

DESARROLLO DE UN PAQUETE INFORMÁTICO PARA
EL CÁLCULO DE VIGAS ESTÁTICAMENTE
INDETERMINADAS.

DANIEL ALBERTO MARTÍNEZ ROA.

UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA.
ESCUELA DE INGENIERÍA.
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA.
BUCARAMANGA.

2012.

DESARROLLO DE UN PAQUETE INFORMÁTICO PARA
EL CÁLCULO DE VIGAS ESTÁTICAMENTE
INDETERMINADAS.

DANIEL ALBERTO MARTÍNEZ ROA.

Trabajo de grado presentado para optar al título de Ingeniero
Mecánico.

Director
EDWIN JESÚS CÓRDOBA TUTA.
Ingeniero Mecánico.

UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA
ESCUELA DE INGENIERÍA.
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA.
BUCARAMANGA.
2012.

NOTA DE ACEPTACIÓN:

Firma del presidente del jurado.

Firma del jurado.

Firma del jurado.

Bucaramanga 26 de marzo de 2012.

“A Dios por darme la vida y a todas aquellas personas, a las cuales amo profundamente, mis padres Pedro Antonio Martínez Durán y Carmen Rosa Roa Sierra, quienes han sido los responsables y patrocinadores de mis pequeños y grandes triunfos.

A mis amigos y a mi mujer, quienes han estado en todas las situaciones de gozo y adversidad, y aquellas personas que me han enseñado los valores y la importancia de nuestro que hacer en este mundo de contrastes. .”

DANIEL ALBERTO MARTÍNEZ ROA.

AGRADECIMIENTOS

El autor de este proyecto expresa sus más sinceros agradecimientos a:

La Facultad de Ingeniería Mecánica de la Universidad Pontificia Bolivariana, por abrir sus puertas y permitirle formar parte de esta gran familia bolivariana.

Al ingeniero Edwin Jesús Córdoba Tuta, mi director de proyecto por su apoyo y confianza.

A todos los profesores de ingeniería mecánica especialmente a los ingenieros Miguel Ángel Reyes Orozco y Alfonso Santos Jaimes.

A nuestros amigos y compañeros Gustavo Adolfo Herrera Castañeda y Jorge Mario Espitia Mendoza por su incondicional apoyo en el desarrollo de esta tesis.

Finalmente a todos nuestros compañeros de la facultad de Ing. Mecánica, por estos 3 años de aprendizaje para llegar a ser profesionales.

Índice general

	pag
INTRODUCCIÓN	1
1 JUSTIFICACIÓN.	2
2 OBJETIVOS.	3
2.1 Objetivo General.	3
2.2 Objetivos Específicos.	3
3 MARCO TEÓRICO.	4
3.1 Deflexión en vigas.	4
3.1.1 Vigas.	4
3.1.2 Tipos de cargas.	4
3.1.3 Fuerzas cortantes y momentos flexionantes.	5
3.1.4 Diagramas de Fuerza Cortante y de Momento Flexionante.	6
3.1.5 Curva elástica.	7
3.1.6 Deflexión por integración de la ecuación del momento flexionante.	8
3.1.7 Formulación de deflexiones y pendientes de vigas en voladizo.	9
3.1.8 Formulación de deflexiones y pendientes de vigas simples.	13
3.1.9 Vigas Estáticamente Indeterminadas.	17
3.1.10 Método de Superposición.	18
3.1.11 Pendiente y deflexión por el método del momento de área.	18
3.1.12 USO DE FUNCIONES DE SINGULARIDAD PARA HALLAR LA PENDIENTE Y LA DEFLEXIÓN DE UNA VIGA:	20
3.2 Estado del Arte.	21

3.2.1	Desarrollo computacional del algoritmo para análisis y diseño a flexión de vigas de acero por el método de diseño por factores de carga y resistencia (Irfd) e implementación de la interfaz de usuario.	21
3.2.2	ON THE STRUCTURAL BEHAVIOR AND THE SAINT VENANT SOLUTION IN THE EXACT BEAM THEORY APPLICATION TO LAMINATED COMPOSITE BEAMS:	22
3.2.3	FEBeam.	22
3.2.4	Linpro 2.7.2	23
3.3	Entorno de desarrollo integrado IDE.	24
3.3.1	Visual Studio 2010.	25
4	METODOLOGÍA.	26
4.1	Revisión Bibliográfica.	26
4.2	Desarrollo matemático de los modelos de la simulación.	26
4.2.1	Método usado.	26
4.2.2	Cargas:	26
4.2.3	Ecuaciones de deflexión de las cargas externas.	27
4.2.4	Construcción de la matriz.	28
4.2.5	Construcción de las ecuaciones	33
4.3	Diagramas de Flujo.	36
4.4	Diseño de la interfaz gráfica.	37
4.5	Creación de imágenes e íconos del programa.	38
4.6	Programación y depuración de las estrategias.	38
4.7	Pruebas de funcionamiento del programa.	39
4.8	Elaboración del manual del usuario.	39
4.9	Documentación.	39
5	RESULTADOS Y DISCUSIÓN.	40
5.1	Ejercicios de Vigas.	40

5.1.1	Ejercicio 1	40
5.1.2	Ejercicio 2	46
5.1.3	Ejercicio 3	50
5.1.4	Ejercicio 4	52
5.1.5	Ejercicio 5	57
5.1.6	Ejercicio 6	61
5.1.7	Resultado del ejercicio 1 con el programa VigasUPB	66
5.1.8	Resultado del ejercicio 3 con el programa VigasUPB.	71
5.1.9	Resultado del ejercicio 5 con el programa VigasUPB.	73
5.1.10	Resultado del ejercicio 6 con el programa VigasUPB.	79
6	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.	87
7	BIBLIOGRAFÍA.	88

Índice de figuras

	pag
1 Vigas sometidas a cargas laterales [Martinez]	4
2 Tipos de cargas [MARTÍNEZ].	5
3 Fuerza cortante y momento flexionante [MARTÍNEZ].	6
4 Diagrama de fuerzas cortantes y momentos flexionante en vigas. [4] . .	7
5 Modelamiento de la deflexión de una Viga en Voladizo [MARTÍNEZ]. .	9
6 Modelamiento de una Carga Distribuida de una Viga en Voladizo [MARTÍNEZ].	10
7 Modelamiento Carga Puntual de una Viga en Voladizo [MARTÍNEZ]. .	11
8 Modelamiento del Momento de una Viga en Voladizo [MARTÍNEZ]. . .	11
9 Modelamiento Carga Distribuida con Pendiente de una Viga en Voladizo [MARTÍNEZ].	12
10 Modelamiento de deflexión en viga con apoyos simples [MARTÍNEZ]. .	13
11 Modelamiento de deflexión de viga con apoyos simples sometida a carga uniformemente distribuida. [MARTÍNEZ].	14
12 Modelamiento de deflexión de viga con apoyos simples sometida a una carga puntual. [MARTÍNEZ].	15
13 Modelamiento de deflexión de viga con apoyos simples sometida a un par. [MARTÍNEZ].	16
14 Modelamiento de deflexión de viga con apoyos simples sometida a una carga linealmente distribuida. [MARTÍNEZ].	17
15 Viga estáticamente indeterminada. [5]	18
16 Viga con apoyo simple discontinua [3]	21

17	Captura de pantalla del programa FEBeam en operación.	23
18	Captura de pantalla del programa Linpro en operación.	24
19	Representación de la carga puntual sobre la viga.	27
20	Representación del momento sobre la viga.	27
21	Representación de la carga distribuida lineal sobre la viga.	28
22	Diagrama de flujo de las estrategias principales del programa [MARTÍNEZ].	37
23	Captura de pantalla proyecto Win32 [MARTÍNEZ].	38
24	Captura de pantalla proyecto MFC [MARTÍNEZ].	39
25	Esquema Ejercicio 1.	40
26	Representación cargas sobre la viga.	41
27	Cargas sobre la viga.	42
28	Momento 1	43
29	Momento 2	43
30	Momento 3	44
31	Momento 4	44
32	Diagramas de cortante y momentos.	45
33	Esquema Ejercicio 2.	46
34	Diagramas de cortante y momentos.	49
35	Esquema Ejercicio 3.	50
36	Diagrama de cortante y momentos.	52
37	Esquema Ejercicio 4.	52
38	Diagrama de cortante y momentos.	56
39	Figura Ejercicio 5.	57

40	Diagrama Ejercicio 5.	58
41	Figura Estática Ejercicio 5.	59
42	Diagramas Ejercicio 5.	60
43	Figura Ejercicio 6	61
44	Diagrama Ejercicio 6	62
45	Diagrama Ejercicio 6	63
46	Diagrama Ejercicio 6	65
47	Viga mostrada por el programa	66
48	Diagrama de cortantes	67
49	Diagrama de momentos	67
50	Diagrama ángulo	68
51	Diagrama deflexión	68
52	Viga mostrada por el programa	71
53	Diagrama de cortantes	72
54	Diagrama de momentos	72
55	Diagrama ángulo	73
56	Diagrama deflexión	73
57	Viga mostrada por el programa	74
58	Diagrama de cortantes	75
59	Diagrama de momentos	76
60	Diagrama ángulo	77
61	Diagrama deflexión	78
62	Viga mostrada por el programa	80

63	Diagrama de cortantes	81
64	Diagrama de momentos	82
65	Diagrama ángulo	83
66	Diagrama deflexión	84

LISTA DE ANEXOS

Anexo A Jerarquía de las Clases del programa VigasUPB Generado por Doxygen.

Anexo B Manual del usuario del programa de computador VigasUPB.

RESUMEN GENERAL DE TRABAJO DE GRADO.

TÍTULO: DESARROLLO DE UN PAQUETE INFORMÁTICO PARA EL CÁLCULO DE VIGAS ESTÁTICAMENTE INDETERMINADAS.

AUTOR: DANIEL ALBERTO MARTÍNEZ ROA..

FACULTAD: FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA.

DIRECTOR: EDWIN JESÚS CÓRDOBA TUTA.

RESUMEN

El trabajo realizado se enfocó en el desarrollo de un paquete informático para el cálculo de vigas estáticamente indeterminadas. Durante el desarrollo del proyecto se consultó y recopiló la información de mayor interés para seguidamente llevar a cabo el diseño, programación y depuración del software. El proceso inició con la revisión bibliográfica y del estado del arte de los temas concernientes; a partir de esto, se empezó el desarrollo matemático de los modelos de la simulación, diagramas de flujos del programa, diseño de la interfaz gráfica y creación de imágenes e íconos del programa; posteriormente, la programación y refinamiento de las estrategias; finalmente se hicieron pruebas de funcionamiento del programa y se elaboró el manual del usuario..

PALABRAS CLAVES: VIGAS ESTÁTICAMENTE INDETERMINADAS, PAQUETE INFORMÁTICO, MODELAMIENTO, SIMULACIÓN.

GENERAL ABSTRACT.

TITLE: THE DEVELOPMENT OF A SOFTWARE PACKAGE FOR THE CALCULATION OF STATICALLY INDETERMINATE BEAMS.

AUTHOR: DANIEL ALBERTO MARTÍNEZ ROA..

FACULTY: MECHANICAL ENGINEERING FACULTY.

DIRECTOR: EDWIN JESÚS CÓRDOBA TUTA.

ABSTRACT.

The investigation was focused on the development of a software package for the calculation of statically indeterminate beams. During the development of the project it was consulted and it was collected information of interest to then carry out the design, programming and debugging software. The process began with the literature review and the state of the art of the issues concerning; from this it, it started developing mathematical models of the simulation, the program flow diagrams, graphical interface design and creation of images and icons program, then programming and refinement of strategies, and finally became operational tests of the program and developed the user manual..

KEYWORDS: STATICALLY INDETERMINATE BEAMS, COMPUTER SOFTWARE, MODELING, SIMULATION.

INTRODUCCIÓN.

El presente documento referente al desarrollo de un software para el cálculo de vigas estáticamente indeterminadas pretende: mostrar el trabajo realizado durante la ejecución del proyecto, y dar a conocer el programa computacional para la solución de vigas estáticamente indeterminadas.

El proyecto abarca los temas relacionados con el modelamiento y solución de vigas estáticamente indeterminadas; obteniendo el diagrama de flujo del programa, la aplicación para el cálculo de vigas estáticamente indeterminadas y el manual del usuario.

Cuando en las vigas la cantidad de reacciones excede el número de ecuaciones independientes de equilibrio se dice que las vigas son estáticamente indeterminadas. Para la solución de estas vigas se empleara el método de superposición, en éste básicamente se complementa las ecuaciones de equilibrio con ecuaciones de compatibilidad y ecuaciones de fuerza desplazamiento.

En el mercado se pueden encontrar diferentes programas para el cálculo de vigas estáticamente indeterminadas, con fines prácticos y académicos. El proyecto pretende integrar necesidades específicas de los usuarios y la aplicabilidad que estos le puedan dar.

El libro refleja la búsqueda de información y estado de arte para el cálculo de vigas estáticamente indeterminadas; el desarrollo matemático de los modelos de la simulación; la elaboración de los diagramas de flujos del programa; el diseño de la interfaz gráfica; la creación de imágenes e íconos del programa; el desarrollo de código fuente, compilación y depuración del programa hasta obtener los resultados esperados junto con la validación del software con base de datos de resultados conocidos; y finalmente elaboración del manual del usuario. Lo anterior sumado a análisis de resultados y conclusiones de los aspectos significativos en la realización del proyecto.

1. JUSTIFICACIÓN.

El proyecto de desarrollo del programa de computador para agilizar y facilitar el análisis y evaluación de vigas estáticamente indeterminadas es una primera aproximación de las ideas fundamentales que tienen una aplicación más amplia ya que la mayoría de las estructuras de la realidad no pueden determinarse sólo por estática y son mucho más complejas que las que se analizan con los métodos manuales tradicionales, por lo que el programa ayudará a la enseñanza y aprendizaje con miras hacia el análisis de estructuras estáticamente indeterminadas de todo tipo.

Aprovechando las ventajas que ofrecen las tecnologías de la información, el programa podrá ser utilizado como herramienta paralela para corroborar los diferentes métodos manuales empleados tradicionalmente en clases contrastando los resultados.

Teniendo en cuenta que la Ingeniería Mecánica es una disciplina que involucra la aplicación de los principios físicos para el análisis de procesos y que se abordaría el componente de profundización del programa académico: modelamiento de sistemas; el desarrollo del proyecto satisface el alcance de las competencias del egresado de Ingeniería Mecánica.

El software sería una alternativa para que la Universidad, considerando el uso del programa informático bajo su normativa, ponga a disposición de los estudiantes de pregrado, una herramienta que sirva de ayuda a los procesos de enseñanza y aprendizaje.

2. OBJETIVOS.

2.1. OBJETIVO GENERAL.

- Realizar un programa informático para el cálculo de vigas estáticamente indeterminadas, para el sistema operativo Windows® con el propósito de agilizar y facilitar el análisis y evaluación de estos elementos.

2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.

- Crear los algoritmos de programación para el cálculo de vigas estáticamente indeterminadas.
 - **Resultado:** Diagrama de flujo de las estrategias principales del programa.
 - **Indicador de calidad:** Diagrama de Flujo de las estrategias principales del programa según el estándar de simbología ISO 5807.
- Desarrollar un programa informático para el cálculo de vigas estáticamente indeterminadas usando el paquete de desarrollo de software Visual Studio®.
 - **Resultado:** Programa informático para el cálculo de vigas estáticamente indeterminadas.
 - **Indicador de calidad:** El programa debe realizar el cálculo de vigas estáticamente indeterminadas para diferentes grados de indeterminación estática.
- Elaborar el manual del usuario del software indicando todos los procedimientos y funciones para su uso adecuado.
 - **Resultado:** Manual del Usuario.
 - **Indicador de calidad:** Manual del usuario que describe todas las funciones y menús del programa informático.

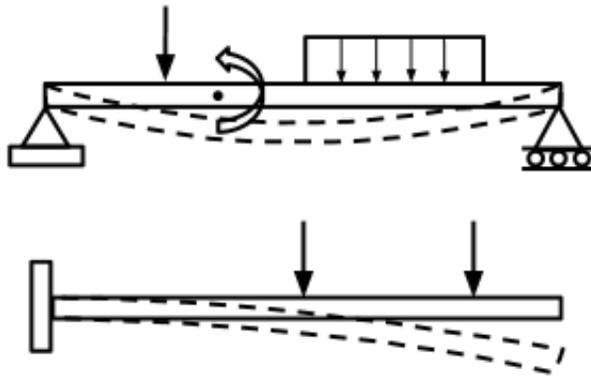
3. MARCO TEÓRICO.

3.1. DEFLEXIÓN EN VIGAS.

3.1.1. Vigas.

Las vigas son miembros estructurales sometidos a cargas transversales; fuerzas o momentos que tienen sus vectores perpendiculares al eje longitudinal del elemento. Las vigas se pueden clasificar como estructuras planas (ver figura 1), porque se representa por medio de un solo plano; en este tipo de vigas, todas las cargas y deflexiones ocurren en ese plano, el cual se le denomina plano de flexión. [1]

Figura 1. Vigas sometidas a cargas laterales [Martinez]



3.1.2. Tipos de cargas.

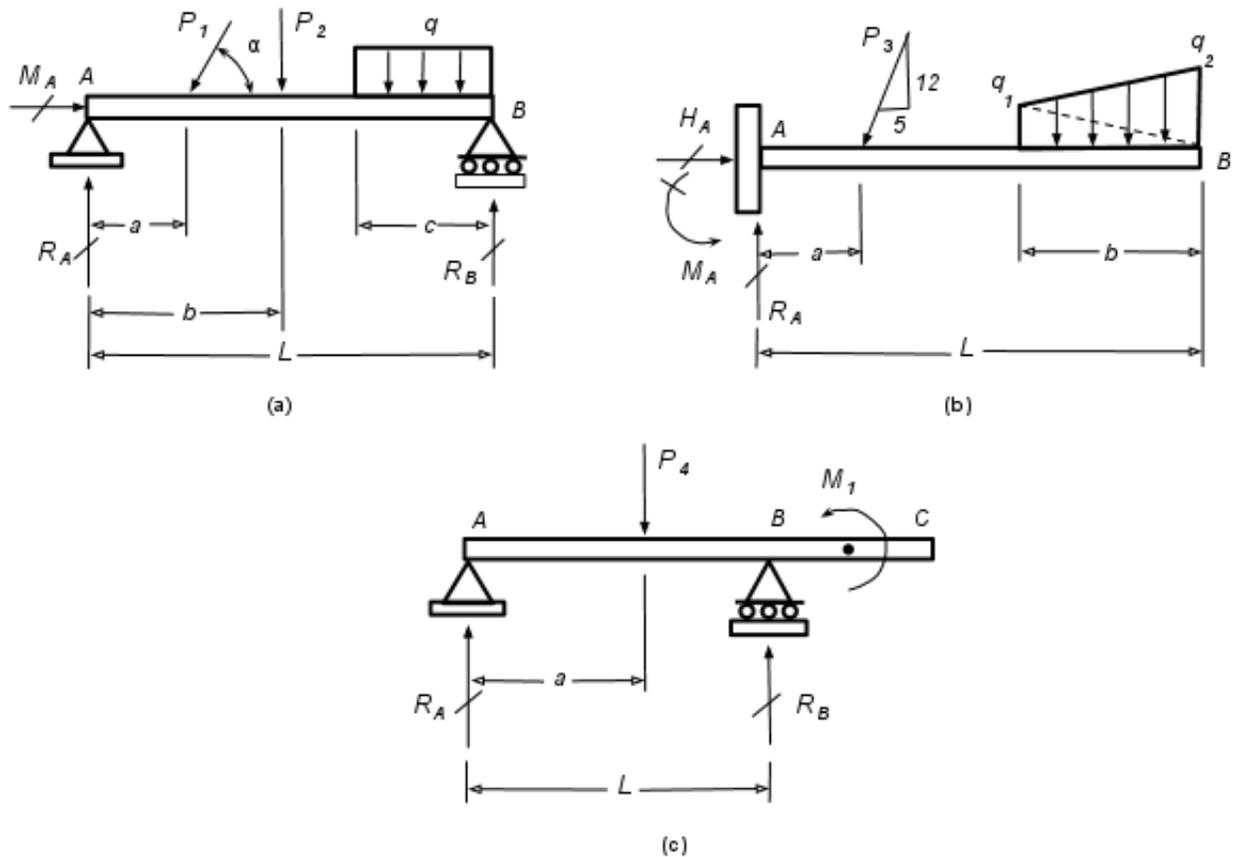
Los tipos de cargas que actúan sobre vigas son:

1. Carga concentrada: La carga concentrada corresponde a una fuerza aplicada en un área muy pequeña, representándose por la letra P . (Figura 2a)
2. Carga distribuida: La carga distribuida corresponde a un conjunto de vectores fuerza aplicadas a lo largo del eje de la viga, representándose con la letra q . Este tipo de carga puede subdividirse en:
 1. Carga uniformemente distribuida: se caracteriza por tener una intensidad de carga constante q por unidad de distancia. (figura 2a)

2. Carga linealmente variable: se caracteriza por tener una intensidad que varía linealmente desde q_1 a q_2 . (figura 2b)

3. Par o momento: El par o momento es un vector libre aplicado sobre cualquier punto de la viga, que al igual que las demás fuerzas puntuales o distribuidas, generan deflexión, representándose con la letra M. (figura 2c)

Figura 2. Tipos de cargas [MARTÍNEZ].



3.1.3. Fuerzas cortantes y momentos flexionantes.

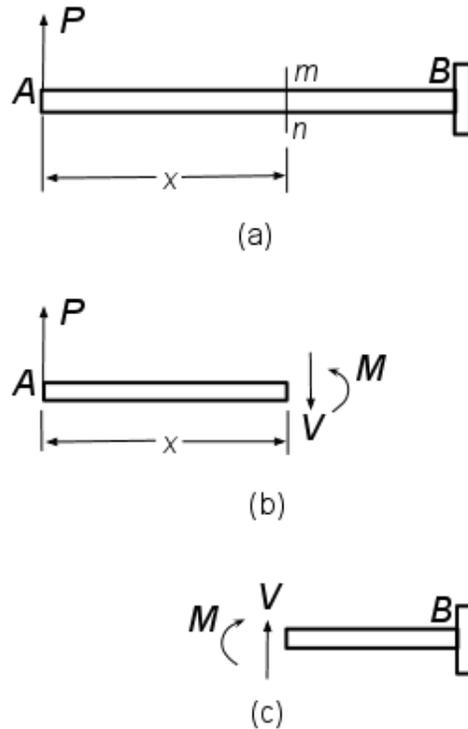
Las Fuerzas cortantes y los momentos Flexionante, son el resultado de aplicar cargas con fuerzas o momentos en una viga.

Para calcularlos se requiere primero determinar las fuerzas internas y pares internos que actúan sobre las secciones transversales del elemento, los cuales son determinados por medio de un Diagrama de cuerpo libre (DCL) para un análisis de equilibrio estático.[1]

Estas fuerzas actúan sobre el plano de la viga. (Figura 3)

“Como se mencionó anteriormente de la estática, sabemos que la resultante de los esfuerzos que actúan sobre la sección transversal puede reducirse a una fuerza cortante V y a un momento flexionante M ” [1] (figura 3b).

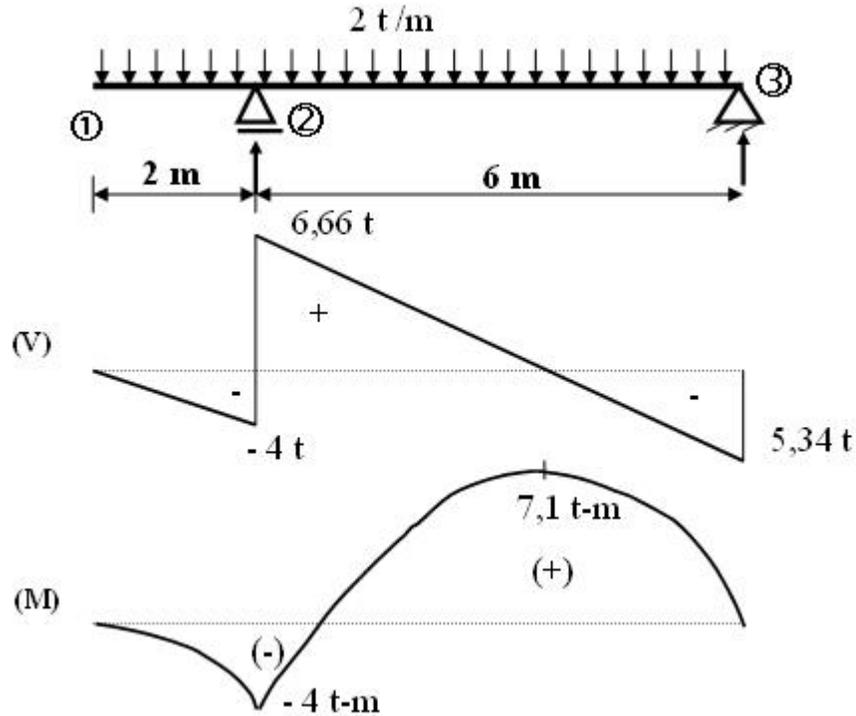
Figura 3. Fuerza cortante y momento flexionante [MARTÍNEZ].



3.1.4. Diagramas de Fuerza Cortante y de Momento Flexionante.

Dentro de los requerimientos del diseño de vigas, se necesita conocer la variación de las fuerzas cortantes y momentos flexionante a lo largo del eje longitudinal de la viga; Estos generalmente se representan por medio de los diagramas de cortantes y los diagramas del momento, para representar las fuerzas cortantes y los momentos flexionante en función de la distancia a lo largo del eje de la viga. A partir de estos diagramas se calculan los valores máximos y mínimos que son de especial interés para los análisis de la mecánica del elemento. [1][2]

Figura 4. Diagrama de fuerzas cortantes y momentos flexionante en vigas. [4]



3.1.5. Curva elástica.

La curva elástica es producto de una ecuación diferencial de la pendiente en la curva plana de la viga en un punto $Q_{(x,y)}$, por medio de la cual se representa deflexión debido de la aplicación de cargas. Esta ecuación puede representarse por medio de la siguiente expresión:

Ecuación 1. Ecuación de la curva elástica. [2]

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \quad (3.1)$$

Donde dy/dx y d^2y/dx^2 son la primera y la segunda derivada de la función $y(x)$ representada por esa curva. Sin embargo, para el caso de la curva elástica, la pendiente dy/dx es muy pequeña y, por ende, su cuadrado es pequeño con relación a la unidad. Entonces, la ecuación de la curva queda expresada de la siguiente forma:

Ecuación 2. Simplificación de la ecuación de la curva elástica.[2]

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2y}{dx^2} \quad (3.2)$$

Al sustituir la (Pendiente) , en la Ecuación 2, en la Ecuación 2, se obtiene la siguiente expresión que corresponde a una ecuación diferencial ordinaria lineal, que gobierna la curva elástica (ver Ecuación 3).

Ecuación 3. Ecuación diferencial ordinaria lineal de la curva elástica.

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} \quad (3.3)$$

Ecuación 4. Ecuación de momento-curvatura.

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M(x)}{EI} \quad (3.4)$$

donde:

ρ = radio de curvatura.

M = momento interno de la viga.

E = módulo de elasticidad del material.

I = momento de inercia del área transversal de la viga.

3.1.6. Deflexión por integración de la ecuación del momento flexionante.

Para el análisis en vigas estáticamente indeterminadas, como primera medida se plantean las ecuaciones para los momentos flexionante en la viga, la cual se obtiene a partir de un diagrama de cuerpo libre y ecuaciones de equilibrio. Posteriormente, se sustituye la expresión obtenida para el momento flexionante (ver Ecuación 5) Ecuación 5.

Ecuación de momento flexionante. En la ecuación diferencial, con la que se obtiene la pendiente de la curva v' , y la integración a fin de obtener la deflexión correspondiente v .

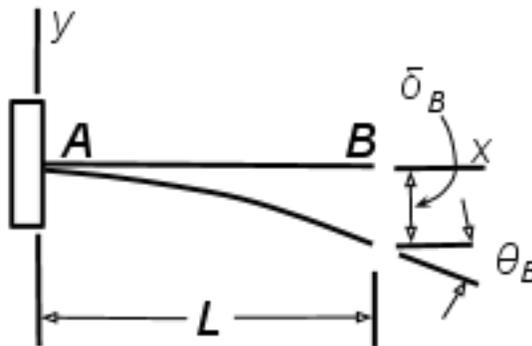
Ecuación 5. Ecuación de momento flexionante.

$$EIV'' = M \quad (3.5)$$

Como producto de las integraciones realizadas para determinar la pendiente y la deflexión, resultarán dos constantes de integración para cada región de la viga, Estas constantes se evalúan a partir de condiciones conocidas propias de las pendientes y de las deflexiones. Las condiciones son de tres tipos: 1) condición de frontera, 2) condición de continuidad, 3) condición de simetría.

3.1.7. Formulación de deflexiones y pendientes de vigas en voladizo.

Figura 5. Modelamiento de la deflexión de una Viga en Voladizo [MARTÍNEZ].



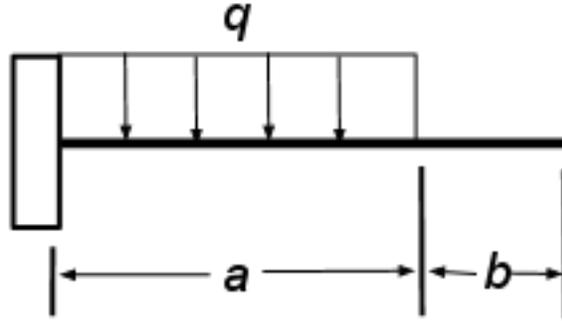
v = deflexión en la dirección y (positiva hacia arriba)

$v' = dv/dx$ = pendiente de la curva de deflexión.

$\delta_\beta = -v(L)$ = deflexión en el extremo B de la viga (positiva hacia abajo)

$\theta_\beta = -v'(L) = \text{ángulo de rotación en el extremo } B \text{ de la viga (positiva en el sentido de las manecillas del reloj)}$

Figura 6. Modelamiento de una Carga Distribuida de una Viga en Voladizo [MARTÍNEZ].



$$v = -\frac{qx^2}{24EL} (6a^2 - 4ax + x^2) \quad (0 \leq x \leq a) \quad (3.6)$$

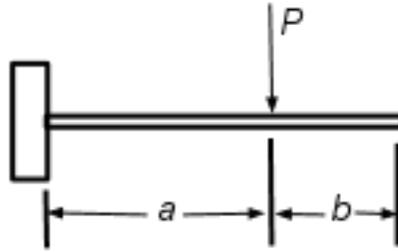
$$v' = -\frac{qx}{6EL} (3a^2 - 3ax + x^2) \quad (0 \leq x \leq a) \quad (3.7)$$

$$v = -\frac{qa}{6EL} (4x - a) \quad v' = \frac{-qa^3}{6EI} \quad (0 \leq x \leq L) \quad (3.8)$$

$$\text{En } x = a : \quad v = -\frac{qx}{8EL} \quad v' = -\frac{qa^3}{6EI} \quad (3.9)$$

$$\delta_\beta = -\frac{qa^3}{24EL} (4L - a) \quad \theta_\beta = \frac{qa^3}{6EI} \quad (3.10)$$

Figura 7. Modelamiento Carga Puntual de una Viga en Voladizo [MARTÍNEZ].



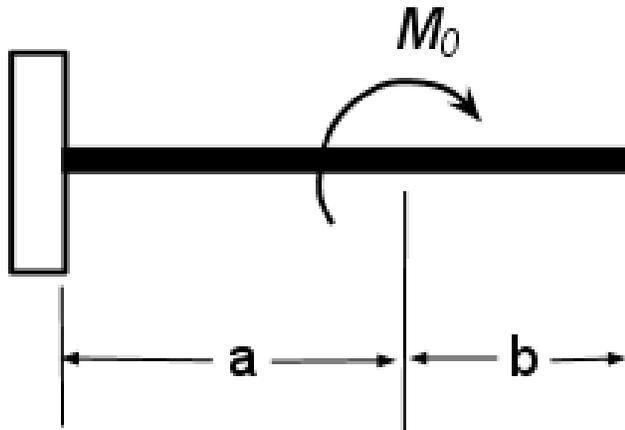
$$v = -\frac{Px^2}{6EL}(3a - x) \quad v' = -\frac{Px}{2EL}(2a - x) \quad (0 \leq x \leq a) \quad (3.11)$$

$$v = -\frac{Pa^2}{6EL}(3x - a) \quad v' = -\frac{Pa^2}{2EI} \quad (a \leq x \leq L) \quad (3.12)$$

$$\text{En } x = a : \quad v = -\frac{Pa^3}{3EL} \quad v' = -\frac{Pa^2}{2EI} \quad (3.13)$$

$$\delta_\beta = -\frac{Pa^2}{6EL}(3L - a) \quad \theta_\beta = \frac{Pa^2}{2EI} \quad (3.14)$$

Figura 8. Modelamiento del Momento de una Viga en Voladizo [MARTÍNEZ].



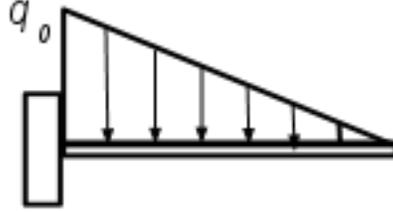
$$v = -\frac{M_0 x^2}{2EL} \quad v' = -\frac{M_0 x}{EI} \quad (0 \leq x \leq a) \quad (3.15)$$

$$v = -\frac{M_0 a^2}{2EL} (2x - a) \quad v' = -\frac{M_0 a}{EI} \quad (a \leq x \leq L) \quad (3.16)$$

$$\text{En } x = a : \quad v = -\frac{M_0 a^2}{2EL} \quad v' = -\frac{M_0 a}{EI} \quad (3.17)$$

$$\delta_\beta = -\frac{M_0 a^2}{2EL} (2L - a) \quad \theta_\beta = \frac{M_0 a}{2EI} \quad (3.18)$$

Figura 9. Modelamiento Carga Distribuida con Pendiente de una Viga en Voladizo [MARTÍNEZ].



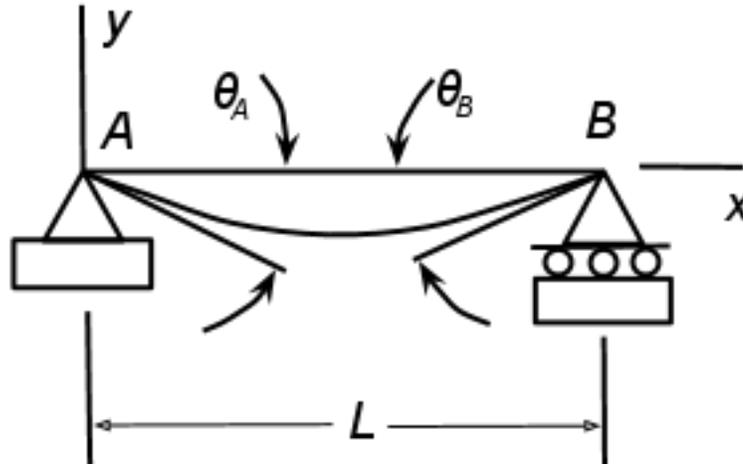
$$v = -\frac{q_0 x^2}{24EL} (10L^3 - 10L^2 x - 5Lx^2 - x^3) \quad (3.19)$$

$$v' = -\frac{q_0 x}{24LEI} (4L^3 - 6L^2 x - 4Lx^2 - x^3) \quad (3.20)$$

$$\delta_\beta = -\frac{q_0 L^4}{30EI} \quad \theta_\beta = \frac{q_0 L^3}{24EI} \quad (3.21)$$

3.1.8. Formulación de deflexiones y pendientes de vigas simples.

Figura 10. Modelamiento de deflexión en viga con apoyos simples [MARTÍNEZ].



v = deflexión en la dirección y (positiva hacia arriba)

$v' = dv/dx$ = pendiente de la curva de deflexión.

$\delta_C = -v(L/2)$ = deflexión del punto medio C de la viga (positiva hacia abajo)

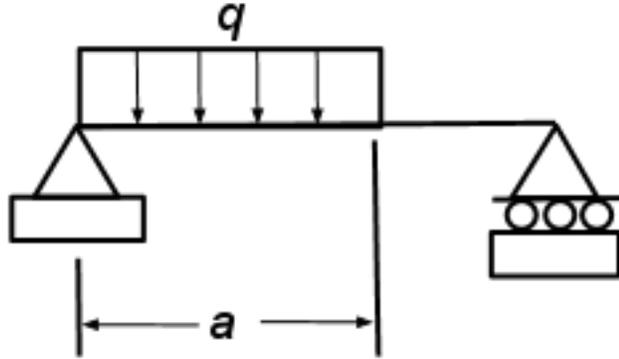
x_1 = Distancia del soporte A al punto de deflexión máxima

$\delta_{máx} = -v_{máx}$ = deflexión máxima (positiva hacia abajo)

$\theta_A = -v'(0)$ = ángulo de rotación en el extremo izquierdo de la viga (positiva en el sentido horario)

$\theta_B = -v'(L)$ = ángulo de rotación en el extremo derecho de la viga (positiva en el sentido antihorario)

Figura 11. Modelamiento de deflexión de viga con apoyos simples sometida a carga uniformemente distribuida. [MARTÍNEZ].



$$v = -\frac{qx}{24LEI} (a^4 - 4a^3L + 4a^2L^2 + 2a^2x^2 - 4aLx^2 + Lx^3) \quad (0 \leq x \leq a) \quad (3.22)$$

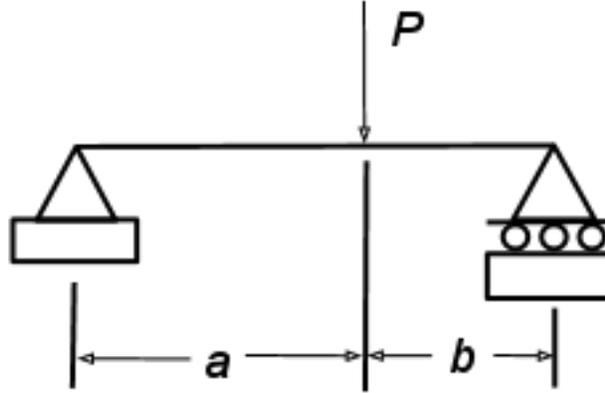
$$v' = -\frac{q}{24LEI} (a^4 - 4a^3L + 4a^2L^2 + 6a^2x^2 - 12aLx^2 + 4Lx^3) \quad (0 \leq x \leq a) \quad (3.23)$$

$$v = -\frac{qa^2}{24LEI} (-a^2L + 4L^2x + a^2x - 6Lx^2 + 2x^3) \quad (a \leq x \leq L) \quad (3.24)$$

$$v = -\frac{qa^2}{24LEI} (4L^2 + a^2 - 12Lx - 6x^3) \quad (a \leq x \leq L) \quad (3.25)$$

$$\theta_A = -\frac{qa^2}{24LEI} (2L - a)^2 \quad \theta_B = -\frac{qa^2}{24LEI} (2L^2 - a^2) \quad (3.26)$$

Figura 12. Modelamiento de deflexión de viga con apoyos simples sometida a una carga puntual. [MARTÍNEZ].



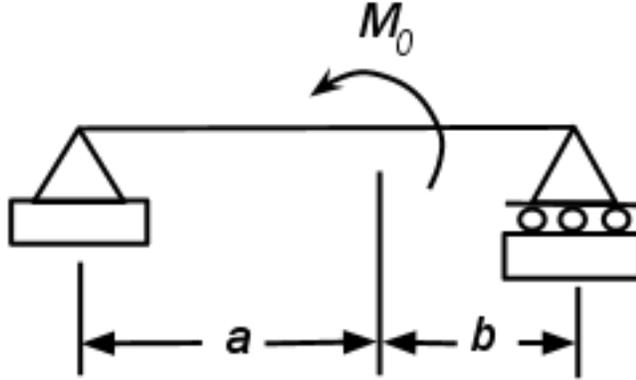
$$v = \frac{Pbx}{6LEI} (L^2 - b^2 - x^2) \quad v' = \frac{Pb}{6LEI} (L^2 - b^2 - 3x^2) \quad (0 \leq x \leq a) \quad (3.27)$$

$$\theta_A = \frac{Pab(L+b)}{6LEI} \quad \theta_B = \frac{Pab(L+a)}{6LEI} \quad (3.28)$$

$$\text{Si } a \geq b, \quad \delta_C = \frac{Pb(3L^2 + 4b^2)}{48EI} \quad \text{Si } a \leq b, \quad \delta_C = \frac{Pa(3L^2 + 4a^2)}{48EI} \quad (3.29)$$

$$\text{Si } a \geq b, \quad x_1 = \sqrt{\frac{L^2 - b^2}{3}} \quad y \quad \delta_{\max} = \frac{Pb(L^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}}{9\sqrt{3}LEI} \quad (3.30)$$

Figura 13. Modelamiento de deflexión de viga con apoyos simples sometida a un par. [MARTÍNEZ].



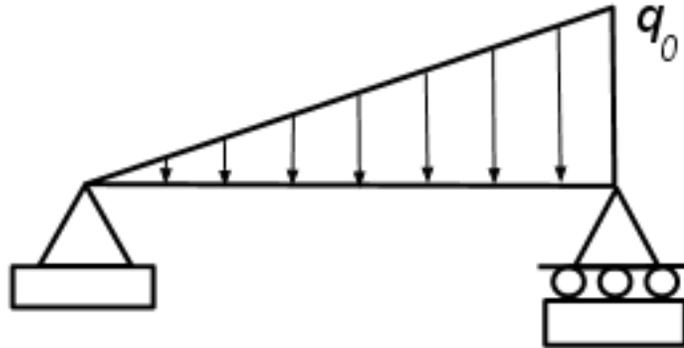
$$v = -\frac{M_0 x^2}{6LEI} (6aL - 3a^2 - 2L^2 - x^2) \quad (0 \leq x \leq a) \quad (3.31)$$

$$v' = -\frac{M_0}{6LEI} (6aL - 3a^2 - 2L^2 - x^2) \quad (0 \leq x \leq a) \quad (3.32)$$

$$\text{En } x = a : \quad v = -\frac{M_0 ab}{3LEI} (2a - L) \quad v' = -\frac{M_0}{3LEI} (3aL - 3a^2 - L^2) \quad (3.33)$$

$$\theta_A = \frac{M_0}{6LEI} (6aL - 3a^2 - 2L^2) \quad \theta_B = \frac{M_0}{6LEI} (3a^2 - L^2) \quad (3.34)$$

Figura 14. Modelamiento de deflexión de viga con apoyos simples sometida a una carga linealmente distribuida. [MARTÍNEZ].



$$v = -\frac{q_0 x}{360LEI} (7L^4 - 10L^2 x^2 - 3x^4) \quad (3.35)$$

$$v' = -\frac{q_0}{360LEI} (7L^4 - 30L^2 x^2 - 15x^4) \quad (3.36)$$

$$\delta_C = -\frac{5q_0 L^4}{768EI} \quad \theta_A = \frac{7q_0 L^3}{360EI} \quad \theta_B = \frac{q_0 L^3}{45EI} \quad (3.37)$$

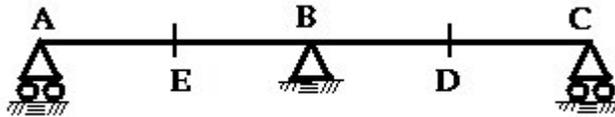
$$x_1 = 0,5193L \quad \delta_{m\acute{a}x} = -0,000652 \frac{q_0 L^4}{EI} \quad (3.38)$$

3.1.9. Vigas Estáticamente Indeterminadas.

Las vigas estáticamente indeterminadas son comunes encontrarlas en la industria, estos elementos son aquellos en las que los momentos flexionantes y las fuerzas cortantes no se pueden determinar por medio de las ecuaciones de equilibrio estático, porque la cantidad de reacciones excede al número de ecuaciones independientes de equilibrio, para ello se requiere ecuaciones adicionales. El método fundamental para analizar una viga estáticamente indeterminada es resolver las ecuaciones diferenciales de la curva de deflexión, sin embargo también se utiliza el método de momento de área y el método de

superposición, los cuales son aplicables a una amplia variedad de estructuras; este último método sirve como complementos para las ecuaciones de equilibrio con ecuaciones de compatibilidad y ecuaciones de fuerza – desplazamiento. [1][2]

Figura 15. Viga estáticamente indeterminada. [5]



3.1.10. Método de Superposición.

El método de superposición, para solucionar vigas estáticamente indeterminadas, se desarrolla a partir de la siguiente metodología:

1. Determinar el grado de indeterminación estática y selección de las reacciones redundantes.
2. Plantear ecuaciones de equilibrio, para relacionar las otras reacciones desconocidas con las redundantes y las cargas.
3. Suponer que tanto las cargas originales como las redundantes actúan sobre la estructura liberada.
4. Encontrar las deflexiones en la estructura liberada superponiendo deflexiones separadas debido a las cargas y a las redundantes.
5. Plantear las ecuaciones de compatibilidad, en las cuales se expresan la igualdad entre las deflexiones de la estructura liberada y las deflexiones de la viga original.

IMPORTANTE: Puesto que la estructura liberada es estáticamente determinada resulta fácil determinar sus deflexiones.

3.1.11. Pendiente y deflexión por el método del momento de área.

“El método momento de área es una técnica gráfica para determinar la pendiente y deflexión en puntos específicos de la curva elástica de una viga” [3].

Para la aplicar este método se requiere calcular áreas asociadas con el diagrama de momentos de la viga $M(x)$.

Este método se basa en dos teoremas para la determinación de la pendiente y la deflexión en un punto de la curva elástica.

Primer teorema de momento de área:

“El ángulo entre las tangentes en dos puntos cualesquiera en la curva es igual al área bajo el diagrama M/EI entre esos dos puntos” [3]

Segundo teorema de momento de área.

“la desviación vertical de la tangente en un punto (A) sobre la curva elástica, con respecto a la tangente prolongada desde otro punto (B) es igual al momento del área bajo el diagrama M/EI entre esos dos puntos (A y B). Este momento se calcula con respecto al punto (A), donde se va a determinar la desviación vertical ($t_{A/B}$).” [3]

Aplicación de los teoremas de momento de área con vigas estáticamente indeterminadas.

La metodología que se emplea para la aplicación de los teoremas de momento de área en vigas estáticamente indeterminadas, se base en los siguientes aspectos:

1. La determinación de las reacciones, designando a una de ellas como redundante para luego modificarla de acuerdo al tipo de apoyo.
2. La consideración de la reacción redundante como un tipo de carga desconocida, la cual produce deformaciones compatibles con los apoyos originales.
3. La formulación de la ecuación de compatibilidad, expresando que las desviación tangencial de un apoyo con relación a otro es cero, o bien un valor predeterminado, como por ejemplo en caso de vigas doblemente empotradas.

4. la realización de los diagramas de cuerpo libres. En uno se muestran las cargas y las reacciones correspondientes en los apoyos que no han sido eliminados; mientras en el otro, se muestra la reacción redundante y las reacciones correspondientes en los mismos apoyos.
5. La realización del diagrama M/EI para cada una de las dos cargas.
6. La determinación de las desviaciones tangenciales buscadas se obtienen con el segundo teorema de momento de área.
7. La superposición de los resultados obtenidos para expresar la condición requerida de compatibilidad.
8. Determinación de la reacción redundante
9. Determinación de otras reacciones a partir del diagrama del cuerpo libre.

Nota:

Una vez determinadas las reacciones en los apoyos, es posible obtener la pendiente y de flexión por medio del método de momento de área en cualquier otro punto de la viga. [2]

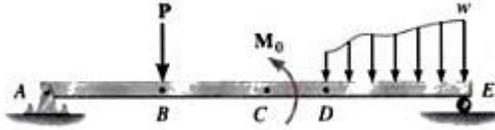
3.1.12. USO DE FUNCIONES DE SINGULARIDAD PARA HALLAR LA PENDIENTE Y LA DEFLEXIÓN DE UNA VIGA:

El método empleado para la determinación de la pendiente y la deflexión de una viga usando funciones de singularidad, son de especial utilidad en casos donde actúan varias cargas distintas a lo largo de la longitud de la viga, vigas discontinuas. Este método se emplea para deducir la ecuación elástica para una viga, $w=w(x)$, o del momento interno de la viga, $M(x)$, con cargas múltiples usando una sola ecuación. [3]

FUNCIONES DE DISCONTINUIDAD:

Para expresar la carga en la viga, o el momento interno en ella, usando una sola ecuación, se emplean dos clases de operadores matemáticos llamados funciones de discontinuidad. [3]

Figura 16. Viga con apoyo simple discontinua [3]



FUNCIONES DE SINGULARIDAD:

Funciones que se emplean para describir el lugar del punto de aplicación de fuerzas concentradas o momentos de par que actúan sobre una viga o ejes. [3]

3.2. ESTADO DEL ARTE.

3.2.1. Desarrollo computacional del algoritmo para análisis y diseño a flexión de vigas de acero por el método de diseño por factores de carga y resistencia (lrfd) e implementación de la interfaz de usuario.

En el proyecto de grado, Luis Felipe Díaz Tanco y Sergio Herrera Serrano de la Universidad Industrial de Santander desarrollaron la aplicación VIGAWEB a través del lenguaje HTML, la cual tiene por objeto afianzar los conocimientos en el diseño de vigas metálicas a flexión, desarrollada bajo el algoritmo propio para este tipo de estructuras, el cual se basa en los conocimientos adquiridos en las asignatura de Diseño de Estructuras Metálicas y la norma NSR-98. VIGAWEB es una aplicación enfocada hacia los estudiantes de pregrado, como una herramienta de acompañamiento durante el desarrollo de la asignatura de Estructuras Metálicas, la cual guiará a los estudiantes en el proceso de diseño de vigas, resolviendo eficientemente los cálculos necesarios durante todo el proceso e igualmente permitiéndole al usuario visualizar todos los chequeos y análisis necesarios. [6]

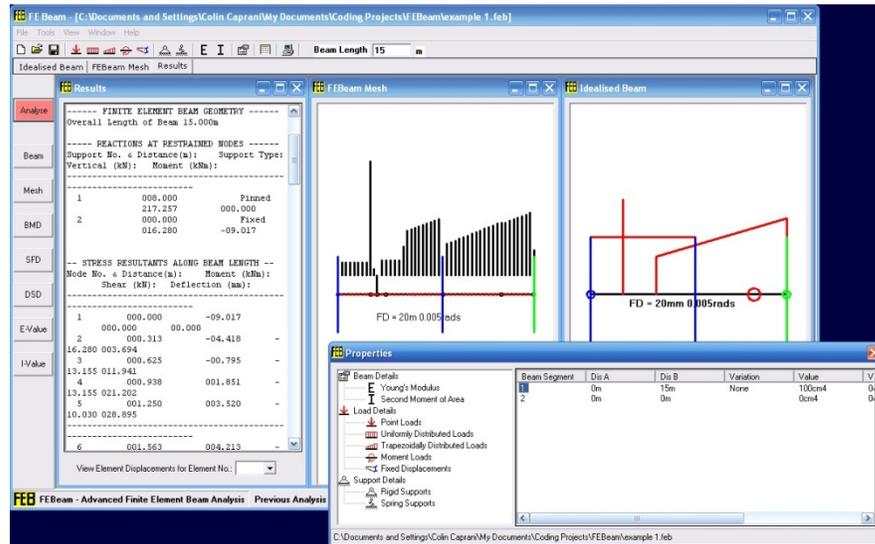
3.2.2. ON THE STRUCTURAL BEHAVIOR AND THE SAINT VENANT SOLUTION IN THE EXACT BEAM THEORY APPLICATION TO LAMINATED COMPOSITE BEAMS:

“Con base en la teoría exacta de la viga, el documento se centra en el cálculo efectivo de los algoritmos involucrados en el comportamiento estructural de las vigas y la solución de saint venant. Estas soluciones están determinadas por minimizar las funciones de energía potencial que permiten una técnica de computación de análisis de elementos finitos, donde la area de sección transversal debe ser discretizadas. Esta técnica de cálculo se aplica a la típica viga simetrica compuesta y la viga no-simetrica.” [7]

3.2.3. FEBeam.

El Dr. Colin Caprani desarrollo este programa en lenguaje Visual Basic. Se trata de un paquete informático de análisis de elementos finitos para vigas. Sus beneficios son que el momento de inercia, así como el módulo de elasticidad se puede variar a lo largo de la viga, en las secciones de las cargas o en los diagramas de las vigas o incluso una combinación de los dos. Permite todas las formas regulares de carga, los apoyos fijos y soportes resortados. Se admite una rutina automática de mallado, así como una densidad de malla definida por el usuario. Esta combinación hace que sea muy útil para comprobar escenarios inusuales de diseño no cubiertos por el software de análisis periódico. Existen algunas limitaciones, por ejemplo, las salidas no están integradas y no hay comprobación de errores. Pero sigue siendo un programa útil, y una buena introducción a la programación del método de elementos finitos.[8]

Figura 17. Captura de pantalla del programa FEBeam en operación.



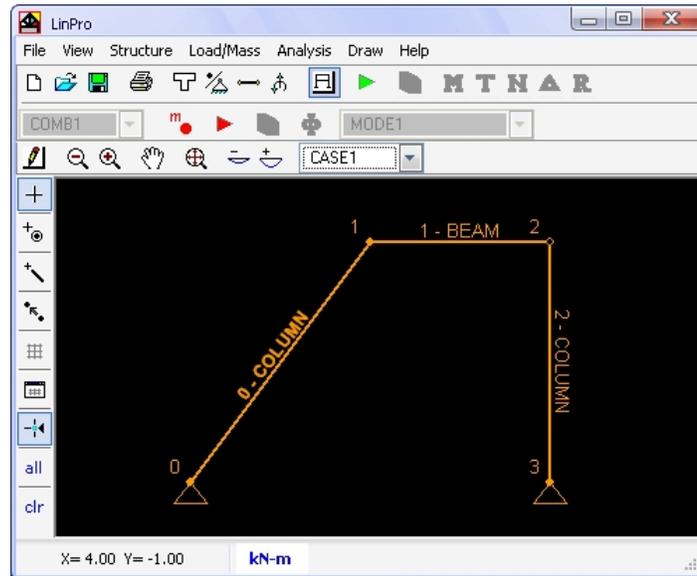
3.2.4. Linpro 2.7.2

Enes Siljak autor de esta sencilla aplicación para el análisis estático y dinámico de pórticos planos.

- **Análisis estático:** El programa soluciona los diferentes tipos de cargas y es muy flexible en la creación de estructuras. Tiene casi todo lo necesario para el análisis lineal estático de pórticos planos.
- **Análisis modal:** El programa calcula las frecuencias naturales y formas modales de una estructura.
- Es ideal para el análisis de estructuras 2D. La interfaz es bastante fácil.

Análisis dinámico: Con el fin de determinar la respuesta dinámica de una estructura LinPro realiza un análisis lineal. LinPro utiliza el método de superposición como procedimiento de solución.

Figura 18. Captura de pantalla del programa Linpro en operación.



3.3. ENTORNO DE DESARROLLO INTEGRADO IDE.

Un entorno de desarrollo integrado, Integrated Development Environment es un paquete informático compuesto por un conjunto de herramientas de programación. Puede dedicarse únicamente a un sólo lenguaje de programación o bien, poder utilizarse para varios.

Un IDE es un entorno de programación que ha sido empaquetado como un programa de aplicación, es decir, consiste en un editor de código, un compilador, un depurador y un constructor de interfaz gráfica (GUI). Los IDEs pueden ser aplicaciones por sí solas o pueden ser parte de aplicaciones existentes.

El lenguaje Visual Basic, por ejemplo, puede ser usado dentro de las aplicaciones de Microsoft Office, lo que hace posible escribir sentencias Visual Basic en forma de macros para Microsoft Word. Los IDE proveen un marco de trabajo amigable para la mayoría de los lenguajes de programación tales como C++, Python, Java, C#, Delphi, Visual Basic, entre otros.

En algunos lenguajes, un IDE puede funcionar como un sistema en tiempo de ejecución, en donde se permite utilizar el lenguaje de programación en forma interactiva, sin necesidad de trabajo orientado a archivos de texto, como es el caso de Smalltalk u

Objective-C.

Es posible que un mismo IDE pueda funcionar con varios lenguajes de programación. Este es el caso de Eclipse, al que mediante plugins se le puede añadir soporte de lenguajes adicionales.[9]

3.3.1. Visual Studio 2010.

Visual Studio 2010 es la versión más reciente de esta herramienta a la fecha, acompañada por .NET Framework 4.0, que es la licencia de software con que cuenta la Universidad actualmente. Visual estudio 2010 cuenta con gran variedad de tipos de proyectos que pueden ser aplicados en los lenguajes de programación Visual C++, Visual Basic, Visual C# y visual F#.

La versión 2010 de Visual Studio incluye las herramientas para desarrollo de aplicaciones para Windows 7, tales como herramientas para el desarrollo de las características de Windows 7 (System.Windows.Shell) y la Ribbon Preview para WPF.

Entre sus características más destacables se encuentran la capacidad para utilizar múltiples monitores, así como la posibilidad de desacoplar las ventanas de su sitio original y acoplarlas en otros sitios de la interfaz de trabajo. Además de esto, aparece una edición que compila las características de todas las ediciones comunes de Visual Studio.[9]

4. METODOLOGÍA.

4.1. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA.

Búsqueda de información y estado de arte referente a la solución de vigas estáticamente indeterminadas. El material se consultó de acuerdo a los requerimientos y alcance del proyecto, se hizo revisión tanto en medios físicos como electrónicos que incluyeron bases de datos e internet. A medida que se desarrolló el proyecto y en base a las necesidades que se presentaron se realizó complemento a la documentación.

4.2. DESARROLLO MATEMÁTICO DE LOS MODELOS DE LA SIMULACIÓN.

En este aparte se describe en forma detallada el metodo utilizado para el analisis de vigas estáticamente indeterminadas.

4.2.1. Método usado.

De acuerdo con las condiciones de fronteras y los tipos de cargas adicionados, el programa crea un sistema de ecuaciones $N \times N$ y halla los valores desconocidos de frontera.

Posteriormente crea las ecuaciones de deflexión, Angulo, Momento y Cortantes en función de la distancia.

4.2.2. Cargas:

A todas las cargas externas se le halla su ecuación de deflexión y se guardan en una lista de la siguiente manera:

{
{ a_1 'Ecuación Y_1 '}
{ a_2 'Ecuación Y_2 '}

...

$\{a_{n-1}$ 'Ecuación Y_{n-1} '}

$\{a_n$ 'Ecuación Y_n '}

}

en donde:

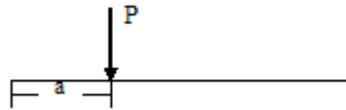
a_i = Distancia a la cual empieza la carga

$Ecuación_i$ = Ecuación de deflexión de la carga

4.2.3. Ecuaciones de deflexión de las cargas externas.

- Carga puntual

Figura 19. Representación de la carga puntual sobre la viga.



$$y = -\frac{P}{6EI} (x - a)^3 \quad (4.1)$$

- Momento

Figura 20. Representación del momento sobre la viga.

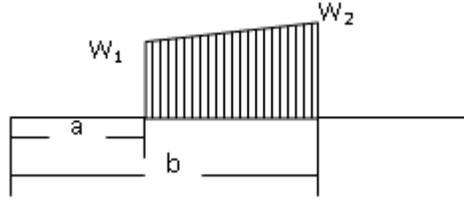


$$y = -\frac{M}{2EI} (x - a)^2 \quad (4.2)$$

- Carga distribuida lineal.

Para este tipo de carga es necesario construir dos ecuaciones, una empieza a partir de “a” y la otra a partir de “b”

Figura 21. Representación de la carga distribuida lineal sobre la viga.



$$y_1 = -\frac{W_1}{24EI} (x - a)^4 + \frac{(W_2 - W_1)}{120EI (b - a)} (x - a)^5 \quad (4.3)$$

$$y_2 = -\frac{W_2}{24EI} (x - b)^4 + \frac{(W_2 - W_1)}{120EI (b - a)} (x - b)^5 \quad (4.4)$$

4.2.4. Construcción de la matriz.

Lo esencial del programa para obtener resultados correctos esta en el planteamiento de la matriz $N \times N$ a solucionar. A continuación se describe detalladamente y en forma separada cada uno de los parámetros que intervienen en la formación de dicha matriz.

$$\left\{ F \quad F \quad G \quad G \quad R_1 \quad \dots \quad R_n \right\} \Rightarrow \text{Incógnitas}$$

$$\begin{bmatrix} C & C & 0 & 0 & D & \dots & D \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C & C & 0 & 0 & D & \dots & D \\ A & A & B & B & E & \dots & E \\ A & A & B & B & E & \dots & E \\ A & A & B & B & E & \dots & E \\ A & A & B & B & E & \dots & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sum Y_{\text{Externo en } R_1} \\ \dots \\ -\sum Y_{\text{Externo en } R_n} \\ -\sum Y_{\text{Externo en } L} \\ -\sum \theta_{\text{Externo en } L} \\ -\sum M_{\text{Externo en } L} \\ -\sum V_{\text{Externo en } L} \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{Deflexión en } x_1 = 0 \\ \dots \\ \text{Deflexión en } x_n = 0 \\ \text{Deflexión en } L = Y_b \\ \text{Ángulo en } L = \theta_b \\ \text{Momento en } L = -M_b \\ \text{Cortante en } L = -V_b \end{array}$$

R_i = Reacción de apoyo intermedio

$Y_{Externo en x_o}$ = Es el efecto de deflexión de una carga a una distancia x_o , para el caso si se tiene la siguiente lista de carga {a 'EcuaciónY'}, Si $x_o > a$ entonces $Y_{Externo en x_o}$ = evaluar 'Ecuación Y' en x_o . De lo contrario $Y_{Externo en x_o} = 0$

$\theta_{Externo en x_o}$ = Es el efecto del angulo de una carga a una distancia x_o , para el caso si se tiene la siguiente lista de carga {a 'EcuaciónY'}, Si $x_o > a$ entonces $\theta_{Externo en x_o}$ = evaluar $\frac{(EcuacionY)}{x}$ en x_o . De lo contrario $\theta_{Externo en x_o} = 0$

$M_{Externo en x_o}$ = Es el efecto del momento de una carga a una distancia x_o , para el caso si se tiene la siguiente lista de carga {a 'EcuaciónY'}, Si $x_o > a$ entonces $M_{Externo en x_o}$ = evaluar $\frac{EI(EcuacionY)}{x^2}$ en x_o . De lo contrario $M_{Externo en x_o} = 0$

$V_{Externo en x_o}$ = Es el efecto del angulo de una carga a una distancia x_o , para el caso si se tiene la siguiente lista de carga {a 'EcuaciónY'}, Si $x_o > a$ entonces $V_{Externo en x_o}$ = evaluar $\frac{EI(EcuacionY)}{x^2}$ en x_o . De lo contrario $V_{Externo en x_o} = 0$

- Sector A

- Depende del tipo de apoyo al lado izquierdo de la viga

Tipo 0: Libre

$$\left\{ \theta_A \quad Y_A \right\} \Rightarrow F$$

$$\begin{bmatrix} L & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A$$

Tipo1: Apoyada

$$\{ R_A \quad \theta_A \} \Rightarrow F$$

$$\begin{bmatrix} \frac{L^3}{6EI} & L \\ \frac{L^2}{2EI} & 1 \\ L & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A$$

Tipo 2: Empotrada

$$\{ R_A \quad M_A \} \Rightarrow F$$

$$\begin{bmatrix} \frac{L^3}{6EI} & \frac{L^2}{2EI} \\ \frac{L^2}{2EI} & \frac{L}{EI} \\ L & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A$$

- Sector B

Depende del tipo de apoyo al lado derecho de la viga

Tipo 0: Libre

$$\{ \theta_B \ Y_B \} \Rightarrow G$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow B$$

Tipo1: Apoyada

$$\{ R_B \ \theta_B \} \Rightarrow G$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow B$$

Tipo 2: Empotrada

$$\{ R_B \ M_B \} \Rightarrow G$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow B$$

- Sector C.

1. Si no hay apoyos intermedios no existe este sector.
2. Depende del tipos de apoyo izquierdo.

Tipo 0: Libre.

$$\begin{bmatrix} x_1 & 1 \\ \dots & \dots \\ x_n & 1 \end{bmatrix}$$

Tipo 1: Apoyada.

$$\begin{bmatrix} \frac{x_1^3}{6EI} & x_1 \\ \dots & \dots \\ \frac{x_n^3}{6EI} & x_n \end{bmatrix}$$

Tipo 2: Empotrada.

$$\begin{bmatrix} \frac{x_1^3}{6EI} & \frac{x_1^2}{6EI} \\ \dots & \dots \\ \frac{x_n^3}{6EI} & \frac{x_n^2}{6EI} \end{bmatrix}$$

x_i =Distancia de apoyo intermedio

Nota: La distancia de los apoyos deben estar ordenados en forma ascendente

- Sector D.

1. Si no hay apoyos intermedios no existe este sector.

2. Depende de la posición de los apoyos.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \frac{(x_2-x_1)^3}{6EI} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{(x_{n-1}-x_1)^3}{6EI} & \frac{(x_{n-1}-x_2)^3}{6EI} & \dots & 0 & 0 \\ \frac{(x_n-x_1)^3}{6EI} & \frac{(x_n-x_2)^3}{6EI} & \dots & \frac{(x_n-x_{n-1})^3}{6EI} & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow D$$

x_i =Distancia de apoyo intermedio

Nota: La distancia de los apoyos deben estar ordenados en forma ascendente
Sector E.

1. Si no hay apoyos intermedios no existe este sector.
2. Depende de la posición de los apoyos.

$$\begin{bmatrix} \frac{(L-x_1)^3}{6EI} & \dots & \frac{(L-x_n)^3}{6EI} \\ \frac{(L-x_1)^2}{2EI} & \dots & \frac{(L-x_n)^2}{2EI} \\ (L-x_1) & \dots & (L-x_n) \\ 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow E$$

x_i =Distancia de apoyo intermedio

Nota: La distancia de los apoyos deben estar ordenados en forma ascendente

4.2.5. Construcción de las ecuaciones

Después de solucionar el sistema de ecuaciones anterior, es necesario adicionarle a la lista de cargas, las cargas correspondientes a las condiciones de frontera, que son por efecto del apoyo inicial y por los apoyos intermedios.

- Apoyo inicial.

Dependiendo del tipo de apoyo se presentan estos tres casos:

Tipo 0: Libre.

$$\{0 \quad \theta_A \cdot x + Y_A\}$$

Tipo1: Apoyada.

$$\left\{0 \quad R_A \cdot \frac{x^3}{6EI} + \theta_A \cdot x\right\}$$

Tipo 2: Empotrada.

$$\left\{0 \quad R_A \cdot \frac{x^3}{6EI} + M_A \cdot \frac{x^2}{2EI}\right\}$$

Apoyos intermedios.

$$\left\{x_i \quad \frac{R_i}{6EI} (x - x_i)^3\right\}$$

x_i =Distancia apoyo intermedio

R_i =Reacción del apoyo intermedio

A partir de este momento se tiene la lista de cargas completa de la siguiente forma:

{

$\{a_1 \text{ 'Ecuación } Y_1'\}$

$\{a_2 \text{ 'Ecuación } Y_2'\}$

...

$\{a_{n-1} \text{ 'Ecuación } Y_{n-1}'\}$

$\{a_n \text{ 'Ecuación } Y_n'\}$

}

Los pasos siguientes son:

- Ordenar las cargas de menor a mayor con respecto a la posición de la carga aplicada.
- Sumar las ecuaciones que tengan la misma distancia de aplicación
- Realizar la suma de cargas consecutivas de la siguiente forma:

Si se tiene la siguiente lista:

{

$\{a_1 \text{ 'Ecuación } Y_1'\}$

$\{a_2 \text{ 'Ecuación } Y_2'\}$

...

$\{a_{n-1} \text{ 'Ecuación } Y_{n-1}'\}$

$\{a_n \text{ 'Ecuación } Y_n'\}$

}

Quedaría de la siguiente manera:

{

$\{a_1 \text{ 'Ecuación } Y_1'\}$

$\{a_2 \text{ 'Ecuación } Y_2 + \text{ Ecuación } Y_1'\}$

...

$\{a_{n-1} \text{ 'Ecuación } Y_{n-1} + \dots + \text{ Ecuación } Y_2 + \text{ Ecuación } Y_1'\}$

$$\{a_n \text{ 'Ecuación } Y_n + \text{ Ecuación } Y_{n-1} + \dots + \text{ Ecuación } Y_2 + \text{ Ecuación } Y_1 \text{ '}\}$$

$$\}$$

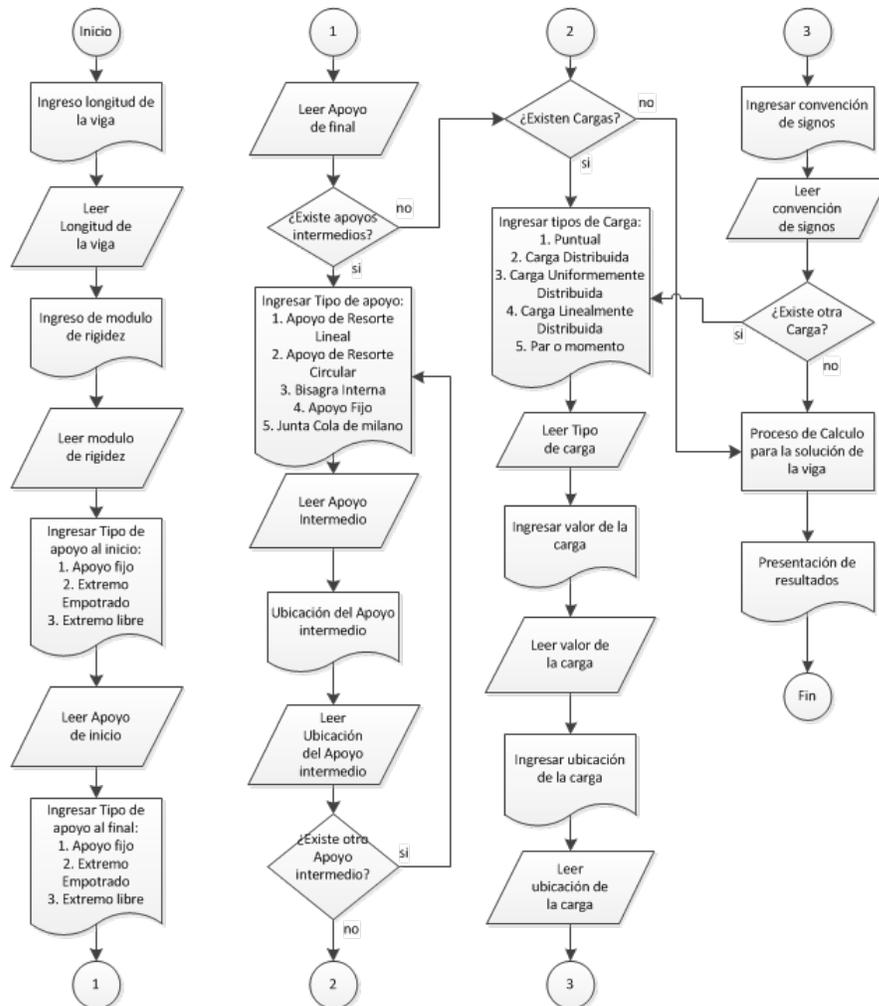
Esta sería la lista definitiva de ecuaciones discretas de deflexión para la viga. Para hallar las restantes ecuaciones de θ , M , V , hay que derivar progresivamente estas ecuaciones, y multiplicar las ecuaciones de M y V por EI .

4.3. DIAGRAMAS DE FLUJO.

A continuación se muestra el diagrama de flujo de las estrategias principales del programa según el estándar de simbología ISO 5807. Algoritmos de programación para la simulación de las plantas térmicas de vapor de agua en estado estacionario con base al ciclo Rankine simple, con recalentamiento y regenerativo.

La construcción de los diagramas de flujo de los algoritmos de programación se realizó en el programa Microsoft Visio 2010.

Figura 22. Diagrama de flujo de las estrategias principales del programa [MARTÍNEZ].



La elaboración de los diagramas de flujo de los algoritmos de programación se realizó en el programa de Microsoft Visio 2010.

4.4. DISEÑO DE LA INTERFAZ GRÁFICA.

Bosquejo y desarrollo de la interfaz gráfica del programa. En este punto se decidió el aspecto del programa, los iconos que lo conforman, los menús que se incluyeron, la presentación en la pantalla principal, la manera como se muestra las gráficas y la distribución de cada uno.

4.5. CREACIÓN DE IMÁGENES E ÍCONOS DEL PROGRAMA.

Generación de imágenes e iconos implementados en el programa de acuerdo al diseño que se planteó.

4.6. PROGRAMACIÓN Y DEPURACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS.

Desarrollo de código fuente, compilación y depuración del programa hasta que se obtuvo los resultados esperados. Para la programación se usó el lenguaje C++ en la plantilla Win32 como “aplicación de consola Win32”, y el entorno gráfico mediante la herramienta MFC en “aplicación MFC”, esto en el programa Microsoft Visual Studio 2010.

Figura 23. Captura de pantalla proyecto Win32 [MARTÍNEZ].

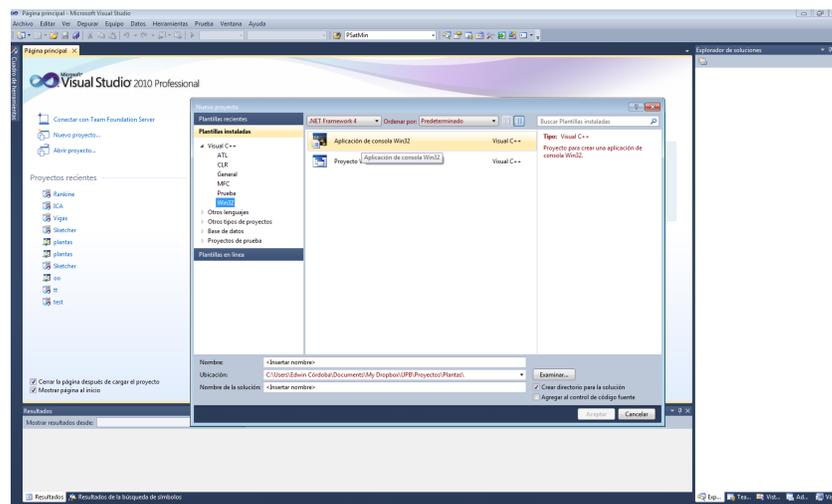
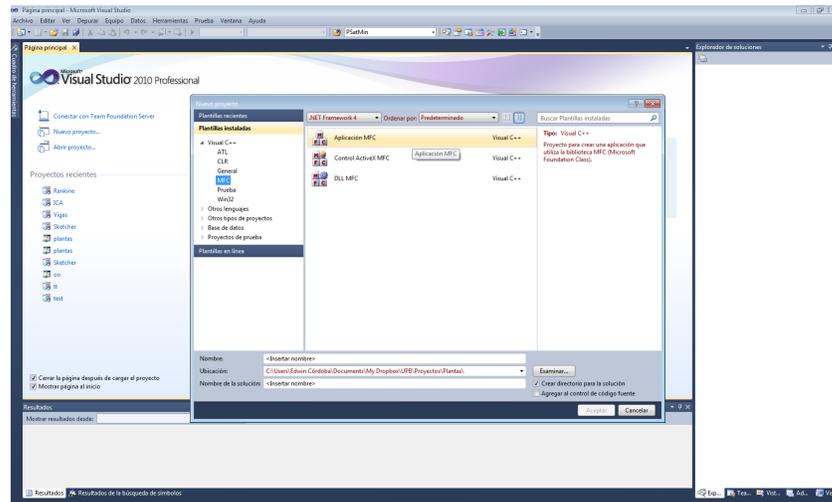


Figura 24. Captura de pantalla proyecto MFC [MARTÍNEZ].



4.7. PRUEBAS DE FUNCIONAMIENTO DEL PROGRAMA.

Continuamente durante el desarrollo del software se hicieron pruebas de funcionamiento hasta la conformidad con el trabajo realizado; finalmente se corroboraron resultados del programa con ejemplos de libros de Termodinámica para la validación del software con base a datos conocidos.

4.8. ELABORACIÓN DEL MANUAL DEL USUARIO.

Se realizó el Manual del Usuario del paquete informático indicando todos los procedimientos y funciones para el uso adecuado del programa.

4.9. DOCUMENTACIÓN.

Recopilación de toda la información generada en el transcurso del proyecto.

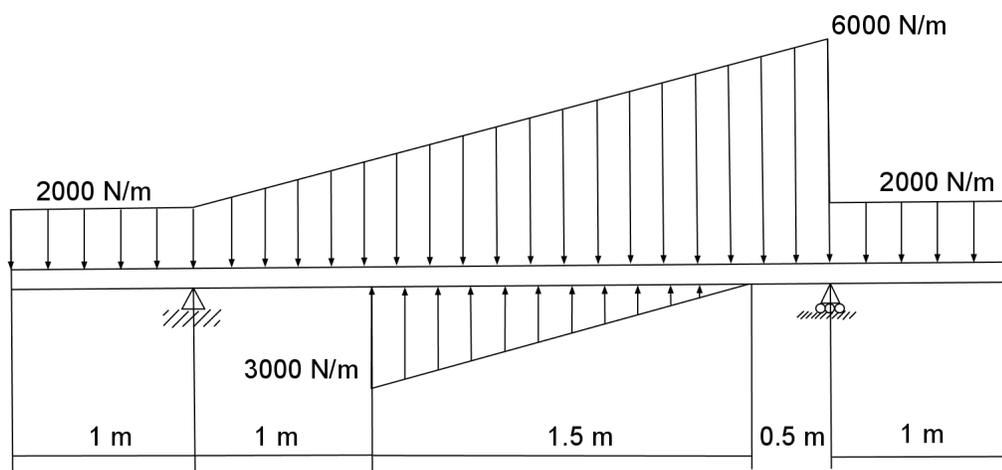
5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.

Resultados del trabajo y confrontación de estos con los cálculos de otros autores para la validación del software. A continuación se presentan ejemplos de ejercicios propuestos resueltos, contrastados con los resultados de los cálculos del programa, con lo que se validaron la correcta formulación y funcionamiento del programa.

5.1. EJERCICIOS DE VIGAS.

5.1.1. Ejercicio 1

Figura 25. Esquema Ejercicio 1.

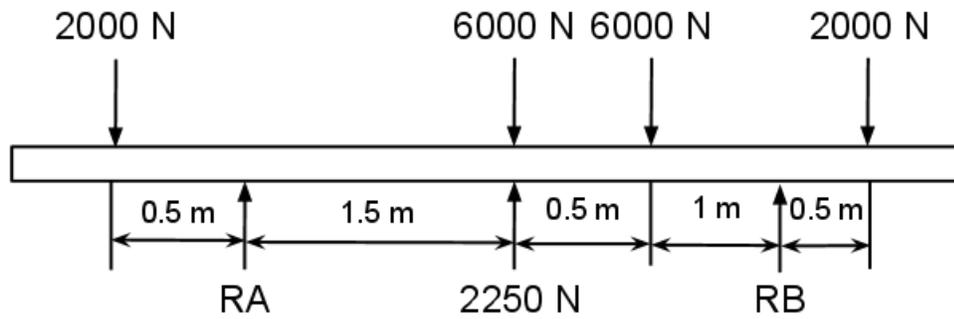


Un perfil W métrico de acero laminado se emplea para soportar las cargas mostradas en la figura; sabiendo que el esfuerzo normal permisible para el acero utilizado es 127 MPa, determine:

a. Diagramas de cortante y momentos.[10]

Estática:

Figura 26. Representación cargas sobre la viga.



$$\sum M_A = 0$$

$$(2000)(0,5) + (2250)(1,5) - (6000)(1,5) - (6000)(2) + 3RB - (2000)(3,5) = 0$$

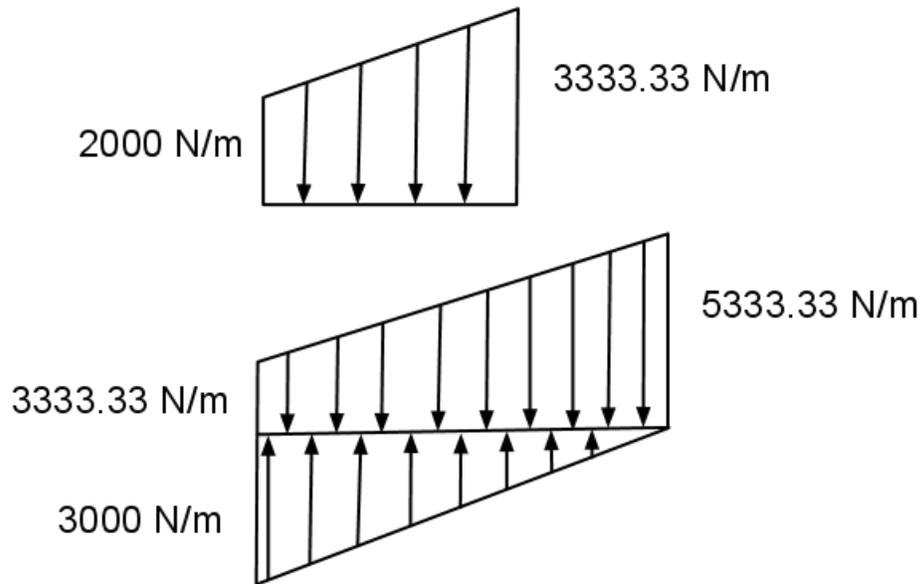
$$RB = 7875$$

$$\sum Fy = 0$$

$$16000N = RA + 2250N + 7875N$$

$$RA = 5875N$$

Figura 27. Cargas sobre la viga.



$$A1 = (2000)(1) + \frac{(1333,33)(1)}{2} = 2666,67N$$

$$A2 = (3333,33)(1,5) + \frac{(2000)(1,5)}{2} = 4250N$$

$$A3 = (5333,33)(0,5) + \frac{(666,67)(0,5)}{2} = 2833,33N$$

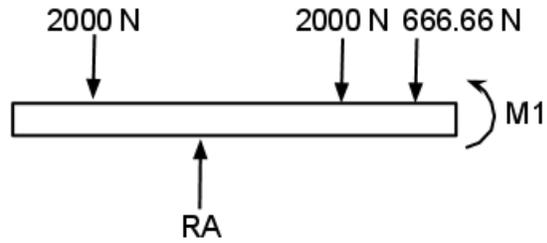
Ubicación del punto c:

$$A = 1208,33(3333,33)(x) + \frac{(1333,33x)(x)}{2} - 5000x - 1000x^2 = 1208,33$$

$$(3333,33)(x) + 666,67x^2 - 3000x + 1000x^2 = 1208,33x^2 + x = 3625x = 0,757m$$

$$\sum M_1 = 0$$

Figura 28. Momento 1

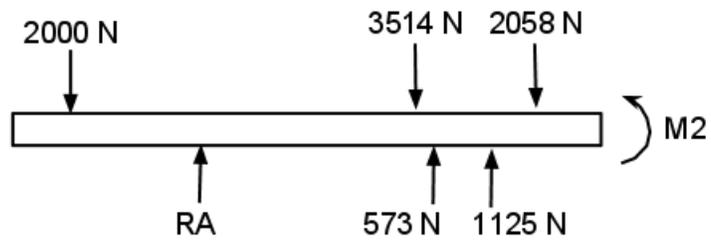


$$(2000)(1,5) - (5875)(1) + (2000)(0,5) + 666,67 - 0,333 + M1$$

$$M1 = 1653N - m$$

$$\sum M_2 = 0$$

Figura 29. Momento 2

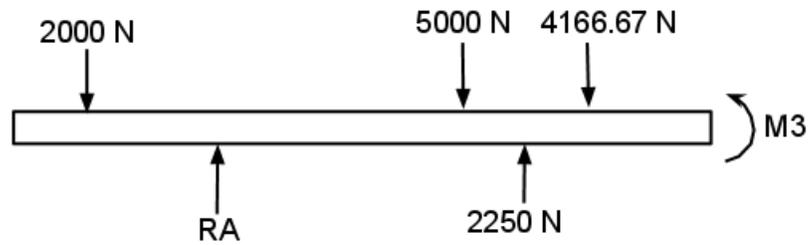


$$(2000)(2,257) - (5875)(1,757) + (3514)(0,8785) + (2058)(0,5857) - (1125)(0,3785) - (573)(0,505) + M2$$

$$M2 = 2231,13N - m$$

$$\sum M_3 = 0$$

Figura 30. Momento 3

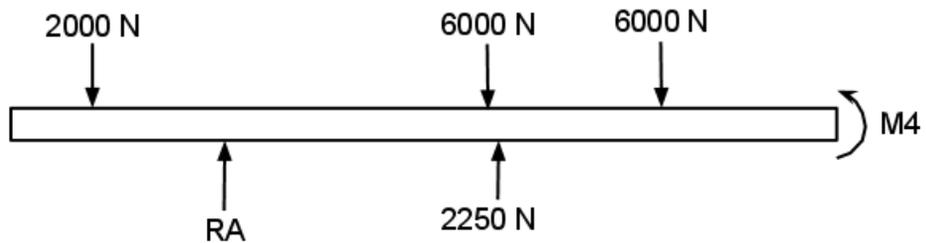


$$(2000)(3) - (5875)(2,5) - (2250)(1) + (5000)(1,25) - (4166,67)(0,833) + M3 = 0$$

$$M3 = 1216,66N - m$$

$$\sum M4 = 0$$

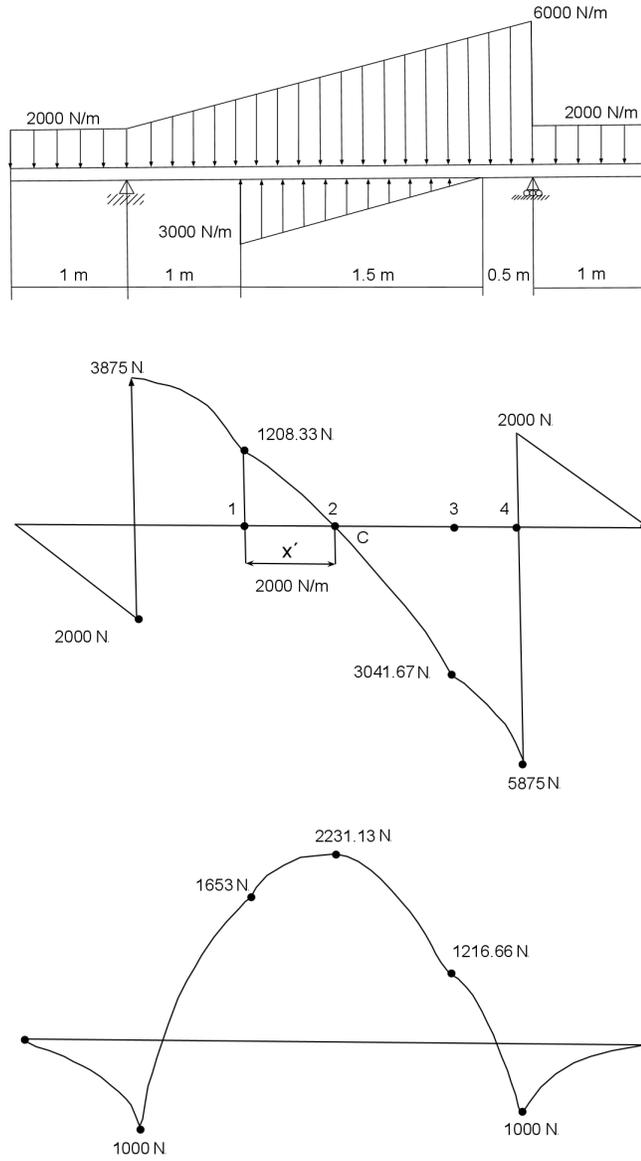
Figura 31. Momento 4



$$(2000)(3,5) - (5875)(3) + (6000)(1,5) - (2250)(1,25) - (6000)(1) + M4 = 0$$

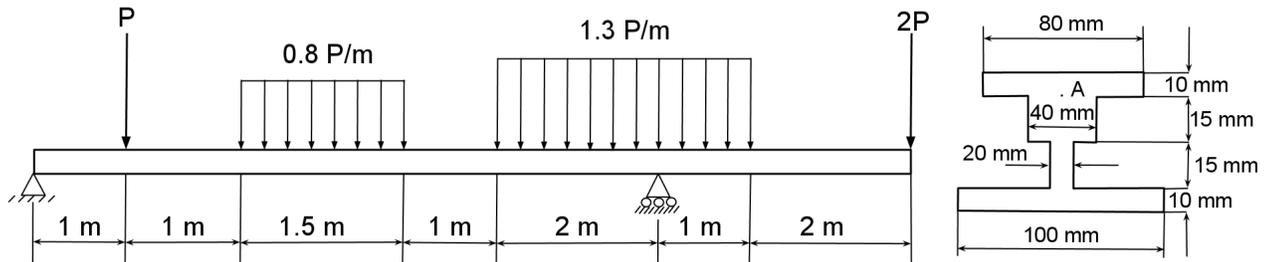
$$M4 = 1000N - m$$

Figura 32. Diagramas de cortante y momentos.



5.1.2. Ejercicio 2

Figura 33. Esquema Ejercicio 2.



Si el esfuerzo normal permisible es de + 120 MPa en tensión y de - 90 MPa en compresión para la viga mostrada; determine:

- El máximo valor permisible de P
- El esfuerzo cortante máximo en el punto A
- El esfuerzo cortante máximo sobre la viga.[10]

$$\sum M_A = 0$$

$$(-2P)(0,3334) + (4P)(2) - (1,5P)(2,5) - (P)(3,3334) + 4RB = 0$$

$$RB = 2,063P$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 7P = 2,063P + 1,5P + R \Rightarrow R = 3,437P$$

Ubicación del punto c:

$$1,437P = 2x'$$

$$x' = 0,7185m$$

$$\sum M_1 = 0$$

$$(0,5P)(0,33) + M_1 = 0 \Rightarrow M_1 = -0,167P$$

$$\sum M_2 = 0$$

$$(-3,437P)(1) - (2P)(0,6667) + M_2 = 0$$

$$M_2 = 2,1036P$$

Valor máximo permisible P :

$$\chi = \frac{(10)(2)(4) + (6)(2)(5) + (6)(2)(1)}{(10)(2) + (6)(2) + (6)(2)}$$

$$\chi = \frac{252}{44} = 5,73cm$$

$$I_\chi = \left(\frac{1}{12}\right)(10)(2^3) + (10)(2)(3,27^2) + \left(\frac{1}{12}\right)(2)(6^3) + (2)(6)(0,73^2) + \left(\frac{1}{12}\right)(6)(2^3) + (6)(2)(4,73^3)$$

$$I_\chi = 535,4cm^4 \Rightarrow I_\chi = 5,354 \times 10^{-6}m^4$$

$$\sigma = \frac{MC}{I} \Rightarrow M = \frac{\sigma I}{C}$$

$$0,167P = \frac{(112)(10^6)(5,354 \times 10^{-6}m^4)}{0,0427m} \Rightarrow P_1 = 84091,49N$$

$$0,167P = \frac{(85)(10^6)(5,354 \times 10^{-6}m^4)}{0,0578m} \Rightarrow P_2 = 47558,29N$$

$$0,167P = \frac{(112)(10^6)(5,354x10^{-6}m^4)}{0,0427m} \Rightarrow P_3 = 4068,2N$$

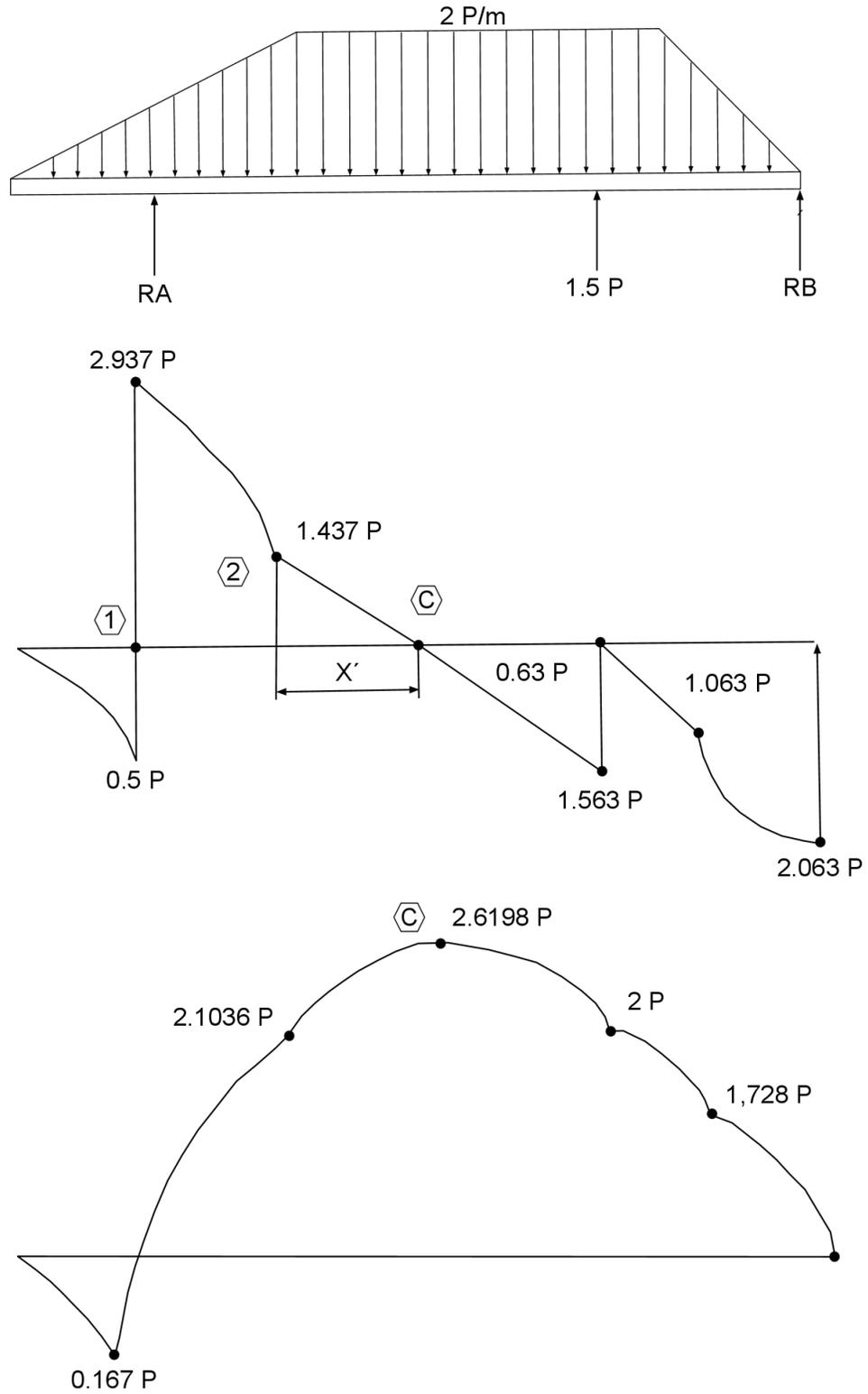
$$0,167P = \frac{(112)(10^6)(5,354x10^{-6}m^4)}{0,0573m} \Rightarrow P_4 = 3994,6N$$

$$\tau_{máx_A} = \frac{VQ}{It}$$

$$\tau_{máx_A} = \frac{(2.937)(3994.6)(0.1)(0.02)(0.0327)}{(5.354x10^{-6})(0.02)} \Rightarrow \tau_{máx_A} = 7.166MPa$$

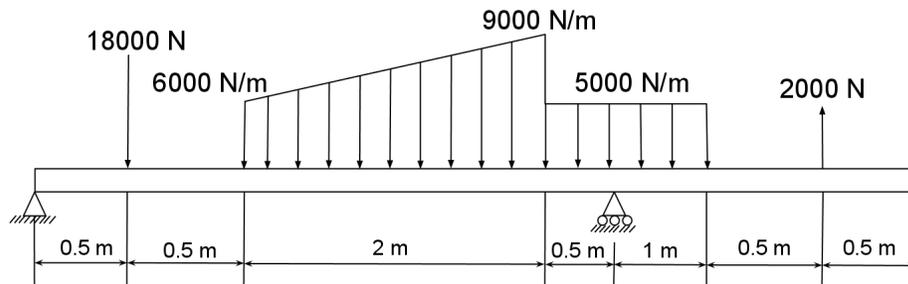
$$\tau_{máx} = \frac{(2.937)(3994.6) [(0.1)(0.02)(0.0327) + (0.02)(0.0227)(0.01135)]}{(5.354x10^{-6})(0.02)} \Rightarrow \tau_{máx} = 7.73MPa$$

Figura 34. Diagramas de cortante y momentos.



5.1.3. Ejercicio 3

Figura 35. Esquema Ejercicio 3.



Un perfil W métrico de acero laminado se emplea para soportar las cargas mostradas en la figura; sabiendo que el esfuerzo normal permisible para el acero utilizado es 127 MPa, determine:

a) Diagrama de cortante y momentos.[10]

$$\sum M_A = 0$$

$$(-1800)(0.5) - (1200)(2) - (3000)(2.333) + 3.5RB - (7500)(3.75) + (2000)(5) = 0$$

$$RB = 16607.11N$$

$$\sum Fy = 0$$

$$RA + RB = 0$$

$$RA = 21893N$$

$$\frac{(1500x)x}{2} + 6000x = 3893$$

$$750x^2 + 6000x = 3893 \Rightarrow x^2 + 8x = 5,2$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - (4)(5)(2)}}{2}$$

$$x' = 0,6m$$

$$\sum M_C = 0$$

$$(-21893)(1,6) + (18000)(1,1) + (3600)(0,3) + (270)(0,2) + M_C = 0$$

$$M_C = 14095N.m$$

$$\sum M_D = 0$$

$$(-21893)(3) + (18000)(2,5) + (12000)(1) + (3000)(0,6667) + M_D = 0$$

$$M_D = 6674N.m$$

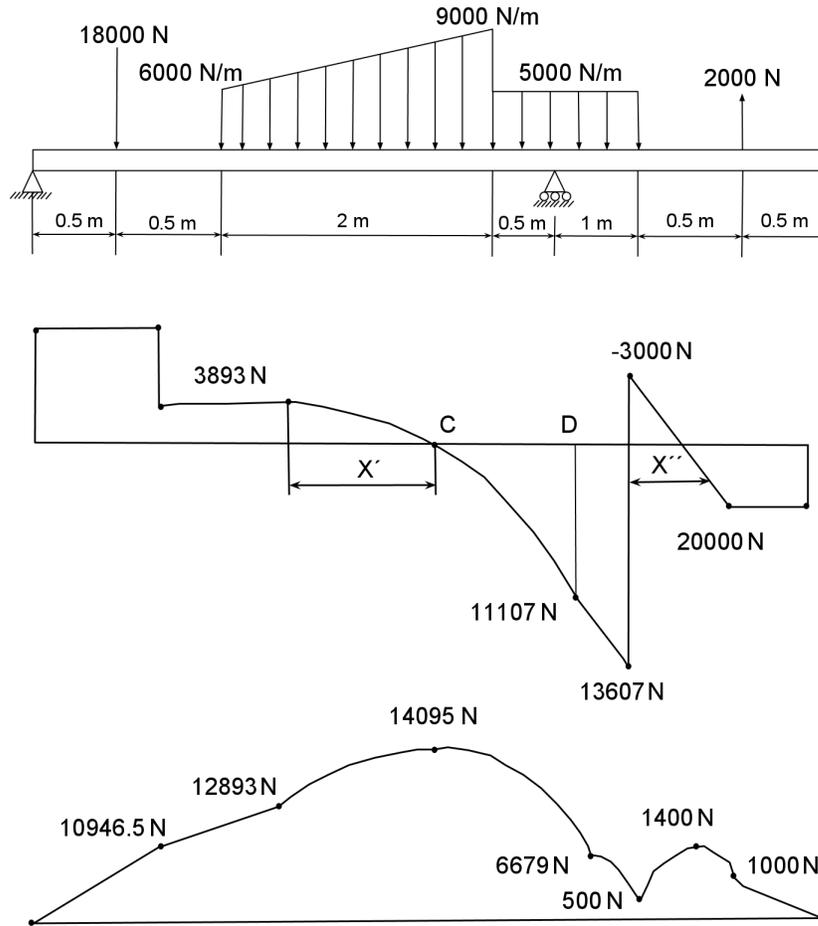
Momentomáximo = 14095N.m

$$\sigma_{máx} = \frac{M}{S_{Mín}} \Rightarrow S_{Mín} = \frac{M}{\sigma_{máx}}$$

$$S_{Mín} = \frac{14095Nm}{195 \times 10^6 \frac{N}{m}} = 7,228 \times 10^{-5} m^3$$

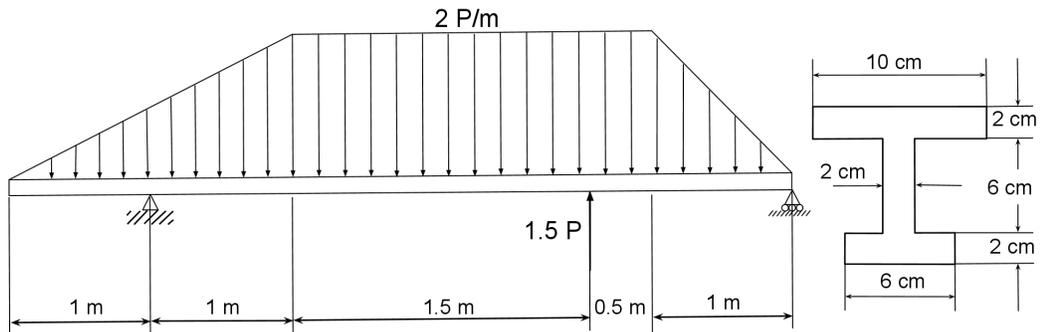
$$S_{Mín} = 7228,1mm^3$$

Figura 36. Diagrama de cortante y momentos.



5.1.4. Ejercicio 4

Figura 37. Esquema Ejercicio 4.



Si el esfuerzo normal permisible es de + 112 MPa en tensión y de - 85 MPa en compresión para la viga mostrada, determine.

- a) El máximo valor permisible de P
- b) El esfuerzo cortante máximo en el punto A
- c) El esfuerzo cortante máximo sobre la viga. [10]

Estática:

$$\sum MA = 0$$

$$-P - (2,75)(1,2P) - (6)(3,9P) + 6,5R_B - (9,5)(2P) = 0$$

$$-P - 3,3P - 23,4P + 6,5R_B - 19P = 0$$

$$R_B = 7,185P$$

$$\sum Fy = 0$$

$$RA + RB = 8,1P$$

$$RA = 0,915P$$

$$Q_a = (80)(10)(20,65)$$

$$Q_a = 16520mm^3$$

$$Q_a = 1,652 \times 10^{-5}m^3$$

$$\chi = \frac{(80)(10)(45) + (40)(15)(32,5) + (20)(15)(17,5) + (100)(10)(5)}{(80)(10) + (40)(15) + (20)(15) + (100)(10)}$$

$$\chi = \frac{65750}{2700} \implies \chi = 24,35mm$$

$$I_x = \left(\frac{1}{12}\right)(80)(10^3) + (80)(10)(20,65^2) + \left(\frac{1}{12}\right)(40)(15^3) + (40)(15)(8,15^2) + \left(\frac{1}{12}\right)(20)(15^3) + (20)(15)(6,8$$

$$I_x = 6666,67 + 341138 + 11250 + 39853,5 + 5625 + 14076,75 + 8333,34 + 374422,5$$

$$I_x = 0,801366x10^6mm^4$$

$$I_x = 0,801366x10^{-6}m^4$$

$$\sigma_{tensión} = 120MPa$$

$$\sigma_{compresión} = -90MPa$$

Tramo OC:

$$120x10^6 = \frac{(0,915P_1)(0,02435)}{0,801366x10^{-6}m^4} \implies P_1 = 4316,11N$$

$$90x10^6 = \frac{(0,915P_1)(0,02565)}{0,801366x10^{-6}m^4} \implies P_1 = 3073,02N$$

Tramo CD:

$$120x10^6 = \frac{(6,6525P_1)(0,02565)}{0,801366x10^{-6}m^4} \implies P_1 = 563,56N$$

$$90x10^6 = \frac{(0,915P_1)(0,02435)}{0,801366x10^{-6}m^4} \implies P_1 = 445,24N$$

$$\tau_{máx_A} = \frac{VQ_A}{It}$$

$$\tau_{máx_A} = \frac{(3,885)(445,24)(1,652x10^{-5}m^3)}{(5,354x10^{-6})(0,02)} \Rightarrow \tau_{máx_A} = 0,89MPa$$

$$\tau_{máx_{Viga}} = \frac{VQ_{máx}}{It}$$

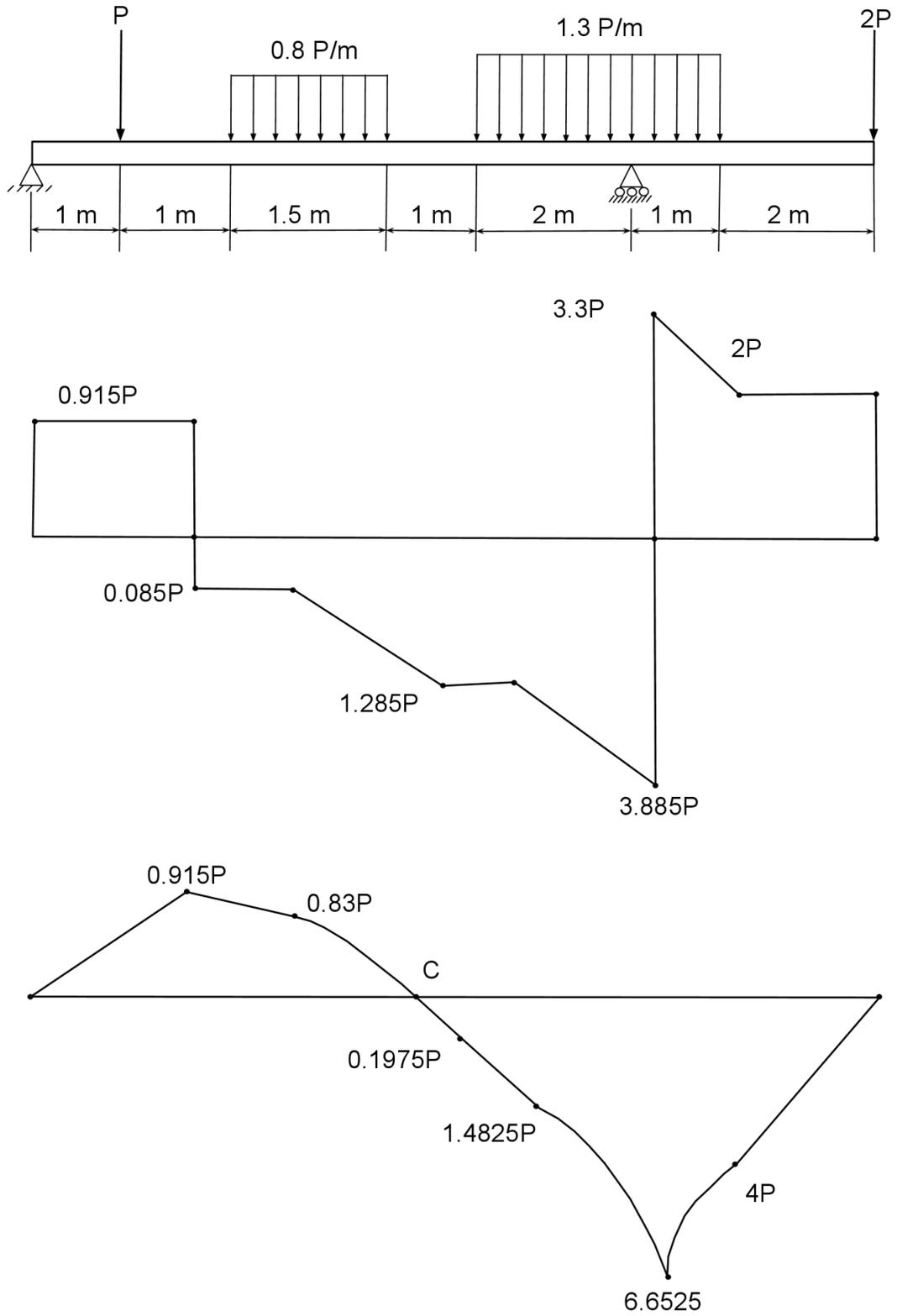
$$Q_{máx} = (100)(10)(19,35) + (20)(14,35)(7,175)$$

$$Q_{máx} = 21409,23mm^3 \Rightarrow Q_{máx} = 2,14x10^{-5}m^3$$

$$\tau_{máx} = \frac{(3,885)(445,24)(2,14x10^{-5})}{(0,801366x10^{-6})(0,02)}$$

$$\sigma_{máx} = 2,31MPa$$

Figura 38. Diagrama de cortante y momentos.

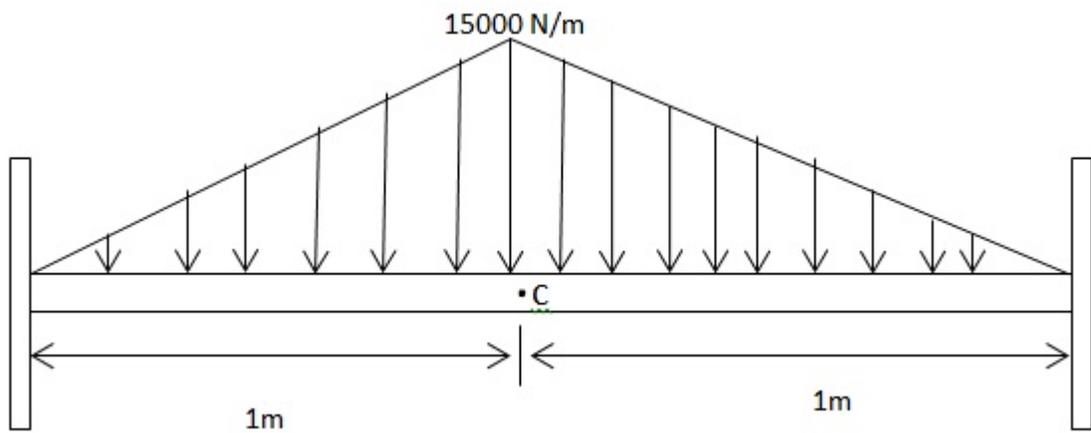


5.1.5. Ejercicio 5

La viga doblemente empotrada mostrada en la figura será construida en un perfil de acero ($E=207$ GPa), cuya resistencia a la fluencia es de 295 MPa; por lo cual se solicita

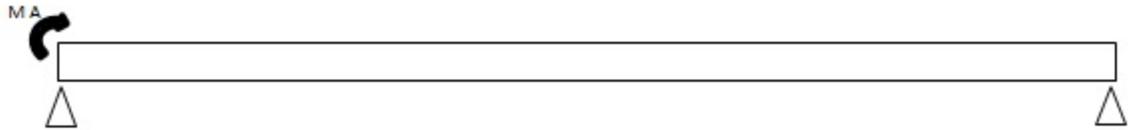
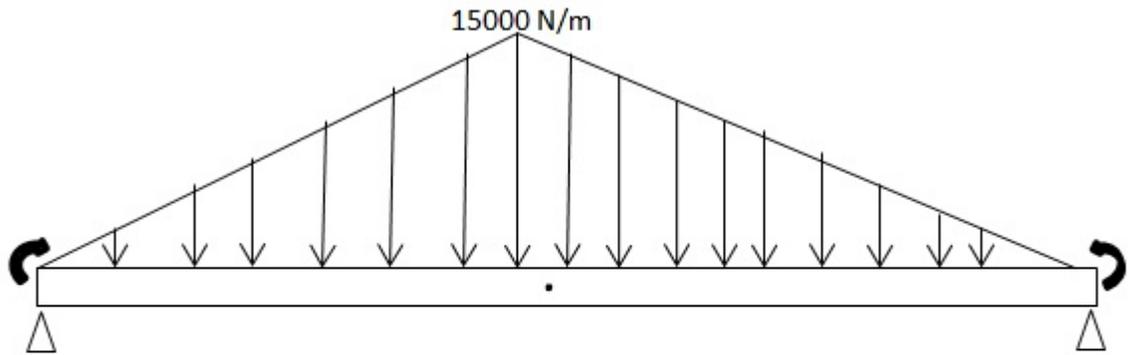
- Determinar el perfil W más económico para la aplicación.
- Calcular la deflexión en el punto C.[10]

Figura 39. Figura Ejercicio 5.



Problema indeterminado de segundo orden. Compatibilidad $\theta_A = 0$ y $\theta_B = 0$

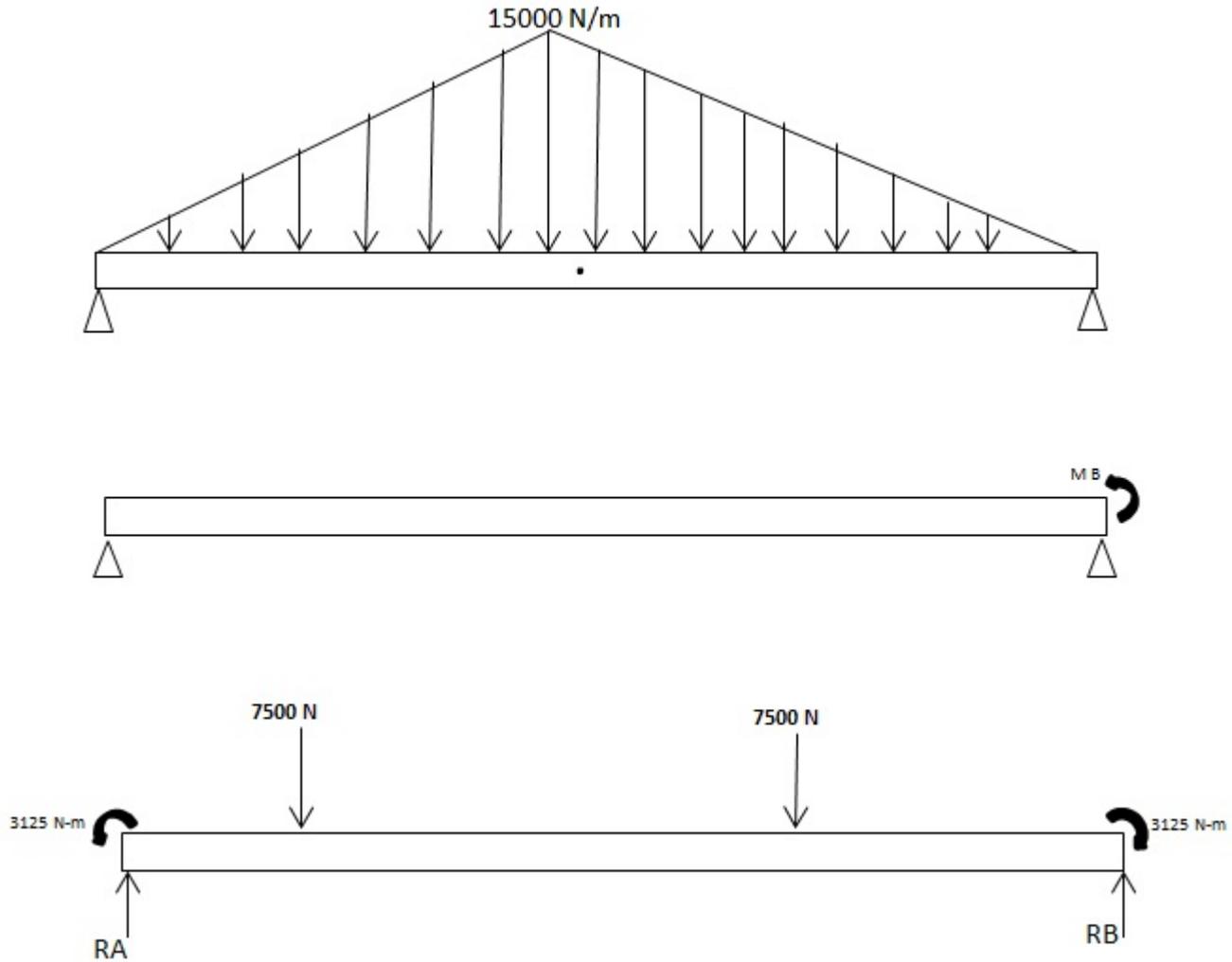
Figura 40. Diagrama Ejercicio 5.



$$\theta_A = 0 \Rightarrow \frac{2M_A}{3EI} + \frac{5 * 15000 * 2^3}{192EI} + \frac{2M_B}{6EI} = 0 \Rightarrow 0,667M_A + 3125 + 0,3333M_B = 0 \Rightarrow -1,3334M_A - 6250 = M_B$$

$$\theta_B = 0 \Rightarrow \frac{2M_A}{6EI} + \frac{5 * 15000 * 2^3}{192EI} + \frac{2M_B}{3EI} = 0 \Rightarrow 0,3333M_A + 3125 + 0,667M_B = 0 \Rightarrow 0,3334M_A + 3125 = -0,667M_B$$

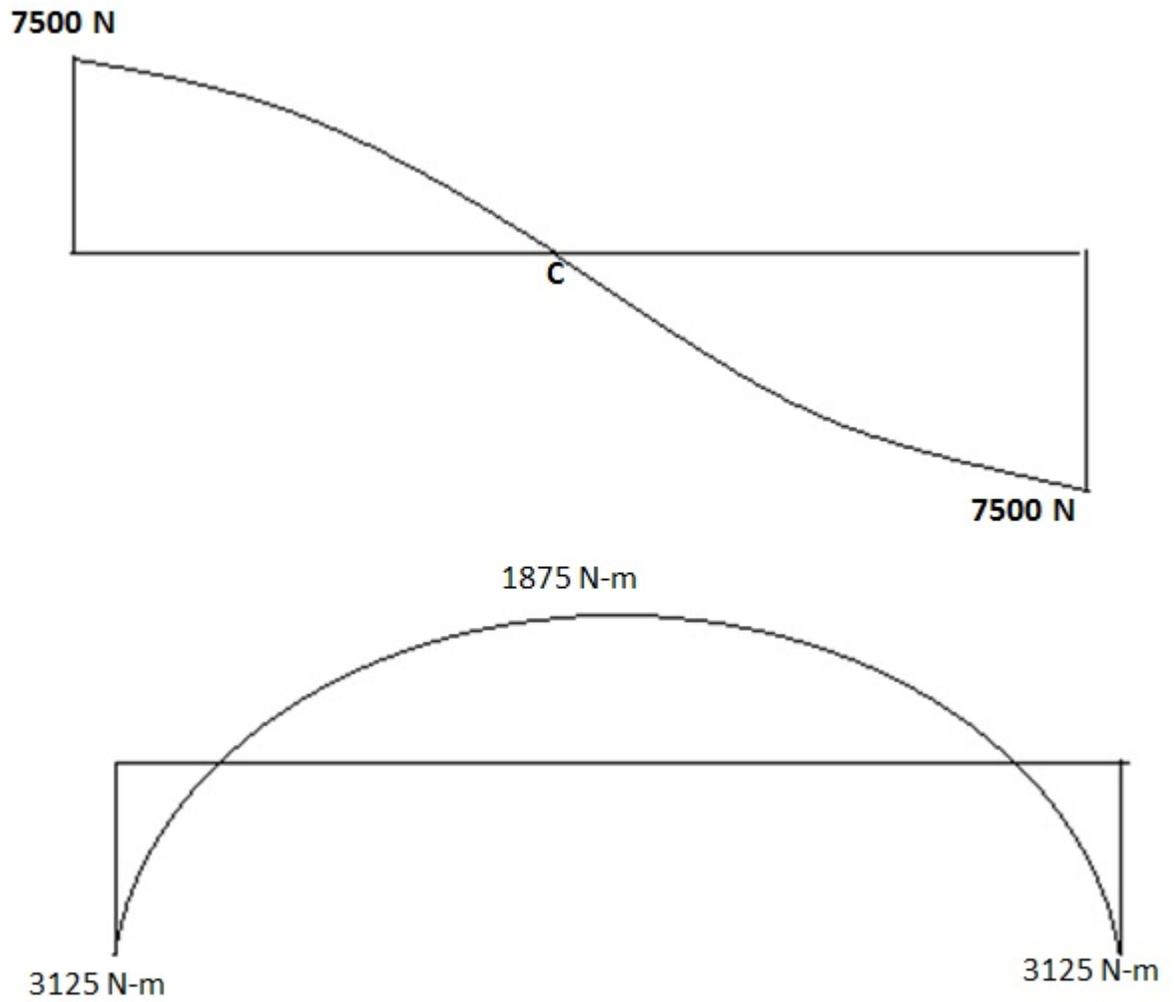
Figura 41. Figura Estática Ejercicio 5.



$$\sum M_A = 0 \implies 3125 - 7500 * 0,667 - 7500 * 1,3334 - 3125 + 2R_B = 0 \implies R_B = 7500N = R_A$$

$$\sum M_C = 0 \implies 3125 - 7500 * 1 - 7500 * 0,3333 - M_C = 0 \implies M_C = -1875N - m$$

Figura 42. Diagramas Ejercicio 5.



$$M_{m\acute{a}x} = 3125\text{ N}\cdot\text{m} \Rightarrow \sigma = \frac{m}{s} \Rightarrow S_{min} = \frac{3125\text{ N}\cdot\text{m}}{295,10^6\text{ N}/\text{m}^2} \Rightarrow S_{min} = 10,59 \cdot 10^{-6}\text{ m}^3 \Rightarrow S_{min} = 105$$

$$W150 \times 13,5 \left\{ \begin{array}{l} E = 207\text{ GPa} \\ I = 6,87 \cdot 10^{-6}\text{ m}^4 \end{array} \right\}$$

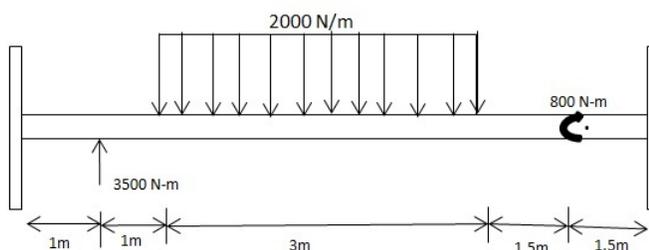
Deflexion en C

$$-\frac{M_0 L^2}{8EI} + \frac{T_o L^4}{120EI} = \frac{-3125 * 2^2}{8 * 207 * 10^4} + \frac{15000 * 2^4}{120 * 207 * 10^9 * 6,87 * 10^{-6}} \implies \delta = -1,098mm + 1,4064mm =$$

5.1.6. Ejercicio 6

La viga doblemente empotrada esta sometida a las cargas mostradas en la figura. Determine el perfil W de acero laminado más económico que puede ser utilizado para esta aplicación. Unidades en metros.[10]

Figura 43. Figura Ejercicio 6



Problema Doblemente Indeterminado: $\delta_F = 0$ y $\theta_F = 0$

Figura 44. Diagrama Ejercicio 6

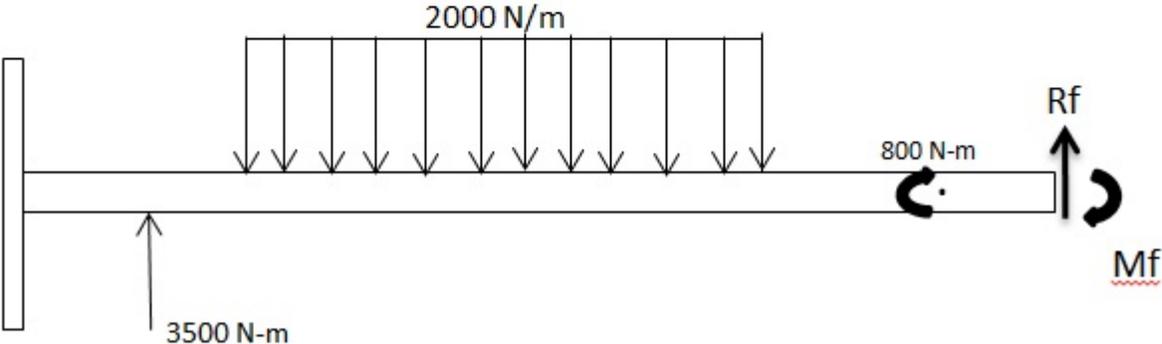
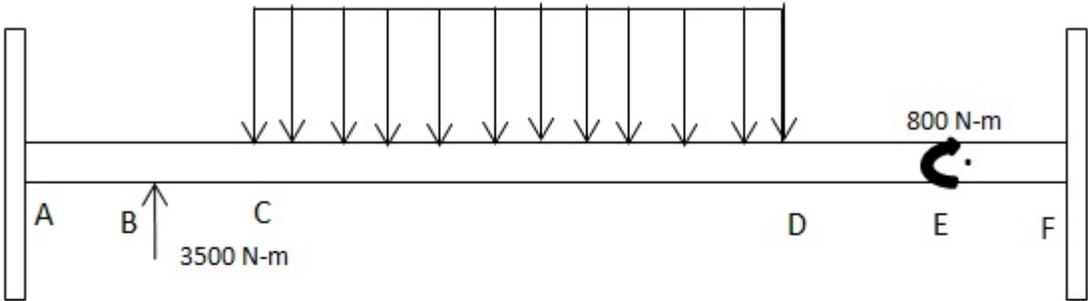
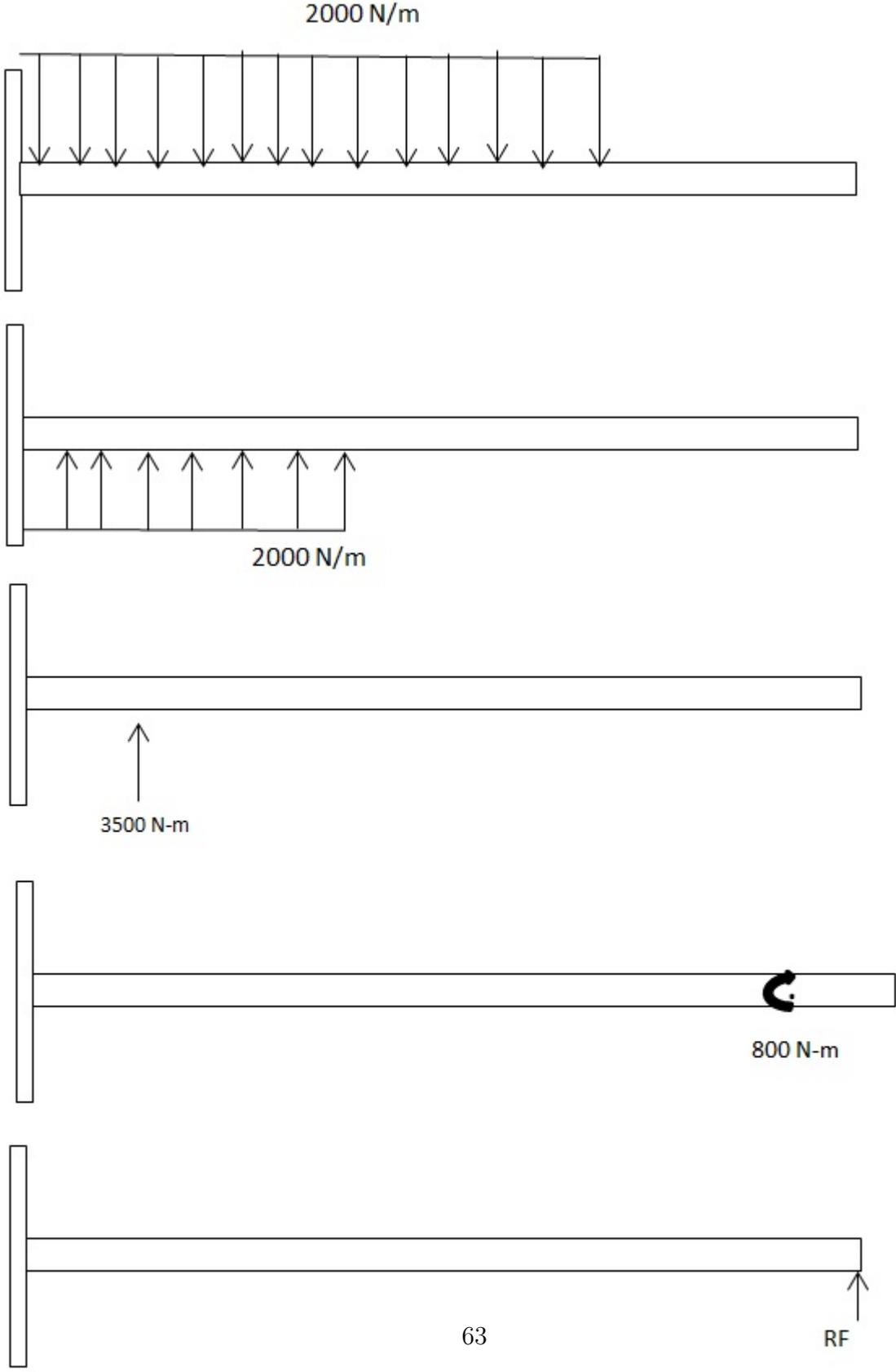


Figura 45. Diagrama Ejercicio 6



$$\delta_F = 0 \implies \frac{2000 * 5^3}{24EI} (4,8 - 5) - \frac{2000 * 2^3}{24EI} (4,8 - 2) - \frac{3500 - 1^2}{6EI} (3,8 - 1) - \frac{800 - 6,5}{2EI} (2,8 - 6,5) -$$

$$281250 - 20000 - 13416,7 + 24700 - 170,67R_F + 32M_F = 0$$

$$32M_F - 170,7R_F = -272533,3$$

$$\theta_F = 0 \implies \frac{2000 * 5^3}{6EI} - \frac{2000 * 2^3}{6EI} - \frac{3500 - 1^2}{2EI} - \frac{800 - 6,5}{EI} - \frac{R_F * 8^2}{2EI} + \frac{M_T * 8}{EI} = 0$$

$$41566,7 - 2666,7 - 1750 + 5200 - 32R_T$$

$$3M_F - 32R_F = -42450$$

$$\begin{array}{rcl} \cdot & 32M_F & - 170,7R_F = -272533,3 \\ - & 32M_F & + 128R_F = 169800 \implies R_F = 2405,93N \\ \cdot & \cdot & - 42,7R_F = -102733,3 \end{array}$$

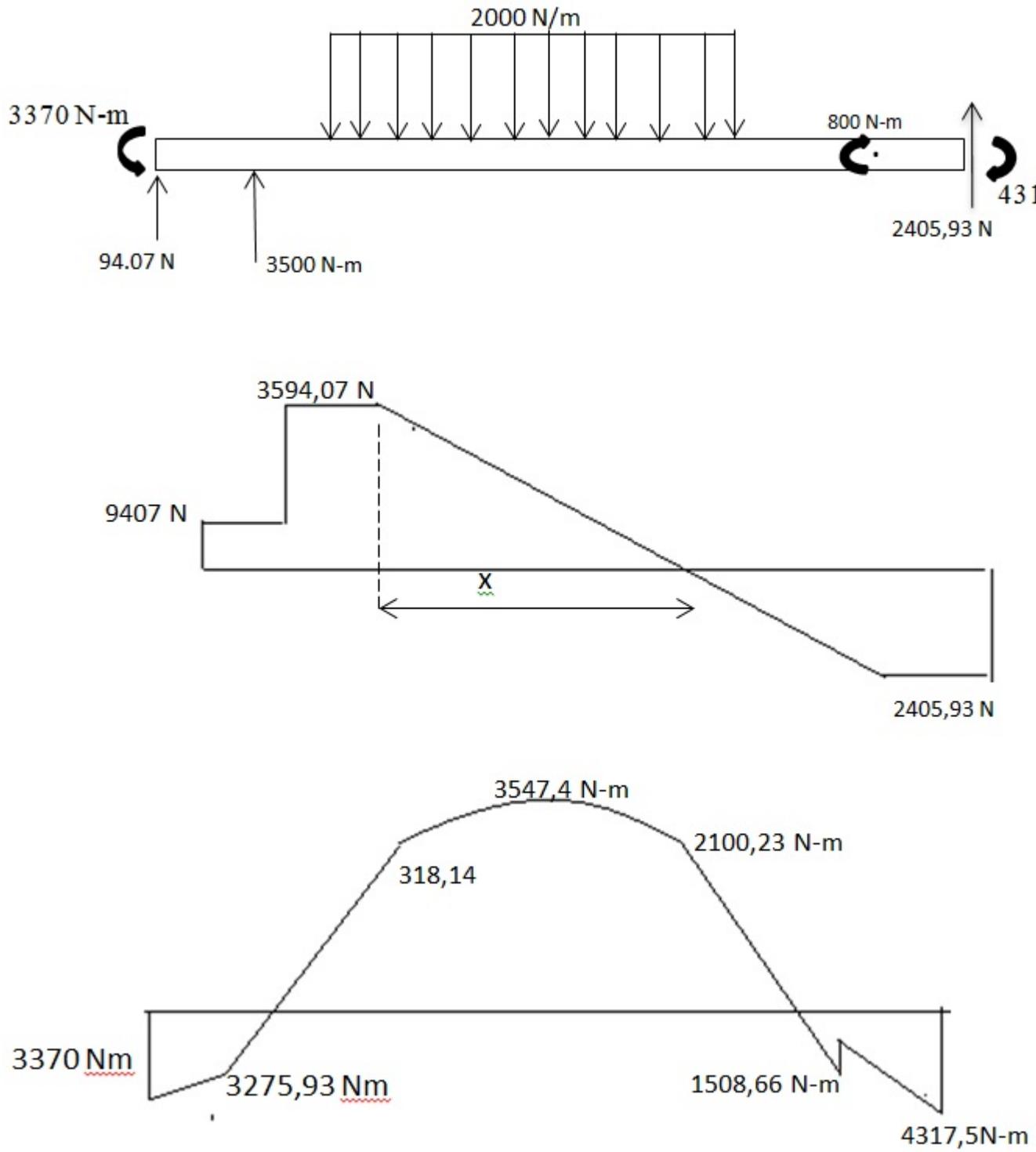
$$\sum F_y = 0 \implies R_A + 3500 - 6000 - 2405,93 = 0 \implies R_A = 94,07N$$

$$\sum M_A = 0 \implies M_A + 1 * 3500 - 6000 * 3,5 - 800 - 2405,93 * 8 - 4317,47 = 0 \implies M_A = 3N - m$$

$$2000 * x = 3594,07 \implies x = 1,797m$$

$$M_{max} = 4317,5N - m$$

Figura 46. Diagrama Ejercicio 6



$$\sigma_{max} = \frac{m}{s} \Rightarrow s = \frac{M}{\sigma_{max}} \Rightarrow s = \frac{4317,5N - m}{250 * 10^6 Pa} \Rightarrow s = 1,727 * 10^{-5} m^3$$

$$s = 17270 mm^3$$

El perfil mas económico es $W150x13,5$

5.1.7. Resultado del ejercicio 1 con el programa VigasUPB

A continuación se mostraran las figuras de la viga con las cargas y los resultados de los diagramas de momentos, cortantes, ángulo y deflexión, todo esto para el ejercicio 1, sección 5.1.1

Figura 47. Viga mostrada por el programa

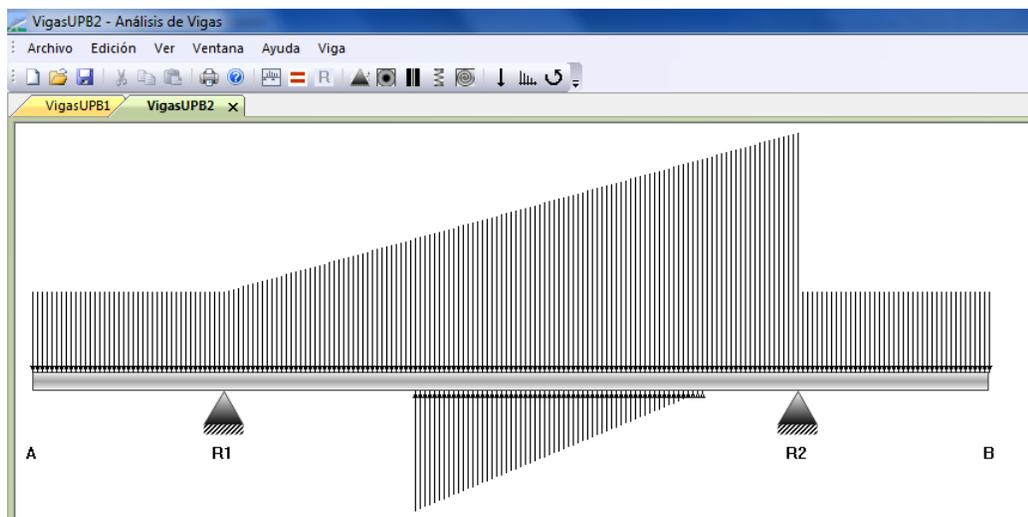


Figura 48. Diagrama de cortantes

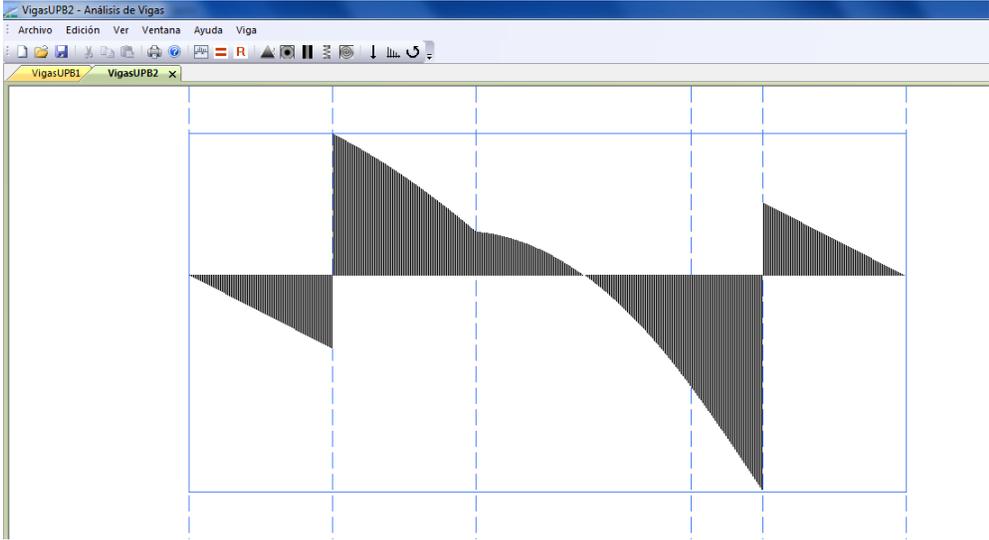


Figura 49. Diagrama de momentos

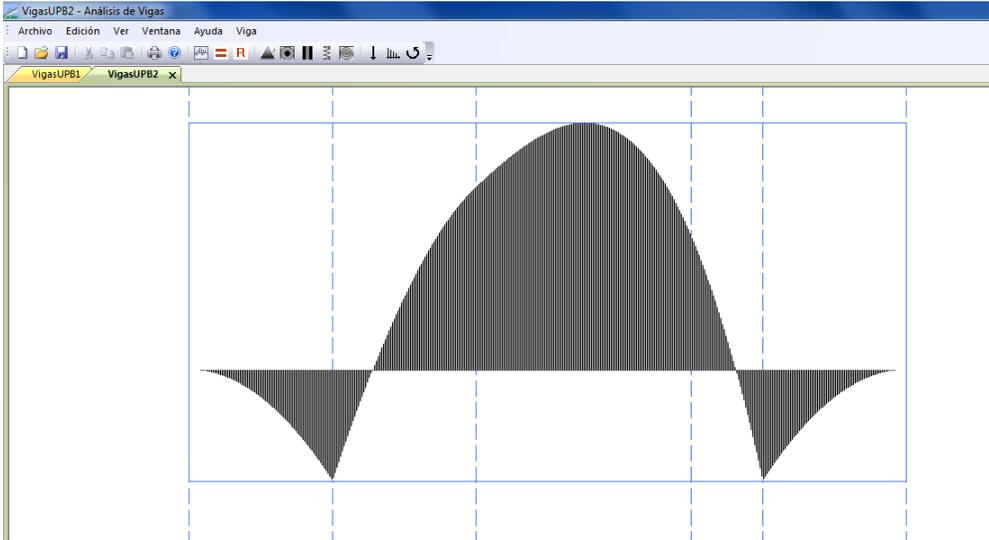


Figura 50. Diagrama ángulo

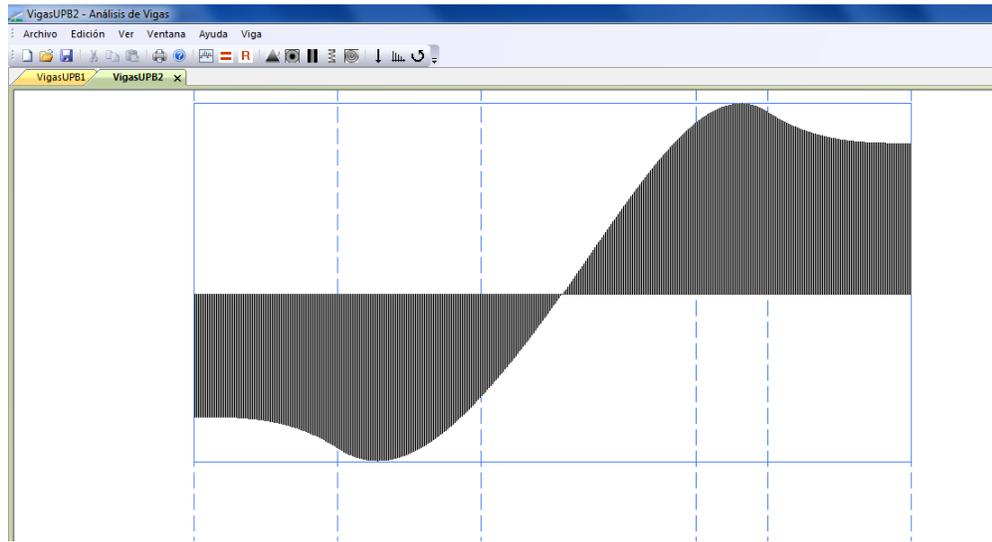
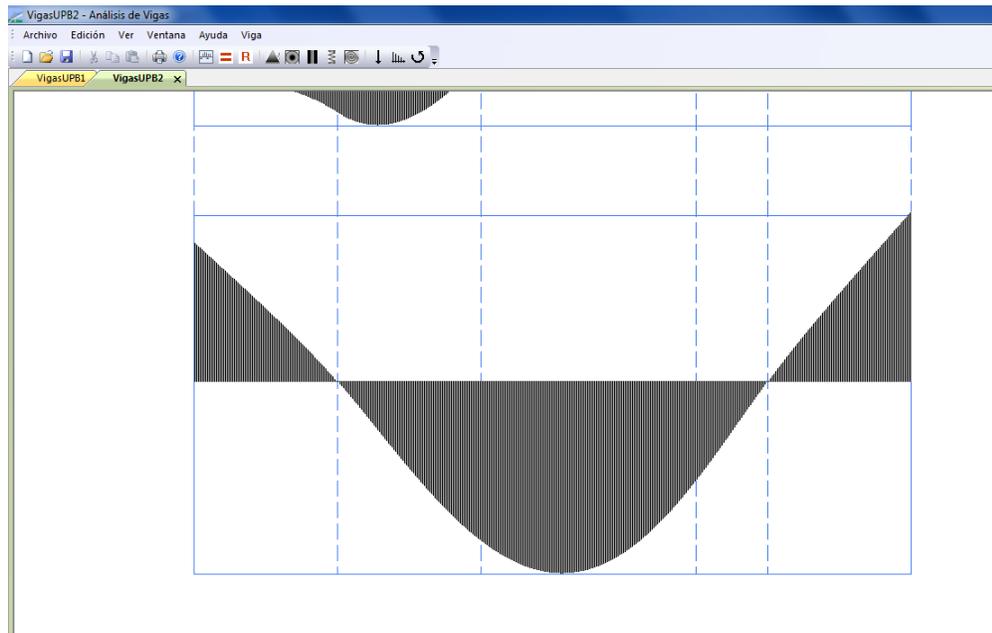


Figura 51. Diagrama deflexión



- Reacciones apoyo Izquierdo

Tipo de apoyo: Libre

Deflexión Inicial <A>: 0.000667411 [m]

Ángulo Inicial <A>: -0.000627728 [Rad]

- Reacciones apoyo Derecho

Tipo de apoyo: Libre

Deflexión Final : 0.000813244 [m]

Ángulo Final : 0.000773562 [Rad]

- Reacciones apoyos intermedios

Tipo de apoyo: Apoyo Simple

Reacción <R1>: 5875 [N]

Tipo de apoyo: Apoyo Simple

Reacción <R2>: 7875 [N]

- Ecuaciones de Cortante

0 [m] <X < 1 [m]

$$V = 0 - 2000 * X^1 + 0 * X^2$$

1 [m] <X < 2 [m]

$$V = 5208.33 - 666.667 * X^1 - 666.667 * X^2$$

2 [m] <X < 3.5 [m]

$$V = -4791.67 + 6333.33 * X^1 - 1666.67 * X^2$$

3.5 [m] <X < 4 [m]

$$V = 7458.33 - 666.667 * X^1 - 666.667 * X^2$$

4 [m] <X < 5 [m]

$$V = 10000 - 2000 * X^1 + 1.06726e-013 * X^2$$

- Ecuaciones de Momento

0 [m] <X < 1 [m]

$$M=0+0*X^1-1000*X^2+0*X^3$$

$$1 \text{ [m]} < X < 2 \text{ [m]}$$

$$M=-5652.78+5208.33*X^1-333.333*X^2-222.222*X^3$$

$$2 \text{ [m]} < X < 3.5 \text{ [m]}$$

$$M=3013.89-4791.67*X^1+3166.67*X^2-555.556*X^3$$

$$3.5 \text{ [m]} < X < 4 \text{ [m]}$$

$$M=-11277.8+7458.33*X^1-333.333*X^2-222.222*X^3$$

$$4 \text{ [m]} < X < 5 \text{ [m]}$$

$$M=-25000+10000*X^1-1000*X^2+3.55754e-014*X^3$$

- Ecuaciones de Ángulo

$$0 \text{ [m]} < X < 1 \text{ [m]}$$

$$\emptyset=-0.000627728+0*X^1+0*X^2-0.00015873*X^3+0*X^4$$

$$1 \text{ [m]} < X < 2 \text{ [m]}$$

$$\emptyset=0.000744626-0.0026918*X^1+0.00124008*X^2-5.29101e-005*X^3-2.6455e-005*X^4$$

$$2 \text{ [m]} < X < 3.5 \text{ [m]}$$

$$\emptyset=-0.00179506+0.00143519*X^1-0.00114087*X^2+0.000502646*X^3-6.61376e-005*X^4$$

$$3.5 \text{ [m]} < X < 4 \text{ [m]}$$

$$\emptyset=0.0041598-0.00537037*X^1+0.00177579*X^2-5.29101e-005*X^3-2.6455e-005*X^4$$

$$4 \text{ [m]} < X < 5 \text{ [m]}$$

$$\emptyset=0.0206148-0.0119048*X^1+0.00238095*X^2-0.00015873*X^3+4.23516e-021*X^4$$

- Ecuaciones de Deflexión

$$0 \text{ [m]} < X < 1 \text{ [m]}$$

$$y=0.000667411-0.000627728*X^1+0*X^2+0*X^3-3.96825e-005*X^4+0*X^5$$

$$1 \text{ [m]} < X < 2 \text{ [m]}$$

$$y = 0.000206432 + 0.000744626 * X^1 - 0.0013459 * X^2 + 0.00041336 * X^3 - 1.32275e-005 * X^4 - 5.29101e-006 * X^5$$

$$2 \text{ [m]} < X < 3.5 \text{ [m]}$$

$$y = 0.00141278 - 0.00179506 * X^1 + 0.000717593 * X^2 - 0.000380291 * X^3 + 0.000125661 * X^4 - 1.32275e-005 * X^5$$

$$3.5 \text{ [m]} < X < 4 \text{ [m]}$$

$$y = -0.00275562 + 0.0041598 * X^1 - 0.00268519 * X^2 + 0.000591931 * X^3 - 1.32275e-005 * X^4 - 5.29101e-006 * X^5$$

$$4 \text{ [m]} < X < 5 \text{ [m]}$$

$$y = -0.0278562 + 0.0206148 * X^1 - 0.00595238 * X^2 + 0.000793651 * X^3 - 3.96825e-005 * X^4 + 8.47033e-022 * X^5$$

5.1.8. Resultado del ejercicio 3 con el programa VigasUPB.

A continuación se mostraran las figuras de la viga con las cargas y los resultados de los diagramas de momentos, cortantes, ángulo y deflexión, todo esto para el ejercicio 3, sección 5.1.3

Figura 52. Viga mostrada por el programa

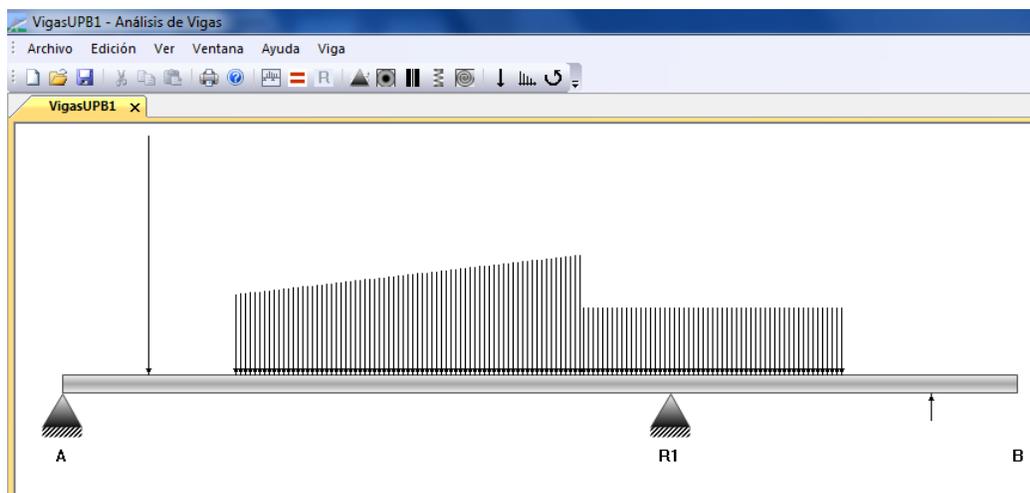


Figura 53. Diagrama de cortantes

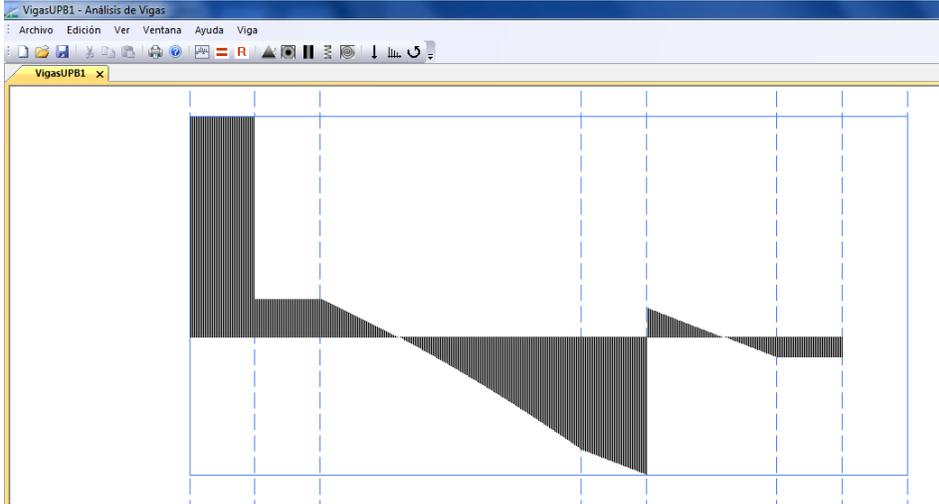


Figura 54. Diagrama de momentos

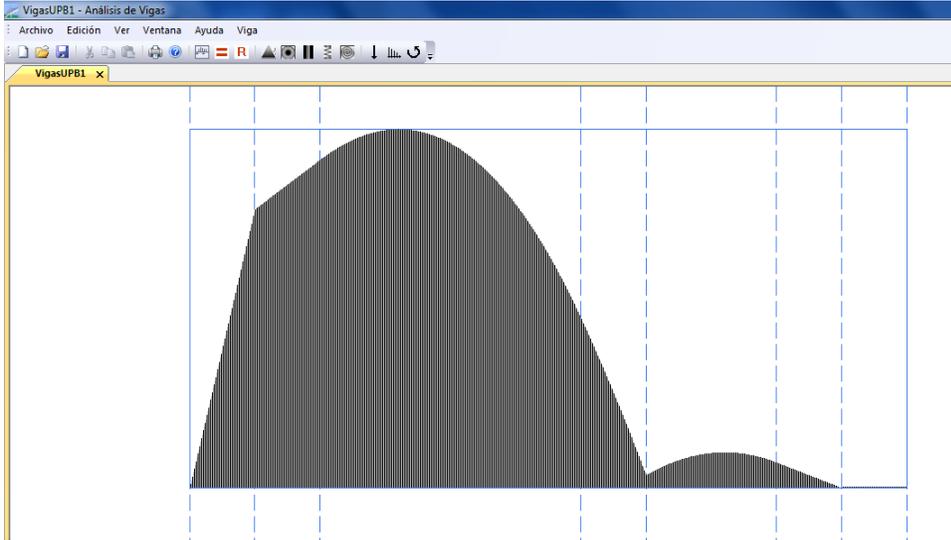


Figura 55. Diagrama ángulo

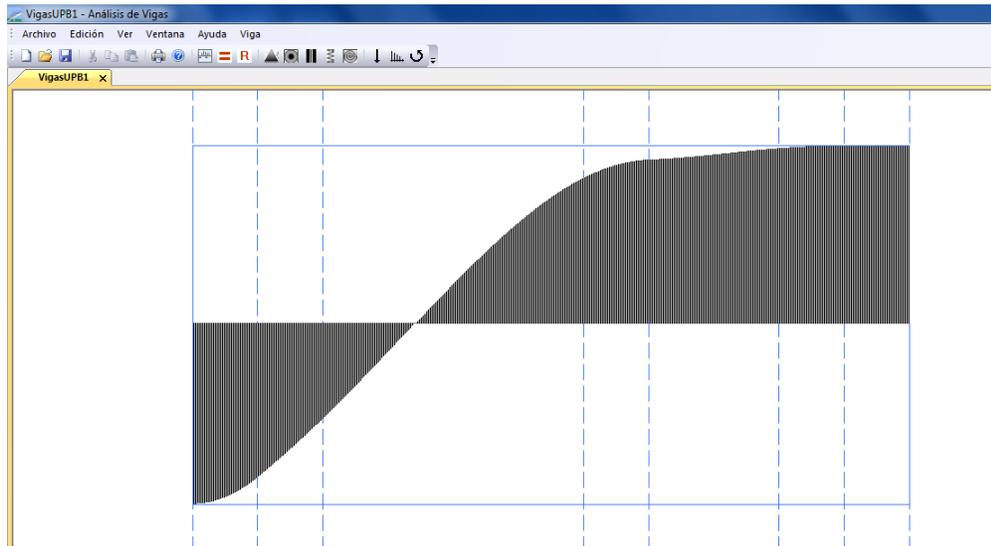
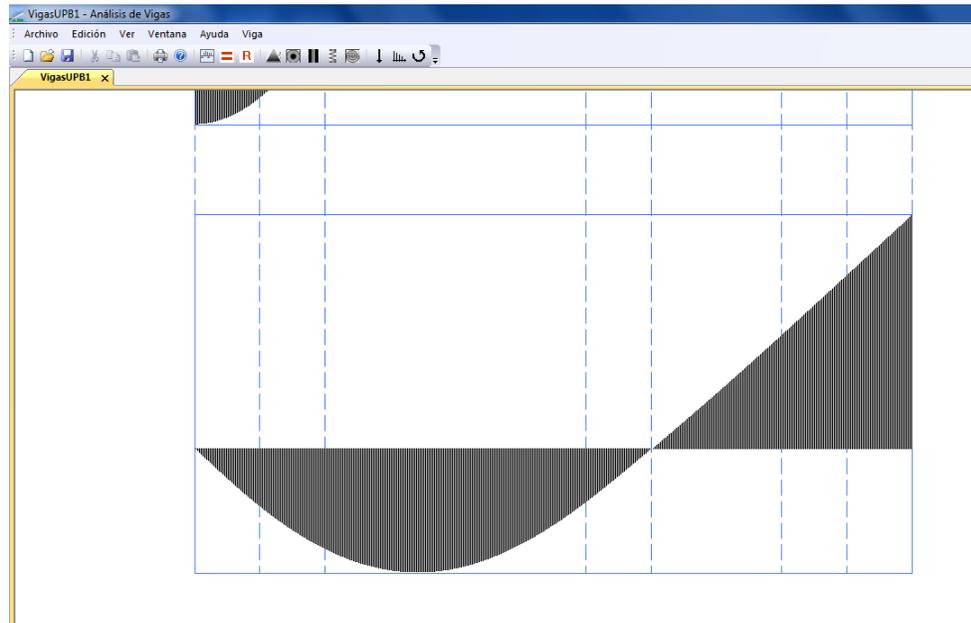


Figura 56. Diagrama deflexión



5.1.9. Resultado del ejercicio 5 con el programa VigasUPB.

Figuras de la viga con las cargas y los diagramas de momentos, cortantes, ángulo y deflexión, además de las ecuaciones de solución, todo esto generado por el software

vigasUPB para el ejercicio 5 de la sección 5.1.5

Figura 57. Viga mostrada por el programa

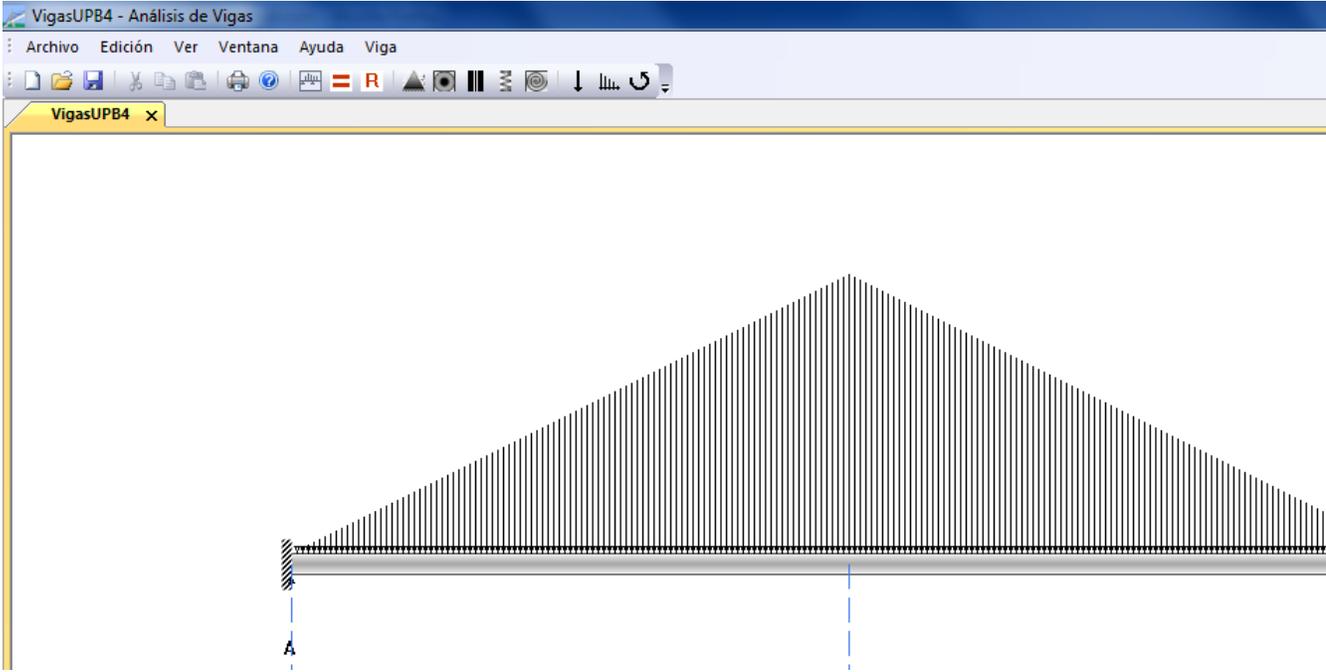


Figura 58. Diagrama de cortantes

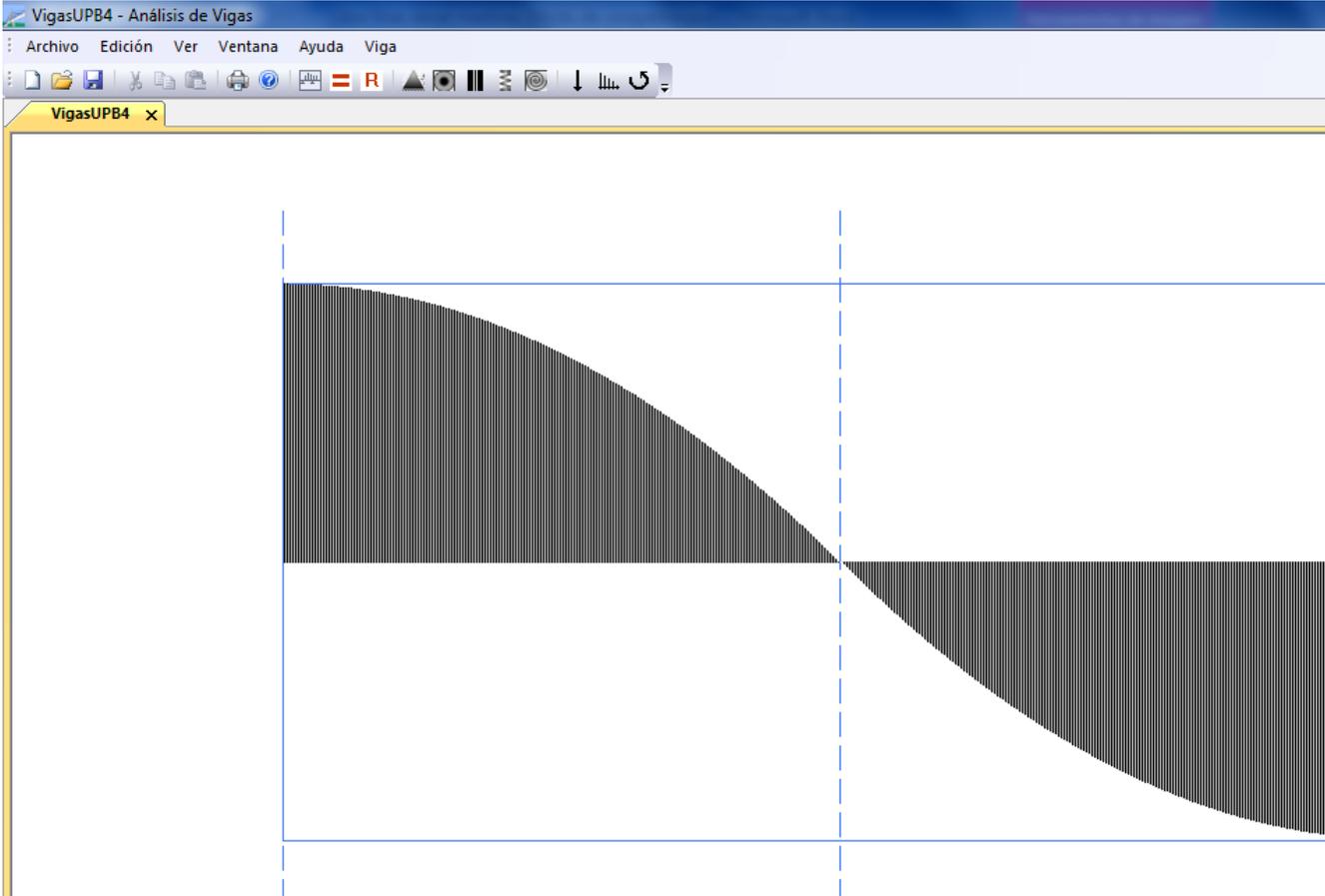


Figura 59. Diagrama de momentos

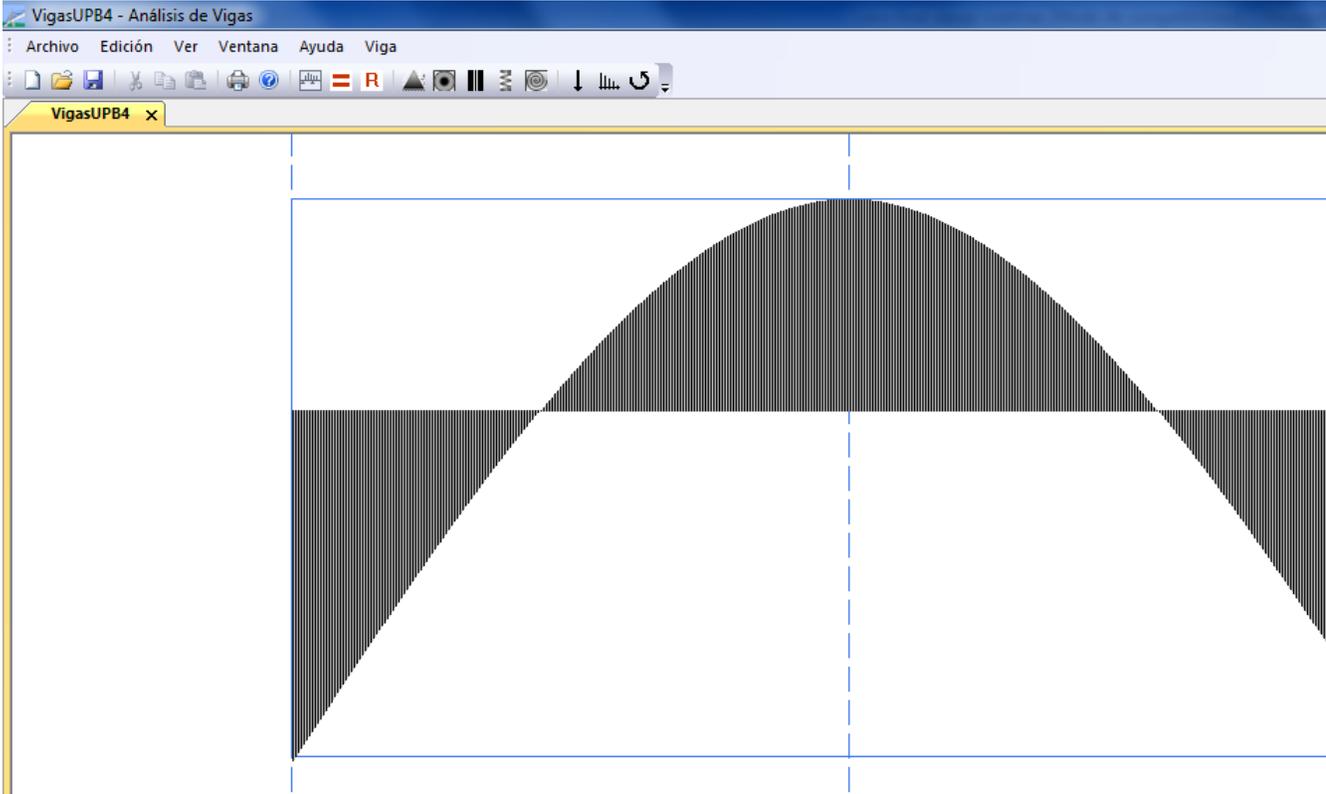


Figura 60. Diagrama ángulo

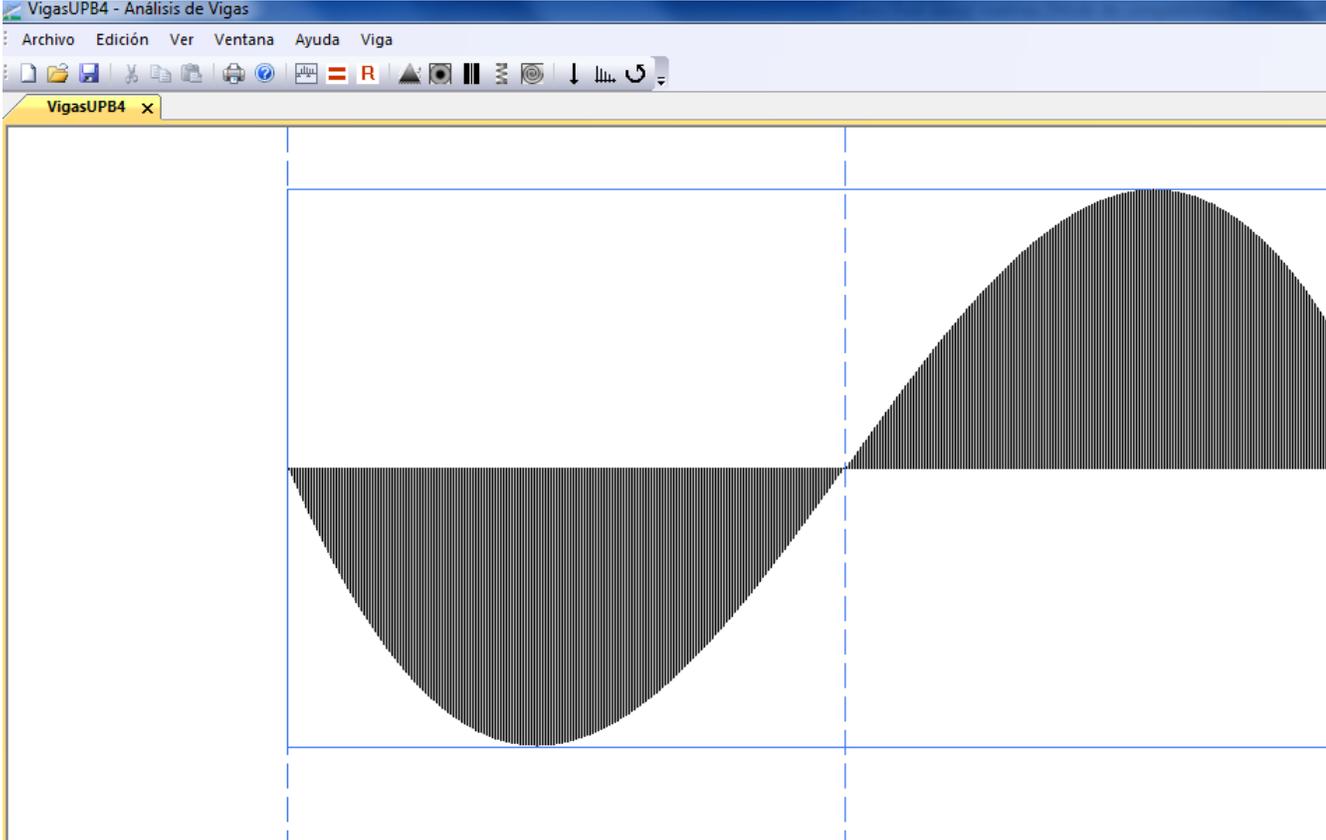
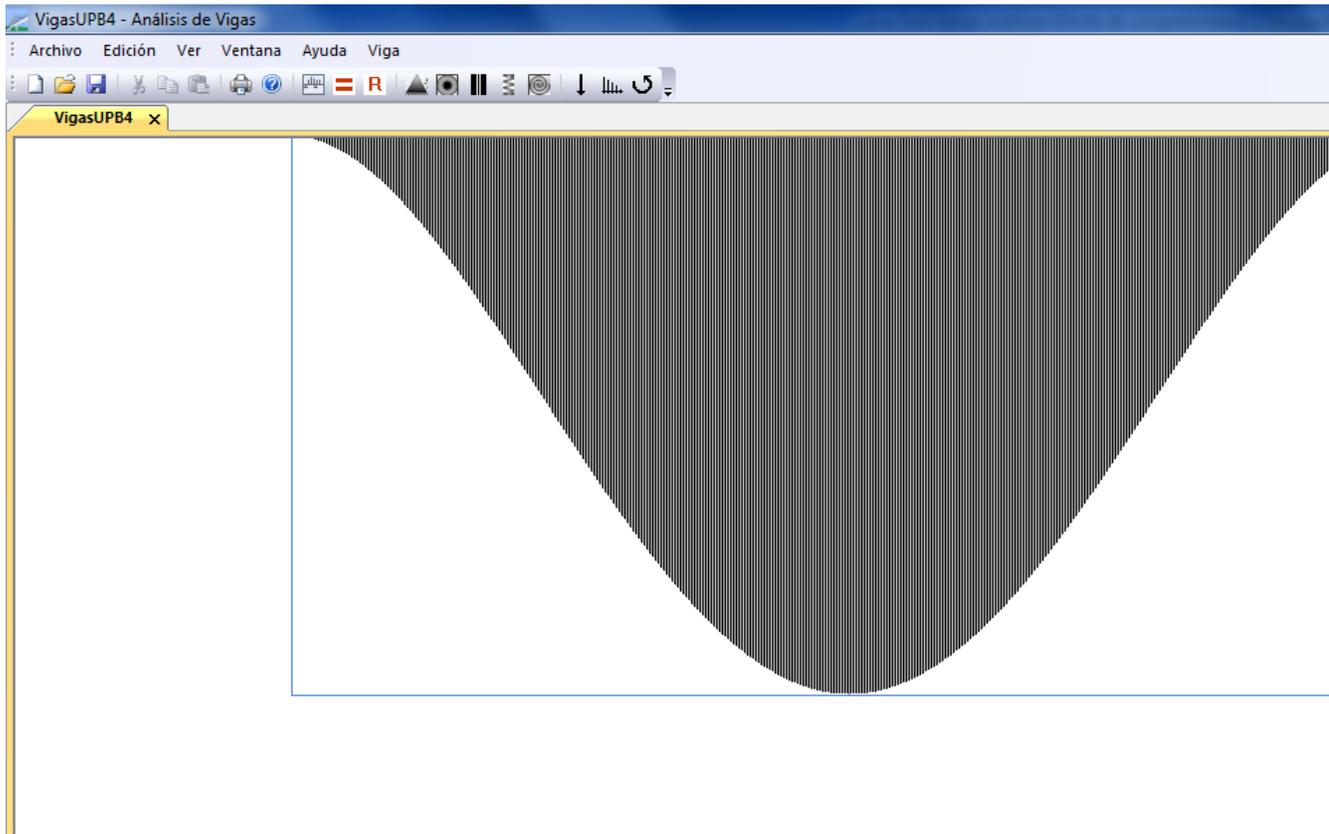


Figura 61. Diagrama deflexión



- Reacciones apoyo Izquierdo

Tipo de apoyo: Empotrado

Reacción Inicial <A>: 7500 [N]

Momento Inicial <A>: -3125 [N*m]

- Reacciones apoyo Derecho

Tipo de apoyo: Empotrado

Reacción Final : 7500 [N]

Momento Final : -3125 [N*m]

- Ecuaciones de Cortante 0 [m]<X< 1 [m]

$$V=7500+0*X^1-7500*X^2$$

$$1 \text{ [m]} < X < 2 \text{ [m]}$$

$$V = 22500 - 30000 * X^1 + 7500 * X^2$$

- Ecuaciones de Momento

$$0 \text{ [m]} < X < 1 \text{ [m]}$$

$$M = -3125 + 7500 * X^1 + 0 * X^2 - 2500 * X^3$$

$$1 \text{ [m]} < X < 2 \text{ [m]}$$

$$M = -8125 + 22500 * X^1 - 15000 * X^2 + 2500 * X^3$$

- Ecuaciones de Ángulo

$$0 \text{ [m]} < X < 1 \text{ [m]}$$

$$\theta = 0 - 0.0014881 * X^1 + 0.00178571 * X^2 + 0 * X^3 - 0.000297619 * X^4$$

$$1 \text{ [m]} < X < 2 \text{ [m]} \quad \theta = 0.000595238 - 0.00386905 * X^1 + 0.00535714 * X^2 - 0.00238095 * X^3 + 0.000297619 * X^4$$

- Ecuaciones de Deflexión

$$0 \text{ [m]} < X < 1 \text{ [m]}$$

$$y = 0 + 0 * X^1 - 0.000744048 * X^2 + 0.000595238 * X^3 + 0 * X^4 - 5.95238e-005 * X^5$$

$$1 \text{ [m]} < X < 2 \text{ [m]}$$

$$y = -0.000119048 + 0.000595238 * X^1 - 0.00193452 * X^2 + 0.00178571 * X^3 - 0.000595238 * X^4 + 5.95238e-005 * X^5$$

5.1.10. Resultado del ejercicio 6 con el programa VigasUPB.

Figuras de la viga con las cargas y los diagramas de momentos, cortantes, ángulo y deflexión, además de las ecuaciones de solución, todo esto generado por el software vigasUPB para el ejercicio 6 de la sección 5.1.6

Figura 62. Viga mostrada por el programa

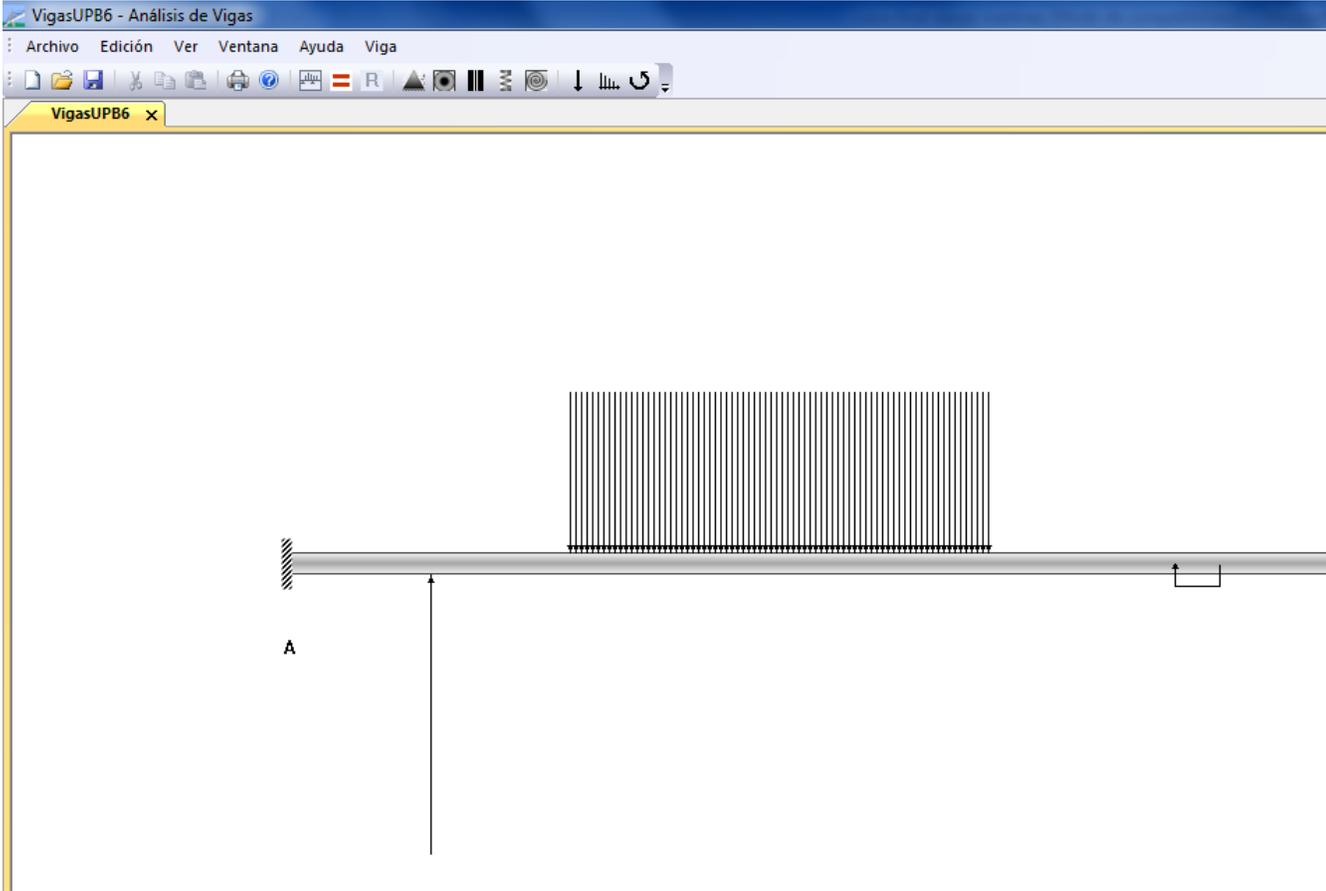


Figura 63. Diagrama de cortantes

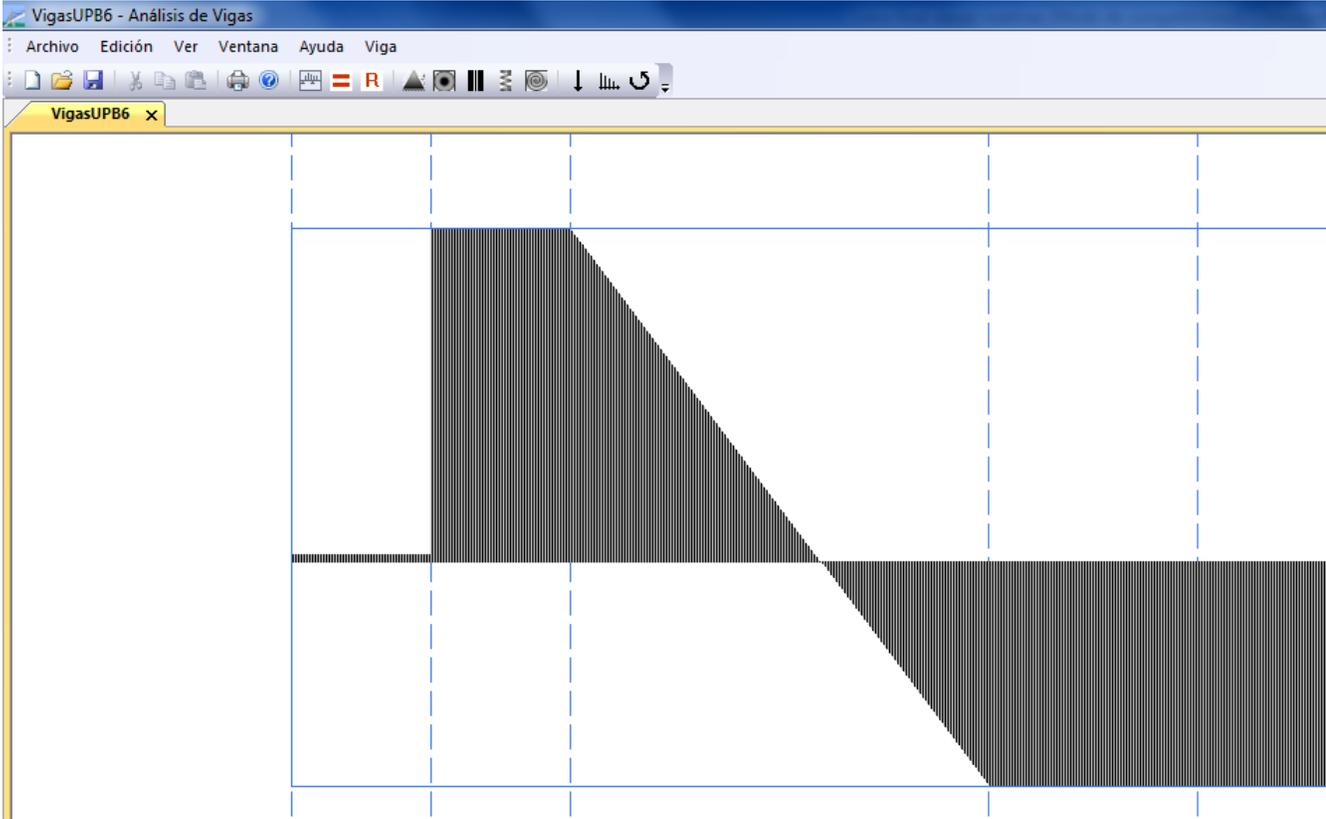


Figura 64. Diagrama de momentos

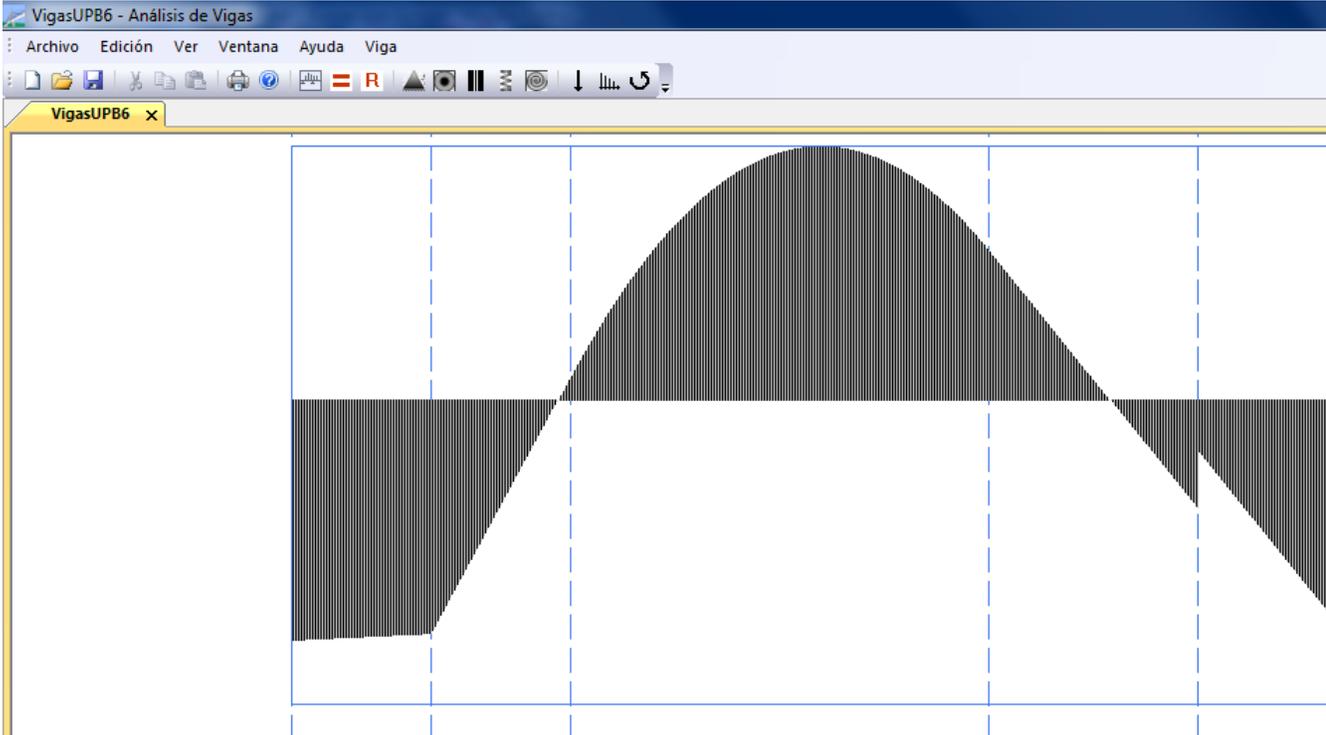


Figura 65. Diagrama ángulo

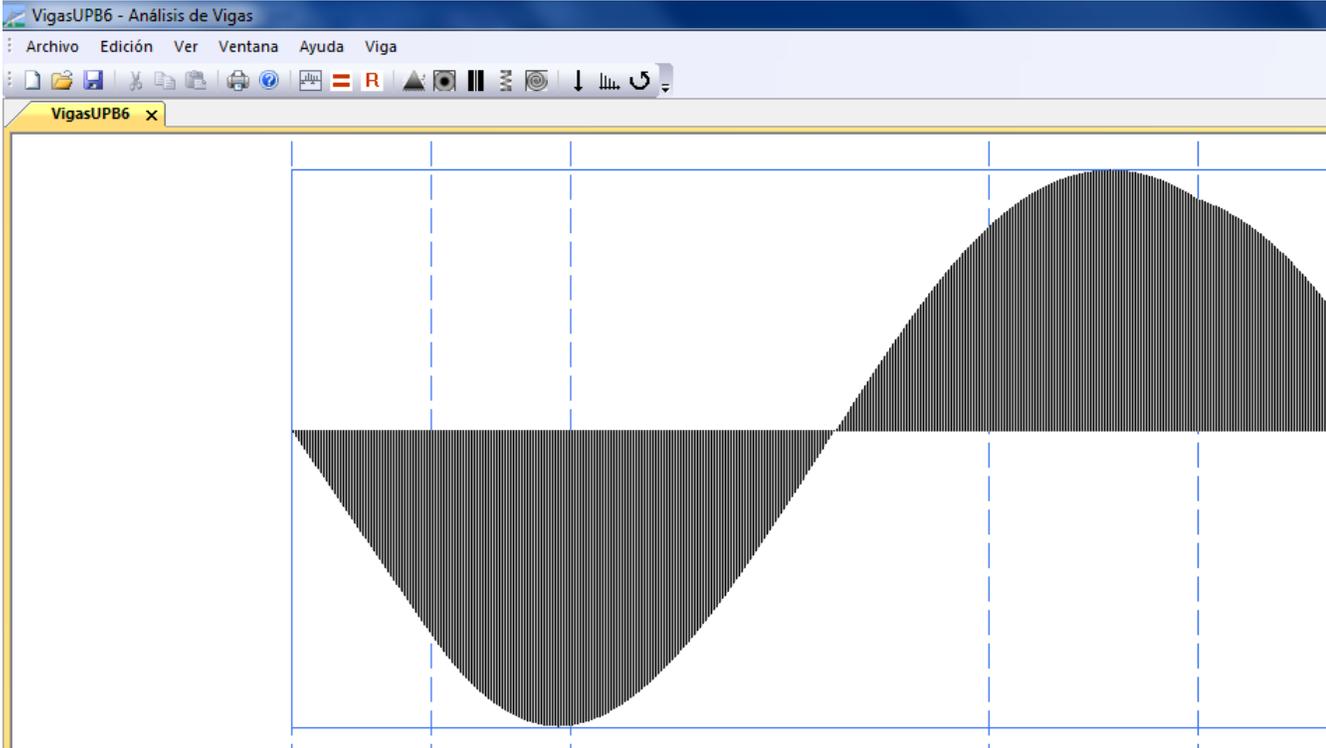
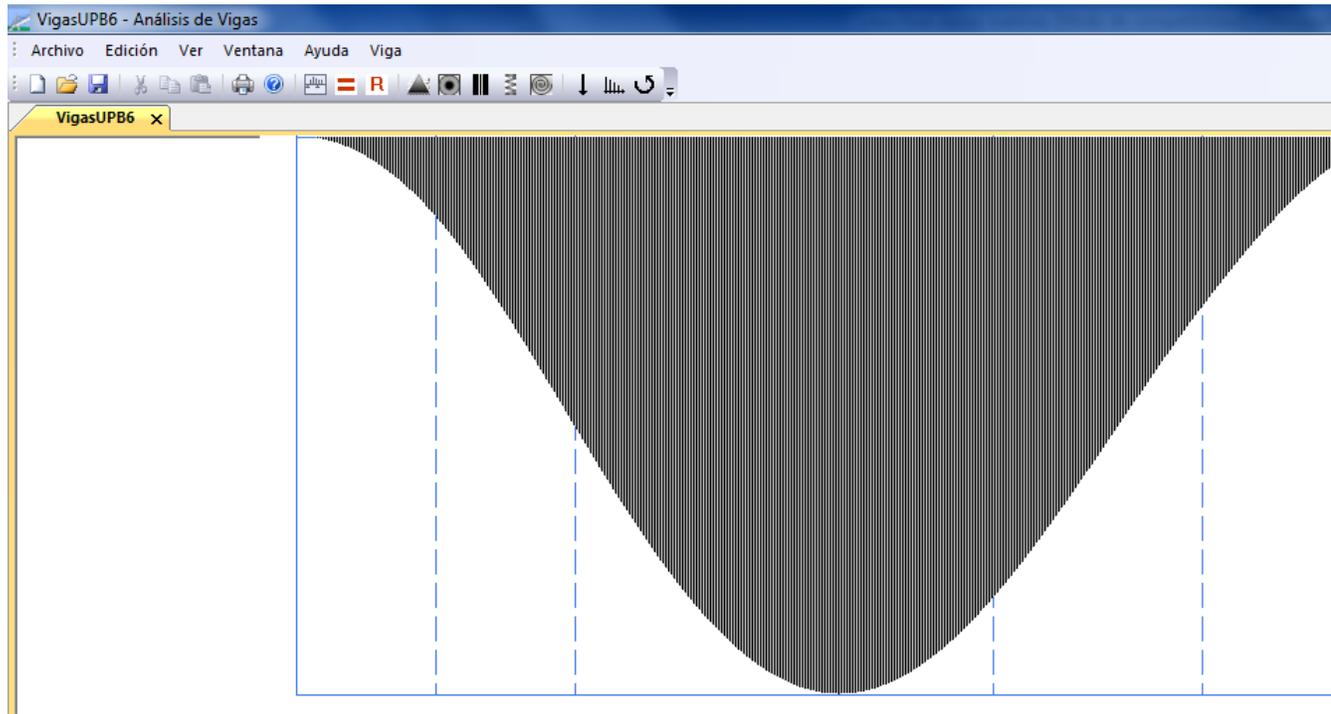


Figura 66. Diagrama deflexión



- Reacciones apoyo Izquierdo

Tipo de apoyo: Empotrado

Reacción Inicial <A>: 92.1875 [N]

Momento Inicial <A>: -3362.5 [N*m]

- Reacciones apoyo Derecho Tipo de apoyo: Empotrado

Reacción Final : 2407.81 [N]

Momento Final : -4325 [N*m]

- Reacciones apoyos intermedios

Ecuaciones de Cortante

0 [m]<X< 1 [m] V=92.1875 1 [m]<X< 2 [m]

V=3592.19 2 [m]<X< 5 [m]

$$V=7592.19-2000*X^1+0*X^2 \quad 5 \text{ [m]} < X < 6.5 \text{ [m]}$$

$$V=-2407.81+0*X^1+0*X^2 \quad 6.5 \text{ [m]} < X < 8 \text{ [m]}$$

$$V=-2407.81+0*X^1+0*X^2$$

- Ecuaciones de Momento

$$0 \text{ [m]} < X < 1 \text{ [m]}$$

$$M=-3362.5+92.1875*X^1$$

$$1 \text{ [m]} < X < 2 \text{ [m]}$$

$$M=-6862.5+3592.19*X^1$$

$$2 \text{ [m]} < X < 5 \text{ [m]}$$

$$M=-10862.5+7592.19*X^1-1000*X^2+0*X^3$$

$$5 \text{ [m]} < X < 6.5 \text{ [m]}$$

$$M=14137.5-2407.81*X^1+0*X^2+0*X^3$$

$$6.5 \text{ [m]} < X < 8 \text{ [m]} \quad M=14937.5-2407.81*X^1+0*X^2+0*X^3$$

- Ecuaciones de Ángulo $0 \text{ [m]} < X < 1 \text{ [m]}$

$$\varnothing=0-0.00160119*X^1+2.19494e-005*X^2$$

$$1 \text{ [m]} < X < 2 \text{ [m]} \quad \varnothing=0.000833333-0.00326786*X^1+0.000855283*X^2$$

$$2 \text{ [m]} < X < 5 \text{ [m]}$$

$$\varnothing=0.00210317-0.00517262*X^1+0.00180766*X^2-0.00015873*X^3+0*X^4$$

$$5 \text{ [m]} < X < 6.5 \text{ [m]}$$

$$\varnothing=-0.0177381+0.00673214*X^1-0.000573289*X^2+0*X^3+0*X^4$$

$$6.5 \text{ [m]} < X < 8 \text{ [m]}$$

$$\varnothing=-0.0202143+0.0071131*X^1-0.000573289*X^2+0*X^3+0*X^4$$

- Ecuaciones de Deflexión

$$0 \text{ [m]} < X < 1 \text{ [m]}$$

$$y = 0 + 0 * X^1 - 0.000800595 * X^2 + 7.31647e-006 * X^3$$

$$1 \text{ [m]} < X < 2 \text{ [m]}$$

$$y = -0.000277778 + 0.000833333 * X^1 - 0.00163393 * X^2 + 0.000285094 * X^3$$

$$2 \text{ [m]} < X < 5 \text{ [m]}$$

$$y = -0.000912698 + 0.00210317 * X^1 - 0.00258631 * X^2 + 0.000602555 * X^3 - 3.96825e-005 * X^4 + 0 * X^5$$

$$5 \text{ [m]} < X < 6.5 \text{ [m]}$$

$$y = 0.0238889 - 0.0177381 * X^1 + 0.00336607 * X^2 - 0.000191096 * X^3 + 0 * X^4 + 0 * X^5$$

$$6.5 \text{ [m]} < X < 8 \text{ [m]}$$

$$y = 0.0319365 - 0.0202143 * X^1 + 0.00355655 * X^2 - 0.000191096 * X^3 + 0 * X^4 + 0 * X^5$$

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

- Se obtuvo los resultados propuestos en los objetivos: el programa Vigas UPB para el cálculo de vigas continuas estáticas y estáticamente indeterminadas; se incluyó además el diagrama de flujo de las estrategias principales del programa; por último se anexa un manual del usuario el cual sirve de guía para utilizar todas las funciones que posee el software.
- El programa facilita el cálculo para los tipos de vigas continuas estáticas y estáticamente indeterminadas, pudiendo el usuario obtener los respectivos resultados y diagramas de cortantes, momentos, ángulo y deflexión; además estos resultados dados por el software se podrán emplear como una estimación que servirá en el área de diseño.
- Este proyecto servirá como apoyo en el aprendizaje para el cálculo de vigas en la materia de “resistencia de materiales”. El software Vigas-UPB se podrá emplear por parte de los estudiantes como soporte para los cálculos y resultados de vigas continuas estáticas y estáticamente indeterminadas.
- Dentro de las mejoras por hacerle al software está el hecho de que el programa solo sirve para el cálculo de vigas de sección continua por ende el próximo paso a seguir esta en adicionarle la opción para el cálculo de vigas de sección variable.
- A futuro como complemento para el software Vigas-UPB se debe ampliar el tipo de unidades que emplea ya que actualmente solo permite unidades del sistema internacional, por consiguiente se debe adicionar la opción del sistema de unidades inglesas.

7. BIBLIOGRAFÍA.

- [1] James Gere. Mecánica de materiales. Editorial Thomson. 6^a edición. 2006
- [2] Ferdinand Beer, Johnston, E. Russell, Dewolf, John T. Mecánica de materiales. Editorial Mc Graw Hill. 5^a edición. 2010.
- [3] R.C. Hibbeler. Mecánica de materiales. Editorial Pearson. 6^a edición. 2006.
- [4] Ingeniería estructural I, universidad nacional de Colômbia sede manizales. Diagrama de momentos y cortantes en vigas. Consultado: 27 de octubre de 2011. Disponible en: <http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/sedes/manizales/4080020/Lecciones/Capitulo%206/DIAGR%20EN%20VIGAS.htm>.
- [5] Patrícia Vasquez. Análisis estructural. Consultado: 10 de octubre de 2011. Disponible en: <http://vatecco.blogspot.com/2008/10/introduccion-el-presente-trabajo-se.html>
- [6] LUIS FELIPE DÍAZ TANCO and SERGIO HERRERA SERRANO. Desarrollo computacional del algoritmo para análisis y diseño a flexión de vigas de acero por el método de diseño por factores de carga y resistencia (lrfd) e implementación de la interfaz de usuario. Thesis, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga.
- [7] Rached El Fatmi , Hatem Zenzri. On the structural behavior and the Saint Venant solution in the exact beam theory Application to laminated composite beams. Department de Genie Civil, Ecole Nationale d'Ingenieurs de Tunis, B.P. 37, 1002 Le Belvedere, Tunis, Tunisia. August 2001
- [8] Webpage de Dr. Colin Crapriani www.colincrapriani.com
- [9] ©2010 Microsoft Corporation. Microsoft visual studio 2010 - el sitio oficial de visual studio 2010. <http://www.microsoft.com/spain/visualstudio>.

[10] Santos Jaimes, Alfonso, ejercicios de flexión, materia resistencia de materiales , UPB seccional Bucaramanga, Facultad de ingeniero mecanica.