

Evaluación de un sistema de radio localización híbrido mediante el uso de la teoría de reconstrucción dispersa y sensado comprimido conjunta para la localización de múltiples fuentes transmisoras.

TIBISAY SÁNCHEZ QUINTERO

**UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA
ESCUELA DE INGENIERÍAS
DOCTORADO EN INGENIERÍA
MEDELLÍN
2024**

Evaluación de un sistema de radio localización híbrido mediante el uso de la teoría de reconstrucción dispersa y sensado comprimido conjunta para la localización de múltiples fuentes transmisoras.

TIBISAY SÁNCHEZ QUINTERO

Trabajo de grado para optar al título de Doctor en Ingeniería

Director(es)

Roberto Carlos Hincapié, Ph.D.

UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA

ESCUELA DE INGENIERÍAS

DOCTORADO EN INGENIERÍA

MEDELLÍN

2024

DECLARACIÓN DE ORIGINALIDAD

5 de septiembre de 2024

TIBISAY SÁNCHEZ QUINTERO

“Declaro que este trabajo de grado no ha sido presentado con anterioridad para optar a un título, ya sea en igual forma o con variaciones, en ésta o en cualquiera otra universidad”.
Art. 92, parágrafo, Régimen Estudiantil de Formación Avanzada.

Firma:

A todos aquellos que confían, que confiaron... y que me ayudaron a confiar.

Acknowledgements

GRACIAS, THANK YOU, DANKE

Cómo no agradecer a todas esas personas que confiaron en mí incluso cuando yo no lo hacía, que me dijeron las palabras que quería oír, y también las que no quería oír, o las que tenía que oír en esos momentos donde lo único que quieres es silencio.

GRACIAS TOTALES a todos los que me han acompañado en este proceso, por vivir mis sueños conmigo, y por hacer mis sueños suyos.

Resumen

Este documento presenta el trabajo desarrollado y los resultados obtenidos durante la investigación realizada para optar por el título de Doctor en Ingeniería de la Universidad Pontificia Bolivariana.

El foco de la investigación realizada y consolidada en este documento, tiene como objetivo la evaluación de un sistema de radio localización híbrido mediante el uso de la teoría de reconstrucción dispersa y sensado comprimido conjunto para la localización de múltiples fuentes transmisoras.

El sistema evaluado mediante simulación, emplea la teoría de reconstrucción dispersa para estimar la posición de Q transmisores combinando diferentes tipos de mediciones disponibles tomadas por N nodos de referencia (RN) distribuidos dentro de una región de interés. Cada uno de los sensores (RN) tiene la capacidad de tomar mediciones de Tiempo de Llegada (ToA), Diferencia de Tiempo de Llegada (TDoA), Dirección de Llegada (DoA), e Intensidad de Potencia Recibida (RSS), las cuales son enviadas posteriormente a una unidad de procesamiento central denominada Centro de Fusión (FC), para ser procesadas y aplicar el algoritmo de reconstrucción OMP que permita estimar la posición de las fuentes transmisoras.

A lo largo del documento se incluye una descripción detallada del sistema de radio localización propuesto, además de la metodología seguida para el cumplimiento de los objetivos específicos, con los cuales se buscaba: (i) definir un criterio de selección de cuántas y cuáles de las mediciones disponibles deberían ser incluidas para estimar correctamente la posición de los transmisores, (ii) establecer un criterio de parada del algoritmo iterativo de reconstrucción, y (iii) definir bajo qué condiciones es conveniente mezclar mediciones, específicamente cuando se varía la tasa de compresión del modelo de sensado comprimido, el número de sensores, el número de antenas que tiene cada sensor, y la relación señal a ruido (SNR), los cuales son factores que de acuerdo con la literatura pueden afectar el desempeño del sistema.

Finalmente, se presentan los resultados de los diferentes escenarios simulados, donde es posible observar cómo el sistema propuesto estima correctamente la posición de las Q fuentes transmisoras, aplicando los dos criterios definidos en los objetivos específicos. Además, se muestra cómo la variación de ciertos parámetros dentro del sistema, influyen en el desempeño del algoritmo de localización.

PALABRAS CLAVE:

Dirección de Llegada (DoA), Tiempo de Llegada (ToA), Diferencia de Tiempo de Llegada (TDoA), Intensidad de Señal Recibida (RSS), Sensado Comprimido (CS), *Orthogonal Matching Pursuit* (OMP), Esparsidad, Sistema de Radio de Localización.

Abstract

This document presents the work developed and the results obtained during the research conducted to pursue the title of Doctor in Engineering at the Pontifical Bolivarian University.

The focus of the research, consolidated in this document, aims to evaluate a hybrid radio localization system using sparse reconstruction theory and joint compressed sensing for the localization of multiple transmitting sources.

The system, evaluated through simulation, employs sparse reconstruction theory to estimate the position of Q transmitters by combining different types of measurements available from N reference nodes (RN) distributed within a region of interest. Each sensor (RN) has the ability to take measurements of Time of Arrival (ToA), Time Difference of Arrival (TDoA), Direction of Arrival (DoA), and Received Signal Strength (RSS), which are later sent to a central processing unit called the Fusion Center (FC) for processing and applying the OMP reconstruction algorithm to estimate the position of the transmitting sources.

The document includes a detailed description of the proposed radio localization system, along with the methodology followed to meet the specific objectives, which sought to: (i) define a selection criterion for how many and which of the available measurements should be included to correctly estimate the position of the transmitters, (ii) establish a stopping criterion for the iterative reconstruction algorithm, and (iii) define under what conditions it is convenient to mix measurements, specifically when varying the compression rate of the compressed sensing model, the number of sensors, the number of antennas each sensor has, and the signal-to-noise ratio (SNR), which are factors that, according to the literature, can affect system performance.

Finally, the results of the different simulated scenarios are presented, where it is possible to observe how the proposed system correctly estimates the position of the Q transmitting sources, applying the two criteria defined in the specific objectives. Additionally, it shows how the variation of certain parameters within the system influences the performance of the

localization algorithm.

KEYWORDS:

Direction of Arrival (DoA), Time of Arrival (ToA), Time Difference of Arrival (TDoA), Received Strength Signal (RSS), Compressive Sensing (CS), Orthogonal Matching Pursuit (OMP), Sparse Reconstruction, Radio localization system.

Índice general

	Pág.
Acknowledgements	5
Resumen	6
Abstract	8
Índice general	10
Índice de figuras	13
Índice de cuadros	15
0.1. Propuesta Investigación	17
0.1.1. Antecedentes y Problema de investigación	17
0.1.1.1. Estado del arte	17
0.1.1.2. Propuesta de investigación	22
0.1.2. Objetivos	22
0.1.2.1. Objetivo general	22
0.1.2.2. Objetivos específicos	22

0.1.3. Alcance	23
0.2. Marco Teórico	25
0.2.1. Algoritmos de posicionamiento	25
0.2.1.1. Dirección de llegada (DoA)	25
0.2.1.2. Tiempo de llegada (ToA)	28
0.2.1.3. Diferencia de tiempo de llegada (TDoA)	30
0.2.1.4. Intensidad de potencia recibida (RSS)	31
0.2.2. Reconstrucción dispersa y sensado comprimido	32
0.3. Sistema de radio localización propuesto	38
0.3.1. Bases de representación	42
0.3.2. Fase de sensado y toma de mediciones	45
0.3.3. Estimación de la posición mediante el proceso de reconstrucción dispersa	47
0.4. Objetivo 1: Selección de mediciones para la localización	50
0.5. Objetivo 2: Criterio de parada del algoritmo de reconstrucción OMP	55
0.6. Objetivo 3: Evaluación del sistema de radio localización	58
0.7. Resultados de las simulaciones	63
0.7.1. Modelo del sistema	63
0.7.2. Resultados generales y funcionamiento del sistema	64
0.7.3. Desempeño del sistema	67
0.7.3.1. Exactitud	68
0.7.3.2. Precisión	69
0.7.4. Resultados: Sistema híbrido vs. sistema no híbrido	70

0.8. Conclusiones 74

BIBLIOGRAFÍA **77**

Índice de figuras

	Pág.
0.1. Principio de triangulación	26
0.2. Esquema general AoA	27
0.3. Principio de trilateración	29
0.4. Disminución de potencia de las señales comprimibles	33
0.5. Etapas del proceso de sensado comprimido	34
0.6. Reconstrucción por OMP	36
0.7. Representación gráfica del principio de reconstrucción dispersa	39
0.8. Fases de entrenamiento y sensado	40
0.9. Grilla para construcción de diccionarios	41
0.10. Representación de señales	42
0.11. Ejemplo diccionarios TOA y TDOA	43
0.12. Matrices de compresión	45
0.13. Funciones de proyecciones	48
0.14. Modelo de selección de mediciones	53
0.15. Reducción de entropía para selección de mediciones a tener en cuenta	54

0.16. Resultados criterio de parada OMP	57
0.17. Porcentaje de aciertos de la estimación según el número de RN	62
0.18. Estimación de la posición de 1 TN usando el sistema de radio-localización propuesto	65
0.19. Estimación de la posición de 2 TN usando el sistema de radio-localización propuesto	66
0.20. Exactitud y precisión	67
0.21. RMSE del sistema	68
0.22. Porcentaje de aciertos del sistema	70
0.23. Porcentaje de aciertos en la estimación de dos fuentes transmisoras según el criterio de entropía: Sistema híbrido vs. Sistema no híbrido	71
0.24. RMSE la estimación de dos fuentes transmisoras: Sistema híbrido vs. Sistema no híbrido	72

Índice de cuadros

	Pág.
0.1. Valores de los parámetros variables en cada simulación	59
0.2. Porcentaje de aciertos en la estimación de posición de dos fuentes transmisoras . .	71

GLOSARIO

RN: Nodo de referencia (Reference Node).

TN: Nodo objetivo (Target Node).

BS: Sitio candidato.

N: número total de RN que componen el sistema.

Q: número de TN que componen el sistema.

K: cantidad de puntos candidatos dentro de la región discretizada.

M: número de elementos de antena

s_q : señal transmitida desde la fuente Q-ésima.

x_i : señal sin comprimir recibida en el RN_i después de pasar por el canal de comunicaciones.

y_i : señal comprimida recibida en el RN_i después de pasar por el canal de comunicaciones.

L: longitud de la señal sin comprimir.

P: longitud de la señal comprimida.

ψ_i^z : base de representación o diccionario del RN_i y el tipo de medición z .

Ψ_i : $\Psi_i = [\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_Z]$ Conjunto de diccionarios construidos por el RN_i compuesto para cada tipo de medición.

φ_i^z : matriz de compresión que se aplica en el RN_i para la medición z .

Φ_i : $\Phi_i = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_Z]$ conjunto de matrices de compresión del RN_i

θ_i^z : $\theta_i^z = \varphi_i^z \psi_i^z$

0.1. PROPUESTA INVESTIGACIÓN

Este capítulo contiene la propuesta de investigación presentada para optar por la candidatura a doctor en ingeniería de la Universidad Pontificia Bolivariana. En él se resumen los principales aspectos del documento de la propuesta, como lo son: el problema de investigación, los objetivos y el alcance propuesto.

0.1.1. ANTECEDENTES Y PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

0.1.1.1. Estado del arte

Las redes de sensores son una tecnología que gracias a su bajo consumo de potencia, el tamaño de los dispositivos empleados y su bajo costo toma cada vez más fuerza en diferentes áreas del conocimiento. En los últimos 15 años hemos visto un aumento en el uso de las mismas y el continuo crecimiento del interés en ellas, tanto por parte de la academia como de los industriales, quienes ven en esta tecnología una potencial alternativa de solución a problemas y aplicaciones del diario vivir como el caso del cuidado de la salud, la agricultura de precisión, la domótica, las ciudades inteligentes, la meteorología, la sismología, exploración del espacio y el lecho marino, y las aplicaciones militares y de defensa, sólo por mencionar algunas [1].

Sin embargo, la mayoría de los trabajos revisados coinciden en un aspecto: “uno de los componentes críticos en las redes de sensores es la localización y el *tracking* de nodos móviles, y en algunos casos de los sensores mismos” [2, 3]. El proceso de localización es importante para saber dónde ocurre un evento o dónde es el origen de los datos sensados, siendo en muchos casos el objetivo principal del servicio, mientras que en otros puede ser considerado como un valor agregado. Dependiendo del tipo de aplicación, se requieren niveles de precisión diferentes en la estimación de la posición, algunos servicios permiten errores de hasta 10 metros, pero otros requieren que el error sea apenas de algunos centímetros, lo cual ha llevado al desarrollo de diferentes métodos y técnicas de posicionamiento que contemplan las características especiales de cada caso, para dar solución al problema de la mejor manera [4].

En un principio, las técnicas empleadas sólo usaban un tipo de información para realizar el proceso de localización, es decir, eran alternativas puras, que basados en mediciones de tiempo, distancia, ángulos o potencia, estimaban la posición de un objetivo. Sin embargo, cada una de ellas tiene desventajas e inconvenientes en casos particulares; por ejemplo, las técnicas basadas en ángulos de llegada (AoA) o dirección de llegada (DoA) tienen altos requerimientos en cuanto a los arreglos de antena que emplean y son muy imprecisas en casos en los

que hay alta influencia de multitrayectoria (*multipath*) [5]. Por su parte aquellas basadas en tiempo, como ToA (*tiempo de llegada*) y TDoA (*Diferencia de tiempo de llegada*), obligan a tener sincronización en tiempo entre los sensores, e incluso en el caso de ToA, requieren de sincronización con el *TN* (*target node*), lo que implica contar con GPS disciplinados de alta precisión o con fuentes externas que proporcionen la señal de reloj, generando incremento en los costos del sistema [6]. Finalmente, los algoritmos que emplean información de potencia son muy utilizados gracias a su simplicidad, pero necesitan condiciones de línea de vista (LOS) para garantizar su correcto funcionamiento, además de que implican el uso de modelos de canal complejos aproximados a los ambientes reales [7].

Adicionalmente, los sistemas de radio localización híbridos combinan múltiples técnicas, bien sea de las previamente mencionadas u otras, para mejorar la precisión y la confiabilidad de la estimación de la posición. Estos sistemas aprovechan las fortalezas de los diferentes métodos y los integra con el fin de superar las limitaciones asociadas a cada una de ellas de manera individual. La combinación que se emplee depende específicamente de la aplicación, el entorno y los recursos disponibles [8].

Por lo anterior, los esquemas híbridos surgen como una alternativa para obtener un mejor costo-beneficio en términos de precisión, complejidad, carga computacional y precio, mediante el uso de sistemas de estimación conjunta, que traten de mitigar los problemas de cada técnica en su forma pura complementando la información con datos de otra naturaleza, bien sea, que provengan del mismo sensor o de sensores diferentes [9].

Ahora bien, las redes de sensores por lo general tienen limitaciones en cuanto al consumo energético y las capacidades en la transmisión de datos, lo cual puede ser una limitante en los sistemas de posicionamiento, ya que en los esquemas que requieren información de varios sensores para hacer la estimación, como el caso de ToA o TDoA, o cualquier otro esquema distribuido, es necesario enviar grandes cantidades de información a una entidad central denominada centro de fusión (FC), en donde se realice todo el procesamiento de la información y de esta manera poder estimar la posición del objetivo.

Una de las alternativas que ha surgido como solución reciente a este problema es aplicar la teoría de reconstrucción dispersa y sensado comprimido (CS, por sus siglas en inglés) a las redes de sensores, con el fin de que se logre disminuir considerablemente la cantidad de información que debe ser procesada y enviada por los sensores [10].

La esparsidad es la propiedad inherente de aquellas señales para las cuales, toda la información contenida en la señal puede ser representada como la combinación lineal de pocas componentes que sean significativas en un dominio de transformación específico, en comparación con la

longitud total de la señal en su dominio original [11]. A su vez, el sensado comprimido explota la esparsidad de las señales en algún dominio de transformación y la incoherencia de estas mediciones con el dominio original. En esencia, el sensado comprimido (CS) combina el proceso de sensado y de compresión en un mismo paso mediante la definición del número mínimo de medidas en las muestras que contienen mayor información de la señal, eliminando de este modo la necesidad de tomar y almacenar un gran número de muestras, las cuales en su mayoría serán descartadas porque su valor es mínimo. En otras palabras, la pregunta que se debe plantear en estos casos apunta a si es realmente necesario incurrir en altos gastos computacionales y de procesamiento, cuando en realidad al final sólo son necesarias ‘ m ’ muestras para la estimación de la posición.

Gracias al desarrollo de la teoría de sensado comprimido (CS) propuesta por Candes, Tao, Romberg y Donoho en [12, 13, 14], es posible reconstruir señales empleando una frecuencia de muestreo mucho menor a la establecida por Nyquist. Esta reconstrucción es exacta si la señal sensada tiene una tasa baja de información, es decir, si es dispersa en su dominio original o en algún otro dominio de transformación en la que pueda ser representada [11]. Sin embargo, el sensado comprimido considera el procesamiento de una sola señal e ignora la multi-correlación entre las señales, lo cual implica que aún existe un gran potencial de desarrollo del CS.

Por lo tanto, con el fin de aprovechar tanto la intra-correlación como la inter-correlación, surge una extensión del CS denominado sensado comprimido distribuido (DCS), el cual es una integración entre la codificación de fuente distribuida y la teoría de CS desarrollada por Candes y Donoho.

El DCS comprime cada señal independientemente, pero reconstruye de manera conjunta a partir de múltiples señales. Si cada señal empleada en el proceso de reconstrucción es dispersa en alguna base de representación, entonces cada una puede ser codificada y obtener una medición, la cual tendrá una longitud mucho menor que la señal original, para luego ser enviadas al FC para ser procesadas [15].

Además, el DCS tiene dos propiedades que deben ser resaltadas: (i) durante la fase de codificación para obtener la representación dispersa, cada señal es comprimida respectivamente, tomando ventaja tanto de la intra-correlación como de la inter-correlación, logrando disminuir de manera significativa la cantidad de mediciones, (ii) el DCS no reduce la complejidad durante todo el proceso, pero transfiere dicha complejidad del sensor al centro de fusión, lo cual resulta muy útil en muchas aplicaciones con procesamiento distribuido como las redes de sensores, donde generalmente los sensores son dispositivos sencillos con poca capacidad de procesamiento y requieren baja carga computacional [16].

Ahora bien, el problema de localización puede formularse como un problema de dispersión realizando una discretización de la región de interés (ROI) en puntos candidatos en cada uno de los cuales puede haber o no una fuente a localizar, y como el número de fuentes es mucho menor que el número de puntos candidatos, entonces se cumple el criterio de esparsidad. Además, gracias a que las componentes significativas de la señal, halladas con la reconstrucción dispersa, decaen rápidamente obedeciendo la ley de potencia, entonces podemos también aplicar la teoría de sensado comprimido [17]. Para ello, es necesario entonces encontrar una base de representación adecuada, la cual permita estimar la posición de una o múltiples fuentes mediante proyecciones adaptativas no lineales de las mediciones sobre dicha base [18].

Adicionalmente, el problema de localización de más de una fuente mediante la misma red de sensores se complica cuando se están usando plataformas de localización clásicas, ya que la identificación de múltiples señales en un mismo receptor incrementa la complejidad del problema. En estos casos, los esquemas basados en sensado comprimido distribuido son una alternativa que permite de manera más eficiente estimar la posición de múltiples fuentes de manera simultánea.

Por otra parte, teniendo en cuenta el gran auge y adopción que ha tenido en los últimos años el uso de algoritmos de Machine Learning (ML) e Inteligencia Artificial en diferentes áreas del conocimiento, vale la pena mencionar algunos trabajos que emplean estas nuevas tecnologías para abordar el problema de localización y estimación de la posición, ya que este campo de estudio no ha sido ajeno al rápido crecimiento de estas soluciones, las cuales han demostrado alcanzar altos niveles de precisión y mejoras considerables en el consumo de potencia de los sensores.

Por ejemplo, en [19] los autores emplean una red neuronal (ANN por sus siglas en inglés) con tres entradas, 2 capas ocultas y dos salidas, las cuales corresponden a las coordenadas \hat{X} y \hat{Y} para estimar la posición de múltiples fuentes desconocidas. Para ello emplean 3 nodos de referencia y las mediciones de RSSI que estos miden. Dichos valores son usados como datos de entrada a la ANN para estimar la posición de las fuentes. Esta red fue entrenada mediante un método de back-propagation, alcanzando un error euclidiano de 0.70 metros.

Por su parte, en [20] los autores abarcan el problema de localización como un modelo de regresión que puede ser resuelto empleando algoritmos de ML como las máquinas de soporte vectorial (SVM, por sus siglas en inglés). En este trabajo los autores evalúan el desempeño de la solución propuesta variando parámetros como la cantidad de RNs y de TNs, la potencia de transmisión, y la calidad del enlace de transmisión. Los resultados obtenidos muestran que el modelo presentado logra la mejor estimación de la posición en aquellos TNs que están ubicados más hacia el centro de la ROI, mientras que para aquellos que se encuentran cercanos

a los borde, el algoritmo tiende a fallar.

Otro trabajo interesante es presentado en [21] en el cual los autores emplean un algoritmo de K-Nearest Neighbour (KNN), técnicas de data augmentation, y mediciones de RSSI para manejar los retos que tienen lugar en los sistemas de posicionamiento en ambientes interiores.

Por otra parte, en [22] se propone una red neuronal profunda (DNN) entrenada con mediciones de ángulo de llegada (AoA) e intensidad de potencia recibida (RSSI) para estimar la posición de múltiples fuentes transmisoras desconocidas. Con el fin de mejorar la precisión en la localización, se emplea también un modelo LAFA (Lion Assited Firefly Algorithm) y se usan métricas como RMSE, MSE, MAPE y MAE para medir el desempeño del sistema.

Ahora bien, las redes de sensores son ampliamente usadas en diferentes aplicaciones, y una de ellas son las ciudades inteligentes. Existen varios trabajos que aplican algoritmos de Machine Learning para solucionar el problema de localización en este tipo de uso de las WSN. En [23] los autores proponen un sistema de asistencia que busca ayudar a personas invidentes a desplazarse por las ciudades caminando. Para ello usan un dispositivo bluetooth de baja energía (BLE) y mediciones de RSSI para hacer el tracking y la localización de los usuarios. Realizan diferentes experimentos empleando un algoritmo de KNN y otro de SVM logrando resultados con una precisión cercana al 98 %.

Por su parte, en [24], los autores emplean mediciones de RSSI de una red que emplea dispositivos LoRa para realizar la predicción de la posición de una fuente transmisora mediante el uso de una Red Neuronal Recurrente (RNN). El sistema se prueba en una ciudad de Bélgica en un ambiente urbano denso y alcanza muy buenos resultados, logrando errores de 0.3 metros aproximadamente.

Un trabajo similar se presenta en [25], en el cual los autores testean tres modelos diferentes de deep learning para realizar la regresión que deriva en la estimación de la posición. En este caso se emplean también mediciones de RSSI tomadas a través de dispositivos LoRa, las cuales son usadas para entrenar una ANN, una LSTM (Long-Short Term Memory) y una CNN (Convolutional Neural Network). Los resultados demuestran que las redes neuronales profundas pueden ser usadas para realizar procesos de localización con buenos niveles de precisión, mediante el uso de dispositivos LoRa tanto en ambientes interiores como exteriores.

Finalmente, en [26] se presenta una extensa revisión de las técnicas de ML aplicadas a la localización de fuentes en las redes de sensores, donde se destacan sus ventajas frente a otras alternativas, así como también los retos y oportunidades que hay en este tema.

0.1.1.2. *Propuesta de investigación*

Partiendo de lo expuesto anteriormente, en este trabajo doctoral se propuso evaluar el desempeño de un sistema de radio localización híbrido basado en la teoría de reconstrucción dispersa conjunta y sensado comprimido distribuido para la localización de múltiples fuentes transmisoras, las cuales eran desconocidas por el sistema de localización propuesto, es decir, no se tenía conocimiento a priori sobre el número total de fuentes que debían localizarse. Para ello, fue necesario establecer un criterio para detener la búsqueda de fuentes dentro del sistema, evitando la detección de falsos positivos, los cuales eran considerados como posiciones que el sistema estimaba como otra fuente, pero que en realidad no lo eran. Adicionalmente, la investigación buscaba evaluar la precisión del sistema de radio localización y determinar en qué escenarios se requiere combinar mediciones disponibles e incrementar o disminuir el número de RN para estimar la posición de las múltiples fuentes; además de establecer un criterio sobre el cual se pueda determinar cuáles y cuántas mediciones heterogéneas mezclar en un momento determinado, de tal manera que sea posible obtener beneficio de la naturaleza híbrida del sistema y de la inter e intra-correlación de las señales recibidas en cada uno de los receptores dispuestos en el sistema.

0.1.2. *OBJETIVOS*

0.1.2.1. *Objetivo general*

Evaluar el desempeño de un sistema de radio localización, en términos de precisión en la estimación de la posición, mediante la fusión de medidas heterogéneas provenientes de diferentes sensores ubicados dentro de una región de interés, aplicando la teoría de reconstrucción dispersa y sensado comprimido, con el fin de localizar múltiples fuentes transmisoras no colaborativas.

0.1.2.2. *Objetivos específicos*

1. Definir al menos un criterio que permita establecer cuándo una medición tomada por un sensor del sistema, debe ser tomada en cuenta para realizar la localización de múltiples fuentes no colaborativas.
2. Establecer un criterio de parada dentro de un algoritmo iterativo que permita estimar la posición de múltiples fuentes desconocidas por el sistema, logrando localizar la cantidad correcta de transmisores.

3. Evaluar la precisión de la estimación de la posición de múltiples fuentes transmisoras no colaborativas mediante la fusión de medidas heterogéneas, de tal manera que sea posible definir bajo qué condiciones o escenarios específicos es conveniente o no mezclar las medidas disponibles en el sistema.

0.1.3. *ALCANCE*

La evaluación del sistema propuesto se realizó con datos sintéticos, es decir, generados mediante simulación, ya que debido a las especificaciones requeridas por los dispositivos para realizar una campaña de medidas, el costo de los mismos era muy elevado y no estaba contemplado dentro del presupuesto de este trabajo.

Los escenarios simulados en los que se realizaron las pruebas, contemplaron variación de parámetros como: número y distribución sensores dentro de la región de interés, diferentes tasas de compresión para el caso de sensado comprimido, relación señal ruido y número de elementos de antena para el caso de DoA. Estos parámetros fueron elegidos basados en una revisión bibliográfica que sustenta la influencia de los mismos en el desempeño del sistema, además de pruebas realizadas en sistemas con características similares en trabajos de investigación previos [9], [27], [28], [29].

Cabe mencionar que, este trabajo limita la cantidad de fuentes transmisoras a dos para todas y cada una de las pruebas realizadas. Adicionalmente, en cada escenario simulado la ubicación de los RN y los TN se hace de manera aleatoria siempre asegurando que se encuentren dentro de la región de interés (ROI). La ubicación de estos no coincide necesariamente con el centro de cada una de las celdas de región discretizada, por lo tanto, cuando se hace la estimación, el RMSE corresponde a la diferencia entre las coordenadas del centro del punto candidato y las coordenadas estimadas.

Adicionalmente es importante mencionar que emplear diferentes modelos de canal para evaluar el desempeño del sistema de radio localización se sale del alcance de esta investigación, por lo tanto, todas las simulaciones realizadas se hacen empleando un modelo de canal simple, considerando línea de vista y empleando el modelo de Friis para calcular los retardos de propagación y las atenuaciones en potencia de la señal recibida.

También se encuentra fuera del alcance de esta investigación abarcar los temas de sincronización entre RN y TN que se presentan en los algoritmos de ToA y TDoA.

El sistema propuesto es una alternativa de solución a los casos en los que los sistemas sate-

litas, como GPS, no están disponibles debido a las condiciones del escenario en el que está desplegado el sistema de localización, como por ejemplo, ambientes interiores o que presentan obstáculos que impiden la adecuada recepción de las señales satelitales.

0.2. MARCO TEÓRICO

Los sistemas de posicionamiento estiman la posición de una persona u objeto, ya sea en relación a una posición conocida o dentro de un sistema de coordenadas determinado [30].

A lo largo del tiempo se han empleado múltiples algoritmos para cumplir con las tareas de posicionamiento o localización de objetivos (TN: *target nodes*, por sus siglas en inglés). Dichos algoritmos emplean diferente tipo de información, bien sea, que abstraen de la señal recibida en uno o varios sensores denominados nodos de referencia (RN por sus siglas en inglés), o de parámetros específicos capturados directamente por dichos sensores.

Entre los tipos de datos más comunes empleados por los sistemas de posicionamiento para la estimación de la posición de objetivos se encuentran: tiempo, potencia y ángulos [31]. Sin embargo, estos algoritmos, en su forma pura, presentan limitaciones debido a factores como la arquitectura de la red, la cantidad de sensores y las capacidades de cada uno de ellos, la forma geométrica de la región de interés, la sincronización en tiempo requerida entre los RN, el ancho de banda de la señal empleada, el número de elementos de antena de los arreglos empleados, así como la forma de estos, entre otros [4]. Por lo anterior, las técnicas híbridas surgen como alternativa para estimar la posición de uno o múltiples TN, ya que combinan información de diferentes tipos con el fin de mitigar las limitaciones de las técnicas en su forma pura y de esta manera mejorar el desempeño conjunto del sistema. Ahora bien, junto con los métodos de localización tradicionales, se ha propuesto recientemente utilizar ideas del sensado comprimido para formular el problema de localización como un problema de reconstrucción dispersa [18].

Este capítulo presenta una contextualización teórica corta de las técnicas de Tiempo de Llegada (ToA), Diferencia de Tiempo de Llegada (TDoA), y Dirección de Llegada (DoA), las cuales fueron empleadas a lo largo del desarrollo de este trabajo doctoral, al mismo tiempo que presenta un marco teórico con los conceptos clave del principio de esparsidad y la teoría de sensado comprimido.

0.2.1. ALGORITMOS DE POSICIONAMIENTO

0.2.1.1. Dirección de llegada (DoA)

Los algoritmos de dirección de llegada (DoA), también comúnmente conocidos como algoritmos de ángulo de llegada (AoA), son técnicas que basadas en el principio de triangulación

calculan la dirección de llegada de una señal mediante la medición de ángulos como se observa en la figura 0.1. En ella hay dos receptores separados geográficamente entre sí, con el fin de que puedan percibir un ángulo de llegada diferente de la señal emitida por el móvil.

Para lograr la localización de un objetivo o *TN*, por sus siglas en inglés (target node), empleando algoritmos de DoA, es necesario contar con más de un receptor, de tal manera que sea posible encontrar las líneas de intersección de dichos ángulos. Si por el contrario, se usara sólo un nodo de referencia (*RN*: por sus siglas en inglés), sólo podría conocerse la dirección desde la cual proviene la señal, más no la ubicación o posición en la que se encuentra el *TN* dentro de una región de interés (ROI).

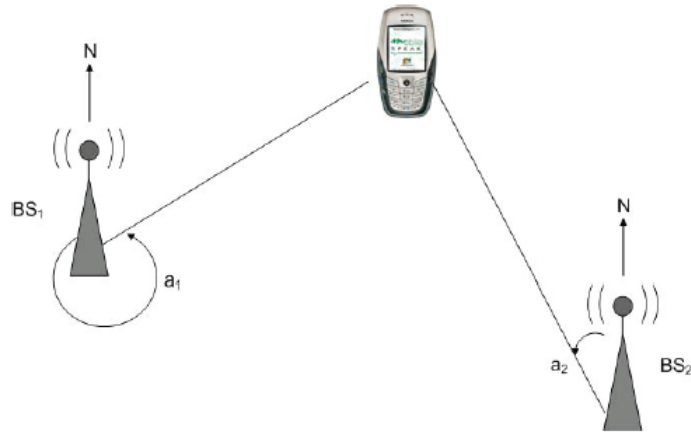


Figura 0.1: Principio de triangulación

Fuente: [32]

Un sistema de DoA puede ser entendido de acuerdo con la figura 0.2, la cual muestra D señales incidentes provenientes desde diferentes ángulos θ_i con $i = 1, \dots, D$, sobre un Arreglo Lineal Uniforme (ULA) con M elementos de antena. La señal recibida en la antena m -ésima y la muestra $x_m(k)$ está dada por la ecuación 0.1, donde \bar{A} es la matriz de los vectores de dirección, $\bar{s}(k)$ es el vector de dimensiones $D \times 1$ de las señales incidentes en el tiempo k y $\bar{n}(k)$ es el vector de ruido en cada elemento de antena, con media cero y matriz de covarianza $E[\bar{n} \cdot \bar{n}^H] = \bar{R}_{nn} = \sigma^2 \bar{I}$, con dimensiones $M \times M$ [29]. Por su parte la matriz \bar{A} de dimensiones $M \times D$ se compone de los vectores de dirección $\bar{a}(\theta_i)$ dados por la ecuación 0.2 [33].

$$\bar{x}(k) = \bar{A} \cdot \bar{s}(k) + \bar{n}(k) \quad (0.1)$$

$$\bar{a}(\theta_i) = [1 \quad e^{jd\cos\theta_i} \quad e^{2dj\cos\theta_i} \quad \dots \quad e^{(M-1)jd\cos\theta_i}] \quad (0.2)$$

Las señales $\bar{x}(k)$ contienen información útil para la estimación pero también tienen ruido, razón por la cual su matriz de covarianza está dada por la ecuación 0.3 [29]. Esta matriz \bar{R}_{xx} , junto con el vector del factor de arreglo de la antena son empleados para obtener el ángulo de llegada de una señal en los sistemas AoA. La matriz \bar{R}_{ss} de la ecuación 0.3 se define como $E[\bar{s} \cdot \bar{s}^H]$, donde H representa la hermitiana de una matriz.

$$\bar{R}_{xx} = \bar{A}\bar{R}_{ss}\bar{A}^H + \bar{R}_{ss} \quad (0.3)$$

Las ecuaciones anteriores aplican particularmente para un arreglo de antena lineal (ULA), sin embargo, este tipo de arreglos presentan ambigüedades en el resultado, ya que se obtienen dos posibles ángulos en cada RN [33]. Para enfrentar este problema se emplean otros arreglos de antena, como los arreglos asimétricos que eliminan las reflexiones obtenidas en el pseudoespectro* [33].

De manera general, la ecuación para calcular el factor de arreglo de cualquier arreglo de antenas está dada por ecuación 0.4, donde $k = 2\pi/\lambda$ es el número de onda y d_i es la distancia que hay entre el TN y cada elemento de la antena.

$$\bar{A}\bar{F} = e^{jkd_i} \quad (0.4)$$

*El pseudoespectro es una función empleada para indicar el ángulo de llegada vs. la potencia recibida

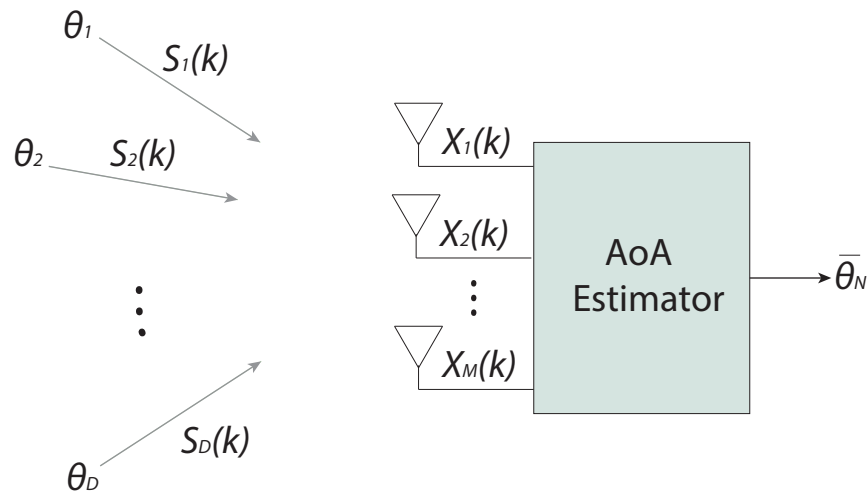


Figura 0.2: Esquema general AoA

Fuente: [29]

Ahora bien, basados en lo anterior se define un modelo de señal en que se considera un canal simple sin multitrayectoria, el cual considera efectos de atenuación y retardo sobre la componente de línea de vista (LOS) de la señal transmitida. Por lo tanto, cada RN recibe una señal $x_i[n]$ dada por la ecuación 0.5, donde s_q es la señal transmitida por la fuente q -ésima, $\alpha_{q,r}$ es el factor de atenuación y $\tau_{q,r}$ es el retardo en número de muestras que sufre la señal por la propagación entre el TN_q y el RN_i , y $\eta[n]$ es el vector de ruido blanco gaussiano AWGN con media cero y varianza σ^2 .

$$x_i[n] = \sum_{q=1}^Q \alpha_{q,i} s_q[n - \tau_{q,i}] + \eta[n] \quad (0.5)$$

Sin embargo, si consideramos que cada receptor tiene un arreglo de antenas compuesto por M elementos entonces, la señal recibida está dada por la ecuación 0.6, donde $x_i[n]$ es la señal recibida después de haber pasado por el canal y $A_i = [a_i(\theta_1), a_i(\theta_2) \cdots a_i(\theta_Q)]$ es la matriz de los vectores de dirección propia del factor de arreglo. Cada uno de los elementos de A_i indica la dirección de llegada de cada una de las fuentes presentes en el sistema al RN_i y está dada por la ecuación 0.7, donde $\lambda = \frac{c}{f}$ es la longitud de onda de la señal recibida y d_q es la distancia que hay entre el TN_q y cada elemento del arreglo de antenas del RN_i .

$$y_i[n] = A_i \cdot x_i[n] + \eta[n] \quad (0.6)$$

$$a_i(\theta_q) = e^{-\frac{j2\pi d_q}{\lambda}}, \forall q=1, \dots, Q \quad (0.7)$$

Ahora bien, la ecuación 0.7 representa la función de máxima verosimilitud de acuerdo con la señal recibida, la cual será empleada para construir el modelo de representación dispersa y estimar la posición de las Q fuentes transmisoras.

0.2.1.2. Tiempo de llegada (ToA)

Los algoritmos de TOA, por sus siglas en inglés, también son conocidos como medición de tiempo en una sólo dirección. Su funcionamiento consiste en medir el tiempo que tarda una señal en llegar a un RN , una vez que ésta es transmitida por una fuente. Luego, la distancia entre el transmisor y el receptor, se puede calcular empleando el tiempo medido y la velocidad de la luz ($c = 3e8$ m/s).

La mayor limitación de estas técnicas están relacionadas con la sincronización, la cual es necesaria para lograr buenos niveles de precisión en la estimación de la posición. Por ejemplo, un retardo de un 1 ns en la sincronización, puede significar errores cercanos a los $0,3\text{ metros}$ [4].

Para aplicar un algoritmo de ToA para realizar la estimación de posición de un TN se requieren al menos 3 RN , con el fin de no obtener ambigüedades en el sistema y obtener un único punto de intersección entre las áreas que se generan cuando se aplica el principio de trilateración (ver figura 0.3).

Matemáticamente, el modelo de medida para ToA está definido por la ecuación 0.8, donde:

- d_i es la distancia entre el TN y el RN_i ,
- (x, y) son las coordenadas del TN , y
- (x_i, y_i) son las coordenadas conocidas del nodo de referencia i -ésimo, con $i = 1, \dots, N$, donde $N \geq 3$ es el número de receptores.

$$d_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}, \quad i = 1, \dots, N \quad (0.8)$$

De forma general, se asume que el transmisor emite la señal en el tiempo $t = 0$ y el sensor i la recibe en el tiempo t_i , donde t_i es el ToA de cada RN . Por lo tanto, existe una relación

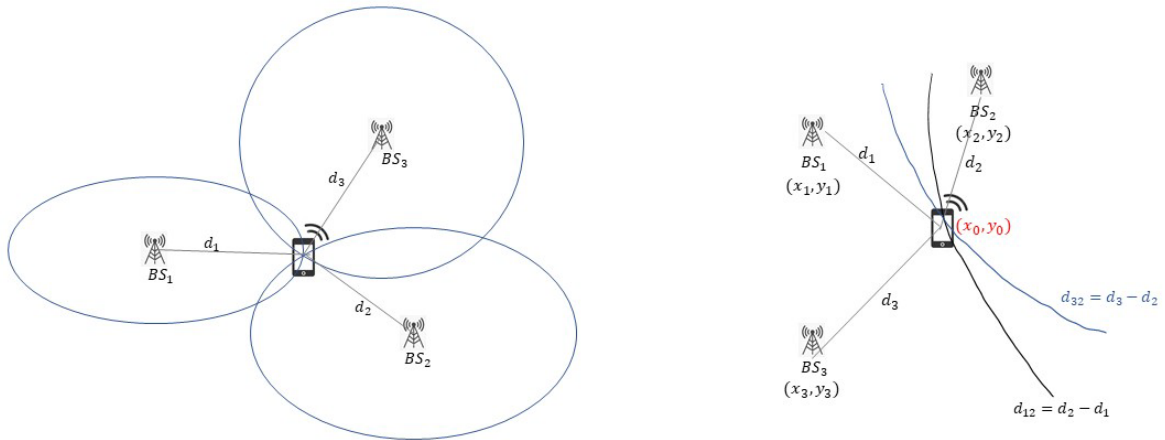


Figura 0.3: Principio de trilateración

Fuente: [32]

directa entre el tiempo y la distancia, dada por la ecuación 0.9 [30].

$$t_i = \frac{d_i}{c} \quad (0.9)$$

Reemplazando la ecuación 0.9 en la ecuación 0.8 obtenemos la ecuación 0.10, la cual es el punto de partida para estimar las coordenadas (x, y) del TN .

$$ct_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}, \quad i = 1, \dots, N \quad (0.10)$$

El sistema de ecuaciones planteado en la expresión anterior puede ser resuelto empleando técnicas como mínimos cuadrados, series de Taylor, gradiente descendiente, entre otros.

0.2.1.3. Diferencia de tiempo de llegada (TDoA)

Esta técnica está basada en el principio de trilateración y son requeridos al menos 3 RN para estimar una posición en dos dimensiones; si se desea realizar una estimación en 3 dimensiones son necesarios al menos 4 nodos de referencia [30], en cualquiera de los dos casos es necesario que exista sincronización en tiempo entre los RN [32]. Estos algoritmos pueden obtener niveles de precisión muy altos, con errores menores o iguales a los 3 metros. Sin embargo, cabe resaltar que la perfecta sincronización de los nodos es mandatoria, el *multipath* puede influir en el resultado obtenido y la distancia entre los sensores es un aspecto clave para tener en cuenta, ya que a mayor distancia entre los RN , mayores serán los TDoA medidos y se pueden obtener mejores resultados [4], [32].

En general, el sistema de ecuaciones que se plantea está basado en la ecuación 0.11, donde (x_i, y_i) corresponden a las coordenadas conocidas del nodo de referencia i , (x, y) son las coordenadas del TN y r_i es el rango de estimación de error, el cual puede ser interpretado también como el radio de la esfera o el radio de la hipérbola, según corresponda el caso [8], [34].

$$(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 = r_i^2, \quad (i = 1, \dots, N) \quad (0.11)$$

Según la ecuación 0.11 existen tantas ecuaciones como nodos de referencia compongan el sistema, las cuales se pueden resolver empleando diversos métodos matemáticos, bien sea que

permitan llevarlo a expresarse como un sistema de ecuaciones lineales o resolver el sistema con otros métodos numéricos o técnicas de optimización como el gradiente descendente [31].

La ecuación 0.11 debe expresarse en términos de las diferencias de tiempos de llegada (TDoA). Para ello se elige uno de los RN como nodo primario (RN_1), con el fin de calcular los $N - 1$ TDoA que serán reemplazados en la ecuación 0.11. Cada $\Delta t_{i,1}, \forall i \neq 1$, se multiplica por la velocidad de propagación de la onda, en este caso por la velocidad de la luz, obteniendo así la ecuación 0.14 a partir de la cual se obtienen $N - 1$ ecuaciones no redundantes que pueden ser empleadas para calcular las coordenadas (x, y) del TN [30].

$$r_{i,1} = r_i - r_1 \quad (0.12)$$

$$r_{i,1} = ct_i - ct_1 \quad (0.13)$$

$$r_{i,1} = c(t_i - t_1)r_{i,1} = c\Delta t_{i,1} \quad (0.14)$$

Combinando las ecuaciones 0.11 y 0.14, se obtiene la ecuación 0.15, la cual genera un sistema de ecuaciones que permite realizar la estimación de los valores (x, y) que, en este caso corresponden a las coordenadas desconocidas del TN [8]. De la misma manera que en el caso de ToA, este sistema puede ser resuelto empleando el método de métodos cuadrados, entre otras alternativas.

$$[(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2] - [(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2] = (c\Delta t_{i,1})^2, \quad (i = 2, \dots, N) \quad (0.15)$$

0.2.1.4. Intensidad de potencia recibida (RSS)

RSS, por sus siglas en inglés (Received Strength Signal), es la potencia promedio recibida en un sensor a partir de una potencia transmitida por la fuente (TN).

Comúnmente se asume que la pérdida de potencia sigue un modelo exponencial dado por la ecuación 0.16, la cual está en función de la potencia transmitida en dBm ($P_0(d_0)$), la constante de pérdidas por trayecto (*path loss*) ($n_{q,i}$) y la distancia entre la fuente y el sensor i [30]. Este esquema de posicionamiento se considera más simple que los basados en tiempo explicados previamente (ToA y TDoA) porque no requiere ningún tipo de sincronización.

$$P_r(i)[dBm] = P_0(d_0)[dBm] - 10n_{q,i} \log_{10}\left(\frac{d}{d_0}\right) \quad (0.16)$$

Además, esta técnica también requiere de al menos 3 receptores para estimar la posición de un transmisor y, es completamente dependiente y sensible al ambiente de propagación [4]. Suele ser una muy buena alternativa para ambientes urbanos e *indoor*, dado que es posible usar la arquitectura de red disponible de las redes WLAN (*Wireless Local Area Network*) y las redes celulares [32].

Hay que mencionar además, que muchos trabajos asociados a RSS emplean la construcción de radio mapas o *fingerptinting* para realizar la estimación de la posición de un transmisor. Este proceso consiste generalmente en dos etapas: una primera etapa *offline* en la que se realiza la construcción de la base de datos de medidas RSS y la segunda etapa *online* en la que se realiza la localización. En la primera parte, se elige el área de interés y se toman muchas medidas de RSS en diferentes puntos a lo largo de dicha área, la cual se divide en una cuadrilla con Δd de máximo un metro con el fin de construir radio mapas muy robustos para minimizar el error en la estimación. Una vez construida la base de datos (BD), es posible realizar el proceso de estimación de la posición. Cuando se quiere localizar un *TN* en la zona de interés se mide el RSS en uno o varios *RN*, luego aplicando algún algoritmo de reconstrucción o de minería de datos se determina este nuevo valor de RSS a cuál de los obtenidos previamente y almacenados en la BD se parece más, y de esta manera se hace la estimación de la posición [32].

0.2.2. RECONSTRUCCIÓN DISPERSA Y SENSADO COMPRIMIDO

Los términos de representación dispersa y sensado comprimido se encuentran profundamente relacionados, debido a que este último es uno de los temas de interés más populares en los últimos años y la esparsidad es uno de los tres componentes principales que tiene la teoría de sensado comprimido [35].

Cuando se habla de esparsidad se hace referencia a la propiedad inherente de aquellas señales en las cuales, toda la información contenida en ellas puede ser representada a partir de sólo unos pocos coeficientes en comparación con la longitud total de la señal [11]. Estas señales pueden ser comúnmente aproximadas como una combinación lineal de estos coeficientes y una base de representación o diccionario específica, que depende de la señal original [36]. Por su parte, cuando se habla de señales comprimibles se hace referencia a aquellas que pueden ser representadas mediante una señal dispersa [36], pero que además la disminución de sus

coeficientes ordenados es muy rápida y obedece a una ley de pérdida de potencia, tal y como se observa en la figura 0.4. Dichos coeficientes pueden ser positivos o negativos, por lo tanto, se busca que exista una relación entre ellos y la energía o potencia de la señal. En este caso, la amplitud de cada uno elevado al cuadrado es una medida de potencia que ese coeficiente aporta, buscando que este valor disminuya rápidamente.

Por su parte, el sensado comprimido puede ser entendido como una combinación de matemáticas, ingeniería eléctrica, ciencia de la computación y física, que adquiere su nombre a partir de la premisa que *la adquisición de los datos y la compresión de ellos pueden ser desarrolladas de manera simultánea* [37].

La idea fundamental del sensado comprimido es que más allá de primero muestrear la señal a altas frecuencias (teorema de Nyquist) y después comprimir la información muestreada, lo que se pretende es encontrar la manera de sensar directamente los datos en su forma comprimida, empleando menores tasas de muestreo [36]. Ahora bien, gracias al trabajo desarrollado por Donoho [12] y Candes, Romberg y Tao [13], en el que demuestran que una señal que tiene una representación dispersa puede ser recuperada de manera exacta a partir de un pequeño conjunto de medidas lineales no adaptativas, surge el concepto de sensado comprimido.

El sensado comprimido puede ser entendido como un proceso de dos etapas: la adquisición de los datos (figura 0.5a) y la reconstrucción de la señal (figura 0.5b). En la primera etapa se considera una señal de entrada $x \in \mathbb{R}^L$ y un sistema de medición que toma P medidas lineales; proceso que puede ser representado matemáticamente por la ecuación 0.17, donde

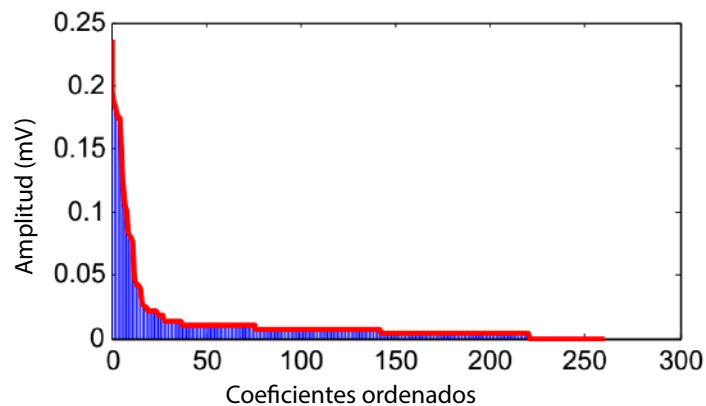
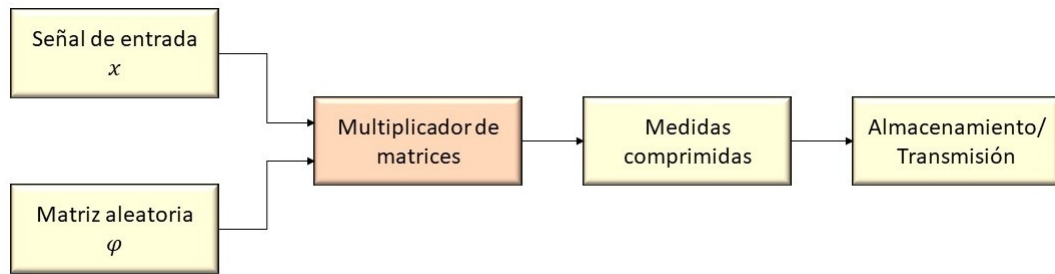


Figura 0.4: Disminución de potencia de las señales comprimibles

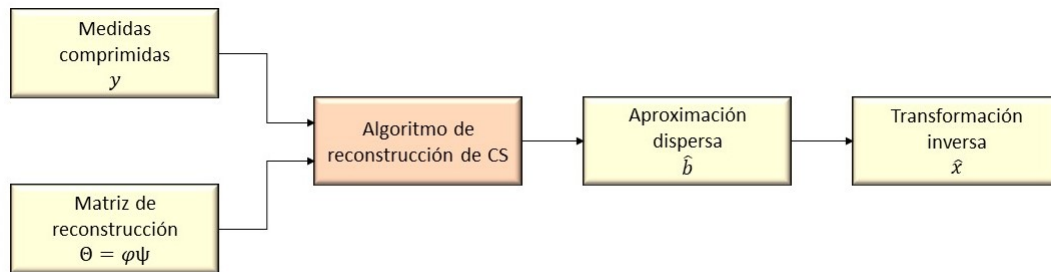
Fuente: [11]

φ es la matriz de medición aleatoria de $P \times L$ y $y \in \mathbb{R}^P$, es el vector de medición. De esta manera el número de medidas tomadas es mucho menor que la longitud de la señal de entrada ($P \ll L$), y por lo tanto es proporcional al nivel de esparcidad [11]. Por su parte, la etapa de reconstrucción requiere como argumentos de entrada el vector de medición y y la matriz de reconstrucción Θ , donde $\Theta = \varphi\psi$, ψ es la base dispersa de representación de la señal de entrada x , y φ es la matriz de compresión, la cual puede ser una matriz por submuestreo o una matriz aleatoria. En el capítulo 0.3 se profundiza sobre estos tipos de matrices y las que fueron empleadas en este trabajo.

Ahora bien, x puede ser representada por la ecuación 0.18 como una combinación lineal de columnas de ψ , donde $b \in \mathbb{R}^K$ es el vector de coeficientes de esparcidad con algunas de sus entradas diferentes de cero, los cuales corresponden a los coeficientes de la combinación lineal descrita previamente. La señal original puede ser recuperada a partir de las medidas comprimidas resolviendo la ecuación 0.17, la cual es un sistema indeterminado de ecuaciones lineales y tiene infinitas posibles soluciones. En este caso la solución se puede obtener planteando el



(a) Modelo de adquisición en CS



(b) Modelo de reconstrucción en CS

Figura 0.5: Etapas del proceso de sentido comprimido

Fuente: elaboración propia, adaptado de [11]

problema de reconstrucción como un problema de optimización de la norma l_0 . No obstante, de manera general la norma l_p puede ser definida como:

$$\|x\|_p = \begin{cases} (\sum_{i=1}^n |x_i|^p)^{\frac{1}{p}}, p \in [1, \infty); \\ \max_{i=1,2,\dots,n} |x_i|, p = \infty \end{cases}$$

Ahora bien, la normal l_0 es considerada una pseudo-norma que representa el número de elementos diferentes de cero de un vector [11]. Así mismo, se ha demostrado que bajo ciertas condiciones en la matriz Θ , el problema de minimización l_0 puede ser solucionado mediante un problema equivalente de la norma l_1 definido por la ecuación 0.19.

$$y = \varphi x \tag{0.17}$$

$$x = \sum_{k=1}^K b_k \psi_k = \Psi b \tag{0.18}$$

$$\hat{b} = \underset{b}{\operatorname{argmin}} \|b\|_1 \quad \text{s.t.} \quad \|y - \Theta \hat{b}\|_2 \leq \epsilon_0 \tag{0.19}$$

Para poder garantizar la reconstrucción de manera perfecta de la señal de entrada, las matrices φ y ψ deben cumplir con las siguientes dos propiedades [11]:

1. **Propiedad de isometría restringida (RIP):** con el fin de poder garantizar la reconstrucción de b a partir del vector de mediciones y , es necesario que la matriz Θ cumpla con esta propiedad, la cual está definida por la ecuación 0.20 donde u es un vector que tiene el mismo número de coeficientes diferentes de cero que b y $\delta > 0$ es conocida como la constante de isometría restringida. Esta ecuación establece que la matriz Θ debe conservar la distancia entre dos vectores dispersos con k coeficientes diferentes de cero, lo cual implica cierto nivel de tolerancia al ruido.

$$1 - \delta \leq \frac{\|\Theta u\|_2}{\|u\|_2} \leq 1 + \delta \tag{0.20}$$

2. **Incoherencia:** esta condición establece que para garantizar una reconstrucción fiel, la base de mediciones φ y la base dispersa ψ deben ser incoherentes entre ellas. La relación para encontrar la coherencia entre dos matrices está dada por la ecuación 0.21, la cual mide la correlación máxima entre dos elementos cualquiera de dos matrices dadas.

$$\mu(\varphi, \psi) = \sqrt{k} \max_{1 \leq i, j \leq k} |\langle \varphi_i, \psi_j \rangle| \quad (0.21)$$

Ahora bien, para la etapa de reconstrucción existen múltiples técnicas que pueden ser empleadas para este fin, las cuales son explicadas en detalle en [11]. En este trabajo se utilizó el algoritmo OMP (*Orthogonal Matching Pursuit*), es cual es categorizado como un algoritmo avaricioso (*greedy*). Se eligió el OMP sobre otras alternativas por tener una implementación rápida y simple, además de tener un buen desempeño de acuerdo con las necesidades específicas del problema que se está abordando. En algunos casos el OMP puede perder precisión, especialmente cuando el grado de esparsidad de las señales es bajo, sin embargo, en nuestro caso esto no se cumple teniendo en cuenta que el número de fuentes ($Q = 2$) es mucho menor que el número de puntos candidatos ($K = 1681$).

El OMP es un algoritmo iterativo que pretende encontrar los coeficientes diferentes de cero más grandes en el vector disperso b , con el fin de realizar la reconstrucción de la señal x . Los pasos de este algoritmo se muestran en la figura 0.6 y son explicados a continuación:

- Se crea una señal denominada residual, la cual será empleada para repetir el proceso de manera cíclica sin afectar la medición original. Para la primera iteración el residual es igual a la medición y .
- Se realiza la proyección de el residual sobre cada vector columna del diccionario φ , lo cual se puede entender matemáticamente como un producto interno entre ambos vectores.
- Luego, de todos los valores calculados se obtiene la posición del coeficiente mayor y se

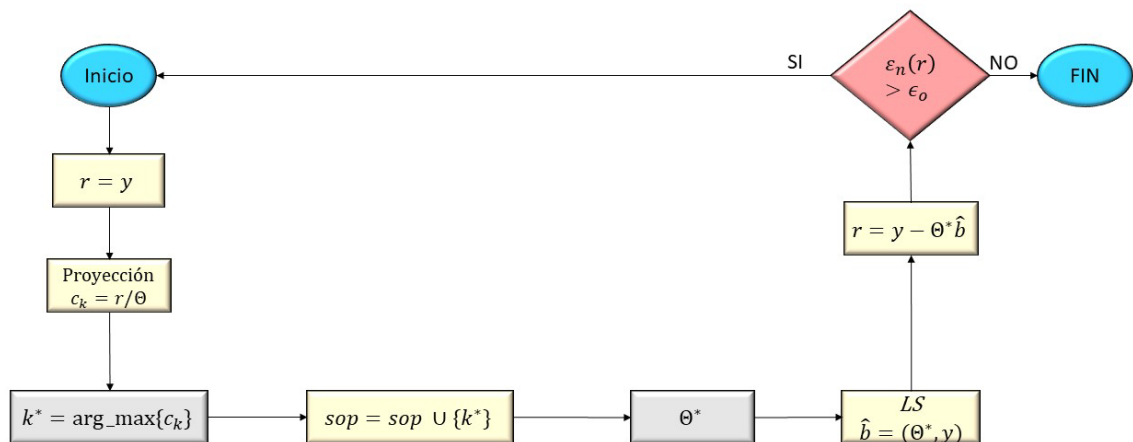


Figura 0.6: Reconstrucción por OMP

Fuente: elaboración propia

agrega al soporte (*sop*) de b .

- Conociendo la posición del coeficiente mayor es posible conocer a cual vector columna del diccionario corresponde este valor.
- Después se hace una regresión por mínimos cuadrados para obtener \hat{b} .
- Se calcula el residual, que no es otra cosa que la señal original menos los valores de la combinación lineal encontrados previamente.
- Finalmente se calcula la energía del residual y se compara con un umbral establecido al inicio del proceso. Si la energía del residual es mayor que ϵ_o entonces se repite el proceso, de lo contrario se finaliza el ciclo y está lista la reconstrucción.

Ahora bien, el problema de localización de fuentes puede ser definido mediante una representación dispersa, ya que en este caso se tienen regiones de interés (ROI) en donde están ubicados los objetivos que se quieren identificar. Dichas regiones pueden ser divididas en pequeñas celdas las cuales son posibles puntos en los que se puede encontrar el TN . De esta manera, es posible asumir que las celdas que tienen una fuente tendrán un valor diferente de cero dentro del esquema de reconstrucción dispersa, mientras que aquellas que estén vacías tendrán un valor muy cercano a cero, o exactamente cero dependiendo de las condiciones del canal de comunicaciones [38].

Resolver el problema de localización mediante sensado comprimido entonces se resume en la apropiada elección y construcción del diccionario o base de representación para cada tipo de medición, es decir, el tipo de información que contiene el diccionario está determinado por el algoritmo de localización que se pretende usar. En nuestro caso particular por ejemplo, para el caso de las mediciones basadas en tiempo como ToA y TDoA se emplean los vectores de correlación para la construcción de dichos diccionarios, mientras que para el caso de DoA usamos la versión vectorizada de la matriz de covarianza del factor de arreglo de antenas empleado.

El capítulo 0.3 contiene los detalles de la construcción de estos diccionarios.

0.3. SISTEMA DE RADIO LOCALIZACIÓN PROPUESTO

El sistema de radio localización propuesto para el cumplimiento de los objetivos de este trabajo de investigación se simula en Matlab, y permite la modificación de parámetros y variables que inciden en el desempeño del sistema, tales como: número de nodos de referencia (RN), posición de los RN y los TN , número de elementos de antena del arreglo, tasa de compresión, SNR, entre otros.

La simulación se hace empleando funciones, cada una de las cuales se encarga de una tarea específica. Cada una de estas funciones tiene parámetros de entrada y retornan variables de salida, las cuales en la mayoría de los casos, serán empleados posteriormente por otras funciones a medida que se ejecuta el código.

Como parte de este trabajo, se anexa el código en Matlab que se empleó para obtener los resultados presentados en el capítulo 0.7.

A continuación se detalla el sistema simulado y la forma como este se crea para dar cumplimiento a los objetivos propuestos en este trabajo de investigación.

Cabe recordar que, en este caso, la estimación de la posición de las múltiples fuentes transmisoras se realiza aplicando la teoría de reconstrucción dispersa, la cual fue explicada a fondo en la sección 0.2.2.

El sistema simulado está compuesto por N sensores (RNs) que reciben las señales transmitidas por las Q fuentes (TNs) no colaborativas que deben ser localizadas, siendo $N > Q$. Cada uno de los RN recibe una señal x de longitud L , la cual se denomina $k - sparse$ si existe una combinación lineal de solo k vectores de la base de representación ψ y los coeficientes diferentes de cero del vector de reconstrucción b (ver ecuación 0.18). El objetivo entonces es poder encontrar los componentes en b que sean diferentes de cero y así lograr expresar x como dicha combinación lineal. La figura 0.7 ilustra de manera simple lo descrito anteriormente. En este caso podemos expresar a x mediante la ecuación 0.22.

$$x = \psi_2 b_2 + \psi_6 b_6 + \psi_8 b_8 + \psi_{11} b_{11} \quad (0.22)$$

Ahora bien, en el caso del problema de localización, para lograr garantizar que este puede ser representado como un problema de reconstrucción dispersa, es necesario discretizar la región de interés (ROI) en un número de puntos candidatos $K \gg Q$, en los cuales puedan ubicarse las fuentes que componen el sistema.

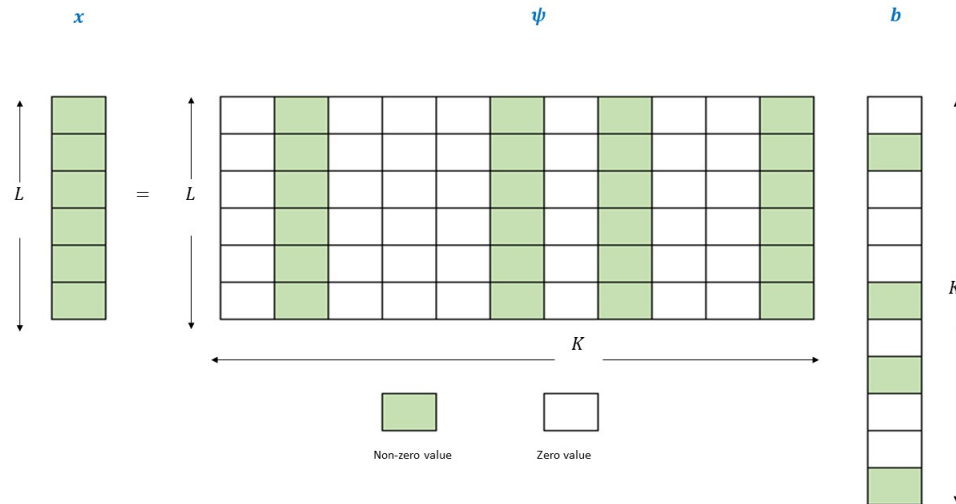


Figura 0.7: Representación gráfica del principio de reconstrucción dispersa

Fuente: elaboración propia

Una vez discretizada la región se realizaron dos fases importantes para poder aplicar la teoría de reconstrucción dispersa: (1) Fase de entrenamiento y (2) Fase de sensado (ver figura 0.8).

1. **Fase de Entrenamiento:** es una fase que se considera offline, es decir, se hace solo una vez para la misma configuración del sistema: para la misma ROI, la misma grilla y el mismo número de sensores. En esta fase el objetivo es construir las bases de representación para cada tipo de medición que se va a aplicar, y enviar esta información al centro de fusión (FC) para posteriormente ser empleada en el proceso de reconstrucción.

En este caso es necesario construir una base de representación o diccionario por cada tipo de medición que se tomará en el sistema. Esta parte del trabajo es sin duda de vital importancia, ya que elegir y construir una adecuada base de representación para cada caso tiene un alto nivel de complejidad y de ello depende que la estimación de la posición se pueda lograr de manera exitosa.

Ahora bien, para el desarrollo de esta fase se hace uso de la región discretizada previamente mencionada. Dentro de ella se sitúan aleatoriamente N nodos de referencia y un único TN , el cual se ubica en un primer momento en la posición $k = 1$ de la grilla. Desde esta posición se simula la emisión de una señal s_q la cual es recibida por cada uno de los RN del sistema. Esta señal x_i es una señal atenuada y con un retardo de propagación, relativos ambos a la ubicación de cada RN con respecto a la fuente q -ésima ubicada en $k = 1$. Una vez recibida la señal, esta es usada para crear el primer vector

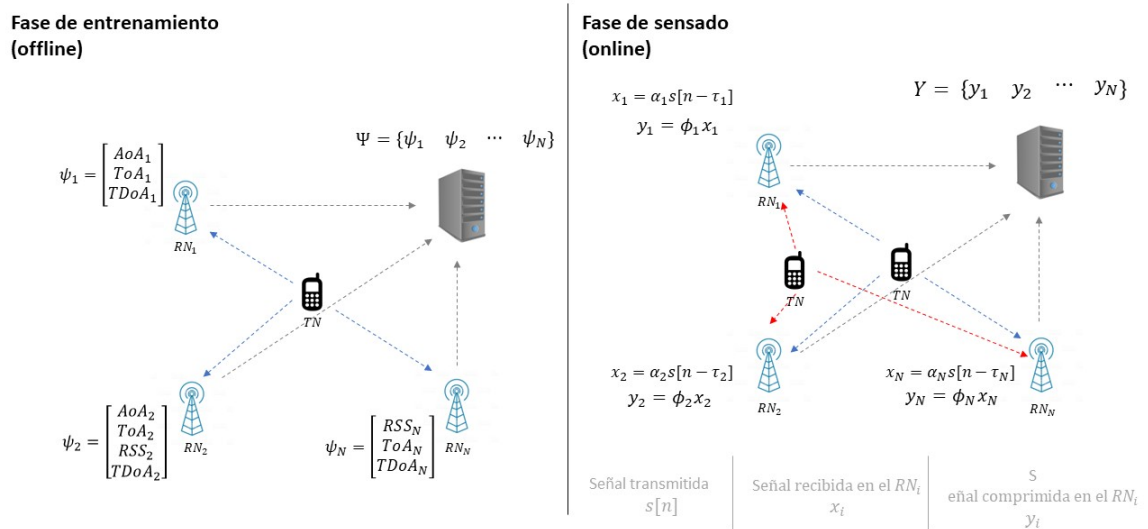


Figura 0.8: Fases de entrenamiento y sensado

Fuente: elaboración propia

(ψ_1) de cada base de representación. Si se considera la figura 0.7, estaríamos diciendo que la primera columna de ψ es este vector. Posteriormente, el TN es ubicado en la posición $k = 2$ y se repite este proceso, hasta haber cubierto todas las posiciones de la grilla, es decir, hasta llegar a $k = K$. La figura 0.9 ilustra cómo se da este proceso, para finalmente tener para cada RN una base de representación para cada tipo de medición. Todos estos diccionarios son enviados al FC para luego emplearse en el algoritmo de reconstrucción dispersa y así estimar la posición de las fuentes presentes en el sistema.

En la sección 0.3.1 se describe de manera detallada cómo fue construido cada uno de los diccionarios empleados en este trabajo de investigación.

2. **Fase de Sensado:** se considera una fase online, y es precisamente donde cada RN va a realizar el proceso de sensado comprimido de la señal recibida por cada una de las Q fuentes presentes en el sistema.

En este caso, a diferencia de la fase de entrenamiento, $Q \geq 2$, por lo tanto, la señal x_i es la sumatoria de las señales emitidas por cada una de las fuentes con su respectiva atenuación y retardo de propagación y puede ser expresada mediante la ecuación 0.23.

Además, teniendo en cuenta que se aplica sensado comprimido, es decir, que el proceso de sensado y de compresión se realiza en los RN , cada uno de ellos tiene la matriz de sensado φ de cada tipo de medición, con el fin de que el resultado de la fase de

sensado sea $y_i = \varphi_i x_i$.

Ahora bien, y_i es la medición comprimida que es enviada al centro de fusión donde tendrá lugar el proceso de estimación de la posición, el cual se realiza aplicando el algoritmo OMP descrito en la sección 0.2.2.

$$x_i = \sum_{q=1}^Q \alpha_{q,i} s_q[n - \tau_{q,i}] \quad (0.23)$$

La señal s_q es una señal bipolar compuesta por 500 valores aleatorios de 1 y -1, entre los cuales se agregan 19 ceros entre cada par de muestras, creando cadenas del tipo $[1, 0, \dots, -1, 0, \dots, -1, 0, \dots, 1]$ la cual finalmente pasa por un filtro de coseno levantado. Una vez, esta señal es transmitida se simula su paso por el canal de comunicaciones provocando una atenuación en potencia $\alpha_{q,i}$ y un retardo de propagación $\tau_{q,i}$, obteniendo así que cada señal recibida en el RN_i está dada por la ecuación 0.23.

La figura 0.10 es un ejemplo que permite visualizar las señales recibidas en cada uno de los RN con su respectivo retardo en tiempo y atenuación en potencia. Es importante resaltar que para la fase de entrenamiento $Q = 1$, mientras que en la fase de sensado $Q = 2$.

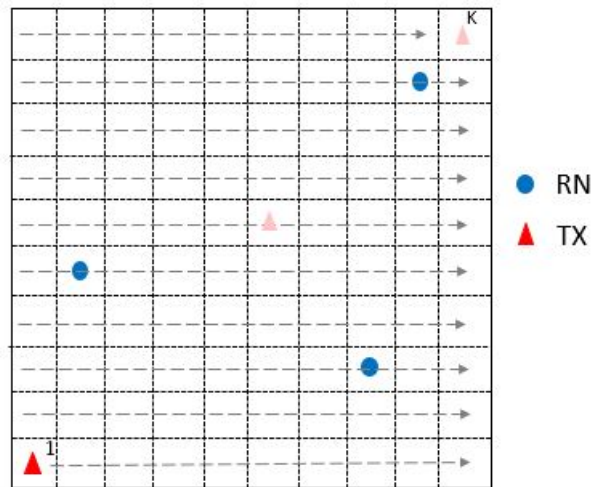


Figura 0.9: Grilla para construcción de diccionarios

Fuente: elaboración propia

0.3.1. BASES DE REPRESENTACIÓN

Para construir cada base de representación durante la fase de entrenamiento se emplea la señal x_i^k recibida en el RN_i desde la posición k -ésima de la región discretizada. Teniendo en cuenta que los RN se encuentran distribuidos en la ROI, cada uno de ellos recibe una versión de la señal transmitida s_q^k tal y como se observa en la figura 0.10.

Para el caso de los diccionarios de las mediciones basadas en tiempo como lo son ToA y TDoA se calculan los vectores de las correlaciones cruzadas entre cada par de señales; esto con el fin de poder calcular los retardos de propagación de las señales y, basados en el principio de trilateración conocer las curvas que cada sensor traza de tal manera que en sus intersecciones correspondan a la ubicación de una fuente TN . Por lo tanto, en este caso, lo que se almacena en cada una de las posiciones del diccionario es el vector de la correlación cruzada.

Estas correlaciones se realizan de acuerdo con el funcionamiento base de los algoritmos de ToA y TDoA, es decir, en el caso de ToA se calcula el vector de correlación entre la señal transmitida s_q^k y la señal recibida x_i^k ; mientras que para el caso de TDoA, se elige un nodo primario, el cual para nuestro caso siempre es el RN_1 y se realiza la correlación entre la señal recibida en este sensor x_1^k y la señal recibida en los demás $RN_i, i = 2, \dots, N$. Cada una de

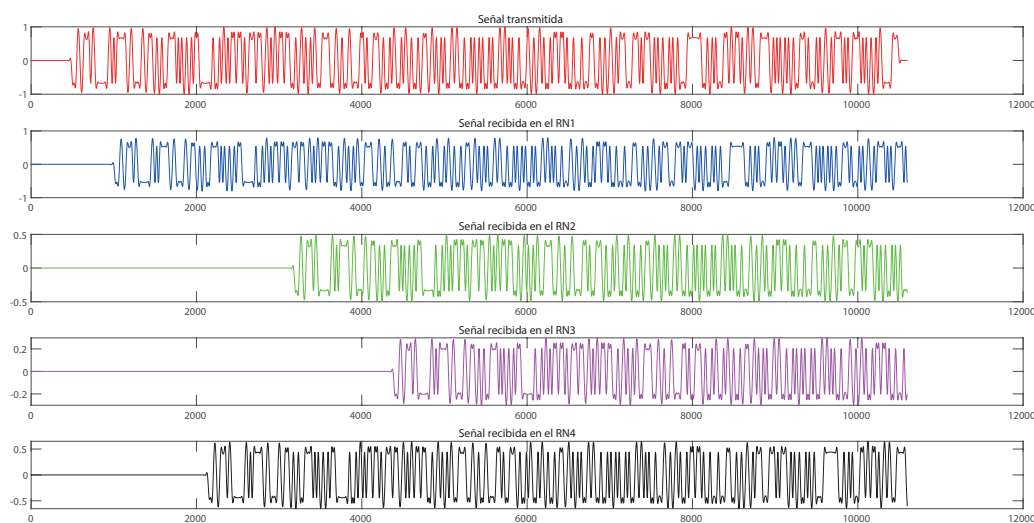


Figura 0.10: Representación de señales

Fuente: elaboración propia

estas correlaciones es almacenada como un vector base del diccionario ψ_i . Lo anterior puede representarse de manera gráfica en la figura 0.11, en donde se muestra un ejemplo de los vectores $\psi_i^1, \psi_i^{800}, \psi_i^{1681}$ para un diccionario de ToA o TDoA. Cabe aclarar que cada posición k en este diccionario contiene la función de correlación mencionada previamente, sin embargo, con fines ilustrativos se incluyen únicamente 3 valores de k .

Ahora bien, para el caso de DoA cabe recordar que es necesario emplear arreglos de antenas en los sensores. En este caso, el arreglo de antenas empleado es un arreglo asimétrico compuesto por M elementos de antena omnidireccionales. La razón por la cual se empleó este tipo de arreglo y no arreglos lineales uniformes como sucede usualmente, fue justamente para evitar tener reflexiones simétricas en el pseudo-espectro que puedan generar estimaciones de ángulos incorrectas. Adicionalmente, con el fin de evitar la aparición de *grating lobes*, el arreglo de antenas cumple con el criterio de la separación entre los elementos de antena, $d \geq \frac{\lambda}{2}$, donde λ es la longitud de onda de la señal recibida [33].

Partiendo de la teoría de arreglos de antenas, el diccionario creado para este tipo de medición tiene en cada una de sus columnas ψ_i^k la versión vectorizada del factor de arreglo para cada una

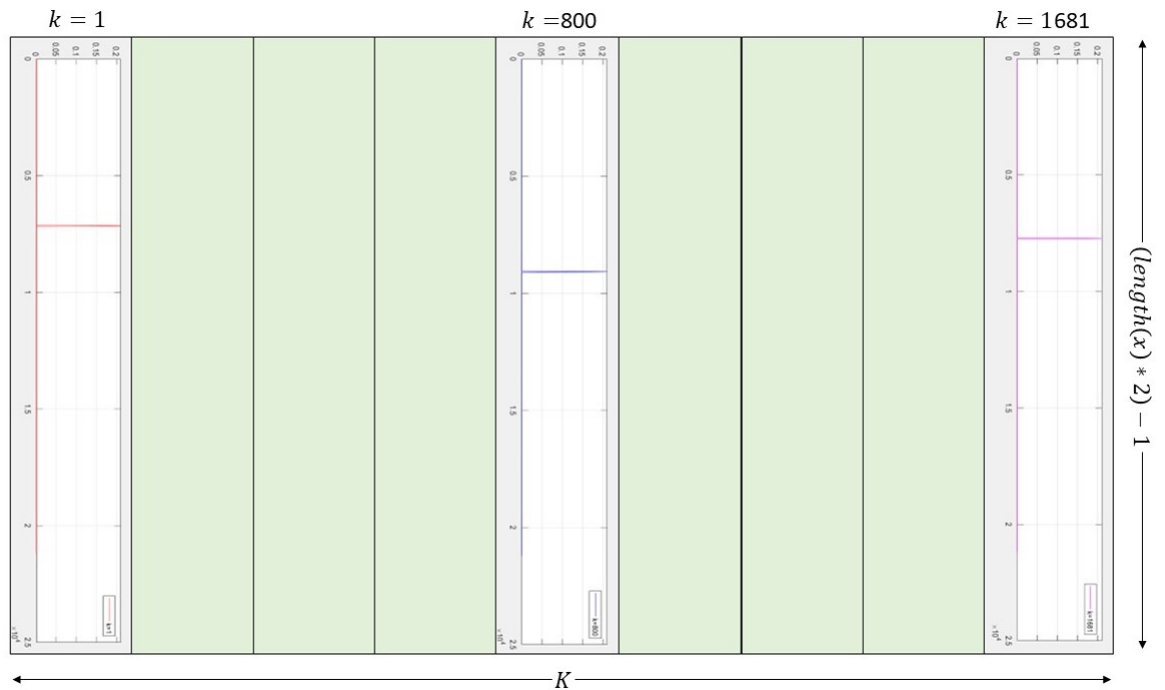


Figura 0.11: Ejemplo diccionarios TOA y TDOA

Fuente: elaboración propia

de las k posiciones dentro de la grilla. Cada elemento ψ_i^k se calcula empleando la ecuación 0.24, donde $a(\theta)$ se calcula con la ecuación 0.7, la cual representa la función de máxima verosimilitud de acuerdo con la señal recibida, y $(\cdot)^H$ denota la hermitiana de un vector.

Teniendo en cuenta que el arreglo empleado es asimétrico entonces, la distancia d_q de la ecuación 0.7 corresponde a la distancia entre el elemento m -ésimo del arreglo de antenas del RN_i desde la k -ésima posición de la región discretizada. Una vez calculado la matriz de covarianza del arreglo para los K puntos candidatos, se obtiene el diccionario de DoA de dimensiones $M^2 \times K$, siendo M el número de elementos de antena del arreglo y K el total de puntos candidatos.

Del mismo modo que en el caso de ToA y TDoA, cada una de las versiones vectorizadas de la matriz de covarianza es almacenada como un vector de la base de representación ψ , para posteriormente ser usado en el proceso de estimación de la posición.

$$\psi_i^k = \text{vect}(a(\theta)a^H(\theta)) \quad (0.24)$$

Finalmente, para el caso de RSS, el diccionario se genera tomando los valores de potencia recibidos en cada uno de los RN cuando el TN se ubica en cada punto candidato k de la región discretizada. Cabe mencionar que en este trabajo se considera un modelo de canal simple que únicamente tiene en cuenta atenuación y retardo de propagación y no contempla efectos multitraectoria, por lo tanto, dichos valores de potencia se calculan empleando la ecuación de Friis.

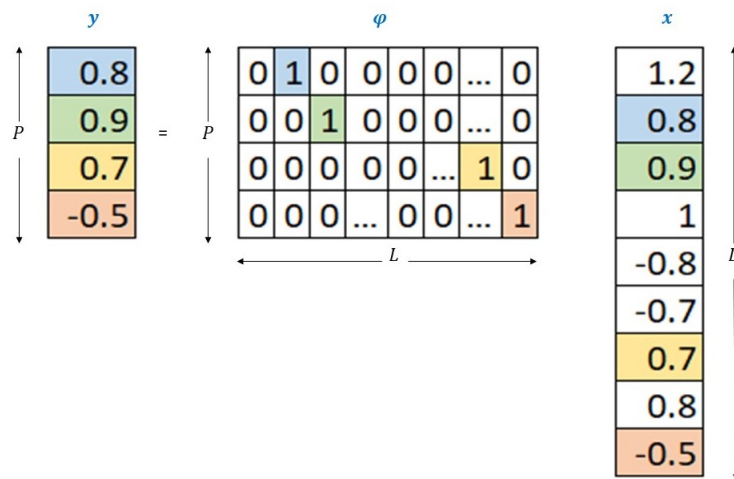
Cabe mencionar que, para crear este diccionario se simula tomar diferentes valores de potencia a lo largo de un período de observación definido, con el fin de tener $R = 100$ valores diferentes de potencia para la misma ubicación, variando el valor de ruido $\eta[n]$ del canal para cada instante de tiempo y generando una señal de transmisión aleatoria en cada iteración. Por lo tanto, el tamaño de la base de representación de RSS es $R \times K$.

En resumen, para los casos de ToA, DoA y RSS existen N bases de representación diferentes, mientras que, para el caso de TDoA se tienen $N - 1$, siendo N el número de RN que tiene el sistema. Estas bases son creadas durante la fase *offline* del proceso y son almacenadas en el centro de fusión para ser usadas posteriormente en la estimación de la posición.

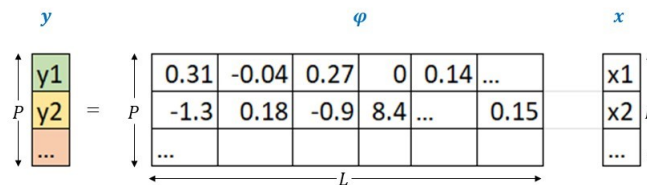
0.3.2. FASE DE SENSADO Y TOMA DE MEDICIONES

La fase de sensado tiene como objetivo obtener las señales y_i , las cuales, como se ha mencionado previamente corresponden a la señal comprimida recibida en cada uno de los RN .

Para simular este proceso se emplea el mismo escenario bajo el cual se construyeron las bases de representación de cada tipo de medición, es decir, la misma cantidad de sensores y ubicación de los mismos dentro de la región discretizada. En esta fase, a diferencia de la fase de entrenamiento, $Q \geq 2$, y son ubicados en un punto fijo dentro de la ROI. Una vez ubicados los TN se simula la toma de mediciones, para lo cual es necesario definir una matriz de compresión para cada tipo de medición: ToA, TDoA, DoA y RSS, las cuales son usadas para obtener las señales $y_i = \varphi_i^z x_i$.



(a) Matriz por Submuestreo



$$y_1 = 0,31x_1 - 0,04x_2 + 0,27x_3 + 0,14x_5 + \dots$$

$$y_2 = -1,3x_1 + 0,18x_2 - 0,9x_3 + 8,4x_4 + \dots + 0,15x_l$$

(b) Matriz aleatoria

Figura 0.12: Matrices de compresión

Las matrices de compresión φ_i^z de dimensiones $P \times L$, donde $P \ll L$, son matrices que tienen como objetivo reducir significativamente el número de muestras de la medición tomada para cada caso, teniendo así que la señal comprimida y_i^z es de una longitud mucho menor que la señal x_i .

Existen dos tipos de matrices de compresión: matriz por submuestreo y matriz aleatoria [37]. La matriz por submuestreo es básicamente una matriz compuesta por unos y ceros (1 y 0), mientras que la matriz aleatoria es una matriz de dimensiones $P \times L$ compuesta por números aleatorios en todas sus posiciones.

Cuando se emplean matrices de submuestreo para comprimir la señal recibida, lo que se hace es que al multiplicar esta matriz por la señal x_i se obtiene como resultado que y_i solo está formada por los valores cuyo resultado sea diferente de cero. Mientras que, en el caso de la matriz aleatoria y_i es una combinación lineal de x_i . La figura 0.12 muestra un ejemplo de cómo son y cómo funcionan estos dos métodos de muestreo.

En el caso de este trabajo de investigación se optó por emplear matrices de submuestreo, es decir, matrices binarias que toman muestras aleatorias de la señal original para obtener las señales comprimidas y_i . Lo anterior, teniendo en cuenta que para los casos de ToA y TDoA particularmente, debía tenerse especial cuidado con el tipo de matriz de compresión que se usaba, ya que las funciones de correlación que se emplearon tanto para las mediciones como para la construcción de los diccionarios, son altamente sensibles a la pérdida de información, razón por la cual las matrices aleatorias podían generar alteraciones significativas en la señal recibida y podría suceder que no fuese posible encontrar el pico de correlación de manera clara como se muestra en la figura 0.11.

Para el caso de DoA y RSS se probaron ambos tipos de matrices y se compararon los resultados, pero no hubo variación significativa en los resultados por lo que finalmente se usaron, al igual que en ToA y TDoA, matrices por submuestreo.

En resumen, se tienen $N * Z$ matrices de compresión en el sistema, donde N es el número de RN y Z el número de mediciones. Cabe mencionar que cada RN tiene la capacidad de realizar medidas de ToA, TDoA, DoA y RSS, es decir, cada RN toma una medición de cada tipo, a excepción de TDoA que al realizarse la correlación entre pares de sensores siempre con respecto al nodo primario, siempre hay $N - 1$ mediciones de TDoA en el sistema.

Ahora bien, cada tipo de medición se hace de la misma manera como se contruyen los diccionarios, es decir, en los casos de ToA y TDoA se emplean funciones de correlación y para RSS se emplean funciones de cálculo de potencia recibida, como se explicó en la sección 0.3.1. Sin

embargo, para el caso de DoA existe una particularidad que debe ser tenida en cuenta, y es que, en este caso no se calcula matriz de covarianza del arreglo de antenas, sino la matriz de covarianza de la señal recibida, dada por la ecuación 0.25, donde $\tilde{x} = a(\theta)x$, y x es la señal recibida en cada RN .

$$R_{xx} = \tilde{x} \cdot \tilde{x}^H \quad (0.25)$$

Cabe recordar que, para el caso de el proceso de medición se toman en cuenta todas las fuentes que componen en el sistema, las cuales están fijas ubicadas aleatoriamente dentro de la ROI.

0.3.3. ESTIMACIÓN DE LA POSICIÓN MEDIANTE EL PROCESO DE RECONSTRUCCIÓN DISPERSA

Una vez finalizadas las fases de entrenamiento y sensado se procede a aplicar el algoritmo de reconstrucción dispersa elegido, en este caso es el OMP (*Orthogonal Matching Pursuit*).

El OMP es un algoritmo avaricioso que se emplea para encontrar los elementos del soporte del vector \hat{b} , los cuales corresponden a las posiciones en el vector \hat{b} que sean diferentes de cero. Luego, aplicando mínimos cuadrados, calcular la matriz ψ_{sop} , y de esta manera calcular el residual de la señal, la cual está dada por la ecuación 0.26. La figura 0.6 muestra el flujo completo del algoritmo.

$$r = y - \psi_{sop}\hat{b} \quad (0.26)$$

Para aplicar el algoritmo OMP lo primero que se debe hacer es un proceso de proyecciones de las mediciones logradas en la fase de sensado sobre las bases de representación creadas durante la fase de entrenamiento. Para ello, es necesario definir una función de proyección para cada caso (ToA, TDoA, DoA, y RSS) y de esta manera obtener los vectores w_i .

En cada caso el vector w_i demarca la curva que contiene todos los puntos en los que la proyección corresponde a un valor diferente de cero, indicando que hay un TN ubicado en alguno de estos puntos. Para el caso de ToA esta curva corresponde a una circunferencia con centro en el RN , mientras que para TDoA se forman hipérbolas con focos en cada par de sensores. En el caso de DoA las proyecciones generan haces que denotan el ángulo de llegada. Finalmente para el caso de RSS, teniendo en cuenta que se emplea un modelo de canal simple, no se consideran multitraectorias y se emplean antenas omnidireccionales, se obtiene una

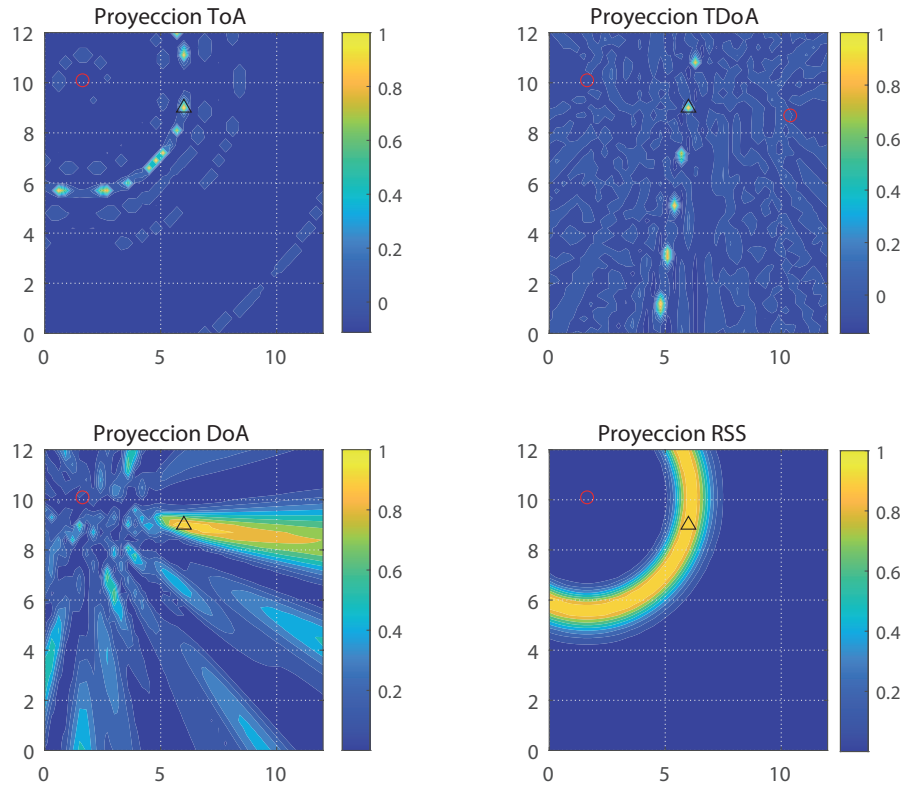


Figura 0.13: Funciones de proyecciones

Fuente: elaboración propia

circunferencia que demarca todos los puntos para los cuales la potencia recibida es la misma. Estas curvas se observan en la figura 0.13.

Las funciones matemáticas empleadas para encontrar los vectores w_i están dadas por las siguientes ecuaciones:

- ToA y TDoA: ecuación 0.27, donde se hace la proyección de cada vector de la base de representación menos el valor de su media, sobre la medición y_i menos el valor de su media.
- DoA: ecuación 0.28, donde $\psi_{DoA_{i,k}}$ es la columna k -ésima del diccionario y y_i es la medición comprimida de dirección de llegada tomada por el RN_i .
- RSS: ecuación 0.29, donde ϑ es el factor asociado a la pérdida de potencia que experimenta la señal por propagación y está dado por la ecuación 0.30, donde d_1 es la distancia entre

dos puntos candidatos de la región discretizada y $d_0 = 1Km$ es una distancia de referencia elegida de acuerdo al escenario particular creado para el desarrollo de este trabajo de investigación.

$$w_i^{ToA/TDoA} = \sum_{k=1}^K ((\psi_{k,i} - \bar{\psi}_{k,i}) \cdot (y_i - \bar{y}_i)) \quad (0.27)$$

$$w_i^{DoA} = \frac{|\psi_{DoA_{i,k}} \cdot y_i|}{\|\psi_{DoA_{i,k}}\|_2} \quad (0.28)$$

$$w_i^{RSS} = \exp - \left(\frac{(\psi_{k,i} - y_i)^2}{\vartheta} \right) \quad (0.29)$$

$$\vartheta = \left| 20 \log_{10} \left(\frac{d_0}{d_0 + d_1} \right) \right| \quad (0.30)$$

Ahora bien, teniendo en cuenta que el sistema construido aprovecha las propiedades de la teoría del sensado comprimido distribuido (JDCS) explicada en la sección 0.2.2, es necesario combinar todas las mediciones disponibles del sistema en un único vector W_{tot} , el cual está dado por la ecuación 0.31, sobre este se aplica el algoritmo OMP. En este caso W es el vector en el que se almacenan cada una de las proyecciones calculadas w_i .

$$W_{tot} = \sum_{i=1}^{|W|} w_i^2 \quad (0.31)$$

El algoritmo OMP toma los elementos del soporte de W_{tot} para encontrar las columnas de cada base de representación ψ y así estimar los coeficientes del vector disperso b que sean diferentes de cero, los mismos que coinciden con las posiciones de la región discretizada en la que se encuentran las fuentes a localizar. Posteriormente, se calcula el residual del vector original como se explica en la sección 0.2.2 para repetir el proceso de reconstrucción hasta que se encuentran el número total de TN presentes en el sistema. Dicho proceso está dado por la ecuación 0.19.

El proceso descrito anteriormente fue el que se realizó para el desarrollo de este trabajo de investigación y el cumplimiento de sus objetivos. En la sección 0.7.2 se explica detalladamente los valores de los parámetros empleados y las variaciones de los mismos para la obtención de los resultados allí consignados.

0.4. OBJETIVO 1: SELECCIÓN DE MEDICIONES PARA LA LOCALIZACIÓN

Este capítulo documenta las acciones que se llevaron a cabo para dar cumplimiento al objetivo específico 1 de este trabajo doctoral.

Definir al menos un criterio que permita establecer cuándo una medición tomada por un sensor del sistema, debe ser tomada en cuenta para realizar la localización de múltiples fuentes no colaborativas

El surgimiento de las redes de sensores revolucionaron una gran cantidad de aplicaciones entre las que se encuentran la localización de emisores y el *tracking* de los mismos. La fusión de datos de múltiples sensores es considerada una de las tecnologías clave a explotar en el gran potencial que tienen este tipo de redes [39].

Cabe recordar que, el sistema de radio localización propuesto en este trabajo doctoral cuenta con sensores (RN) capaces de tomar diferentes tipos de mediciones, entre las que se encuentran: DoA, ToA, y TDoA. Todas ellas pueden ser mezcladas en el centro fusión y posteriormente empleadas para realizar la localización de las fuentes transmisoras. Sin embargo, es preciso mencionar que el aumento de RN en el sistema, multiplica la cantidad de mediciones disponibles lo cual implica mayor consumo de recursos computacionales, al mismo tiempo que vuelve aún más complejos los cálculos requeridos para la ejecución del algoritmo de reconstrucción explicado en la sección 0.2.2, el cual implica multiplicaciones e inversiones de grandes matrices. Adicionalmente, contar con más mediciones para realizar la localización, no necesariamente garantiza una disminución significativa en el error, es decir, no siempre tener más mediciones implica mejores resultados, por lo que es valioso definir cuáles son las mediciones que más aportan al proceso, con el fin de que las tareas de sensado y localización no involucren más medidas y/o sensores de los requeridos.

Debido a la naturaleza combinatoria del problema de sensores, la complejidad del problema de selección de sensores en sí mismo es retador, en especial cuando se trata de grandes números de sensores o mediciones. De hecho, en algunas aplicaciones se ha demostrado formalmente que este problema es *NP-hard* y en la mayoría de los casos no se logra llegar a una solución óptima, motivo por el cual es necesario plantear modelos heurísticos para encontrar una buena solución [40].

Ahora bien, pensando en realizar una optimización de los recursos y resolver el problema de localización de la manera más simple posible manteniendo un margen de error adecuado según

las necesidades propias de la aplicación en la que se está usando, se hace necesario pensar en elegir qué mediciones deben ser usadas para tal tarea. Dicho de otra manera, la selección de sensores/mediciones juega un rol importante en las aplicaciones de localización de emisores y *tracking* de los mismos. Contar con un subconjunto más pequeño de sensores o mediciones significa computación más simple, menor consumo de energía y mayor vida útil de las baterías [40].

Existen múltiples alternativas para realizar la selecciones de sensores que se activan en un sistema de localización, entre las que se encuentra emplear los conceptos de la teoría de la información y la entropía cruzada [41].

Los conceptos de teoría de la información no sólo proporcionan una guía para minimizar el consumo de recursos mediante la selección/activación de sensores dada una ganancia de información requerida, sino que también proveen una guía para maximizar la ganancia de información dado un conjunto de sensores mediante una configuración inteligente. Se ha demostrado que la gestión de sensores basados en la teoría de la información puede mejorar notablemente el costo-eficiencia de la fusión de datos de múltiples sensores [39].

Desde el punto de vista de teoría de la información, los sensores están destinados a observar los TN con el fin de aumentar la información (o reducir la incertidumbre) sobre los mismos. La ganancia de información que se le atribuye a un sensor puede ser muy diferente a la que se le atribuye a otro cuando los sensores tienen diferentes perspectivas de observación e incertidumbres de sensado. El uso selectivo de sensores o mediciones informativas reduce el número de sensores y/o mediciones necesarios para realizar la localización, optimizando de esta manera los recursos que deben ser usados para tal fin [42].

Ahora bien, la estimación de la posición de los TN se puede mejorar gradualmente seleccionando el sensor más informativo no utilizado hasta lograr la precisión requerida [42]. Para ello es posible usar la entropía de Shannon para cuantificar la ganancia de información debido a la observación de un sensor, tal y como lo sugieren los autores en [42]; quienes proponen un modelo codicioso (*greedy*) el cual reduce la incertidumbre de la distribución de localización del TN mediante la selección repetitiva de un sensor no usado hasta el momento, mientras se maximiza la ganancia de la información. La observación o medición del sensor es incorporada a la distribución de localización del TN usando un filtro secuencial Bayesiano.

La selección de las mediciones que se van a emplear para la localización de los TNs se realiza hasta que se llega a un valor de entropía (casi) constante, independientemente de las mediciones que se agreguen al sistema.

El problema de la selección de mediciones tiene como objetivo encontrar la medición \hat{z} cuya observación maximice la diferencia de entropía de la fuente ($H(s)$) y la entropía condicional ($H(s | x_i^z)$) de la medición dado que el TN esté ubicado en algún punto candidato de la ROI discretizada. Lo anterior es expresado matemáticamente por la ecuación 0.32, donde x_i^z corresponde a las diferentes mediciones que toma el sistema, bien sea DoA, ToA, o TDoA, y W comprende todo el conjunto de mediciones.

$$\hat{z} = \arg \max_{z \in W} (H(s) - H(s | x_i^z)) \quad (0.32)$$

La entropía condicional es calculada mediante la ecuación 0.33, donde $p(x_i^z) = \| x_i^z p(k) \|$ es la probabilidad de que la fuente se encuentre en la región limitada por la medición según sea el caso, y $p(k)$ es la probabilidad de que el TN esté ubicado en la posición k de la grilla. Por su parte, para calcular la entropía de la fuente $H(s)$ se emplea la ecuación 0.34.

$$H(s = k | x_i^z) = - \sum p(s = k | x_i^z) \log_2 p(s = k | x_i^z) \quad (0.33)$$

$$H(s) = - \sum p(k) \log_2 p(k) \quad (0.34)$$

Ahora bien, en una primera iteración del algoritmo, se asume que todos los puntos en la grilla tienen la misma probabilidad de que el TN esté allí ubicado, es decir, $p(k) = 1/K$, donde K corresponde al total de puntos candidatos en la grilla. Sin embargo, a medida que se agreguen las mediciones para realizar la estimación, dicha probabilidad cambia, ya que cada medición limita una zona de la ROI, aumentando la probabilidad de encontrar un TN en esta zona y disminuyéndola en los demás puntos, por lo tanto, la nueva $p(k)$ está dada por la ecuación 0.31, siendo en este caso $p(k) = \| w_{tot} \|$.

La figura 0.14 muestra el diagrama de flujo del proceso realizado para la selección de las mediciones que se incluyen el proceso de localización según la ganancia de información (reducción de entropía) que aportan al sistema.

Ahora bien, con el fin de lograr observar de manera gráfica lo descrito anteriormente, se realizan varias corridas del modelo que se emplea para seleccionar las medidas que se tomarán en cuenta en la estimación de la posición de las fuentes transmisoras.

La figura 0.15 muestra cómo la entropía del TN disminuye cada vez que se agrega la medición que más información aporta al sistema. Es decir, a medida que se agrega una medición el área

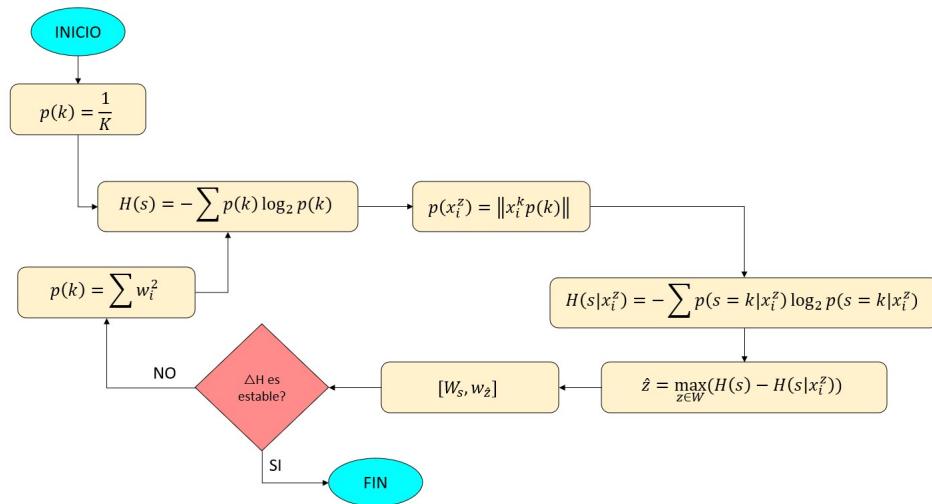


Figura 0.14: Modelo de selección de mediciones

Fuente: elaboración propia

de intersección de las diferentes curvas se hace cada vez más pequeña, logrando así disminuir la incertidumbre y el error de la estimación de la posición. La curva mencionada permite observar una disminución considerablemente grande de la entropía a medida que se agregan mediciones al modelo, lo cual sucede en todos los casos alrededor de las mediciones 5 y 6, de ahí en adelante la disminución de la entropía se hace cada vez más baja hasta alcanzar un valor casi constante. Lo anterior se interpreta como que, la cantidad de información que aportan las mediciones restantes es baja, por lo tanto incluirlas en el algoritmo de reconstrucción no ayuda a mejorar la exactitud del sistema.

Vale la pena mencionar que, la figura 0.15 solo muestra los resultados para 5 corridas del modelo, con el fin de que se logre apreciar adecuadamente la disminución de la entropía en cada iteración. El modelo se ejecutó 100 veces, y siempre se obtuvieron resultados similares a los mostrados en la figura 0.15.

Es importante aclarar que este criterio se aplica sobre las mediciones disponibles y no sobre los RN, es decir, cada uno de los sensores dispuestos en el sistema son sensores heterógeneos capaces de tomar todos los tipos de mediciones con los que se están trabajando. Por lo tanto, los sensores cuentan con un arreglo de antenas para tomar mediciones de DoA, mientras que para los casos en los que no se requieren múltiples antenas, el sensor toma la información que recibe por el primer elemento de antena e ignora las demás.

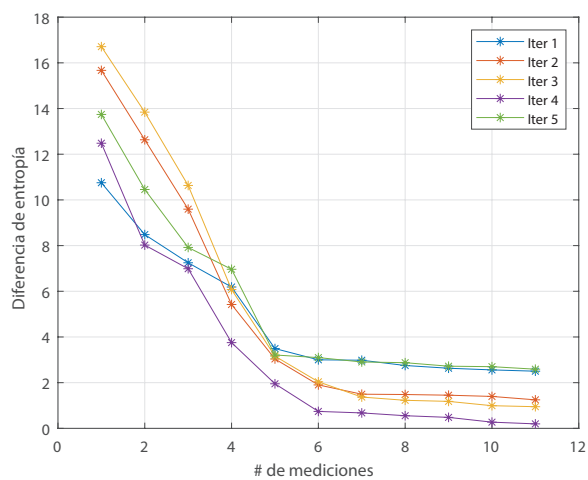


Figura 0.15: Reducción de entropía para selección de mediciones a tener en cuenta

Fuente: elaboración propia

0.5. OBJETIVO 2: CRITERIO DE PARADA DEL ALGORITMO DE RECONSTRUCCIÓN OMP

Este capítulo documenta las acciones que se llevaron a cabo para dar cumplimiento al objetivo específico 2 de este trabajo doctoral.

Establecer un criterio de parada dentro de un algoritmo iterativo que permita estimar la posición de múltiples fuentes desconocidas por el sistema, logrando localizar la cantidad correcta de transmisores.

Tal y como se mencionó en la sección 0.2.2, en este trabajo de investigación se emplea el algoritmo OMP para realizar la estimación del vector disperso b .

El algoritmo OMP es un algoritmo que se encuentra dentro de la categoría de algoritmos codiciosos (*greedy*, por su nombre en inglés) [35]. Estos algoritmos han tenido gran acogida en los métodos de reconstrucción de la teoría de sensado comprimido, siendo OMP y CoSaMP algunos de los más populares. Ambos algoritmos funcionan de una manera iterativa y bajo un concepto similar. La posición de un nuevo elemento en el vector \hat{b} es estimada durante cada iteración para posteriormente calcular su amplitud en conjunto con las demás amplitudes de los elementos del soporte. Dichos valores son calculados mediante el método de mínimos cuadrados [43].

Teniendo en cuenta lo anterior, el momento en el cual el algoritmo de estimación, en este caso el OMP, debe detenerse, es un factor importante en el desempeño de todo el sistema, ya que permite reducir el tiempo de ejecución del algoritmo y en general la complejidad de su implementación [43].

Ahora bien, el orden de esparsidad del sistema no es conocido, teniendo en cuenta que el número de fuentes que se intentan localizar no se conoce a priori, por lo tanto, es necesario definir un criterio de parada del algoritmo empleando otra información que se pueda abstraer del sistema, logrando así estimar la posición del número correcto de fuentes que componen el sistema.

En el sistema de radio localización estudiado en este trabajo doctoral, el algoritmo OMP comienza con el conjunto vacío de las fuentes transmisoras detectadas y localizadas, y el residual igual a las mediciones y (ver eq. 0.17). En cada iteración el residual se calcula de acuerdo con la ecuación 0.35, donde los valores diferentes de cero en \hat{b} corresponden a las ubicaciones dentro de la grilla de la ROI en las que hay TN.

$$r_i = y - \Theta \hat{b} \quad (0.35)$$

Ahora bien, definir si el procedimiento debe continuar o debe detenerse resulta determinante teniendo en cuenta que a mayor número de iteraciones, mayor es el tiempo consumido en la estimación lo cual deriva en un incremento tanto de la complejidad de procesamiento como del consumo de potencia [43]. Una manera natural de detener el OMP es ejecutándolo tantas veces como fuentes transmisoras existan en el sistema, sin embargo, en nuestro caso esta información es desconocida, por lo tanto, la propuesta alterna es usar la energía del residual para controlar el momento en el que el algoritmo debe detenerse. En este caso, de acuerdo con los autores en [44], la energía de la señal residual debe ser menor que un umbral dado. Por lo tanto, es necesario encontrar el umbral en el cual la energía del residual es significativamente inferior a la energía de la medición original, es decir, debe cumplirse la ecuación 0.36, donde μ es un número entre 0 y 1, e indica el porcentaje de la energía de la señal original, la cual se toma como referencia.

$$E(r_i) > \mu E(y_i) \quad (0.36)$$

La figura 0.16 muestra cómo se comporta la energía de la señal a medida que se van encontrando los valores diferentes de cero en el vector disperso \hat{b} . Es posible observar que, la energía de cada residual cuando se resuelve la ecuación 0.19 es significativamente menor que la iteración anterior.

Adicionalmente, la figura muestra otras 4 líneas que representan diferentes valores de μ ; en este caso tenemos valores que corresponden al 10 % , 20 % , 30 % y 40 % de la energía de la señal original en cada una de las 100 iteraciones que se muestran en la figura. Es posible observar que para el caso de $\mu = 10\%$ la condición dada por la ecuación 0.36 se cumple el 96 % de las veces, es decir, el modelo es capaz de encontrar el número de fuentes correcto que tiene el sistema, que en este caso son dos. Por su parte, el umbral de $\mu = 20\%$ también resulta ser apropiado para el escenario planteado, ya que todas las energías del primer residual (E_{res_1}) están por encima de la línea verde ($\mu = 20\%$), lo cual implica que continuará buscando otro TN antes de detener la búsqueda y además, todas las (E_{res_2}) están por debajo de esa misma línea, lo cual indica que no realizará una tercera iteración en busca de otro TN , estimando correctamente el número de fuentes del sistema. Por el contrario, los valores de $\mu = 30\%$ y $\mu = 40\%$ tienen una tasa de error mucho más alta, encontrando la mayoría de las veces sólo una fuente transmisora, por lo que no son valores apropiados para nuestro caso.

Es importante mencionar que este criterio de parada fue definido luego de haber elegido las

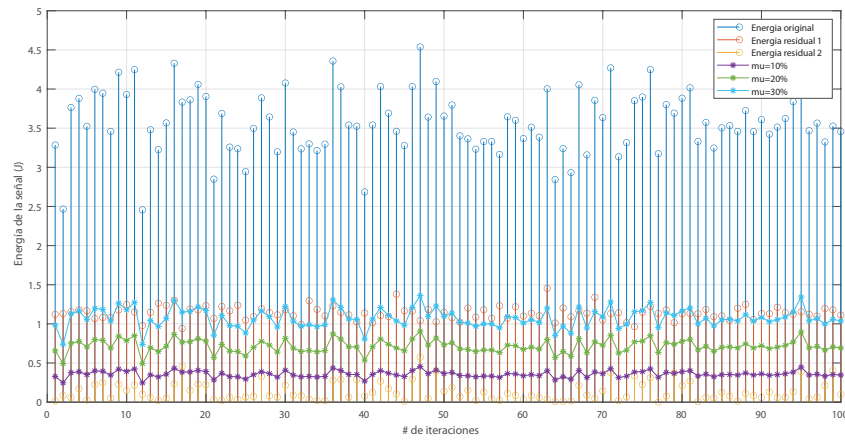


Figura 0.16: Resultados criterio de parada OMP

Fuente: elaboración propia

mediciones que se tomarían en cuenta para la estimación según el criterio de entropía descrito en el capítulo anterior.

0.6. OBJETIVO 3: EVALUACIÓN DEL SISTEMA DE RADIO LOCALIZACIÓN

Este capítulo documenta las acciones que se llevaron a cabo para dar cumplimiento al objetivo específico 3 de este trabajo doctoral.

Evaluar la precisión de la estimación de la posición de múltiples fuentes transmisoras no colaborativas mediante la fusión de medidas heterogéneas, de tal manera que sea posible definir bajo qué condiciones o escenarios específicos es conveniente o no mezclar las medidas disponibles en el sistema

Para el cumplimiento de este objetivo se definen 3 factores que serán modificados para generar diferentes escenarios que permitan evaluar la precisión de la estimación de la posición alcanzada por el sistema, con el fin de observar la incidencia que tiene cada uno de estos factores en el desempeño del mismo. Tales parámetros son:

- ρ : tasa de compresión para el modelo de sensado comprimido. $\rho = [20\%, 50\%, 80\%]$. Es decir, sólo se toma este porcentaje de muestras del total de muestras disponibles.
- RN : número de sensores.
- M : número de elementos de antena que tiene cada sensor.

Cada escenario evaluado resulta de la combinación de los parámetros mencionados para estimar la posición de 2 fuentes transmisoras mediante la combinación de las mediciones disponibles. Ahora bien, teniendo en cuenta que el objetivo es evaluar cuándo involucrar más mediciones en el algoritmo de reconstrucción para realizar la estimación de la posición, se definen tres casos que serán evaluadas en cada escenario: (i) tomar 1/3 de todas las mediciones disponibles, (ii) tomar 2/3 del total de mediciones y (iii) tomar todas las mediciones disponibles. Cabe mencionar que, teniendo en cuenta que en algunos casos, la cantidad de mediciones a tomar en cuenta en la estimación es un número decimal, entonces, se toma el entero mayor de cada fracción.

Cada uno de los escenarios se simula 100 veces, con el fin de evaluar el porcentaje de precisión del sistema, es decir, en cuántas iteraciones el algoritmo es capaz de estimar correctamente la posición de ambas fuentes transmisoras.

La tabla 0.1 muestra los valores que toman cada uno de los parámetros en la simulación.

La combinación de los parámetros mencionados previamente da como resultado **81 escenarios** en los que se evalúa la precisión del sistema.

Cuadro 0.1: Valores de los parámetros variables en cada simulación

# Mediciones	ρ	#RN	#M
1/3	20 %	4	5
2/3	50 %	5	7
Total	80 %	6	9

A continuación se muestran los resultados obtenidos.

La figura 0.17 muestra la precisión del sistema, cuando se tienen 4 (0.17a), 5 (0.17b) y 6 (0.17c) RN respectivamente. En cada subfigura se muestran los tres casos de cuando se varía el número de elementos de antena que compone cada nodo.

Ahora bien, los puntos de la gráfica muestran la precisión de la estimación para los casos en los que se toma 1/3, 2/3 y el total de las medidas disponibles, empleando las diferentes tasas de compresión ρ (ver Tabla 0.1).

Cabe recordar que, la precisión de la estimación hace referencia a la cantidad de veces que el sistema es capaz de detectar de manera exitosa los dos TN , es decir, en caso de obtener un valor de precisión 100, quiere decir que, de las 100 veces que se corrió el algoritmo con una configuración de parámetros dada, el sistema estimó correctamente la posición de ambas fuentes transmisoras el 100 % de las veces.

Es posible observar que el desempeño más bajo se presenta cuando hay 6 RN y se toman todas las mediciones disponibles, lo cual permite concluir que no siempre incluir más mediciones en la estimación implica tener mejor desempeño. Esto sucede debido a que son más los puntos de intersección de las curvas trazadas por las diferentes mediciones, lo cual incrementa la probabilidad de tener más falsos positivos. Dichos cruces entre líneas implican que estos puntos incrementan su amplitud lo cual engaña al sistema, haciéndolo pensar que hay otra fuente en esta posición.

Sin embargo, la figura 0.17 permite observar que en general, el desempeño del sistema es bastante bueno, teniendo en cuenta que en la mayoría de las veces es capaz de estimar correctamente la posición de ambas fuentes transmisoras.

De manera general, es posible decir también que el mejor caso se da cuando se tienen 4 RN para realizar la estimación, ya que de 27 combinaciones posibles, se logra un 100 % de precisión en la estimación en 18 ocasiones. Esto quiere decir el 66 % de los escenarios probados para este caso; mientras que para el caso en el que se tienen 5 sensores, solo se obtiene un porcentaje

de precisión del 100 % en 13 de las 27 combinaciones probadas. Finalmente, el caso en el que se tienen 6 RN este número es del 62.96 %, el cual es comparable con el primer caso. Sin embargo, cuando se observan en detalle los porcentajes de precisión en la estimación, éstos son más altos cuando hay sólo 4 sensores en el sistema, lo cual corrobora de nuevo lo dicho anteriormente que, no siempre contar con más mediciones disponible implica necesariamente un mejor desempeño.

Lo anterior, permite concluir que 4 sensores es un buen número para lograr la correcta estimación de 2 TN con un nivel de precisión siempre superior al 80 %.

Por otro lado, es interesante analizar la influencia que tiene el número de antenas de cada sensor en la precisión en la estimación de la posición. Sin embargo, al observar los resultados no existe una diferencia significativa en la precisión del sistema al incrementar el número de elementos de antena en los sensores, por el contrario, teniendo en cuenta que el número de antenas incide directamente en el tamaño de la matriz de sensado que se emplea para las mediciones de DoA, aumentar este valor sí incrementa la carga computacional del modelo, ya que el tamaño de esta matriz es de $M^2 \times K$, siendo M el número de elementos de antena y K el tamaño de la grilla, por lo tanto, para el caso en el que $M = 5$ se tienen 25 filas en la matriz, mientras que para los casos de $M = 6$ y $M = 7$ se tienen 36 y 49 filas respectivamente, es decir, sólo aumentando 2 elementos de antena en cada sensor, se tiene una matriz de aproximadamente el doble de filas, lo cual tiene implicaciones directas en las operaciones matriciales que se llevan a cabo en el algoritmo de reconstrucción, especialmente en la inversión de matrices, lo cual es una operación pesada computacionalmente hablando.

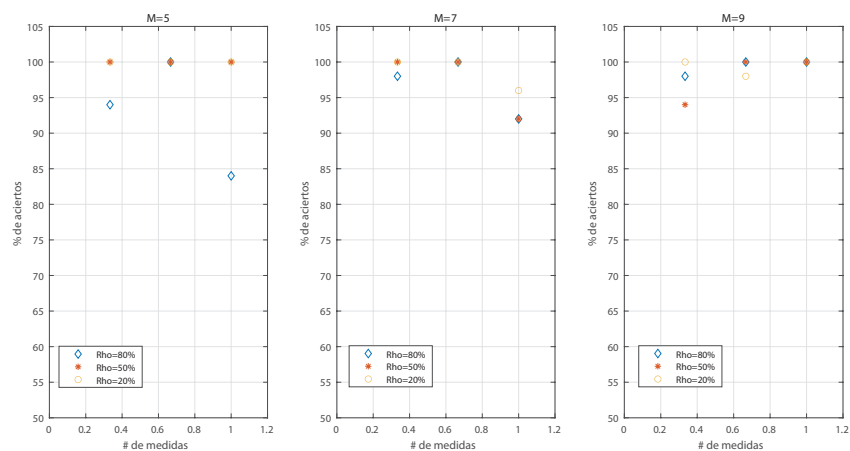
En conclusión, teniendo en cuenta que el desempeño del sistema no mejora significativamente cuando se tienen más elementos de antena, no se justifica incurrir en un gasto computacional tan alto, para obtener resultados tan similares.

Finalmente, la figura 0.17 permite observar que el algoritmo de reconstrucción funciona adecuadamente incluso cuando sólo se toma el 20 % de las muestras disponibles, lo cual permite lograr una buena optimización de recursos computacionales.

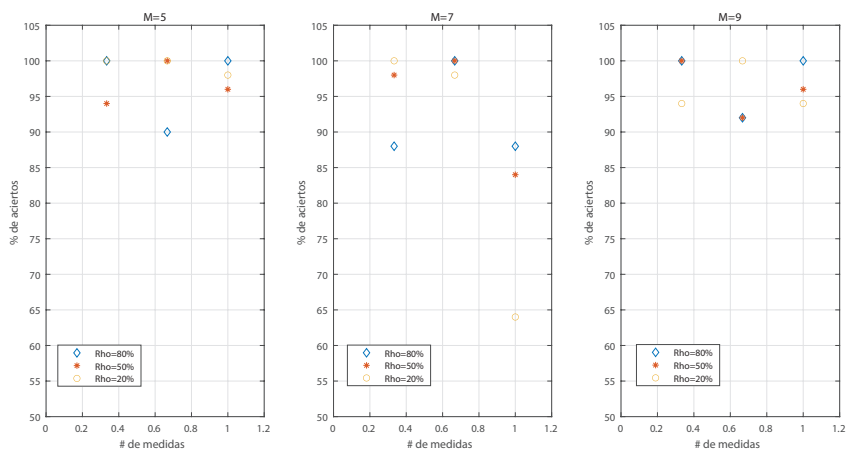
Los 81 escenarios probados permiten observar el impacto que tiene cada uno de los parámetros tomados en cuenta en la precisión de la estimación de la posición de 2 fuentes transmisoras.

De manera general es posible concluir que, tener más sensores o más mediciones disponibles para aplicar el algoritmo de reconstrucción, no implica necesariamente alcanzar un mejor desempeño, mientras que sí tiene implicaciones en la carga computacional en la que se incurre. De hecho, es posible incluso concluir que tener más mediciones disponibles en el sistema puede

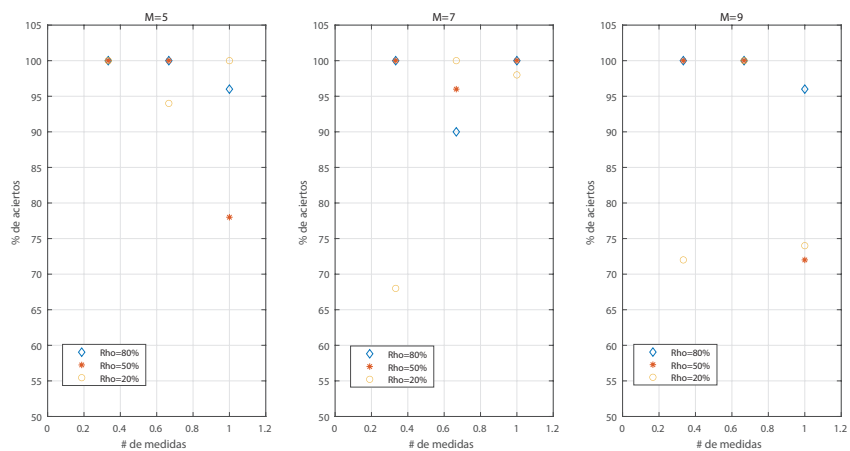
derivar en que el sistema estime posiciones de fuentes transmisoras que realmente no existen, lo cual se da debido a el cruce de las diferentes curvas que se trazan, lo cual puede aumentar significativamente la intensidad de ciertos puntos dentro de la grilla, llevando al sistema a pensar que existen otros TN dentro de la ROI.



(a) RN 4



(b) RN 5



(c) RN 6

Figura 0.17: Porcentaje de aciertos de la estimación según el número de RN

Fuente: elaboración propia

0.7. RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES

Este capítulo consolida los resultados obtenidos en cada uno de los experimentos hechos durante el desarrollo de este trabajo de investigación. Adicionalmente, presenta el detalle de los mismos, incluyendo la configuración del sistema, los parámetros empleados, entre otros.

0.7.1. MODELO DEL SISTEMA

Los sistemas de radiolocalización tienen algunas restricciones en cuanto a la cantidad de sensores que lo componen y el número de fuentes que se desee localizar. Dicha restricción varía dependiendo del algoritmo de posicionamiento que se emplee para tal fin. Para el caso en el que sólo se desea localizar un transmisor, es necesario tener al menos 3 *RN* para aplicar los algoritmos de ToA y TDoA, con el fin de evitar que aparezcan mediciones redundantes que no aportan información relevante al sistema. Por su parte, para el caso de DoA es necesario contar con al menos 2 *RN* con el objetivo de lograr tener haces que marcan los ángulos de llegada y que estos se puedan interceptar entre ellos, así como también se debe garantizar la no simetría de los arreglos de antena que tiene cada *RN* de tal manera que no aparezcan lóbulos espejo que se originan cuando se usan ULA (arreglos lineales uniformes) o UCA (arreglos circulares uniformes) [8]. Por su parte, las mediciones de RSS, también requiere de más de un *RN* para tomar mediciones, con el fin de encontrar las regiones de intersección entre ellas que determinen la posición del transmisor.

De manera general, podemos decir que para estimar la posición de una fuente transmisora es necesario tener al menos 3 sensores que compongan el sistema. Para el caso de este trabajo doctoral, teniendo en cuenta que se quieren localizar dos *TN* es necesario tener al menos 4 *RN* para contar con suficientes mediciones que no sean redundantes y que permitan aplicar el algoritmo de reconstrucción y de esta manera estimar las coordenadas en dos dimensiones (x, y) de cada *TN*.

Los resultados que se muestran a continuación se obtienen con los siguientes parámetros:

- Número de TN $\rightarrow Q = 2$
- Número de RN $\rightarrow R = [4, 5, 6]$
- Tamaño de la grilla $\rightarrow K = 1681$ posiciones
- Área de la ROI $\rightarrow A = 12Km \times 12Km$
- Tamaño de cada celda en la grilla $= 0,3Km \times 0,3Km$
- Frecuencia de muestreo $\rightarrow F_s = 100MHz$

- Ancho de banda $\rightarrow BW = 12KHz$
- Frecuencia central $\rightarrow F_c = 400MHz$
- Ganancia de antena $\rightarrow G = 15dB$
- Tasa de compresión $\rightarrow \rho = [20\%, 50\%, 80\%]$
- Relación señal a ruido $\rightarrow SNR = [-10dB, 0dB, 10dB, 20dB]$

0.7.2. RESULTADOS GENERALES Y FUNCIONAMIENTO DEL SISTEMA

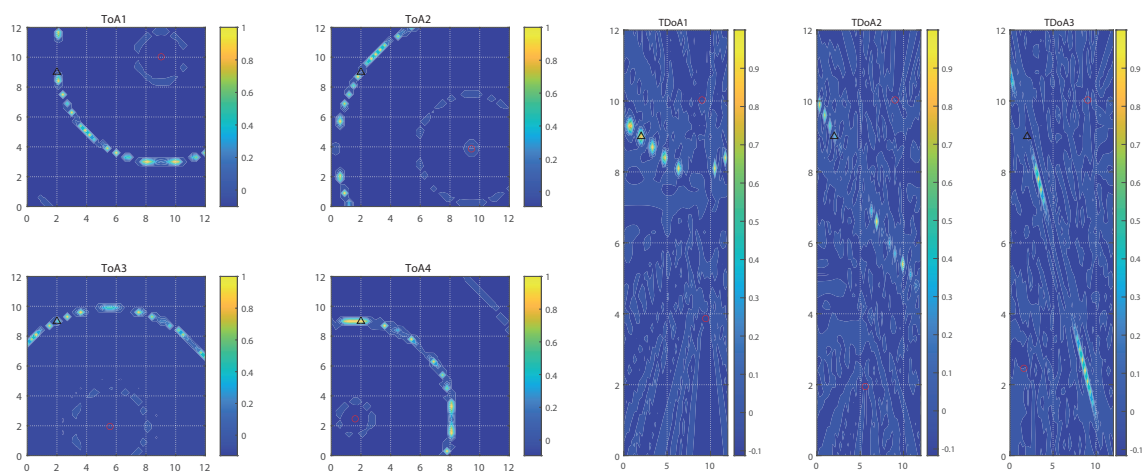
En primer lugar, con el fin de entender la forma como funciona el sistema de radiolocalización propuesto, vale la pena tener una visualización de las curvas que se obtienen para cada tipo de medición que se emplea, y finalmente cómo se definen puntos específicos dentro de la grilla que corresponden a la posición de los TN s. Estos puntos se forman gracias a la intersección de las diferentes curvas, aumentando así la intensidad de los mismos.

La figura 0.18 muestra el resultado de la estimación cuando se tiene una sola fuente en el sistema. Cada una de las subfiguras, muestra cómo se trazan las curvas desde cada uno de los RN para los tipos de mediciones que se emplean: ToA , TDoA y DoA respectivamente. Es posible observar que las circunferencias (ver figura 0.18a), las hipérbolas (ver figura 0.18b) y los haces angulares (ver figura 0.18c) pasan en todos los casos por la ubicación del TN . Posteriormente, al hacer la combinación de cada una de estas proyecciones usando la ecuación 0.31 y aplicando el algoritmo de rescstrucción JDCS (*Joint Distributed Compressive Sensing*) se obtiene como resultado final un único punto dentro de la ROI en la que se cruzan todas las curvas, amplificando así la amplitud de este valor en el vector disperso y logrando la estimación de la posición como se muestra en la figura 0.18d.

Ahora bien, en el caso en el que se tienen 2 TN , el sistema es capaz de localizar correctamente ambas fuentes, tal y como se observa en la figura 0.19*. En este caso, cabe recordar que es necesario que el algoritmo de reconstrucción (ver figura 0.6) se ejecute tantas veces como fuentes existan en el sistema, es decir, que detenga su búsqueda una vez se cumpla el criterio establecido, el cual es descrito con detalle en el capítulo 0.5 de este libro.

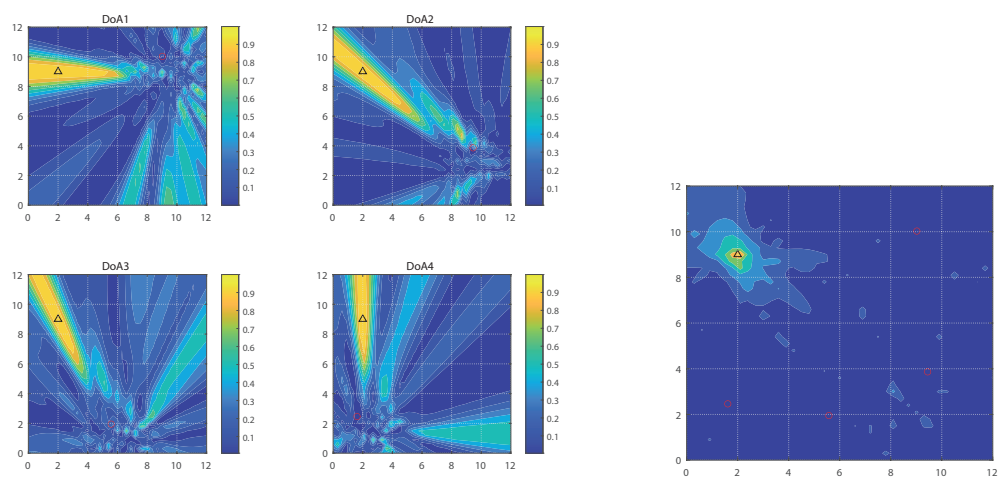
Por lo anterior, es posible observar en las figuras 0.19a, 0.19b y 0.19c que cada RN marca dos curvas diferentes, cada una de las cuales corresponde a un TN dentro de la ROI. Del mismo modo que cuando se tiene un solo TN en el sistema, se emplea el algoritmo JDCS para

*Esta figura toma como ejemplo un escenario fijo para mostrar los resultados de manera gráfica. Sin embargo, todos los escenarios son diferentes, teniendo en cuenta que la ubicación de los TN y los RN es aleatoria en cada caso.



(a) ToA

(b) TDoA

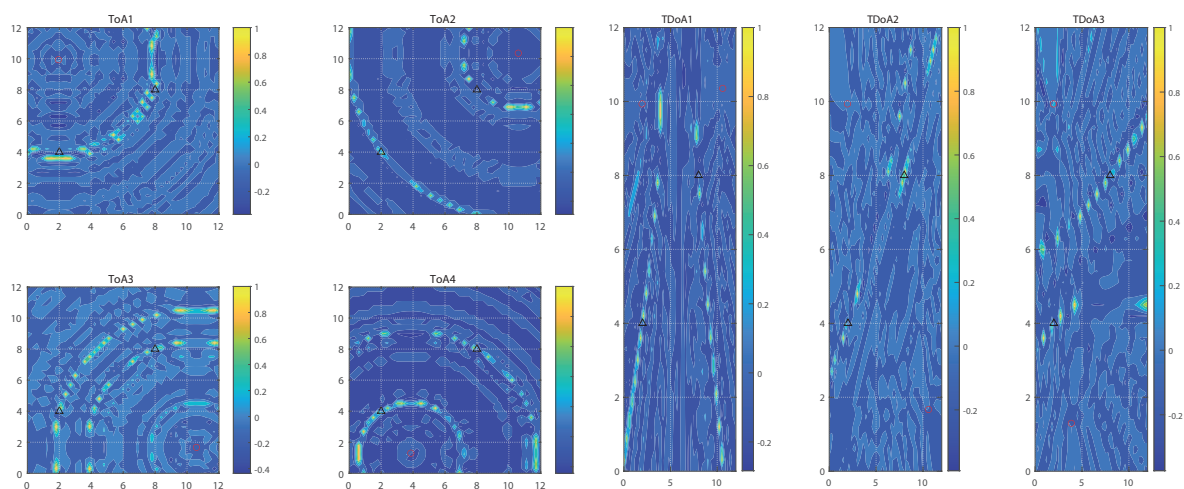


(c) DoA

(d) Estimación final

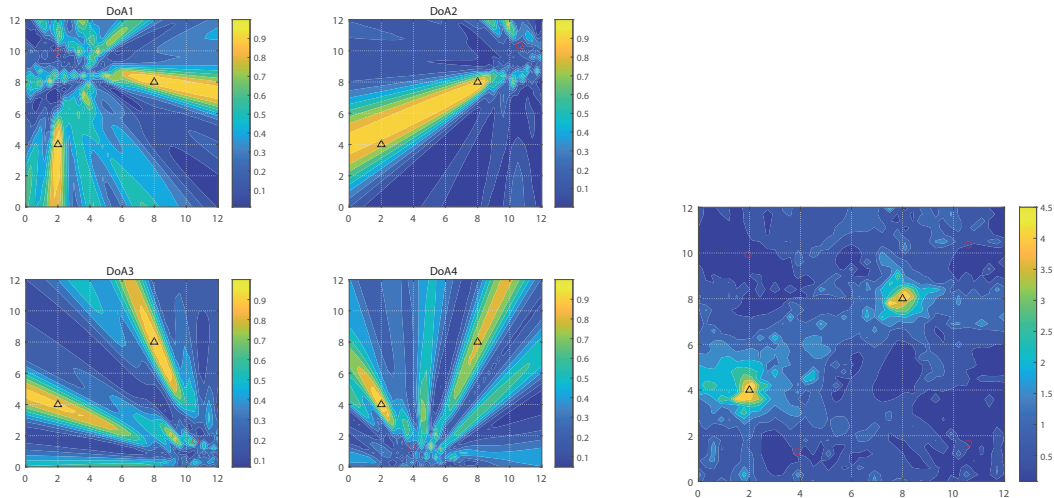
Figura 0.18: Estimación de la posición de 1 TN usando el sistema de radio-localización propuesto

combinar la información disponible y de esta manera localizar los dos puntos en la grilla que tienen mayor intensidad y en los que se interceptan todas las curvas para estimar la posición de ambas fuentes, como se observa en la figura 0.19d.



(a) ToA

(b) TDoA



(c) DoA

(d) Estimación final

Figura 0.19: Estimación de la posición de 2 TN usando el sistema de radio-localización propuesto

0.7.3. DESEMPEÑO DEL SISTEMA

Para medir el desempeño del sistema de radio localización propuesto se emplearon la Raíz Cuadrada del Error Cuadrático Medio (RMSE), el cual hace referencia a la distancia que existe entre la posición real del *TN* y la posición estimada por el sistema empleando la ecuación 0.37.

$$RMSE = \sqrt{(x - \hat{x})^2 + (y - \hat{y})^2} \quad (0.37)$$

Ahora bien, cabe mencionar que los resultados que se muestran a continuación fueron obtenidos implementando los criterios definidos en los objetivos propuestos de este trabajo de grado, es decir, aplicando el criterio de parada de búsqueda como se describe en la sección 0.4 y la cantidad de mediciones sugerida según el criterio de entropía, el cual se detalla en la sección 0.5

0.7.3.1. RMSE

Conociendo cómo funciona el sistema de radio localización planteado y habiendo observado de manera general los resultados obtenidos, procedemos a analizar el desempeño del mismo en términos del RMSE de la estimación, cuando se varían los parámetros previamente mencionados: número de *RN*, tasa de compresión (ρ) y relación señal a ruido (*SNR*).

La figura 0.21 muestra el RMSE de la estimación para los tres casos cuando se varía el número de sensores. Es posible observar que, en términos generales el desempeño del sistema es bastante bueno en los tres casos, alcanzando un error máximo cercano a los 700 metros cuando se tiene la tasa de compresión más alta (20%)* y la *SNR* más baja ($-20dB$).

Por su parte, es posible observar que, los casos en los que se tienen 5 y 6 *RN* el desempeño del sistema es bastante similar, teniendo un RMSE máximo cercano a los 250 metros, en el peor escenario, mientras que el error mínimo obtenido es cercano a los 100 metros, cuando se tienen las condiciones más favorables.

Lo anterior permite concluir que, tener un sistema con 5 *RN* permite obtener una buena relación costo-beneficio.

*Indica que sólo se toman el 20% de las muestras de la señal recibida al momento de realizar el proceso de sensado

Adicionalmente se realizaron múltiples iteraciones del algoritmo para observar la consistencia de los resultados en cada caso.

El objetivo era evaluar el RMSE del modelo cuando se variaban los parámetros de cantidad de RN , SNR y ρ , cuyos resultados se observan en la figura 0.22.

Es posible observar que en general, el desempeño del sistema en los tres casos es bastante bueno, siempre estando por encima del 80%. El peor resultado se obtiene cuando se tiene el número mínimo de sensores que debe componer el sistema para localizar dos fuentes transmisoras, es decir, cuando hay 4 RN y además se tiene una $SNR = -20dB$, la tasa de éxito es del 84%. Es decir, de las 100 veces que se ejecuto el algoritmo, estimó correctamente la posición de ambas fuentes en 84 ocasiones. Por su parte, el mejor resultado se logra cuando se tienen 5 RN en el sistema y se tiene una $SNR = 20dB$, es decir, hay muy buena relación señal a ruido. Podemos observar que, en este caso, el sistema acierta 100 de 100.

El caso en el que hay 6 RN es interesante de analizar, teniendo en cuenta que presenta un desempeño ligeramente menor que cuando hay 5 RN . De la misma manera que en los

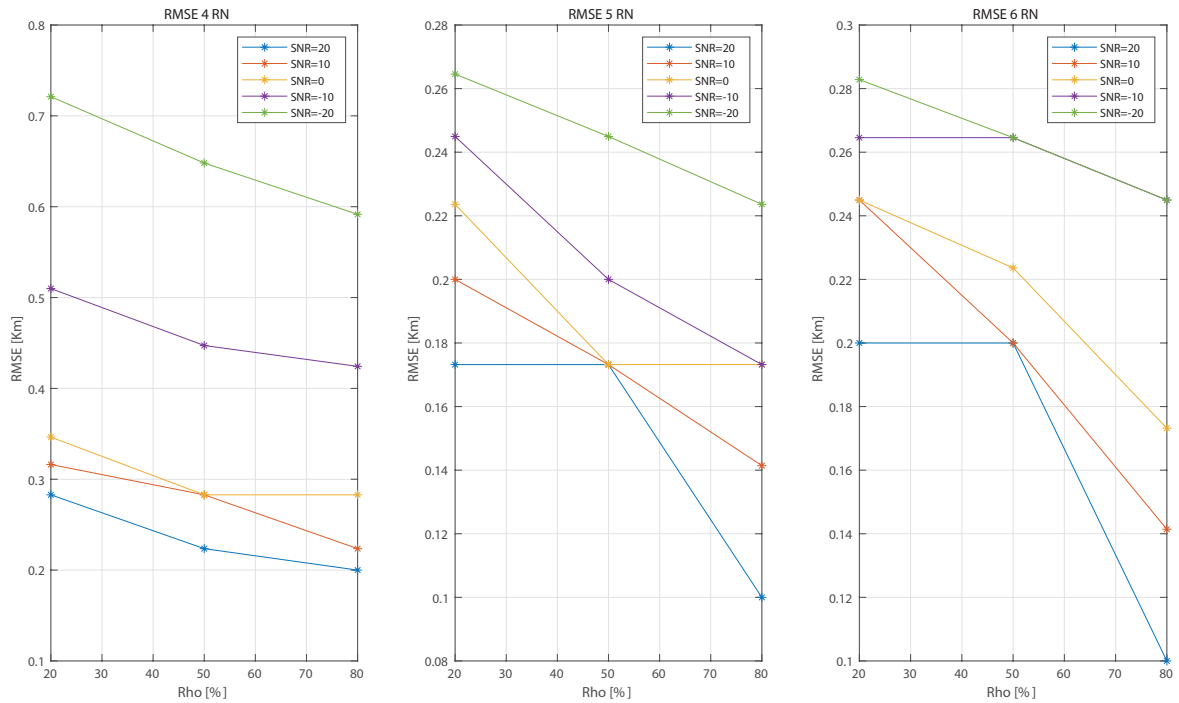


Figura 0.20: RMSE del sistema

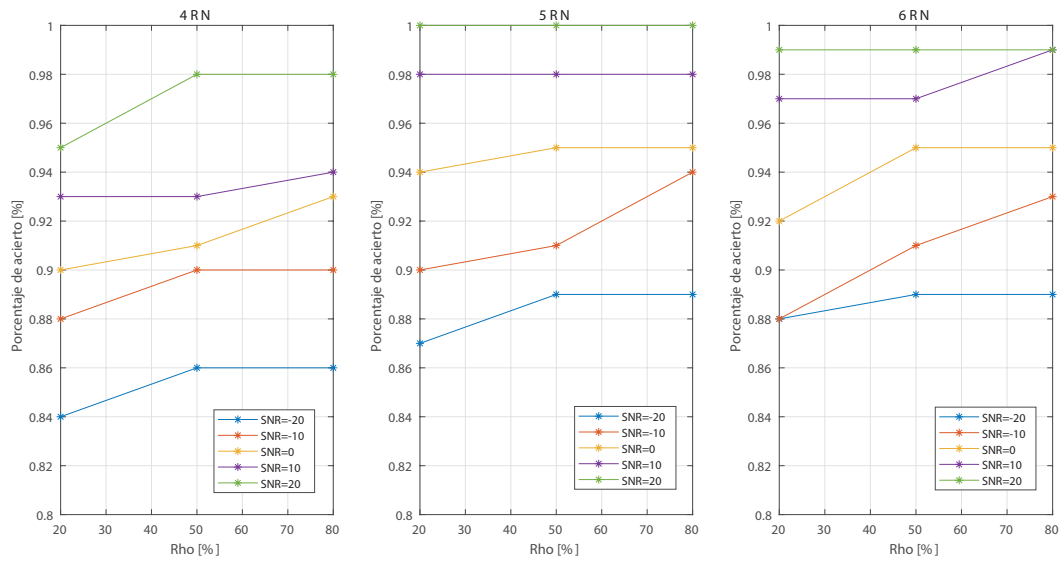


Figura 0.21: Porcentaje de aciertos del sistema

experimentos anteriores, esto puede atribuirse a que es posible que se generen más cruces de las diferentes curvas en otros puntos que no son verdaderas fuentes, pero que el sistema, debido a que tienen una intensidad considerable, las estima como si fueran TN . Esto ratifica nuevamente que, no siempre contar con más sensores implica tener un mejor rendimiento en la estimación de la posición.

Por lo anterior, es necesario realizar un adecuado dimensionamiento del sistema y definir el costo-beneficio del mismo cuando se aumenta la cantidad de sensores.

0.7.4. RESULTADOS: SISTEMA HÍBRIDO VS. SISTEMA NO HÍBRIDO

Por otra parte, con el fin de ver cómo es el desempeño del sistema cuando se mezclan mediciones de diferente naturaleza y cómo se comporta la estimación cuando sólo se tienen mediciones de un solo tipo, se realizan una serie de experimentos en los que para cada caso de corre 100 veces el modelo, empleando las mediciones que son priorizadas bajo el criterio de maximizar la diferencia de entropía, tal y como se describe anteriormente en la sección 0.4 y se ilustra en la figura 0.14.

La tabla 0.2 y la figura 0.23 muestran los resultados para cada caso cuando el sistema no es híbrido en sus tres primeras columnas, mientras que la última muestra el resultado cuando se

Cuadro 0.2: Porcentaje de aciertos en la estimación de posición de dos fuentes transmisoras

# Mediciones	DOA	TOA	TDOA	Mixed
2	1 %	21 %	1 %	20 %
3	38 %	48 %	32 %	57 %
4	51 %	63 %	NA	69 %
5				80 %
6				85 %
7				87 %
8				88 %
9				91 %
10				91 %
11				93 %

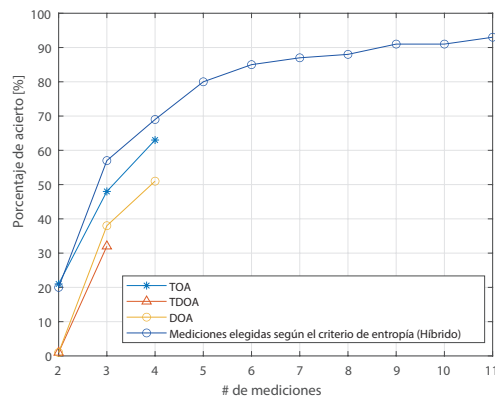


Figura 0.22: Porcentaje de aciertos en la estimación de posición de dos fuentes transmisoras según el criterio de entropía: Sistema híbrido vs. Sistema no híbrido

toman las medidas según el criterio de entropía, sin importar la naturaleza de las mismas, es decir, si son DoA, TOA, o TDOA. En este caso se calcula el porcentaje de las 100 veces que se corre la simulación cuántas de ellas el sistema es capaz de estimar la posición de ambas fuentes de manera correcta.

De los resultados anteriores se concluye que el mejor desempeño siempre se obtiene cuando el sistema es híbrido, es decir, que se tienen en cuenta mediciones de diferente naturaleza para realizar la estimación. Adicionalmente, es posible observar que para el caso del sistema híbrido la precisión del sistema comienza a hacerse bastante constante al rededor de las mediciones 5 y 6, lo cual coincide con los resultados obtenidos en la sección 0.4.

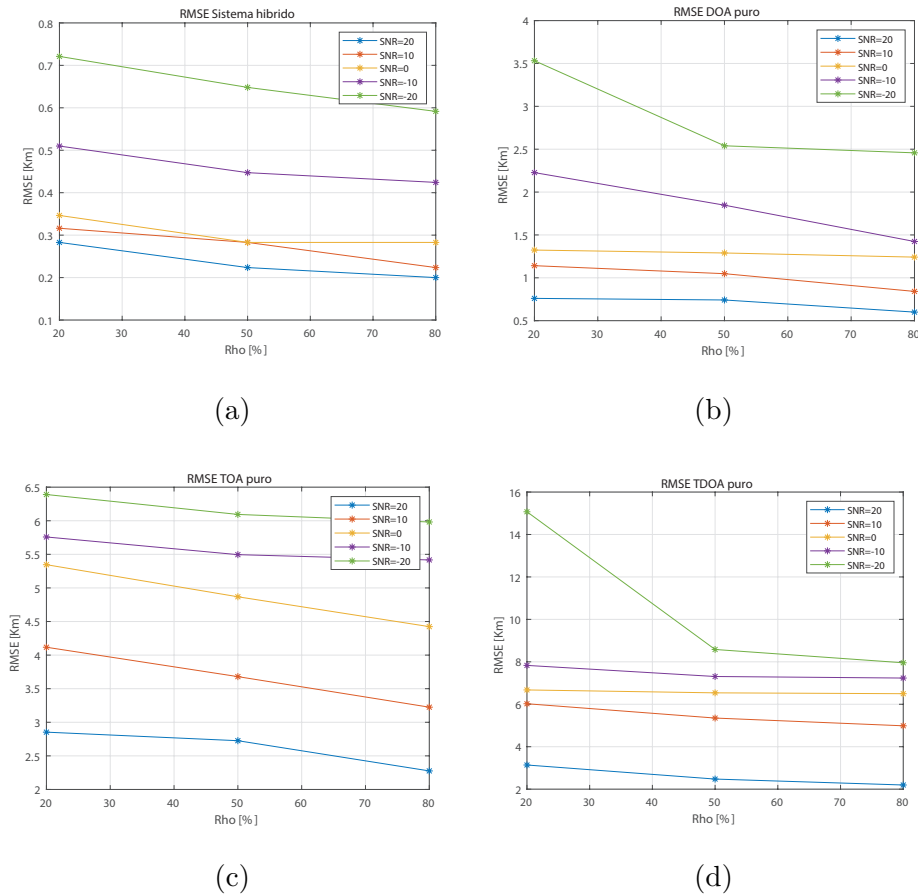


Figura 0.23: RMSE la estimación de dos fuentes transmisoras: Sistema híbrido vs. Sistema no híbrido

De la misma forma en que se comparan los resultados de la estimación de un sistema híbrido como no híbrido en términos de la precisión, se hace también en términos de la exactitud. A continuación se observan los valores de RMSE para ambos casos, teniendo en cuenta diferentes valores de SNR y tasas de compresión (ρ) cuando hay únicamente 4 RNs en el sistema.

La figura 0.24 permite observar que el RMSE más bajo se obtiene cuando la estimación es realizada por un sistema híbrido, tanto en buenas condiciones de SNR como cuando son desfavorables. El sistema híbrido tiene un RMSE ligeramente superior a 0.7 para el peor escenario, el cual se da cuando se tiene una $SNR = -20dB$ y un $\rho = 20\%$. Mientras que si se compara este mismo escenario con los demás casos, vemos que el sistema DoA tiene un error de 3.5, el ToA cercano a 6.5 y el TDoA superior a 14, lo cual demuestra notablemente la superioridad del sistema híbrido sobre las alternativas no híbridas.

Por su parte, el escenario en el que las condiciones de SNR son favorables, los resultados en los 4 escenarios son buenos, teniendo todos valores de RMSE inferiores a 3. Sin embargo, el mejor resultado se sigue obteniendo en el sistema híbrido.

Las figuras 0.23 y 0.24 permiten concluir entonces que los sistemas híbridos tienen mejor desempeño en la estimación de la posición de dos fuentes transmisoras, en comparación con las alternativas puras.

0.8. CONCLUSIONES

Este trabajo de investigación evalúa el desempeño de un sistema de radio localización híbrido que emplea la teoría de reconstrucción dispersa para solucionar el problema de la estimación de la posición de fuentes transmisoras no colaborativas.

El trabajo realizado y los resultados obtenidos permiten concluir que la teoría de reconstrucción dispersa es una alternativa que puede emplearse para la estimación de la posición, teniendo en cuenta que el problema de radio localización, en aquellos casos en los que el número de puntos candidatos es mucho mayor que el número de fuentes a localizar, cumple con las características necesarias, por lo que es posible encontrar para cada tipo de medición que se incluye en este trabajo (ToA, TDoA, DoA, y RSS), una matriz ψ y un vector disperso b , que permita expresar la señal recibida x puede como una combinación lineal de ψ y b .

En nuestro caso particular, para las mediciones de ToA y TDoA, para la creación de las matrices ψ se emplean funciones de correlación entre los pares de señales definidos, los cuales son detallados a lo largo del documento. Por su parte, para las mediciones de DoA, esta matriz fue construida empleando la versión vectorizada de la matriz de covarianza del factor de arreglo de antenas de cada sensor. Finalmente, con RSS fue necesario definir una función que permitiera conocer el radio de la circunferencia en el que la intensidad de potencia recibida coincidiera con la distancia entre el TN y el RN . Una vez definidas las matrices ψ , todos los experimentos simulados permiten concluir que es posible estimar un vector disperso b para cada medición disponible, los cuales posteriormente pueden ser combinados en un vector W_{tot} , el cual es empleado por el algoritmo OMP para estimar la posición de los Q transmisores presentes en el sistema.

Adicionalmente, el trabajo realizado demuestra el potencial de la teoría de sensado comprimido para ser aplicada en problemas de radio localización. Se puede observar en los resultados obtenidos, que es posible también emplear matrices de submuestreo que permitan tomar menos muestras en el proceso de sensado que las exigidas de acuerdo al teorema de muestreo de Nyquist. En nuestro caso particular, las matrices empleadas fueron matrices de submuestreo, es decir, matrices binarias, las cuales al ser multiplicadas por la señal recibida, se obtiene como resultado una señal comprimida que solo está formada por los valores cuyo resultado es diferente de cero. Las simulaciones realizadas muestran que incluso cuando se toma solo el 20% del total de las muestras disponibles, el sistema planteado es capaz de estimar satisfactoriamente la posición de ambas fuentes transmisoras.

Para el cumplimiento de los objetivos específicos del trabajo, se define un escenario base que

está compuesto por 4 RNs y 2 TNs distribuidos en una región discretizada de $12km \times 12km$, con 1681 celdas de $0,3km \times 0,3km$. Tanto las fuentes como los sensores son distribuidos de manera aleatoria dentro de la ROI en cada uno de los experimentos realizados y su ubicación no necesariamente coincide con el centro de cada celda.

Partiendo del escenario base, se define un criterio de selección de mediciones que serán tomadas en cuenta al momento de aplicar el algoritmo de reconstrucción dispersa. Dicho criterio se basa en emplear los conceptos de teoría de la información y entropía cruzada para mejorar el costo-eficiencia del sistema, ya que emplear únicamente aquellas mediciones que aportan más información significa computación más simple y menor consumo de energía. La ganancia de información que se le atribuye a una medición puede ser muy diferente a la que se le atribuye a otra dependiendo de la perspectiva de observación, por lo tanto, se puede mejorar gradualmente la estimación de la posición de los TNs .

Con base en lo anterior, se planteó un método que permite maximizar la diferencia de entropía entre la fuente y la entropía condicional de cada medición dado que el TN está ubicado en algún punto candidato de la ROI.

En una primera instancia, se asume que todos los puntos candidatos son equiprobables. Una vez se agregan mediciones, esta probabilidad cambia, limitando la zona demarcada por la medición, aumentando la probabilidad de encontrar un TN en esta zona y disminuyendola en los demás puntos. A medida que se agregan las mediciones que más información aportan a la estimación, la entropía de la fuente comienza a disminuir, es decir que, el área de intersección de las curvas se va haciendo cada vez más pequeña hasta encontrar un área en la cual sólo se encuentra un punto candidato. Este momento coincide con la estabilización de la entropía de la fuente, es decir, es posible observar que se alcanza un punto en el que la disminución de la entropía es muy pequeña conforme se suman más mediciones. Los resultados alcanzados en todos los experimentos realizados permiten concluir que la entropía de la fuente se estabiliza siempre, para nuestro escenario, cuando se tienen alrededor de 5 y 6 mediciones. Luego, al aplicar el algoritmo de reconstrucción empleando únicamente estas mediciones, se logra estimar la posición de ambos TNs de manera exitosa.

Ahora bien, teniendo en cuenta que el número de fuentes transmisoras es desconocido, se definió un criterio de parada para detener el algoritmo iterativo de reconstrucción. Este criterio está basado en el cálculo de la energía del residual obtenido en cada una de las iteraciones del OMP. A partir de los experimentos simulados se concluye que, para nuestro escenario, cuando la energía del residual es menor que el 10% de la energía de la señal original, el algoritmo debe detenerse y no buscar más TNs .

Finalmente, los diferentes experimentos realizados permiten ver la influencia que tienen sobre el desempeño del sistema diferentes parámetros como la tasa de compresión ρ , la relación señal a ruido (SNR), el número de elementos de antena del arreglo (M), y la cantidad de RNs. Para esto se calculó el RMSE de la estimación realizada así como también el porcentaje de acierto que tiene el sistema en la estimación en diferentes ocasiones para el mismo escenario, siempre empleando señales aleatorias.

En los escenarios simulados el error más grande, $RMSE \approx 700m$, se obtiene cuando se tiene la tasa de compresión más alta, es decir, cuando sólo se toman el 20% de las muestras de la señal, hay 4 RNs en el sistema y se tienen unas condiciones de SNR adversas (-20dB). Contrario a esto, el mejor resultado, $RMSE \approx 100m$, se logra cuando se toma el 80% de las muestras, hay 5 RNs, y las condiciones de ruido son mucho más favorables, $SNR = 20dB$.

Por su parte, es posible observar que en general, la precisión del sistema en los tres casos es bastante buena, siempre estando por encima del 80%. El peor resultado se obtiene cuando se tiene el número mínimo de sensores que debe componer el sistema para localizar dos fuentes transmisoras, es decir, cuando hay 4 RN y además se tiene una $SNR = -20dB$, la tasa de éxito es del 84%. Es decir, de las 100 veces que se ejecuto el algoritmo, estimó correctamente la posición de ambas fuentes en 84 ocasiones. Por su parte, el mejor resultado se logra cuando se tienen 5 RN en el sistema y se tiene una $SNR = 20dB$, es decir, hay muy buena relación señal a ruido. Podemos observar que, en este caso, el sistema acierta 100 de 100.

En conclusión, comparando el desempeño de un sistema híbrido vs. sistemas no-híbridos podemos decir que la diversidad en los tipos de mediciones empleadas aporta significativamente al mejoramiento de la estimación de la posición, ya que las desventajas que tienen cada una de los tipos de mediciones son compensadas con el potencial de las demás, y el aporte de información desde su perspectiva es notablemente beneficiosa en la estimación final.

Bibliografía

- [1] I. Akyildiz, W. Su, Y. Sankarasubramaniam, and E. Cayirci, “Wireless sensor networks: a survey,” *Computer Networks*, vol. 38, no. 4, pp. 393–422, 2002. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1389128601003024>
- [2] T. A. Alhmiedat and S.-H. Yang, “A survey: localization and tracking mobile targets through wireless sensors network,” Jan 2007. [Online]. Available: <https://hdl.handle.net/2134/6083>
- [3] K. Pahlavan, P. Krishnamurthy, and Y. Geng, “Localization challenges for the emergence of the smart world,” *IEEE Access*, vol. 3, pp. 3058–3067, 2015.
- [4] A. Kumar Paul and T. Sato, “Localization in wireless sensor networks: A survey on algorithms, measurement techniques, applications and challenges,” *Journal of Sensor and Actuator Networks*, vol. 6, p. 24, 10 2017.
- [5] U. I. T. R. telecommunications, “Comparison of time-difference-of-arrival and angle-of-arrival methods of signal geolocation,” 2014.
- [6] T. Sanchez, C. Gomez, L. Betancur, A. Garcia, and R. Hincapie, “From theory to practice: Implementations issues for techniques based on aoa and tdoa,” in *2016 8th Euro American Conference on Telematics and Information Systems (EATIS)*, April 2016, pp. 1–4.
- [7] J. J. Caffery, *Wireless Location in CDMA Cellular Radio Systems*. Norwell, MA, USA: Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [8] T. Sanchez, “Radiolocalizacion de emisiones en actividades de sensado de espectro, mediante la implementacion de un algoritmo hibrido aoa/tdoa en una plataforma sdr,” Master’s thesis, Universidad Pontificia Bolivariana, 2016.
- [9] T. Sanchez, R. C. Hincapie, and C. Gomez, “Performance study of localization techniques: hybrid vs. non hybrid tdoa/doa,” in *2018 IEEE-APS Topical Conference on*

Antennas and Propagation in Wireless Communications (APWC), Sep. 2018, pp. 957–960.

- [10] S. Qaisar, R. M. Bilal, W. Iqbal, M. Naureen, and S. Lee, “Compressive sensing: From theory to applications, a survey,” *Journal of Communications and Networks*, vol. 15, no. 5, pp. 443–456, Oct 2013.
- [11] M. Rani, S. B. Dhok, and R. B. Deshmukh, “A systematic review of compressive sensing: Concepts, implementations and applications,” *IEEE Access*, vol. 6, pp. 4875–4894, 2018.
- [12] D. L. Donoho, “Compressed sensing,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52, no. 4, pp. 1289–1306, April 2006.
- [13] E. J. Candes and T. Tao, “Near-optimal signal recovery from random projections: Universal encoding strategies?” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 52, no. 12, pp. 5406–5425, Dec 2006.
- [14] E. J. Candès *et al.*, “Compressive sampling,” in *Proceedings of the international congress of mathematicians*, vol. 3. Madrid, Spain, 2006, pp. 1433–1452.
- [15] D. Baron, M. F. Duarte, M. B. Wakin, S. Sarvotham, and R. G. Baraniuk, “Distributed compressive sensing,” *arXiv preprint arXiv:0901.3403*, 2009.
- [16] H. Yin, J. Li, Y. Chai, and S. X. Yang, “A survey on distributed compressed sensing: Theory and applications,” *Front. Comput. Sci.*, vol. 8, no. 6, pp. 893–904, Dec. 2014. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1007/s11704-014-3461-7>
- [17] H. Zhao, M. J. Irshad, H. Shi, and W. Xu, “Passive source localization using compressive sensing,” *Sensors*, vol. 19, no. 20, 2019. [Online]. Available: <https://www.mdpi.com/1424-8220/19/20/4522>
- [18] R. Hincapie, C. Gomez, L. Betancur, A. Lavrenko, and J. Schmitz, “Sparse framework for hybrid tdoa/doa multiple emitter localization,” in *2017 IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology (ISSPIT)*, Dec 2017, pp. 174–179.
- [19] S. Kumar, “Localization estimation using artificial intelligence technique in wireless sensor networks,” *The Journal of Korea Information and Communications Society*, vol. 39C, pp. 820–827, 09 2014.
- [20] G. Bhatti, “Machine learning based localization in large-scale wireless sensor networks,” *Sensors*, vol. 18, no. 12, 2018. [Online]. Available: <https://www.mdpi.com/1424-8220/18/12/4179>
- [21] S. M. J, “Sensor node localization using machine learning for indoor location estima-

- tion,” *Journal of Harbin Engineering University*, vol. 44, no. 9, Sep. 2023.
- [22] S. Kagi and B. S. Mathapati, “Localization in wireless sensor network using machine learning optimal trained deep neural network by parametric analysis,” *Measurement: Sensors*, vol. 24, p. 100427, 2022. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2665917422000617>
- [23] K. Shin, R. McConville, O. Metatla, M. Chang, C. Han, J. Lee, and A. Roudaut, “Outdoor localization using ble rssi and accessible pedestrian signals for the visually impaired at intersections,” *Sensors*, vol. 22, no. 1, 2022. [Online]. Available: <https://www.mdpi.com/1424-8220/22/1/371>
- [24] W. Ingabire, H. Larijani, R. Gibson, and A. Qureshi, “Outdoor node localization using random neural networks for large-scale urban iot lora networks,” *Algorithms*, vol. 14, p. 307, 10 2021.
- [25] J. Purohit, X. Wang, S. Mao, X. Sun, and C. Yang, “Fingerprinting-based indoor and outdoor localization with lora and deep learning,” in *GLOBECOM 2020 - 2020 IEEE Global Communications Conference*, 2020, pp. 1–6.
- [26] P. Yadav, K. Kumar, and S. Sharma, “Machine learning based techniques for node localization in wsn: A survey,” in *2023 International Conference on Device Intelligence, Computing and Communication Technologies, (DICCT)*, 2023, pp. 12–17.
- [27] T. Sanchez, C. Gomez, G. I. A. Castillo, and M. P. Bernal, “Radio direction finding system for spectrum management activities in developing countries,” in *2016 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation (APSURSI)*, June 2016, pp. 1663–1664.
- [28] T. Sánchez, A. D. Redondo, A. F. García, C. Gómez, L. Betancur, and R. H. Reyes, “Implementaciones en hardware de técnicas de radiogoniometría,” *Ingeniería y Región*, no. 14, pp. 23–33, 2015.
- [29] A. D. Redondo, T. Sanchez, C. Gomez, L. Betancur, and R. C. Hincapie, “Mimo sdr-based implementation of aoa algorithms for radio direction finding in spectrum sensing activities,” in *IEEE Colombian Conference on Communication and Computing (IEEE COLCOM 2015)*, May 2015, pp. 1–4.
- [30] R. Zekavat and R. M. Buehrer, *Handbook of position location: Theory, practice and advances*. John Wiley & Sons, 2011, vol. 27.
- [31] A. Garcia, C. Gomez Santamaria, T. Sanchez, A. David Redondo, L. Betancur, and R. Carlos Hincapie, “Algoritmos de radiolocalizacion basados en toa, tdoa y aoa,” *Ingeniería y Region*, vol. 14, p. 9, 02 2016.

- [32] A. Roxin, J. Gaber, M. Wack, and A. Nait-Sidi-Moh, "Survey of wireless geolocation techniques," in *2007 IEEE Globecom Workshops*, Nov 2007, pp. 1–9.
- [33] F. Gross, *Smart Antenna for Wireless Communication*. McGraw-Hill Osborne Media, 2005.
- [34] Guowei Shen, R. Zetik, and R. S. Thoma, "Performance comparison of toa and tdoa based location estimation algorithms in los environment," in *2008 5th Workshop on Positioning, Navigation and Communication*, March 2008, pp. 71–78.
- [35] Z. Zhang, Y. Xu, J. Yang, X. Li, and D. Zhang, "A survey of sparse representation: Algorithms and applications," *IEEE Access*, vol. 3, pp. 490–530, 2015.
- [36] Y. C. E. Mark A. Davenport, Marco F. Duarte and G. Kutyniok, *Introduction to compressed sensing*, 2012, ch. 1, pp. 1–68.
- [37] S. Foucart and H. Rauhut, *A mathematical introduction to compressive sensing*. Birkhauser, 2013.
- [38] A. Ali, "Localization through compressive sensing: A survey," *Science*, vol. 3, pp. 1–5, 11 2014.
- [39] H. Wang, K. Yao, and D. Estrin, "Information-theoretic approaches for sensor selection and placement in sensor networks for target localization and tracking," *Journal of Communications and Networks*, vol. 7, no. 4, pp. 438–449, 2005.
- [40] M. Naeem, S. Xue, and D. C. Lee, "Cross-entropy optimization for sensor selection problems," in *2009 9th International Symposium on Communications and Information Technology*, 2009, pp. 396–401.
- [41] H. Rowaihy, S. Eswaran, M. P. Johnson, D. C. Verma, A. Bar-Noy, T. Brown, and T. F. L. Porta, "A survey of sensor selection schemes in wireless sensor networks," in *SPIE Defense + Commercial Sensing*, 2007.
- [42] H. Wang, G. Pottie, K. Yao, and D. Estrin, "Entropy-based sensor selection heuristic for target localization," in *Third International Symposium on Information Processing in Sensor Networks, 2004. IPSN 2004*, 2004, pp. 36–45.
- [43] G. Dziwoki and J. Izydorczyk, "Stopping criteria analysis of the omp algorithm for sparse channels estimation," in *Computer Networks*, P. Gaj, A. Kwiecień, and P. Stera, Eds. Cham: Springer International Publishing, 2015, pp. 250–259.
- [44] J. Schmitz, "Localization in a distributed software defined radio framework," Ph.D. dissertation, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen, 2017.

[45] [Online]. Available: <https://www.portaspecs.com/precision-and-accuracy/>