumidas en la Tabla 2

**Tabla 2.** Resumen características geométricas del Ala, Estabilizador Horizontal y Vertical

	ALA	ESTABILIZADOR HORIZONTAL	ESTABILIZADOR VERTICAL
Perfil	NACA 5417	NACA 0011	Simétrico, sin nomenclatura NACA
Relación de Aspecto (AR)	8.12	3.9	1.43
Superficie (S) [m <sup>2</sup> ]	12.32	2.31	0.784
Relación de cuerdas ( $\lambda$ )	1	0.723	0.608
Cuerda media aerodinámica ( $\bar{c}$ ) [m]	1.231	0.776	0.754
Aflechamiento a la mitad de la cuerda ( $\Lambda_{c/2}$ ) [°]	0	5	10
Aflechamiento al ¼ de cuerda ( $\Lambda_{c/4}$ ) [°]	0	7	14

Además de lo anterior, existen otra serie de dimensiones requeridas para los análisis aerodinámicos y de estabilidad, las cuales son deducidas de la Figura 2 y otras son suministradas por el fabricante. La descripción de cada parámetro y la notación empleada dentro de los cálculos se resume en la siguiente tabla:

**Tabla 3.** Otras características geométricas empleadas en los análisis

SÍMBOLO	UNIDAD	VALOR	DESCRIPCIÓN
$\left(\frac{t}{c}\right)$		0.17	Relación espesor-cuerda del perfil empleado en el ala.
$l_f$	m	6.3	Longitud total del fuselaje
$A_f$	m <sup>2</sup>	1.311	Mayor área frontal del fuselaje (correspondiente a la cabina)
$d_f = 2 \cdot \sqrt{A_f/\pi}$	m	1.292	Diámetro del círculo equivalente que tendría la misma área que la máxima sección transversal del fuselaje.
$X_{ac}$	m	0.307	Distancia del borde de ataque del ala al centro aerodinámico de su cuerda media.
$X_{cg}$	m	0.43	Distancia del borde de ataque del ala al centro de gravedad
$l_t$	m	3.868	Distancia del centro de gravedad al centro aerodinámico del estabilizador horizontal
$l_v$	m	3.884	Distancia del centro de gravedad al centro aerodinámico del estabilizador vertical
$l_h$	m	3.99	Distancia horizontal entre centros aerodinámicos del ala y estabilizador horizontal
$h_h$	m	0.38	Distancia vertical entre centros aerodinámicos del ala y estabilizador horizontal
b	m	10	Envergadura del ala
$i_w$	°	0	Ángulo de montaje del ala con respecto al fuselaje
$i_t$	°	-1	Ángulo de montaje del estabilizador horizontal con respecto al fuselaje
$Z_w$	m	0.57	Distancia vertical entre el punto al cuarto de cuerda de la raíz del ala y la línea central del fuselaje.

### 3 ANÁLISIS AERODINÁMICO

A lo largo de la historia, el diseño y análisis teóricos de cuerpos aerodinámicos se ha visto dificultado principalmente por la existencia de los efectos viscosos representados en lo que se conoce como *Capa Límite*, la cual es una pequeña región de aire de baja energía entre la superficie del cuerpo y el flujo libre. La Capa límite afecta principalmente las características de arrastre y máxima sustentación y en menor medida la pendiente de la curva de sustentación, el Ángulo de ataque de cero sustentación y los coeficientes de momento.

Debido a que las características de la capa límite están afectadas por la aspereza de las superficies, las curvaturas, los gradientes de presión, las interacciones viscosas con el flujo libre e incluso la transferencia de calor entre la superficie y la capa límite, pareciera que las consideraciones y simplificaciones hechas en los análisis teóricos no fueran suficientes para predecir todas las características de las aeronaves, razón por la cual, los datos experimentales siempre son preferidos por sobre los resultados de cálculos teóricos [2].

#### 3.1 Características Aerodinámicas de los Perfiles

De acuerdo a la ficha técnica de la aeronave y la información suministrada por personal de Aeroandina, los perfiles empleados para el ala y el estabilizador horizontal son respectivamente: NACA 5417 y NACA 0011.

Al no ser encontrados dichos perfiles en la literatura especializada, se decide por hacer uso del software *X-foil* para obtener las características aerodinámicas de los mismos.

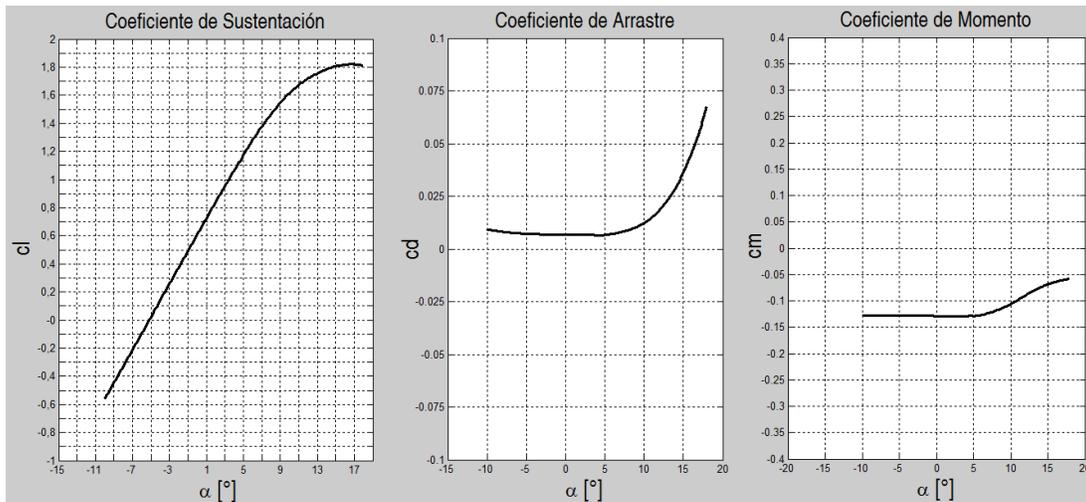
X-foil es un software iterativo escrito en FORTRAN por el profesor Mark Drela en los años ochenta, éste permite calcular las características de sustentación, arrastre y presión con solo especificar las coordenadas en 2D del perfil mediante la implementación del Método de los paneles de segundo orden [3].

Los parámetros empleados con el software fueron:

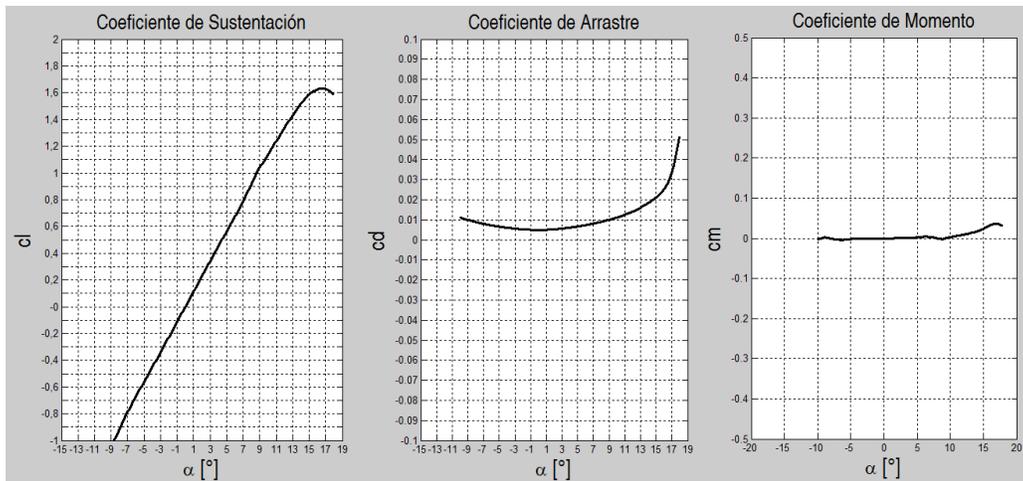
**Tabla 4.** Parámetros bajo los cuales se simuló en X-Foil

Re	$4 \times 10^6$	Valores correspondientes a la fase de vuelo crucero a 201 Km/h y 3660 m de altitud en atmosfera estándar
M	0.17	
Nivel de Turbulencia	0.017%	Recomendado para resultados que se obtendrían en túneles de viento comunes [4]

Las curvas obtenidas son presentadas:



**Figura 3.** Curvas Aerodinámicas obtenidas para el perfil del Ala.



**Figura 4.** Curvas Aerodinámicas obtenidas para el perfil del Estabilizador Horizontal.

Y los resultados resumidos en la siguiente tabla:

**Tabla 5.** Resumen de resultados para los perfiles del Ala y Estabilizador Horizontal

	<b>Ala (NACA 5417)</b>	<b>Estabilizador Horizontal (NACA 0011)</b>
$C_{l_{max}}$	1.77	1.54
$C_{l_{\alpha}}$ [Rad <sup>-1</sup> ]	6.646	6.417
$C_m$	-0.129	0
$\alpha_{0L}$ [°]	-5.2	0

Los valores de  $C_{l_{max}}$  arrojados por el software se encuentran en el rango típico para éste tipo de aeronaves, que de acuerdo a Roskam [5] debe estar entre 1.2 y 1.8. Con respecto al  $C_{l_{\alpha}}$ , los resultados son razonables desde que los mismos no se alejan de manera considerable al valor teórico de  $2\pi$  como dicta la teoría de perfiles en 2D. Por último, en relación a los coeficientes de momento y  $\alpha_{0L}$ , los resultados son válidos porque es de esperarse tener valores negativos para el perfil 5417 debido al camber positivo, mientras que el perfil 0011 al ser simétrico éstos valores deben ser 0.

### 3.2 Pendiente de sustentación del ala

La sustentación en un ala a un determinado ángulo de ataque se debe principalmente a la distribución de presiones sobre la superficie de la misma. A velocidades subsónicas, la mayor parte de la sustentación se deriva de una región de baja presión en la superficie superior cerca del borde de ataque; la magnitud y la distribución de dicho campo de presión es tal que al ser integrado sobre la superficie del ala resulta en un vector de fuerza que es prácticamente perpendicular a la dirección del flujo libre, éste vector es la fuerza de sustentación. La tasa de cambio de la sustentación con respecto al Ángulo de ataque se denomina la *pendiente de sustentación*, usualmente denotada como  $C_{L\alpha}$ .

Las teorías para calcular la sustentación en un ala se pueden dividir en 2 clases, las teorías de superficies de sustentación (*Lifting-Surface Theories*) y las de líneas de sustentación (*Lifting-Line Theories*).

Las teorías de superficies de sustentación brindan resultados muy precisos tanto para la sustentación como para los momentos de cabeceo, sin embargo son complejas y difíciles de aplicar por lo que su uso se reserva para análisis detallados de superficies específicas como alas con baja relación de aspecto donde la distribución de fuerzas aerodinámicas a lo largo de la cuerda se torna importante.

Por otro lado, las teorías de líneas de sustentación son empleadas frecuentemente para calcular las pendientes de sustentación para alas con relaciones de aspecto grandes ( $AR > 4$ ), en donde los fenómenos aerodinámicos en la dirección de la cuerda no son relevantes. Particularmente en la práctica, se emplean teorías modificadas de la línea de sustentación, donde estudios analíticos y

experimentales se mezclan para obtener expresiones semi-empíricas que dan resultados ampliamente aceptables para las autoridades [2].

Una de estas expresiones es la desarrollada por Lowry y Polhamus [5]:

$$C_{L\alpha} = \frac{2 \cdot \pi \cdot AR}{2 + \sqrt{\frac{AR^2 \cdot \beta^2}{\kappa^2} \cdot \left(1 + \frac{\tan^2(\Lambda_{c/2})}{\beta^2}\right)} + 4} \quad (1)$$

Siendo

$$\beta^2 = 1 - M^2 \quad (2)$$

$$\kappa = \frac{Cl_\alpha}{\left(\frac{2 \cdot \pi}{\beta}\right)} \quad (3)$$

Con éste método se está eliminando el *Taper* como parámetro principal y se reemplaza por el ángulo de flechamiento a la mitad de la cuerda  $\Lambda_{c/2}$ . De acuerdo a la literatura [2] éste hecho permite una simplificación considerable en el tratamiento de la información de la pendiente de sustentación.

En general, la Ecuación ( 1 ) da resultados satisfactorios que, para relaciones de aspecto pequeñas ( $AR < 4$ ) concuerda con los resultados de la teoría de cuerpos esbeltos y para alas con relaciones de aspecto grandes concuerda con la teoría de secciones bi-dimensionales.

Los resultados obtenidos para el Ala y los estabilizadores son:

**Tabla 6.** Resultados Pendiente de sustentación para el Ala y Estabilizadores Horizontal y Vertical

Ala	Estabilizador Horizontal	Estabilizador Vertical <sup>1</sup>
$C_{L\alpha,w} = 5.136 [Rad^{-1}]$	$C_{L\alpha,t} = 3.875 [Rad^{-1}]$	$C_{L\alpha,v} = 6.283 [Rad^{-1}]$

<sup>1</sup> Al no contar con los datos aerodinámicos particulares del estabilizador vertical, para el empleo de la ecuación ( 1 ) se asume una pendiente de sustentación del perfil teórica igual a  $2\pi$ .

Con los resultados de la Tabla 6 se puede obtener el coeficiente de sustentación para cualquier ángulo de ataque en el rango lineal de la curva de sustentación como:

$$C_L = C_{L\alpha} \cdot (\alpha - \alpha_{oL}) \quad (4)$$

### 3.3 Máximo Coeficiente de sustentación para Alas Tridimensionales

A velocidades subsónicas la máxima sustentación producida por alas de relaciones de aspecto grandes está directamente relacionada con la máxima sustentación del perfil, dejando a un plano secundario la geometría como tal del ala; no obstante, por muy simple que sea el plano alar, existen ciertos efectos aerodinámicos tridimensionales que se tornan importantes, entre éstos se incluyen la variación a lo largo de la envergadura del ángulo de ataque inducido y los gradientes de presión dentro de la capa límite. Debido a estos efectos, la entrada en pérdida del ala generalmente inicia en una sección particular y después se propaga a lo largo de la misma a medida que se aumenta el ángulo de ataque. Como regla general, se encuentra que alas altamente taperadas tienden a entrar en pérdida en las puntas, mientras que cuando  $\lambda$  se acerca a 1, la entrada en pérdida inicia por la raíz.

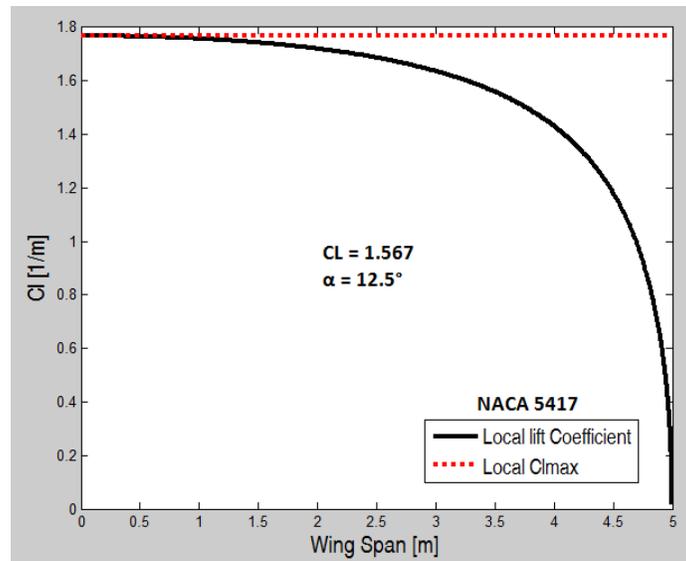
#### 3.3.1 Máximo coeficiente de sustentación Positivo

Como se mencionó anteriormente, el máximo coeficiente de sustentación de una superficie alar con relaciones de aspectos cercanos o mayores a 4 está estrechamente ligado a la máxima sustentación posible obtenida en la sección o perfil, así, una manera práctica de estimar el  $CL_{max}$  es tener en cuenta que el ala entera alcanza su máxima sustentación cuando cualquiera de las secciones a lo largo de la envergadura alcanza o supera el  $cl_{max}$  del perfil, este razonamiento es válido ya que una vez que una sección del ala entra en pérdida, el flujo de aire separado se dispersará rápidamente a las secciones contiguas a medida que el ángulo de ataque aumente; como resultado el ala perderá parte de su capacidad de sustentación.

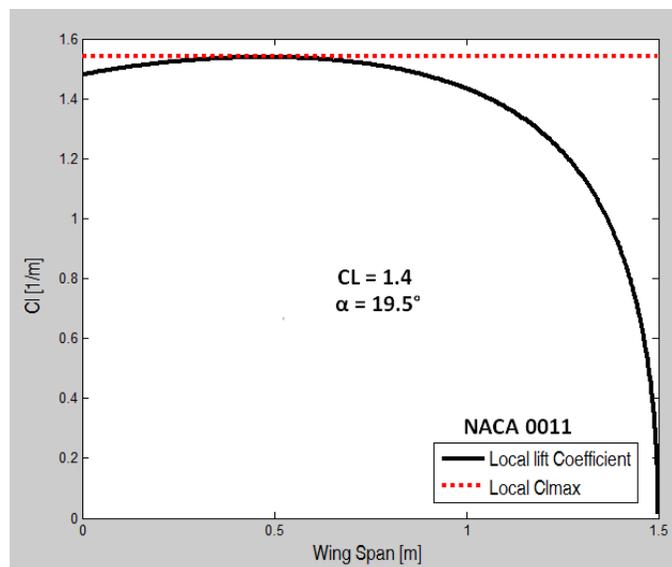
El procedimiento empleado es uno de los métodos descritos en el *U.S.A.F DATCOM* [2], el cual requiere contar con algún software o código que compute la distribución de sustentación a lo largo de la envergadura; la aplicación del método se realiza de la siguiente manera:

- 1) Contar con los valores del  $cl_{max}$  de los perfiles empleados en el ala (en caso de usarse un solo perfil para toda el ala el  $cl_{max}$  será constante)
- 2) Obtener la distribución de sustentación a lo largo de la envergadura para un rango determinado de ángulos de ataques. Para cada valor de  $\alpha$ , la integración de la curva de sustentación dará como resultado un valor de CL para el ala. El  $CL_{max}$  del ala será aquel que se obtenga en el momento en que cualquier valor de  $cl$  local alcance o sobrepase el  $cl_{max}$  del perfil.

Con el fin de emplear el procedimiento antes descrito se escribe un código en Matlab® que implementa la teoría de la *Línea de Sustentación*. Los resultados tanto para el ala como para el estabilizador horizontal son presentados:



**Figura 5.** Distribución del coeficiente de sustentación a lo largo del Ala ( $CL_{max} = 1.567$ )



**Figura 6.** Distribución del coeficiente de sustentación a lo largo del Estabilizador Horizontal ( $CL_{max} = 1.4$ )

### 3.3.2 Máximo coeficiente de sustentación negativo

El comportamiento de alas a ángulos de ataques negativos altos es complejo y su predicción requiere por lo general pruebas experimentales en túneles de viento o en vuelo real, por lo que la normativa europea para aeronaves livianas [6] establece que en la ausencia de datos confiables o cálculos precisos, un coeficiente de sustentación estático máximo negativo de **-1.35** se debe asumir<sup>2</sup>.

### 3.4 Coeficiente de Momento para Alas Tridimensionales

El momento generado por un ala cambia ligeramente con respecto al momento generado por el perfil que la conforma, esto es debido principalmente a los efectos tridimensionales del flujo de aire alrededor de la misma.

A velocidades subsónicas y para alas con flechamientos moderados, sin twist y perfil constante; el coeficiente de momento con respecto al centro aerodinámico se estima como [2]:

$$C_{M,ac} = \frac{AR \cdot \cos^2(\Lambda_{c/4})}{AR + 2 \cdot \cos(\Lambda_{c/4})} \cdot C_m \quad (5)$$

Siendo  $C_m$  el coeficiente de momento del perfil.

La evaluación de la Ecuación ( 5 ) con los parámetros del ala arrojó:

$$C_{M,ac} = -0.10351$$

### 3.5 Arrastre Párasito

El arrastre a cero sustentación o “parasito” de cualquier cuerpo aerodinámico generalmente se considera como la composición de dos partes: Arrastre por fricción (*skin-friction drag*) y Arrastre por presión (*Pressure Drag*).

El arrastre por fricción es causado por los esfuerzos cortantes entre la superficie del cuerpo y la capa límite, la cual se manifiesta como una resistencia que hace el fluido viscoso a que el cuerpo se mueva a través de él, por lo general éste tipo de arrastre es el responsable por la mayor cantidad de fuerza resistiva de avance de las aeronaves a velocidades subsónicas.

---

<sup>2</sup> CS – VLA. Appendix A, Paragraph A9, sub-paragraph (1)-(ii).

La cantidad de resistencia viscosa depende principalmente de si el flujo es laminar o turbulento, para consideraciones prácticas, la transición entre éstos dos tipos de flujos para aeronaves de ala recta se asume que ocurre cuando se alcanza un número de Reynolds de alrededor de 1 millón.

Por otro lado, el arrastre por presión es causado por el desplazamiento de la capa límite hacia atrás, lo que dificulta que el campo de presiones se recupere cerca de la zona del borde de ataque; éste tipo de arrastre generalmente es pequeño comparado con el arrastre por fricción a velocidades subsónicas, sin embargo se torna importante para aeronaves que vuelan en la zona de transición o velocidades supersónicas.

### 3.5.1 Ala y Estabilizadores Horizontal y Vertical

El Coeficiente de arrastre parásito para la principal superficie de sustentación que es el ala se calcula de acuerdo a Roskam [5] como:

$$C_{D_{0,w}} = R_{LS} \cdot C_f \cdot \left[ 1 + L' \cdot \left( \frac{t}{c} \right) + 100 \cdot \left( \frac{t}{c} \right)^4 \right] \cdot \frac{S_{wet,w}}{S} \quad (6)$$

Siendo:

$\left( \frac{t}{c} \right)$  = Relación espesor-cuerda para el ala (Tabla 3)

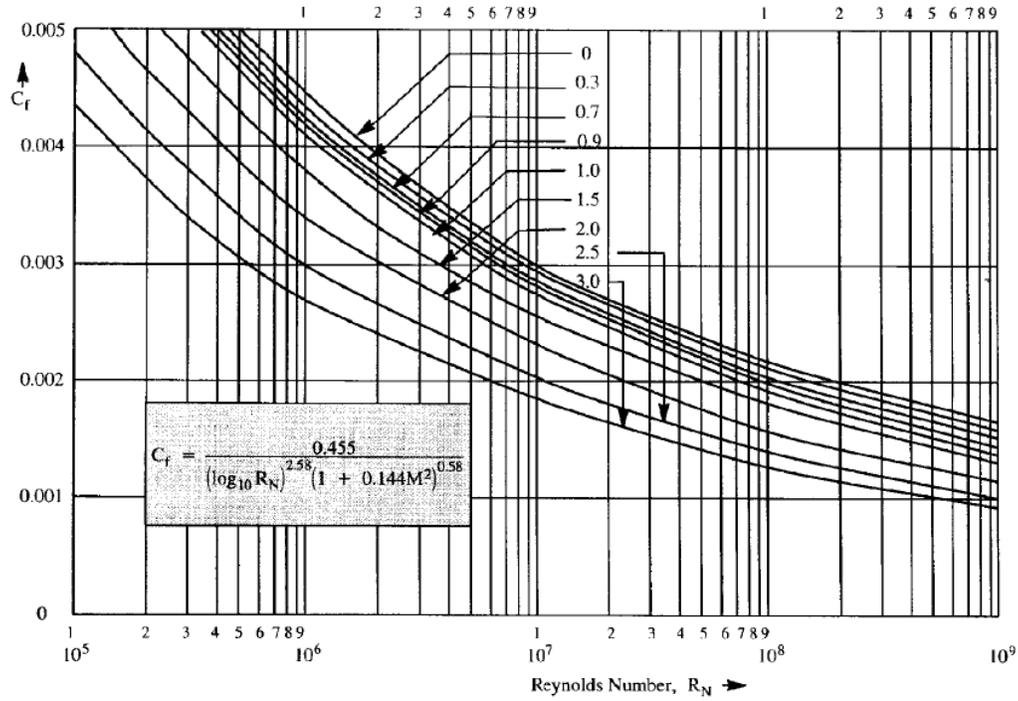
$S_{wet,w}$  = Área mojada del ala  $\approx K_w \cdot S$

Donde

$K_w = 1.9767 + 0.5333 \cdot \left( \frac{t}{c} \right)$ ; para  $\left( \frac{t}{c} \right) \geq 0.05$

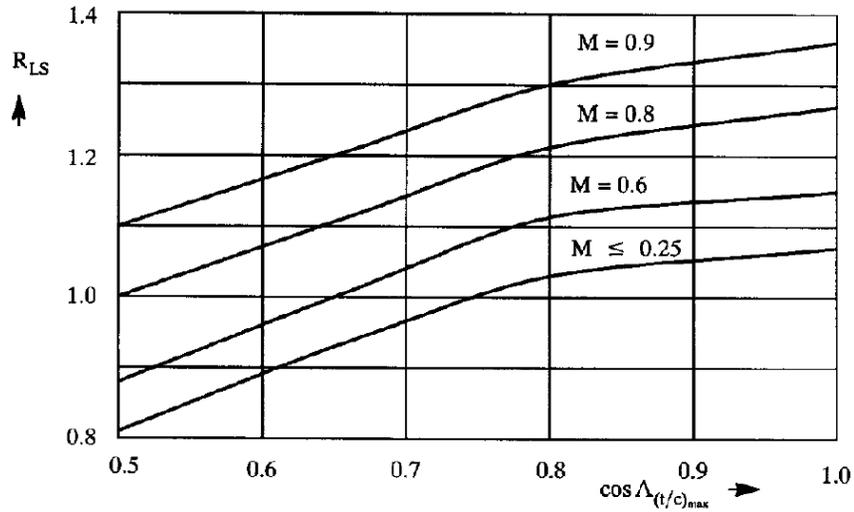
$K_w = 2$ ; para  $\left( \frac{t}{c} \right) < 0.05$

$C_f$  = Coeficiente de fricción turbulento para lámina plana. Éste parámetro es función del número de Reynolds y Mach y su estimación se hace por medio del siguiente gráfico:



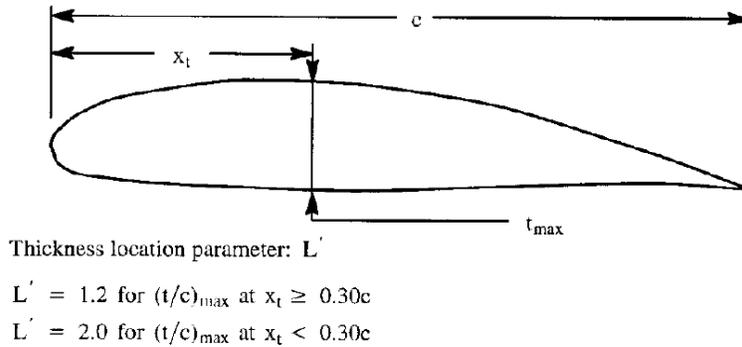
**Figura 7.** Coeficiente de Fricción Turbulento para lámina plana (Tomado de [5])

$R_{LS}$  = Factor de corrección para superficie de sustentación; parámetro que depende del número de Mach y el flechamiento del ala. Se estima por medio del siguiente gráfico:



**Figura 8.** Factor de corrección para superficie de sustentación (Tomado de [5])

$L'$  = Parámetro de ubicación de espesor de ala, éste depende de la ubicación del máximo espesor de la cuerda media. Su definición e ilustración se explica en la siguiente Figura:



**Figura 9.** Parámetro de ubicación de espesor del ala. (Tomado de [5])

Los resultados obtenidos para el Ala y los estabilizadores horizontal y vertical (ya que estos últimos se le puede dar el mismo tratamiento que el ala) son:

**Tabla 7.** Resultados Coeficiente de arrastre parasito para el Ala y Estabilizadores

Ala	Estabilizador Horizontal	Estabilizador Vertical
$CD_{o,w} = 0.0099356$	$CD_{o,t} = 0.0017679$	$CD_{o,t} = 0.0005917$

### 3.5.2 Fuselaje

De acuerdo a la experiencia, la contribución del fuselaje al arrastre parasito puede estimarse empíricamente como [5]:

$$CD_{0,f} = R_{wf} \cdot C_f \cdot \left[ 1 + \frac{60}{\left(\frac{l_f}{d_f}\right)^3} + 0.0025 \cdot \left(\frac{l_f}{d_f}\right) \right] \cdot \frac{S_{wet,f}}{S} \quad (7)$$

Donde:

$C_f$  = Coeficiente de fricción turbulento para lámina plana con el número de Reynolds calculado tomando como longitud de referencia  $l_f$  (Figura 7).

$l_f$  = Longitud total del fuselaje (Tabla 3).

$d_f$  = Diámetro del fuselaje (Tabla 3).

$S$  = Superficie del Ala (Tabla 3).

$R_{wf}$  = Factor de interferencia ala-fuselaje. Depende del número de Mach y el número de Reynolds calculado tomando como longitud de referencia la longitud total del fuselaje. Su estimación se realiza con ayuda de la Figura 10.

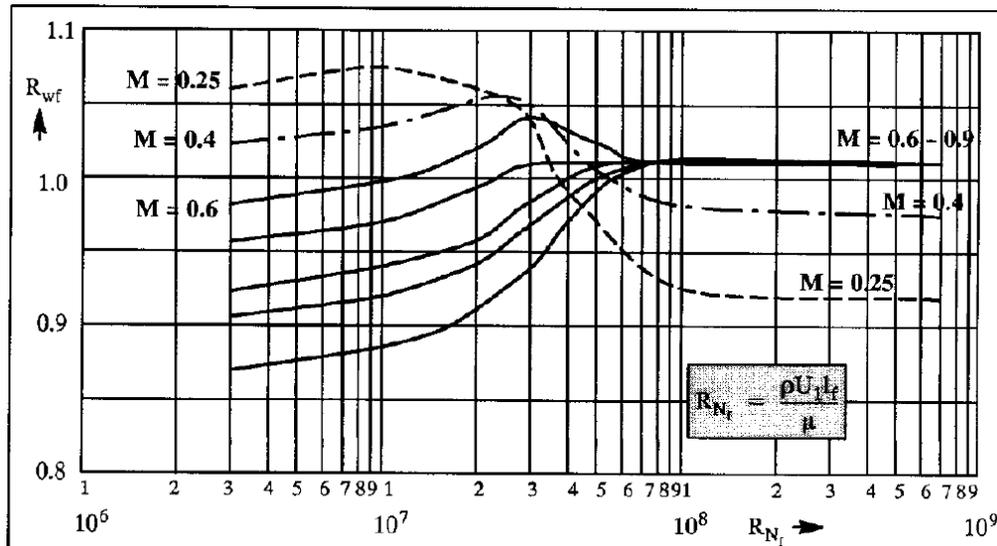


Figura 10. Factor de interferencia ala-fuselaje (Tomado de [5])

$S_{wet,f}$  = Área mojada del fuselaje  $\approx 16.07 \text{ m}^2$  (Estimada en base a los planos de la aeronave)

El arrastre parásito del fuselaje calculado de acuerdo a la ecuación ( 7 ) arroja:

$$CD_{o,f} = 0.0056784$$

### 3.5.3 Arrastre parasito Total

El arrastre parásito total es simplemente la suma de las contribuciones del ala, cola y fuselaje:

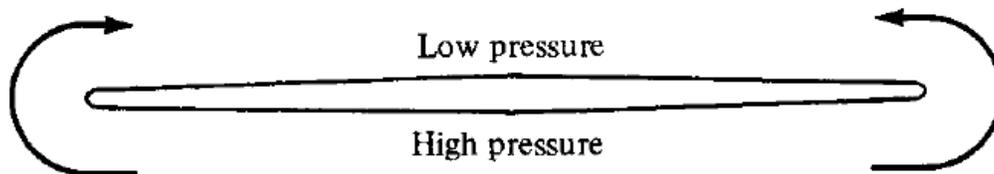
$$CD_o = CD_{o,w} + CD_{o,t} + CD_{o,v} + CD_{o,f} \quad (8)$$

Para la aeronave en análisis:

$$CD_o = 0.01797$$

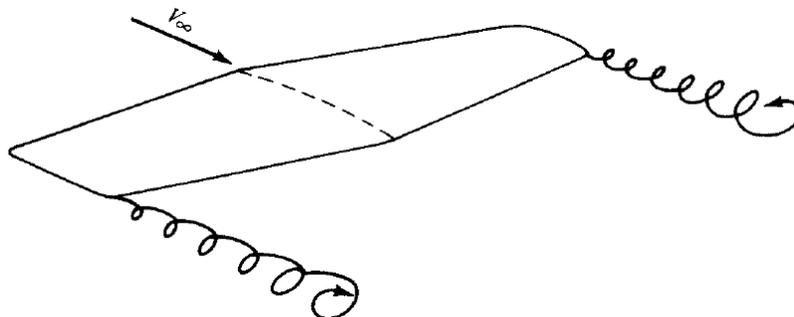
### 3.6 Downwash

Una de las diferencias fundamentales entre el análisis aerodinámico de perfiles (2D) y de alas (3D) son los efectos tridimensionales que dan como resultado flujos de aire en más de una dirección, dichos flujos se ven impulsados principalmente por la diferencia de presiones entre la superficie superior e inferior de un ala por lo que el aire se desplaza desde la zona de alta presión a la zona de baja presión a través de las puntas de las mismas:



**Figura 11.** Vista frontal de un ala donde se indica el movimiento del aire alrededor de las puntas (Tomado de [7])

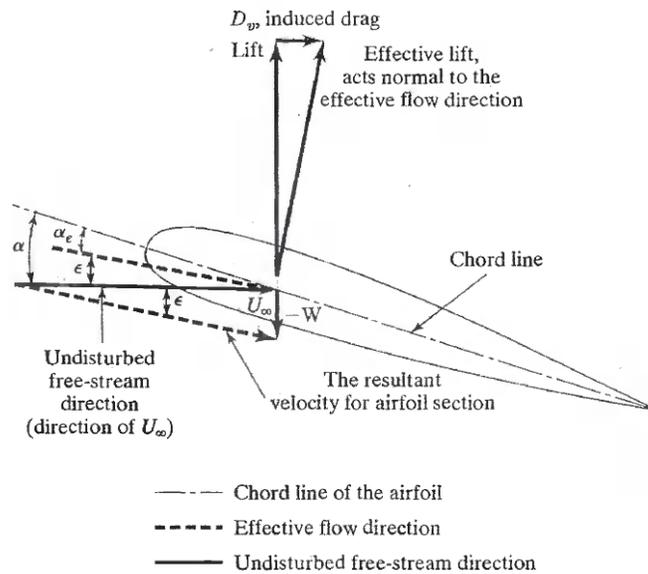
El fenómeno antes descrito se conoce como *vórtices de punta de ala*; finalmente lo que dichos vórtices generan son una especie de estelas que afectan el campo de flujo tanto por delante como por detrás –principalmente- del ala:



**Figura 12.** Ilustración de los vórtices de punta de ala (Tomado de [7])

Como se observa en la Figura 12, los vórtices generan componentes de velocidad de aire hacia abajo, dicha componente se conoce como Downwash y tiene implicaciones importantes en las características de sustentación y sobre todo de arrastre en las alas.

El downwash o componente vertical de la velocidad del aire se suma a la velocidad frontal original del ala generando una dirección de viento relativo efectiva, haciendo que la misma “sienta” un ángulo de ataque diferente al que realmente está volando. La diferencia entre el ángulo de ataque real y el ángulo de ataque efectivo generado por éste fenómeno se conoce como *Ángulo de downwash* ( $\epsilon$ ), tal cual se ilustra en la Figura 13:



**Figura 13.** Efecto del Downwash en la dirección efectiva del flujo de aire (Tomado de [8])

El ángulo de downwash hace que se cambie no solamente la dirección del viento relativo sino además la dirección de la fuerza de sustentación ya que ésta se define siempre perpendicular al primero, ésta nueva sustentación ahora posee una componente horizontal dirigida en dirección contraria al movimiento por lo que se trata de un arrastre, conocido como *arrastre inducido*.

El cómputo del ángulo de downwash se puede hacer mediante la teoría de la línea de sustentación, teniendo en cuenta siempre que éste cambia a lo largo de la envergadura y es función del ángulo de ataque ( $\alpha$ )

### 3.6.1 Gradiente de Downwash

La tasa de cambio en el ángulo de downwash en función del ángulo de ataque es un parámetro importante en el análisis de la estabilidad de una aeronave, esto es debido a que el comportamiento de  $\epsilon$  tiene efectos directos sobre el flujo de aire alrededor de la cola, la cual al final es la encargada de dar estabilidad al aparato.

Debido a la naturaleza tridimensional de los vórtices, el cálculo teórico de la tasa de cambio de downwash se torna una tarea en extremo compleja, por lo que éste se calcula por medio de expresiones empíricas producto de años de experimentación por parte de académicos.

La expresión empírica empleada para estimar el gradiente de downwash detrás de un ala recta a velocidad subsónica es [2]:

$$\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) = 4.44 \cdot [K_{AR} \cdot K_{\lambda} \cdot K_H \cdot (\cos \Lambda_{c/4})^{1/2}]^{1.19} \quad [Rad^{-1}] \quad (9)$$

Donde  $K_{AR}$ ,  $K_{\lambda}$ ,  $K_H$  son los factores de corrección para relación de aspecto, taper y posición del estabilizador horizontal respectivamente, calculadas como:

$$K_{AR} = \frac{1}{AR} - \frac{1}{1 + AR^{1.7}} \quad (10)$$

$$K_{\lambda} = \frac{10 - 3 \cdot \lambda}{7} \quad (11)$$

$$K_H = \frac{1 - \left|\frac{h_h}{b}\right|}{\sqrt[3]{\frac{2 \cdot l_h}{b}}} \quad (12)$$

Siendo

$l_h$  = Distancia horizontal entre centros aerodinámicos del ala y estabilizador horizontal (Tabla 3)

$b$  = Envergadura del ala (Tabla 3).

$h_h$  = Distancia vertical entre centros aerodinámicos del ala y estabilizador horizontal (Tabla 3).

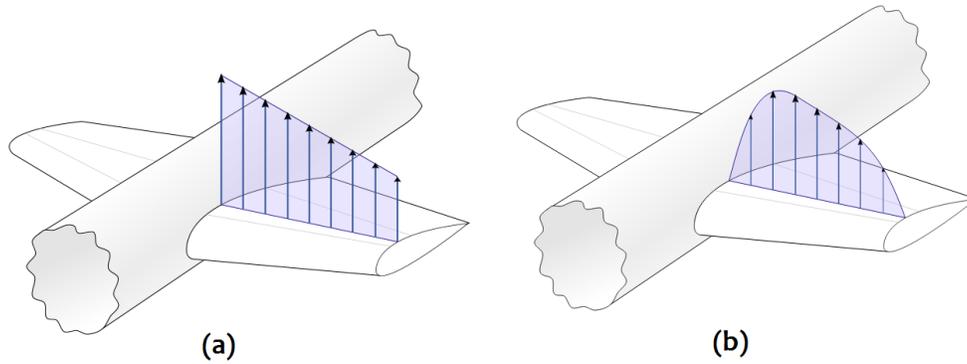
Evaluando (9) para la aeronave en análisis se obtiene:

$$\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) = 0.283 \quad [Rad^{-1}]$$

### 3.7 Teoría de la Línea de Sustentación y Cálculo de Arrastre Inducido

Una de las primeras teorías desarrolladas para predecir las propiedades aerodinámicas en alas tridimensionales fue desarrollada por el alemán Ludwig Prandtl entre 1911 y 1918; con el método desarrollado por Prandtl se hizo posible predecir de manera sencilla la distribución de la sustentación a lo largo de la envergadura en alas rectas con flechamientos muy pequeños y relaciones de aspecto mayores o iguales a 4, tan solo basado en la geometría de las mismas.

La teoría se sustenta en el hecho de que en alas tridimensionales, la sustentación generada en un segmento del ala difiere de aquella predicha por las teorías de perfiles en 2 dimensiones:



**Figura 14.** (a) Distribución de la sustentación de acuerdo a la teoría de perfiles en 2D. (b) Distribución de la sustentación teniendo en cuenta los efectos tridimensionales (Tomado de [9])

Las características aerodinámicas de un dado segmento del ala no dependen solamente de las características del perfil en dicho lugar, sino también de los segmentos adyacentes y la manera cómo interactúan entre éstos. Los efectos tridimensionales en flujos no viscosos ya se habían estudiado años antes y se explicaban por medio del concepto de circulación, lo que hizo Prandtl fue representar el cambio de dicha circulación a lo largo de la envergadura como una serie de Fourier y desarrolló lo que se conoce hoy en día como la *ecuación del monoplano* [8]:

$$\frac{c \cdot cl_{\alpha}}{4 \cdot b} \cdot (\alpha - \alpha_{OL}) \cdot \sin(\phi) = \sum_{n=1}^N A_n \cdot \sin(n\phi) \cdot \left( \frac{c \cdot cl_{\alpha}}{4 \cdot b} \cdot n + \sin(\phi) \right) \quad (13)$$

Para el empleo de la ecuación del monoplano el ala se divide en N secciones, cada una de las cuales tiene las siguientes características:

$c$  = Cuerda local [m]

$cl_{\alpha}$  = Pendiente curva de sustentación local [ $\text{Rad}^{-1}$ ]

$\alpha$  = Ángulo de ataque local [Rad]

$\alpha_{OL}$  = Ángulo de cero sustentación local [Rad]

Además de lo anterior, se define la distancia de cada sección a la raíz del ala "y" relacionándola con el ángulo  $\phi$  de la siguiente manera:

$$y = -\frac{b}{2} \cdot \cos(\phi) \quad (14)$$

Una vez que la ecuación ( 13 ) se evalúa en cada una de las n divisiones se obtiene un sistema que se resuelve para los coeficientes de la serie de Fourier  $A_n$  con lo cual el coeficiente de sustentación total del ala será:

$$C_L = A_1 \cdot \pi \cdot AR \quad (15)$$

Y el coeficiente de sustentación como función de la posición  $\phi$  es:

$$Cl(\phi) = \frac{4 \cdot b \cdot \sum A_n \cdot \sin(n\phi)}{c(\phi)} \quad (16)$$

Por medio de la teoría de la línea de sustentación es posible también calcular otros parámetros del ala importantes como la constante de arrastre inducido, la cual se define como:

$$CD_i = \frac{\sum n \cdot \left(\frac{A_n}{A_1}\right)^2}{\pi \cdot AR} \quad (17)$$

Y la variación del ángulo de downwash a lo largo de la envergadura como función de la posición  $\phi$ :

$$\varepsilon(\phi) = \frac{\sum n \cdot A_n \cdot \sin(n\phi)}{\sin(\phi)} \quad (18)$$

Para efectos de análisis de estabilidad se torna necesario calcular el ángulo de downwash correspondiente a un ángulo de ataque de cero grados, éste parámetro se denota como  $\varepsilon_o$ . Ya que éste posee diferentes valores dependiendo de la posición sobre el ala, se emplea un valor medio calculado como:

$$\varepsilon_o \approx \frac{\int \varepsilon(\phi) \cdot d\phi}{b} \quad (19)$$

Los resultados arrojados por el código de la teoría de la línea de sustentación escrito en Matlab® arrojan:

$$CD_i = 0.041731$$

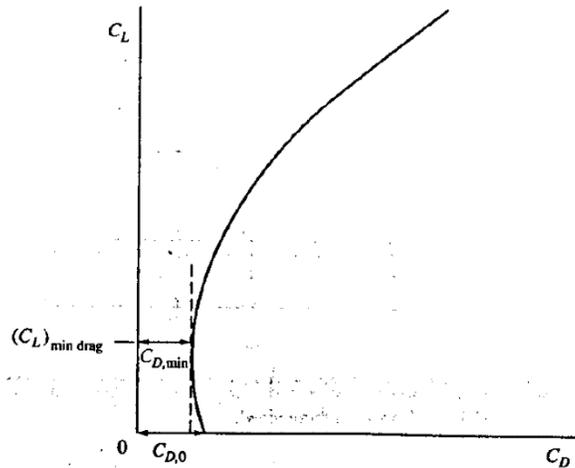
$$\varepsilon_o = 0.02147 [Rad]$$

### 3.8 Curva Polar de Arrastre

Para cualquier cuerpo aerodinámico, en especial para aeronaves convencionales existe una relación entre los coeficientes de sustentación y de arrastre, dicha relación es parabólica y generalmente se expresa como:

$$C_D = C_{D_0} + C_{D_i} \cdot C_L^2 \quad (20)$$

La representación gráfica de la ecuación ( 20 ) se conoce como *Polar de Arrastre* y es ilustrada en la Figura 15:



**Figura 15.** Curva Polar de arrastre genérica (Tomado de [10])

En general, la curva polar de arrastre contiene toda la información aerodinámica necesaria para realizar análisis de desempeño y demás sobre la aeronave.

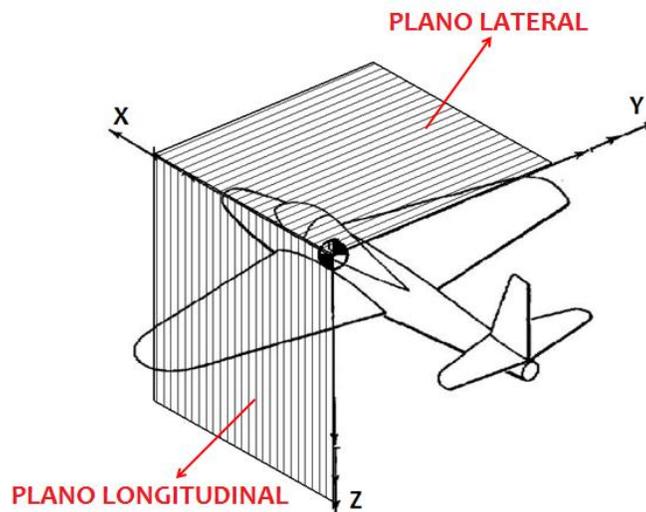
En el caso particular de la MXP 1000 y basados en los resultados previos, la polar de arrastre está dada por:

$$C_D = 0.01797 + 0.041731 \cdot C_L^2$$

## 4 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

### 4.1 Definición de marcos de referencia y planos de la aeronave

En el estudio de la dinámica de vuelo se hace necesario definir marcos de referencia sobre los cuales relacionar el movimiento de la aeronave. Particularmente en el caso de análisis de estabilidad estática, se trabaja con un sistema de referencia fijo en la aeronave cuyo origen se posiciona en el centro de gravedad, el eje X apunta hacia la nariz y el eje Y hacia el ala derecha, por lo que el sentido positivo de Z apuntará hacia abajo, éstos ejes de referencia definen los planos longitudinal y lateral de la aeronave, tal cual se ilustra en la Figura 16.



*Figura 16. Marco de referencia y definición de planos lateral y longitudinal en la aeronave.*

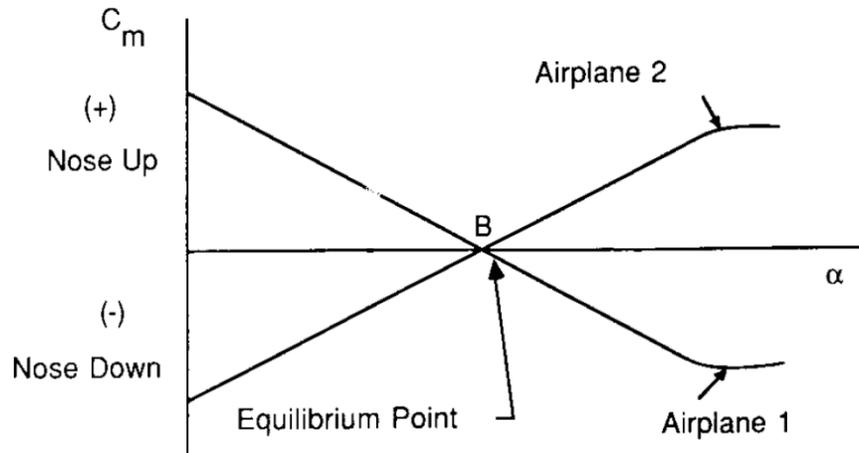
Los sentidos positivos y negativos de momentos relacionados al marco de referencia de la aeronave se definen en base a la regla de la mano derecha

### 4.2 Estabilidad Estática Longitudinal

Para que una aeronave se considere estáticamente estable, ésta debe desarrollar momentos restauradores que tiendan a retornarla a la condición de equilibrio una vez perturbada. Para vuelo simétrico (en el plano de simetría o longitudinal de la aeronave) la estabilidad debe manifestarse como un momento de cabeceo que tienda a bajar la nariz cuando diferentes perturbaciones (ráfaga de viento, movimiento de las superficies de control, etc) haga que se aumente el ángulo de ataque; igualmente, la aeronave por sí sola debe tender a aumentar el ángulo de ataque cuando la nariz baje.

De acuerdo a la convención de signos empleada comúnmente en aerodinámica y el sistema de referencia definido en la Figura 16, lo anterior supone que la aeronave desarrolle momentos

positivos (nariz hacia arriba) cuando se disminuya el ángulo de ataque y momentos negativos (nariz hacia abajo) cuando se aumente.



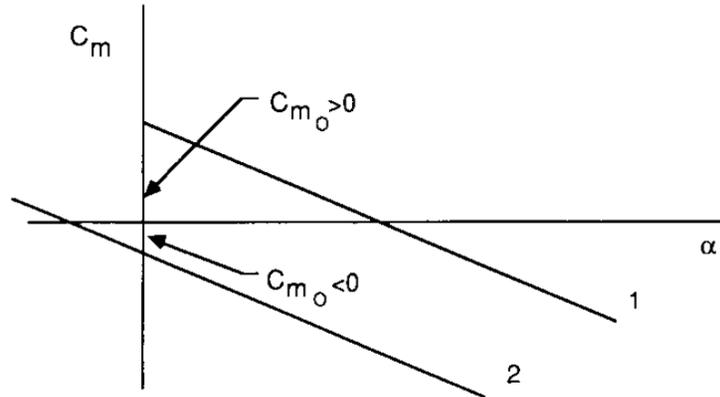
**Figura 17.** Ejemplos de una aeronave estable (1) e inestable (2). (Tomado de [11])

La Figura 17 muestra que, partiendo de una llamada condición de *Trim* (punto B), la aeronave 1 tendrá un coeficiente de momento negativo una vez que aumente el ángulo de ataque retornándola así al equilibrio, caso contrario sucede con la aeronave 2 en donde al aumentar  $\alpha$  el coeficiente de momento será positivo tratando de subir la nariz aún más alejando la aeronave del equilibrio.

Con todo lo anterior es claro que una condición clave para la estabilidad es que la curva de coeficiente de momento vs ángulo de ataque posea pendiente negativa. Matemáticamente:

$$\frac{\partial C_m}{\partial \alpha} = C_{m\alpha} < 0 \quad (21)$$

Otra condición más práctica que de estabilidad se puede explicar mediante la siguiente figura:



**Figura 18.** Comportamiento del coeficiente de momento para aeronaves estables (Tomado de [11])

En la Figura 18 se observa que las aeronaves 1 y 2 cumplen ambas la condición de estabilidad de la ecuación ( 21 ), sin embargo sólo la primera puede alcanzar una condición de Trim con un ángulo de ataque positivo, esto es deseable ya que alcanzar el equilibrio por ejemplo en vuelo crucero con ángulos de ataque negativos implican un aumento considerable en el arrastre y la carga de trabajo sobre el piloto ya que éste debe estar compensando la dirección de la aeronave por medio del elevador.

Con lo anterior se puede concluir que otra condición deseable en las aeronaves convencionales es que:

$$C_{m_0} > 0 \tag{22}$$

#### 4.2.1 Contribución de los principales elementos a la Estabilidad Estática Longitudinal

##### 4.2.1.1 Contribución del Ala

La contribución del ala a la estabilidad estática longitudinal de la aeronave se analiza con ayuda de la siguiente figura:

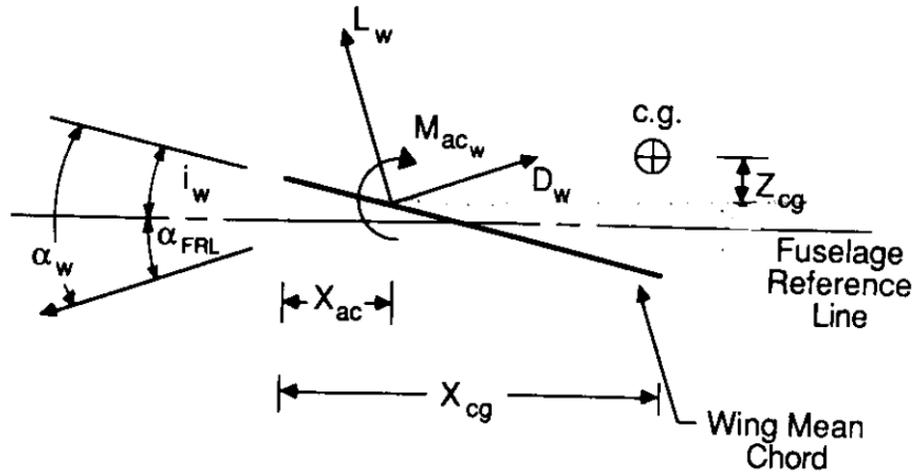


Figura 19. Diagrama de cuerpo libre del Ala (Tomado de [11])

En la Figura 19 se ha reemplazado el ala por su correspondiente cuerda media aerodinámica  $\bar{c}$ . Las distancias desde el borde de ataque hasta el centro aerodinámico y el centro de gravedad están denotadas como  $X_{ac}$  y  $X_{cg}$ , respectivamente. El desplazamiento vertical del centro de gravedad con respecto al centro aerodinámico es  $Z_{cg}$  y el ángulo de montaje del ala con respecto al fuselaje es  $i_w$ .

Por equilibrio estático se puede obtener el momento total con respecto al centro de gravedad simplemente como:

$$\sum \text{Momentos} = M_{cg,w} \quad (23)$$

Donde  $M_{cg,w}$  es el momento total aerodinámico realizado sobre el ala alrededor del centro de gravedad de la aeronave.

Partiendo de la Figura 19 y la ecuación ( 23 ), además de simplificaciones tales como asumir ángulos de ataques pequeños, despreciar las contribuciones al momento total del arrastre y las componentes horizontales de la sustentación (términos que involucren  $Z_{cg}$ ), se puede llegar a la expresiones relacionada con las condiciones de estabilidad estática:

$$C_{m_{0,w}} = C_{M_{ac}} + C_{L_{0,w}} \cdot \left( \frac{X_{cg}}{\bar{c}} - \frac{X_{ac}}{\bar{c}} \right) \quad (24)$$

$$C_{m_{\alpha,w}} = C_{L_{\alpha,w}} \cdot \left( \frac{X_{cg}}{\bar{c}} - \frac{X_{ac}}{\bar{c}} \right) \quad (25)$$

Observaciones importantes pueden hacerse a partir de las anteriores ecuaciones:

\* Para facilitar que se cumpla la condición  $C_{mo} > 0$  el coeficiente de momento del ala con respecto al centro aerodinámico debe ser mayor que cero ( $C_{M,ac} > 0$ ), lo cual sólo es posible empleando perfiles con camber negativos. Teniendo en cuenta que la mayoría de aeronaves convencionales poseen camber positivos, se puede concluir que el aporte al comportamiento longitudinal de la aeronave por parte del ala es desestabilizante, lo cual explica la necesidad de tener una cola.

\*Para que se cumpla la condición  $C_{m_{\alpha,w}} < 0$  es necesario que el término  $\left(\frac{X_{cg}}{\bar{c}} - \frac{X_{ac}}{\bar{c}}\right)$  sea negativo, lo que indica que el centro de gravedad se debe encontrar por delante del centro aerodinámico para ser estable.

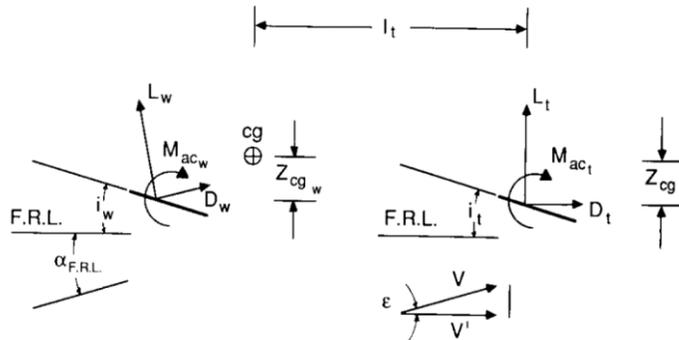
Evaluando ( 24 ) y ( 25 ) con los parámetros particulares de la aeronave y resultados anteriores se obtiene para la aeronave en análisis:

$$C_{m_{\alpha,w}} = -0.0578 \qquad C_{m_{\alpha,w}} = 0.509 [Rad^{-1}]$$

**4.2.1.2 Contribución del estabilizador horizontal**

Un estabilizador horizontal puede ser ubicado tanto delante como detrás del ala principal. El análisis para cualquier caso es básicamente el mismo sólo que se debe tener en cuenta que al estar ubicado adelante se verá influenciado por el flujo *upwash* creado por el ala y al estar detrás estará bajo la influencia del *downwash*. Cualquiera que sea el caso, estos dos fenómenos aerodinámicos deben ser llevados en cuenta.

Un análisis similar al hecho sobre el ala puede realizarse al conjunto ala-cola convencional con ayuda de la siguiente figura:



**Figura 20.** Contribución de la cola al coeficiente de momento (Tomado de [11])

La nomenclatura empleada se explica:

F.R.L = Fuselage Reference Line

$i_w, i_t$  = Ángulos de montaje sobre el fuselaje del ala y cola, respectivamente (Tabla 3)

$Z_{cgw}, Z_{cgt}$  = Desplazamiento vertical del centro de gravedad con respecto a los centros aerodinámicos del ala y la cola, respectivamente.

$\varepsilon$  = Ángulo de Downwash, por convención a un ángulo de ataque de  $0^\circ$  éste se denota como  $\varepsilon_0$

$l_t$  = Distancia horizontal del centro aerodinámico de la cola al centro de gravedad (Tabla 3).

De nuevo, mediante equilibrio estático y con las mismas simplificaciones hechas en el análisis del ala se puede llegar a las expresiones de la contribución de la cola a la estabilidad longitudinal de la aeronave:

$$C_{m_{o,t}} = \eta \cdot V_H \cdot C_{L_{\alpha,t}} \cdot (\varepsilon_0 + i_w - i_t) \quad (26)$$

$$C_{m_{\alpha,t}} = -\eta \cdot V_H \cdot C_{L_{\alpha,t}} \cdot \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) \quad (27)$$

Para la cola se definen los siguientes términos:

$\eta$  = Relación de presiones dinámicas ( $q_t/q_w$ ), también llamada eficiencia de cola, su valor oscila comúnmente entre 0.8 y 1.2 dependiendo de la ubicación del estabilizador horizontal [12].

$V_H = \frac{l_t \cdot S_t}{S \cdot \bar{c}}$  = Proporción de volumen de cola.

Los resultados para la MXP 1000 asumiendo una eficiencia de cola  $\eta = 1$  son:

$$C_{m_{o,t}} = 0.0889$$

$$C_{m_{\alpha,t}} = -1.638 [Rad^{-1}]$$

#### 4.2.1.3 Contribución del fuselaje

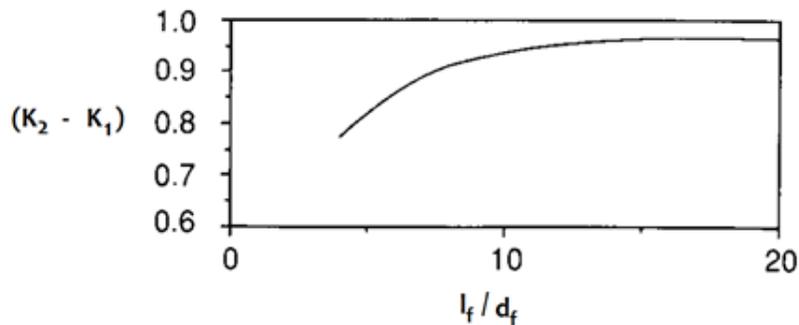
Las características aerodinámicas de cuerpos largos y esbeltos fueron inicialmente estudiadas por Max Munk en 1920. Munk estaba interesado en las características de los momentos de cabeceo en los cascos de dirigibles. Empleando relaciones de momento y energía, él mostró que la tasa de cambio del coeficiente de momento con el ángulo de ataque  $\frac{\partial C_m}{\partial \alpha}$  en cuerpos de revolución es proporcional al volumen del cuerpo y la presión dinámica.

Años más tarde el alemán Hans Multhoop extendió los análisis de Munk para tener en cuenta los flujos inducidos de aire a lo largo del fuselaje para cuerpos de secciones no necesariamente circulares.

El coeficiente de momento a cero ángulo de ataque del fuselaje se estima como:

$$C_{m_{0,f}} = \frac{k_2 - k_1}{36.5 \cdot S \cdot \bar{c}} \cdot \sum_{x=0}^{x=l_f} w_f^2 \cdot (\alpha_{0L,w}) \cdot \Delta x \quad (28)$$

Donde la diferencia  $(k_2 - k_1)$  se conoce como *factor de masa aparente* y es obtenida con ayuda del siguiente gráfico:

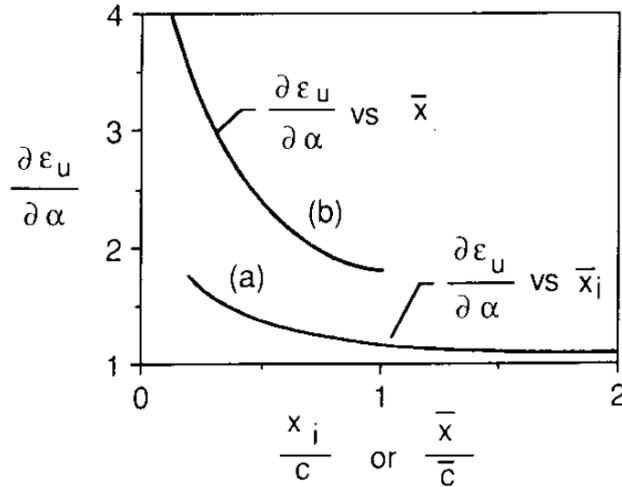


**Figura 21.**  $(K_2 - K_1)$  vs  $l_f/d_f$  (Tomado de [11])

Y la expresión de Multhoop para la tasa de cambio del coeficiente de momento está dada por:

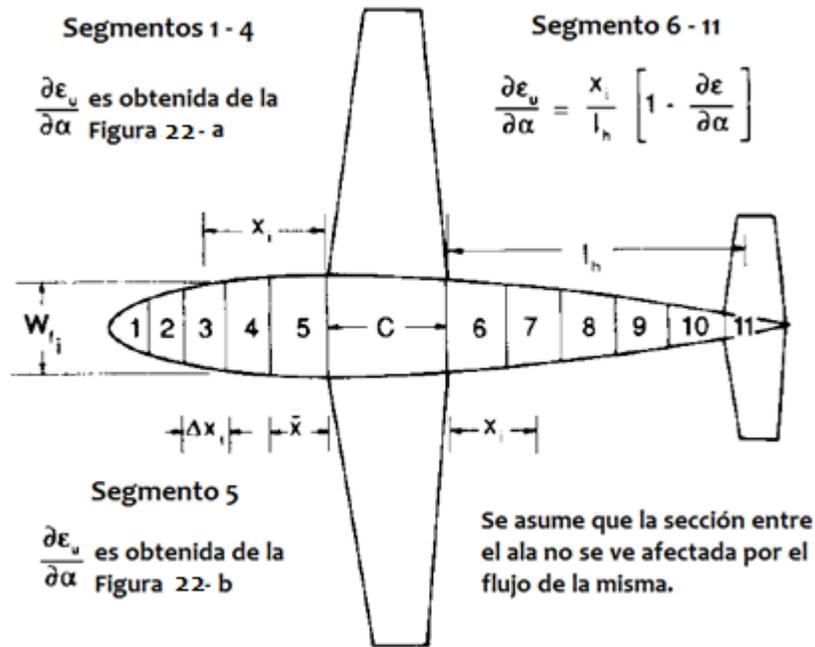
$$C_{m_{\alpha,f}} = \frac{1}{36.5 \cdot S \cdot \bar{c}} \cdot \sum_{x=0}^{x=l_f} w_f^2 \cdot \frac{\partial \varepsilon_u}{\partial \alpha} \cdot \Delta x \quad [deg^{-1}] \quad (29)$$

Para el cómputo de  $C_{m_{\alpha,f}}$  y  $C_{m_{0,f}}$  el fuselaje se divide en segmentos de ancho  $w_f$  y longitud  $\Delta x$ . El gradiente de downwash varía a lo largo del fuselaje por lo que se habla de valores locales  $\frac{\partial \varepsilon_u}{\partial \alpha}$ , los cuales se estiman con ayuda de la Figura 22:



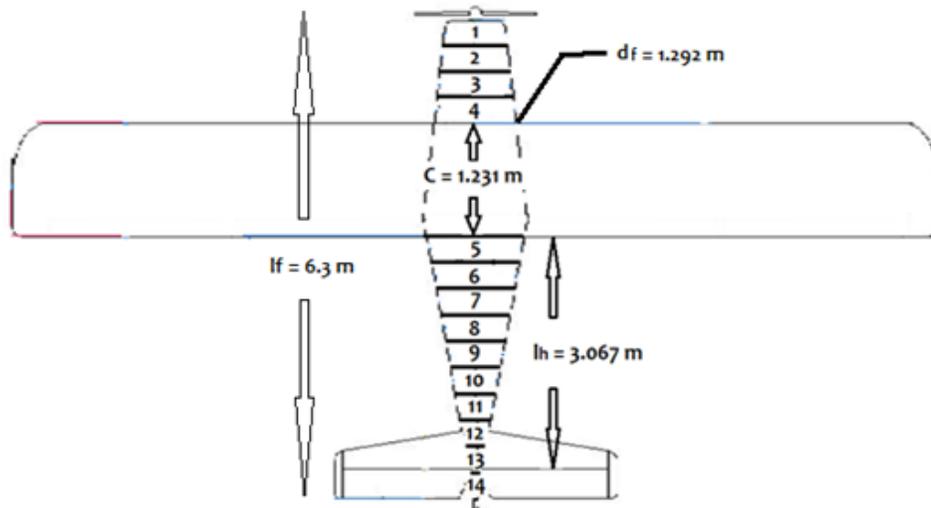
**Figura 22.** Variación local del gradiente de downwash a lo largo del fuselaje (Tomado de [11])

Para secciones del fuselaje por delante del ala  $\frac{\partial \epsilon_u}{\partial \alpha} > 1$  debido al aumento causado por el *upwash*, caso contrario ocurre detrás de la misma, donde el fenómeno de *downwash* hace que se reduzca linealmente desde cero hasta  $(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha})$  en la cola. La Figura 23 ilustra el empleo de la Ecuación (29).



**Figura 23.** Procedimiento para calcular  $C_{m_{o,f}}$  y  $C_{m_{\alpha,f}}$  (Adaptado de [11])

El procedimiento se aplica a la MXP 1000 dividiendo su fuselaje en 14 partes tal como se ilustra en la siguiente figura:



**Figura 24.** Divisiones hechas sobre el fuselaje de la MXP 1000.

Los resultados para cada segmento y la sumatoria se resumen en la Tabla 8

**Tabla 8.** Resultados del procedimiento aplicado al fuselaje de la MXP 1000.

Segmento	$\Delta x$ [m]	$w_f$ [m]	$X_i$ [m]	$\frac{x_i}{C}$	$\frac{\partial \epsilon_u}{\partial \alpha}$	$w_f^2 \cdot \frac{\partial \epsilon_u}{\partial \alpha} \cdot \Delta x$	$w_f^2 \cdot \alpha_{0L,w} \cdot \Delta x$
1	0.355	0.662	1.230	0.999	1.171	0.182	-0.809
2	0.355	0.736	0.899	0.730	1.246	0.240	-1.000
3	0.355	0.81	0.526	0.427	1.427	0.332	-1.211
4	0.355	0.863	0.161	0.131	4.000	1.057	-1.375
5	0.365	1.006	0.178	0.144	0.042	0.015	-1.918
6	0.365	0.905	0.553	0.449	0.129	0.039	-1.552
7	0.365	0.794	0.915	0.743	0.214	0.049	-1.195
8	0.365	0.688	1.269	1.031	0.297	0.051	-0.897
9	0.365	0.593	1.651	1.341	0.386	0.049	-0.667
10	0.365	0.497	2.013	1.635	0.471	0.042	-0.468
11	0.365	0.391	2.375	1.929	0.555	0.031	-0.290
12	0.365	0.254	2.750	2.234	0.643	0.015	-0.122
13	0.365	0.137	3.118	2.533	0.729	0.005	-0.036
14	0.365	0.064	3.473	2.821	0.812	0.001	-0.008
						<b><math>\Sigma = 2.109</math></b>	<b><math>\Sigma = -11.548</math></b>

Y las contribuciones del fuselaje al comportamiento en cabeceo de la aeronave se calculan entonces como:

$$C_{m_{o,f}} = \frac{0.806}{36.5 \cdot 12.31 \cdot 1.231} \cdot (-11.548) = -0.0168$$

$$C_{m_{\alpha,f}} = \frac{1}{36.5 \cdot 12.31 \cdot 1.231} \cdot 2.109 = 0.0038 [deg^{-1}] = 0.2185 [Rad^{-1}]$$

#### 4.2.2 Características de Cabeceo Total de la Aeronave

Las características de momento alrededor del centro de gravedad de toda la aeronave es simplemente la suma de las contribuciones de cada elemento por separado ala, cola y fuselaje:

$$C_{m_o} = C_{m_{o,w}} + C_{m_{o,t}} + C_{m_{o,f}} \quad (30)$$

$$C_{m_{\alpha}} = C_{m_{\alpha,w}} + C_{m_{\alpha,t}} + C_{m_{\alpha,f}} \quad (31)$$

Finalmente el momento total que genera la aeronave alrededor de su centro de gravedad en función del ángulo de ataque es:

$$C_{m_{c,g}} = C_{m_o} + C_{m_{\alpha}} \cdot \alpha \quad (32)$$

El cual para ésta aeronave particular y basándose en resultados anteriores está dado por:

$$C_{m_{c,g}} = 0.01424 - 0.91063 \cdot \alpha$$

Comparando el anterior resultado con la ecuación ( 32 ) se observa entonces que la MXP 1000 cumple con las condiciones de estabilidad de ( 21 ) y ( 22 ) tal y como recomienda la literatura [11].

Un resultado más práctico y que ayuda en el análisis estructural a calcular las cargas sobre el estabilizador horizontal, es el coeficiente de momento total sin tener en cuenta la cola [13] el cual es simplemente el resultado anterior restándole al  $C_{M_o}$  y  $C_{M_{\alpha}}$  las contribuciones de la cola respectivamente, dando como resultado:

$$C_{m_{c,g, Tailless}} = -0.0747 + 0.7274 \cdot \alpha \quad (33)$$

### 4.2.3 Margen Estático

En toda aeronave existe un punto alrededor del cual el momento de cabeceo es independiente del ángulo de ataque, éste es similar al centro aerodinámico de un perfil y se conoce como el Punto Neutro (*Stick-Fixed neutral point*). Cuando el centro de gravedad se ubica sobre éste punto la aeronave está en el límite entre ser estable e inestable longitudinalmente, por lo cual se busca que el c.g esté alejado y por delante del punto neutro.

Una medida de que tan estable es una aeronave es la distancia entre el centro de gravedad y el punto neutro  $l_{np}$ , teniendo en cuenta siempre que el primero se encuentre por delante del segundo; usualmente ésta medida se maneja como porcentaje de la cuerda media aerodinámica resultando en una fracción que se conoce como *Margen estático* [12].

La expresión matemática del margen estático puede obtenerse resolviendo para la posición del centro de gravedad en el momento en que  $C_{m_\alpha} = 0$ . Después de un manejo algebraico y teniendo en cuenta la definición de  $C_{m_\alpha}$  es posible demostrar que el margen estático es:

$$\text{Margen estático} = \frac{l_{np}}{\bar{c}} = -\frac{C_{m_\alpha}}{C_{L_\alpha}} \quad (34)$$

Siendo  $C_{L_\alpha}$  la pendiente de la curva de sustentación para el conjunto ala-cola dada por:

$$C_{L_\alpha} = C_{L_{\alpha,w}} + \frac{S_t}{S} \cdot \eta \cdot C_{L_{\alpha,t}} \cdot \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) \quad (35)$$

El margen estático para la MXP se calcula entonces obteniéndose:

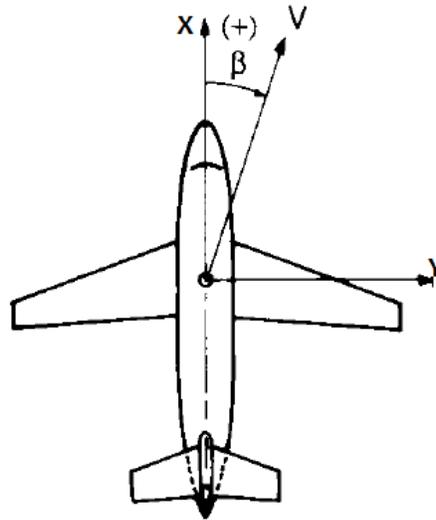
$$\text{Margen estático} = 0.16 = 16\%$$

La experiencia a lo largo de la evolución de la aviación ha demostrado que para tener cualidades de manejo adecuadas para pilotos humanos, un margen estático de al menos 5% se debe mantener [12], y ya que éste depende de la posición del centro de gravedad, esto pone límites a la forma como se debe cargar una aeronave.

### 4.3 Estabilidad Estática Direccional

La estabilidad direccional hace referencia a la capacidad de estabilizarse o no de la aeronave alrededor del eje Z. Al igual que en el plano longitudinal, se desea que el aparato genere momentos compensadores que lo retornen a una condición de equilibrio después de una perturbación.

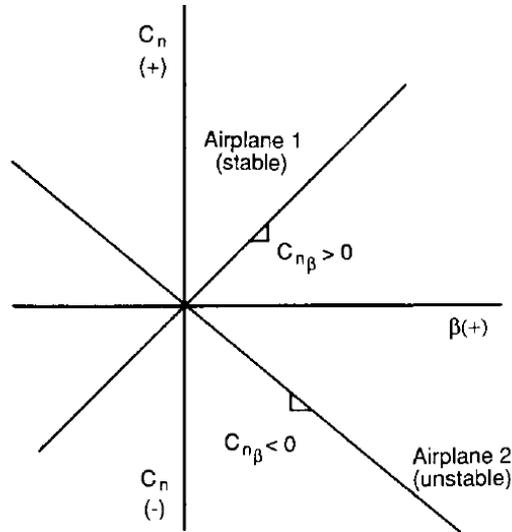
En el plano lateral se define el ángulo que forma la línea del fuselaje con el viento relativo como Ángulo de Deslizamiento ( $\beta$ ), el cual puede verse como el equivalente al ángulo de ataque ( $\alpha$ ) en el plano longitudinal:



**Figura 25.** Definición de ángulo de deslizamiento (Tomado de [11])

Una aeronave se dice estar en condición de equilibrio cuando el ángulo de deslizamiento es cero, por lo que se busca siempre que la línea del fuselaje apunte en la dirección del viento relativo. De acuerdo a la convención empleada comúnmente para definir  $\beta$  (Figura 25) se observa que aumentos de éste requiere momentos alrededor del eje Z positivos y disminución del ángulo de deslizamiento e incluso  $\beta$  negativo requiere momentos negativos, por lo que se observa una relación directa entre el coeficiente de momento alrededor de Z ( $C_n$ ) y  $\beta$  que define la condición de equilibrio.

Dicha condición se ilustra por medio de la siguiente Figura:



**Figura 26.** Condición de estabilidad estática direccional (Tomado de [11])

En base a lo expuesto anteriormente y la Figura 26 se observa que la condición para la estabilidad direccional puede expresarse matemáticamente como:

$$\frac{\partial C_n}{\partial \beta} = C_{n\beta} > 0 \quad (36)$$

#### 4.3.1 Contribución de los principales elementos a la Estabilidad Estática Direccional

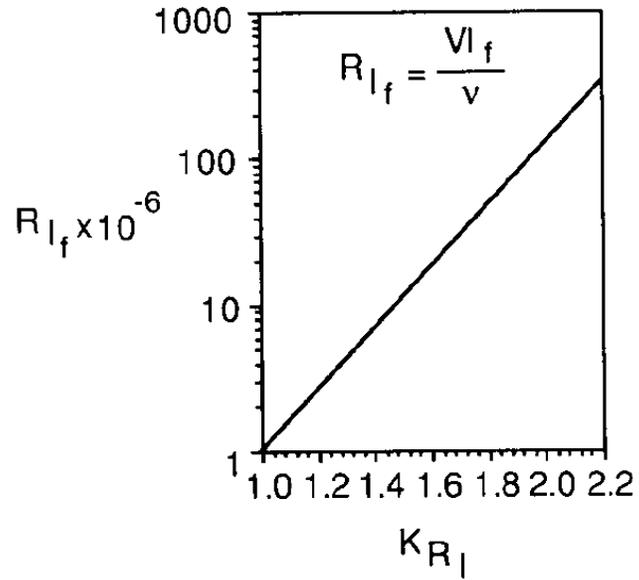
##### 4.3.1.1 Contribución conjunto Ala-Fuselaje

El efecto del ala sobre la estabilidad lateral direccional de la aeronave por lo general es pequeño en comparación a la contribución del fuselaje; esto es válido en vuelo a ángulos de ataque relativamente pequeños. La contribución del conjunto Ala-Fuselaje puede estimarse mediante la siguiente expresión empírica [11]:

$$C_{n\beta, wf} = -K_{RL} \cdot K_n \cdot \frac{S_{fs} \cdot l_f}{S \cdot b} \quad [deg^{-1}] \quad (37)$$

Siendo:

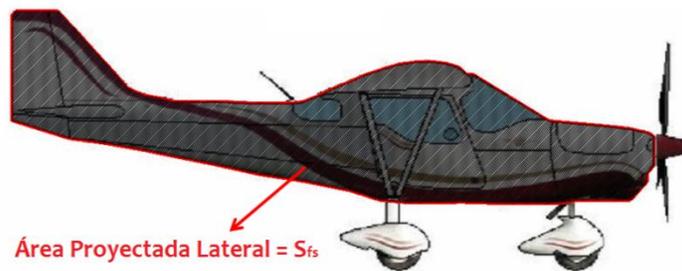
$K_{RL}$  = Factor de corrección empírico, el cual es función del número de Reynolds del fuselaje. Su valor se obtiene de la Figura 27:



**Figura 27.** Factor de corrección de número de Reynolds (Tomado de [11])

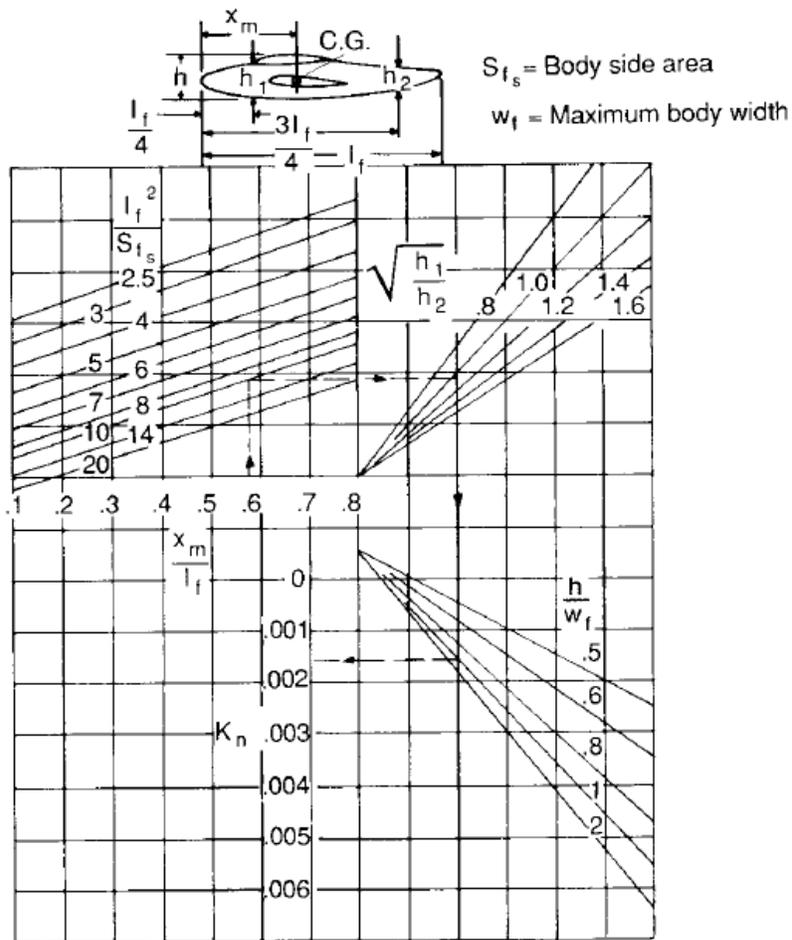
Para un  $R_{l_f} = 20.5 \times 10^6$ ;  $K_{R_l} = 1.6$ .

$S_{fs}$  = Área proyectada lateral del fuselaje (Figura 28). Aproximadamente igual a  $5.22 \text{ m}^2$  de acuerdo a las dimensiones suministradas.



**Figura 28.** Definición de  $S_{fs}$

$K_n$  = Factor empírico de interferencia Ala-Fuselaje; éste depende de la geometría del fuselaje y se estima con ayuda de la Figura 29:



**Figura 29.** Factor de interferencia Ala-Fuselaje (Tomado de [11])

Definiendo para la nomenclatura particular de la Figura 29:

$$h_1 = 0.924 [m] ;$$

$$h_2 = 0.526 [m] ;$$

$$X_m = 1.85 [m] \text{ (Tabla 1);}$$

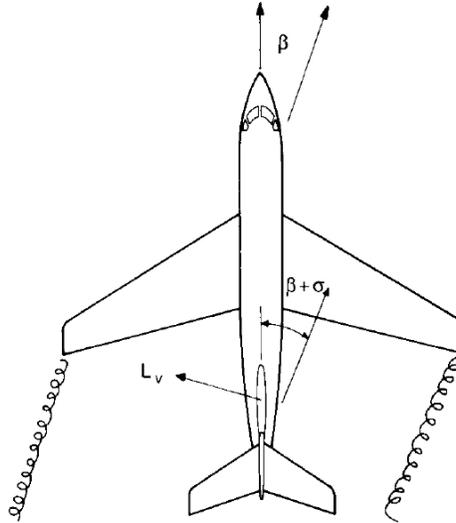
$$w_f = 1.17 [m] \text{ (Figura 2 y Tabla 1);}$$

Además, con las dimensiones antes calculadas y suministradas se obtiene:

$$C_{n_{\beta, w_f}} = -6.839 \cdot 10^{-4} [deg^{-1}] = -0.0391 [Rad^{-1}]$$

#### 4.3.1.2 Contribución del Estabilizador Vertical

El mecanismo por el cual la cola vertical brinda estabilidad direccional se puede explicar con ayuda de la Figura 30:



**Figura 30.** Contribución de la cola vertical a la estabilidad direccional (Tomado de [11])

Cuando la aeronave vuela con un ángulo de deslizamiento  $\beta$ , éste corresponderá al ángulo de incidencia del estabilizador vertical y ya que éste último se comporta como un ala generará una fuerza de sustentación  $L_v$  rotando la aeronave alrededor de su centro de gravedad buscando el equilibrio.

El ángulo de incidencia actual que siente la cola vertical en realidad es un poco mayor a  $\beta$ , ésta diferencia se conoce como *Ángulo de Sidewash* ( $\sigma$ ) y es análogo al ángulo de downwash para la cola horizontal. El sidewash es causado principalmente por la distorsión del flujo corriente abajo debido a los vórtices del ala y la presencia del fuselaje (Figura 30).

El momento causado por la fuerza aerodinámica sobre el estabilizador vertical alrededor del centro de gravedad puede adimensionalizarse en forma de coeficiente y derivarse con respecto a  $\beta$  para obtener la contribución del mismo a la estabilidad direccional de la aeronave; la expresión derivada en [11] es:

$$C_{n_{\beta,v}} = V_v \cdot C_{L_{\alpha,v}} \cdot \eta_v \cdot \left(1 + \frac{\partial \sigma}{\partial \beta}\right) \quad (38)$$

Definiéndose de manera semejante al estabilizador horizontal:

$$V_v = \frac{l_v \cdot S_v}{S \cdot \bar{c}} = \text{Proporción de volumen de cola vertical.}$$

$\eta_v$  = Eficiencia de cola vertical ( $0.8 < \eta_v < 1.2$ )

$\frac{\partial \sigma}{\partial \beta}$  = Gradiente de Sidewash

Una expresión algebraica simple para estimar la contribución combinada del *sidewash* y la eficiencia de cola vertical está dada por el *U.S.A.F DATCOM* [2]:

$$\eta_v \cdot \left( 1 + \frac{\partial \sigma}{\partial \beta} \right) = 0.724 + 3.06 \cdot \frac{\left( \frac{S_v}{S} \right)}{1 + \cos(\Lambda_{c/4})} + 0.4 \cdot \frac{z_w}{d_f} + 0.009 \cdot AR \quad (39)$$

Evaluando ( 38 ) y ( 39 ) para la aeronave en análisis se obtiene:

$$C_{n_{\beta,v}} = 1.352 \text{ [Rad}^{-1}\text{]}$$

Finalmente, la característica de estabilidad direccional total de la aeronave es simplemente la suma de las contribuciones de cada elemento:

$$C_{n_{\beta}} = C_{n_{\beta,wf}} + C_{n_{\beta,v}} \quad (40)$$

Obteniéndose:

$$C_{n_{\beta}} = 1.313 \text{ [Rad}^{-1}\text{]}$$

Comparando el anterior resultado con la condición dada por ( 36 ) se encuentra que la MXP 1000 es estable direccionalmente.

## 5 ANÁLISIS ESTRUCTURAL

### 5.1 Factor de carga

En condiciones de vuelo o aterrizaje en los cuales la aeronave se acelera, cada parte de la misma estará sometida a fuerzas inerciales proporcionales a su propio peso. Para efectos de análisis es conveniente combinar éstas fuerzas inerciales con la gravedad multiplicando el peso de cada parte por un factor  $n$ , conocido como Factor de Carga. Este número expresa la condición de maniobrabilidad de una aeronave como un múltiplo de la aceleración de la gravedad [13], en otras palabras, brinda información de las fuerzas inerciales que actúan sobre el aparato en una dada condición de vuelo en términos de  $g$ 's; de ésta manera una aeronave en una dada maniobra experimentará fuerzas inerciales equivalentes al factor de carga multiplicado por su peso ( $n \cdot W$ ).

El concepto de factor de carga es útil ya que el análisis de condiciones dinámicas en movimiento acelerado se puede realizar estableciendo diagramas de cuerpo libre y ecuaciones de equilibrio estático en donde las fuerzas se equilibran con las fuerzas inerciales:

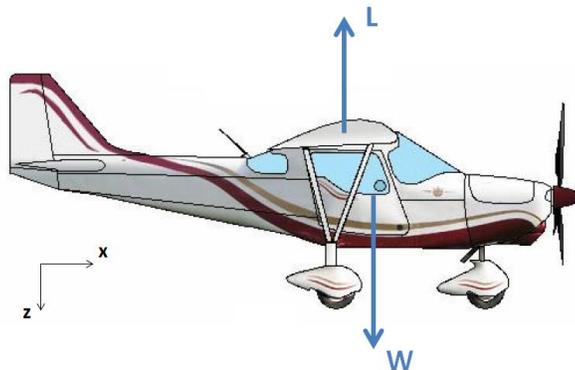
$$\text{Peso} + \text{Fuerzas Inerciales} = (\text{Factor de Carga}) \cdot (\text{Peso}) \quad (41)$$

En términos matemáticos y teniendo en cuenta la segunda Ley de Newton para definir las fuerzas inerciales, ( 41 ) puede escribirse como:

$$W_i + m \cdot a_i = n_i \cdot W \quad (42)$$

Donde los términos  $W_i$ ,  $a_i$  y  $n_i$  hacen referencia a las componentes del peso, la aceleración y el factor de carga en una dada dirección  $i$ , ya que éste último al igual que una fuerza puede descomponerse en distintas orientaciones [14].

En el caso particular de vuelo simétrico, las únicas fuerzas que actúan de manera normal al eje longitudinal de la aeronave son la sustentación y el peso, como se muestra en la Figura 31:



**Figura 31.** Fuerzas normales al eje longitudinal de la aeronave en vuelo simétrico

Aplicando la Segunda Ley de Newton en la dirección Z:

$$L - W = m \cdot a_z \quad (43)$$

Reemplazando la fuerza inercial  $m \cdot a_z$  en ( 42 ):

$$W + L - W = n_z \cdot W \quad (44)$$

Por lo que el factor de carga estaría dado como:

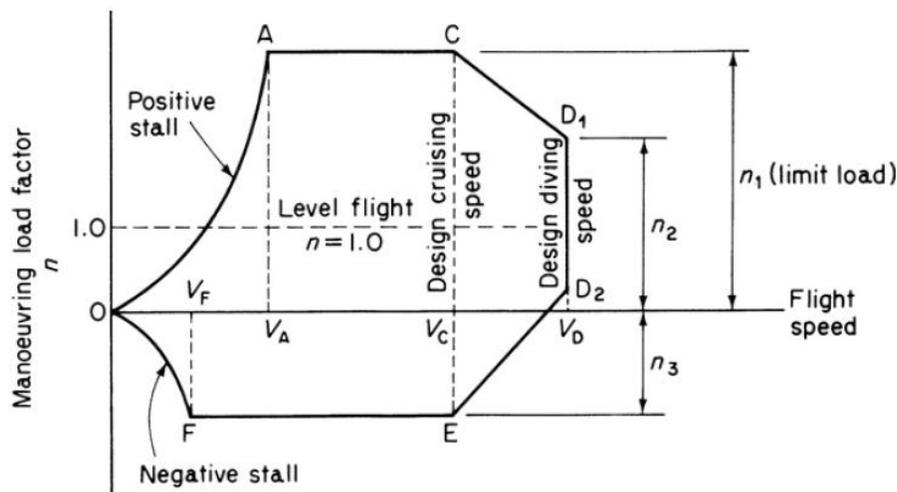
$$n_z = \frac{L}{W} \quad (45)$$

La ecuación ( 45 ) representa de manera general la definición de factor de carga y es la encontrada en la norma europea de certificación<sup>3</sup>, por lo que ésta expresión es la empleada para el análisis de la aeronave en cuestión.

Factores de carga muy altos indican condiciones de maniobra aceleradas que imparten en la estructura cargas dinámicas considerables, de lo anterior la necesidad de definir límites para los factores de carga en función de la velocidad de maniobras que realice la aeronave, dichos límites son establecidos en lo que se conoce como Envoltente de Vuelo o Diagrama V-n.

## 5.2 Diagrama V-n

El diagrama V-n es una gráfica del factor de carga en función de la velocidad que describe las limitaciones estructurales para una aeronave en particular:



**Figura 32.** Diagrama V-n genérico (Tomado de [13])

<sup>3</sup> CS - VLA. Subpart C, CS-VLA 321(a)

De la Figura 32 y de acuerdo a la normativa europea, se definen los siguientes términos:

$V_F$  ,  $V_A$  = Velocidades de pérdida a ángulos de ataque positivos y negativos, respectivamente; calculadas como:

$$V_{F,A} = \sqrt{\frac{2 \cdot n_{3,1}}{\rho \cdot S \cdot C_{Lmín,max}}} \quad (46)$$

$V_C$  = Velocidad crucero de diseño. No puede ser menor a  $2.4 \cdot \sqrt[2]{W/S}$  [m/s].

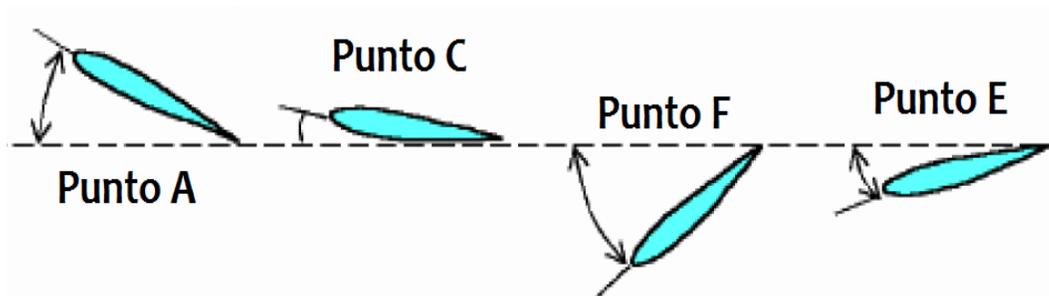
$V_D$  = Velocidad de picada de diseño. No puede ser menor a  $1.25 \cdot V_C$ .

$n_1$  ,  $n_2$  = Máximos factores de carga positivos a velocidad crucero y de picada, respectivamente. No pueden ser menores a 3.8.

$n_3$  = Máximo factor de carga negativo. No puede ser menor a -1.5.

Una aeronave puede estar sujeta a una amplia variedad de condiciones de carga en vuelo. El piloto puede desarrollar un sinnúmero de maniobras posibles y cada una de ellas a diferentes velocidades y altitudes; adicionalmente, las cargas se pueden aumentar debido al movimiento del aire o turbulencias. Es imposible entonces estudiar cada una de las posibles situaciones a las que se pueda someter la aeronave, por lo que es necesario seleccionar algunas.

El Diagrama V-n abarca las posibles condiciones de vuelo más críticas a las que se encontraría una aeronave en maniobras, dichas condiciones corresponden a las esquinas más externas del diagrama, puntos A,C,F y E:



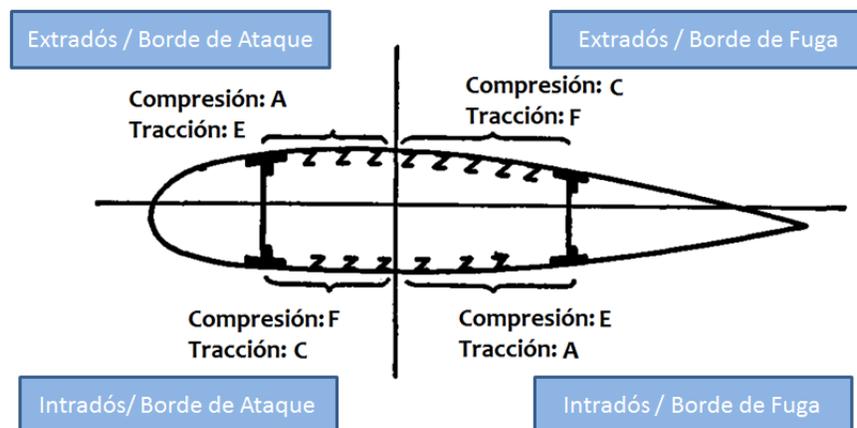
**Figura 33.** Puntos de maniobra críticos del Diagrama V-n (Tomado de [15])

Las características de cada condición de vuelo crítica se explican mediante la siguiente tabla:

**Tabla 9.** Características puntos críticos Diagrama V-n

Punto	Características
A	Vuelo a máximo ángulo de ataque positivo.
C	Condición de ángulo de ataque mínimo necesario para sustentar el vuelo a máxima velocidad y factor de carga positivo.
F	Condición de máximo ángulo de ataque negativo, se presenta en vuelo invertido o ráfagas de viento descendentes.
E	Vuelo a bajo ángulo de ataque negativo a máxima velocidad.

En cada punto del Diagrama V-n el ala en una dada sección se verá sometida a diferentes tipos de esfuerzos, de ésta manera cada condición de vuelo debe ser estudiada:



**Figura 34.** Esfuerzos en las diferentes secciones del ala para cada condición crítica

El diagrama de la Figura 32 considera solo las cargas resultantes de maniobra en vuelo simétrico, por lo que se le da un nombre más específico como *Diagrama V-n de Maniobras*. Pese a ser de gran utilidad éste no lleva en cuenta otro tipo de cargas a las que está sometida una aeronave en vuelo como lo son las ráfagas de viento, las cuales son movimiento de aire turbulento que al igual que el Downwash, causa cambios en el ángulo de incidencia del ala, sometiendo a la aeronave de esa manera a cambios abruptos en la fuerza de sustentación, lo que resulta en aceleraciones y aumentos de los factores de carga.

En ausencia de herramientas de análisis más sofisticadas, la normativa europea<sup>4</sup> sugiere calcular el factor de carga debido a ráfagas de viento como:

<sup>4</sup> CS-VLA. Subpart C, CS-VLA 341.

$$n = 1 + \frac{\frac{1}{2} \cdot \rho_o \cdot V \cdot C_{L\alpha,w} \cdot K_g \cdot U_{de}}{(W/S)} \quad (47)$$

Siendo:

$\rho_o$  = Densidad del aire al nivel del mar.

$C_{L\alpha,w}$  = Pendiente de sustentación del ala.

$K_g = \frac{0.88 \cdot \mu_g}{5.3 + \mu_g}$  = Factor de alivio de ráfaga.

$\mu_g = \frac{2 \cdot (W/S)}{\rho \cdot \bar{c} \cdot C_{L\alpha,w} \cdot g}$  = Razón de masa de la aeronave.

$\rho$  = Densidad del aire.

W = Peso de diseño de la aeronave.

S = Superficie alar.

g = aceleración de la gravedad.

V = Velocidad equivalente de la aeronave.

$U_{de}$  = Velocidad de la ráfaga de viento; está dada por norma y debe asumirse ráfagas ascendentes y descendentes de 15.24 m/s volando a una velocidad de  $V_C$  y de 7.62 m/s volando a una velocidad de  $V_D$ .<sup>5</sup>

Al graficar la ecuación ( 47 ) para cada  $U_{de}$  dados por norma y sus correspondientes velocidades, se obtiene lo que se conoce como *Diagrama V-n de Ráfaga*:

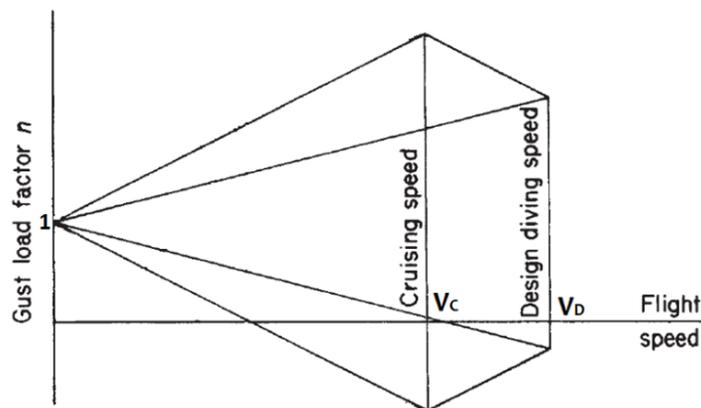
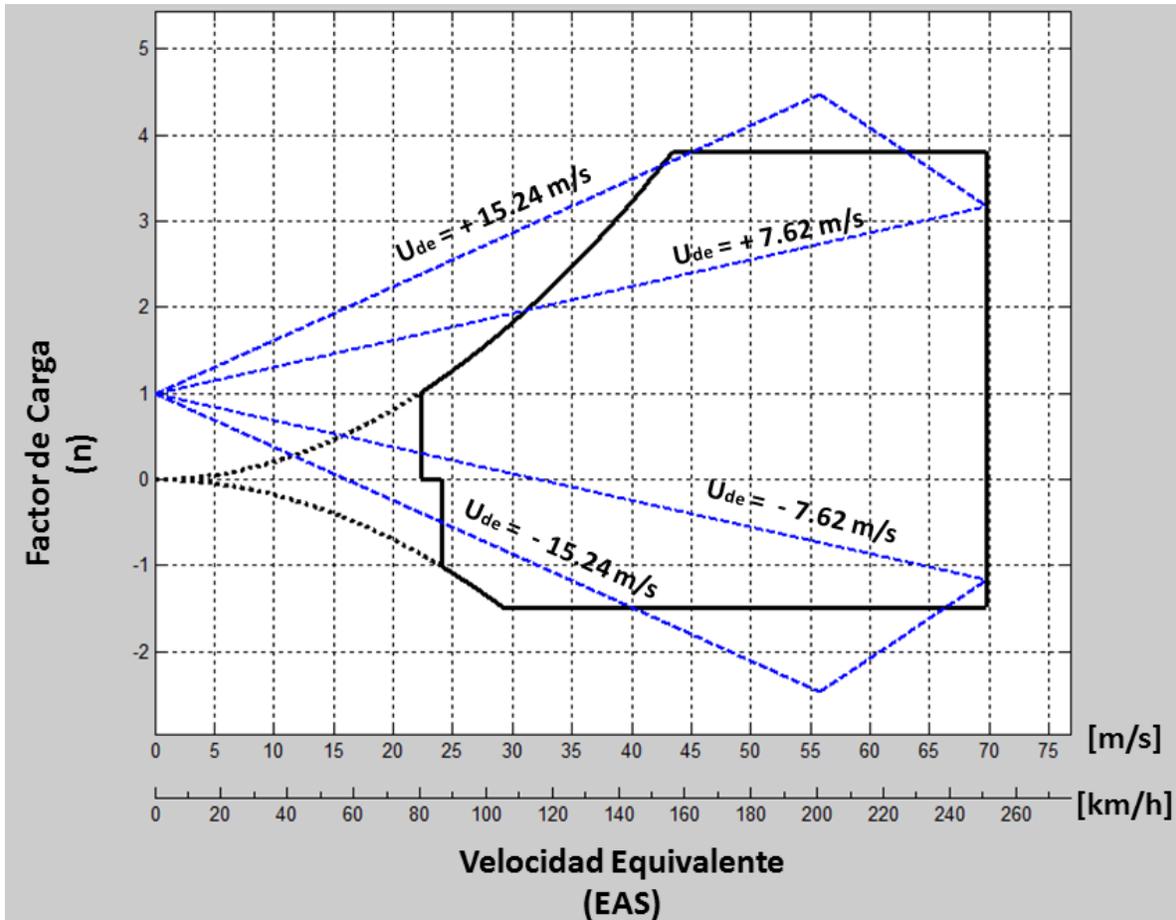


Figura 35. Diagrama V-n de Ráfaga genérico (Adaptado de [13])

<sup>5</sup> CS-VLA. Subpart C, CS-VLA 333 (c)

Para la aeronave MXP 1000 se escribe un código en Matlab que realiza los cálculos y grafica el Diagrama V-n de acuerdo a la norma. Los resultados obtenidos para un peso  $W = 600$  kgf, correspondientes al peso bruto máximo de operación según el fabricante son presentados:



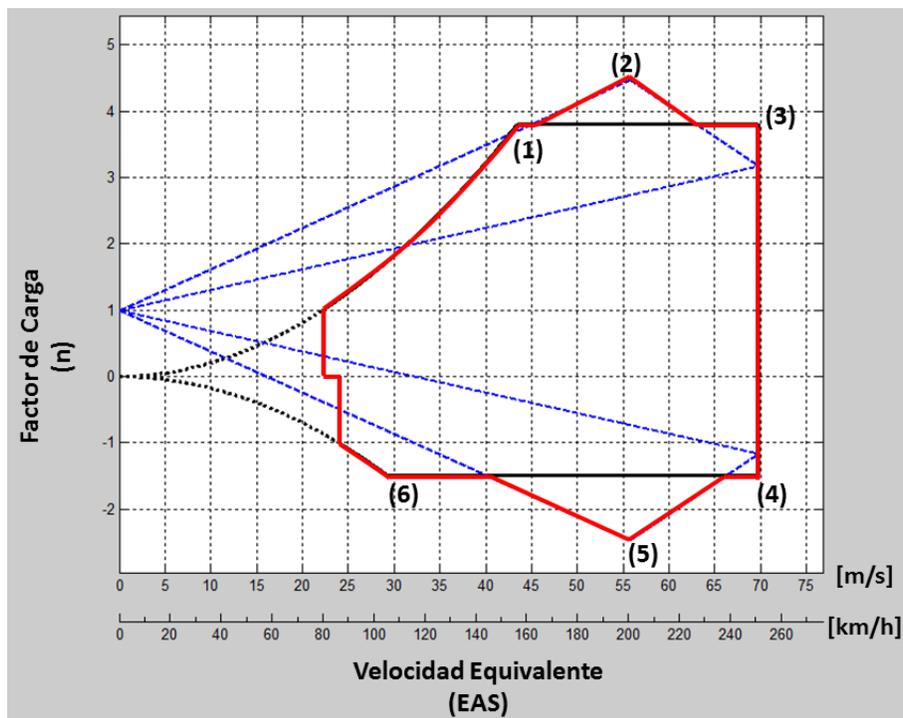
**Figura 36.** Diagrama V-n de ráfaga y maniobras de la MXP 1000 con peso de 600 kgf.

**Tabla 10.** Resultados principales velocidades del Diagrama V-n

	Velocidad [m/s]
$V_A$	43.47
$V_C$	55.83
$V_D$	69.79
$V_F$	29.45

### 5.3 Condiciones de vuelo a analizar

La envolvente de vuelo combinada de maniobras y ráfagas define 6 puntos principales a analizar:

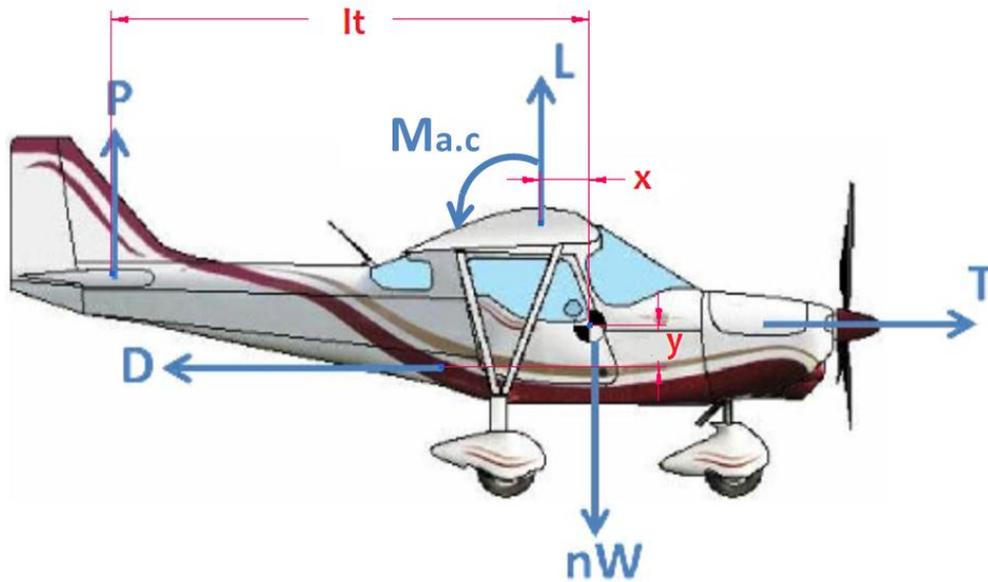


**Figura 37.** Condiciones de vuelo críticas para la aeronave MXP 1000.

Cada una de las condiciones indicadas en la Figura 37 representa un caso de vuelo diferente con su respectivo factor de carga y velocidad particular.

#### 5.4 Determinación de Cargas Aerodinámicas

La cargas generales a las que estará sometida la aeronave para una condición general de maniobras se ilustra mediante la Figura 38:



*Figura 38. Cargas actuantes sobre la aeronave.*

De acuerdo a la anterior figura, el equilibrio vertical implica que:

$$L + P = n \cdot W \quad (48)$$

Y los momentos alrededor del centro de gravedad<sup>6</sup>:

$$M_{a.c} - L \cdot x - D \cdot y - P \cdot l_t = 0 \quad (49)$$

El término  $M_{a.c} - L \cdot x - D \cdot y$  es equivalente al momento total alrededor del centro de gravedad  $M_{cg}$  sin tener en cuenta la cola [13], por lo que la ecuación (49) puede reescribirse como:

$$M_{cg} - P \cdot l_t = 0 \quad (50)$$

<sup>6</sup> Por la forma como está distribuida estructuralmente la aeronave se considera razonable asumir que la línea de acción del empuje generado por el motor pasa muy cerca al centro de gravedad por lo que el momento que genera alrededor del mismo es despreciable.

Para una condición de peso, velocidad, altitud y factor de carga, las ecuaciones ( 48 ) y ( 50 ) pueden resolverse para obtener las cargas aerodinámicas en el ala y la cola respectivamente. Sin embargo, otros parámetros como el momento  $M_{cg}$  dependen del ángulo de ataque  $\alpha$ , el cual a la vez es función de la sustentación  $L$ , por lo que la manera más conveniente de resolverlas es por medio de un método de sucesivas aproximaciones.

El método empleado para el análisis se explica:

1) Como primera aproximación se asume que la carga en la cola  $P$  es pequeña comparada con la sustentación  $L$ . Por lo que:

$$L = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot C_L \approx n \cdot W \quad (51)$$

Obteniendo de ésta manera  $C_L$ , con lo cual por medio de la curva  $C_L$  vs  $\alpha$  deducida en el análisis aerodinámico, se calcula el ángulo de ataque.

2) Conocido el ángulo de ataque, se calcula el momento alrededor del centro de gravedad como:

$$M_{cg} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot \bar{c} \cdot C_{m_{c.g., Tailless}} \quad (52)$$

Donde la expresión para  $C_{m_{c.g., Tailless}}$  como función del ángulo de ataque se dedujo en el análisis de estabilidad.

3) Se calcula  $P$  por medio de la ecuación ( 50 ).

4) Como segunda aproximación se recalcula la sustentación con la ecuación ( 48 ) y se repite el procedimiento hasta que la variación del resultado sea mínima.

Además de lo anterior, con el resultado final para  $C_L$  se obtiene también el coeficiente de arrastre con ayuda de la polar de arrastre y por ende ésta fuerza:

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot C_D \quad (53)$$

Los requerimientos estructurales están dados siempre en términos de cargas últimas (*ultimate loads*), las cuales las definen como las cargas máximas esperadas durante el vuelo multiplicadas por un factor de seguridad establecido<sup>7</sup>. En el caso de la normativa europea, el factor de seguridad a emplear debe ser de 1.5.

---

<sup>7</sup> CS-VLA. Subpart C, CS-VLA 301(a)

Lo anterior significa que para el análisis los factores de carga deben multiplicarse por 1.5 previo a los cálculos.

Los resultados obtenidos asumiendo condiciones atmosféricas al nivel del mar y peso de 600 kgf para cada una de las condiciones de vuelo ilustradas en la Figura 37 son presentados:

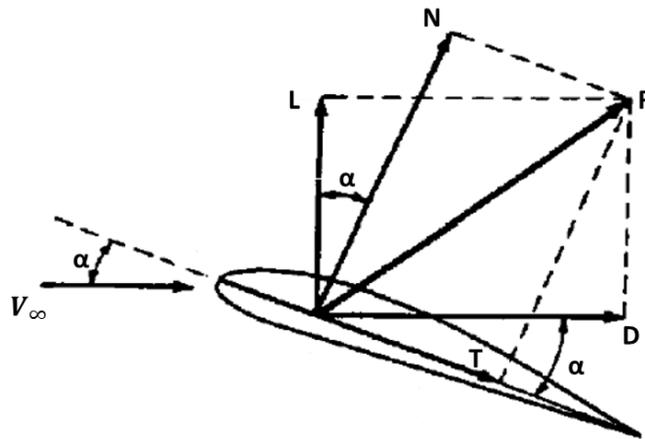
**Tabla 11.** Resultados de cargas para las diferentes condiciones de vuelo de la aeronave MXP 1000

Condición de Vuelo	Velocidad [m/s]	Factor de Carga	Sustentación [N]	Arrastre <sup>8</sup> [N]	Carga en la cola [N]	Ángulo de ataque [°]
(1)	43.47	3.80	32676	3383.4	874.2	20.3
(2)	55.83	4.46	38655	3075.5	722.4	13.2
(3)	69.79	3.80	33683	1949.1	-132.41	5.03
(4)	69.79	-1.50	-11002	797.5	-2241.6	-8.5
(5)	55.83	-2.46	-19688	1110.6	-2031.5	-14.5
(6)	29.45	-1.50	-12354	1091.4	-889.78	-26.3

De la Tabla 11 se observa que la condición más crítica de vuelo es la número (2), para la cual los valores de sustentación, arrastre y ángulo de incidencia son  $L = 38655 \text{ N}$ ,  $D = 3075.5 \text{ N}$  y  $\alpha = 13.2^\circ$ , respectivamente.

### 5.5 Fuerza Normal y Transversal al ala y Momento Torsor

En el análisis estructural del ala ésta se trata como una viga por lo que las fuerzas importantes sobre ésta son la normal (N) y transversal (T) a la línea de la cuerda:



**Figura 39.** Descomposición de las fuerzas aerodinámicas sobre el ala. (Tomado de [15])

<sup>8</sup> Aunque la fuerza de arrastre es generada por la aeronave completa, para efectos de análisis se asume que actúa sólo en el ala. Ésta suposición se justifica en el hecho de que de acuerdo al arrastre parasito calculado, el ala contribuye con más de la mitad del arrastre total.

Con ayuda de la Figura 39 se puede demostrar que la descomposición de la fuerza aerodinámica Total (R) en componentes normal y transversal están dadas por:

$$N = L \cdot \cos(\alpha) + D \cdot \sin(\alpha) \quad (54)$$

$$T = D \cdot \cos(\alpha) - L \cdot \sin(\alpha) \quad (55)$$

Por otra parte, el momento torsor total generado por el ala alrededor de su centro aerodinámico es función del coeficiente de momento:

$$M = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot \bar{c} \cdot C_{M,ac} \quad (56)$$

Los resultados para el caso particular de la condición (2) son:

$$N = 38336 \text{ [N]}$$

$$T = -5832.7 \text{ [N]}$$

$$M = -2994.6 \text{ N.m}$$

El signo negativo en la fuerza transversal indica que ésta apunta hacia delante del ala, lo cual se explica por el hecho de ser una condición con un alto ángulo de ataque; y en el momento torsor indica que el momento que genera el ala tiende a bajar la nariz de la aeronave.

## 5.6 Materiales

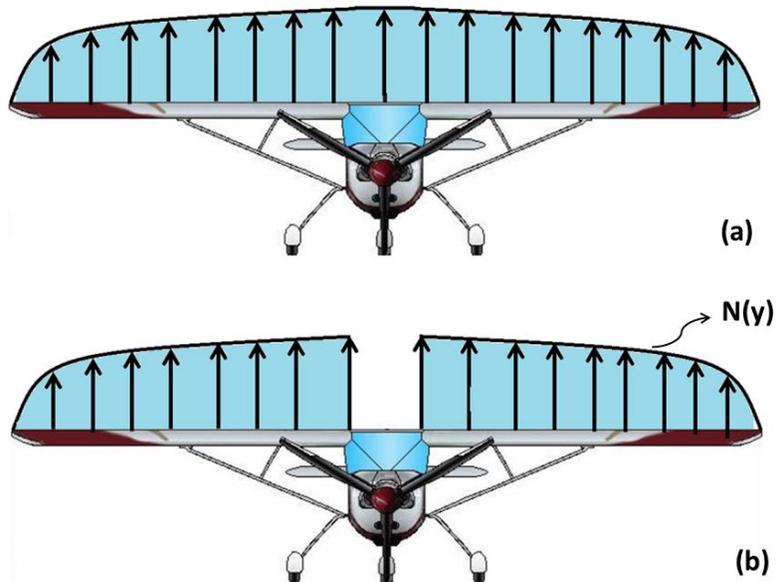
Las principales propiedades mecánicas de los materiales encontrados en el ala son:

**Tabla 12.** Propiedades Mecánicas materiales empleados en el ala. (Ref. [16])

Material	$\sigma_{ult}$ [MPa]	$\tau_{ult}$ [MPa]	Aplicación
Aluminio 6061-T6	289.6	186.2	Piel, vigas principal y secundaria.
Acero 4130	655	393	Struts.

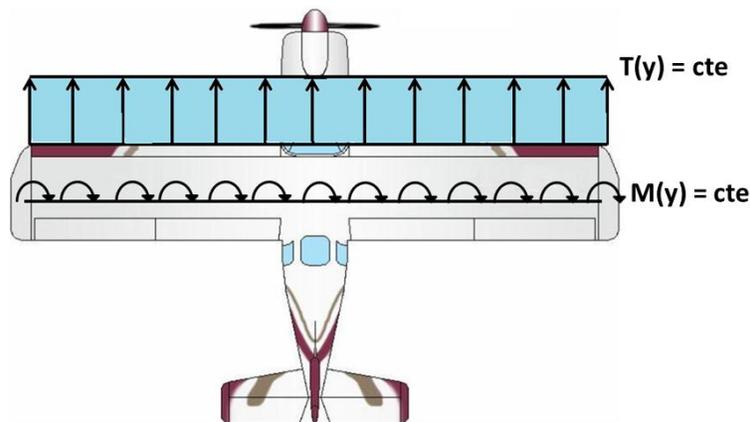
## 5.7 Fuerzas a lo largo de la Envergadura

La fuerza normal calculada anteriormente se obtiene teniendo en cuenta toda la superficie del ala, lo cual generaría una distribución de fuerzas completa de punta a punta (Figura 40 (a)). En realidad esto no es cierto ya que la parte del ala incrustada en el fuselaje no genera sustentación, por lo que la cantidad total de la carga normal debe ser soportada por lo que resta de la misma (Figura 40 (b)). Ésta filosofía de análisis no sólo es más aproximada a la realidad sino también más conservadora, por lo que es la empleada para éste trabajo.



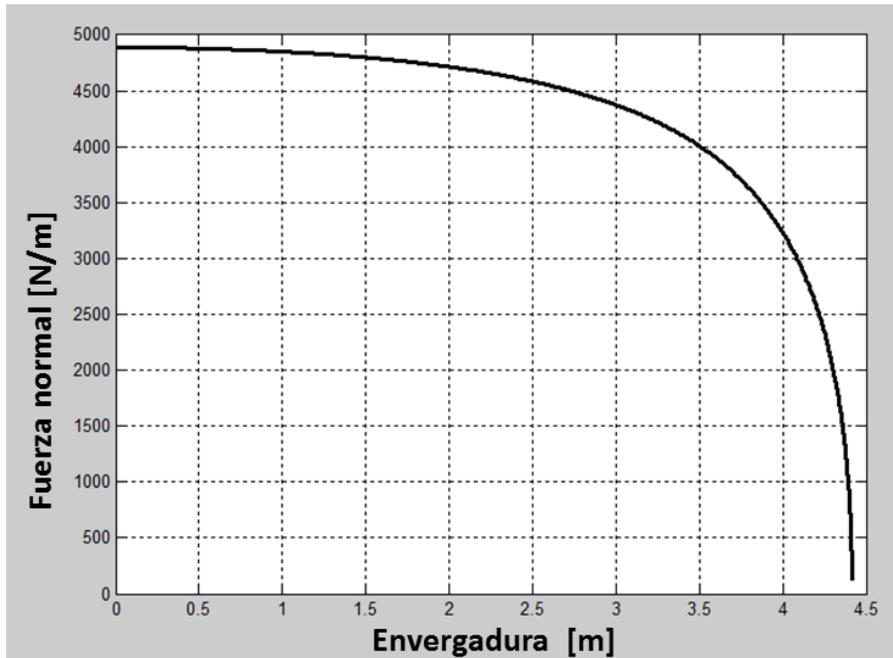
**Figura 40.** Distribución fuerza de sustentación. (a) Distribución Teórica. (b) Distribución Real

Por otra parte, con lo que respecta a la fuerza transversal y el momento torsor, se asume una distribución constante a lo largo de la envergadura:

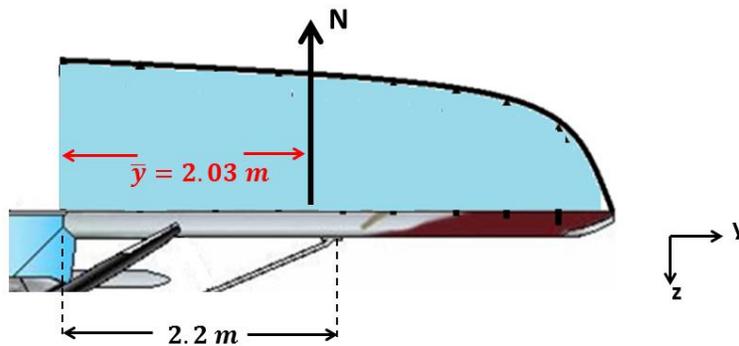


**Figura 41.** Distribución fuerza transversal y momento torsor del ala

Con la teoría de la línea de sustentación se obtiene la distribución de fuerza normal  $N(y)$  y por medio de integración numérica el centroide que sería el punto de aplicación:



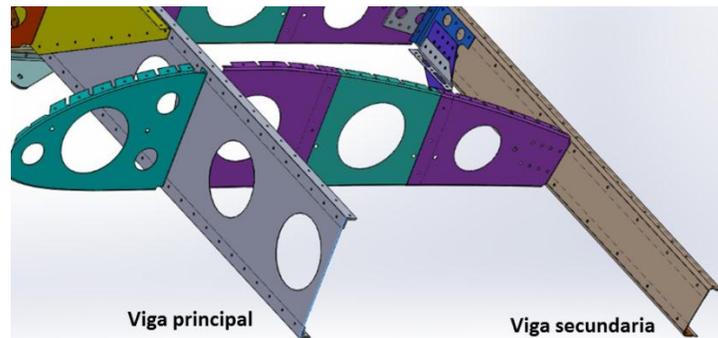
**Figura 42.** Distribución de Fuerza Normal a lo largo del ala de la MXP 1000.



**Figura 43.** Punto de aplicación fuerza normal sobre el ala.

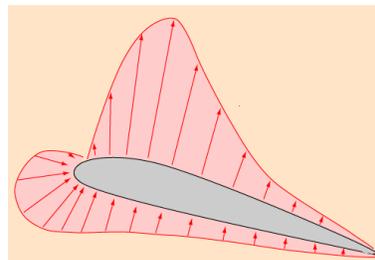
Como se ilustra en la Figura 43, el punto de aplicación de  $N$  es muy cercano al punto de anclaje del strut (diferencia del 8%) por lo que por simplicidad se asume que tanto  $N$  como  $T$  actúan directamente sobre el mismo. Con ésta suposición se está siendo conservador, ya que se asume que la fuerza total actúa directamente sobre el punto de anclaje del strut, por lo que se trabaja con una condición crítica.

Estructuralmente el ala se conforma de las costillas, una viga principal y una secundaria (Figura 44):



**Figura 44.** Detalle estructura del ala (Imagen suministrada por Aeroandina)

Como práctica común se acostumbra suponer que la viga principal soporta 75% de las cargas aerodinámicas y el restante 25% actúa sobre la secundaria [15]. Nuevamente, asumiendo esto se busca ser estricto con la integridad física que deben tener las vigas, ya que al asumir una distribución de fuerzas 75-25 se ignora la contribución de las costillas a la resistencia a dichas fuerzas, con lo cual, de nuevo se trabaja en una condición crítica donde sólo las vigas deben soportar sustentación. Dicha suposición se basa en la distribución de presiones alrededor de un perfil aerodinámico:

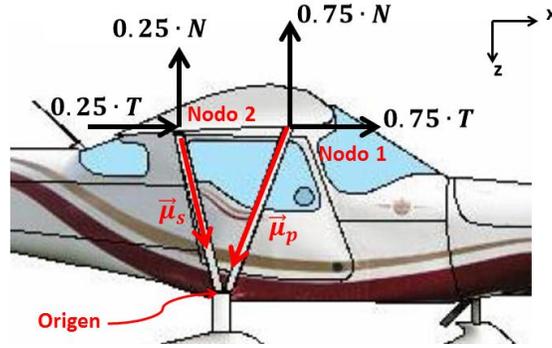


**Figura 45.** Distribución de presiones sobre un perfil aerodinámico (Tomado de [17])

Como se observa en la Figura 45, la mayor parte de la presión se concentra en la mitad delantera del perfil, lo cual corresponde justamente a la posición de la viga principal.

## 5.8 Reacción de los Strut

Cada punto de anclaje se trabaja como un nodo sobre el cual actúan concentradas las fuerzas Normal y transversal, además de las generadas por los struts, asumiéndose que los mismos son elementos de dos fuerzas, es decir, sólo pueden estar sometidos a tracción o compresión.



**Figura 46.** Diagramas de cuerpo libre para los puntos de anclaje, strut principal y secundario.

Para cada nodo se evalúan ecuaciones de equilibrio estático en el plano x-z, obteniéndose una fuerza equivalente de reacción en cada uno:

$$\vec{F}_{Nodo_1} = -4374.5 \hat{i} + 28752 \hat{k} [N]$$

$$\vec{F}_{Nodo_2} = -1458.2 \hat{i} + 9584 \hat{k} [N]$$

Dichas reacciones son proyectadas en la dirección de los vectores unitarios  $\vec{\mu}_p$  y  $\vec{\mu}_s$ , los cuales están orientados en la misma posición de los struts principal y secundario respectivamente<sup>9</sup>. De ésta forma se obtiene la fuerza neta axial:

$$\vec{F}_{Nodo_1} \cdot \vec{\mu}_p = 19606 [N] = \text{Fuerza axial en el strut delantero}$$

$$\vec{F}_{Nodo_2} \cdot \vec{\mu}_s = 6213 [N] = \text{Fuerza axial en el strut trasero}$$

De acuerdo al fabricante, los struts están fabricados de acero 4130N de 1 1/8" x 0.035", con lo cual tendrán un área transversal efectiva de  $A_{strut} = 77.4 \text{ mm}^2$ . De ésta manera el esfuerzo máximo al que estarían sometidos es:

$$\sigma_{\max\_strut} = \frac{F_{axial}}{A_{strut}} = 253.3 [MPa]$$

Resultando en un factor de seguridad a tracción para el strut de **2.6**.

## 5.9 Diagramas de Esfuerzos cortante y momento flector

Con base en la distribución de fuerza normal de la Figura 42 y las relaciones entre carga, cortante ( $V_\tau$ ) y momento flector ( $M_f$ ):

<sup>9</sup> Las dimensiones generales de la aeronave dictan que los vectores unitarios son:

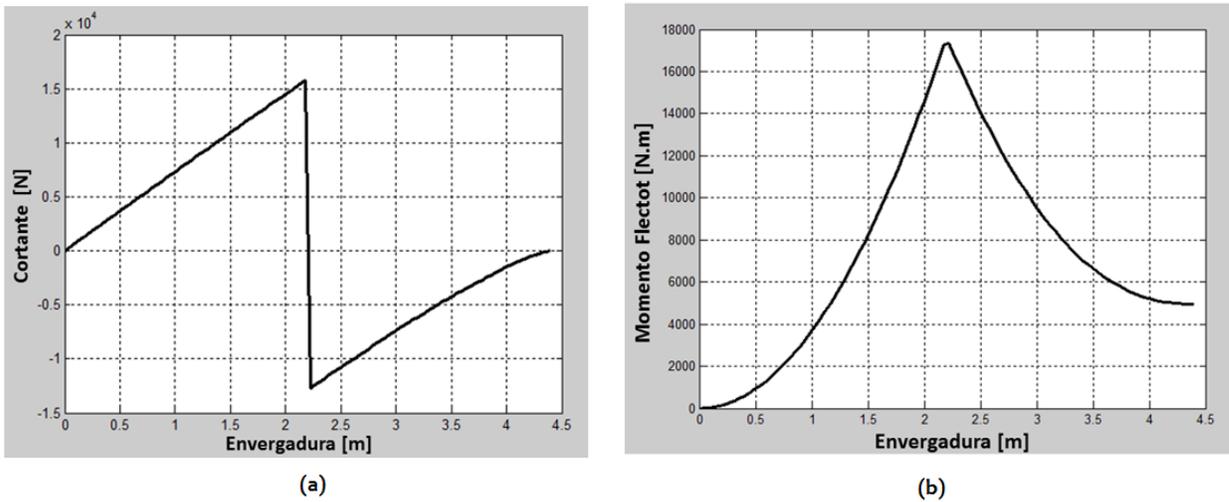
$$\vec{\mu}_p = -0.111 \hat{i} + 0.739 \hat{j} + 0.665 \hat{k}$$

$$\vec{\mu}_s = 0.111 \hat{i} + 0.739 \hat{j} + 0.665 \hat{k}$$

$$\frac{dV_{\tau}(y)}{dy} = -N(y) \quad (57)$$

$$\frac{dM_f(y)}{dy} = V_{\tau}(y) \quad (58)$$

Además, teniendo en cuenta las reacciones en el strut, se integra numéricamente obteniéndose los diagramas de fuerza cortante y momento flector de la viga principal:



**Figura 47.** (a) Diagrama de Fuerza Cortante. (b) Diagrama de momento flector.

Las anteriores curvas pueden escalarse para la viga secundaria multiplicándose por un factor que lleve en cuenta que ésta soporta el 25% de la carga total. Los valores máximos encontrados son presentados:

**Tabla 13.** Fuerza cortante y momento flector máximos sobre vigas principal y secundaria

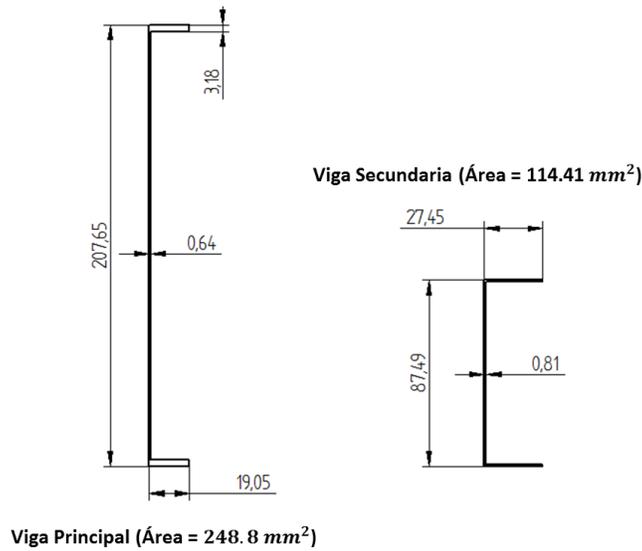
	Viga Principal	Viga Secundaria
$V_{\tau}$ [N]	15740	5246
$M_f$ [N.m]	17350	5783

Se observa que la sección más solicitada se encuentra alrededor de 2.2 m de la raíz del ala, ésta parte corresponde al punto de anclaje del strut.

### 5.9.1 Esfuerzos máximos debido al momento flector y fuerza cortante

De acuerdo a la literatura [13], los elementos encargados de soportar la mayor parte del esfuerzo cortante son las vigas, más específicamente el alma de las mismas, la piel del ala es muy delgada y por ello se desprecia su aporte a dicha resistencia.

La sección transversal de las vigas puede aproximarse a una geometría en “C” con las siguientes dimensiones<sup>10</sup>:



**Figura 48.** Geometría vigas del ala (dimensiones en mm)

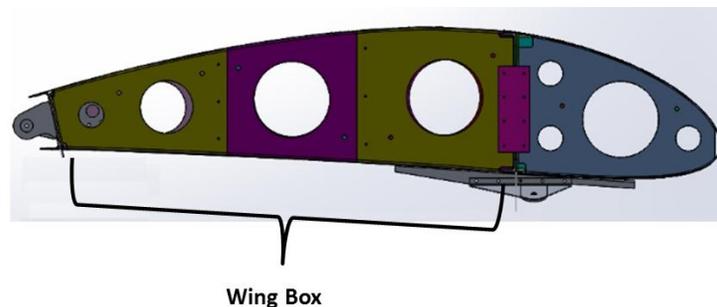
Con lo cual los esfuerzos cortantes máximos para la viga principal y secundaria son respectivamente:

$$\tau_{ppal} = 63.3 \text{ MPa}$$

$$\tau_{sec} = 45.8 \text{ MPa}$$

Resultando en factores de seguridad a cortante de **2.9** y **4**.

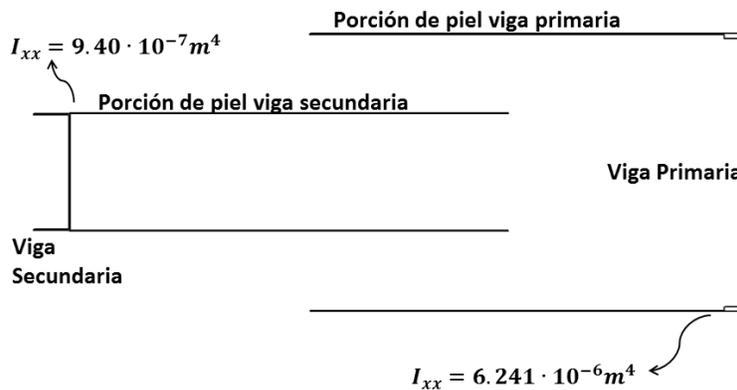
Por otra parte, el elemento que debe soportar el momento flector es una sección del ala comprendida entre la viga principal y secundaria conocida como “Wing Box”:



**Figura 49.** Aspecto real del Wing Box de la MXP 1000 (Suministrado por Aeroandina)

<sup>10</sup> En realidad la viga principal está compuesta por una lámina de 0.025 [in] que conforma el alma y dos ángulos de ¾ x ¾ x 0.125 [in] que conforman las alas.

El análisis exacto de esfuerzos y deformaciones en el wing box es complejo y por lo general requiere estudio con métodos de elementos finitos. El abordaje que se hace en éste trabajo es partir el mismo en dos mitades, cada una de las cuales tendrá su viga y porción de piel y sobre la cual actuará su correspondiente momento flector. A cada porción le corresponde un momento inercia equivalente que lleva en cuenta no sólo el área transversal de la viga sino el espesor de la piel. Ésta suposición se hace basado en el hecho de que el aporte de la piel a la resistencia a flexión del ala es importante, tanto es, que la misma es uno de los elementos que primero se rasga al someter la aeronave a maniobras extremas.



**Figura 50.** Abordaje para el análisis del momento flector en el ala.

Se calcula entonces el esfuerzo debido a flexión por medio de la expresión:

$$\sigma_f = \frac{M_f \cdot c}{I_{xx}} \quad (59)$$

Obteniéndose para la viga primaria y secundaria respectivamente:

$$\sigma_{f,ppal} = 288.4 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{f,sec} = 268.9 \text{ MPa}$$

Resultando en factores de seguridad en flexión de **1.01** y **1.07**.

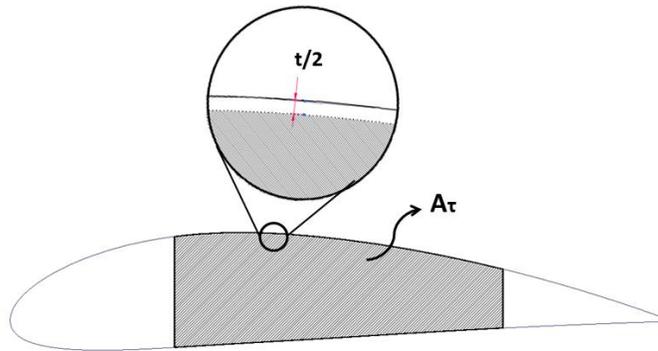
Pese a llegar a factores de seguridad muy cercanos a 1, los resultados se consideran satisfactorios ya que en el estudio se está considerando un caso extremo donde la piel forma un ángulo recto con las vigas, lo cual evidentemente en la realidad no sucede ya que la misma debe curvarse hacia afuera para formar el perfil aerodinámico, con lo cual aumentaría el momento de inercia de la sección transversal traduciéndose en menores esfuerzos y mayores factores de seguridad.

### 5.10 Carga de Torsión

El efecto del momento torsor es la generación de esfuerzos cortantes; nuevamente, el elemento encargado de soportar dichos esfuerzos es el wing box, que para éste caso se tiene en cuenta que está constituido por la piel del extradós e intradós y el alma de las vigas. El esfuerzo cortante generado en un tubo de espesor uniforme de sección transversal arbitraria, se calcula de acuerdo a la teoría de elementos de pared delgada [18] como:

$$\tau_{max} = \frac{M}{2 \cdot t \cdot A_{\tau}} \quad (60)$$

Siendo  $t$  y  $A_{\tau}$  el espesor de la lámina de aluminio y el área interna respectivamente, definidos como en la Figura 51:



**Figura 51.** Espesor y área interna de la caja del ala para el cálculo de la cortante máxima debida torsión.

Con un  $A_{\tau} = 0.108 \text{ m}^2$  obtenida con ayuda de Solid Edge y un espesor de piel de acuerdo al fabricante  $t = 0.025''$  (0.635 mm), la cortante máxima obtenida es:

$$\tau_{max} = 21.83 \text{ MPa}$$

Resultando en un factor de seguridad a torsión para el ala de **8.5**.

## 6 ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

### 6.1 Evaluación de los resultados y contraste con la norma

El coeficiente de sustentación máximo obtenido de 1.567 corresponde a la aeronave en configuración limpia, es decir sin aplicación de flaps, con esto se puede presumir que al emplear los flaps el coeficiente de sustentación puede aumentar aún más y ubicarse en el rango alto del intervalo dado por Roskam para aeronaves con superficies alares semejantes. Teniendo en cuenta que de acuerdo al fabricante el perfil aerodinámico empleado es desarrollo de ellos y que basado en la geometría se le dio una nomenclatura NACA, se puede afirmar que el objetivo de Aeroandina al utilizar coeficientes de sustentación tan altos es disminuir las longitudes de pista requeridas tanto en las fases de despegue como de aterrizaje, con relación a esto la norma declara que la distancia de despegue para aeronaves tan pequeñas no debe exceder los 500 m, con valores de  $CL_{max}$  tan altos se esperaría que el aparato no tuviera problemas en cumplir éste requisito.

Con respecto al coeficiente de arrastre, se obtiene un valor razonable al ser comparado con aeronaves de configuraciones equivalentes (tren fijo y monomotor recíproco), por ejemplo, el Cessna C-185 y el C-150 son aparatos de superficie alar semejante ( $16.2 \text{ m}^2$  y  $15 \text{ m}^2$ , respectivamente), dónde el primero tiene un CDo de 0.0207 y el segundo de 0.0327 [5], valores que al ser comparados con 0.01797 obtenido para la MXP 1000, resulta razonable desde que el avión en cuestión es más pequeño y que los cálculos fueron hechos en base a ecuaciones empíricas.

Los resultados obtenidos en el análisis aerodinámico no pueden ser comparados directamente con la norma puesto que ésta no presenta requerimientos específicos en relación a los diferentes coeficientes calculados, éstos valores más bien sirven como datos de entrada al momento de realizar los análisis de estabilidad y estructural, siendo éste último en el que la norma se centra más.

En cuanto a estabilidad se refiere, se encuentra que la aeronave es estáticamente estable longitudinal y direccionalmente, ya que cumple las condiciones mínimas encontradas en la literatura especializada, destacándose un margen estático del 16% cuando las recomendaciones para éste tipo de aviones es de al menos 5%. En relación a la norma europea, éstos resultados sustentan analíticamente la estabilidad y el comportamiento que debe presentar la aeronave en pruebas de vuelo, dichas pruebas deben ser realizadas bajo condiciones específicas y, de acuerdo a la regulación, se debe verificar no solamente la estabilidad estática sino dinámica del aparato.

Se realiza el análisis estructural para el principal elemento aerodinámico de la aeronave: el ala; verificándose el cumplimiento de la norma en cuanto a factores de carga y velocidades de diseño se refiere. Con los materiales y dimensiones de fábrica se encuentra que la misma soporta con cierto grado de holgura las cargas máximas teóricas que podría encontrarse en vuelo, presentándose para todos los casos márgenes de seguridad positivos. En algunos casos es tal el grado de resistencia que se presume el ala puede estar sobredimensionada y por lo tanto cabe la posibilidad de reducir peso ya sea empleando materiales más delgados o disminuir algunas

dimensiones. Ésta observación se le hace notar al personal de Aeroandina, sin embargo ellos argumentan que la filosofía de su diseño es la de ser “super confiable” y que un rediseño podría retrasar el proceso de certificación. Para el cumplimiento de la norma, todos los resultados de resistencia deben verificarse por medio de pruebas estáticas sometiendo la estructura hasta cargas últimas.

## 6.2 Conclusiones

El presente trabajo desarrolla toda una serie de estudios preliminares sobre la aeronave MXP 1000 de la empresa colombiana Aeroandina como parte del proceso de certificación ante la autoridad aeronáutica colombiana mediante la norma CS-VLA. Dentro del estudio se logró caracterizar aerodinámicamente la aeronave estableciendo coeficientes de sustentación, arrastre y momento, obteniéndose resultados satisfactorios puesto que éstos están en el mismo orden de magnitud que los encontrados en aeronaves de similares características en tamaño y desempeño. Con el valor del coeficiente de sustentación se puede prever que el aparato pasaría sin problemas las pruebas de despegue y aterrizaje requeridas por norma.

Se desarrolla y valida un código que implementa la teoría de la línea de sustentación con el cual, en conjunto con los resultados previos, se obtienen las magnitudes de las cargas aerodinámicas sobre el ala.

Los diferentes coeficientes aerodinámicos y las dimensiones de la aeronave permitieron establecer la estabilidad estática direccional y longitudinal, resultando para ésta última un margen estático del 16% cuando la mayoría de los autores afirman que para aeronaves controladas por humanos un mínimo de 5% es requerido.

Las derivadas de estabilidad longitudinal y direccional obtenidas cumplen las condiciones encontradas en la literatura para que la aeronave sea estáticamente estable ya que  $\frac{\partial C_m}{\partial \alpha} < 0$  y  $\frac{\partial C_n}{\partial \beta} > 0$ , aunque de difícil interpretación física, éstos resultados se consideran confiables porque son basados en expresiones empíricas desarrolladas hace más de 40 años por la Fuerza Aérea estadounidense para el análisis de aeronaves convencionales.

Se construye satisfactoriamente el diagrama V-n tanto de maniobras como de ráfagas empleando las limitaciones dadas en la norma en cuanto a factores de carga y velocidades de diseño; verificándose que los mismos cumplen con las expresiones indicadas por la regulación. Los valores para velocidad de crucero y velocidad de maniobras obtenidos no se alejan de los datos dados en las especificaciones técnicas de la aeronave suministradas por el fabricante.

El diagrama V-n junto con las fuerzas aerodinámicas se emplea para calcular las cargas de flexión y torsión sobre el ala en las condiciones más críticas, sobredimensionándose las fuerzas por un factor de 1.5 tal como indica la norma y obteniéndose resultados para esfuerzos cortantes y de flexión. Basado en las dimensiones y materiales aplicados en la aeronave, se calculan los factores de seguridad resultando siempre en valores por encima de 1, indicando de ésta manera que el ala

del aparato soportaría las condiciones de vuelo más crítica derivadas de maniobras como de movimientos turbulentos de aire.

## **7 RECOMENDACIONES PARA FUTUROS TRABAJOS**

Debido a la extensión de la norma y que la misma trata gran cantidad de aspectos imposibles de abarcar en un solo trabajo de grado, para futuros estudios relacionados con éste tema se recomienda:

- Extender el análisis estructural a otro de los elementos más importante en aeronaves livianas: el tren de aterrizaje. Basado en el peso, las regulaciones dictan las magnitudes y direcciones de las cargas que éste debe soportar.
- Hacer uso de herramientas computacionales más sofisticadas para contrastar los resultados de las expresiones empíricas del USAF DATCOM, tales herramientas pueden ser Dinámica de Fluidos Computacionales para el análisis aerodinámico y software que emplee el Método de Elementos Finitos para los análisis estructurales.
- Realizar análisis de estabilidad dinámica, desarrollando y solucionando las ecuaciones de movimiento de la aeronave para establecer teóricamente aceleraciones y velocidades angulares, las cuales tienen restricciones de acuerdo a la norma.
- Documentar las pruebas físicas que se deben realizar sobre la aeronave de acuerdo a los procedimientos establecidos en la regulación, dichas pruebas deben medir la resistencia de los elementos estructurales así como las fuerzas requeridas por un piloto para accionar las superficies de control.

## 8 REFERENCIAS

- [1] Unidad Administrativa Especial de Aeronáutica Civil, *Por la cual se modifican unos numerales de la Parte Cuarta, Parte Novena y Parte Vigésimo Sexta, de los Reglamentos Aeronáuticos de Colombia RAC, relacionadas con los requisitos de aeronavegabilidad para Aeronaves de Categoría Liviana (ALS) en Colombia*. República de Colombia: Ministerio de Transporte, 2011.
- [2] Air Force Flight Dynamic Laboratory, "USAF Stability and Control Datcom," Flight Control Division, Wright Patterson Air Force Base, Fairborn, Ohio, 1978.
- [3] Mark Drela and Harold Youngren. (2014, Enero 7) Xfoil Subsonic Airfoil Development System. [Online]. <http://web.mit.edu/drela/Public/web/xfoil/>
- [4] Mark Drela and Harold Youngren. (2014, Enero 7) Xfoil User's Guide. [Online]. [http://web.mit.edu/drela/Public/web/xfoil/xfoil\\_doc.txt](http://web.mit.edu/drela/Public/web/xfoil/xfoil_doc.txt)
- [5] Jan Roskam and Chuan-Tau Edward Lan, *Airplane Aerodynamics and Performance*. Lawrence, Kansas: DARcorporation, 1997.
- [6] European Aviation Safety Agency (EASA), *Certification Specifications For Very Light Aeroplanes, CS-VLA Book 1.: Amendment 1*, 5 Mar, 2009.
- [7] Jhon D. Anderson, *Fundamentals of Aerodynamics*, 3rd ed. New York: McGraw Hill, 2001.
- [8] Jhon J. Bertin and Russell M. Cummings, *Aerodynamics for Engineers*, 5th ed.: Pearson Prentice Hall.
- [9] Wikipedia, The Free Encyclopedia. (2014, Enero 12) Lifting Line Theory. [Online]. [http://en.wikipedia.org/wiki/Lifting-line\\_theory](http://en.wikipedia.org/wiki/Lifting-line_theory)
- [10] Jhon D. Anderson, *Aircraft Performance and Design*. U.S.A: McGraw Hill, 1999.
- [11] Robert C Nelson, *Flight Stability and Automatic Control*, 2nd ed. U.S.A: McGraw-Hill Companies, Inc, 1998.
- [12] Warren F. Phillip, *Mechanics of Flight*. New Jersey: Jhon Wiley & Sons, Inc, 2004.
- [13] T.G.H Megson, *Aircrafts Structures for Engineering Students*, 4th ed. Jordan Hill, Oxford: Elsevier Aerospace Engineering Series, 2007.
- [14] David J. Perry and J. J Azar, *Aircraft Structures*, 2nd ed. U.S.A: McGraw Hill, Inc., 1982.
- [15] Prof. Dr.Volnei Tita, *Notas de Aula do curso Projeto de Elementos estruturais de Aeronaves I*.

Sao Carlos, Brasil: USP-EESC, 2012.

- [16] U.S.A Department of Defense, *Metallic Materials and Elements for Aerospace Vehicle Structures (MIL-HDBK-5J)*., 2003.
- [17] Georgia State University. (2014, Marzo 12) Bernoulli or Newton's Laws for Lift? [Online]. <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/fluids/airfoil.html>
- [18] Warren C. Young and Richard G. Budynas, *Roark's Formulas for Stress and Strain*, 7th ed. United States: McGraw-Hill Inc., 2002.
- [19] E.L Houghton and P.W Carpenter, *Aerodynamics For Engineering Students*, 5th ed. Jordan Hill, Oxford: Butterworth - Heinemann, 2003.

## ANEXO. VALIDACIÓN CÓDIGO DE LA LÍNEA DE SUSTENTACIÓN

Como se explica en el análisis aerodinámico, la base de la teoría de la línea de sustentación es lo que se conoce como ecuación del monoplano:

$$\frac{c \cdot cl_{\alpha}}{4 \cdot b} \cdot (\alpha - \alpha_{OL}) \cdot \sin(\phi) = \sum_{n=1}^N A_n \cdot \sin(n\phi) \cdot \left( \frac{c \cdot cl_{\alpha}}{4 \cdot b} \cdot n + \sin(\phi) \right)$$

Del número de particiones o puntos de control que se hagan sobre el ala así mismo depende la precisión de los resultados obtenidos, el problema surge cuando se tienen demasiados puntos de control y con éstos un sistema de ecuaciones muy grande que no sería práctico resolverlo manualmente, por ésta razón la programación se vuelve indispensable.

El código escrito en Matlab toma como datos de entrada las características geométricas del ala como envergadura, relación de aspecto, taper y ángulo de ataque, además de las características aerodinámicas en 2 dimensiones para los perfiles de la raíz y la punta. Con estos datos se asume una distribución lineal de dichas características y se resuelve el sistema de ecuaciones para los términos impares de los coeficientes de Fourier ( $A_n$ ) en la ecuación del monoplano.

Para validar el código, éste se emplea para resolver 2 problemas-ejemplo distintos encontrados en libros de aerodinámica. El primero es el ejemplo 7.1 del libro de Bertin y Cummings [8] y el segundo es el ejemplo 5.3 del libro de Houghton y Carpenter [19], los resultados arrojados se comparan con los obtenidos por los autores.

### - Ejemplo de un Ala simple (sin twist aerodinámico ni geométrico)

Datos:

Envergadura: 4.572 m

AR: 9

$\lambda$ : 0.4

Ángulo de Ataque: 4°.

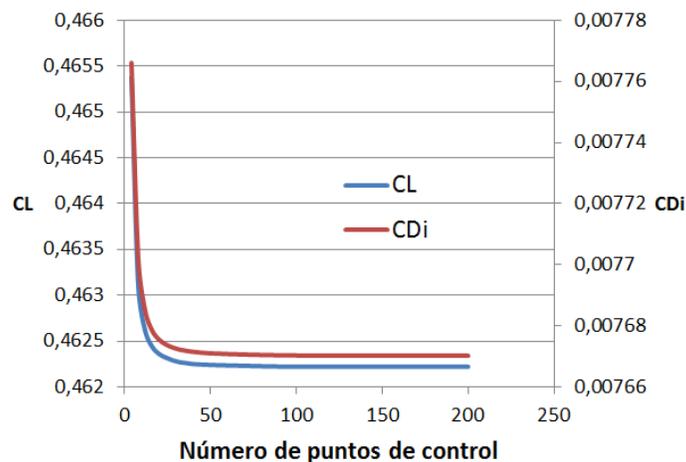
	Cuerda [m]	$Cl_{\alpha}$ [Rad <sup>-1</sup> ]	Ángulo de montaje [°]
<b>Raíz</b>	0.726	$2\pi$	0
<b>Punta</b>	0.290	$2\pi$	0

Comparación de resultados para 7 puntos de control:

	Bertin & Cummings	Código de Matlab	Diferencia [%]
$A_1$	$1.6459 \times 10^{-2}$	0.016459	0
$A_3$	$7.3218 \times 10^{-5}$	$7.3218 \times 10^{-5}$	0
$A_5$	$8.5787 \times 10^{-4}$	0.00085788	0.0012
$A_7$	$-9.6964 \times 10^{-5}$	$-9.6965 \times 10^{-5}$	0.0010
$C_L$	0.4654	0.46538	0.0043
$CD_i$	0.00776	0.0077661	0.0786

Como se evidencia en la anterior tabla, la diferencia entre los resultados obtenidos por Bertin y Cummings y los arrojados por el código es insignificante, luego el código no tiene problema con alas simples sin twist aerodinámicos ni geométricos.

Por otra parte, la literatura afirma que en general los resultados tienden a converger a partir de 7 puntos de control. Para probar la estabilidad del código se aumentan las divisiones en el ala y se observa lo que sucede con los resultados para los coeficientes de sustentación y de arrastre inducido:



Se observa que los resultados tanto para CL como para el CDi tienden a estabilizarse después de los 40 puntos de control, a partir de allí el cambio es mínimo.

### **- Ejemplo de un ala con twist aerodinámico y geométrico**

Datos:

Envergadura: 12.192 m

AR: 5.333

$\lambda$ : 0.5

Ángulo de Ataque: 0°.

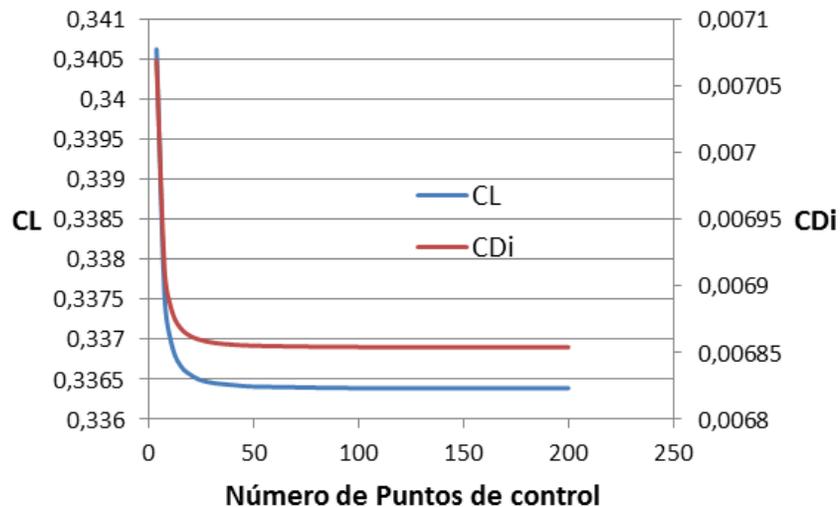
	Cuerda [m]	$Cl_\alpha$ [Rad <sup>-1</sup> ]	Ángulo de montaje [°]
Raíz	3.048	5.5	5.5
Punta	1.524	5.8	3.5

Comparación de resultados para 7 puntos de control:

	Houghton & Carpenter	Código de Matlab	Diferencia [%]
$A_1$	0.020329	0.02033	0.0049
$A_3$	-0.000955	-0.00095535	0.0366
$A_5$	0.001029	0.0010289	0.0097
$A_7$	-0.0002766	-0.0002766	0
$C_L$	0.3406	0.34062	0.0059
$CD_i$	0.007068	0.0070684	0.0057

Nuevamente, se evidencia que el código trabaja bien con alas de mayor complejidad que presenten twist aerodinámico y geométrico, al no presentarse diferencias importantes entre los resultados del código y los de los autores se puede confiar en los datos arrojados por el programa.

Aumentando el número de puntos de control sobre ala:



Para éste caso, nuevamente se observa una estabilización en el resultado en torno a los 40 puntos de control.

Con lo anterior se verifica la validez de los resultados obtenidos por medio del código de la Línea de Sustentación, en donde el mismo es capaz de trabajar con alas de diferentes geometrías y configuraciones tanto simples como complejas; además, el código es estable desde que los resultados tienden a converger alrededor de los 40 puntos de control. Para efectos de resolución en los gráficos de distribución de fuerza de sustentación, en el trabajo se emplean 200 puntos de control.