

**METODOLOGIA PARA LA VERIFICACION FUNCIONAL DE UN  
SISTEMA DE SUSPENSION DOUBLE WISHBONE POR MEDIO DE  
COORDENADAS NATURALES.**

**MARIA FERNANDA MORENO ARANGO**

**DEIVER DAVID LÓPEZ RAVELES**

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA.  
ESCUELA DE INGENIERÍAS Y ARQUITECTURA.  
FACULTAD DE INGENIERIA  
PROGRAMA DE INGENIERÍA MECÁNICA.  
MONTERÍA-CÓRDOBA.**

**2020.**

**METODOLOGIA PARA LA VERIFICACION FUNCIONAL DE UN  
SISTEMA DE SUSPENSIÓN DOUBLE WISHBONE POR MEDIO DE  
COORDENADAS NATURALES.**

**MARIA FERNANDA MORENO ARANGO**

**DEIVER DAVID LÓPEZ RAVELES**

**TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR AL TITULO DE INGENIERO  
MECÁNICO**

**ASESOR**

**MSC. NEIDER NADID ROMERO NUÑEZ.**

**MSC. CLAUDIA PEREZ MADRID**

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA.**

**ESCUELA DE INGENIERÍAS Y ARQUITECTURA.**

**FACULTAD DE INGENIERIAS**

**PROGRAMA DE INGENIERÍA MECÁNICA.**

**MONTERÍA-CÓRDOBA.**

**2020.**

## **Agradecimientos**

*Me gustaría agradecer a todos los docentes de ingeniería mecánica y en especial al docente Neider Nadid Romero que es mi asesor de tesis y fue la persona quien me ayudo y me brindo todos sus conocimientos y su paciencia para llevar a cabo la realización de la tesis, también reconocer a mi familia y amigos por su apoyo incondicional.*

***Deiver López Raveles***

*Agradezco a mi familia por el apoyo incondicional en todas las etapas de mi formación; a mis Docentes, que han dado un poco de ellos para aportar a mi formación profesional; agradezco a mi profesor Domingo Sáenz (Q.E.P.D), por ayudarme a escoger mi carrera; a Dios, por su dirección a lo largo de este camino, por ayudarme a abrir mi entendimiento para sortear cada prueba; a mi papá Wilson; porque, “la ingeniería no es una carrera de tiempo, sino de resistencia”.*

***Maria Fernanda Moreno Arango***

## Tabla de contenido

1	Resumen .....	6
2	Abstract .....	6
3	Introducción .....	7
4	Objetivo General .....	9
4.1	Objetivos específicos .....	9
5	Sistema de suspensión de un Vehículo de Tracción Humana VTH.....	10
6	Metodología .....	13
6.1	Análisis y descomposición del mecanismo. ....	14
6.2	Síntesis dimensional .....	19
6.3	Verificación del ángulo de Camber .....	24
7	Resultados .....	27
7.1	Caso 1: Diseño cinemático y dinámico del sistema de suspensión para un vehículo de competición formula student.....	27
7.2	Caso 2: Modelo de suspensión de vehículo monoplaza mediante ADAMS/CAR. Propuesta de mejoras. ....	30
7.3	Caso 3: Diseño del sistema de suspensión de un vehículo monoplaza tipo formula Sena. ....	32
7.4	Caso 4: Diseño del sistema de suspensión para un vehículo formula student. ....	34
7.5	Caso 5: Diseño y fabricación de VTH tipo renacuajo. ....	37
7.6	Verificación del sistema de suspensión mediante solidworks. ....	40
8	Conclusión.....	41
9	Referencias .....	43
10	Anexos.....	45
10.1	Anexo 1:Código desarrollado para la simulación del amortiguador: .....	45
10.2	Anexo 2: Código desarrollado para las ecuaciones de restricción.....	45
10.3	Anexo 3: Código desarrollado para la simulación cinemática: .....	46

## Tabla de Figuras

FIGURA 1 SISTEMA DE SUSPENSIÓN EN VTH ARRANCATETAS 2016.....	10
FIGURA 2 SISTEMA DE SUSPENSIÓN EN VTH ARRANCATETAS 2016.....	11
FIGURA 3 DISEÑO GENERAL DE LA GEOMETRÍA DE LA SUSPENSIÓN DOUBLE WISHBONE TOMADA DE (BALKWILL, 2018).....	12
FIGURA 4 ETAPAS DE LA CONSTRUCCIÓN DEL CÓDIGO DE VERIFICACIÓN.....	13
FIGURA 5 MECANISMO DEL SISTEMA DE SUSPENSIÓN DOUBLE WISHBONE TOMADO DE (NIKRAVESH, 2008) ...	14
FIGURA 6 MECANISMO DEL SISTEMA DE SUSPENSIÓN DOUBLE WISHBONE, TOMADO DE (NIKRAVESH, 2008) ...	15
FIGURA 7 DESCOMPOSICIÓN DEL MECANISMO DEL SISTEMA DE SUSPENSIÓN DOUBLE WISHBONE TOMADO DE (NIKRAVESH, 2008).....	15
FIGURA 8 ANGULO DE CAMBER ADMITIDO PARA EL FUNCIONAMIENTO DE UN SISTEMA DE SUSPENSIÓN TOMADO DE (TIRE RACK, S.F.).....	24
FIGURA 9 COMPORTAMIENTO ESPERADO DEL ÁNGULO DE CAMBER (KAVITA, SHANKAR, KARTHIKA, ASHOK, & ASHOK, 2018).....	26
FIGURA 10 SISTEMA DE SUSPENSIÓN DISEÑADO EN (REY, 2016).....	27
FIGURA 11 SIMULACIÓN CINEMÁTICA CON EL DISEÑO DESARROLLADO EN (REY, 2016).....	28
FIGURA 12 COMPORTAMIENTO DEL ÁNGULO DE CAMBER CON EL TIEMPO PARA EL DISEÑO DESARROLLADO EN (REY, 2016).....	29
FIGURA 13 SISTEMA DE SUSPENSIÓN DISEÑADO EN (GRAZIANO, 2017).....	30
FIGURA 14 SIMULACIÓN CINEMÁTICA CON EL DISEÑO DESARROLLADO EN (GRAZIANO, 2017).....	31
FIGURA 15 COMPORTAMIENTO DEL ÁNGULO DE CAMBER CON RESPECTO AL TIEMPO PARA EL DISEÑO DESARROLLADO EN (GRAZIANO, 2017).....	32
FIGURA 16 SISTEMA DE SUSPENSIÓN DISEÑADO EN (BETANCOURT, 2011).....	33
FIGURA 17 SIMULACIÓN CINEMÁTICA CON EL DISEÑO DESARROLLADO EN (BETANCOURT, 2011).....	33
FIGURA 18 COMPORTAMIENTO DEL ÁNGULO DE CAMBER CON EL TIEMPO PARA EL DISEÑO DESARROLLADO EN (BETANCOURT, 2011).....	34
FIGURA 19 SISTEMA DE SUSPENSIÓN DISEÑADO EN (LAPARRA, 2014).....	35
FIGURA 20 SIMULACIÓN CINEMÁTICA CON EL DISEÑO DESARROLLADO EN (LAPARRA, 2014).....	36
FIGURA 21 COMPORTAMIENTO DEL ÁNGULO DE CAMBER CON EL TIEMPO PARA EL DISEÑO DESARROLLADO EN (LAPARRA, 2014).....	36
FIGURA 22 SISTEMA DE SUSPENSIÓN DISEÑADO EN (UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA MONTERIA, 2016).....	37
FIGURA 23 SIMULACIÓN CINEMÁTICA CON EL DISEÑO DESARROLLADO EN (UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA MONTERIA, 2016).....	38
FIGURA 24 COMPORTAMIENTO DEL ÁNGULO DE CAMBER CON EL TIEMPO PARA EL DISEÑO DESARROLLADO EN (UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA MONTERIA, 2016).....	39
FIGURA 25. CONSTRUCCIÓN DEL CASO 5 POR MEDIO DE SOLIDWORKS.....	40

## **1 Resumen**

El proyecto presenta una metodología para la verificación de sistemas de suspensión double wishbone para el diseño de vehículos de tracción humana a partir de la implementación de una herramienta computacional. El código de verificación se realizó aplicando el método de coordenadas naturales utilizando MATLAB para realizar el análisis cinemático, el cual determina los resultados de la funcionalidad del mecanismo a partir del valor para el ángulo de Camber y el recorrido esperado.

El código fue evaluado a partir de 5 casos de diseño diferentes que fueron tomados de casos reales que usan este tipo de suspensión. Todos los casos evaluados fueron validados, presentando valores similares y que se encuentran dentro de los parámetros de funcionalidad.

El código desarrollado en este trabajo favorece el diseño a partir de características deseadas como el agarre máximo de la llanta con el pavimento y la maniobrabilidad del vehículo. Esto se logra modificando los parámetros geométricos para que el valor del ángulo de Camber sea cercano a cero y evaluando las condiciones del movimiento de la suspensión.

## **2 Abstract**

The project presents a methodology for the verification of double wishbone suspension systems for the design of human-powered vehicles based on the implementation of a computational tool. The verification code was performed by applying the natural coordinate method using MATLAB to perform the kinematic analysis, which determines the results of the functionality of the mechanism from the value for the Camber angle and the expected path.

The code was evaluated from 5 different design cases that were taken from real cases using this type of suspension. All the cases evaluated were validated, presenting similar values and that are within the functionality parameters.

The code developed in this work favors the design from desired characteristics such as the maximum grip of the tire with the pavement and the maneuverability of the vehicle. This is achieved by modifying the geometric parameters so that the value of the Camber angle is close to zero and evaluating the conditions of the movement of the suspension.

### 3 Introducción

Los vehículos de tracción humana son un medio de transporte innovador que ofrecen facilidades para el desplazamiento y confort. En los últimos años ha habido un interés creciente en el desarrollo de vehículos de tracción humana, especialmente con el auge de competencias que se desarrollan bajo los parámetros establecidos por la ASME. Este interés ha generado una búsqueda constante para innovar en la solución de los diferentes problemas de diseño que se presentan en estos vehículos, logrando una congruencia en los parámetros claves para garantizar la estabilidad estructural del chasis. Sin embargo, la mayoría de los vehículos continúan siendo completamente rígidos y la falta de suspensión limita su uso a terreno asfaltado o liso (Universidad Del Norte, 2014).

Uno de los componentes más complejos a la hora de diseñar un vehículo de tracción humana es el sistema de suspensión, debido a que existen diferentes configuraciones posibles para un vehículo VTH y no se encuentra ninguna referencia comercial para la implementación de estos sistemas auxiliares. Los diseños comunes para VTH son adaptaciones de pequeños vehículos, bicicletas o motocicletas y es debido a que son adaptaciones que no existen suspensiones comerciales o parámetros establecidos para el diseño de estos vehículos.

La función principal de una suspensión de un vehículo es aislar al piloto y al cuerpo principal de los baches y oscilaciones de la carretera, mejorando la fiabilidad y longevidad del vehículo. Para esto, es fundamental que las ruedas se mantengan en contacto lo más estrecho posible con el suelo para conseguir un control y un agarre máximo. Una buena suspensión optimiza en gran medida el rendimiento del vehículo, haciendo que el flujo de potencia desde la planta motriz hasta la rueda y el asfalto se dé con el fin de disminuir las pérdidas de potencia; resulta contraproducente tener un vehículo que proporcione una alta potencia y que su sistema de suspensión no garantice la transmisión de esta potencia.

Este tipo de vehículos se caracteriza por tener la forma de un triciclo con dos ruedas en la parte delantera y una en la parte trasera; gracias a esta configuración, la suspensión que se elige para el estudio es el diseño double wishbone o de triángulos superpuestos; la cual es comúnmente la más usada en vehículos pequeños y que admite modificaciones a su geometría sin afectar su funcionamiento. Debido a que no existe un sistema de suspensión

establecido para VTH, este proyecto busca una metodología para implementar un sistema de suspensión a un vehículo de tracción humana tipo tadpole para verificar el funcionamiento de las adaptaciones o modificaciones que se hacen al vehículo.

Partiendo de que no existen sistemas actualmente estandarizados para los vehículos de tracción humana es relevante considerar la suspensión como parte fundamental del diseño, teniendo en cuenta diferentes aspectos, como el tipo de vehículo (tadpole o delta) el terreno al que estará expuesto, la transmisión y dirección que será usada, la posición de pedaleo, entre otros aspectos deseables para el diseño. (Universidad De Antioquia, 2017).

De acuerdo con lo anterior se propone una metodología para la verificación del funcionamiento de una suspensión double wishbone y cualquiera de sus adaptaciones en los VTH tadpole. Este proyecto es de especial interés por el concurso nacional de VTH en el que la Universidad desde la facultad de Ingeniería Mecánica participa anualmente. Este sistema de verificación podrá ser usado para futuros trabajos o proyectos con este tipo de vehículos y suspensión, como una herramienta viable para la verificación de las adaptaciones creadas, del uso correcto de la modificación de su geometría e implementación.



## **4 Objetivo General**

Establecer una metodología para la verificación funcional de una suspensión double wishbone a partir de la implementación de una herramienta computacional utilizando coordenadas naturales.

### **4.1 Objetivos específicos**

- Desarrollar un código que permita la evaluación del mecanismo de suspensión double wishbone utilizando coordenadas naturales para un vehículo de tracción humana.
- Verificar el desempeño del código a partir de la evaluación de diferentes suspensiones escogidas a partir de la revisión bibliográfica.
- Realizar simulación del mecanismo para visualizar su comportamiento en condiciones de operación.

## 5 Sistema de suspensión de un Vehículo de Tracción Humana VTH.

En el mercado existen diferentes configuraciones para el armazón de un vehículo de tracción humana y dependiendo de la variación, difieren los sistemas auxiliares como la suspensión y la dirección; por lo cual no existe una comercialización estándar.

De las adaptaciones comúnmente usadas en este tipo de vehículos hemos llegado a la conclusión que los tipos de suspensión independiente que se utilizan en los vehículos de fórmula 1, formula SAE, formula Student, Buggys de arena y otros vehículos todo terreno es la que mejor se adapta a las necesidades de este tipo de vehículos.

La suspensión independiente double wishbone ofrece un diseño simple y cuenta con diferentes variaciones sin perder su funcionalidad; en la Figura 1 y Figura 2 se ilustra la adaptación de este sistema implementado por el grupo de ingeniería mecánica de la facultad en una de las competencias de VTH a nivel nacional en Colombia.

El sistema de suspensión Double Wishbone, está conformado por dos brazos de control laterales (parte superior del brazo y parte inferior del brazo), generalmente de longitud desigual, junto con una bobina sobre el resorte y el amortiguador. Es popular debido a que es usada como la suspensión delantera en vehículos con tracción trasera. El diseño de la geometría del sistema de suspensión de doble horquilla junto con el diseño del resorte juega un papel muy importante en el mantenimiento de la estabilidad del vehículo. (Vivekanandan, Gunaki, Acharya, Gilbert, & Bodake, 2014)



*Figura 1 Sistema de suspensión en VTH arrancatetas 2016*



*Figura 2 Sistema de suspensión en VTH arrancatetas 2016*

Este tipo de sistema de suspensión proporciona una creciente ganancia de inclinación negativa hasta viajes de salto completo, a diferencia de McPherson Strut. También permiten un fácil ajuste de los parámetros de la rueda, como el ángulo de Camber.

El diseño general de la geometría de double wishbone (Figura 3), ofrece un excelente control de todos los parámetros de suspensión importantes, como lo son el ángulo de King pin, el toe y el Camber; sus enlaces están todos en tensión pura o compresión y pueden hacerse muy ligeros, además de que pueden diseñarse fácilmente como secciones de perfil aerodinámico, lo que hace que la geometría sea la primera opción en vehículos competitivos de alto rendimiento, donde la suspensión está orientada en función del distribuir el flujo de forma aerodinámica.

El diseño necesariamente incluye una rueda montada de forma remota desde el chasis, ayudando a minimizar el momento polar y el arrastre, pero para un vehículo familiar puede resultar un espacio vacío no deseado. La gran flexibilidad que ofrece la geometría al diseñador, junto con la oportunidad de producir una estructura muy liviana, hace que el

double wishbone sea la primera opción para las carreras donde sea permitida. (Balkwill, 2018)

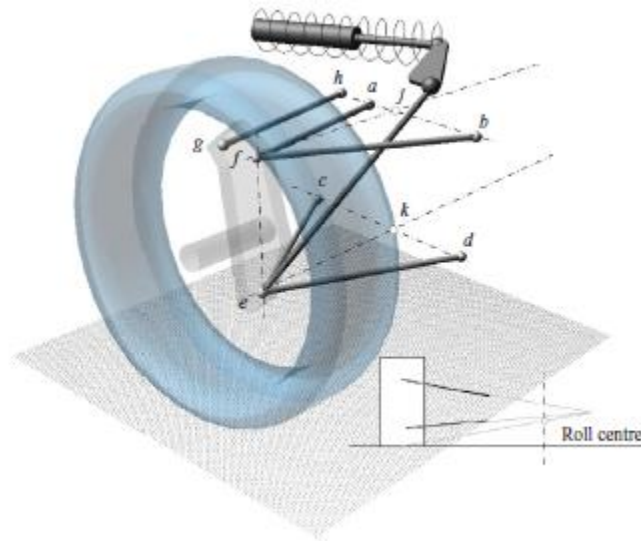


Figura 3 Diseño general de la geometría de la suspensión double wishbone tomada de (Balkwill, 2018)

En la búsqueda de la estandarización de este sistema para los diferentes vehículos en los cuales puede ser aplicado, Kavita et al, (2018) propone desarrollar un sistema de suspensión independiente para optimizar las condiciones dinámicas del ángulo de camber y toe, logrando el máximo contacto de las llantas y la tracción de estas, manteniendo un rango para los anteriores, garantizando la maniobrabilidad y tracción en las adaptaciones. Por otro lado, Attia (2001) presenta la formulación y solución del mecanismo del sistema de suspensión de doble wishbone por medio de las coordenadas naturales, donde propone la evaluación dinámica por medio del uso de los programas computacionales, dando como resultado un análisis eficiente.

Siguiendo con el lineamiento de la estandarización y la solución eficiente de este tipo de sistema, este trabajo busca establecer una metodología computacional por medio del uso de programas computacionales, para la verificación de la funcionalidad de las adaptaciones de este modelo de suspensión; en aras de proveer la posibilidad de visualizar el comportamiento y la respuesta en condiciones de operación, con la aplicación de un código en Matlab donde los parámetros geométricos del diseño, serán los datos necesarios para realizar dicha verificación.

## 6 Metodología

El desarrollo de este trabajo consta de tres etapas principales y el esquema utilizado para la construcción del código para verificar las adaptaciones de un sistema de suspensión tipo double wishbone se resumen en la Figura 4. La primera etapa es el análisis del mecanismo y la definición de las restricciones por el método de las coordenadas naturales. Este método se caracteriza por dar soluciones mediante ecuaciones vectoriales, por lo que es necesario definir las variables de diseño previamente y los puntos fijos del mecanismo.

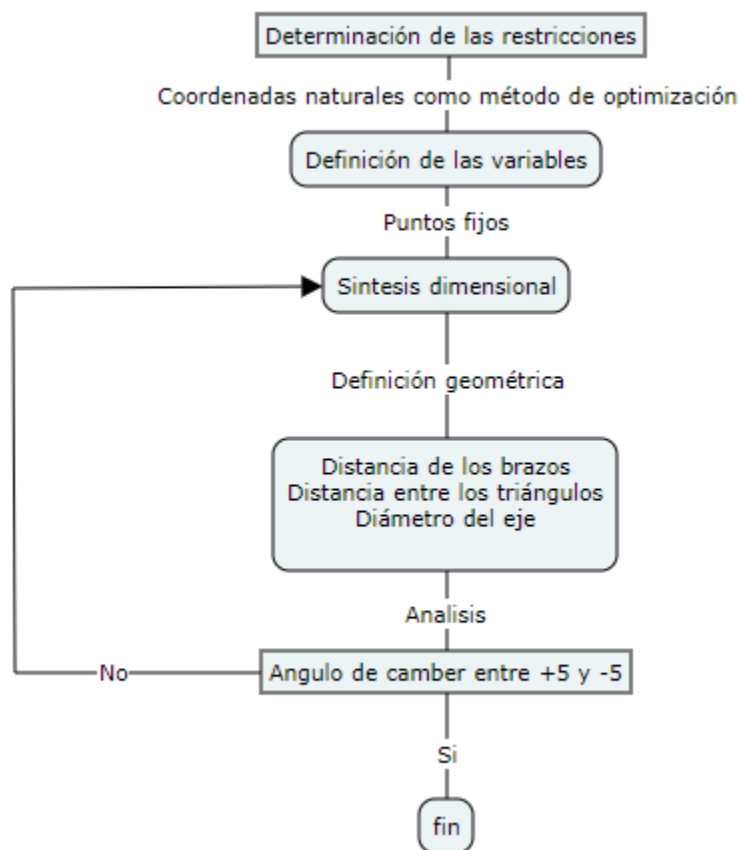


Figura 4 Etapas de la construcción del código de verificación.

La siguiente etapa es la síntesis dimensional donde se define la geometría del diseño, estos parámetros serán necesarios para la simulación de la suspensión y definirán su análisis. Una vez se establecen los parámetros, se realiza la verificación correspondiente y en caso de que el diseño no cumpla, el usuario deberá redefinir las dimensiones hasta lograr el cumplimiento. A continuación, se explicará en detalle cada una de las etapas descritas anteriormente.

## 6.1 Análisis y descomposición del mecanismo.

Las coordenadas naturales son coordenadas cartesianas ubicadas en los pares cinemáticos o en puntos de interés, éstas permiten modelar mecanismos sin utilizar coordenadas angulares y las ecuaciones derivadas de las restricciones son algebraicas. Estas coordenadas son utilizadas para la síntesis óptima en la generación de trayectoria rectilínea de un mecanismo; de igual forma fueron utilizadas satisfactoriamente en la optimización de mecanismos de dirección vehiculares, por medio de un algoritmo de optimización basado en el cálculo de derivadas.

Para lograr un modelo sencillo y óptimo, se realiza un análisis de posición del mecanismo de la suspensión, tomando como referencia un modelo disponible en la literatura del Planar multibody dynamics (Nikraves, 2008), que se puede apreciar en la Figura 5; con el cual es posible realizar tres script de Matlab, el primero que contiene las ecuaciones necesarias para la simulación del amortiguador, el segundo para las ecuaciones de restricción del mecanismo y el último para la simulación cinemática.

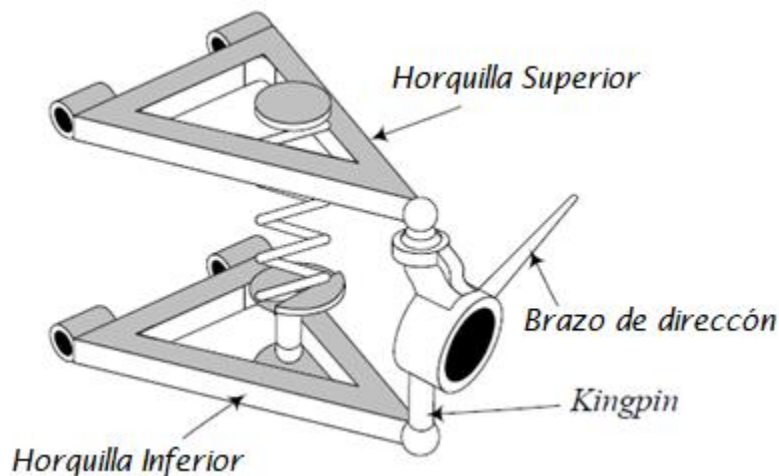


Figura 5 Mecanismo del sistema de suspensión Double Wishbone tomado de (Nikraves, 2008)

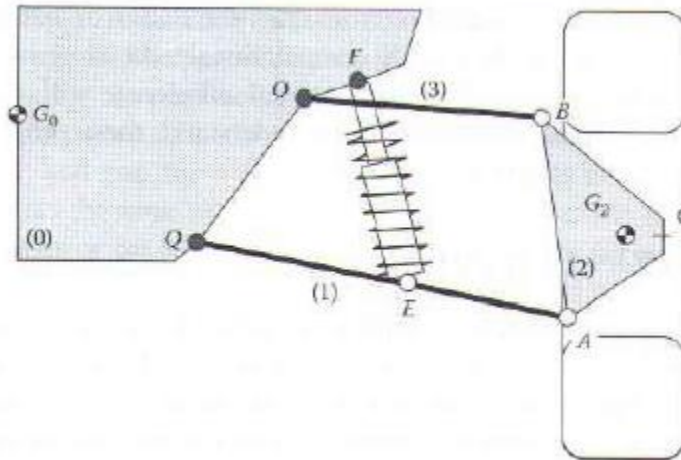


Figura 6 Mecanismo del sistema de suspensión double wishbone, tomado de (Nikraves, 2008)

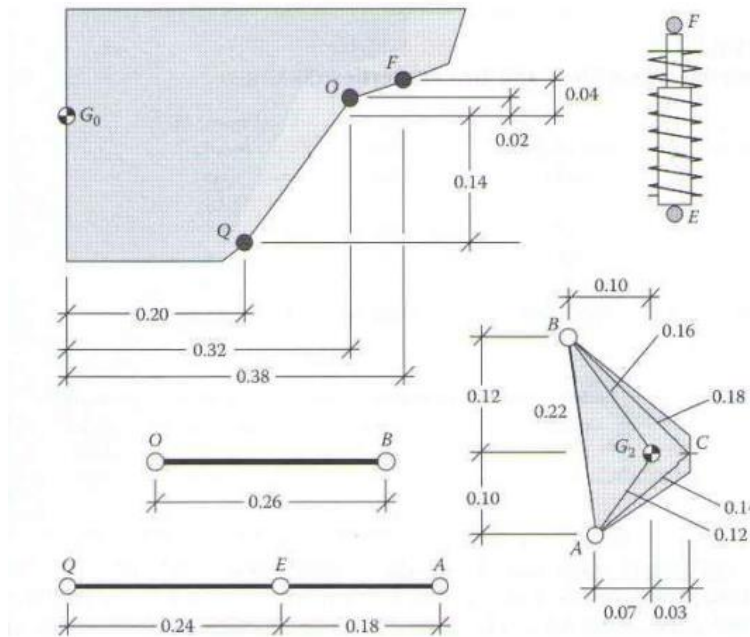


Figura 7 Descomposición del mecanismo del sistema de suspensión Double Wishbone tomado de (Nikraves, 2008)

Para realizar el análisis por coordenadas naturales, es necesario hallar los grados de libertad del mecanismo. La Ecuación 1 muestra la fórmula para hallar los grados de libertad de cualquier mecanismo, como se muestra a continuación:

$$n_c = n_o - n_g$$

Ecuación 1

Donde:

$n_c$ : son los grados de libertad que tendrá la suspensión

$n_o$ : son los grados de libertad que hay en cada punto en común de los eslabones del mecanismo

$n_g$ : es la distancia unidireccional de forma vertical desde el punto O al punto B

Utilizando esta expresión y evaluando las condiciones mostradas en la Figura 6 con  $n_o = 6$  y  $n_g = 5$ , se obtiene un mecanismo con 1 grado de libertad.

En la Figura 7, se puede apreciar la descomposición del mecanismo para la obtención de los puntos fijos. Este análisis se hizo considerando las dimensiones de forma genérica para la evaluación del algoritmo donde las ecuaciones 2, 3, 4 son los puntos fijos en coordenadas naturales para el mecanismo de suspensión y la ecuación 4 son los puntos fijos definidos en el modelo como se muestra a continuación:

$$r^o = \begin{pmatrix} X^o \\ Y^o \end{pmatrix} \quad \text{Ecuación 2}$$

$$r^Q = \begin{pmatrix} X^Q \\ Y^Q \end{pmatrix} \quad \text{Ecuación 3}$$

$$r = \begin{cases} r^A \\ r^B \\ r^C \end{cases} \quad \text{Ecuación 4}$$

Dónde:

$r^o$ : son los puntos fijos de la parte superior, donde va anclada la suspensión al chasis.

$r^Q$ : son los puntos fijos de la parte inferior, donde va anclada la suspensión al chasis.

$r$ : son los puntos fijos de la mangueta o barra estabilizadora entre los brazos de la suspensión.



Siguiendo con el análisis de posición del mecanismo, se deducen las ecuaciones de posición de los brazos de la suspensión para su posterior modelo cinemático. La Ecuación 5 muestra las ecuaciones de las restricciones para cada eslabón ( $A, B, C, O, Q$ ) de forma general y la última de ellas es la ecuación que nos representa la simulación de la onda cuando la suspensión pasa por un bache.

$$\Phi = \begin{cases} (A_i - Q_i)^T (A_i - Q_i) - Z_1^2 \\ (C_i - A_i)^T (C_i - A_i) - Z_2^2 \\ (B_i - A_i)^T (B_i - A_i) - Z_3^2 \\ (B_i - C_i)^T (B_i - C_i) - Z_4^2 \\ (B_i - O_i)^T (B_i - O_i) - Z_5^2 \\ y_C + 0.1 * e^{(0.1*t)} \end{cases} \quad \text{Ecuación 5}$$

Dónde:

$A_i, Q_i, C_i, B_i, O_i$ : son ecuaciones de distancia traspuestas de forma general

$y_C + 0.1 * e^{(0.1*t)}$ : ecuación para la simulación de la amplitud de la llanta en su recorrido

Estas ecuaciones se pueden expresar de forma extendida, es decir, calcular las distancias del punto A hasta el punto Q, donde luego se repite el proceso para las demás ecuaciones; exceptuando la última de ellas, la cual representa la amplitud que se utiliza para calcular la longitud de onda cuando el vehículo pasa por un bache, las cuales podemos ver en la ecuación 6.

$$\Phi = \begin{cases} (x_A - x_Q)^2 (y_A - y_Q)^2 - Z_1^2 \\ (x_C - x_A)^2 (y_C - y_A)^2 - Z_2^2 \\ (x_B - x_A)^2 (y_B - y_A)^2 - Z_3^2 \\ (x_B - x_C)^2 (y_B - y_C)^2 - Z_4^2 \\ (x_B - x_O)^2 (y_B - y_O)^2 - Z_5^2 \\ y_C + 0.1 * e^{(0.1*t)} \sin (wt + \theta) \end{cases} \quad \text{Ecuación 6}$$

Para la resolución de las expresiones mostradas anteriormente para la distancia entre los eslabones es necesario establecer las variables de entrada las cuales se definen como:

$$Z = (Z_1 Z_2 Z_3 Z_4 Z_5 X_0 Y_0 X_Q Y_Q) \quad \text{Ecuación 7}$$

Dónde:

Z: son las variables de diseño definidas en los puntos donde van ubicados los brazos de la suspensión.

De la Figura 7 se puede obtener los puntos fijos y las ecuaciones de restricción de los eslabones primarios o mangueta las cuales se muestra a continuación, que se establecen para definir q, que representa las coordenadas naturales bidimensionales donde las distancias en X son las variables independientes y las dimensiones en Y son las variables dependientes del sistema, siendo estas ecuaciones los puntos fijos definidos previamente para hacer el cálculo de las ecuaciones de restricción.

$$q_A = \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix} \quad \text{Ecuación 8}$$

$$q = \begin{cases} A \\ B \\ C \end{cases} \quad \text{Ecuación 9} \quad q_B = \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix} \quad \text{Ecuación 10}$$

$$q_C = \begin{pmatrix} x_C \\ y_C \end{pmatrix} \quad \text{Ecuación 11}$$

La ecuación 9, 10 y 11 son los puntos fijos de los eslabones primarios o la mangueta de la suspensión.

Donde:

A, B, C son los eslabones primarios que reciben las deformaciones que se transmiten a la suspensión.

Todas las ecuaciones mencionadas anteriormente permiten la obtención de los puntos fijos para la siguiente etapa de síntesis dimensional, y en Anexo 3: Código desarrollado para la simulación cinemática, se pueden observar su implementación en el código, donde se pueden ver las ecuaciones de restricción necesarias para la simulación, que representan las dimensiones del mecanismo; en esta parte el usuario modifica los parámetros geométricos

necesarios como lo son los brazos de la suspensión, las dimensiones de la mangueta y el diámetro del eje, que son las variables Z presentes en las ecuaciones.

Esta etapa es la más crítica teniendo en cuenta que es la única que se debe modificar para lograr los resultados deseados ya que estas medidas solucionan las ecuaciones de las restricciones y la simulación cinemática.

## 6.2 Síntesis dimensional

La síntesis dimensional corresponde a la elaboración de las ecuaciones de distancia, con las cuales se podrá realizar la simulación del mecanismo y su posterior verificación, las ecuaciones 12, 13, 14, 15 y 16 son las ecuaciones de distancia para la simulación de los brazos de la suspensión.

$$\phi^{A,Q} = d^{A,Q'} d^{A,Q} - l^{(A,Q)^2} = 0 \quad \text{Ecuación 12}$$

$$\phi^{C,A} = d^{C,A'} d^{C,A} - l^{(C,A)^2} = 0 \quad \text{Ecuación 13}$$

$$\phi^{B,A} = d^{B,A'} d^{B,A} - l^{(B,A)^2} = 0 \quad \text{Ecuación 14}$$

$$\phi^{B,C} = d^{B,C'} d^{B,C} - l^{(B,C)^2} = 0 \quad \text{Ecuación 15}$$

$$\phi^{B,O} = d^{B,O'} d^{B,O} - l^{(B,O)^2} = 0 \quad \text{Ecuación 16}$$

Dónde:

$\phi^{A,Q}, \phi^{C,A}, \phi^{B,A}, \phi^{B,C}, \phi^{B,O}$ : son las ecuaciones de distancia que se construyen a partir de los eslabones en su posición cartesiana para la síntesis dimensional.

Las ecuaciones que se presentan a continuación definen la distancia de manera extendida para la mangueta del mecanismo de suspensión en coordenadas naturales, aquí definimos algunas variables para darle solución a las ecuaciones de restricción.

$$f_1 = (x_A - x_Q)^2 + (y_A - y_Q)^2 - (w_1)^2 \quad \text{Ecuación 17}$$

$$f_2 = (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 - (w_2)^2 \quad \text{Ecuación 18}$$

$$f_3 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 - (w_3)^2 \quad \text{Ecuación 19}$$

$$f_4 = (x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2 - (w_4)^2 \quad \text{Ecuación 20}$$

$$f_5 = (x_B - x_O)^2 + (y_B - y_O)^2 - (w_5)^2 \quad \text{Ecuación 21}$$

Donde:

$f_1, f_2, f_3, f_4, f_5$ : son ecuaciones de distancia que se definen para resolver las ecuaciones de restricción del mecanismo.

Luego, para la simulación se deben establecer ciertos parámetros geométricos que son necesarios para la simulación como las dimensiones de la llanta y el chasis.

Estos puntos son tomados como coordenadas cartesianas con referencia a la imagen 7 y el punto g que se define como cero; estos puntos tienen la particularidad de ser fijos e ilustrativos, son escogidos a conveniencia para poder lograr una imagen del chasis donde van anclados los brazos del mecanismo y para dar forma a la llanta.

Las ecuaciones 22, 23, 24, 25, y 26 son puntos ilustrativos para dar forma al chasis donde van anclados los brazos de la suspensión; estos pueden ser modificados en el código a conveniencia.

$$p_1 = \begin{cases} 0 \\ -0.15 \end{cases} \quad \text{Ecuación 22}$$

$$p_2 = \begin{cases} 0.05 \\ -0.05 \end{cases} \quad \text{Ecuación 23}$$

$$p_3 = \begin{cases} 0.3824 \\ 0.0405 \end{cases} \quad \text{Ecuación 24}$$

$$p_4 = \begin{cases} 0.05 \\ 0.05 \end{cases} \quad \text{Ecuación 25}$$

$$p_5 = \begin{cases} 0 \\ 0.05 \end{cases} \quad \text{Ecuación 26}$$

Donde:

$p_1, p_2, p_3, p_4, p_5$  son puntos ilustrativos de anclaje para la simulación del chasis

las ecuaciones 27, 28, 29 y 30 son los puntos ilustrativos que se tomaron para dar forma a la llanta, igual que los puntos del chasis, estos son modificables en el código de ser necesario.

$$p_6 = \begin{cases} 0.07 \\ -0.22 \end{cases} \quad \text{Ecuación 27}$$

$$p_7 = \begin{cases} 0.07 \\ 0.22 \end{cases} \quad \text{Ecuación 28}$$

$$p_8 = \begin{cases} -0.07 \\ 0.22 \end{cases} \quad \text{Ecuación 29}$$

$$p_9 = \begin{cases} -0.07 \\ -0.22 \end{cases} \quad \text{Ecuación 30}$$

Dónde:

$p_6, p_7, p_8, p_9$ : son coordenadas bidimensionales para la simulación de la llanta

Las ecuaciones 31 y 32 son parámetros geométricos que son necesarios definir para la ilustración de llanta

$$l = 0.28 \quad \text{Ecuación 31}$$

$$r = 0.14 \quad \text{Ecuación 32}$$

La ecuación 33 es un vector unitario en el espacio que se define para tomarse como referencia en la simulación

$$u = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{Ecuación 33}$$

Donde:

*u*: vector unitario en la dirección X

*r*: radio de la llanta

*l*: longitud de la llanta

Las ecuaciones 34, 35 y 36 son la derivada de la posición del eslabón AC para definir el desplazamiento vectorial de llanta; estas se deducen al despejar el ángulo que aparece en la derivada.

$$u'(C - A) = 0.14 \cos \theta \quad \text{Ecuación 34}$$

$$\cos \theta = u'(C - A)/0.14 \quad \text{Ecuación 35}$$

$$\theta = \cos^{-1}(u'(C - A)/0.14) \quad \text{Ecuación 36}$$

Donde:

$\Theta$ : ángulo formado entre los puntos A y C, perpendicular al vector unitario

Además, se definen variables como el período ( $T$ ) que es esencial para calcular los jacobianos de velocidades y aceleraciones ( $D\dot{q}, D\ddot{q}$ ) y que a su vez sirven para calcular  $\lambda$ , que es la longitud de onda de la llanta en movimiento y con esté finalmente realizar un análisis dinámico de todo el sistema.

La matriz de posiciones para la simulación del mecanismo es una matriz identidad, donde los puntos  $c(1)$  y  $c(2)$  son la distancia que admite la llanta en su desplazamiento en el eje x, tomados del punto c; la cual se puede ver en la Ecuación 37.

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & C(1) \\ 0 & 1 & C(2) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 37}$$

El Jacobiano de Velocidades que se muestra en la Ecuación 38, es la primera derivada de las posiciones del mecanismo.

$$D\dot{q} = 0 \quad \text{Ecuación 38}$$

El Jacobiano de aceleraciones que se puede apreciar en la Ecuación 39, que es la segunda derivada de las posiciones, o la primera de las velocidades.

$$D\ddot{q} = -\dot{D}\dot{q} \quad \text{Ecuación 39}$$

Donde:

$D\dot{q}, D\ddot{q}$ : son los parámetros de diseño para poder definir las dimensiones máximas y mínimas del mecanismo

Por último, se hace en un solo sistema la simulación de las velocidades y aceleraciones para observar su comportamiento al ser sometido a cargas con el mecanismo en movimiento.

Las ecuaciones desarrolladas en este capítulo son necesarias para la elaboración del código; en el Anexo 1: Código desarrollado para la simulación del amortiguador se puede observar

diferentes variables las cuales tienen la función de representar el movimiento del amortiguador a medida que la simulación del movimiento se efectúa, luego en el Anexo 2: Código desarrollado para las ecuaciones de restricción se puede apreciar los puntos fijos del mecanismo y la rueda y las ecuaciones necesarias para realizar la simulación del mecanismo en condiciones de operación y la respuesta del ángulo de camber.

### 6.3 Verificación del ángulo de Camber

En esta etapa es necesario prestar especial atención a los parámetros geométricos escogidos, ya que debido a ellos los resultados serán o no satisfactorios dentro del parámetro del ángulo de Camber. Este es el ángulo que los neumáticos forman con respecto a la vertical al ver el vehículo por el frente o por detrás. La medición es expresada en grados, la variante moderna para este ángulo va de -5 a +5; es negativa cuando la parte superior de la rueda se inclina hacia dentro y positiva cuando se inclina hacia fuera (Figura 8).

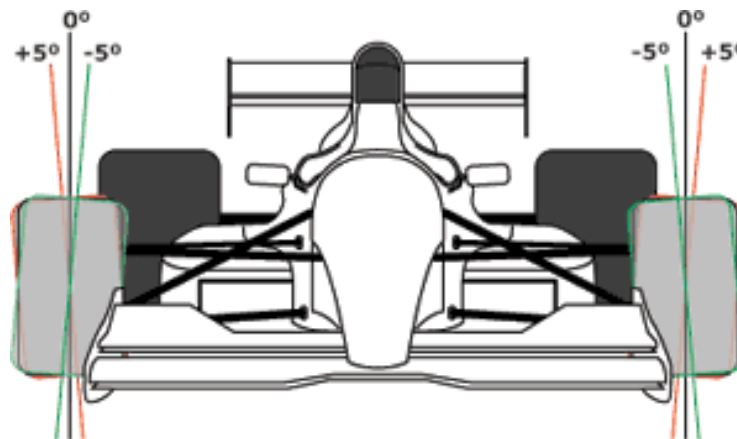


Figura 8 Angulo de Camber admitido para el funcionamiento de un sistema de suspensión tomado de (Tire rack, s.f.)

El ángulo de Camber se mide de forma intuitiva con un acelerómetro o tomando como referencia el eje vertical. La Ecuación 40 representa el valor del ángulo en la simulación, interpretado el movimiento de un vector en el espacio que se encuentra en la llanta.

$$\alpha = D/D^T * \lambda$$

Ecuación 40



Donde:

$\alpha$  es el ángulo de Camber resultante de la simulación

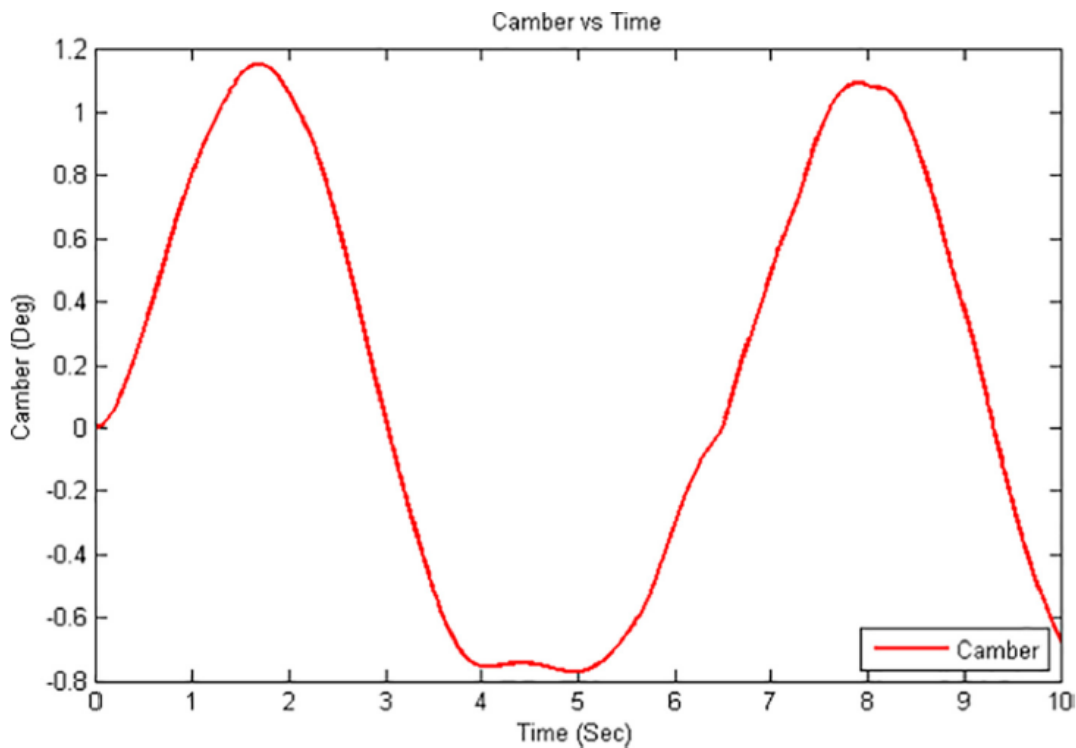
D es el vector unitario que se definió anteriormente para poder visualizar el recorrido que este tendrá en la simulación.

$\lambda$  es la amplitud de la llanta o el diámetro del eje.

En la Ecuación 41 se puede ver de forma más detallada la forma en cómo se realiza la lectura del ángulo al momento de realizar la simulación.

$$\alpha = \text{acos}((ur' * uy)/((ur' * ur)^{0.5})) * 180/\pi * s \quad \text{Ecuación 41}$$

Para la evaluación del ángulo de Camber se toma como referencia el estudio realizado por Kavita et al. (2018), que se basa en controlar el ángulo de Camber con el objetivo de llevarlo a valores cercanos a cero dando como resultado mejor maniobrabilidad y respuesta del sistema de suspensión frente a otros casos donde el valor es más elevado.



*Figura 9 Comportamiento esperado del ángulo de Camber (Kavita, Shankar, Karthika, Ashok, & Ashok, 2018).*

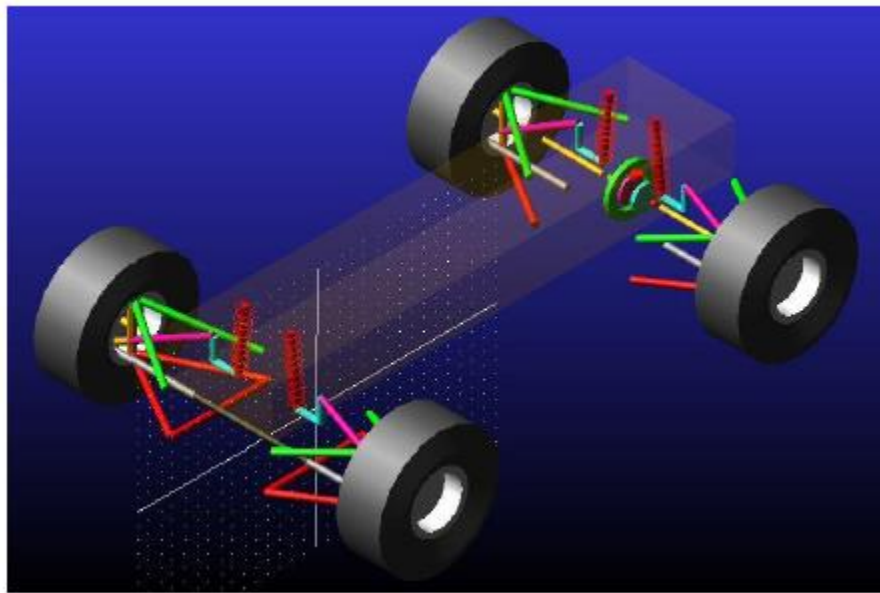
En la Figura 9 se ilustra el comportamiento esperado para el ángulo de Camber. El comportamiento de este ángulo no es necesariamente simétrico en su rango de valores a medida que la rueda va avanzando, esto es debido a las irregularidades que presentan muchos de los terrenos y que el sistema de dirección busca corregir mientras los atraviesa. El ángulo de Camber debe mantenerse cercano a cero o dentro de un rango permisible para asegurar que este cumple con su función y no interfiere con otros sistemas del vehículo. Esta será la referencia utilizada en este trabajo para comparar los resultados obtenidos.

## 7 Resultados

Se evalúan cinco casos de diseño para verificar su funcionalidad con el código desarrollado, tomando los parámetros geométricos necesarios de cada diseño para ser incluidas en el código de la simulación. Es importante aclarar que el código está restringido para mecanismos de suspensión double wishbone, por lo que todos los modelos escogidos comparten dicha característica.

### 7.1 Caso 1: Diseño cinemático y dinámico del sistema de suspensión para un vehículo de competición formula student.

En el primer caso se evalúa una adaptación del sistema double wishbone implementado en el diseño de un vehículo monoplace de carreras para la competencia formula student (ver Figura 10).



*Figura 10 Sistema de suspensión diseñado en (Rey, 2016)*

Para este caso se tomaron las medidas básicas de evaluación que se resumen en la tabla 1 a partir del trabajo de Rey (2016).

Brazo superior	400 mm
Brazo inferior	420,81 mm
Altura de la mangueta	190 mm
Brazo superior de la mangueta	79,4 mm
Brazo inferior de la mangueta	60 mm
Diámetro del eje	19,05 mm

Tabla 1 Parámetros geométricos para la simulación del mecanismo tomados de (Rey, 2016)

Para garantizar que el comportamiento de la suspensión es el adecuado, es necesario además considerar el recorrido de la suspensión, el cual debe presentar un movimiento de vaivén suave; el resultado no debe mostrar sobresaltos abruptos, ni mostrarse errático para los diferentes intervalos de tiempo. La Figura 11 muestra el movimiento del mecanismo en tres instantes de tiempo, mostrando la posición en el plano cartesiano x-y y considerando milímetros para ambas posiciones.

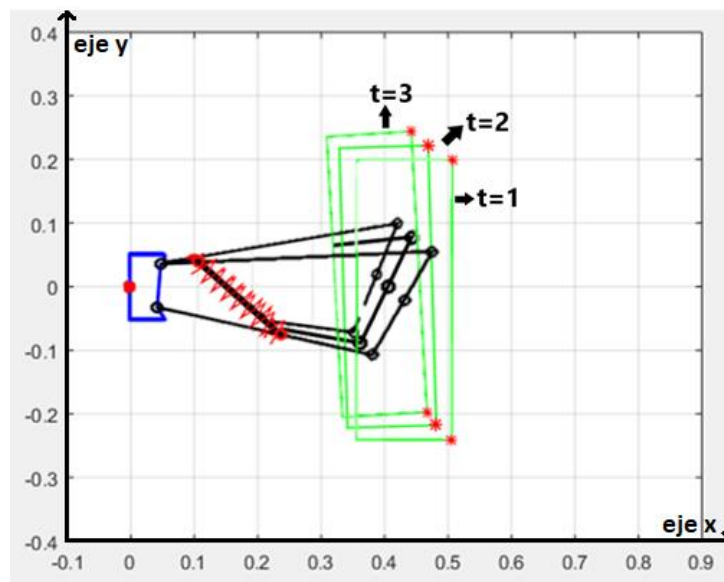


Figura 11 Simulación cinemática con el diseño desarrollado en (Rey, 2016)

En la Figura 12 Comportamiento del ángulo de Camber con el tiempo para el diseño desarrollado en se observa el movimiento del mecanismo en condiciones de operación, donde se evidencia el movimiento de vaivén esperado de acuerdo con el discutido anteriormente.

Este resultado es de gran ayuda para visualizar el comportamiento real de este mecanismo, facilitando el proceso de aprobación de los diseños, debido a su comportamiento similar a los sistemas de amortiguación presentes en el mercado.

El comportamiento del ángulo de Camber para el diseño de Rey (2016) puede verse en la Figura 12, donde el eje de las abscisas representa el tiempo en segundos y en el eje de las ordenadas el valor del ángulo en grados. Para este diseño el ángulo de Camber se encuentra entre +0.5 y -4, lo que resulta satisfactorio para el rango establecido anteriormente, además, de que su comportamiento sinusoidal, es semejante al comportamiento en condiciones de operación, lo que confirma que el diseño es funcional de acuerdo con este criterio.

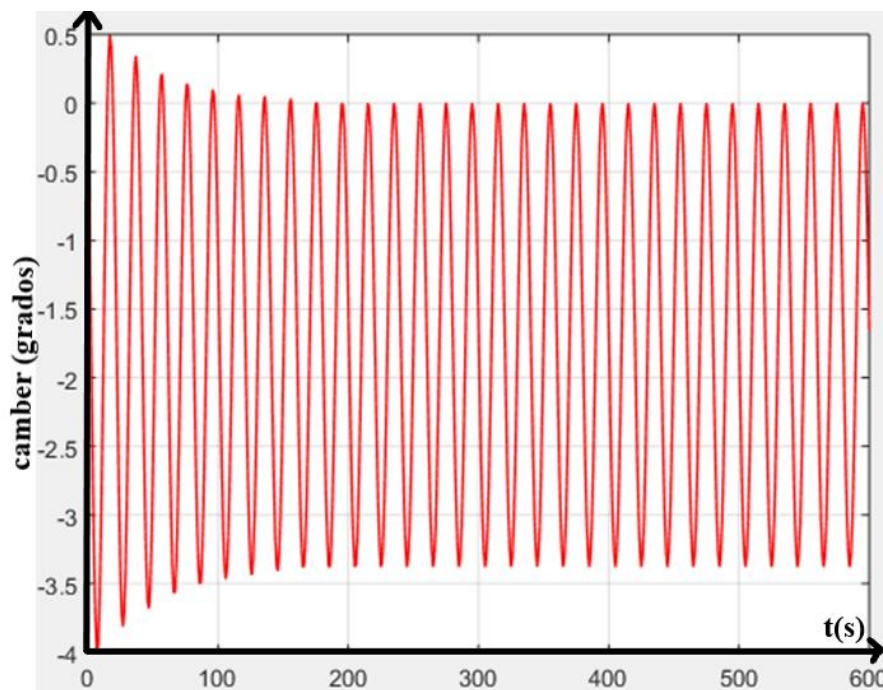


Figura 12 Comportamiento del ángulo de Camber con el tiempo para el diseño desarrollado en (Rey, 2016)

De acuerdo con el cumplimiento de ambas características (ángulo de Camber y trayectoria esperada) se avala la suspensión para la aplicación determinada.

## 7.2 Caso 2: Modelo de suspensión de vehículo monoplaza mediante ADAMS/CAR. Propuesta de mejoras.

El segundo caso evaluado es el diseño elaborado por Graziano (2017), para un vehículo monoplaza mediante ADAMS/CAR donde propone mejoras en el diseño.

La Tabla 2 muestra los parámetros geométricos necesarios para la implementación de la verificación de este sistema y en la Figura 13 se puede observar la geometría de los brazos de la suspensión propuesta.

Brazo superior	409,11 mm
Brazo inferior	385,7 mm
Altura de la mangueta	200 mm
Brazo superior de la mangueta	0 mm
Brazo inferior de la mangueta	0 mm
Diámetro del eje	12,7 mm

Tabla 2 Parámetros geométricos para la simulación del mecanismo tomados de (Graziano, 2017)

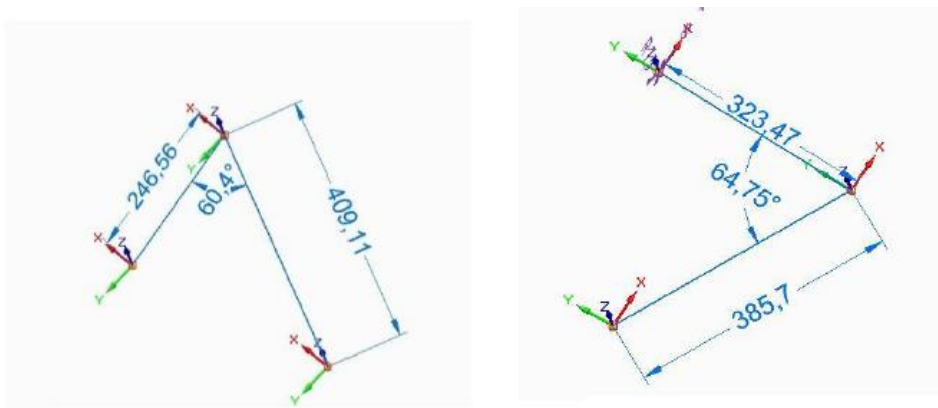


Figura 13 Sistema de suspensión diseñado en (Graziano, 2017)

En la Figura 14 se puede ver el movimiento en condiciones de operación del sistema diseñado en Graziano (2017), en tres instantes de tiempo diferentes como se indicó en el caso anterior.

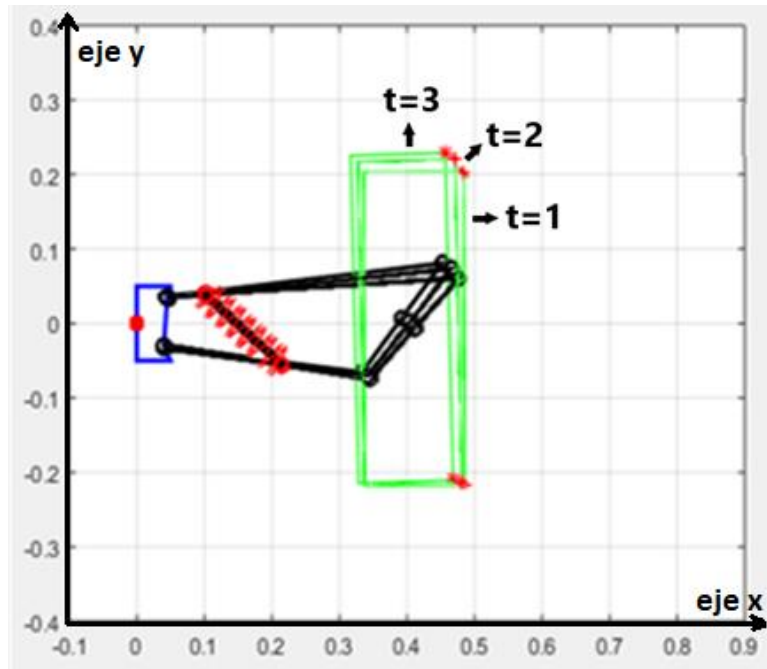


Figura 14 Simulación cinemática con el diseño desarrollado en (Graziano, 2017)

En la Figura 14 se muestra el movimiento presentado por el sistema en condiciones de operación desde el  $t=1$  al  $t=3$  y viceversa, el cual es suave teniendo en cuenta la medida de su desplazamiento.

La Figura 15 por otro lado, ilustra el comportamiento del ángulo de Camber para este diseño; donde el valor de salida del ángulo se encuentra entre  $+0.5$  y  $-2.5$ ; como se menciona en el caso anterior, los valores del ángulo están dentro del rango establecido y su comportamiento se asemeja al teórico; por lo que se interpreta como la aceptación del diseño y la funcionalidad de este, además, al poseer valores cercanos a cero, este sistema provee mejor maniobrabilidad y respuesta de la amortiguación en condiciones de operación.

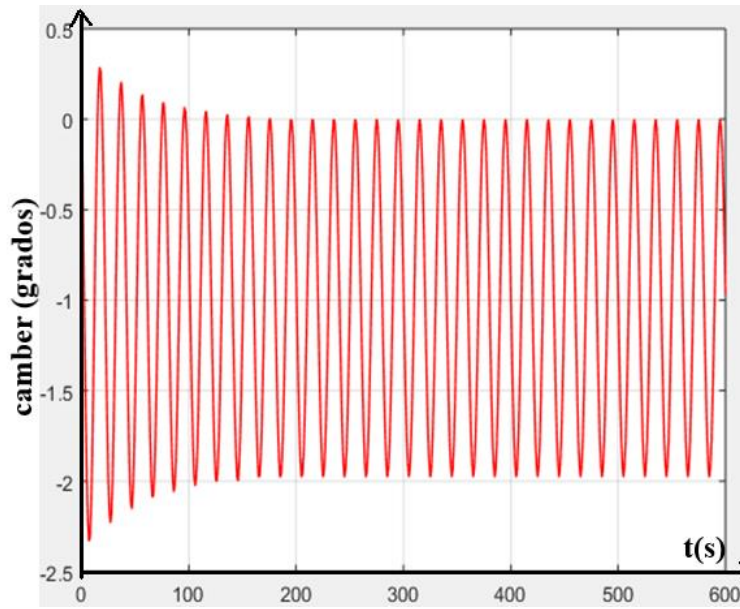


Figura 15 Comportamiento del ángulo de Camber con respecto al tiempo para el diseño desarrollado en (Graziano, 2017)

Debido a los valores de las características del ángulo de Camber y recorrido esperado que se dan como resultados en este caso, el diseño cumple con los parámetros recomendados.

### 7.3 Caso 3: Diseño del sistema de suspensión de un vehículo monoplaza tipo formula Sena.

En el tercer caso se realiza la evaluación de la funcionalidad del diseño de una suspensión para un vehículo monoplaza tipo formula SENA desarrollado por Betancourt (2011).

La Tabla 3 muestra los parámetros geométricos necesarios para la implementación del código y realizar la evaluación del mecanismo.

Brazo superior	761,57 mm
Brazo inferior	700 mm
Altura de la mangueta	300 mm
Brazo superior de la mangueta	0 mm
Brazo inferior de la mangueta	0 mm
Diámetro del eje	12,025 mm

Tabla 3 Parámetros geométricos para la simulación del mecanismo tomados de (Betancourt, 2011)



En la Figura 16 podemos apreciar el sistema de suspensión desarrollado en (Betancourt, 2011)

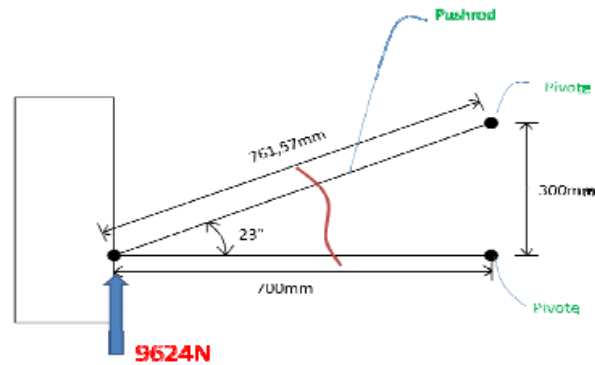


Figura 16 Sistema de suspensión diseñado en (Betancourt, 2011)

En la Figura 17, podemos apreciar el movimiento de vaivén esperado en su recorrido; además se puede ver un movimiento suave y, como el caso anterior, este diseño brindara una experiencia casi imperceptible al momento de encontrarse con irregularidades.

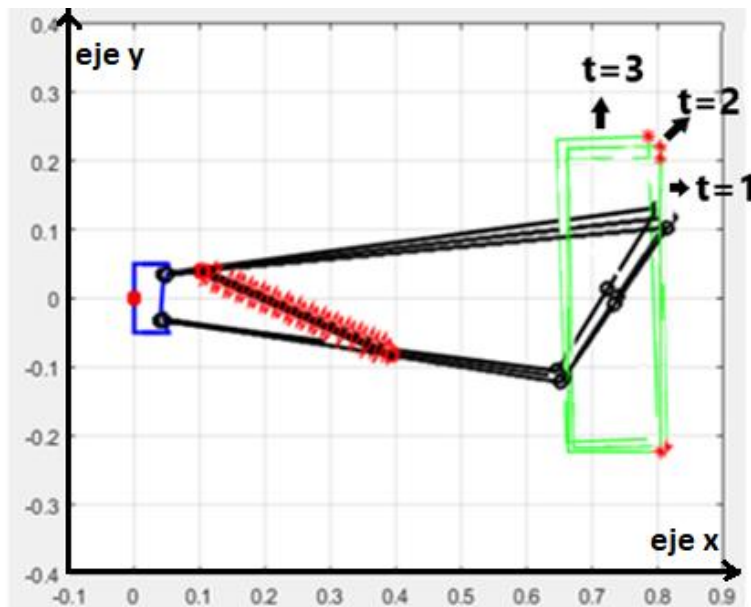


Figura 17 Simulación cinemática con el diseño desarrollado en (Betancourt, 2011)

Por otro lado la Figura 18 muestra el comportamiento de la respuesta del ángulo de Camber para el sistema, este se encuentra en un rango de +0.5 y -2, valores cercanos a cero y que se interpretan como una suspensión con excelente funcionalidad y maniobrabilidad con respecto a aquellas que tienen como respuesta valores elevados, por lo que podemos decir que esta verificación es satisfactoria y con similitudes a los modelos evaluados anteriormente.

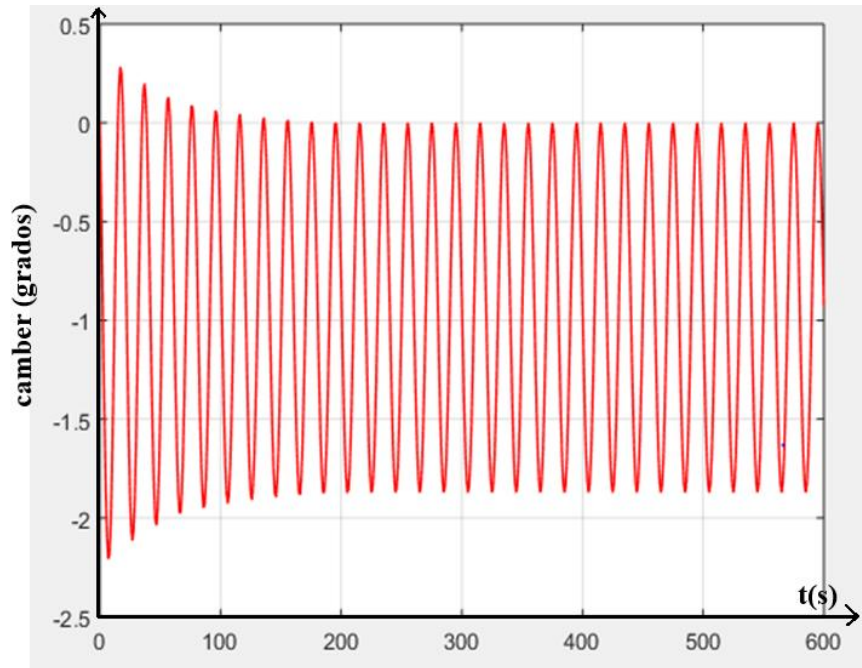


Figura 18 Comportamiento del ángulo de Camber con el tiempo para el diseño desarrollado en (Betancourt, 2011)

Con los parámetros para el ángulo de Camber y el comportamiento esperado en condiciones de operación que se obtienen en la evaluación, el diseño cumple satisfactoriamente con la funcionalidad teórica, y es aceptado.

#### **7.4 Caso 4: Diseño del sistema de suspensión para un vehículo formula student.**

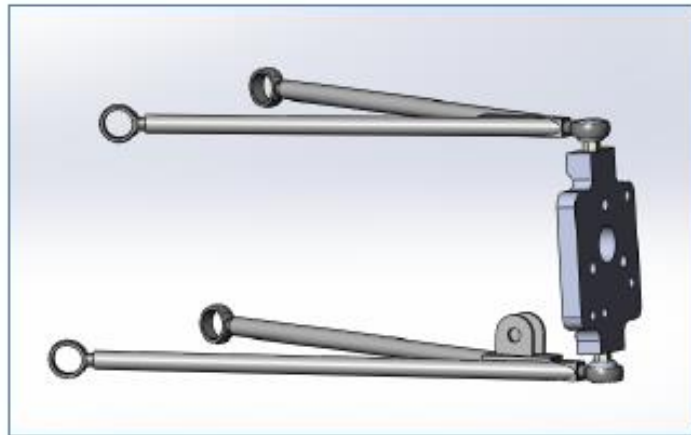
En este caso se hace la verificación de la funcionalidad del sistema de suspensión por el código desarrollado, del diseño de un sistema de suspensión para vehículos de formula student elaborado por Laparra (2014).

En la

Tabla 4 se muestran los parámetros geométricos tomados del diseño para hacer la implementación del código desarrollado en este trabajo; y la Figura 19 se puede ver el diseño desarrollado.

Brazo superior	297,76 mm
Brazo inferior	390,05 mm
Altura de la mangueta	150 mm
Brazo superior de la mangueta	0 mm
Brazo inferior de la mangueta	0 mm
Diámetro del eje	15,24 mm

*Tabla 4 Parámetros geométricos para la simulación del mecanismo tomados de (Laparra, 2014)*



*Figura 19 Sistema de suspensión diseñado en (Laparra, 2014)*

En la Figura 20, se puede apreciar el movimiento del sistema de suspensión, donde los ejes de las abscisas y las ordenadas se tratan de medidas cartesianas como se ha mencionado y se toman en escala de milímetros; se puede observar en tres instantes de tiempo, para ilustrar su comportamiento en condiciones de operación.

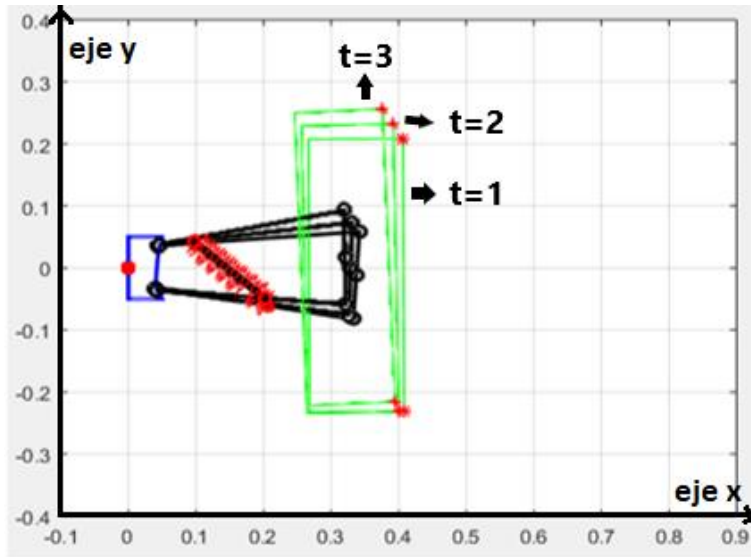


Figura 20 Simulación cinemática con el diseño desarrollado en (Laparra, 2014)

Esta figura muestra el recorrido esperado del sistema en forma de vaivén; se puede apreciar un movimiento suave, lo cual como se ha dicho en otros casos, brinda una mejor experiencia de amortiguación en comparación con otros con un movimiento más notable.

La Figura 21 muestra el comportamiento del ángulo de Camber para el diseño evaluado; dicho comportamiento se encuentra entre +0.5 y -3; arrojando una respuesta satisfactoria y de aceptación del diseño, debido al comportamiento similar a la referencia teórica y los valores que este toma se encuentran dentro del rango permisible de acción.

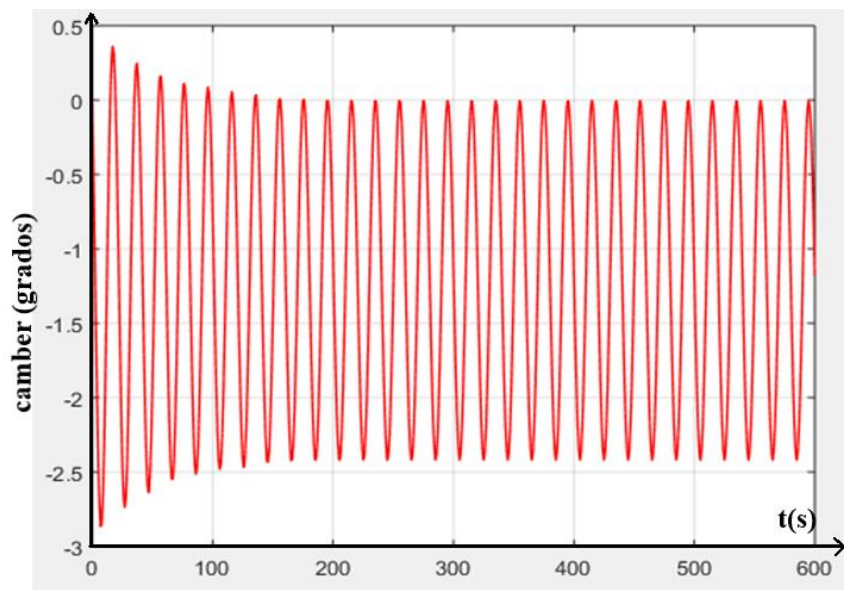


Figura 21 Comportamiento del ángulo de camber con el tiempo para el diseño desarrollado en (Laparra, 2014)

Gracias a los valores arrojados en este caso del recorrido esperado y el ángulo de Camber, el diseño es aceptado y cumple con su funcionalidad de amortiguación.

### 7.5 Caso 5: Diseño y fabricación de VTH tipo renacuajo.

Este caso corresponde a un diseño desarrollado y construido por el grupo de la facultad de ingeniería mecánica de la Universidad Pontificia Bolivariana Monteria (2016).

En

Tabla 5 podemos ver los parámetros geométricos tomados del diseño necesarios para la implementación del código desarrollado para su verificación, y en la Figura 22 se puede ver el diseño implementado.

Brazo superior	420 mm
Brazo inferior	360 mm
Altura de la mangueta	220 mm
Brazo superior de la mangueta	180 mm
Brazo inferior de la mangueta	140 mm
Diámetro del eje	12 mm

*Tabla 5 Parámetros geométricos para la simulación del mecanismo tomados de (Universidad Pontificia Bolivariana Monteria, 2016)*

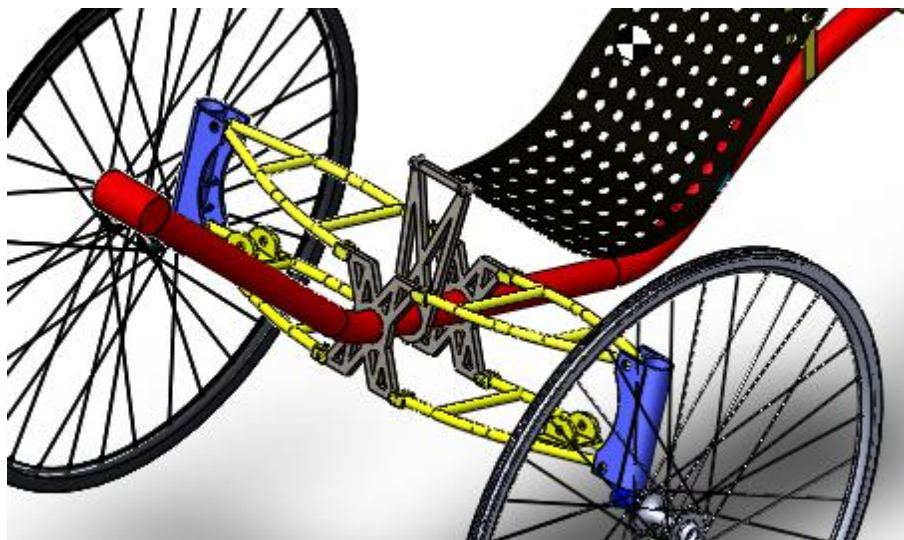


Figura 22 Sistema de suspensión diseñado en (Universidad Pontificia Bolivariana Monteria, 2016)

La Figura 23 nos muestra el comportamiento del sistema de suspensión en diferentes instantes de tiempo, en ella podemos apreciar el movimiento que este realiza en condiciones de operación ideales.

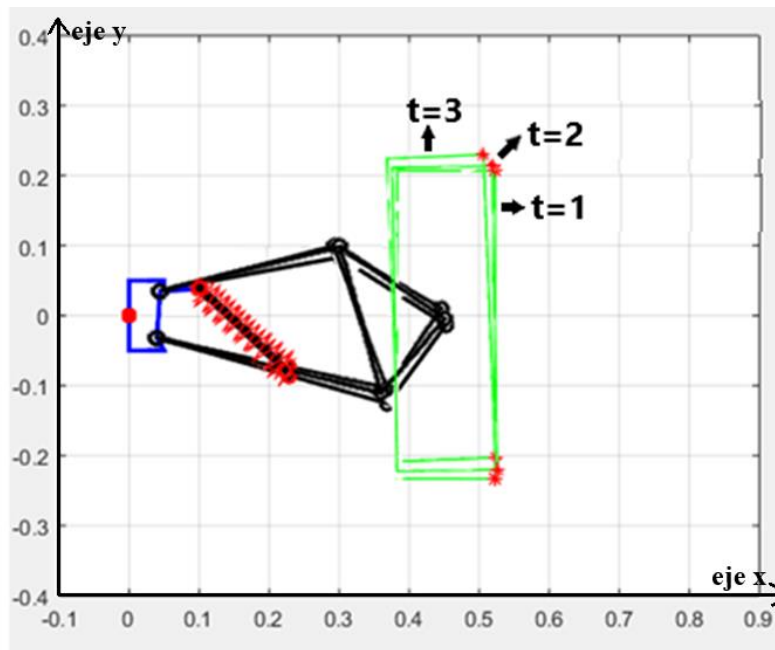


Figura 23 Simulación cinemática con el diseño desarrollado en (Universidad Pontificia Bolivariana Monteria, 2016)

También podemos ver se presenta el movimiento de vaivén esperado y que su recorrido es bastante suave, lo que ya se ha mencionado anteriormente.

En la Figura 24 se puede apreciar el comportamiento del ángulo de Camber donde se observa que el resultado obtenido es similar al resultado esperado y que el valor del ángulo para este diseño se encuentra entre  $+0.5$  y  $-3$ , cumpliendo con el rango de operación de este y dando una respuesta positiva sobre del diseño.

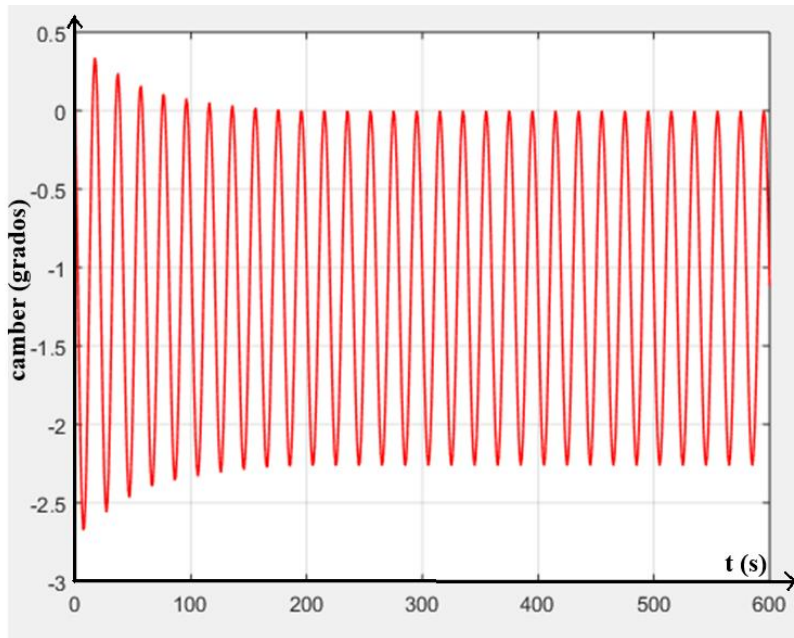


Figura 24 Comportamiento del ángulo de camber con el tiempo para el diseño desarrollado en (Universidad Pontificia Bolivariana Monteria, 2016)

Observando el comportamiento de cada simulación cinemática y el rango de acción del ángulo de Camber en cada caso, podemos decir que el código desarrollado cumple con la evaluación y verificación de su funcionalidad como se muestra en la Tabla 6

Diseño	Valor del ángulo de Camber
Rey (2016)	+0.5 a -4
Graziano (2017)	+0.5 a -2.5
Betancourt (2011)	+0.5 a -2.
Laparra (2014)	+0.5 a -3
Universidad Pontificia Bolivariana Monteria (2016)	+0.5 a -3

Tabla 6 Valores del ángulo de Camber arrojado por la implementación del código de verificación.

En la tabla anterior se puede apreciar el valor del ángulo de Camber para cada evaluación; claramente se puede ver que el rango en el cual se encuentran es similar, aun cuando su diseño presenta diferencias, mostrando que las diferentes adaptaciones conservan la funcionalidad y que la evaluación realizada en este trabajo por medio del código desarrollado cumple con la verificación de la funcionalidad de este tipo de mecanismo.

## 7.6 Verificación del sistema de suspensión mediante solidworks.

A continuación, se muestra la recreación en solidworks del quinto caso, en el cual se puede ver el movimiento en los mismos instantes de tiempo mostrados en el análisis cinemático anteriormente y la apariencia que este mecanismo tendrá al construirse.

Se puede ver con facilidad el comportamiento de este diseño facilitando la apreciación de los resultados antes presentados.

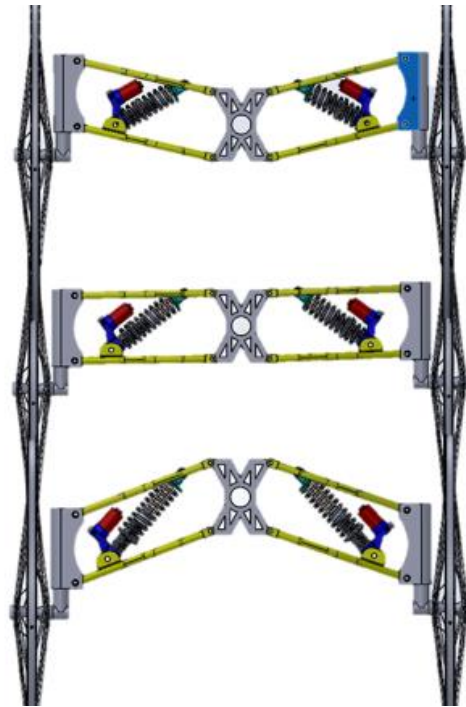


Figura 25. Construcción del caso 5 por medio de solidworks.



## 8 Conclusión

Elaborar una metodología para la verificación de la funcionalidad de las adaptaciones del sistema de suspensión double wishbone para vehículos de tracción humana es importante debido que brinda un soporte para la aceptación y verificación de estos mecanismos, se llega a esta conclusión gracias a la revisión bibliográfica y el uso de este diseño en vehículos livianos, autos de carreras, buggys de arena, cuatrimotos, vehículos de fórmula uno, aviones pequeños y los diseños evaluados en este trabajo; donde su geometría es modificada, (distancia de los brazos, amplitud, diámetro del eje), por las necesidades de diseño del vehículo y cumple los requerimientos de un sistema de suspensión.

Los resultados del análisis cinemático se dan al tomar de referencia distintos diseños de este sistema y aplicarlo al código elaborado, realizando su evaluación y observando el comportamiento del ángulo de Camber que cada uno de estos arroja.

Los valores del ángulo de Camber arrojados para cada diseño evaluado con el código desarrollado, muestran una similitud en el rango de valores al comportamiento esperado teóricamente; el valor negativo se traduce en que el sistema cuenta con las llantas inclinadas hacia adentro lo cual mejora el agarre y la estabilidad del vehículo, aumentando la maniobrabilidad y resulta favorable para transmitir los esfuerzos que se producen en los brazos de la suspensión.

Además, se puede identificar que la variable más importante al momento de realizar la verificación es el diámetro del eje, debido a que es el que admite el movimiento de la llanta y transfiere los esfuerzos a los brazos de la suspensión y permite o no que el sistema funcione correctamente.

Los criterios que se tienen en cuenta para lograr la aceptación o no de un diseño, es que al evaluar su funcionalidad con los parámetros geométricos de cada diseño; su resultado sea de un ángulo de Camber en un rango cercano a cero y que no supere el valor de +5 y -5, al igual que un movimiento suave y sin sobresaltos en su simulación de condiciones de operación.

De igual forma, el código funciona para lograr condiciones deseadas en estos sistemas al intentar realizar la evaluación cinemática con diferentes parámetros y ver la respuesta que esta arroja hasta llegar a los valores deseados; tales como maniobrabilidad y agarre máximo.

Gracias a lo anterior, podemos concluir que el código desarrollado cumple con la verificación de las adaptaciones posibles que, al modificar su geometría, dan como resultado el comportamiento del ángulo de Camber, el cual cumple con el rango de funcionalidad; cumpliendo de esta forma las metas planteadas en los objetivos del proyecto, demostrando con diferentes diseños, un ejemplo claro, de la funcionalidad de este sistema de suspensión para vehículos de tracción humana y otros vehículos que requieran este sistema de suspensión.

## 9 Referencias

- Aguirre, H., & Pinedo., S. (2017). *Diseño y construcción de un vehículo de tracción humana para desplazamiento sobre el río sinú y rutas pavimentadas de la ciudad de montería*. Montería.
- Attia, H. A. (2001). Dynamic modeling of the double wishbone motor-vehicle suspension system. *European Journal of mechanics* .
- Balkwill, J. (2018). *Performance Vehicle Dynamics, Engineering and Applications*. Butterworth-Heinemann.
- Betancourt, E. Y. (2011). *Diseño del sistema de suspensión de un vehículo monoplaza tipo SENA*. CEDIEL-SIRGO. (s.f.). <https://www.cedielsirgo.es/amortiguaci%C3%B3n-suspensi%C3%B3n/>.
- Cristobal, J. A. (2003). *Método de síntesis dimensional óptima de sistemas multicuerpo con restricciones dinámicas. Aplicación al diseño de mecanismos planos*.
- Dictador. (2017). *Avisos para el cálculo y la selección del amortiguador apropiado*. Dictador.
- García, Á. S. (septiembre de 2013). Metodología de síntesis óptima dimensional de mecanismos mediante algoritmos de optimización híbridos.
- García, V. C. (Julio de 2017). Diseño y desarrollo de la suspensión trasera de una motocicleta para la competición motostudent 15-16. Cantabria.
- González, A. N. (10 de Octubre de 2008). Síntesis dimensional óptima de mecanismos mediante estrategias evolutivas.
- Graziano, D. d. (2017). *Modelo de suspensión de vehículo monoplaza mediante ADAMS/CAR. Propuesta de mejoras*.
- Jazar, R. N. (2008). *Vehicle Dynamics: Theory and Applications*.
- Kavita, C., Shankar, S. A., Karthika, K., Ashok, B., & Ashok, S. D. (2018). Active camber and toe control strategy for the double wishbone suspension system. *Journal of King Saud University*.
- Laparra, C. P. (2014). *Diseño del sistema de suspensión para un vehículo de fórmula student*.
- Luna, A. M. (enero de 2011). Metodología de síntesis óptima dimensional de mecanismos incluyendo objetivos de posición y velocidad.
- Molina, F. J. (2012). Diseño y construcción de un vehículo de tracción humana para la competencia uniandes 2011. Bucaramanga, Colombia.
- Nikravesh, P. E. (2008). *Planar multibody dynamics, Formulation, programming and applications*.
- Noriega, G. A. (10 de octubre de 2008). Síntesis dimensional óptima de mecanismos mediante estrategias evolutivas.
- Restrepo., S. A. (marzo de 2017). Diseño del marco estructural de un trike recumbente por medio de la técnica de optimización topológica. Valencia.

- Rey, J. M. (2016). *Diseño cinemático y dinámico del sistema de suspensión para vehículo de competición fórmula student*.
- Romero, N. (12 de octubre de 2017). Síntesis dimensional de mecanismos planos y espaciales por medio de la utilización de coordenadas naturales y geometría algebraica. Colombia.
- Tire rack*. (s.f.). Obtenido de <https://m.tirerack.com/tires/tiretech/techpage.jsp?techid=4&ln=sp>
- Uberti, S., Gadola, M., Chindamo, D., Romano, M., & Galli, F. (2014). Design of a double wishbone front suspension for an orchard-vineyard tractor: kinematic analysis. *Journal of Terramechanics*.
- Universidad De Antioquia. (2017). *Diseño y fabricación de un vehículo de tracción humana UDEA*.
- Universidad Del Norte. (2014). Diseño de un vehículo de tracción humana. Barranquilla, Colombia.
- Universidad Pontificia Bolivariana Bucaramanga. (2017). Diseño y construcción de un vehículo de tracción humana para la competencia nacional vth montería 2017. Bucaramanga, Colombia.
- Universidad Pontificia Bolivariana Montería. (2016). *Diseño y fabricación de un vehículo de tracción humana tipo renacuajo*. Montería.
- Vivekanandan, N., Gunaki, A., Acharya, C., Gilbert, S., & Bodake, R. (2014). *Design, analysis and simulation of double wishbone suspension system*.

## 10 Anexos

### 10.1 Anexo 1: Código desarrollado para la simulación del amortiguador

```
function [x,y] = resorte(p,a,l,dx,dy,teta)
%p= paso del resorte
%a=amplitud de la llanta
%dx= derivada de la posición x
%dy= derivada de la posición y
%teta= ángulo de camber
k = 0;
for i=0:p:1
    k = k+1;
    x(k) = i;
    y(k) = ((-1)^(k-1))*a;
    z(k) = 1;
end
Q0 = [x;y;z];
T = [cos(teta) -sin(teta) dx;sin(teta) cos(teta) dy;0 0 1];
Q = T*Q0;
x = Q(1,:);
y = Q(2,:);
plot(x,y,'r','LineWidth',1)
axis equal
end
```

Este código muestra las variables necesarias para la simulación del amortiguador, donde las variables de entrada son p que es el paso del resorte, a la amplitud de la onda que describe la llanta, dx la derivada de la posición en X, dy la derivada de la posición en Y, teta el cual es el ángulo de camber, i es el tiempo en segundos para que el mecanismo obtenga movimiento, k es la elongación del resorte, z es la variable que se define en las ecuaciones para solucionar las ecuaciones de restricción, Qo significa que el modelo se representa en 3D, T es el periodo donde el ángulo toma valores en el plano bidimensional; luego se realiza la simulación.

### 10.2 Anexo 2: Código desarrollado para las ecuaciones de restricción

```
function F = restricciones(q,t)
%q=posición
%t=tiempo
xA = q(1);
yA = q(2);
xB = q(3);
yB = q(4);
xC = q(5);
yC = q(6);
```

```

%puntos fijos de anclaje
Q = [-0.04;0.032];
O = [0.045;0.036];

xQ = Q(1);
yQ = Q(2);
xO = O(1);
yO = O(2);
%brazos de la suspensión
%brazo inferior
f1 = (xA-xQ)^2+(yA-yQ)^2-0.42^2;
%parte inferior de la mangueta
f2 = (xC-xA)^2+(yC-yA)^2-0.14^2;
%altura de la mangueta
f3 = (xB-xA)^2+(yB-yA)^2-0.22^2;
%parte superior mangueta
f4 = (xB-xC)^2+(yB-yC)^2-0.18^2;
%brazo superior
f5 = (xB-xO)^2+(yB-yO)^2-0.36^2;
%simulación de bache(ancho de la llanta)
f6 = yC+0.012*exp(-0.1*t)*sin(pi/2+pi*t)+0.012*sin(-pi+pi*t);
F = [f1;f2;f3;f4;f5;f6];
end

```

En este código se presentan las ecuaciones de restricción de los elementos básicos del mecanismo, es en esta etapa donde el usuario tendrá que ingresar las medidas de su diseño para solucionar estas ecuaciones; estos valores son la variable Z definida en las ecuaciones de restricción.

La función 6 describe el movimiento de la llanta al pasar por un bache, y es necesario ingresar el diámetro del eje, el cual es la distancia admitida para la transmisión de los esfuerzos a los brazos del mecanismo.

En esta etapa es necesario poner especial atención a las medidas ingresadas y a los resultados deseados, ya que el comportamiento del mecanismo debe ser suave, por lo que hay que ser muy cuidadoso con la elección de las medidas .

### 10.3 Anexo 3: Código desarrollado para la simulación cinemática

```

clc
close all
clear
G = [0;0];
%Posición inicial anclado al chasis
Q = [0.040;-0.032];

```

```

O = [0.045;0.036];
%chasis
F = [0.1;0.04];
P1 = [0;-0.05];
P2= [0.05;-0.05];
P3 = O+(F-O)*0.1;
P4 = [0.05;0.05];
P5 = [0;0.05];
%rueda
P6 = [0.07;-0.22];
P7 = [0.07;0.22];
P8 = [-0.07;0.22];
P9 = [-0.07;-0.22];

X = [G(1) P1(1) P2(1) Q(1) O(1) F(1) P3(1) P4(1) P5(1) G(1)];
Y = [G(2) P1(2) P2(2) Q(2) O(2) F(2) P3(2) P4(2) P5(2) G(2)];
pX = [P6(1) P7(1) P8(1) P9(1) P6(1)];
pY = [P6(2) P7(2) P8(2) P9(2) P6(2)];
pZ = [1 1 1 1 1];
P0 = [pX;pY;pZ];

q0 = [0.5 -0.15 1 1 1 1];
%vector unitario en dirección x
u = [1;0];
%vector unitario en dirección y
uy = [0;1];
%alfa ángulo de camber
%ur vector unitario en dirección de la rueda
i = 0;
for t=0:0.1:10
    i = i+1;
    f = @(q) restricciones(q,t);
    q = fsolve(f,q0);
    A = [q(1);q(2)];
    B = [q(3);q(4)];
    C = [q(5);q(6)];
    E = Q+(0.24/0.42)*(A-Q);
    l=((F-E)'*(F-E))^0.5;
    phi = acos((u'*(F-E))/l);
    [rx,ry] = resorte(0.01,0.02,l,E(1),E(2),phi);

    if t == 0
        teta0 = acos((u'*(C-A))/0.14);
        tetaf = teta0;
    else
        tetaf = acos((u'*(C-A))/0.14);
    end
    teta = tetaf-teta0;
    T = [cos(teta) -sin(teta) C(1);sin(teta) cos(teta) C(2);0 0 1];
    P = T*P0;
    pX = P(1,:);
    pY = P(2,:);
    plot(X,Y, 'b', 'LineWidth',2)
    grid on
    axis equal

```

```

axis([-0.1 0.9 -0.4 0.4])
hold on
plot(G(1),G(2), 'r *', 'LineWidth',3)
qX = [Q(1) A(1) B(1) O(1) B(1) C(1) A(1)];
qY = [Q(2) A(2) B(2) O(2) B(2) C(2) A(2)];
plot(qX,qY, 'k', 'LineWidth',2)
plot(qX,qY, 'k o', 'LineWidth',2)
plot(pX,pY, 'g', 'LineWidth',1)
plot([E(1) F(1)], [E(2) F(2)], 'k', 'LineWidth',4)
plot([E(1) F(1)], [E(2) F(2)], 'r o', 'LineWidth',2)
plot(rx,ry, 'r', 'LineWidth',1)
plot(P(1,1),P(2,1), '* r', 'LineWidth',1)
plot(P(1,2),P(2,2), '* r', 'LineWidth',1)
ur = [P(1,2)-P(1,1);P(2,2)-P(2,1)];
if P(1,2)-P(1,1)>=0
    s = 1;
else
    s = -1;
end
alfa(i) = acos((ur'*uy)/((ur'*ur)^0.5))*180/pi*s;
pause (0.01)
hold off
end
figure
x = 0:1:i-1;
plot(x,alfa, 'r', 'LineWidth',1)
grid on

```

En esta etapa se muestran los puntos fijos tanto del chasis como de la llanta, luego se agrupa en una función todos los puntos en un plano 3D donde se realiza el grafico para poder visualizar el comportamiento del mecanismo, por último se definen los puntos E y F que se encuentran conectados entre sí, para realizar la simulación cinemática, de igual forma se agrupan todas las ecuaciones obtenidas en la determinación de las restricciones y la síntesis dimensional, estas se incluyen en una matriz para realizar la simulación de todos los puntos en común del sistema.