

**TEORIA DE JUEGOS COOPERATIVOS COMO ESTRATEGIA DE  
OPTIMIZACIÓN DE RECURSOS EN UNA HOME AREA NETWORK (HAN)  
SOBRE POWER LINE COMMUNICATIONS (PLC)**

JUAN CARLOS VESGA FERREIRA

UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA  
ESCUELA DE INGENIERÍA  
DOCTORADO EN INGENIERÍA - ÁREA TELECOMUNICACIONES  
MEDELLÍN  
2016

**TEORIA DE JUEGOS COOPERATIVOS COMO ESTRATEGIA DE  
OPTIMIZACIÓN DE RECURSOS EN UNA HOME AREA NETWORK (HAN)  
SOBRE POWER LINE COMMUNICATIONS (PLC)**

JUAN CARLOS VESGA FERREIRA

Tesis de Doctorado para optar al título de:  
Doctor en Ingeniería - área Telecomunicaciones

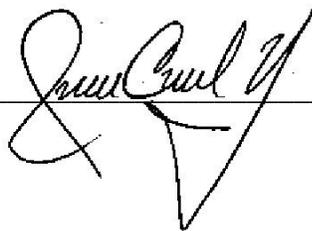
Director  
PhD. Javier Emilio Sierra Carrillo

UNIVERSIDAD PONTIFICIA BOLIVARIANA  
ESCUELA DE INGENIERÍA  
DOCTORADO EN INGENIERÍA - ÁREA TELECOMUNICACIONES  
MEDELLÍN  
2016

## DECLARACION DE ORIGINALIDAD

**“Declaro que esta tesis (o trabajo de grado) no ha sido presentada para optar a un título, ya sea en igual forma o con variaciones, en esta o en cualquier otra Universidad”. Art. 82 Regimen Discente de Formación Avanzada, Universidad Pontificia Bolivariana.**

Firma Autor(es)

A handwritten signature in black ink, appearing to read "Juan Carlos V.", is written over a horizontal line. The signature is stylized and cursive.

**Medellín 11 de Octubre de 2016**

## **AGRADECIMIENTOS**

El autor expresa sus agradecimientos a:

A mi director de trabajo de investigación, PhD. Javier Emilio Sierra Carrillo por su excelente dirección, paciencia y colaboración constante en todos los aspectos que se relacionaron con la elaboración de este proyecto.

A la Universidad Nacional Abierta y a Distancia por el apoyo económico y el tiempo asignado para realizar todo mi proceso de formación Doctoral.

A todas las personas y/o instituciones que de alguna forma aportaron en el desarrollo de la investigación.

## **DEDICATORIA**

Dedico este trabajo a Dios, a mis padres, a mis hermanos y muy especialmente a mi esposa, y a mis hijos, quienes son mi motor y mi mayor fuente de inspiración...

Juan Carlos

## CONTENIDO

|  |           |
|--|-----------|
| <b>ACRONIMOS Y ABREVIATURAS .....</b>  | <b>12</b> |
| <b>RESUMEN .....</b>   | <b>14</b> |
| <b>ABSTRACT.....</b>   | <b>15</b> |
| <b>INTRODUCCIÓN .....</b>  | <b>16</b> |
| <b>1. GENERALIDADES SOBRE SMART GRID Y PLC .....</b>   | <b>19</b> |
| <b>1.1 GENERALIDADES SOBRE SMART GRID.....</b>   | <b>19</b> |
| <b>1.2 POWER LINE COMMUNICATIONS .....</b>   | <b>19</b> |
| <b>1.3 EL ESTÁNDAR HOMEPLUG AV.....</b>  | <b>20</b> |
| <b>1.4 CONFORMACIÓN DE UNA RED PLC SOPORTADA EN HPAV.....</b>  | <b>21</b> |
| <b>1.5 RUIDO EN UN CANAL PLC .....</b>   | <b>22</b> |
| <b>1.6 MODULACION ADAPTATIVA.....</b>  | <b>24</b> |
| 1.6.1 Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) .....  | 25        |
| 1.6.2 Orthogonal Frequency-Division Multiple Access (OFDMA) .....  | 28        |
| 1.6.3 Desventajas de OFDM y OFDMA .....  | 30        |
| 1.6.4 Modulación Multiportadora .....  | 30        |
| 1.6.5 Asignación de Bits por Subportadora (Bit –loading).....  | 31        |
| <b>1.7 MODELO ADOPTADO PARA LA ESTIMACIÓN DEL CANAL PLC.....</b>   | <b>33</b> |
| <b>1.8 TRANSMISIÓN DE INFORMACION SOBRE PLC.....</b>   | <b>37</b> |
| 1.8.1 Caracterización de las clases tráfico que serán utilizadas sobre PLC .....                             | 37        |
| 1.8.2 Caracterización del tráfico para servicios de Voz sobre IP .....                                       | 38        |
| 1.8.3 Caracterización del tráfico para servicios de Video sobre IP .....                                     | 40        |
| 1.8.4 Caracterización del tráfico para servicios de control y telemetría sobre IP .....                      | 43        |
| 1.8.5 Caracterización del tráfico para Datos .....   | 45        |
| <b>2. USO DE LA TEORÍA DE JUEGOS COOPERATIVOS COMO ESTRATEGIA DE OPTIMIZACIÓN DE RECURSOS SOBRE PLC.....</b> | <b>46</b> |
| <b>2.1 JUEGOS COOPERATIVOS DE UTILIDAD TRANSFERIBLE (TU) .....</b>   | <b>47</b> |
| <b>2.2 EL VALOR DE SHAPLEY.....</b>  | <b>48</b> |
| 2.2.1 Descripción del escenario propuesto .....  | 49        |
| <b>2.2.2 Comparación de tratamientos BW óptimo-PL vs BW-Shapley .....</b>                                    | <b>57</b> |
| <b>2.3 EL NUCLEOLUS .....</b>  | <b>60</b> |
| 2.3.1 Descripción del escenario propuesto .....  | 67        |

|  |            |
|--|------------|
| 2.3.2 Comparación de tratamientos BW óptimo-PL vs BW-Nucleolus.....                                    | 68         |
| <b>2.4 ALGORITMO DE EQUIDAD MAX MIN FAIRNESS (MMF).....</b>  | <b>70</b>  |
| 2.4.1 Descripción del escenario propuesto .....  | 71         |
| <b>2.5 ALGORITMO DE EQUIDAD MMQoS.....</b>   | <b>75</b>  |
| 2.5.2 Comparación de tratamientos BW óptimo-PL vs BW-MmQoS .....                                       | 77         |
| <b>2.6 COMPARACIONES MÚLTIPLES CON EL MEJOR TRATAMIENTO .....</b>                                      | <b>81</b>  |
| 2.6.1 Análisis de tratamientos para los métodos de optimización propuestos .....                       | 83         |
| 2.6.2 Resultados del proceso de optimización en cada uno de los escenarios propuestos .....            | 87         |
| 2.6.3 Análisis de resultados mediante el procedimiento CMM o prueba de Dunnett.....                    | 91         |
| 2.6.4 Análisis de tratamientos mediante ANOVA.....   | 98         |
| <b>3. ELABORACIÓN DEL SCHEDULER SOPORTADO EN JUEGOS DE VOTACIÓN PONDERADA</b>                          | <b>103</b> |
| <b>3.1 JUEGOS DE VOTACIÓN PONDERADA.....</b>   | <b>103</b> |
| <b>3.2 ÍNDICES DE PODER.....</b>   | <b>104</b> |
| 3.2.1 Índice de poder de Banzhaf.....  | 105        |
| 3.2.2 Índice de poder de Shapley-Shubik.....   | 105        |
| 3.2.3 Índice de poder de Deegan-Packel.....  | 106        |
| 3.2.4 Algoritmos para juegos de votación ponderada.....  | 106        |
| <b>3.3 ESTIMACIÓN DEL ÍNDICE DE PODER DE BANZHAF NORMALIZADO MEDIANTE FUNCIONES GENERATRICES .....</b> | <b>107</b> |
| <b>3.4 ESTIMACIÓN DEL ÍNDICE DE PODER DE SHAPLEY-SHUBIK MEDIANTE FUNCIONES GENERATRICES .....</b>      | <b>111</b> |
| <b>3.5 CÁLCULO DEL ÍNDICE DE PODER DE DEEGAN-PACKEL MEDIANTE FUNCIONES GENERATRICES .....</b>          | <b>117</b> |
| <b>3.6 ANÁLISIS DE TRATAMIENTOS .....</b>  | <b>122</b> |
| 3.6.1 Evaluación del CMM.....  | 127        |
| <b>3.7 GENERACIÓN DEL SCHEDULER .....</b>  | <b>129</b> |
| <b>4. MODELAMIENTO DE UNA RED HAN SOBRE PLC .....</b>  | <b>137</b> |
| <b>4.1 MODELO HÍBRIDO – HPAV (MH-HPAV) .....</b>   | <b>137</b> |
| 4.1.1 Etapa 1 MH-HPAV: Modelo desarrollado para CSMA/CA .....  | 138        |
| 4.1.2 Etapa 2 MH-HPAV: Modelo desarrollado para TDMA .....   | 145        |
| 4.1.3 Probabilidad de paquetes descartados y eficiencia del proceso de transmisión .....               | 148        |
| <b>4.2 MODELO SMART – HOMEPLUG AV (MS-HPAV) .....</b>  | <b>149</b> |
| 4.2.1 Estimación del Throughput.....   | 150        |
| 4.2.2 Retardo promedio de paquetes .....   | 151        |
| 4.2.3 Probabilidad de paquetes descartados y eficiencia del proceso de transmisión .....               | 152        |

|   |            |
|---|------------|
| 4.2.4 Asignación de recursos en el dominio del tiempo y la frecuencia .....                                       | 152        |
| <b>4.3 ESTIMACIÓN DE PROBABILIDADES DE ENRUTAMIENTO PARA MODELO MS-HPAV<br/>SOPORTADO EN REDES DE COLAS .....</b> | <b>153</b> |
| <b>4.4 ANALISIS COMPARATIVO ENTRE MS-HPAV vs MH-HPAV .....</b>  | <b>157</b> |
| <b><i>CONCLUSIONES</i>.....</b>   | <b>161</b> |
| <b><i>TRABAJOS FUTUROS</i> .....</b>  | <b>165</b> |
| <b><i>BIBLIOGRAFIA</i>.....</b>   | <b>166</b> |

## LISTA DE TABLAS

|   |    |
|---|----|
| Tabla 1. Tipos de ruido asociados a canales PLC .....   | 22 |
| Tabla 2. Ancho de Banda asociado a los codecs para VoIP sobre PLC .....                                     | 40 |
| Tabla 3. Ancho de banda para diversos formatos de compresión de video .....                                 | 42 |
| Tabla 4. Parámetros de Pareto para servicios de Voz sobre IP .....  | 42 |
| Tabla 5. Parámetros de Pareto para servicios de Video sobre IP .....  | 42 |
| Tabla 6. Equipo TP-LINK TL-PA211 AV200 – Especificaciones técnicas.....                                     | 43 |
| Tabla 7. Bit-rate solicitado por cada nodo $i$ .....  | 50 |
| Tabla 8. Valor de utilidad transferible para cada una de las coaliciones $v(S)$ .....                       | 52 |
| Tabla 9. Metodología para estimar los valores de la matriz de Shapley para 5 jugadores.....                 | 53 |
| Tabla 10. Matriz de Shapley para el escenario propuesto.....  | 56 |
| Tabla 11. BW solicitado, BW asignado (Shapley) para un estado de canal excelente, regular y deficiente..... | 56 |
| Tabla 12. BW óptimo-PL vs BW-Shapley acorde al estado de canal.....   | 58 |
| Tabla 13. Valor para cada una de las coaliciones $vS$ y $e(S, x)$ .....                                     | 63 |
| Tabla 14. Requerimientos de BW para cada escenario propuesto .....  | 67 |
| Tabla 15. BW Asignado a cada jugador para el escenario 1: Canal Saturado – Monoclase.....                   | 68 |
| Tabla 16. BW Asignado a cada jugador para el escenario 2: Canal Saturado – Monoclase.....                   | 69 |
| Tabla 17. Clases de tráfico presentes en cada nodo .....  | 72 |
| Tabla 18. BW requerido en cada nodo según la clase de tráfico .....   | 72 |
| Tabla 19. Resultado del proceso de ordenamiento del algoritmo MMF por Jugador .....                         | 73 |
| Tabla 20. Resultado del proceso de asignación de BW para cada jugador mediante MMF .....                    | 74 |
| Tabla 21. Asignación de BW por Nodo según la Clase de Tráfico .....   | 74 |
| Tabla 22. BW óptimo-PL vs BW-MmQoS acorde al estado de canal.....   | 77 |
| Tabla 23. Resultado del muestreo simple .....   | 79 |
| Tabla 24. Estructura del ANOVA para un análisis de tratamientos por bloques.....                            | 80 |
| Tabla 25. Resultado del ANOVA para un análisis de tratamientos por bloques para el escenario propuesto..... | 81 |
| Tabla 26. BW solicitado por cada nodo para el escenario 1 .....   | 83 |
| Tabla 27. BW solicitado por cada nodo para el escenario 2 .....   | 84 |
| Tabla 28. Clase de tráfico por cada nodo $i$ y clase $r$ escenario 3 .....                                  | 85 |
| Tabla 29. BW requerido por cada nodo $i$ y clase $r$ escenario 3.....                                       | 85 |
| Tabla 30. Clase de tráfico por cada nodo $i$ y clase $r$ escenario 4 .....                                  | 86 |
| Tabla 31. BW requerido por cada nodo $i$ y clase $r$ escenario 4.....                                       | 86 |
| Tabla 32. BW Asignado a cada jugador para el escenario 1: Canal No Saturado – Monoclase.....                | 87 |
| Tabla 33. BW Asignado a cada jugador para el escenario 2: Canal Saturado – Monoclase.....                   | 88 |
| Tabla 34. BW Asignado a cada jugador para el escenario 3: Canal No Saturado – Multiclase .....              | 89 |
| Tabla 35. BW Asignado a cada jugador para el escenario 4: Canal Saturado – Multiclase .....                 | 90 |
| Tabla 36. CMM sobre los métodos de optimización propuestos bajo condiciones de canal excelentes .....       | 92 |

|  |     |
|--|-----|
| Tabla 37. Prueba de Dunnett sobre los métodos de optimización propuestos bajo condiciones de canal regulares .....                             | 93  |
| Tabla 38. Prueba de Dunnett sobre los métodos de optimización propuestos bajo condiciones de canal deficientes .....                           | 93  |
| Tabla 39. Valores correspondientes al BW asignado a cada jugador acorde con el BW solicitado y bajo un método de optimización específico ..... | 94  |
| Tabla 40. Prueba de Dunnett sobre los métodos de optimización propuestos en un canal PLC bajo un estado de saturación .....                    | 97  |
| Tabla 41. Matriz de diseño por bloques y tratamientos para espacio muestral.....   | 98  |
| Tabla 42. Matriz de diseño por bloques y tratamientos para BW diferencial .....  | 99  |
| Tabla 43. Estructura del ANOVA para un análisis de tratamientos por bloques.....   | 101 |
| Tabla 44. Resultado del ANOVA para un análisis de tratamientos por bloques para el escenario propuesto.....                                    | 101 |
| Tabla 45. Condiciones iniciales para estimación de índices de poder - Escenario 1 .....  | 124 |
| Tabla 46. Condiciones iniciales para estimación de índices de poder - Escenario 2 .....  | 124 |
| Tabla 47. Estimación del peso total para jugador i vs condición del canal PLC .....  | 125 |
| Tabla 48. Índices de poder para el escenario 1 .....   | 126 |
| Tabla 49. Índices de poder para el escenario 2 .....   | 127 |
| Tabla 50. Estimación de medias en relación con el índice de poder.....   | 127 |
| Tabla 51. Estimación del error cuadrático en relación con el índice de poder .....   | 128 |
| Tabla 52. CMM sobre los métodos de optimización propuestos .....   | 129 |
| Tabla 53. Condiciones iniciales para generación del Scheduler .....  | 132 |
| Tabla 54. Prioridad de canales por nodo para el escenario propuesto .....  | 133 |
| Tabla 55. Matriz resultante para el escenario propuesto.....   | 133 |
| Tabla 56. Scheduler del escenario propuesto.....   | 136 |
| Tabla 57. Especificaciones técnicas relacionadas con el estándar HomePlug AV .....   | 143 |
| Tabla 58. Throughput, Retardo y Eficiencia por modelo para un estado de canal excelente .....  | 157 |
| Tabla 59. Throughput, Retardo y Eficiencia por modelo para un estado de canal típico .....   | 158 |
| Tabla 60. Throughput, Retardo y Eficiencia por modelo para un estado de canal deficiente.....  | 158 |
| Tabla 61. Resultados prueba t-pareada para cada una de las hipótesis establecidas.....   | 159 |
| Tabla 62. Cuadro comparativo MS-HPAV vs MH-HPAV.....   | 160 |

## LISTA DE FIGURAS

|  |     |
|--|-----|
| Figura 1. Nivel de ruido en un canal PLC.....  | 22  |
| Figura 2. Esquema general del ruido en el receptor.....                                  | 24  |
| Figura 3. Subcanales para OFDM.....  | 25  |
| Figura 4. Siete formas de onda OFDM en el dominio de la frecuencia.....                  | 27  |
| Figura 5. Transmisor OFDMA .....   | 29  |
| Figura 6. Señal OFDMA transmitida en Banda Base .....                                    | 29  |
| Figura 7. Esquema general para estimación de un canal bajo modulación adaptativa .....   | 33  |
| Figura 8. Representación de un sistema LTI para un canal PLC.....                        | 35  |
| Figura 9. Respuesta de un canal PLC en excelentes condiciones .....                      | 35  |
| Figura 10. Respuesta de un canal PLC en condiciones típicas .....                        | 36  |
| Figura 11. Respuesta de canal PLC en condiciones deficientes .....                       | 36  |
| Figura 12. Transporte de Voz en redes PLC.....   | 39  |
| Figura 13. Frame para codec G.711 .....  | 39  |
| Figura 14. Estructura de un frame para video bajo MPEG-2.....                            | 41  |
| Figura 15. Módulo SP1 - SitePlayer HTTP Web Server OEM.....                              | 44  |
| Figura 16. Esquema general del prototipo Smart Meter (SM).....                           | 44  |
| Figura 17. GUI desarrollada para el prototipo Smart Meter .....                          | 45  |
| Figura 18. Escenario propuesto bajo un entorno PLC .....                                 | 50  |
| Figura 19. Escenario práctico de una red multiservicio sobre PLC.....                    | 76  |
| Figura 20. Mapa propuesto para distribución de tiempo y frecuencia de un canal PLC ..... | 130 |
| Figura 21. Estructura para un proceso de transmisión por periodo para HPAV .....         | 138 |
| Figura 22. Esquema WRR propuesto para CSMA/CA-HPAV.....                                  | 138 |
| Figura 23. Estructura de una frame HPAV en la región CSMA.....                           | 142 |
| Figura 24. Modelamiento de TDMA mediante Round Robin Scheduler .....                     | 145 |
| Figura 25. Estructura TDMA para HPAV .....   | 146 |
| Figura 26. Esquema WRR propuesto para MS-HPAV .....                                      | 149 |
| Figura 27. Estructura de un frame por TDMA soportado en HPAV .....                       | 150 |
| Figura 28. Modelo general de la red Multiservicio sobre PLC.....                         | 154 |
| Figura 29. Modelo para el nodo CCo.....  | 155 |
| Figura 30. Modelo para el Nodo $i$ .....   | 155 |

## ACRONIMOS Y ABREVIATURAS

- *PLC*: Power Line Communications
- *HAN*: Home Área Network
- *HPAV*: Tecnología HomePlug AV
- *CSMA/CA* : Carrier Sense Multiple Access with Collision Avoidance
- *TDMA*: Time Division Multiple Access
- *OFDM*: Orthogonal Frequency Division Multiplexing
- *OFDMA*: Orthogonal Frequency-Division Multiple Access
- *QoS*: Quality of Service
- *CCo*: PLC Central Controller
- *PCF*: Persistent Contention Free
- *AVLN*: HomePlug AV Logical Networks
- *DSL*: Discover Station List
- *DNL*: Discover Network List
- *EMC*: Electro Magnetic Compatibility
- *DEP*: Densidad Espectral de Potencia
- *CISPR*: International Special Committee on Radio Interference
- *ETSI*: European Telecommunications Standards Institute
- *UIT*: Union International Telecommunications
- *BER*: Bit Error Rate
- *DMT*: Discrete Multitone Modulation
- *FDM*: Frequency Division Multiplexing
- *IBI* : Interblock Interference
- *ICI* : Intercarrier Interference
- *UDP*: User Datagram Protocol
- *RTP*: Real-Time Transport Protocol
- *C*: Capacidad del canal en bps
- *B*: Ancho de banda del canal [Hz]
- $SNR_i$  = Relación señal a ruido para la subportadora *i*.
- $N_i$ : Potencia del ruido asociado a la subportadora *i*
- $H_i$ : Respuesta del canal para la subportadora *i*.
- $P_i$ : Potencia de la señal para la subportadora *i*.
- $b_i$ : Número de bits por símbolo que pueden ser transmitidos en la subportadora *i*
- $N_{sp}$ : Número de subportadoras (917 para HPAV)
- $T_s$ : Tiempo de un símbolo OFDM. ( $T_s = 40,96\mu s$  para HPAV).
- $\Gamma$  : Se conoce como SNR gap
- $BER_{obj}$ : BER objetivo
- $h(t)$ : Respuesta al impulso
- $\lambda_{min}$ : Tasa mínima de llegada de datos
- $\lambda_a$ : Tasa promedio de llegada de datos

- $N$ : Conjunto de jugadores
- $v$ : Función característica del juego
- $S$ : Coalición de jugadores
- $v(S)$ : Pago que se puede asegurar a los jugadores que forman parte de la coalición  $S$
- $\varphi_i(v)$ : Valor de Shapley para el jugador  $i$
- $C(v)$ : Núcleo de un juego  $(N, v)$
- $BW_T$ : Ancho de banda total del canal [Mbps]
- $v(N)$ : Valor total a distribuir o valor de la coalición total.
- $e(S, x)$ : Grado de insatisfacción de la coalición  $S$  con la distribución  $x$
- $N(N, v)$ : Nucleolus de un juego
- MMF: Max Min Fairness
- $I_{Banzhaf}(i)$ : Índice de Poder de Banzhaf para el jugador  $i$
- $I_{Sh}(i)$ : Índice de Poder de Shapley – Shubik para el jugador  $i$
- $I_{DP}(i)$ : Índice de Poder de Deegan – Packel para el jugador  $i$ .
- $W_i$ : Peso para el jugador  $i$ .
- MS-HPAV: Modelo Smart – HomePlug AV
- MH-HPAV: Modelo Híbrido – HomePlug AV
- $C_i$ : Capacidad de canal estimada para el nodo  $i$  [Mbps]
- $C_{ir}$ : Capacidad de canal estimada para el nodo  $i$  clase  $r$  [Mbps]
- $N_D$ : Número de sesiones activas que desean transmitir en la región CSMA/CA.
- $B_i$ : Tamaño máximo de la cola o buffer para el nodo  $i$
- $w_{ir}$ : Peso asignado al nodo  $i$  clase  $r$ .
- $\lambda_{o,i}$ : Tasa de llegada de paquetes al nodo  $i$ .
- $\sigma_{ir}$ : Tasa máxima de llegada de paquetes al nodo  $i$ , clase  $r$ .
- $E[L_{ir}]$ : Tamaño promedio del paquete para la sesión  $i$  clase  $r$
- $T_{HPAV}$ : Periodo HPAV ( $2/f_{red} = 33.33$  ms)
- $T_{CSMA}$ : Periodo para CSMA/CA en HPAV ( $T_{HPAV}/2$ )
- $T_{TDMA}$ : Periodo para TDMA en HPAV ( $T_{HPAV}/2$ )
- $k_M$ : Factor de actividad de tráfico de voz o video en la red PLC
- $\sigma$ : Duración de un *slot* de tiempo vacío en condiciones de canal libre ( $\sigma = 35.84\mu s$  para HPAV)
- $T_{s,ir}$ : Tiempo que tarda una transmisión exitosa para el nodo  $i$  clase  $r$
- $T_{c,ir}$ : Tiempo que tarda en ser detectada una colisión para el nodo  $i$  clase  $r$
- $1 - P_{tr}$ : Probabilidad de que un *slot* de tiempo transcurra normalmente o en estado de canal libre.
- $P_{tr} \cdot P_s$ : Probabilidad de contener una transmisión exitosa
- $P_{tr} \cdot (1 - P_s)$ : Probabilidad de contener una colisión
- $C_k$ : Capacidad del subcanal  $k$  [Mbps]
- $m$ : Número de subcanales en los cuales se divide el canal PLC
- $\lambda_i$ : Tasa de llegada de paquetes al nodo  $i$ .
- $\lambda_{ir}$ : Tasa de llegada de paquetes al nodo  $i$  clase  $r$

## RESUMEN

Una red puede ser considerada como un escenario en el cual todos los nodos presentan la necesidad de transmitir, generándose una disputa permanente por acceder al medio, y las redes sobre *Power Line Communications* (PLC) no son la excepción. La tecnología PLC permite establecer procesos de comunicación mediante el uso de la red eléctrica como medio físico de transmisión, en donde HomePlug AV (HPAV) es uno de los estándares de mayor aceptación.

Uno de los mayores problemas que presentan las redes PLC, obedece al hecho de que HPAV no posee de un mecanismo para la optimización de recursos, generando escenarios de inequidad y desperdicio de recursos entre nodos, afectando considerablemente el rendimiento de la red para la prestación servicios IP, acorde con la demanda en el servicio y el aumento en el número de nodos.

Pese a que se han realizado estudios que involucran alternativas como: mecanismos de acceso al medio híbrido [1][2] y ampliar el ancho de banda para un canal PLC [3][4], ninguno de los trabajos a la fecha ha sugerido mecanismos para la optimización de recursos acorde a las necesidades para cada nodo y clase de servicio, orientados a la tecnología PLC.

En vista de lo anterior, en esta Tesis Doctoral se propone el uso de la teoría de juegos cooperativos, como estrategia de optimización de recursos en redes HAN<sup>1</sup> (*Home Area Network*) sobre PLC, con base en la demanda del servicio, el número de estaciones y las condiciones del canal, teniendo en cuenta que la teoría de juegos ha sido ampliamente utilizada en el contexto económico y recientemente en el ámbito de la ingeniería con excelentes resultados.

Acorde con los resultados obtenidos durante el desarrollo de esta investigación, se logró demostrar que el uso de la teoría de juegos como estrategia para la asignación de recursos en redes HAN, mejora significativamente los niveles de Throughput, retardo y eficiencia en comparación con las condiciones actuales de la tecnología PLC, con un nivel de confianza del 95%.

Palabras clave: HomePlug, OFDMA, Powerline, Scheduler, Smart Grid, Throughput.

---

<sup>1</sup> **Home Area Network (HAN):** Es una red residencial de área local (LAN) para la comunicación entre dispositivos digitales que pueden encontrarse en el hogar como: computadores, impresoras, equipos electrónicos con interfaces de comunicación, entre otros.

## ABSTRACT

A network can be considered a scenario in which all nodes have the need to communicate, generating an ongoing dispute over access to the medium, and networks on Power Line Communications (PLC) are no exception. The PLC technology enables communication processes by using the grid as a physical transmission medium, where HomePlug AV (HPAV) is one of the most widely accepted standards.

One of the biggest problems with the networks PLC, is due to the fact that HPAV does not have a mechanism for the optimization of resources, generating scenarios of inequity and waste of resources between nodes, significantly affecting the performance of the IP network to provide services, according to the demand in service and the increase in the number of nodes.

Despite the fact that studies have been conducted involving alternatives such as: mechanisms of hybrid media access [1][2] and expand the bandwidth for a channel PLC [3][4], none of the work to date has suggested mechanisms for resource optimization according to the needs for each node and class of service, oriented to the PLC technology.

In view of the foregoing, this thesis proposes the use of the theory of cooperative games, as a strategy for resource optimization in networks HAN (Home Area Network) on PLC, based on the demand for the service, the number of stations and the channel conditions, taking into account that the Game Theory has been widely used in the economic context and recently in the field of engineering with excellent results.

Consistent with the results obtained during the development of this research, it was proved that the use of game theory as a strategy for the allocation of resources in networks have significantly enhances levels of throughput, delay, and efficiency in comparison with the current conditions of PLC technology, with a confidence level of 95 %.

Keywords: HomePlug, OFDMA, Powerline, Scheduler, Smart Grid, Throughput.

## INTRODUCCIÓN

*Smart Grid* corresponde a un nuevo concepto de la red eléctrica, en donde converge la prestación de servicios energéticos y de comunicaciones, soportadas en IP e integradas entre sí como una red inteligente, la cual tiene como principal objetivo mejorar la eficiencia y la fiabilidad de la red eléctrica, adaptándola a las necesidades de la era digital [5]. Desarrollos recientes se han orientado al uso de tecnologías inalámbricas y *Power Line Communications* (PLC), debido a las prestaciones que estas tecnologías ofrecen en relación a los procesos de instalación, movilidad, ubicuidad y estabilidad [6].

*Power Line Communications*, hace referencia a un grupo de tecnologías que permiten establecer procesos de comunicación mediante el uso de la red eléctrica como medio físico de transmisión, en donde HomePlug AV (HPAV) es uno de los estándares de mayor aceptación sobre la tecnología PLC el cual utiliza CSMA/CA y TDMA como mecanismo de acceso al medio, en donde CSMA/CA está destinado para la transmisión de paquetes de datos, mientras que TDMA se utiliza para la transmisión de paquetes de voz y video, con el fin de ofrecer adecuados niveles de QoS [7]. Pese a que HPAV puede alcanzar tasas de transmisión cercanas a los 500 Mbps, no cuenta con un mecanismo de optimización de recursos adecuado, lo cual afecta considerablemente la prestación de servicios sobre IP y el rendimiento de la red a medida que aumenta el número de usuarios, debido a que solo uno de los nodos puede transmitir a la vez [8].

Una red PLC puede ser considerada como un escenario en el cual todos los nodos presentan la necesidad de transmitir permanentemente, generándose una disputa por acceder al medio, acorde a sus necesidades, provocando situaciones de inequidad y desperdicio de recursos entre nodos, debido a sus intereses particulares y a la falta mecanismos adecuados para la asignación de recursos de manera equitativa.

Ante esta situación, surge la pregunta ¿qué se debe hacer para distribuir de manera equitativa la capacidad de un canal PLC entre todos los nodos que forman parte de la red, con el fin optimizar la asignación de recursos, acorde con los requerimientos establecidos por cada nodo, ofreciendo adecuados niveles de QoS y sin llegar a afectar el rendimiento de otro servicio?. Ante esta situación, en esta tesis doctoral se sugiere el uso de la teoría de juegos cooperativos como estrategia para solucionar el problema propuesto.

La teoría de juegos se ha convertido en una herramienta de gran importancia a la hora de analizar situaciones en las cuales se requiere tomar decisiones, con una multiplicidad de respuestas posibles, a través del modelamiento de estrategias óptimas que le permitan maximizar su utilidad, especialmente cuando la cantidad a dividir es insuficiente para satisfacer las demandas de cada jugador [9][10][11][12]. Adicionalmente, el hecho de considerar los nodos de una red como jugadores que puedan trabajar cooperativamente, aumenta la probabilidad de obtener una ganancia superior frente a la obtenida de actuar individualmente [12].

En vista de lo anterior, el proceso sugerido al interior de la presente tesis doctoral para la asignación de recursos en una red PLC, bajo el estándar HPAV, consta de 2 partes:

- Desarrollo de una metodología soportada en la teoría de juegos cooperativos de utilidad transferible que permita optimizar la asignación del ancho de banda para cada nodo y clase de servicio, mediante el uso de alguna de las siguientes técnicas: Valor de Shapley, Nucleolus, Max-min Fairness y MmQoS, con el objetivo de identificar mediante un análisis de tratamientos, cuáles presentan los mejores resultados para la asignación de recursos en función de las necesidades reflejadas por los nodos. Todo el desarrollo de esta temática se encuentra en el capítulo 2.
- Desarrollo de una metodología que permita establecer un *Scheduler* por periodo HPAV, soportada en los Índices de Poder, los cuales forman parte de la teoría de juegos cooperativos, mediante el uso de alguna de las siguientes técnicas: Índice de poder de Banzhaf, Índice de poder de Shapley-Shubik e Índice de poder de Deegan-Packel, con el fin de optimizar la asignación del espectro para cada nodo y clase de servicio, en el dominio del tiempo y la frecuencia, acorde con la asignación del ancho de banda, los requerimiento de QoS y el uso de OFDMA (*Orthogonal Frequency-Division Multiple Access*) en lugar de OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*), permitiendo que mas de un nodo pueda transmitir simultáneamente a través del canal PLC [13][14].

El uso de *Scheduler* puede ser considerado como una estrategia que busca maximizar el *throughput* y minimizar las colisiones que se pueden llegar a presentar en un escenario multiusuario bajo un dominio de colisión común, como ocurre en una red PLC [15]. Todo el desarrollo de esta temática se encuentra en el capítulo 3, donde mediante un análisis de tratamientos, se busca identificar cuáles de éstas técnicas presentan los mejores resultados.

Finalmente, el desarrollo de un modelo matemático soportado en redes de colas y la teoría de juegos cooperativos para la asignación de recursos, que permita evaluar el rendimiento de una red HAN, a fin de comparar la metodología propuesta en la presente Tesis Doctoral y el estado actual de la tecnología PLC. Este ítem obedece al hecho de que a la fecha no hay trabajos que permitan validar las hipótesis planteadas al interior de la Tesis. Todo el desarrollo de esta temática se encuentra en el capítulo 4.

Es importante mencionar que los procesos relacionados con la prestación de servicios de voz, datos y video son actualmente tema de investigación e interés en el contexto de PLC, debido al aumento en la demanda de servicios de red, así como la necesidad de contar con adecuados niveles de QoS, a fin de satisfacer las necesidades, pese a que las condiciones existentes en la red no sean las mas favorables [16]. En [17][18] se han realizado algunos estudios relacionados con el la transmisión de voz, datos y video mediante el uso de la tecnología PLC en donde los alcances son muy generales, centrándose más en evidenciar que la tecnología PLC es capaz de prestar un servicio en particular. No obstante, las estrategias desarrolladas en esta Tesis Doctoral podrían ofrecer una alternativa que permita

mejorar los procesos en la prestación de servicios, en un escenario multiusuario-multiclase, bajo un entorno de red PLC.

## 1. GENERALIDADES SOBRE SMART GRID Y PLC

### 1.1 GENERALIDADES SOBRE SMART GRID

Los sistemas de energía eléctrica están transformándose significativamente a partir de los cambios generados por la eficiencia en el suministro de electricidad, las tendencias en proveer energías "más limpias" y la optimización del consumo; todo ello convergiendo hacia el concepto de *Smart Grid*.

El objetivo de un sistema *Smart Grid* es utilizar tecnologías avanzadas de información y comunicación (TIC) para controlar los modernos sistemas de energía de manera confiable y eficiente [5][19]. Para ello, la tendencia es un mayor control de las redes de bajo voltaje, mediante el uso de "medición inteligente" (*smart meter*) en entornos domésticos residenciales (*smart homes*) y empresariales (*smart businesses*).

La selección de la tecnología a emplear en cada uno de los subsistemas de comunicación al interior de una *Smart Grid* es considerado un aspecto crítico, debido a que ésta debe ser confiable, escalable, segura y de bajo costo de implementación [20]. Ante esta situación, el uso de tecnologías inalámbricas y *Power Line Communications* (PLC), han generado una mayor aceptación debido a sus bondades de instalación, costo, movilidad, ubicuidad y estabilidad frente a otras tecnologías [21].

### 1.2 POWER LINE COMMUNICATIONS

*Power Line Communications*, hace referencia a un grupo de tecnologías que permiten establecer procesos de comunicación mediante el uso de la red eléctrica como medio físico de transmisión, en donde HomePlug AV (HPAV) es uno de los estándares de mayor aceptación sobre la tecnología PLC.

El uso de la red eléctrica como medio físico de transmisión de información no es una idea nueva. Hasta hace unos años, el uso de PLC se había limitado a la implementación de soluciones de control, automatización y monitoreo de sensores; las cuales no requerían de un gran ancho de banda para su funcionamiento [22]. Durante finales de los años noventa debido a los nuevos desarrollos tecnológicos y la necesidad de implementar nuevas alternativas para transferencia de información, fue posible alcanzar velocidades en el orden de los Mbps, estableciéndose la posibilidad de hacer uso de la red eléctrica como una red de acceso [23]. El estado actual de la tecnología PLC permite alcanzar velocidades de hasta 500 Mbps, lo que ha ocasionado la transformación de la red eléctrica en una auténtica red de banda ancha, capaz de soportar servicios de datos, voz y vídeo [24].

El uso de adaptadores de red basados en PLC facilitan el diseño de redes y comunicaciones de banda ancha a través de la red eléctrica, convirtiendo cualquier toma corriente en un punto de conexión para el usuario, sin la necesidad de cableados adicionales a los existentes. En [25] se presenta un análisis superficial sobre el comportamiento de los adaptadores PLC para uso residencial disponibles comercialmente y la evaluación de algunos parámetros como: el *throughput* y el retardo sufrido a la hora de realizar procesos de comunicación en función de la distancia recorrida y el circuito de potencia utilizado.

No obstante, desde el año 2005, la *IEEE Communications Society* ha venido patrocinando el proyecto IEEE P1901 con el fin de definir un estándar IEEE global para sistemas PLC de alta velocidad [26], en donde varias propuestas provenientes de Europa, Asia y las Américas, originadas a partir de grupos de investigación y desarrollo, así como fabricantes de equipos PLC, han sido tomadas en cuenta. En diciembre del 2010 fue publicada la primera versión del estándar IEEE 1901 [27].

### 1.3 EL ESTÁNDAR HOMEPLUG AV

HomePlug AV (HPAV) es uno de los estándares de mayor aceptación sobre la tecnología PLC, el cual hace uso de la red eléctrica como medio físico de transmisión, utiliza OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) como técnica de multiplexación de la información sobre el canal PLC, opera en el rango de 1.8MHz a 28MHz, dividiendo el espectro en 1055 subportadoras, de las cuales solo 917 están activas para el sistema americano, empleando modulación adaptativa para cada subportadora dependiendo de las condiciones del canal y hace uso de un Coordinador Central (CCo) el cual está encargado de realizar la asignación de recursos y administrar el acceso a la red PLC [8]. Posee un mecanismo de acceso al medio híbrido soportado en CSMA/CA y TDMA, donde CSMA/CA está destinado para la transmisión de paquetes de datos, mientras que TDMA se utiliza para la transmisión de paquetes de voz y video, con el fin de ofrecer adecuados niveles de QoS [28].

Actualmente, los estándares más recientes para HomePlug son el *HomePlug AV2* y *HomePlug-GP*, los cuales permiten alcanzar velocidades de 500 Mbps y 10Mbps respectivamente, en donde esta última está orientada al desarrollo de *smart homes* y *smart businesses* [23] [29].

Mientras que HomePlug AV y el nuevo estándar IEEE 1901 han contemplado la coexistencia entre redes de datos y sistemas de acceso PLC, los esfuerzos para desarrollar sistemas de acceso PLC se encuentran en etapas tempranas, y aunque la tecnología está disponible y es técnicamente viable, se han presentado múltiples experiencias fallidas comercialmente de sistemas de acceso a internet basadas en PLC, tanto en Europa como en Estados Unidos [30]. Sin embargo, las tecnologías emergentes *Smart Grid* y *Smart Energy* promueven y orientan los nuevos desarrollos en ésta área para un futuro cercano [24].

## 1.4 CONFORMACIÓN DE UNA RED PLC SOPORTADA EN HPAV

Una red PLC HomePlug AV consiste de un conjunto de estaciones HomePlug conectadas al cableado eléctrico. Cuando una estación o adaptador HPAV es conectado a la red eléctrica, éste inicia un proceso de reconocimiento del medio físico. En caso de encontrar una red HPAV tratará de unirse a ella, de lo contrario, formará su propia red adoptando el rol de CCo [31]. Posteriormente, el CCo tratará de aprender la topología de su red HPAV y de cualquier otra red HPAV vecina. Para ello, cada estación transmite periódicamente un *Beacon* de descubrimiento en la región reservada para TDMA (*PCF Persistent Contention Free*).

Cada *Beacon* contiene información sobre la estación y la AVLN (*HomePlug AV Logical Networks*) a la que pertenece. Cada vez que una estación detecta un *Beacon* de descubrimiento, agrega la información contenida en él a la lista de estaciones descubiertas (*DSL / Discover Station List*). Cuando una estación encuentra un *Beacon* de descubrimiento de una estación que pertenece a otra AVLN, registra la información contenida en el *Beacon* en la lista de redes descubiertas (*DNL / Discover Network List*). Periódicamente el CCo solicita a cada estación el envío del DSL y DNL, con el fin de elaborar el mapa topológico de la AVLN a la cual pertenece.

Toda estación deberá ser capaz de comunicarse con el CCo con el fin de unirse a la AVLN y con ello establecer la conexión. Algunas de las estaciones pueden llegar, en algún momento dado, a cumplir funciones de repetidores con el fin de brindar soporte a aquellas estaciones que, debido a la distancia con el CCo, sean incapaces de comunicarse con él directamente. Vale la pena mencionar que las estaciones repetidoras solo replicarán la información relacionada con la administración de la AVLN emitida por el CCo ya que, todas las estaciones deberán estar en capacidad de comunicarse directamente con cualquiera de las demás estaciones de la AVLN.

Cuando todas las estaciones de la AVLN permanecen en reposo, el CCo hace que el AVLN active en un estado de ahorro de energía, en donde solo permanecen activas una pequeña región reservada para CSMA y una pequeña porción reservada para TDMA en la región No-persistente destinada exclusivamente a procesos de administración de la AVLN por parte del CCo. Esto es necesario con el fin de cumplir con la certificación ENERGY STAR y los lineamientos que demanda actualmente *Smart Grid*.

En [8] se puede encontrar información detallada y con mayor profundidad sobre las características de funcionamiento y de carácter técnico relacionadas con el estándar HPAV.

## 1.5 RUIDO EN UN CANAL PLC

La red eléctrica representa un medio hostil para la transferencia de datos debido a que esta no ha sido diseñada para transmitir información. PLC, al ser una tecnología emergente, plantea varios inconvenientes que afectan considerablemente su óptimo desempeño y limitan su implementación. Dos de los problemas más importantes que enfrenta esta tecnología son: los niveles excesivos de ruido y la atenuación de la señal a las frecuencias de interés [32].

De acuerdo con la literatura analizada, comúnmente se encuentra que, sin la debida protección electromagnética, las líneas eléctricas son sensibles a los ruidos externos generados por múltiples dispositivos de radiofrecuencia y por equipos electromecánicos, lo que ocasiona diversos problemas de interferencia electromagnética. El ruido en los sistemas PLC puede ser clasificado en cuatro clases: ruido de fondo, ruido de banda estrecha, ruido impulsivo y ruido armónico [7] (ver Tabla 1).

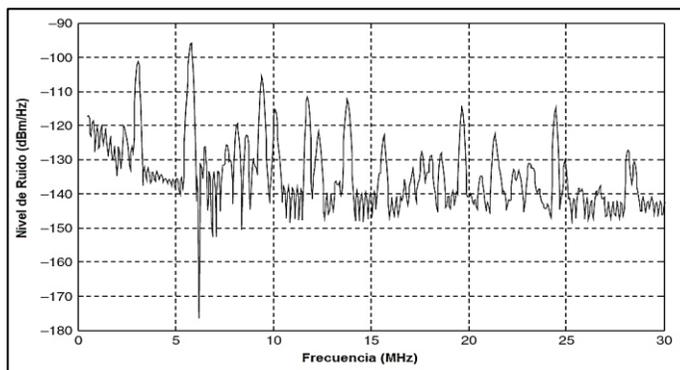
Tabla 1. Tipos de ruido asociados a canales PLC

| Tipo de Ruido           | Descripción   |
|-------------------------|---|
| Ruido de fondo          | Es la sumatoria de varias fuentes de ruido de baja potencia.  |
| Ruido de banda estrecha | Caracterizado por señales de amplitud modulada causadas por la inducción de señales de radio en las bandas media y de onda corta.                       |
| Ruido impulsivo         | Causado por transitorios debido a fenómenos de iluminación o interruptores dentro de la red eléctrica.  |
| Ruido armónico          | Compuesto de múltiples frecuencias utilizadas por equipos eléctricos conectados a la red y que son múltiplos de la frecuencia de la línea (50 / 60 Hz). |

Fuente: Autor

La densidad de potencia espectral para el ruido de fondo está alrededor de -145 dBm/Hz y esto es casi 30dB por encima del ruido térmico del piso.

Figura 1. Nivel de ruido en un canal PLC



Fuente: Autor

El ruido impulsivo tiene una amplitud máxima de 40 dBm/Hz y es bastante más alto que los ruidos de fondo y banda estrecha. Estas conclusiones se basan en el modelo de ruido desarrollado por Walter Y. Chen [33], el cual fue obtenido a partir de mediciones de un típico canal residencial. En la Figura 1 se aprecia el registro de un ruido típico en una red PLC.

Por otro lado, es posible resumir los diversos tipos de ruido presentes en un canal PLC en tres categorías [34].

- Ruido estacionario: obedece a ruido de fondo e interferencias de banda estrecha.
- Ruido Cicloestacionario: corresponde a ruido impulsivo periodico, cuyo comportamiento varia de manera periodica y sincronizada con la frecuencia de red (60Hz).
- Ruido no estacionario: hace referencia al ruido asincronico

Un aspecto relevante es que el ruido estacionario y el cicloestacionario presentan características invariantes durante largos periodos de tiempo, ocasionando alteraciones en su comportamiento durante procesos de conexión y desconexión de dispositivos [35]. Desde el punto de vista de la EMC (*Electro Magnetic Compatibility*), cada dispositivo alimentado eléctricamente genera perturbaciones eléctricas, las cuales pueden ser conductivas (transportadas en el cableado eléctrico) o inductivas (emitidas en el entorno de radio del dispositivo) [36].

El ruido que emiten los equipos eléctricos puede ser caracterizado como señales de tipo estacionario, las cuales pueden ser representadas mediante la estimación individual de su densidad espectral de potencia (DEP). Aunque pueden presentarse otros tipos de ruido, por simplicidad del modelo únicamente será considerado este tipo de ruido. Para calcular la DEP total en el receptor se debe realizar la sumatoria de la componente de ruido generada por los equipos eléctricos conectados a la red  $S_{N_{equ}}(f)$  y el ruido externo  $S_{N_{ext}}(f)$  [34].

$$S_N(f) = S_{N_{equ}}(f) + S_{N_{ext}}(f) \quad (1.1)$$

Considerando la contribución de  $m$  equipos eléctricos conectados a la red, la DEP total producto de los equipos eléctricos es:

$$S_{N_{equ}}(f) = \sum_{i=1}^m S'_{N_i}(f) \quad (1.2)$$

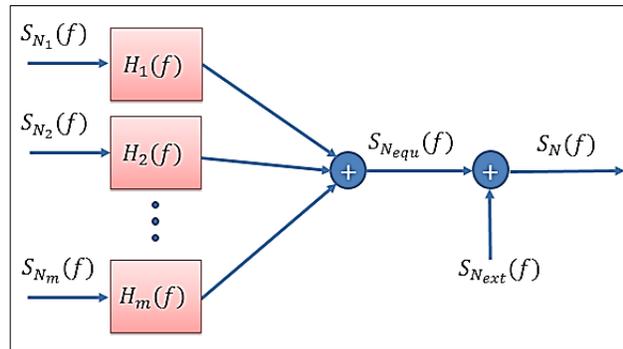
La contribución de ruido por cada equipo eléctrico  $i$  dependerá de la respuesta en frecuencia del sistema LTI equivalente  $H_i(f)$  vista desde cada dispositivo. Por tratarse de un sistema LTI, la  $S'_{N_i}(f)$  puede calcularse mediante el uso de (1.3) [37].

$$S'_{N_i}(f) = S_{N_i}(f) \cdot |H_i(f)|^2 \quad (1.3)$$

Donde  $S_{N_i}(f)$  corresponde a la DEP del equipo eléctrico  $i$

Tomando en cuenta cada uno de los elementos anteriores, se presenta en la Figura 2 el esquema general correspondiente al ruido total que influye en el receptor.

Figura 2. Esquema general del ruido en el receptor



Fuente: tomada de la figura 2.15 de [34]

$H_i(f)$ : Respuesta en frecuencia del sistema LTI equivalente para el nodo  $i$

$S_{N_i}(f)$  Densidad Espectral de Potencia del ruido en el nodo  $i$

Diferentes grupos de trabajo tanto en Europa (Cenélec) como la CISPR (*international special committee on radio interference*) de la IEC (*International Electrotechnical Commission*) han establecido normas que especifican los límites autorizados para las perturbaciones producidas por cada categoría de equipo eléctrico. Para el caso de dispositivos PLC, la potencia de la señal transmitida no debe ser superior a los 20dBm (100mW) en el rango de 1 a 30MHz y presenta un límite de emisiones electromagnéticas correspondiente a la densidad de potencia espectral (PSD) equivalente a -50 dBm/Hz, lo cual se encuentra definido en la norma IEC CISPR 22[38].

Adicionalmente, organizaciones que desarrollan estándares de telecomunicaciones como la ETSI (*European Telecommunications Standards Institute*) y la UIT (*Union International Telecommunications*), están estudiando los umbrales de perturbación con el fin de optimizar el canal de transmisión, y técnicas de procesamiento de señales para obtener el mejor desempeño de PLC. Por otro lado, la IEEE también ha venido trabajando en estos aspectos para optimizar la capa física del modelo OSI [23].

## 1.6 MODULACION ADAPTATIVA

La modulación adaptativa es una técnica que fue propuesta desde hace varias décadas [39], sin embargo, es una técnica que comenzó a ser implementada en tecnologías inalámbricas y de PLC hasta mediados de la década de 1990 [40]. La modulación adaptativa consiste en

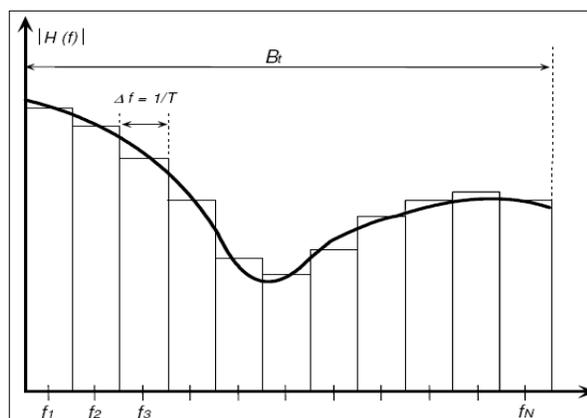
seleccionar una técnica de modulación adecuada acorde con las condiciones del canal y a una frecuencia específica con el fin de optimizar los siguientes parámetros: la potencia de transmisión, la tasa de error de bit (BER / *Bit Error Rate*), el número de bits a transmitir sobre una portadora específica y la tasa de transmisión. Para ello, es necesario realizar una estimación del canal la cual debe ser enviada al transmisor con el fin de que éste realice el proceso de selección adecuado. Una de las ventajas para el uso de la modulación adaptativa es que permite mantener la tasa de error de bit (BER) constante independientemente de las condiciones del canal, a diferencia del uso de modulaciones fijas en donde la BER puede variar considerablemente e incluso por debajo del BER objetivo.

### 1.6.1 Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)

La Multiplexación por División de Frecuencia Ortogonal (OFDM / *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) es una técnica relacionada con las técnicas de espectro expandido por salto de frecuencia (FH / *frequency hopping*), y comúnmente es llamada DMT (*discrete multitone modulation*). Una de las principales características de OFDM, es su inmunidad frente a diversas clases de interferencia. En OFDM, el espectro disponible  $B_t$  es dividido en varios subcanales de banda más estrecha. El flujo de datos es transmitido utilizando multiplexación por división de frecuencia (FDM / *Frequency Division Multiplexing*), destinando  $N$  portadoras con frecuencias  $f_1, f_2, f_3, \dots, f_N$ , las cuales se encuentran centradas en la banda de cada canal como se muestra en la Figura 3 en donde cada subcanal tiene un ancho de banda igual expresado por (1.4): [41]

$$\Delta f = \frac{B_t}{N} = \frac{1}{T} \quad (1.4)$$

Figura 3. Subcanales para OFDM



Fuente: Autor

OFDM usa una transformada rápida de Fourier para dividir el canal en muchos canales de banda estrecha, con la característica de que los canales son ortogonales.

Como se ha mencionado anteriormente, el método OFDM emplea  $N$  portadoras, por lo que se requieren,  $N$  muestras complejas en tiempo discreto para representar un símbolo OFDM. Las muestras  $(0, 1, \dots, N-1)$  en el dominio del tiempo son el resultado de una subportadora  $k$  modulada con un símbolo  $C_k$  OFDM y pueden expresarse mediante (1.5): [23]

$$S_{k-ofdm}[n] = \frac{C_k}{N} e^{j\frac{2\pi kn}{N}} \quad (1.5)$$

donde,

$N$  = número de subportadoras y muestras en el dominio del tiempo utilizadas.

$n$  = índice de la muestra en el dominio del tiempo

$k$  = índice de la subportadora.

$C_k$  = amplitud y fase de la información a transmitir.

Tanto  $C_k$  como  $k$  son valores constantes para una subportadora dada durante el período de un símbolo OFDM. Según (1.5) se puede establecer que las  $N$  muestras complejas para la subportadora  $k$  giran exactamente  $k$  círculos en el plano complejo durante el período útil de un símbolo OFDM. De acuerdo con lo anterior, un símbolo completo en el dominio del tiempo se construye a partir de la superposición de las  $N$  subportadoras; como se expresa en (1.6): [23]

$$S_{k-ofdm}[n] = \sum_{k=0}^{N-1} S_{k-ofdm}[k] \quad (1.6)$$

Los coeficientes  $C_k$  son complejos, en donde representan la señal en el dominio de frecuencia. Con el fin de convertir esta señal al dominio del tiempo, es necesario aplicar en el modulador la transformada inversa de Fourier, que para efectos prácticos es la transformada inversa rápida (IFFT / *Inverse Fast Fourier Transform*). Caso contrario ocurre en el receptor en donde se aplica la transformada rápida directa de Fourier (FFT / *Fast Fourier Transform*) al símbolo OFDM en el dominio del tiempo. El resultado de este proceso es la señal original transmitida, la cual se reconstruye comparando cada subportadora con una señal de referencia de amplitud, frecuencia y fase conocidas:

$$S_{k-ref}[n] = e^{j\frac{2\pi kn}{N}} \quad (1.7)$$

Debido a la ortogonalidad de las  $N$  subportadoras, el resultado en el momento de hacer la comparación es cero en la FFT para cualquier subportadora diferente a la de referencia.

$$\sum_{n=0}^{N-1} \frac{S_{l-ofdm}[n]}{S_{k-ref}[n]} = \begin{cases} C'_k & \text{sil} = k \\ 0 & \text{sil} \neq k \end{cases} \quad (1.8)$$

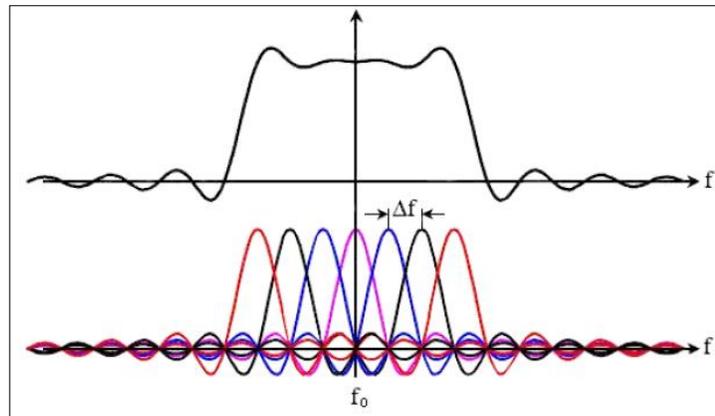
Donde  $C'_k$  representa la amplitud y fase de la señal de información recibida.

Si en el receptor se recibe una señal retrasada en el tiempo por  $\Delta$  muestras complejas, este efecto se reflejará en un desvanecimiento o amplificación en diferentes porciones del dominio de frecuencia sin afectar la integridad de la información transmitida. Para este caso en particular, la expresión sería (1.9):

$$S_{k-ofdm}[n] = \frac{C_k}{N} e^{j\frac{2\pi k(n-\Delta)}{N}} \quad (1.9)$$

En la Figura 4 se ilustran las condiciones espectrales para  $N=7$  formas de onda. El hecho de que exista ortogonalidad entre las diversas subportadoras permite que las formas de onda se traslapen entre sí sin que exista interferencia entre ellas, teniendo como consecuencia un uso más eficiente del espectro, en comparación con otras técnicas de modulación existentes.

Figura 4. Siete formas de onda OFDM en el dominio de la frecuencia



Fuente: Autor

Si se considera  $r_s$  como la tasa de transmisión para  $N$  subportadoras, se puede calcular el ancho de banda  $B_t$  de la señal OFDM a través de (1.10):

$$B_t = (N + 1) \cdot r_s \approx N \cdot r_s \quad (1.10)$$

A continuación se hace un desglose de las principales ventajas y desventajas de OFDM:

Entre las principales ventajas de OFDM se destacan [42]:

- Alta eficiencia espectral, sustentada en la ortogonalidad de las portadoras la cual permite el traslape entre ellas sin generar interferencia en la señal.
- Alta inmunidad al ruido, en donde no todas las portadoras son afectadas por interferencias en un momento dado.

- Menor distorsión por propagación multitrayectoria (puesto que las subportadoras se transmiten a menor velocidad, la duración del símbolo es mayor y afecta al receptor el esparcimiento de retardo tanto como a los sistemas de portadora única)
- Es escalable a velocidades de transmisión altas.
- Es flexible y puede ser adaptable en esquemas de modulación, ancho de banda y velocidad de transmisión.

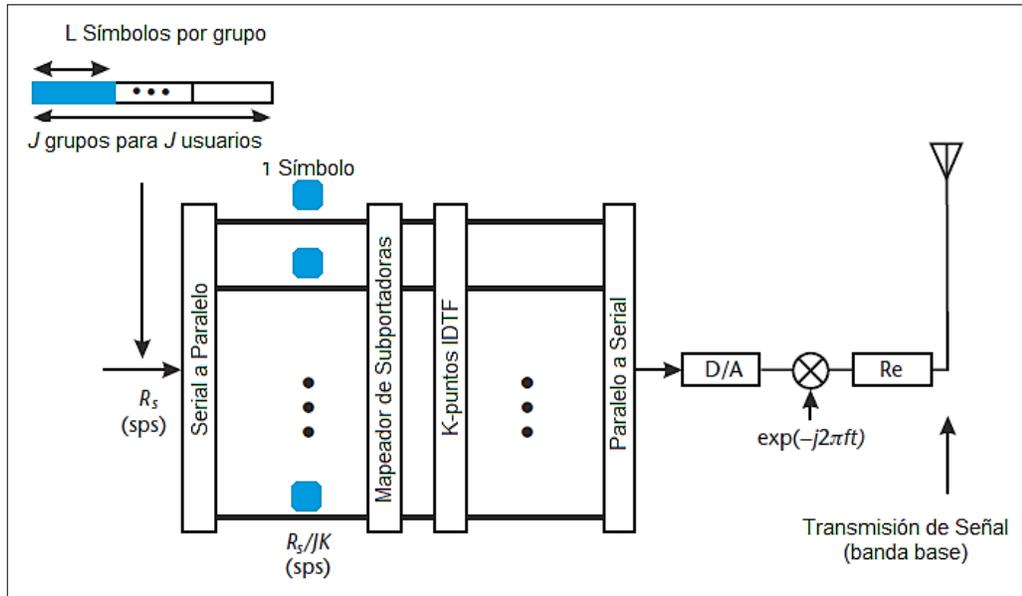
HPAV emplea OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) como técnica de multiplexación de la información sobre el canal PLC. Opera en el rango de 1.8MHz a 28MHz, y divide el espectro en 1055 subportadoras, de las cuales solo 917 están activas para el sistema americano, empleando modulación adaptativa para cada subportadora, dependiendo de las condiciones del canal.

### 1.6.2 Orthogonal Frequency-Division Multiple Access (OFDMA)

OFDM es considerado un sistema eficiente y bastante flexible para trabajar en un medio hostil como lo es la red eléctrica, debido a que permite que los equipos se adapten dinámicamente a las condiciones del medio. Sin embargo, al existir un dominio de colisión común, el rendimiento de la red disminuye considerablemente a medida que aumenta el número de nodos que conforman la red PLC, debido a que únicamente uno de los nodos puede transmitir a la vez [8]. En vista de lo anterior, en el presente proyecto, se propone hacer uso de OFDMA como estrategia para mejorar el rendimiento de una red PLC, al permitir que múltiples nodos puedan transmitir simultáneamente. OFDMA, es conocida como la versión multiusuario de OFDM, en donde múltiples usuarios pueden compartir el espectro de un canal mediante la distribución de recursos tanto en frecuencia como en tiempo, con el fin de optimizar el rendimiento de la red, garantizando así diferentes niveles de QoS [7].

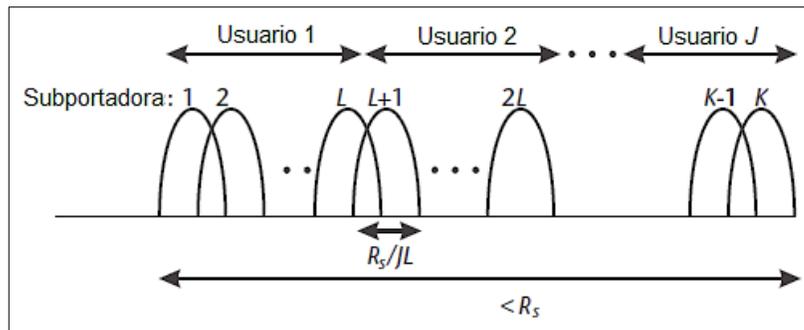
En la Figura 5 se presenta el esquema de un transmisor OFDMA con  $J$  usuarios se forman  $J$  grupos y a cada grupo se le asignan  $L$  símbolos OFDM, lo cual genera una tasa de entrada de  $R_s$  símbolos por segundo y  $K$  subportadoras (917 para el caso de HomePlug AV). La tasa de baja velocidad de símbolos entre subportadoras es de  $\frac{R_s}{K*J}$ , donde  $K = J * L$ . En la Figura 6 se presenta el diagrama correspondiente a la señal de salida OFDMA en Banda Base.

Figura 5. Transmisor OFDMA



Fuente: Autor

Figura 6. Señal OFDMA transmitida en Banda Base



Fuente: Autor

Entre las principales ventajas de OFDMA se pueden mencionar:

- Es efectiva para combatir el ISI (Inter-Symbol Interference) y el desvanecimiento multipath.
- Permite ajustar técnicas de modulación y codificación por subportadora.
- Tiene ecualización simple.
- Baja complejidad en la modulación, la cual puede ser implementada usando IDFT (*inverse discrete Fourier transform*)/DFT (*discrete Fourier transform*) y más eficientemente usando IFFT/FFT.
- Presenta una mejor eficiencia espectral que OFDM.
- Puede adoptar beneficios de diversidad de frecuencia a través de subportadoras distribuidas.

- Puede tomar ventaja de la diversidad multiusuario a través de subportadoras contiguas.

### 1.6.3 Desventajas de OFDM y OFDMA

Existen dos aspectos importantes que se deben tomar en cuenta a la hora de implementar sistemas basados en transmisión OFDM y OFDMA los cuales pueden llegar afectar su rendimiento. Estos elementos son:

- Interferencia entre bloques (*IBI / Interblock Interference*)
- Interferencia entre portadoras (*ICI / Intercarrier Interference*)

Entre las desventajas de la implementación práctica tanto de OFDM como OFDMA, se encuentran: la sensibilidad a errores de sincronismo en frecuencia y el alto consumo de potencia en la amplificación. El error de sincronismo en frecuencia destruye la ortogonalidad entre las subportadoras, lo cual disminuye notablemente el desempeño del sistema. Para ello, es necesario estimar y compensar los errores de sincronismo, operaciones que requieren una elevada carga computacional. No obstante, en [43] y [44] se proponen algunos esquemas de compensación de errores de sincronismo, soportados en el uso de algoritmos y estimadores de frecuencia con filtrado *notch*, los cuales permiten reducir notoriamente la complejidad del sistema y sin degradar considerablemente el desempeño. En vista de lo anterior, en la presente Tesis el uso de OFDMA no se considerará un problema como técnica de multiplexación dentro de la propuesta de optimización de una red HAN y su viabilidad de implementación en sistemas embebidos de bajo costo.

### 1.6.4 Modulación Multiportadora

La idea básica de una modulación multiportadora es dividir un canal en varios subcanales a los cuales la literatura les denomina “subportadoras”, de forma que el total del flujo de bits a transmitir es distribuido entre cada una de las subportadoras [44]. Gracias a la ortogonalidad existente entre las subportadoras, el canal puede ser visto como múltiples subcanales paralelos de banda angosta. De acuerdo con la Ley de Shannon, la capacidad de un canal bajo condiciones de ruido se puede calcular a través de (1.11): [45]

$$C = B \sum_{i=1}^N \log_2[1 + SNR_i] = B \sum_{i=1}^N \log_2 \left[ 1 + \frac{P_i |H_i|^2}{N_i} \right] \quad (1.11)$$

donde,

$C$ : Capacidad del canal en bps  
 $B$ : Ancho de banda del canal [Hz]  
 $SNR_i$  = Relación señal a ruido para la subportadora  $i$ .  
 $N_i$ : Potencia del ruido asociado a la subportadora  $i$   
 $H_i$ : Respuesta del canal para la subportadora  $i$ .  
 $P_i$ : Potencia de la señal para la subportadora  $i$ .

La expresión (1.11) obedece a la capacidad de un canal en donde la transmisión en cada una de las subportadoras está libre de errores. Tomando como base lo anterior, es necesario incluir en la expresión un término conocido como SNR-gap ( $\Gamma$ ), el cual representa las pérdidas en términos de SNR que experimenta el receptor, lo cual afecta el número de bits por símbolo que pueden ser transmitidos ( $b_i$ ) sobre la subportadora  $i$ , acorde con un esquema de codificación y modulación específico. El número de bits por símbolo para la subportadora  $i$  puede ser calculado mediante el uso de (1.12):

$$b_i = \log_2 \left[ 1 + \frac{SNR_i}{\Gamma_i} \right] \quad (1.12)$$

### 1.6.5 Asignación de Bits por Subportadora (Bit –loading)

El proceso de *Bit-loading*, desde el punto de vista teórico, se puede analizar de dos formas: La primera se denomina *Bit-loading* de tasa adaptativa o “*Rate Adaptive*” cuyo objetivo es maximizar la tasa total de bit  $\Lambda = \sum_{i=1}^N b_i$ , manteniendo constante la potencia transmitida, lo cual conduce a resolver el siguiente sistema:

$$\text{máx } \Lambda = \sum_{i=1}^N b_i = \sum_{i=1}^N \log_2 \left[ 1 + \frac{SNR_i}{\Gamma_i} \right] \quad (1.13)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^N P_i = P_{max} \quad (1.14)$$

$$P_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, N$$

Donde  $b_i$  corresponde al número de bits por símbolo que pueden ser transmitidos en la subportadora  $i$ .

El segundo método se denomina “*Margine Adaptive*”, y consiste en minimizar la potencia transmitida manteniendo la tasa de bits constante.

Aunque existen diversos algoritmos que se han diseñado para abordar el tema de *bit-loading*, la gran mayoría requiere de una alta complejidad computacional, lo cual no

favorece los procesos de optimización requeridos. Entre los principales algoritmos se pueden mencionar:

- (Akujuobi, CM & Shen, J. 2006) [46],
- (Yu y Cioffi, 2001) [47],
- (Hughes-Hartogs, 1987-1989) [48],
- (Sonalker y Shively, 1998) [49],
- (Chow y Cioffi, 1995) [50],
- (Tu & Ciofi, 1990) [51],
- (Leke y Cioffi, 1997) [52],
- (Campello, 1999) [53].

Para el caso particular de HPAV, se hará uso de “*Rate Adaptive*”, debido a que esta tecnología mantiene una potencia de transmisión constante. La expresión para calcular la capacidad del canal o *bit-rate* ( $BW_T$ ) en un canal PLC, está dada por (1.15):

$$BW_T = \frac{1}{T_s} \sum_{k=1}^{N_{sp}} \log_2 \left[ 1 + \frac{SNR_i}{\Gamma} \right] [bps] \quad (1.15)$$

donde,

$N_{sp}$ : Número de subportadoras (917 para HPAV)

$T_s$ : Tiempo de un símbolo OFDM. ( $T_s = 40,96\mu s$  para HPAV) [8].

$SNR_i$ : Relación Señal a Ruido presente en la subportadora  $i$

$\Gamma$ : Se conoce como SNR gap, el cual representa la pérdida en SNR en la que se incurre por el hecho de utilizar un esquema de codificación discreto específico. En [54] se sugiere que el valor de  $\Gamma$  puede ser calculado para efectos prácticos mediante la expresión (1.16):

$$\Gamma = -\frac{1}{1,6} \ln \left[ \frac{BER_{obj}}{0,2} \right] \quad (1.16)$$

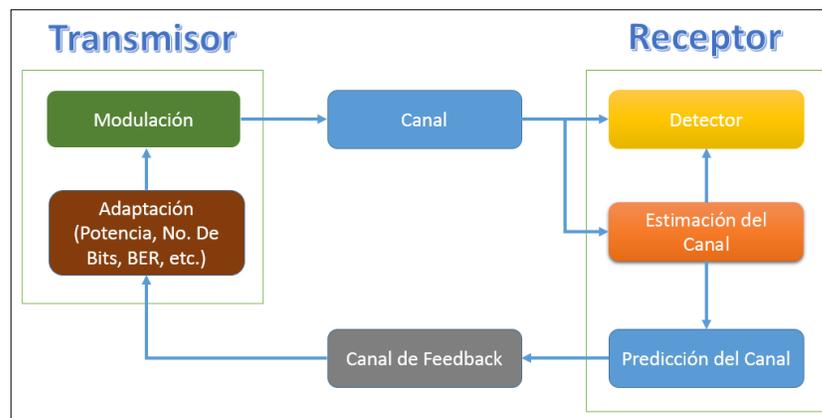
Donde el  $BER_{obj}$ , corresponde al BER objetivo que se desea sostener. En procesos de simulación de canales PLC el valor de BER sugerido es  $10^{-6}$ . En [55] se indica que la manera más sencilla de realizar el proceso de modulación adaptativa es el considerar un solo parámetro, ya sea en función de la respuesta del canal  $H(f)$  en términos de la  $SNR$  o mediante la variación de la potencia de la señal  $P$ , con el fin de garantizar una tasa de error de bit  $BER$  objetivo.

## 1.7 MODELO ADOPTADO PARA LA ESTIMACIÓN DEL CANAL PLC

La eficiencia de una red bajo el uso de tecnología PLC depende de las características del canal. Un canal puede ser representado por un sistema que establece una relación entrada-salida, el cual permite estimar su comportamiento acorde con las condiciones físicas de los elementos que se encuentran conectados y representar las perturbaciones que se pueden llegar a obtener de forma estadística.

La interferencia es un aspecto crítico en las redes PLC, debido a su comportamiento dinámico durante el transcurso del día, producto de la cantidad y tipo de dispositivos eléctricos que son conectados y desconectados, los cuales modifican permanentemente la topología y las condiciones físicas y eléctricas de la red [56][57]. Este hecho provoca que un enlace entre dos estaciones podría no presentar las mismas características eléctricas en ambos sentidos [58][59]. En vista de lo anterior, bajo el estándar HPAV cada transmisor debe elaborar un mapa de tonos (*Tone Maps*) por receptor con el fin establecer los procesos de modulación y codificación adecuados por subportadora que deberá utilizar durante el proceso de transmisión acorde con las condiciones del enlace. En la Figura 7 se presenta el esquema general para estimación de un canal bajo modulación adaptativa [8].

Figura 7. Esquema general para estimación de un canal bajo modulación adaptativa



Fuente: Autor

La metodología utilizada por HPAV para evaluar las condiciones del canal PLC es la siguiente:

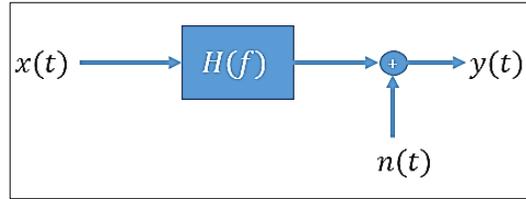
- El proceso de adaptación de canal inicia cuando el transmisor envía Unidades de datos de protocolo ( PPDU / *PLCP Protocol Data Unit*) al receptor solicitando el estado del canal.
- El receptor realiza el proceso de estimación del canal mediante el uso de *Tone Maps*. El resultado de este proceso debe ser lo más cercano posible a las condiciones presentes en el canal. En esta etapa el receptor procesa las PPDU para estimar las propiedades del

canal, como la relación señal a ruido de cada portadora, características de ruido, y el retardo de canal de propagación.

- El receptor analiza las condiciones del canal y selecciona los métodos de modulación adecuados en forma de un mapa de tonos, el cual se envía al transmisor junto con un índice de mapa de tonos para identificar de forma única el mapa de tono de otros que pueden ser utilizados en el mismo enlace.
- El mapa de tonos contiene la información sobre la constelación asignada a cada portadora, la tasa de código seleccionado para el Turbo Código Convolutivo, y la longitud de intervalo de guarda.
- Es importante considerar que si el tiempo de procesamiento que tarda el transmisor en procesar la información recibida, relacionada con la estimación del canal y el tiempo de transmisión de esta información, desde el receptor es elevado, el resultado será una modulación adaptativa errada acorde a las condiciones presentes en el canal a la hora de su implementación. Ante esta situación, es posible que el sistema incluya un bloque en el cual se registren valores presentes y pasados sobre los cuales se puede estimar de una manera más acertada la técnica de modulación óptima, en respuesta a las condiciones dinámicas del canal de transmisión [60]. Es necesario destacar que un canal PLC presenta un comportamiento cicloestacionario, lo cual favorece el uso de la modulación adaptativa e incluso su estimación en tiempo futuro, aspecto que no ocurre en comunicaciones móviles.
- El transmisor aplicará el mapa de tonos adecuado durante el proceso de transmisión. Cuando el transmisor desea establecer un proceso de comunicación, le indica al receptor a través del *frame* de control el mapa de tonos índice que será utilizado para el proceso de decodificación.
- Todos los *frames* de control utilizan modulación por ROBO (OFDM Robusto), la cual utiliza como esquema de modulación QPSK para todas las subportadoras y para la transmisión de información puede hacer uso de los siguientes esquemas de modulación: BPSK, QPSK, 8 QAM, 16 QAM, 64 QAM, 256 QAM y 1024 QAM.

Ante la necesidad de conocer las condiciones del canal PLC para una adecuada asignación de recursos por cada nodo durante un proceso de transmisión, es de vital importancia establecer un modelo que permita estimar la capacidad total del canal, bajo diversas condiciones y en un contexto residencial. En vista de lo anterior, se adoptó el modelo lineal e invariante en el tiempo (LTI / *Linear Time-Invariant*), propuesto por la Universidad de Málaga (España), el cual actualmente es considerado en Europa como uno de los modelos más aceptados por la comunidad científica [34]. El modelo de canal puede ser representado mediante un sistema LTI y un ruido estacionario de tipo aditivo, como se presenta en la Figura 8.

Figura 8. Representación de un sistema LTI para un canal PLC



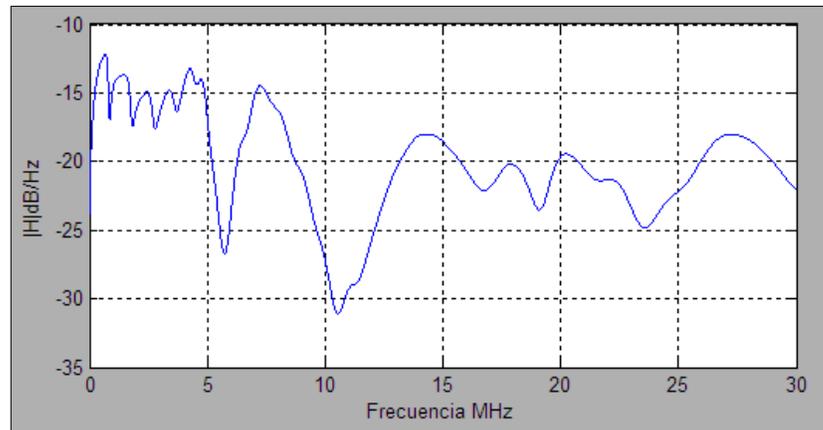
Fuente: Autor

Donde  $h(t)$  corresponde a la respuesta al impulso, la cual puede ser calculada mediante la transformada inversa de Fourier de la respuesta en frecuencia estimada del canal  $H(f)$  y  $y(t)$  es la salida del sistema, dada por:

$$y(t) = \int_0^{\infty} h(\tau)x(t - \tau)d\tau \quad (1.17)$$

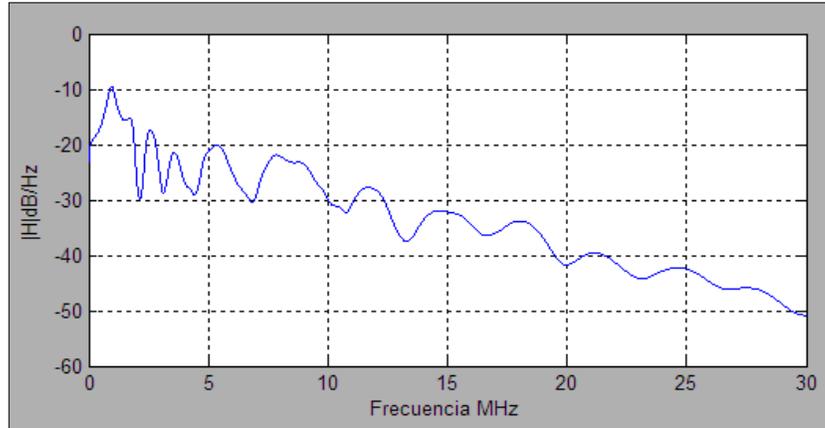
Para efectos incorporar el modelo LTI en las campañas de simulación, se utilizó la herramienta denominada “Generador de Canal PLC (GC\_PLC)”, escrita en MATLAB y desarrollada por el PhD Francisco Javier Cañete, perteneciente al Grupo PLC, adscrito a la Universidad de Málaga. GC\_PLC, permite estimar el comportamiento de un canal PLC, acorde con los parámetros asociados a la topología de una red, en un ambiente residencial típico. Adicionalmente, la herramienta realiza un proceso de evaluación del canal por debajo de la banda de los 30MHz, considerando el hecho de que los adaptadores de red PLC bajo el estándar HPAV operan en esta banda de frecuencia. En [61] se presenta toda la información para el uso de la herramienta GC\_PLC.

Figura 9. Respuesta de un canal PLC en excelentes condiciones



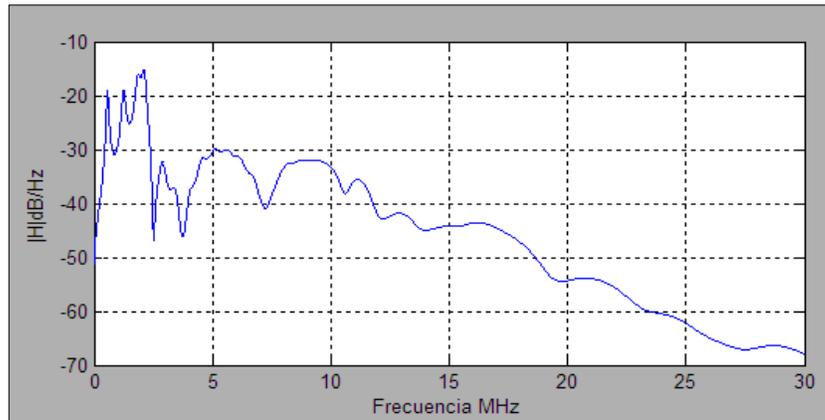
Fuente: tomadas de la figura 3 de [61]

Figura 10. Respuesta de un canal PLC en condiciones típicas



Fuente: tomadas de la figura 3 de [61]

Figura 11. Respuesta de canal PLC en condiciones deficientes



Fuente: tomadas de la figura 3 de [61]

En las Figuras 9, 10 y 11 se presenta la magnitud correspondiente a la respuesta de canal PLC ( $|H|$ ) en unidades de  $dB/Hz$  generadas mediante la herramienta (GC\_PLC), para tres condiciones de canal posibles: excelente, típica y deficiente, las cuales al hacer uso de las expresiones 1.15 y 1.16, se obtuvo como resultado una capacidad total del canal PLC de 159.72, 120.65 y 83.58 Mbps respectivamente. Es importante mencionar que estos valores serán considerados para realizar diversos análisis en capítulos posteriores.

Se desea resaltar que el GC\_PLC puede ser considerado como una excelente herramienta, la cual permite fomentar el desarrollo de nuevos proyectos de investigación, relacionados con el uso de la tecnología PLC, teniendo en cuenta que una de las mayores limitaciones para este tipo de estudios, obedece al desconocimiento de una herramienta y un modelo para simular un canal PLC.

## **1.8 TRANSMISIÓN DE INFORMACION SOBRE PLC**

Los procesos relacionados con la transmisión de información relacionados con la prestación de servicios de voz, datos y video se vuelven cada día un tema de mayor investigación e interés en el contexto de PLC, debido a que éstas requieren contar con adecuados niveles de QoS, a fin de satisfacer las necesidades pese a que las condiciones existentes en la red no sean las mas favorables [16]. Aunque se han realizado algunos estudios relacionados con el tema [62][63], en donde los alcances de las investigaciones son muy generales, centrándose más en evidenciar que la tecnología PLC es capaz de prestar un servicio en particular que en buscar alternativas que permitan mejorar los procesos para la prestación de servicios en un escenario multiusuario-multiclase. En vista de lo anterior, es importante establecer mecanismos que permitan caracterizar las diferentes clases de tráfico, con el fin utilizarlas en la representación de escenarios multiusuario-multiclase al interior de una red HAN, a fin de identificar las necesidades de cada nodo y clase de servicio, para su posterior análisis y asignación de recursos mediante el uso de técnicas soportadas en la teoría de juegos cooperativos.

### **1.8.1 Caracterización de las clases tráfico que serán utilizadas sobre PLC**

Un modelo de tráfico corresponde a un modelo matemático que describe la demanda que los usuarios de una red de comunicaciones imponen sobre los recursos de la red. Debido al comportamiento impredecible de cada una de las secuencias de tráfico que se pueden generar, estas se modelan como procesos estocásticos, y los modelos generados deben representar las principales características estadísticas del tráfico en cuanto a su impacto en el desempeño de la red [64].

Las distribuciones de Poisson y Binomial han sido empleadas tradicionalmente en modelos de tráfico para redes de comunicaciones, en donde se asume que los nodos transmiten bajo tasas de transmisión estables. En [65] se menciona que estos modelos pueden ser inadecuados debido a que en algunos casos el tráfico puede presentar un comportamiento en forma de ráfaga, es decir, que durante un periodo de tiempo se pueden presentar altas tasas de transmisión de paquetes y en otro periodo de tiempo bajas tasas de transmisión. Al tráfico que describe este tipo de comportamiento se le denomina “tráfico autosimilar”.

Los modelos de tráfico autosimilar se reportaron por primera vez en 1994 en el trabajo realizado por Leland, Taggu, Willinger y Wilson [66], en donde se establecieron las bases para el estudio de este fenómeno el cual se ha evidenciado en diversos contextos de redes modernas soportadas en IP [67].

En vista de lo anterior y considerando que para esta tesis se desea modelar una red HAN, la cual puede presentar diversos tipos de servicio, es necesario caracterizar las fuentes de tráfico lo más cercano a la realidad y para ello se han establecido los siguientes aspectos:

- $\lambda_{min}$ : Tasa mínima de llegada de datos
- $\lambda_a$ : Tasa promedio de llegada de datos
- $\sigma$ : Tasa máxima de datos generada por la fuente
- Uso de la distribución de Pareto, la cual es considerada como el tipo de distribución que mejor se ajusta al tráfico autosimilar [68].

La PDF para una distribución de Pareto esta dada por:

$$f(x) = \frac{ba^b}{x^{b+1}} \quad (1.18)$$

Donde  $a$  es el parámetro de posición con  $a < x < \infty$ ,  $b$  el parámetro de forma con  $b > 0$

La función de probabilidad está dada por:

$$p(X > x) = \left[\frac{a}{x}\right]^b \quad (1.19)$$

Las expresiones que permiten calcular los valores promedio, varianza, posición y forma para  $x$  son:

$$\lambda_a = \frac{ba}{b-1} \text{ (Media)} \quad (1.20)$$

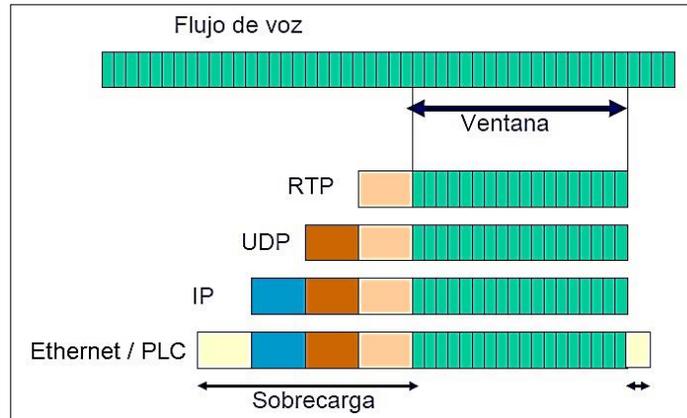
$$\sigma^2 = \frac{ba^2}{(b-1)^2(b-2)} \text{ (Varianza)} \quad (1.21)$$

## 1.8.2 Caracterización del tráfico para servicios de Voz sobre IP

La voz humana (analógica), para ser transmitida eficientemente en redes de datos, necesita una transformación a formato digital, mediante un proceso reconocido como digitalización de voz y el cual es realizado por un dispositivo denominado CoDec (Codificador / Decodificador). Entre los códec más utilizados para la transmisión de Voz sobre IP se encuentran G711 [70], G723 [71] y G729 [72].

**1.8.2.1 Ancho de banda para voz sobre IP.** Teniendo en cuenta que para el transporte de información de voz sobre redes, es necesario ensamblar paquetes, el ancho de banda requerido dependerá de la sobrecarga que generen estos paquetes. Para el envío de voz sobre redes LAN sobre PLC se utiliza el protocolo RTP (*Real-Time Transport Protocol* / Protocolo de transporte en tiempo-real). Éste protocolo a su vez se encapsula sobre el protocolo de transporte UDP (*User Datagram Protocol* / Protocolo de Datagrama de usuario), el que a su vez se encapsula sobre el protocolo de Internet (IP) y viaja sobre la red PLC (ver Figura 12).

Figura 12. Transporte de Voz en redes PLC

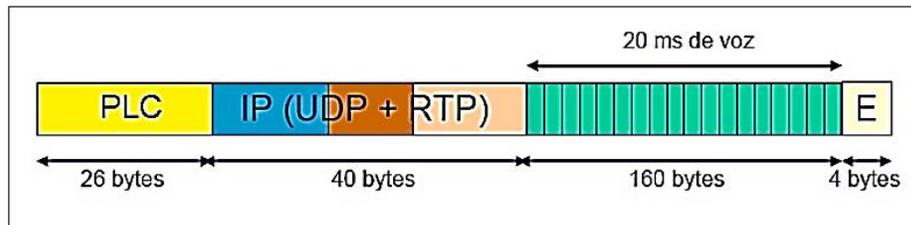


Fuente: Autor

La suma de los diferentes protocolos utilizados hace que el ancho de banda requerido para el tráfico de voz sobre PLC sea mayor que el ancho de banda del audio original. A continuación se presenta un ejemplo para el códec G.711.

Para una ventana de 20ms y codificación de audio G.711, se obtienen 160 bytes de voz por frame (ver Figura 13).

Figura 13. Frame para codec G.711



Fuente: Autor

El número de Bytes de voz/frame puede ser calculado de la siguiente forma:

$$\text{Bytes de voz/frame} = 64 \text{ kbps} * 20 \text{ ms} / 8 = 160 \text{ bytes}$$

El encapsulamiento IP (incluyendo los protocolos RTP y UDP) agrega 40 bytes adicionales.

$$\text{Bytes de paquete IP} = 160 + 40 = 200 \text{ bytes}$$

La frame PLC adiciona otros 26 bytes:

$$\text{Bytes de frame PLC} = 200 + 26 = 226 \text{ bytes}$$

Para el ejemplo presentado se observa que por cada 20 ms se generan 226 bytes que se deben transportar por la red LAN PLC. Ello corresponde a un ancho de banda de 90,4 Kbps, el cuál es bastante mayor que el flujo de audio (64 kbps).

$$\text{Ancho de banda requerido} = 226 * 8 / 20 \text{ ms} = 90.4 \text{ kbps}$$

Es necesario destacar que los cálculos fueron realizados para el envío de audio en una sola dirección. Pueden emplearse técnicas de supresión del silencio, en las que no se envían paquetes cuando no hay audio presente. En estos casos, el ancho de banda en cada dirección puede ser un poco más de la mitad del cálculo anterior.

Tabla 2. Ancho de Banda asociado a los codecs para VoIP sobre PLC

| Tipo de Codec             | Tamaño de Ventana (ms) | Bytes de Voz/Frame | Bytes de paquete IP | Bytes de frame PLC | BW requerido PLC (kbps) |
|---------------------------|------------------------|--------------------|---------------------|--------------------|-------------------------|
| <b>G.711 (64 kbps)</b>    | 10                     | 80                 | 120                 | 146                | 116.8                   |
|                           | 20                     | 160                | 200                 | 226                | 90.4                    |
|                           | 30                     | 240                | 280                 | 306                | 81.6                    |
| <b>G.723.1 (6.3 kbps)</b> | 30                     | 24                 | 64                  | 90                 | 23.9                    |
| <b>G.723.1 (5.3 kbps)</b> | 30                     | 20                 | 60                  | 86                 | 22.9                    |
| <b>G.729 (8 kbps)</b>     | 10                     | 10                 | 50                  | 76                 | 60.8                    |
|                           | 20                     | 20                 | 60                  | 86                 | 30.4                    |
|                           | 30                     | 30                 | 70                  | 96                 | 25.6                    |

Fuente: Autor

En la Tabla 2 se presenta el valor del BW requerido por cada uno de los códec más representativos en el manejo de VoIP sobre PLC (G.711, G.723 y G.729). Allí se puede apreciar que el valor de BW puede variar considerablemente dependiendo de tipo de códec y del tamaño de la ventana seleccionada.

### 1.8.3 Caracterización del tráfico para servicios de Video sobre IP

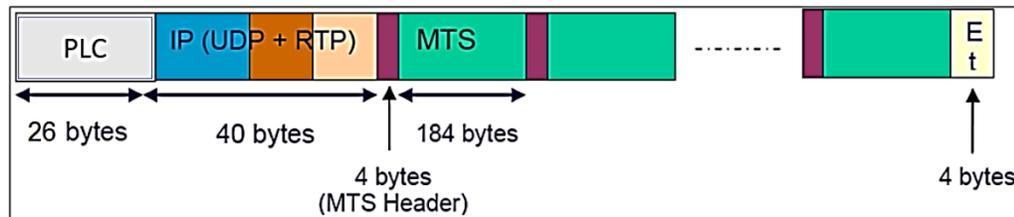
Al igual que la voz, el video es otro de los servicios que actualmente ha tomado gran importancia en el desarrollo de soluciones soportadas en el protocolo IP. Sin embargo, el video requiere de mayores recursos tanto en capacidad del canal como en diversas medidas de retardo, para ser transmitido en una red de datos, debido al gran volumen de información y al grado de sensibilidad en tiempo que este servicio requiere.

Las secuencias de video (*Elementary Streams*), son paquetizadas en unidades denominadas PES (*Packetized Elementary Streams*), consistentes en un encabezado y datos de secuencia. Para el caso del formato MPEG, estos PES a su vez son fragmentados en pequeños paquetes de 184 bytes, los cuales junto con un encabezado de 4 bytes (188 bytes en total) conforman el MTS (*MPEG Transport Stream*) y pueden ser transmitidos por diversos medios incluyendo PLC.

En redes IP, el transporte de video se realiza mediante los protocolos RTP (*Real-time Transport Protocol*) y RTCP (*RTP Control Protocol*). La norma RFC 2250 establece los procedimientos para transporte de video MPEG-1 y MPEG-2 sobre RTP. Varios paquetes MTS de 188 bytes pueden ser transmitidos en un único paquete RTP con el fin de mejorar la eficiencia del servicio [73]. Los RFC 3016 [74] y RFC 3640 [75] establecen los procedimientos para transportar flujos de audio y video MPEG-4. El RFC 3984 [76] establece los procedimientos para transportar flujos de video codificados en H.264.

**1.8.3.1 Ancho de banda del Video para IP.** La codificación digital del video utiliza algoritmos de compresión, los cuales generan longitudes de frame y ancho de banda variables. El ancho de banda dependerá del tipo de codificación (MPEG-1, 2, 4, H264, etc), la resolución de la imagen (SD, CIF, QCIF, etc), del tipo de cuantificación y del movimiento y textura de la imagen. A esto se le debe agregar la sobrecarga de los encabezados IP, UDP y RTP. La codificación del video es estadística y depende de la imagen transmitida, por lo que los cálculos son aproximados. Normalmente el video permite establecer la tasa de bits o ancho de banda deseado y el códec varía dinámicamente sus parámetros de codificación para alcanzar el ancho de banda establecido a expensas de modificar la calidad de la misma. En la Figura 14 se presenta la estructura de un frame para video bajo MPEG-2:

Figura 14. Estructura de un frame para video bajo MPEG-2



Fuente: [http://www.efort.com/media\\_pdf/RTP\\_ES\\_EFORT.pdf](http://www.efort.com/media_pdf/RTP_ES_EFORT.pdf)

Para calcular el BW requerido para la transmisión de video sobre PLC se consideró una velocidad de barrido vertical para el sistema NTSC ( $F_v = 60Hz$ ), el tiempo mínimo para cambios entre imágenes ( $t_v = \frac{1}{F_v} = 16.66ms$ ) y un formato 4:2:0. En la Tabla 3 se presentan los valores estimados de BW requerido para la transmisión de video sobre PLC, para diferentes formatos de compresión, los cuales han sido calculados bajo el mismo procedimiento utilizado para la codificación de la voz, bajo un tamaño de ventana igual a  $t_v$ .

Tabla 3. Ancho de banda para diversos formatos de compresión de video

| Formato de compresión | Stream de Video   | BW [Mbps] |       | Bytes de Video/frame | Bytes de paquete IP | Bytes de frame PLC | BW Requerido PLC [Mbps] |
|-----------------------|-------------------|-----------|-------|----------------------|---------------------|--------------------|-------------------------|
| H.263                 | Video Conferencia | Promedio  | 0,064 | 133                  | 173                 | 199                | 0,096                   |
|                       |                   | Máximo    | 0,384 | 800                  | 840                 | 866                | 0,416                   |
| 3GP                   | Video Phone       | Promedio  | 0,016 | 33                   | 73                  | 99                 | 0,048                   |
|                       |                   | Máximo    | 0,128 | 266                  | 306                 | 332                | 0,160                   |
| MPEG-1                | Video Estándar    | Promedio  | 1,5   | 3125                 | 3165                | 3191               | 1,532                   |
|                       |                   | Máximo    | 3     | 6250                 | 6290                | 6316               | 3,032                   |
| MPEG-2                | TV Estándar       | Promedio  | 3,5   | 7291                 | 7331                | 7357               | 3,532                   |
|                       |                   | Máximo    | 5,25  | 10937                | 10977               | 11003              | 5,282                   |
|                       | DVD               | Promedio  | 3     | 6250                 | 6290                | 6316               | 3,032                   |
|                       |                   | Máximo    | 9,8   | 20416                | 20456               | 20482              | 9,832                   |
|                       | HDV               | Promedio  | 19    | 39583                | 39623               | 39649              | 19,032                  |
|                       |                   | Máximo    | 25    | 52083                | 52123               | 52149              | 25,032                  |
| MEPG-4                | HDTV              | Promedio  | 8     | 16666                | 16706               | 16732              | 8,032                   |
|                       |                   | Máximo    | 15    | 31250                | 31290               | 31316              | 15,032                  |
|                       | AVCHD             | Promedio  | 24    | 50000                | 50040               | 50066              | 24,032                  |
|                       |                   | Máximo    | 30    | 62500                | 62540               | 62566              | 30,032                  |

Fuente: Autor

Tabla 4. Parámetros de Pareto para servicios de Voz sobre IP

| Código         | $\lambda_a$ [kbps] | $\sigma$ [kbps] | Parámetros de Pareto para $f_\lambda(\lambda) = \frac{ba^b}{\lambda^{b+1}} \quad a \leq \lambda < \infty$ |      |
|----------------|--------------------|-----------------|---|------|
|                |                    |                 | a [kbps]  | b    |
| <b>G.711</b>   | 81,6               | 116,8           | 44.84   | 2.21 |
| <b>G.723.1</b> | 22,7               | 23,7            | 13.29   | 2.38 |
| <b>G.729</b>   | 25,6               | 60,8            | 13.32   | 2.08 |

Fuente: Autor

Tabla 5. Parámetros de Pareto para servicios de Video sobre IP

| Código        | $\lambda_a$ [Mbps] | $\sigma$ [Mbps] | Parámetros de Pareto para $f_\lambda(\lambda) = \frac{ba^b}{\lambda^{b+1}} \quad a \leq \lambda < \infty$ |       |
|---------------|--------------------|-----------------|---|-------|
|               |                    |                 | a [Mbps]  | b     |
| <b>H.263</b>  | 0.096              | 0.416           | 0.0485  | 2.02  |
| <b>3GP</b>    | 0.048              | 0.16            | 0.0245  | 2.044 |
| <b>MPEG-1</b> | 1.532              | 3.032           | 0.809   | 2.12  |
| <b>MPEG-2</b> | 3.53               | 25.032          | 1.77  | 2.01  |
| <b>MPEG-4</b> | 8.032              | 30.032          | 4.09  | 2.03  |

Fuente: Autor

Con base en las expresiones (1.20) y (1.21), y los datos registrados en las Tablas 2 y 3, se han calculado los parámetros que describen las tasas de llegada bajo una distribución de Pareto, para servicios de voz y video en una red PLC, los cuales se encuentran en las Tablas 4 y 5. Estos valores serán la base para establecer el BW requerido por cada nodo y clase de servicio en los escenarios propuestos en capítulos posteriores.

#### 1.8.4 Caracterización del tráfico para servicios de control y telemetría sobre IP

Actualmente existen diversas tecnologías orientadas a la prestación de servicios de control y telemetría sobre IP como: X10, A10, Zigbee, Lonworks, HomePlug GP, las cuales en la mayoría de los casos no requieren de altas tasas de transmisión para su óptimo funcionamiento. Cada dispositivo de control puede generar tasas de transmisión que oscilan desde los 60bps (X10) hasta el orden de los 200Kbps (Zigbee) [77].

Con el fin de poder caracterizar el tráfico para la prestación de servicios de control sobre IP bajo el uso de la tecnología PLC y teniendo en cuenta que en el mercado no es posible adquirir fácilmente equipos que cumplan con estas condiciones, debido a que estos se encuentran restringidos para grandes empresas, bajo demandas de soluciones corporativas y a elevados costos, se optó por desarrollar un prototipo de control (*Smart Meter*), soportado en tecnología PLC; el cual permite realizar diversas funciones como: On/Off, Dimmer y medición del consumo de potencia. El *Smart Meter* está conformado por tres áreas: Comunicaciones, Administración y Control.

Tabla 6. Equipo TP-LINK TL-PA211 AV200 – Especificaciones técnicas

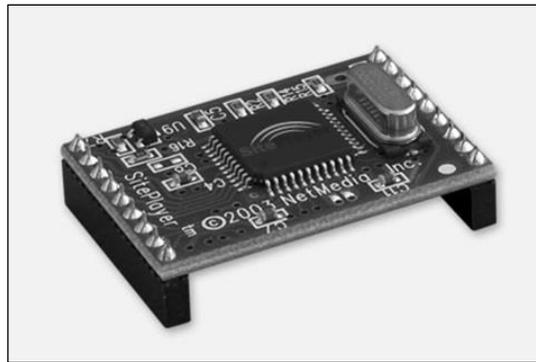
| Característica                     | Valor   |
|------------------------------------|---|
| Estándares y protocolos soportados | HomePlug AV, IEEE802.3, IEEE802.3u                        |
| Interface                          | EU, US, UK, AU  |
| Indicadores LED                    | PWR, PLC, ETH   |
| Consumo de potencia                | < 3 W   |
| Modulación                         | OFDM  |
| Funciones avanzadas                | Adaptación inteligente al canal, QoS Integrada de fábrica |
| Encriptación                       | 128-bit AED   |
| Dimensiones ( W x D x H)           | 93 mm × 56 mm × 30 mm                                     |
| Peso                               | 103 gramos  |

Fuente: Autor

**Area de Comunicaciones:** Está constituida por un adaptador PLC modelo TP-LINK TL-PA211 AV200 [78]. En la Tabla 6 se detalla cada una de las especificaciones técnicas del adaptador PLC utilizado.

**Area de Administración:** Ésta conformada por un Servidor Web embebido referencia SP1 - *SitePlayer* HTTP Web Server OEM [79], el cual puede ser programado utilizando de forma híbrida lenguajes de programación en ensamblador, Java Script y HTML. Cuenta con 48 KB de espacio en memoria *flash* para almacenar páginas web personalizadas, posee 8 pines de entrada salida, un puerto serie y un puerto ethernet. Es compatible con protocolos ARP, ICMP, IP, UDP, TCP y DHCP. Requiere un voltaje de alimentación de 5V y consume 75 mA de corriente. En la Figura 15 se presenta el Modulo SP1 - SitePlayer HTTP Web Server OEM.

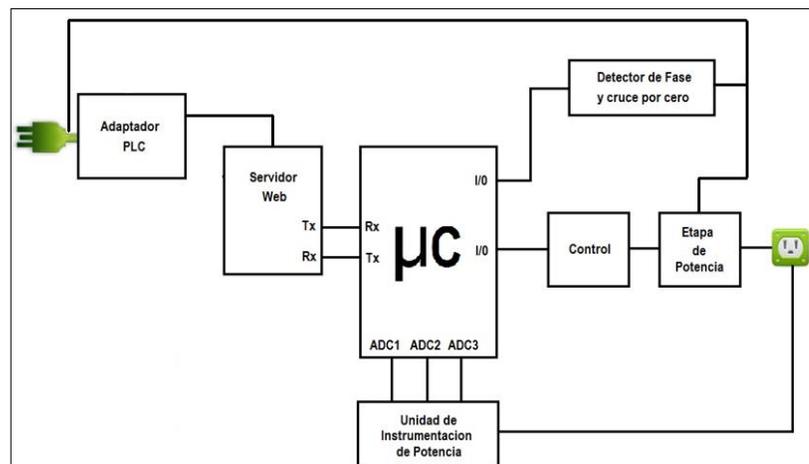
Figura 15. Módulo SP1 - SitePlayer HTTP Web Server OEM



Fuente: [http://netmedia.com/siteplayer/images/web\\_server/sp1\\_1.jpg](http://netmedia.com/siteplayer/images/web_server/sp1_1.jpg).

**Area de Control:** Está conformada por un microcontrolador, un detector de fase y cruce por cero, un sistema de instrumentación y un sistema de control de energía soportado en dispositivos de estado sólido, los cuales son administrados por el Servidor Web Embebido. En las Figura 16 y Figura 17 se presentan el esquema general del prototipo desarrollado y la GUI del Smart Meter respectivamente. La GUI fue desarrollada en JavaScript y HTML y se encuentra almacenada en el SitePlayer para la administración del Smart Meter.

Figura 16. Esquema general del prototipo Smart Meter (SM)



Fuente: Autor

Figura 17. GUI desarrollada para el prototipo Smart Meter



Fuente: Autor

Mediante el uso de la herramienta Wireshark se capturo el tráfico generado por el Smart Meter durante un tiempo de 10 minutos, arrojando como resultado una tasa promedio de 2 Kbps y una tasa máxima de transmisión de 150 Kbps. En vista de lo anterior, el tráfico generado por el *Smart Meter* para la prestación de servicios de control y telemetría, puede ser caracterizado mediante una distribución de Pareto con valores de 1 Kbps y 2 correspondientes a los parámetros  $a$  y  $b$  respectivamente.

### 1.8.5 Caracterización del tráfico para Datos

Nuevamente, mediante el uso de la herramienta Wireshark se capturó el tráfico generado por un computador durante un tiempo de 10 minutos, arrojando como resultado una tasa promedio de 2.2 Mbps y una tasa máxima de transmisión de 20.5 Mbps. En vista de lo anterior, el tráfico de datos generado por un computador, puede ser caracterizado mediante una distribución de Pareto con valores de 1.1 Mbps y 2 correspondientes a los parámetros  $a$  y  $b$  respectivamente.

#### Artículos Científicos:

Como producto del presente capítulo se elaboró un artículo científico, el cual fué enviado a revistas especializadas para su publicación.

---

Revista: ITECKNE (Universidad Santo Tomás)  
ISSN: 1692-1798 (impreso) 2339-3483 (On-line)  
Categoría: B Publindex 2015  
Volumen 13 No 1 – 2016 pg 83-95

Título: “Evaluación del rendimiento de una red LAN sobre power line communications para la transmisión de VOIP”.

## 2. USO DE LA TEORÍA DE JUEGOS COOPERATIVOS COMO ESTRATEGIA DE OPTIMIZACIÓN DE RECURSOS SOBRE PLC

Como se mencionó en el capítulo 1, HomePlug AV (HPAV) es uno de los estándares de mayor aceptación sobre la tecnología PLC, el cual utiliza CSMA/CA y TDMA como mecanismo de acceso al medio, en donde CSMA/CA está destinado para la transmisión de paquetes de datos, mientras que TDMA se utiliza para la transmisión de paquetes de voz y video, con el fin de ofrecer adecuados niveles de QoS [7]. Sin embargo, pese a que HPAV puede alcanzar altas tasas de transmisión, no cuenta con un mecanismo de asignación de recursos adecuado, lo cual afecta considerablemente el rendimiento de la red a medida que aumenta el número de usuarios, debido a que solo uno de los nodos puede transmitir a la vez [8].

Una red puede ser considerada como un escenario en el cual todos los nodos presentan la necesidad de transmitir permanentemente, generándose una disputa por acceder al medio y disponer de los recursos del canal acorde a sus necesidades, provocando situaciones de inequidad y de satisfacción particular de cada nodo. En vista de lo anterior, surge la pregunta ¿qué se debe hacer para distribuir de manera equitativa la capacidad de un canal PLC entre todos los nodos que forman parte de la red, con el fin optimizar la asignación de recursos acorde con los requerimientos establecidos por cada nodo, ofreciendo adecuados niveles de QoS y sin llegar a afectar el rendimiento de otro servicio e incluso superar la capacidad máxima permitida por el canal? Ante esta situación, se propone el uso de la teoría de juegos cooperativos como estrategia para solucionar el problema propuesto.

La teoría de juegos es un área de la matemática propuesta por John Von Neumann en 1928, la cual está orientada a evaluar las decisiones que puede tomar un individuo al interior de un contexto competitivo de ganancia o pérdida, frente a las decisiones que adopten los demás competidores. A este escenario competitivo se le denomina "Juego" y a los individuos que forman parte de este escenario se les denomina "Jugadores" [80]. El uso de la teoría de juegos establece tres formas para realizar el modelamiento de un escenario real: *extensiva*, *estratégica* y *de coalición*. Las dos primeras solo son aplicables a juegos *no cooperativos*, en donde únicamente prima el interés de cada jugador en obtener el beneficio propio, sin importar el resultado de los demás jugadores. La tercera forma (*Coalición*), es aplicable exclusivamente a juegos de tipo *cooperativo*, el cual corresponde a un juego en el cual dos o más jugadores no compiten entre sí, sino que por el contrario, trabajan de manera conjunta para conseguir el mismo objetivo y por lo tanto, ganan o pierden como un grupo, aumentando la probabilidad de obtener una ganancia superior frente a la obtenida de actuar individualmente [81]. En un juego cooperativo no es necesario analizar las estrategias de los jugadores como ocurre en los juegos no cooperativos; basta solo con conocer la utilidad que puede obtener cada coalición y el vector pagos asociado a los resultados del juego [82].

En el presente capítulo propone el uso de cuatro técnicas para la asignación equitativa de recursos: Valor de Shapley, Nucleolus, Max-min Fairness y MmQoS; los cuales forman

parte de la teoría de juegos cooperativos y considerando que una red PLC puede ser representada como un juego cooperativo de utilidad transferible.

## 2.1 JUEGOS COOPERATIVOS DE UTILIDAD TRANSFERIBLE (TU)

*Definición* [82]: Un juego cooperativo TU (con utilidad transferible) es un par  $(N, v)$  donde  $N = \{1, 2, 3 \dots n\}$  es el conjunto de jugadores y  $v: 2^N \rightarrow \mathbb{R}$  se denomina “función característica” del juego, con  $v(\emptyset) = 0$ . Se denomina “Coalición” a cualquier subconjunto no vacío de  $N$ . Para cada coalición  $S \subset N$  está asociado un número  $v(S)$  el cual representa el pago que se puede asegurar a los jugadores que forman parte de  $S$ , independientemente de lo que hagan los demás jugadores. El valor de una coalición se puede considerar como la cantidad mínima que puede obtener una coalición si todos los jugadores que forman parte de ella se asocian y juegan en equipo.

Al interior de la teoría de juegos cooperativos en diversas ocasiones es necesario dividir el valor neto de un bien o un recurso entre un conjunto de jugadores de manera equitativa, teniendo en cuenta que en muchos casos la cantidad a dividir es insuficiente para satisfacer las demandas de cada jugador. En este punto es donde surge el problema conocido como “Bancarrota”.

*Definición* [83]: Un juego de bancarrota está definido como una terna  $(N, d, E)$  donde  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  es el conjunto acreedores,  $d = \{d_1, d_2, \dots, d_n\}$  con  $d_i \geq 0, \forall i \in N$  es el vector de demandas de los acreedores y  $E$  corresponde al valor neto que se debe repartir entre los elementos de  $N$ .

Para cada problema de bancarrota  $(N, d, E)$  se puede definir un juego cooperativo  $(N, v)$ . El conjunto de jugadores  $N$  será el mismo conjunto de acreedores o demandantes del problema de bancarrota. El valor de la coalición  $S$  en el juego se define como la propiedad a repartir entre los jugadores que no fue reclamada por los demandantes que no pertenecen a la coalición  $S$ . Sea  $d(S) = \sum_{i \in S} d_i$  la suma de las demandas de todos los acreedores que forman parte de la coalición  $S$  y  $d(N \setminus S) = \sum_{i \in N \setminus S} d_i$  la suma de las demandas de todos los acreedores que no forman parte de la coalición  $S$  [84].

*Definición* [82]: Un juego cooperativo  $(N, v)$  es un juego de bancarrota si existe un problema de bancarrota tales que:

$$v(S) = \max\{0, E - d(N \setminus S)\} \forall S \subset N \quad (2.1)$$

El valor de cada coalición  $v(S)$  obedece a una valoración pesimista de lo que ésta puede lograr, en donde después de realizar un proceso de repartir entre los demandantes que no están en la coalición, el saldo es asignado a la coalición  $S$ . Uno de los principales problemas que plantea la teoría de juegos cooperativos TU es cómo repartir la ganancia total  $v(N)$  entre todos los jugadores de manera equitativa y acorde con la participación individual de

cada jugador. Para dar solución al problema de optimización representado como un juego de utilidad transferible se propone el uso de cuatro técnicas: Valor de Shapley, Nucleolus, Max-min Fairness y MmQoS; en donde se realizará un análisis de tratamientos con el fin de identificar cuáles de éstas técnicas presenta un mejor desempeño tanto en optimización como en complejidad computacional, teniendo en cuenta que este proceso está proyectado para ser implementado en dispositivos embebidos de bajo costo.

## 2.2 EL VALOR DE SHAPLEY

Lloyd Shapley, analizó durante mucho tiempo los juegos cooperativos y en 1953 propuso el concepto de valor de un juego  $(N, v)$  dado para cada jugador  $i \in N$  a través de la expresión (4.2) :

$$\varphi_i(v) = \sum_{S \subseteq N: i \in S} \frac{(s-1)!(n-s)!}{n!} [v(S) - v(S - \{i\})] \quad (2.2)$$

donde  $n = |N|$  y  $s = |S|$

Este valor es conocido como el valor de Shapley para el jugador  $i$ , el cual es determinado de forma exclusiva y a priori, por la función característica del juego. El valor de Shapley busca establecer una serie de pagos entre los jugadores de manera que se cumplan determinados criterios denominados “*axiomas*”, previamente establecidos (eficiencia, simetría, jugador pasivo y aditividad) generando como resultado una única asignación de recursos entre los jugadores [85]. El valor de Shapley, puede interpretarse como la contribución marginal esperada del jugador  $i$  o como un promedio de las contribuciones marginales  $[v(S) - v(S - \{i\})]$  de dicho jugador a todas las coaliciones no vacías  $S \in 2^N$ , considerando que la coalición del jugador sea equiprobable en tamaño ( $1 \leq s \leq n$ ) y que todas las coaliciones de tamaño  $S$  tienen la misma probabilidad [86].

O’Neill [9] demostró que el proceso de repartir en un problema de bancarrota  $(N, d, E)$  a través del método de realización recursiva coincide con el valor de Shapley. Este aspecto es de vital importancia teniendo en cuenta que para realizar la distribución de  $E$  entre sus acreedores, es necesario establecer una serie de reglas de reparto que establezcan algún criterio de asignación que siga un razonamiento ético y profesional, las cuales para este caso se establecerán mediante el uso de imputaciones para el juego  $(N, v)$ .

Una imputación para un juego  $(N, v)$  corresponde a un vector de pagos racional individual  $\varphi(v) \in \mathbb{R}^n$ , sobre el cual se realiza el proceso de repartir el monto máximo  $v(N)$  entre cada uno de los jugadores. Para que la solución sea adecuada es necesario que el vector de pagos cumpla con el principio de eficiencia [80], en donde (3):

$$\sum_{i \in N} \varphi_i(v) = v(N) \quad (2.3)$$

Adicionalmente, debe cumplir con el llamado principio de individualidad racional, el cual exige que el pago a cada jugador  $i$  sea al menos la cantidad que el jugador puede obtener por sí mismo en el juego, es decir:

$$\varphi_i(v) \geq (v\{i\}) \quad \forall i \in N \quad (2.4)$$

Es posible sugerir que los miembros de cada coalición reciban un pago total mayor o igual que el valor de esta coalición, lo cual indica que los pagos serán coalicionalmente razonables. Un vector de pago  $\varphi(v) \in \mathbb{R}^n$  se dice que es “racional de grupo” si:

$$\sum_{i \in S} \varphi_i(v) \geq v(S) \quad \forall S \subseteq N \quad (2.5)$$

En el momento en el cual se exige a las imputaciones cumplir con el principio de racionalidad para todas las coaliciones, se llega al concepto introducido por Guilles denominado *Núcleo* [87]. El *Núcleo*  $C(v)$  de un juego  $(N, v)$ , se define como el conjunto de imputaciones que poseen la propiedad racional de grupo. La expresión que define el núcleo de un juego es (4.6):

$$C(v) = \left\{ \varphi(v) \in \mathbb{R}^n \mid \sum_{i \in S} \varphi_i(v) \geq v(S) \quad \forall S \subseteq N, \sum_{i \in N} \varphi_i(v) = v(N) \right\} \quad (2.6)$$

Shapley [88] introdujo el concepto de coaliciones equilibradas y de juego equilibrado con el fin de establecer las condiciones que determinan si un juego tiene *Núcleo vacío* o no. Posteriormente demostró que un juego  $(N, v)$  está equilibrado si y solo si el *Núcleo no es vacío* ( $C(v) \neq \emptyset$ ).

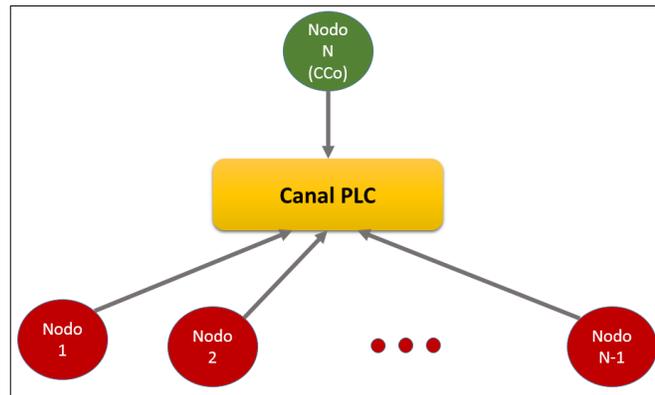
El cálculo directo del valor del Shapley tiene una complejidad temporal  $O(n2^n)$  [89], por lo cual es importante buscar la posibilidad de implementar algoritmos que presenten una cuota temporal más baja. Entre los algoritmos más utilizados se encuentran el de *Hart* y *Max-Colell* quienes propusieron un algoritmo para calcular el valor de Shapley el cual requiere un tiempo de  $O(n2^n)$  y el algoritmo denominado “*dividendo de Harsanyi*” el cual presenta una complejidad temporal de  $O(3^n)$ [89]

### 2.2.1 Descripción del escenario propuesto

En la Figura 18 se presenta el esquema general de la topología de red propuesta, la cual está constituida por  $N$  nodos. Cada nodo está conformado por un adaptador PLC y una fuente de tráfico. El nodo  $N$  será considerado como nodo principal o Coordinador Central (CCo) de

la red PLC, el cual será el encargado de administrar la asignación de recursos a cada nodo, soportado en el valor de Shapley, acorde con las condiciones del canal PLC, el número de nodos conectados y la demanda de tráfico existente.

Figura 18. Escenario propuesto bajo un entorno PLC



Fuente: Autor

Para calcular el valor de  $BW_T$  se hace uso de la herramienta denominada “*Generador de Canal PLC (GC\_PLC)*”, mencionada en el capítulo 1.

Para el escenario propuesto se ha considerado  $N=12$  nodos que conforman la red PLC, un canal PLC en estado de saturación ( $BW_T \leq \sum_{i=1}^N d_i$ ) y un BW total disponible  $BW_T = E = 159,72Mbps$ , el cual ha sido estimado mediante el uso de la herramienta GC\_PLC. En la Tabla 7, se encuentra el valor correspondiente al BW solicitado ( $d_i$ ) por cada nodo  $i$  que forma parte de la red PLC.

Tabla 7. Bit-rate solicitado por cada nodo  $i$

| Nodo $i$     | BW Solicitado [Mbps]<br>$d_i$ |
|--------------|-------------------------------|
| 1            | 7,23                          |
| 2            | 19,99                         |
| 3            | 3,41                          |
| 4            | 1,45                          |
| 5            | 3,11                          |
| 6            | 17,80                         |
| 7            | 8,01                          |
| 8            | 9,38                          |
| 9            | 3,36                          |
| 10           | 17,28                         |
| 11           | 14,14                         |
| 12 (Coo)     | 105,15                        |
| <b>Total</b> | <b>210,31</b>                 |

Fuente: Autor

Es importante mencionar que el proceso de optimización debe ser realizado para cada periodo HPAV equivalente a dos ciclos de red de la señal de potencia (120V/60Hz) [1], debido a las condiciones dinámicas de tráfico y de canal PLC que pueden estar presentes en la red. Para el caso particular, el nodo 12 cumplirá la función de nodo principal o Coordinador de la red PLC (CCo).

Como se mencionó anteriormente, se considerará un juego de bancarrota en coherencia con el estado de saturación del canal PLC, con el fin de calcular el valor de utilidad transferible para cada una de las coaliciones. La rutina elaborada en Matlab para realizar el cálculo de cada uno de los valores de utilidad transferible es la siguiente:

```

% Variables importantes que forman parte de la rutina:
%   Nj: Número de Jugadores
%   M_Coaliciones: Matriz de coaliciones posibles
%   V_Coalicion: Valor de utilidad transferible para cada coalición

% Rutina para calcular todas las posibles combinaciones
Z=1:1:Nj; %Crea un vector con los numeros consecutivos del 1 a Nj

% Rutina para establecer el número de coaliciones posibles
n_coal=0; % Número inicial de coaliciones
for i=1:Nj
    n_coal=n_coal+nchoosek(Nj,i); % Número de coaliciones posibles de Nj elementos
                                   agrupados en grupos de i elementos
end
M_Coaliciones=zeros(n_coal,Nj); % Inicializa la matriz de coaliciones
c=0;
for i=1:Nj % Calcula el peso de cada coalición
    S=nchoosek(Z,i); % Número de coaliciones posibles de Z elementos
    nZ=length(S(:,1)); % Número de elementos del vector S
    for j=1:nZ
        c=c+1; % Incrementa contador c
        Suma_d=0; % Valor inicial de la sumatoria
        for k=1:i
            Suma_d=Suma_d+V(S(j,k)); % Se calcula el valor requerido por la coalición
            M_Coaliciones(c,k)=S(j,k); % y se registra la coalición específica en la matriz
        End
        Suma_dT=BW_T-(Total_V-Suma_d); % Procedimiento para estimar el valor de
        VAux=[0 Suma_dT]; % utilidad transferible considerando un juego de Bancarrota
        V_Coalicion(c)=max(VAux); % Valor de utilidad transferible para la coalición
    end
end
end

```

En la Tabla 8, se presenta el valor de utilidad transferible calculado para cada una de las coaliciones  $v(S)$  posibles, acorde al escenario propuesto en estado de saturación, bajo el uso del juego de la bancarrota. Teniendo en cuenta que el número de jugadores es 12 y el

número de combinaciones posibles sería bastante elevado, solo se registrarán en la Tabla 8 los valores correspondientes a  $v(\{i\})$  y  $v(N)$ .

Tabla 8. Valor de utilidad transferible para cada una de las coaliciones  $v(S)$

| Coalición             | Valor<br>[*1E+6] | Coalición                    | Valor<br>[*1E+6] |
|-----------------------|------------------|------------------------------|------------------|
| {1}                   | 0,00             | {7}                          | 0,00             |
| {2}                   | 0,00             | {8}                          | 0,00             |
| {3}                   | 0,00             | {9}                          | 0,00             |
| {4}                   | 0,00             | {10}                         | 0,00             |
| {5}                   | 0,00             | {11}                         | 0,00             |
| {6}                   | 0,00             | {12}                         | 54,56            |
| <b>Gran Coalición</b> |                  | {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12} | 159,72           |

Fuente: Autor

Con base en los valores  $v(S)$  registrados en la Tabla 8, es posible establecer cada una de las imputaciones del juego  $(N, v)$ , teniendo en cuenta que se debe satisfacer el principio de individualidad racional  $\varphi_i(v) \geq (v\{i\}) \forall i \in N$  y el principio de eficiencia  $\sum_{i \in N} \varphi_i(v) = v(N)$ . Las ecuaciones que describen cada una de las imputaciones para el juego  $(N, v)$  son (9):

$$\begin{aligned}
 \varphi_1(v) &\geq 0 \\
 \varphi_2(v) &\geq 0 \\
 \varphi_3(v) &\geq 0 \\
 \varphi_4(v) &\geq 0 \\
 \varphi_5(v) &\geq 0 \\
 \varphi_6(v) &\geq 0 \\
 \varphi_7(v) &\geq 0 \\
 \varphi_8(v) &\geq 0 \\
 \varphi_9(v) &\geq 0 \\
 \varphi_{10}(v) &\geq 0 \\
 \varphi_{11}(v) &\geq 0 \\
 \varphi_{12}(v) &\geq 54,56 * 10^6
 \end{aligned}$$

La ecuación de eficiencia para el escenario propuesto es:

$$\begin{aligned}
 \varphi_1(v) + \varphi_2(v) + \varphi_3(v) + \varphi_4(v) + \varphi_5(v) + \varphi_6(v) + \varphi_7(v) + \varphi_8(v) + \varphi_9(v) + \varphi_{10}(v) + \varphi_{11}(v) \\
 + \varphi_{12}(v) = 159,72 * 10^6
 \end{aligned}
 \tag{2.7}$$

Con base en las expresiones anteriores, el núcleo del juego sería el siguiente:

$$C(v) = \left\{ \begin{array}{l} \varphi(v) \in \mathbb{R}^n \mid \sum_{i \in S} \varphi_i(v) \geq v(S) \quad \forall S \subseteq N, \varphi_1(v) + \varphi_2(v) + \varphi_3(v) + \varphi_4(v) \\ + \varphi_5(v) + \varphi_6(v) + \varphi_7(v) + \varphi_8(v) + \varphi_9(v) + \varphi_{10}(v) + \varphi_{11}(v) + \varphi_{12}(v) = v(N) \end{array} \right\} \quad (2.8)$$

Para establecer la asignación de recursos al juego propuesto, se hará uso del valor del Shapley, con el fin de calcular el vector de pesos  $\varphi(v)$ . En la Tabla 9, se presenta la metodología para calcular cada uno de los valores que forman parte de la matriz de Shapley, acorde con el número de jugadores, la contribución por parte de cada una de las coaliciones y la probabilidad  $P(j)$ ; los cuales son necesarios para calcular el valor de Shapley  $\varphi_i(v) = \sum_{j \in N} P(j) v_{i,j}$  de cada jugador.

Tabla 9. Metodología para estimar los valores de la matriz de Shapley para 5 jugadores

| Jugador $i$ en cada coalición    | Contribución a la coalición que contiene $j$ jugadores $v_{i,j} = v(S) - v(S - \{i\})$ |   |   |   |                           | $\varphi_i(v)$ |
|----------------------------------|--|---|---|---|---------------------------|----------------|
|                                  | 1  | 2   | 3   | 4   | 5                         |                |
| 1                                | $V(1)-V(\emptyset)$  | $[V(1,2)-V(2)]+$<br>$[V(1,3)-V(3)]+$<br>$[V(1,4)-V(4)]+$<br>$[V(1,5)-V(5)]$ | $[V(1,2,3)-V(2,3)]+$<br>$[V(1,2,4)-V(2,4)]+$<br>$[V(1,2,5)-V(2,5)]+$<br>$[V(1,3,4)-V(3,4)]+$<br>$[V(1,3,5)-V(3,5)]+$<br>$[V(1,4,5)-V(4,5)]$ | $[V(1,2,3,4)-V(2,3,4)]+$<br>$[V(1,2,3,5)-V(2,3,5)]+$<br>$[V(1,2,4,5)-V(2,4,5)]+$<br>$[V(1,3,4,5)-V(3,4,5)]$ | $V(1,2,3,4,5)-V(2,3,4,5)$ |                |
| 2                                | $V(2)-V(\emptyset)$  | $[V(1,2)-V(1)]+$<br>$[V(2,3)-V(3)]+$<br>$[V(2,4)-V(4)]+$<br>$[V(2,5)-V(5)]$ | $[V(1,2,3)-V(1,3)]+$<br>$[V(1,2,4)-V(1,4)]+$<br>$[V(1,2,5)-V(1,5)]+$<br>$[V(2,3,4)-V(3,4)]+$<br>$[V(2,3,5)-V(3,5)]+$<br>$[V(2,4,5)-V(4,5)]$ | $[V(1,2,3,4)-V(1,3,4)]+$<br>$[V(1,2,3,5)-V(1,3,5)]+$<br>$[V(1,2,4,5)-V(1,4,5)]+$<br>$[V(2,3,4,5)-V(3,4,5)]$ | $V(1,2,3,4,5)-V(1,3,4,5)$ |                |
| 3                                | $V(3)-V(\emptyset)$  | $[V(1,3)-V(1)]+$<br>$[V(2,3)-V(2)]+$<br>$[V(3,4)-V(4)]+$<br>$[V(3,5)-V(5)]$ | $[V(1,2,3)-V(1,2)]+$<br>$[V(1,3,4)-V(1,4)]+$<br>$[V(1,3,5)-V(1,5)]+$<br>$[V(2,3,4)-V(2,4)]+$<br>$[V(2,3,5)-V(2,5)]+$<br>$[V(3,4,5)-V(4,5)]$ | $[V(1,2,3,4)-V(1,2,4)]+$<br>$[V(1,2,3,5)-V(1,2,5)]+$<br>$[V(1,3,4,5)-V(1,4,5)]+$<br>$[V(2,3,4,5)-V(2,4,5)]$ | $V(1,2,3,4,5)-V(1,2,4,5)$ |                |
| 4                                | $V(4)-V(\emptyset)$  | $[V(1,4)-V(1)]+$<br>$[V(2,4)-V(2)]+$<br>$[V(3,4)-V(3)]+$<br>$[V(4,5)-V(5)]$ | $[V(1,2,4)-V(1,2)]+$<br>$[V(1,3,4)-V(1,3)]+$<br>$[V(1,4,5)-V(1,5)]+$<br>$[V(2,3,4)-V(2,3)]+$<br>$[V(2,4,5)-V(2,5)]+$<br>$[V(3,4,5)-V(3,5)]$ | $[V(1,2,3,4)-V(1,2,3)]+$<br>$[V(1,2,4,5)-V(1,2,5)]+$<br>$[V(1,3,4,5)-V(1,3,5)]+$<br>$[V(2,3,4,5)-V(2,3,5)]$ | $V(1,2,3,4,5)-V(1,2,3,5)$ |                |
| 5                                | $V(5)-V(\emptyset)$  | $[V(1,5)-V(1)]+$<br>$[V(2,5)-V(2)]+$<br>$[V(3,5)-V(3)]+$<br>$[V(4,5)-V(4)]$ | $[V(1,2,5)-V(1,2)]+$<br>$[V(1,3,5)-V(1,3)]+$<br>$[V(1,4,5)-V(1,4)]+$<br>$[V(2,3,5)-V(2,3)]+$<br>$[V(2,4,5)-V(2,4)]+$<br>$[V(3,4,5)-V(3,4)]$ | $[V(1,2,3,5)-V(1,2,3)]+$<br>$[V(1,2,4,5)-V(1,2,4)]+$<br>$[V(1,3,4,5)-V(1,3,4)]+$<br>$[V(2,3,4,5)-V(2,3,4)]$ | $V(1,2,3,4,5)-V(1,2,3,4)$ |                |
| $P(j) = \frac{(S-1)!(n-S)!}{n!}$ | 0,200  | 0,050   | 0,033   | 0,050   | 0,200                     |                |

Fuente: Autor

La rutina implementada en Matlab para calcular el valor de Shapley  $\varphi_k(v) \forall k \in N$  es la siguiente:

```

% Variables importantes que forman parte de la rutina:
% Mk_Coaliciones: Matriz de coaliciones asociadas al jugador k
% Vk_Coalición: Valor de TU para cada coalición asociada al jugador k
% Sub_coal: Matriz de subcoaliciones conformadas al suprimir el jugador k
% Vk_Sub_coal: Valor de TU para cada subcoalicción
% M_Shapley: Matriz de Shapley
% B: Vector de coeficientes de Shapley (P(j))
% Peso: Vector de valores de Shapley para cada jugador k

% Rutina para identificar Coaliciones acorde al valor de k
for k=1:Nj %Parámetro a consultar en las coaliciones
    for lg=1:Nj %Número de elementos en la coalicion
        nMk=0;

        for i=1:n_coal
            for j=1:Nj
                if M_Coaliciones(i,j)==k
                    N_ceros=0;
                    for g=1:Nj
                        if M_Coaliciones(i,g)>0
                            N_ceros=N_ceros+1;
                        end
                    end
                end
            end
        end
        %Identifica las coaliciones que cumplen con los parámetros de longitud lg y jugador k
        if N_ceros==lg
            nMk=nMk+1;
            Mk_Coaliciones(nMk,:)=M_Coaliciones(i,:); % Identificación de coaliciones que
            Vk_Coalicion(nMk)=V_Coalicion(i); % cumplen con la condición
            j=Nj;
        end
    end
end
end
end

% Rutina para identificar las sub-coaliciones
Sub_coal=zeros(nMk,Nj);
for i=1:nMk
    j=0;
    for g=1:Nj
        if Mk_Coaliciones(i,g)>0 & Mk_Coaliciones(i,g)~=k
            j=j+1; % Incrementa contador
            Sub_coal(i,j)=Mk_Coaliciones(i,g); % Valor de subcoaliciones
        end
    end
end
end

% Rutina para identificar valor de sub-coalicción
for i=1:nMk

```

```

if lg==1
    Vk_Sub_coal(i)=0; % Se registra un cero en la subcoalición
else
    for j=1:n_coal
        if Sub_coal(i,)==M_Coaliciones(j,:) % Si se cumple con la condición
            Vk_Sub_coal(i)=V_Coalicion(j); % Registra el valor de la subcoalición
        end
    end
end
end
end
M_Shapley(k,lg)=sum(Vk_Coalicion-Vk_Sub_coal); % Calcula valores preliminares de
clear Vk_Coalicion; % la matriz de Shapley y se limpian los
clear Vk_Sub_coal; % valores registrados en los vectores
clear Mk_Coaliciones; % para un nuevo proceso
clear Sub_coal;
end
end

% Rutina para calcular los coeficientes Shapley
for S=1:Nj
    B(S)=factorial(S-1)*factorial(Nj-S)/factorial(Nj); % Calcula los coeficientes que se multiplicarán
End % con la matriz de Shapley para obtener el
% resultado final del todo el proceso.

% Rutina para calcular los pesos de cada jugador

for i=1:Nj
    Z=M_Shapley(i,:).*B; % Calcula el peso correspondiente al valor de Shapley para cada
    Peso(i)=sum(Z); % jugador y se almacenan en el vector Peso.
end

```

En la Tabla 10, se presenta el resultado correspondiente a la matriz de Shapley para el escenario propuesto en estado de saturación. En la última columna se observa el valor de Shapley calculado para cada uno de los jugadores, teniendo en cuenta cada uno de los elementos mencionados anteriormente. Adicionalmente se puede apreciar que se cumple  $\sum_{i \in N} \varphi_i(v) = v(N) = BW_T$

Tabla 10. Matriz de Shapley para el escenario propuesto

| Jug<br><i>i</i> | Contribución a la coalición que contiene <i>j</i> jugadores [*1E+8] |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        | $\varphi_i(v)$<br>[*1E+6] |
|-----------------|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------------------------|
|                 | 1   | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     | 11     | 12     |                           |
| 1               | 0,00  | 0,07   | 0,72   | 3,66   | 12,35  | 25,63  | 31,16  | 23,68  | 11,93  | 3,98   | 0,80   | 0,07   | 4,69                      |
| 2               | 0,00  | 0,20   | 2,07   | 10,94  | 35,73  | 70,66  | 84,96  | 65,08  | 32,98  | 10,99  | 2,20   | 0,20   | 13,03                     |
| 3               | 0,00  | 0,03   | 0,34   | 1,66   | 5,65   | 12,16  | 14,84  | 11,22  | 5,63   | 1,88   | 0,38   | 0,03   | 2,21                      |
| 4               | 0,00  | 0,01   | 0,14   | 0,70   | 2,33   | 5,19   | 6,33   | 4,77   | 2,39   | 0,80   | 0,16   | 0,01   | 0,94                      |
| 5               | 0,00  | 0,03   | 0,31   | 1,51   | 5,13   | 11,07  | 13,51  | 10,21  | 5,12   | 1,71   | 0,34   | 0,03   | 2,01                      |
| 6               | 0,00  | 0,18   | 1,84   | 9,71   | 31,72  | 62,83  | 75,58  | 57,91  | 29,36  | 9,79   | 1,96   | 0,18   | 11,60                     |
| 7               | 0,00  | 0,08   | 0,80   | 4,07   | 13,73  | 28,38  | 34,47  | 26,22  | 13,22  | 4,41   | 0,88   | 0,08   | 5,20                      |
| 8               | 0,00  | 0,09   | 0,94   | 4,78   | 16,19  | 33,30  | 40,33  | 30,68  | 15,47  | 5,16   | 1,03   | 0,09   | 6,09                      |
| 9               | 0,00  | 0,03   | 0,34   | 1,63   | 5,56   | 11,95  | 14,59  | 11,03  | 5,54   | 1,85   | 0,37   | 0,03   | 2,18                      |
| 10              | 0,00  | 0,17   | 1,78   | 9,43   | 30,78  | 60,99  | 73,41  | 56,24  | 28,51  | 9,50   | 1,90   | 0,17   | 11,26                     |
| 11              | 0,00  | 0,14   | 1,44   | 7,65   | 25,06  | 49,83  | 60,11  | 46,09  | 23,33  | 7,78   | 1,56   | 0,14   | 9,21                      |
| 12<br>CCo       | 0,55  | 7,05   | 40,52  | 137,28 | 304,01 | 458,17 | 477,14 | 346,03 | 173,50 | 57,83  | 11,57  | 1,05   | 91,30                     |
| $P(j)$          | 0,0833  | 0,0076 | 0,0015 | 0,0005 | 0,0003 | 0,0002 | 0,0002 | 0,0003 | 0,0005 | 0,0015 | 0,0076 | 0,0833 | 159,72                    |

Fuente: Autor

En la Tabla 11 se presentan los valores de Bit-rate (BW) correspondientes al BW solicitado y BW asignado para cada nodo, acorde con el valor de Shapley, ante un estado de saturación y bajo tres condiciones de canal diferentes. Los valores de  $BW_T$  estimados mediante el uso de GC\_PLC son: 159.72Mbps, 120.65Mbps y 83.59Mbps; asociados a las condiciones de canal excelente, regular y deficiente respectivamente.

Tabla 11. BW solicitado, BW asignado (Shapley) para un estado de canal excelente, regular y deficiente

| Nodo <i>i</i> | BW Solicitado $d_i$<br>[Mbps] | BW Asignado $\varphi_i(v)$ bajo condiciones de canal<br>[Mbps] |               |              |
|---------------|-------------------------------|--|---------------|--------------|
|               |                               | Excelente  | Regular       | Deficiente   |
| 1             | 7,23                          | 4,69   | 3,79          | 3,36         |
| 2             | 19,99                         | 13,03  | 10,30         | 9,44         |
| 3             | 3,41                          | 2,21   | 1,79          | 1,58         |
| 4             | 1,45                          | 0,94   | 0,76          | 0,67         |
| 5             | 3,11                          | 2,01   | 1,63          | 1,44         |
| 6             | 17,80                         | 11,60  | 9,20          | 8,37         |
| 7             | 8,01                          | 5,20   | 4,19          | 3,73         |
| 8             | 9,38                          | 6,09   | 4,91          | 4,37         |
| 9             | 3,36                          | 2,18   | 1,76          | 1,55         |
| 10            | 17,28                         | 11,26  | 8,94          | 8,12         |
| 11            | 14,14                         | 9,21   | 7,36          | 6,61         |
| 12 (CCo)      | 105,15                        | 91,30  | 66,02         | 34,35        |
| <b>Total</b>  | <b>210,31</b>                 | <b>159,72</b>  | <b>120,65</b> | <b>83,59</b> |

Fuente: Autor

En la Tabla 11 se observa que el valor de BW asignado es proporcional al BW requerido por cada nodo y adicionalmente, se puede evidenciar que la suma total de los valores asignados corresponde al valor de  $BW_T$  respectivo para cada caso, acorde con las condiciones del canal PLC.

### 2.2.2 Comparación de tratamientos BW óptimo-PL vs BW-Shapley

Con el fin de evaluar el grado de optimización realizado mediante el uso del valor de Shapley, es necesario establecer un método alternativo de optimización que permita calcular el BW para cada nodo  $i$ , y con ello realizar posteriormente un proceso de comparación de tratamientos. Ante esta situación se decidió plantear el problema de asignación de recursos como un problema de Programación Lineal (PL). En vista de lo anterior, el problema se puede plantear de la siguiente forma [12][13]:

$$\text{Máximizarse } \sum_{i=1}^n x_i \quad (2.9)$$

Sujeto a:

$$0 \leq x_i \leq d_i$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \leq BW_T$$

Donde  $n$ ,  $d_i$  y  $x_i$  corresponde al número de nodos (para el caso particular  $n=12$ ), BW solicitado y BW asignado para el nodo  $i$  respectivamente.

Para dar solución al problema de optimización se utilizó el Toolbox de Optimización incluida en Matlab, el cual permite hacer uso de diversos métodos de optimización. En [90] se encuentra mayor información sobre el uso del toolbox de optimización. Para hacer uso de la herramienta fue necesario organizar la función objetivo, las restricciones y el punto inicial de iteración de forma matricial. Los valores para cada uno de los parámetros son los siguientes:

F: Vector de coeficientes de la función Objetivo:

$$F=[-1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1]; \quad (2.10)$$

A,b: Corresponden a las restricciones de desigualdad, en donde A es la matriz de coeficientes y b el vector de resultados para cada una de las inecuaciones ( $Ax \leq b$ ).

$$A = \begin{array}{c|cccccccccccc|} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \quad b = \begin{array}{c|} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \\ d_7 \\ d_8 \\ d_9 \\ d_{10} \\ d_{11} \\ d_{12} \\ 0 \end{array}$$

|   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |   |        |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|--------|
| 0 | -1 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0 | 0      |
| 0 | 0  | -1 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0 | 0      |
| 0 | 0  | 0  | -1 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0 | 0      |
| 0 | 0  | 0  | 0  | -1 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0 | 0      |
| 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | -1 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0 | 0      |
| 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | -1 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0 | 0      |
| 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | -1 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0 | 0      |
| 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | -1 | 0  | 0  | 0  | 0 | 0      |
| 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | -1 | 0  | 0  | 0 | 0      |
| 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | -1 | 0  | 0 | 0      |
| 0 | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | 0  | -1 | 0 | 0      |
| 1 | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1 | $BW_T$ |

Los valores de  $BW_T$  para las condiciones de canal excelente, regular y deficiente son: 159.72, 120.65 y 83.59 respectivamente.

$x_0$ : Punto inicial para la iteración.

$$x_0 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]; \quad (2.11)$$

Finalmente, se hace uso de la siguiente expresión con el fin de calcular la solución al problema planteado:

$$[x, fval] = \text{linprog}(F, A, b, [], [], x_0) \quad (2.12)$$

Donde  $x$  y  $fval$  corresponden al vector solución y al máximo valor que puede alcanzar la función objetivo. En [90] se encuentra mayor información sobre el uso del toolbox de optimización.

En la Tabla 12 se registran los valores correspondientes al BW óptimo-PL (BW-O), BW-Shapley (BW-Sh),  $X_1$  y  $X_2$  que corresponden a la diferencia entre el BW solicitado por cada nodo ( $d_i$ ) y el BW asignado a través de los métodos de PL y Shapley respectivamente; los cuales se encuentran asociados acorde a cada condición de canal específico.

Tabla 12. BW óptimo-PL vs BW-Shapley acorde al estado de canal

| Nodo $i$ | BW Solicit. $d_i$ | Canal Excelente |       |       |       | Canal Regular |       |       |       | Canal Deficiente |       |       |       |
|----------|-------------------|-----------------|-------|-------|-------|---------------|-------|-------|-------|------------------|-------|-------|-------|
|          |                   | BW-O            | BW-Sh | $X_1$ | $X_2$ | BW-O          | BW-Sh | $X_1$ | $X_2$ | BW-O             | BW-Sh | $X_1$ | $X_2$ |
| 1        | 7,2               | 5,9             | 4,7   | 1,3   | 2,5   | 4,6           | 3,8   | 2,7   | 3,4   | 3,2              | 3,4   | 4,0   | 3,9   |
| 2        | 20,0              | 14,4            | 13,0  | 5,6   | 7,0   | 10,2          | 10,3  | 11,5  | 4,1   | 6,9              | 9,4   | 13,1  | 10,6  |
| 3        | 3,4               | 2,9             | 2,2   | 0,5   | 1,2   | 2,7           | 1,8   | 2,0   | 1,1   | 1,9              | 1,6   | 1,5   | 1,8   |
| 4        | 1,5               | 1,2             | 0,9   | 0,3   | 0,5   | 1,4           | 0,8   | 0,8   | 0,4   | 1,2              | 0,7   | 0,3   | 0,8   |
| 5        | 3,1               | 2,6             | 2,0   | 0,5   | 1,1   | 2,5           | 1,6   | 1,8   | 1,0   | 1,8              | 1,4   | 1,3   | 1,7   |
| 6        | 17,8              | 12,9            | 11,6  | 4,9   | 6,2   | 9,2           | 9,2   | 10,2  | 3,7   | 6,2              | 8,4   | 11,6  | 9,4   |
| 7        | 8,0               | 6,5             | 5,2   | 1,5   | 2,8   | 4,9           | 4,2   | 4,6   | 2,3   | 3,5              | 3,7   | 4,5   | 4,3   |
| 8        | 9,4               | 7,4             | 6,1   | 1,9   | 3,3   | 5,5           | 4,9   | 5,4   | 2,5   | 3,9              | 4,4   | 5,5   | 5,0   |
| 9        | 3,4               | 2,9             | 2,2   | 0,5   | 1,2   | 2,7           | 1,8   | 1,9   | 1,1   | 1,9              | 1,6   | 1,5   | 1,8   |
| 10       | 17,3              | 12,6            | 11,3  | 4,7   | 6,0   | 9,0           | 8,9   | 9,9   | 3,7   | 6,1              | 8,1   | 11,2  | 9,2   |
| 11       | 14,1              | 10,5            | 9,2   | 3,6   | 4,9   | 7,6           | 7,4   | 8,1   | 3,2   | 5,2              | 6,6   | 8,9   | 7,5   |
| 12 (CCo) | 105,2             | 79,9            | 91,3  | 25,3  | 13,9  | 60,3          | 66,0  | 60,3  | 13,9  | 41,8             | 34,4  | 63,4  | 70,8  |

Fuente: Autor

Con el fin de evaluar, si el uso del valor de Shapley como estrategia de optimización en una red PLC realiza un mejor proceso de asignación de recursos que el método de optimización-PL, se plantean las siguientes hipótesis:

$$H_o: \mu_{dBW-op} = \mu_{dBW-sh}$$

$$H_a: \mu_{dBW-op} \neq \mu_{dBW-sh}$$

Donde  $\mu_{dBW-op}$  y  $\mu_{dBW-sh}$  son las medias correspondientes a la diferencia existente entre el BW solicitado y el BW asignado, a través de los métodos de optimización-PL y el valor de Shapley respectivamente. La hipótesis  $H_o$ , plantea que existe igualdad entre las medias y la  $H_a$  establece que existe una diferencia significativa entre medias, en donde el valor  $\mu_{dBW-sh}$  es inferior al  $\mu_{dBW-op}$ , con lo cual se aceptaría que el uso del valor de Shapley realiza un proceso de optimización más adecuado que el proceso de optimización proporcional, debido a que el valor de BW asignado es más cercano al BW solicitado.

Para aceptar o rechazar las hipótesis planteadas se hará uso de la prueba denominada “t pareada” [91], la cual es utilizada comúnmente para evaluar la validez estadística de la diferencia entre dos muestras aleatorias. La expresión establecida para esta prueba estadística es la siguiente:

$$t_{calculado} = \frac{\bar{d}}{S_D/\sqrt{n}} \quad (2.13)$$

Donde  $S_D$ , corresponde a la desviación estándar en  $d$   $S_D^2 = \sum_{i=1}^n [d_i - \bar{d}]^2 / [n - 1]$  y  $d$  es la diferencia entre las variables  $X_1$  y  $X_2$ . Para calcular el valor crítico ( $t_{critico}$ ) se recurre al uso de Tablas de distribución  $t$  student con  $n-1$  grados de libertad. Mediante el uso del programa estadístico Minitab [92] se realizó la prueba  $t$  pareada para las dos muestras con un  $\alpha = 0,05$  y 35 grados de libertad, acorde con los valores registrados en la Tabla 12, en donde se obtuvo el siguiente resultado:

T pareada para X1 - X2

|            | N  | Media | Desv.Est. | Media del error estándar |
|------------|----|-------|-----------|--------------------------|
| X1         | 36 | 8,23  | 14,14     | 2,36                     |
| X2         | 36 | 6,05  | 11,65     | 1,94                     |
| Diferencia | 36 | 2,19  | 8,24      | 1,37                     |

IC de 95% para la diferencia media: (-0,60; 4,97)

Prueba t de diferencia media = 0 (vs. no = 0): Valor T = 1,59 Valor P = 0,121

El resultado indica un valor  $t_{calculado} = 1,59$  y un  $P$ -Valor = 0,121. Como el valor de  $t_{calculado} < t_{critico}$  (2,03), se acepta la  $H_o$ , lo cual es reforzado con el  $P$ -Valor; el cual

presenta un valor superior a  $\alpha = 0,05$ . En vista de lo anterior, se puede concluir que el valor de Shapley puede ser considerado como una alternativa adecuada para realizar procesos de asignación de recursos en una red PLC, teniendo en cuenta que dentro del proceso de comparación de tratamientos con un proceso de optimización sobre PL no se evidenciaron diferencias significativas entre sus medias.

## 2.3 EL NUCLEOLUS

*El Núcleo*, es un concepto de solución que tiene una dificultad importante, debido a que en algunas ocasiones puede tratarse de un conjunto muy grande y en otras de un conjunto vacío. En vista de lo anterior, surge el concepto de “*Nucleolus*”, el cual propone una solución que, siempre que el conjunto de imputaciones sea no vacío, el *Nucleolus* será capaz de superar las falencias que presenta el *Núcleo*, entregando como resultado un conjunto no vacío y único. Adicionalmente, el *Nucleolus* forma parte del *Núcleo* cuando éste no es vacío.

*Definición:* Sea un juego  $(N, v)$  con una distribución de pagos  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$  eficiente entre los jugadores, es decir que:

$$\sum_{i=1}^n x_i = v(N) \quad (2.14)$$

Entonces, el exceso de una coalición  $S$  con respecto a la distribución de pagos  $x$ , es la diferencia entre el valor de la coalición  $S$  y lo que recibe la coalición por la distribución  $x$ , es decir:

$$e(S, x) = v(S) - x(S) = v(S) - \sum_{i \in S} x_i \quad (2.15)$$

$e(S, x)$ , obedece a la medida del grado de insatisfacción de la coalición  $S$  con la distribución  $x$ . cuanto mayor es  $e(S, x)$ , mayor es el grado de insatisfacción. Para cada vector de distribución de pagos  $x$  se construye un vector  $\theta(x)$ , de forma que los excesos estén ordenados de mayor a menor, en relación con el orden de las coaliciones.

*Definición:* Para cada componente  $x \in I(N, v)$ , se define el vector de excesos como el vector  $\theta(x)$ , con  $2^n$  componentes:

$$\theta(x) = (e(S, x))_{S \in N} = (\theta_1(x), \theta_2(x), \dots, \theta_{2^n}(x)) \quad (2.16)$$

Donde,  $\theta_k(x) \geq \theta_{k+1}(x) \quad \forall k = 1, 2, \dots, 2^n - 1$

Dados dos vectores excesos  $x$  y  $y$ , al compararlos en orden lexicográfico, elemento por elemento con el fin de identificar cuál de ellos presenta una menor diferencia o menor grado de insatisfacción. El proceso de comparación comienza evaluando la condición de desigualdad entre los primeros elementos de cada vector de excesos ( $\theta_1(x) < \theta_1(y)$ ). Si la condición se cumple, se puede decir que  $\theta(x) <_L \theta(y)$ , de lo contrario se realiza nuevamente el mismo proceso pero con el segundo elemento de cada vector y así sucesivamente hasta encontrar alguna diferencia entre sus elementos. Lo anterior se puede expresar como:

$$\max_S \{e(S, x)\} < \max_S \{e(S, y)\} \quad (2.17)$$

*Definición:* El *Nucleolus* de un juego  $(N, v)$ , se define como el conjunto  $\mathbb{N}(N, v)$  el cual puede ser expresado de la siguiente forma:

$$\mathbb{N}(N, v) = \{x \in I(N, v); \theta(x) \leq_L \theta(y), \forall y \in I(N, v)\} \quad (2.18)$$

Por tanto se puede decir que el *Nucleolus* contiene aquellas distribuciones de pagos que son imputaciones y para las cuales se minimiza el mayor de los grados de insatisfacción. Una condición suficiente para que el *Nucleolus* exista y sea único, es que:

$$\sum_{i=1}^n v(\{i\}) \leq v(N) \quad (2.19)$$

Para calcular el *Nucleolus*  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$  de un juego  $(N, v)$ , es necesario resolver el siguiente problema de programación lineal:

$$\begin{aligned} & \min \gamma \\ & v(S) - \sum_{i \in S} x_i \leq \gamma, S \in N, S \neq \emptyset, S \neq N \\ & x \in I(N, v) \end{aligned} \quad (2.20)$$

Donde  $\gamma$  es el mínimo valor posible para el problema planteado, el cual es alcanzado en un punto  $x$ . Entonces se puede decir que  $x$  es el *Nucleolus*.

Para comprender de una mejor manera el proceso de optimización a través del método del *Nucleolus*, se plantea el siguiente escenario: Una red PLC dispone de 83,59 Mbps de ancho de banda total para ser distribuidos entre cuatro nodos ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), en los cuales la demanda de ancho de banda ( $d_i$ ) para cada nodo  $i$  es de 30, 40, 50 y 60 Mbps respectivamente. Para calcular el *Nucleolus*  $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)$  se procede de la siguiente forma:

*Paso 1:* Establecer los valores de  $v(S)$ : Teniendo en cuenta que la demanda total es superior al valor total disponible, es necesario considerar el escenario propuesto por la red PLC como un juego de bancarrota. El valor para  $v(S)$  puede ser calculado por:

$$v(S) = \max \left\{ 0, E - \sum_{i \in N-S} d_i \right\} \forall S \subset N \quad (2.21)$$

Los valores de  $v(S)$  serán calculados mediante el uso de la siguiente rutina, la cual fue desarrollada en Matlab para ese fin. En la Tabla 13 se registran los valores estimados para cada coalición:

% Rutina para establecer el número de coaliciones posibles y el valor de cada coalición, acorde con el vector de demandas (V) para un número de jugadores Nj.

% Variables importantes que forman parte de la rutina:

% Nj: Número de Jugadores

% M\_Coaliciones: Matriz de coaliciones posibles

% V\_Coalicion: Valor de utilidad transferible para cada coalición

% n\_coal: Número de coaliciones posibles

n\_coal=0; % Número de coaliciones iniciales

for i=1:Nj

n\_coal=n\_coal+nchoosek(Nj,i); % Núm. de coaliciones posibles de Nj elementos en grupos de tamaño i.

end

M\_Coaliciones=zeros(n\_coal,Nj); % Inicializa la matriz de coaliciones

c=0;

for i=1:Nj

% Calcula el peso de cada coalición

S=nchoosek(Z,i);

% Número de coaliciones posibles de Z elementos

nZ=length(S(:,1));

% Número de elementos del vector S

for j=1:nZ

c=c+1;

% Incrementa contador c

Suma\_d=0;

% Valor inicial de la sumatoria

for k=1:i

Suma\_d=Suma\_d+V(S(j,k)); % Se calcula el valor requerido por la coalición

M\_Coaliciones(c,k)=S(j,k); % y se registra la coalición específica en la matriz

End

Suma\_dT=BW\_T-(Total\_V-Suma\_d); % Procedimiento para estimar el valor de

VAux=[0 Suma\_dT]; % utilidad transferible considerando un juego de Bancarrota

V\_Coalicion(c)=max(VAux);

% Valor de utilidad transferible para la coalición

end

end

M\_Coaliciones; % Matriz de coaliciones

V\_Coalicion; % Valor de Utilidad transferible por coalición

Tabla 13. Valor para cada una de las coaliciones  $v(S)$  y  $e(S, x)$

| $k$ | Coalición (S) | $v(S)$ [*1E+6] | $e_k(S, x) = v(S) - \sum_{i \in S} x_i$ |
|-----|---------------|----------------|---|
| 1   | {1}           | 0,00           | $0 - x_1$                               |
| 2   | {2}           | 0,00           | $0 - x_2$                               |
| 3   | {3}           | 0,00           | $0 - x_3$                               |
| 4   | {4}           | 0,00           | $0 - x_4$                               |
| 5   | {1,2}         | 0,00           | $0 - x_1 - x_2$                         |
| 6   | {1,3}         | 0,00           | $0 - x_1 - x_3$                         |
| 7   | {1,4}         | 0,00           | $0 - x_1 - x_4$                         |
| 8   | {2,3}         | 0,00           | $0 - x_2 - x_3$                         |
| 9   | {2,4}         | 3,59           | $3,59 - x_2 - x_4$                      |
| 10  | {3,4}         | 13,59          | $13,59 - x_3 - x_4$                     |
| 11  | {1,2,3}       | 23,59          | $23,59 - x_1 - x_2 - x_3$               |
| 12  | {1,2,4}       | 33,59          | $33,59 - x_1 - x_2 - x_4$               |
| 13  | {1,3,4}       | 43,59          | $43,59 - x_1 - x_3 - x_4$               |
| 14  | {2,3,4}       | 53,59          | $53,59 - x_2 - x_3 - x_4$               |

Fuente: Autor

*Paso 2:* El *Nucleolus*  $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)$  por tratarse de una imputación, debe cumplir con las siguientes restricciones:

$$\begin{aligned}
 & x_i \geq v(\{i\}) \\
 & \sum_{i=1}^n x_i = v(N) = 83,59 \\
 & i = 1, 2, 3, 4
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

*Paso 3:* Finalmente, para calcular el *Nucleolus* se puede plantear como un problema *minimax* de la siguiente forma:

$$\min_{x_1, x_2, x_3, x_4} \{ \max \{ e_k(S, x) \} \} \tag{2.23}$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned}
 & x_i \geq v(\{i\}) \\
 & \sum_{i=1}^n x_i = v(N) = 83,59
 \end{aligned}$$

*Paso 4:* Para resolver el problema de *minimax*, se procede de la siguiente forma:

$$\text{Sea } \max \{ e_k(S, x) \} = \gamma_1 \tag{2.24}$$

Cada una de las funciones a las que afecta la maximización anterior, debe ser menor o igual a  $\gamma_1$ . En vista de lo anterior, el problema de *minimax* puede ser escrito como un problema de programación lineal:

$$\begin{aligned}
& \min_{x_1, x_2, x_3, x_4} \gamma_1 & (2.25) \\
& -x_1 \leq \gamma_1 \\
& -x_2 \leq \gamma_1 \\
& -x_3 \leq \gamma_1 \\
& -x_4 \leq \gamma_1 \\
& -x_1 - x_2 \leq \gamma_1 \\
& -x_1 - x_3 \leq \gamma_1 \\
& -x_1 - x_4 \leq \gamma_1 \\
& -x_2 - x_3 \leq \gamma_1 \\
& 3,59 - x_2 - x_4 \leq \gamma_1 \\
& 13,59 - x_3 - x_4 \leq \gamma_1 \\
& 23,59 - x_1 - x_2 - x_3 \leq \gamma_1 \\
& 33,59 - x_1 - x_2 - x_4 \leq \gamma_1 \\
& 43,59 - x_1 - x_3 - x_4 \leq \gamma_1 \\
& 53,59 - x_2 - x_3 - x_4 \leq \gamma_1 \\
& x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 83,59 \\
& x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0
\end{aligned}$$

*Paso 5:* Para dar solución al problema de optimización se utilizó el Toolbox de Optimización, incluida en Matlab, el cual permite hacer uso de diversos métodos de optimización. Los valores para cada uno de los parámetros (función objetivo, las restricciones y el punto inicial de iteración de forma matricial) para el problema propuesto son los siguientes:

*F:* Vector de coeficientes de la función Objetivo:

$$F = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]; \quad (2.26)$$

*A, b:* Corresponden a las restricciones de desigualdad, en donde *A* es la matriz de coeficientes y *b* el vector de resultados para cada una de las inecuaciones ( $Ax \leq b$ ).

$$\mathbf{A} = \begin{array}{c|ccccc}
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\
0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\
0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\
0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\
-1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\
-1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\
-1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\
0 & -1 & -1 & 0 & -1 \\
0 & -1 & 0 & -1 & -1
\end{array} \quad \mathbf{b} = \begin{array}{c|c}
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
-3,59
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc|c} 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & -13,59 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & -1 & -23,59 \\ -1 & -1 & 0 & -1 & -1 & -33,59 \\ -1 & 0 & -1 & -1 & -1 & -43,59 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & -1 & -53,59 \end{array}$$

$A_{eq}, b_{eq}$ : Corresponden a las restricciones de igualdad, en donde  $A_{eq}$  es la matriz de coeficientes y  $b_{eq}$  es el vector de resultados para cada una de las ecuaciones ( $A_{eq}x = b_{eq}$ ).

$$\begin{aligned} A_{eq} &= [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0]; \\ b_{eq} &= [83.59]; \end{aligned} \quad (2.27)$$

$x_0$ : Punto inicial para la iteración.

$$x_0 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]; \quad (2.28)$$

Finalmente, se hace uso de la siguiente expresión con el fin de calcular la solución al problema planteado:

$$[x, fval] = \text{linprog}(F, A, b, Aeq, beq, x_0) \quad (2.29)$$

Donde  $x$  y  $fval$  corresponde al vector solución (*Nucleolus*) y al mínimo valor que puede alcanzar la función objetivo. El resultado obtenido es el siguiente:

$$\begin{aligned} x_1 &= 17,46 \\ x_2 &= 19,58 \\ x_3 &= 22,31 \\ x_4 &= 24,23 \\ \gamma_1 &= 6.52E - 12 \approx 0 \end{aligned}$$

A continuación se presenta la rutina elaborada en Matlab que consolida cada uno de los pasos mencionados anteriormente, con el fin de facilitar los procesos de asignación de recursos mediante el uso del *Nucleolus*, la cual podrá ser utilizada en futuros trabajos de investigación:

% Rutina para realizar procesos de asignación de recursos soportada en el Nucleolus

% Variables importantes que forman parte de la rutina:

% Nj: Número de Jugadores

% M\_Coaliciones: Matriz de coaliciones posibles

% V\_Coalicion: Valor de utilidad transferible para cada coalición

% n\_coal: Número de coaliciones posibles

% V: Vector de demandas

Total\_V=sum(V); % Calcula la demanda total del tráfico, acorde con el vector de demandas (V) para un número de jugadores Nj

n\_coal=0;

% Número de coaliciones iniciales

```

for i=1:Nj
    n_coal=n_coal+nchoosek(Nj,i); % Núm. de coaliciones posibles de Nj elementos en grupos
                                % de tamaño i.
end
M_Coaliciones=zeros(n_coal,Nj); % Inicializa la matriz de coaliciones
c=0;
for i=1:Nj
    % Calcula el peso de cada coalición
    S=nchoosek(Z,i); % Número de coaliciones posibles de Z elementos
    nZ=length(S(:,1)); % Número de elementos del vector S
    for j=1:nZ
        c=c+1; % Incrementa contador c
        Suma_d=0; % Valor inicial de la sumatoria
        for k=1:i
            Suma_d=Suma_d+V(S(j,k)); % Se calcula el valor requerido por la coalición
            M_Coaliciones(c,k)=S(j,k); % y se registra la coalición específica en la matriz
        End
        Suma_dT=BW_T-(Total_V-Suma_d); % Procedimiento para estimar el valor de
        VAux=[0 Suma_dT]; % utilidad transferible considerando un juego de Bancarrota
        V_Coalicion(c)=max(VAux); % Valor de utilidad transferible para la coalición
    end
end
M_Coaliciones; % Matriz de coaliciones
V_Coalicion; % Valor de Utilidad transferible por coalición

% Adecuación de parámetros para optimizar mediante toolbox

% Procedimiento para establecer Matriz A del ToolBox de Optimización
MMZ=zeros(n_coal,Nj);
for i=1:n_coal
    for j=1:Nj
        if M_Coaliciones(i,j)>0
            MMZ(i,M_Coaliciones(i,j))=1; % Registro de posiciones de variables en la matriz A
        end
    end
end
end

MM2=ones(n_coal,1); % crea una columna de unos
MM3=[MMZ MM2]; % y la concatena como última columna a MM1
MM3(n_coal,:)=[]; % borra la última fila de la matriz MM3
MM4=eye(Nj); % crea una matriz identidad acorde con el Número de Jugadores Nj
MM5=zeros(Nj,1); % crea una columna de ceros y la concatena con la matriz identidad
MM6=[MM4 MM5]; % la concatena con la matriz identidad
A=[MM6;MM3]; % concatena las dos matrices resultantes Matriz A del ToolBox
A=-1*A;

% Procedimiento para establecer el vector b del ToolBox de Optimización

Mb=V_Coalicion';
Mb(n_coal)=[];

```

```

MM5=zeros(Nj,1);    % crea una columna de ceros y la concatena con la matriz identidad
b=[MM5;Mb];        % concatena las dos matrices resultantes Matriz A del ToolBox
b=-1*b;

% Procedimiento para establecer los valores de Aeq, beq, x0, F requeridos por el toolbox de
optimización.

Aeq=ones(1,Nj);    % Establecer las restricciones de igualdad
Aeq=[Aeq 0];
beq=V_Coalicion(n_coal);
x0=zeros(1,Nj+1); % Condiciones iniciales
F=zeros(1,Nj);    % Función objetivo
F=[F 1];

[x,fval] = linprog(F,A,b,Aeq,beq,x0) % x contiene el BW asignado a cada jugador como
resultado al problema de optimización

```

### 2.3.1 Descripción del escenario propuesto

Con el fin de evaluar el comportamiento del *Nucleolus* a la hora de realizar procesos de asignación de recursos en una red LAN sobre Power Line Communications, se han propuesto dos escenarios conformados por 12 nodos cada uno, a través de los cuales solo circulará tráfico de datos. En cada escenario el nodo 12 actúa como Coordinador Central (CCo) y los requerimientos de canal por cada uno de los nodos (BW Solicitado) se encuentran establecidos en la Tabla 14.

Tabla 14. Requerimientos de BW para cada escenario propuesto

| Nodo $i$                   | Escenario 1:<br>BW Solicitado<br>[Mbps] | Escenario 2:<br>BW Solicitado<br>[Mbps] |
|----------------------------|---|---|
| 1                          | 8,23                                    | 4,85                                    |
| 2                          | 14,99                                   | 9,37                                    |
| 3                          | 13,41                                   | 11,23                                   |
| 4                          | 9,45                                    | 8,78                                    |
| 5                          | 4,11                                    | 2,09                                    |
| 6                          | 1,80                                    | 12,86                                   |
| 7                          | 6,01                                    | 1,70                                    |
| 8                          | 12,38                                   | 5,27                                    |
| 9                          | 5,36                                    | 6,38                                    |
| 10                         | 15,28                                   | 14,25                                   |
| 11                         | 10,14                                   | 10,14                                   |
| 12 (Cco)                   | 90,2                                    | 72,1                                    |
| <b>BW Total requerido</b>  | <b>191,36</b>                           | <b>159,02</b>                           |
| <b>BW Total Disponible</b> | <b>159,72</b>                           | <b>120,65</b>                           |

Fuente: Autor

En la Tabla 14 se observa que el BW Total requerido es mayor que el BW Total disponible, estableciendo un estado de Saturación del canal PLC en ambos escenarios. Los valores correspondientes al BW Total disponible para el canal PLC fueron estimados mediante el uso de la herramienta “Generador de Canal PLC (GC\_PLC)”.

### 2.3.2 Comparación de tratamientos BW óptimo-PL vs BW-Nucleolus

Con el fin de evaluar el proceso de optimización realizado mediante el uso del *Nucleolus*, se utilizó nuevamente el modelo de Programación Lineal propuesto en el numeral 2.2.2, acorde con los valores de  $d_i$  propios del escenario. Los valores de  $BW_T$  para las condiciones de canal establecidas en los escenarios 1 y 2 son: 159.72 y 120.65 respectivamente.

En las Tabla 15 y 16 se registran los valores correspondientes al BW óptimo-PL, BW-Nucleolus,  $X_i$  y  $Y_i$  que corresponden a la diferencia entre el BW solicitado por cada nodo ( $d_i$ ) y el BW asignado a través de los métodos de *Nucleolus* y PL respectivamente; los cuales se encuentran asociados acorde a cada uno de los escenarios propuestos. Adicionalmente, se observa que la suma total del BW asignado en cada método es igual al BW Total disponible acorde a cada escenario propuesto.

Tabla 15. BW Asignado a cada jugador para el escenario 1: Canal Saturado – Monoclase

| Nodo $i$     | BW Solicitado [Mbps] ( $d_i$ ) | BW Asignado Nucleolus [Mbps] ( $N_i$ ) | BW Asignado PL [Mbps] ( $PL_i$ ) | $X_i = d_i - N_i$ | $Y_i = d_i - PL_i$ |
|--------------|--------------------------------|--|----------------------------------|-------------------|--------------------|
| 1            | 8,23                           | 5,452                                  | 6,8225                           | 2,778             | 1,4075             |
| 2            | 14,99                          | 11,875                                 | 12,2713                          | 3,115             | 2,7187             |
| 3            | 13,41                          | 10,673                                 | 11,0477                          | 2,737             | 2,3623             |
| 4            | 9,45                           | 7,726                                  | 7,8563                           | 1,724             | 1,5937             |
| 5            | 4,11                           | 2,173                                  | 3,0917                           | 1,937             | 1,0183             |
| 6            | 1,80                           | 0,135                                  | 0,9411                           | 1,665             | 0,8589             |
| 7            | 6,01                           | 4,651                                  | 4,8592                           | 1,359             | 1,1508             |
| 8            | 12,38                          | 9,918                                  | 10,2372                          | 2,462             | 2,1428             |
| 9            | 5,36                           | 3,928                                  | 4,2627                           | 1,432             | 1,0973             |
| 10           | 15,28                          | 12,111                                 | 12,4938                          | 3,169             | 2,7862             |
| 11           | 10,14                          | 8,261                                  | 8,4288                           | 1,879             | 1,7112             |
| 12 (Cco)     | 90,20                          | 82,817                                 | 77,4076                          | 7,383             | 12,7924            |
| <b>Total</b> | <b>191,36</b>                  | <b>159,72</b>                          | <b>159,7199</b>                  |                   |                    |

Fuente: Autor

Tabla 16. BW Asignado a cada jugador para el escenario 2: Canal Saturado – Monoclase

| Nodo $i$ | BW Solicitado [Mbps] ( $d_i$ ) | BW Asignado Nucleolus [Mbps] ( $N_i$ ) | BW Asignado PL [Mbps] ( $PL_i$ ) | $X_i = d_i - N_i$ | $Y_i = d_i - PL_i$ |
|----------|--------------------------------|--|----------------------------------|-------------------|--------------------|
| 1        | 4,85                           | 1,283                                  | 4,0258                           | 3,567             | 0,8242             |
| 2        | 9,37                           | 5,34                                   | 7,518                            | 4,03              | 1,852              |
| 3        | 11,23                          | 6,879                                  | 8,8111                           | 4,351             | 2,4189             |
| 4        | 8,78                           | 4,875                                  | 7,0949                           | 3,905             | 1,6851             |
| 5        | 2,09                           | 0,783                                  | 1,541                            | 1,307             | 0,549              |
| 6        | 12,86                          | 8,268                                  | 9,9065                           | 4,592             | 2,9535             |
| 7        | 1,7                            | 0,258                                  | 1,1995                           | 1,442             | 0,5005             |
| 8        | 5,27                           | 4,814                                  | 4,3806                           | 0,456             | 0,8894             |
| 9        | 6,38                           | 5,499                                  | 5,2833                           | 0,881             | 1,0967             |
| 10       | 14,25                          | 9,461                                  | 10,8211                          | 4,789             | 3,4289             |
| 11       | 10,14                          | 5,967                                  | 8,06                             | 4,173             | 2,08               |
| 12 (Cco) | 72,1                           | 67,222                                 | 52,0083                          | 4,878             | 20,0917            |
| Total    | <b>159,02</b>                  | <b>120,649</b>                         | <b>120,6501</b>                  |                   |                    |

Fuente: Autor

Con el fin de evaluar, si el uso del *Nucleolus* como estrategia de optimización en una red PLC realiza un mejor proceso de asignación de recursos que el método de optimización-PL, se plantean las siguientes hipótesis:

$$H_o: \mu_x \leq \mu_y$$

$$H_a: \mu_x > \mu_y$$

Donde  $\mu_x$  y  $\mu_y$  son las medias correspondientes a la diferencia existente entre el BW solicitado y el BW asignado, a través de los métodos del *Nucleolus* y optimización-PL respectivamente. La hipótesis  $H_o$ , plantea que el *Nucleolus* realiza un mejor ajuste que el método PL acorde a los requerimientos de cada nodo al presentar una diferencia promedio inferior que el método de PL y la  $H_a$  establece la condición contraria. Para aceptar o rechazar las hipótesis planteadas es necesario realizar un contraste hipótesis sobre diferencia de medias con muestreo apareado, mediante la prueba denominada *t-pareada*. Para ello, se establecen los siguientes pasos :

*Paso 1* : Se define una nueva variable aleatoria  $Z = X - Y$  y se procede a calcular el valor medio y la desviación estándar para la variable  $Z$ . El resultado de este proceso arrojó los valores de  $4.16E - 5$  y  $3.59$  para  $\bar{Z}$  y  $S_z$  respectivamente. Por otro lado, al definirse una nueva variable  $Z$ , es necesario realizar un ajuste en las hipótesis planteadas de la siguiente forma :

$$H_o: \mu_x \leq \mu_y \rightarrow \mu_x - \mu_y \leq 0 \rightarrow \mu_z \leq 0 \quad (2.30)$$

$$H_a: \mu_x > \mu_y \rightarrow \mu_x - \mu_y > 0 \rightarrow \mu_z > 0$$

*Paso 2* : Se procede a calcular el valor del estadístico establecido para la prueba mediante el uso de la siguiente expresión :

$$d = \frac{\bar{Z}}{S_z} \sqrt{n} = \frac{4.16E - 5}{3.59} \sqrt{24} = 5.6864E - 5 \quad (2.31)$$

Donde  $d$  es el valor del estadístico y  $n$  obedece al número de muestras para los dos escenarios propuestos.

*Paso 3:* Establecer el rango de aceptación de la  $H_o$  para  $\{t: t < T_{(\alpha; n-1)}\}$  al 5% de significancia ( $\alpha = 0.05$ ) y  $n - 1$  grados de libertad. Para el caso particular, el valor de  $T(0.05; 23) = 1.7139$ , definiendo el rango de aceptación de la  $H_o$  entre  $(-\infty, 1.7139)$ .

Al evaluar el valor del estadístico  $d$  se observa que se encuentra dentro del intervalo de aceptación, aspecto por el cual la  $H_o$  no es rechazada. En vista de lo anterior, se podría concluir que el *Nucleolus* puede ser considerado como un método adecuado para realizar procesos de asignación de recursos en redes LAN sobre PLC, teniendo en cuenta que para los escenarios propuestos el *Nucleolus* realizó una mejor asignación de BW en comparación con el método de optimización PL, al minimizar la diferencia entre el BW valor solicitado y el BW valor asignado para cada nodo, con un 95% de confianza.

## 2.4 ALGORITMO DE EQUIDAD MAX MIN FAIRNESS (MMF)

Uno de los algoritmos que ha sido utilizado en diversos trabajos de investigación relacionados con la asignación de recursos de forma “justa”, es el algoritmo denominado “*Max Min Fairness*”, el cual surge de la teoría de juegos cooperativos. En [15][93] se encuentran algunos de los trabajos que hacen uso de este algoritmo como estrategia de optimización. [94][95][96] forman parte de los primeros trabajos de investigación soportados en la teoría de juegos que hacen de procesos de ordenamiento lexicográfico y particularmente el trabajo de Schmeidler [97] quien introdujo la noción de ordenamiento lexicográfico cuando definió el *Nucleolus* de una función característica de un juego, el cual puede definirse de la siguiente forma:

Definición [12][98] : En un juego UT  $(N, v)$ , con una función característica  $v: 2^N \rightarrow \mathbb{R}_+$  que asocia un valor  $v(S) \geq 0$  para cada coalición  $S \subseteq N$ ; se desea encontrar una distribución justa o equitativa de la ganancia total  $v(N)$  entre todos los jugadores  $i = 1, 2, \dots, n$ . Un vector de pago  $\varphi \in \mathbb{R}^n$  esta definido de forma que  $\varphi_i \geq 0$ . Por cada coalición  $S \subseteq N$ , se establece un  $\varphi(S) = \sum_{i \in S} \varphi_i$  y  $\sum_{i \in N} \varphi_i = v(N)$ . Por último, para cualquier vector de pago  $\varphi$ , existe un vector  $\gamma$  cuyos componentes toman los valores  $v(S) - \varphi(S)$ , para todo  $S \subseteq N$ . De esta manera, el vector  $\varphi$  se define como el *Nucleolus* del juego y  $\gamma$  es el Max-Min Fairness, la cual puede ser calculada de acuerdo con las (2.32) y (2.33) :

$$v(S) - \sum_{i \in S} \varphi_i = g_s \leq \gamma_s \quad \forall S \subset N, \varphi \geq 0 \quad (2.32)$$

$$g_N = v(N) \quad (2.33)$$

MMF, es una técnica iterativa que permite distribuir de forma óptima los recursos entre todos los elementos que formen parte del sistema [99] y puede ser utilizada en diversos escenarios de red, en el caso particular una red PLC; en donde cada nodo puede establecer varias sesiones producto de diversas fuentes de tráfico y cada enlace puede ser compartido con otras sesiones existentes.

El algoritmo MMF es el siguiente:

- a. Se genera un vector  $V$ , en el cual se registra los valores de BW solicitados por cada nodo  $i$  y clase  $r$  ( $BW'_{ir}$ ) acorde con la necesidad del servicio ( $BW'_{ir} \geq 0$ ) y se determina el número de fuentes de tráfico o número de jugadores ( $N_j$ ) presentes en la red PLC.
- b. Se procede a ordenar de manera ascendente el vector  $V$
- c. Se calcula un valor de referencia inicial ( $BW_{ref}$ ), mediante el uso de la expresión:

$$BW_{ref} = \frac{\sum_{k=1}^{N_j} V(k)}{N_j}$$
. En la primera iteración ( $i = 1$ ), si  $V(i|_{i=1}) > BW_{ref} \rightarrow V(1) = BW_{ref}$ , de lo contrario se mantiene el valor que presenta antes de realizar el proceso de comparación, en donde se asignaría el valor de BW solicitado por el nodo.

- d. Se realiza un nuevo proceso de estimación de  $BW_{ref}$  tomando en cuenta la cantidad de elementos que forman parte del vector  $V$  y que aún no se les ha realizado el proceso de comparación. Es decir:

$$BW_{ref} = \frac{\sum_{k=i}^{N_j} V(k)}{N_j - i} \quad (2.34)$$

- e. En la siguiente iteración ( $i = i + 1$ ), si  $V(i) > BW_{ref} \rightarrow V(i) = BW_{ref}$ , de lo contrario  $V(i)$  conserva el valor que presenta antes de realizar el proceso de comparación y repite el ítem (d). Este proceso se repite hasta que todos los elementos del vector  $V$  sean valorados.
- f. Se asigna el ancho de banda para cada nodo  $i$  y clase  $r$  ( $BW_{ir}$ ) acorde a los valores registrados en el vector  $V$  resultante.

#### 2.4.1 Descripción del escenario propuesto

Con el fin de comprender el uso del algoritmo MMF en una red PLC, se propone el siguiente escenario: Una red HAN está conformada por ocho (8) nodos, sobre los cuales están presentes cada una de las clases de tráfico establecidas en la Tabla 17 y bajo un canal PLC que ofrece un ancho de banda total de 120,65Mbps.

Tabla 17. Clases de tráfico presentes en cada nodo

| Nodo i | Clases de Tráfico |                |                  |                |
|--------|-------------------|----------------|------------------|----------------|
|        | Voz<br>(r=1)      | Video<br>(r=2) | Control<br>(r=3) | Datos<br>(r=4) |
| 1      | G.711             |                | X                | X              |
| 2      | G.723.1           |                | X                | X              |
| 3      |                   | MPEG-4         |                  | X              |
| 4      | G.729             |                | X                | X              |
| 5      |                   | MPEG-2         | X                |                |
| 6      |                   |                |                  | X              |
| 7      | G.711             |                |                  | X              |
| 8(CCo) | X                 | X              | X                | X              |

Fuente: Autor

En la Tabla 18 se presenta el BW requerido por cada nodo, acorde con las clases de tráfico establecidas en la Tabla 17.

Tabla 18. BW requerido en cada nodo según la clase de tráfico

| Nodo i | Clases de Tráfico |                 |                   |                 |
|--------|-------------------|-----------------|-------------------|-----------------|
|        | Voz<br>[kbps]     | Video<br>[Mbps] | Control<br>[kbps] | Datos<br>[Mbps] |
| 1      | 81,6              |                 | 1,5               | 3,5             |
| 2      | 23,2              |                 | 2,2               | 10,2            |
| 3      |                   | 18,4            |                   | 8,4             |
| 4      | 35,8              |                 | 2,7               | 12,7            |
| 5      |                   | 15,38           | 1,8               |                 |
| 6      |                   |                 |                   | 16,5            |
| 7      | 102,6             |                 |                   | 11,6            |
| 8(CCo) | 243,2             | 33,78           | 8,2               | 62,9            |

Fuente: Autor

Con base en la información registrada en la Tabla 18, se procede a hacer uso del algoritmo MMF, el cual considera cada clase de tráfico por nodo como un jugador (20 jugadores equivalente a 20 fuentes de tráfico requeridas), tomando como único parámetro de ordenamiento ascendente el BW requerido por cada jugador independientemente de la clase de servicio. El resultado de este proceso se encuentra registrado en la Tabla 19, en donde se puede observar que el BW total requerido es de 193,863 Mbps, el cual es superior al BW total disponible en el canal PLC, lo cual indica que el modo de operación de la red HAN será bajo un estado de Saturación.

Tabla 19. Resultado del proceso de ordenamiento del algoritmo MMF por Jugador

| Estado del canal                     | Jugador | CoS     | BW Solicitado [Mbps] |
|--------------------------------------|---------|---------|----------------------|
| <b>REGULAR</b><br>(Condición Típica) | 1       | Control | 0,0015               |
|                                      | 2       | Control | 0,0018               |
|                                      | 3       | Control | 0,0022               |
|                                      | 4       | Control | 0,0027               |
|                                      | 5       | Control | 0,0082               |
|                                      | 6       | Voz     | 0,0232               |
|                                      | 7       | Voz     | 0,0358               |
|                                      | 8       | Voz     | 0,0816               |
|                                      | 9       | Voz     | 0,1026               |
|                                      | 10      | Voz     | 0,2432               |
|                                      | 11      | Datos   | 3,5000               |
|                                      | 12      | Datos   | 8,4000               |
|                                      | 13      | Datos   | 10,2000              |
|                                      | 14      | Datos   | 11,6000              |
|                                      | 15      | Datos   | 12,7000              |
|                                      | 16      | Video   | 15,3800              |
|                                      | 17      | Datos   | 16,5000              |
|                                      | 18      | Video   | 18,4000              |
|                                      | 19      | Video   | 33,7800              |
|                                      | 20      | Datos   | 62,9000              |
| <b>Total BW</b>                      |         |         | <b>193,8628</b>      |

Fuente: Autor

En la Tabla 20 se registra el resultado arrojado por el uso del algoritmo MMF acorde con el BW requerido por cada jugador. Un aspecto importante que se observa es que el BW asignado a cada jugador es básicamente el mismo requerido por los jugadores del 1 al 15, entre los cuales se encuentran CoS como Control, Video y Datos, lo cual equivale a un 75% de asignación total de la demanda requerida. Sin embargo, el 25% de los jugadores restantes (del 16 al 20), aunque no se logró asignar la totalidad de la demanda requerida debido a la condición de canal en estado de saturación, se asignó en promedio un total del 66,51% del BW requerido por cada jugador. Por otro lado, pese a que los jugadores del 16 al 20 no se les asignaron la totalidad de la demanda requerida, se observa que el BW asignado para la CoS de Video fue en promedio del 73,24% del total requerido, lo cual equivale a un porcentaje bastante favorable.

Tabla 20. Resultado del proceso de asignación de BW para cada jugador mediante MMF

| Estado del canal                  | Jugador | CoS     | BW Solicitado [Mbps] | BW Asignado por MMF [Mbps] |
|-----------------------------------|---------|---------|----------------------|----------------------------|
| <b>REGULAR (Condición Típica)</b> | 1       | Control | 0,0015               | 0,0015                     |
|                                   | 2       | Control | 0,0018               | 0,0018                     |
|                                   | 3       | Control | 0,0022               | 0,0022                     |
|                                   | 4       | Control | 0,0027               | 0,0027                     |
|                                   | 5       | Control | 0,0082               | 0,0082                     |
|                                   | 6       | Voz     | 0,0232               | 0,0232                     |
|                                   | 7       | Voz     | 0,0358               | 0,0358                     |
|                                   | 8       | Voz     | 0,0816               | 0,0816                     |
|                                   | 9       | Voz     | 0,1026               | 0,1026                     |
|                                   | 10      | Voz     | 0,2432               | 0,2432                     |
|                                   | 11      | Datos   | 3,5000               | 3,5000                     |
|                                   | 12      | Datos   | 8,4000               | 8,4000                     |
|                                   | 13      | Datos   | 10,2000              | 10,2000                    |
|                                   | 14      | Datos   | 11,6000              | 11,6000                    |
|                                   | 15      | Datos   | 12,7000              | 12,7000                    |
|                                   | 16      | Video   | 15,3800              | 14,7494                    |
|                                   | 17      | Datos   | 16,5000              | 14,7494                    |
|                                   | 18      | Video   | 18,4000              | 14,7494                    |
|                                   | 19      | Video   | 33,7800              | 14,7494                    |
|                                   | 20      | Datos   | 62,9000              | 14,7494                    |
| <b>Total BW</b>                   |         |         | <b>193,8628</b>      | <b>120,6500</b>            |

Fuente: Autor

Tabla 21. Asignación de BW por Nodo según la Clase de Tráfico

| Nodo i | Clases de Tráfico |              |                |              |
|--------|-------------------|--------------|----------------|--------------|
|        | Voz [kbps]        | Video [Mbps] | Control [kbps] | Datos [Mbps] |
| 1      | 81,6              |              | 1,5            | 3,5          |
| 2      | 23,2              |              | 2,2            | 10,2         |
| 3      |                   | 14,74        |                | 8,4          |
| 4      | 35,8              |              | 2,7            | 12,7         |
| 5      |                   | 14,74        | 1,8            |              |
| 6      |                   |              |                | 14,74        |
| 7      | 102,6             |              |                | 11,6         |
| 8(CCo) | 243,2             | 14,74        | 8,2            | 14,75        |

Fuente: Autor

Después de realizar el proceso de asignación de BW para cada jugador, se realiza el proceso inverso, en donde la asignación de BW a cada jugador es asociada al nodo

correspondiente según la clase de tráfico requerida. El resultado de este proceso se puede observar en la Tabla 21.

En vista de lo anterior, se podría concluir que para el escenario propuesto, pese a estar el canal en un estado de saturación, mediante el uso del algoritmo MMF, es posible realizar una adecuada distribución de recursos en donde se observa que los nodos que forman parte de la red HAN sobre PLC podrán gozar de adecuados niveles de QoS, tomando como referencia el BW asignado para cada CoS.

**Nota:** Teniendo en cuenta que el método propuesto denominado MmQoS obedece a un ajuste del método MMF, la prueba correspondiente a evaluar el proceso de optimización frente al modelo de Programación Lineal solo será aplicado en una de las dos técnicas. No obstante, a la hora de realizar los análisis comparativos de asignación de recursos para los escenarios propuestos al final del capítulo, sí serán analizadas cada una de estas técnicas por separado.

## 2.5 ALGORITMO DE EQUIDAD MMQoS

MmQoS corresponde a una propuesta de adaptación del algoritmo Max-Min Fairness con el fin de garantizar óptimos niveles de QoS a cada clase  $r$  en el nodo  $i$ .

El algoritmo propuesto para MmQoS es el siguiente:

- a. Se genera un vector  $V$ , en el cual se registra los valores de BW solicitados por cada nodo  $i$  y clase  $r$  ( $BW'_{ir}$ ) acorde con la necesidad del servicio ( $BW'_{ir} \geq 0$ ) y se determina el número de fuentes de tráfico o número de jugadores ( $N_j$ ) presentes en la red PLC.
- b. Con el fin de alcanzar niveles adecuados de QoS en cada una de las clases de tráfico, se procede a ordenar de manera ascendente el vector  $V$  teniendo en cuenta el nivel de prioridad y el valor del BW requerido de la clase  $r$ , de forma que los primeros elementos del vector serán atendidos con una mayor prioridad de asignación de recursos. Considerando las políticas de QoS, los paquetes de Voz y Video deberán contar con una prioridad mayor a la de los paquetes de Datos, debido a que son servicios que hacen uso de protocolo UDP y por ende son bastante susceptibles a niveles de retardo elevados que se pueden llegar a presentar al interior de la red PLC, afectando su óptimo rendimiento.
- c. Se realiza un proceso de normalización del vector  $V$  ( $V_N(i) = V(i) / \sum_{k=1}^{N_j} V(k)$ ) para obtener una mejor respuesta a la hora de realizar el proceso de asignación de recursos.
- d. Se calcula un valor de referencia inicial ( $BW_{ref} \leq 1$  debido al proceso de normalización), mediante el uso de la siguiente expresión :

$$BW_{ref} = \frac{1}{N_j} \quad (2.35)$$

- e. En la primera iteración ( $i = 1$ ), si  $V_N(i|_{i=1}) > BW_{ref} \rightarrow V_N(1) = BW_{ref}$ , de lo contrario  $V_N(1)$  conserva el valor que presenta antes de realizar el proceso de comparación.
- f. Se realiza un nuevo proceso de estimación de  $BW_{ref}$  tomando en cuenta la cantidad de elementos que forman parte del vector  $V_N$  y que aún no se les ha realizado el proceso de comparación. Es decir:

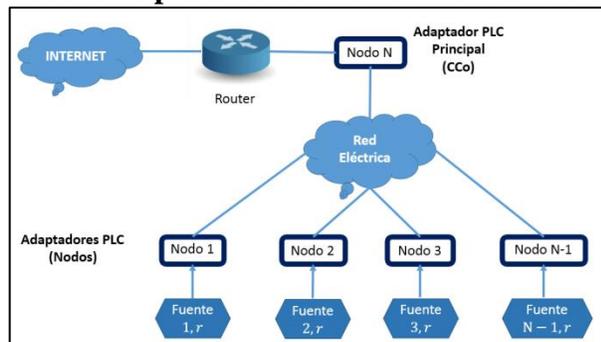
$$BW_{ref} = \frac{1 - \sum_{k=1}^i V_N(k)}{N_j - i} \quad (2.36)$$

- g. En la siguiente iteración ( $i = i + 1$ ), si  $V_N(i) > BW_{ref} \rightarrow V_N(i) = BW_{ref}$ , de lo contrario  $V_N(i)$  conserva el valor que presenta antes de realizar el proceso de comparación y repite el ítem (f). Este proceso se repite hasta que todos los elementos del vector  $V_N$  sean valorados.
- h. Después de realizar el proceso de asignación de recursos, se debe realizar el proceso de conversión del vector  $V_N$  acorde con los valores producto del algoritmo MmQoS, para ello:  $V = BW_{TOTAL} * V_N$ , con el fin de establecer el BW asignado para cada fuente de tráfico.
- i. Finalmente, se asigna el BW para cada nodo  $i$  y clase  $r$  ( $BW_{ir}$ ) acorde a los valores registrados en el vector  $V$ .

### 2.5.1 Descripción del escenario propuesto

En la Figura 19 se presenta el esquema general de la topología de red propuesta, la cual está constituida por  $N$  nodos. Cada nodo está conformado por un adaptador PLC y una fuente de tráfico. Cada fuente de tráfico puede generar más de una clase de servicio simultáneamente (Voz, Datos, Video o Control). El nodo  $N$  será considerado como nodo principal o Coordinador (CCo), es el encargado de realizar el proceso de asignación de recursos a cada uno de los nodos que forman parte de la red PLC. Adicionalmente, será el nodo por el cual circulará la mayor cantidad de tráfico, debido a su conexión directa con el Router para acceder a Internet.

**Figura 19. Escenario práctico de una red multiservicio sobre PLC**



Fuente: Autor

Con el fin de comprender el algoritmo MmQoS en una red PLC, se hará uso del escenario que fué enunciado en el ítem 2.4.1. Con base en la información registrada en la Tabla 18, se procede a hacer uso del algoritmo MmQoS, el cual considera cada clase de tráfico por nodo como un jugador (20 jugadores equivalente a 20 fuentes de tráfico requeridas), tomando como parámetros de ordenamiento ascendente el BW requerido por cada jugador y la clase de servicio.

Acorde con los valores registrados en la Tabla 18, se puede observar que el BW total requerido es de 193,863 Mbps, el cual es superior al BW total disponible en el canal PLC, lo cual indica que el modo de operación de la red HAN será bajo un estado de Saturación. Los valores de  $BW_T$  considerados en el escenario propuesto, fueron estimados mediante el uso de la herramienta GC\_PLC, la cual arrojó los valores de 159.72 Mbps, 120.65 Mbps y 83.59 Mbps para para condiciones de canal PLC excelente, regular y deficiente respectivamente.

## 2.5.2 Comparación de tratamientos BW óptimo-PL vs BW-MmQoS

Con el fin de evaluar el grado de optimización realizado mediante el uso del algoritmo MmQoS, se realizó un proceso de comparación con el método de optimización mediante programación lineal propuesto en el ítem 2.2.2.

Tabla 22. BW óptimo-PL vs BW-MmQoS acorde al estado de canal

| Jug <sub>i</sub> | CoS   | BW Solicitad o | Excelente |             |                |                | Regular |          |                |                | Deficiente |          |                |                |
|------------------|-------|----------------|-----------|-------------|----------------|----------------|---------|----------|----------------|----------------|------------|----------|----------------|----------------|
|                  |       |                | BW-PL     | BW-MmQoS    | X <sub>1</sub> | X <sub>2</sub> | BW-PL   | BW-MmQoS | X <sub>1</sub> | X <sub>2</sub> | BW-PL      | BW-MmQoS | X <sub>1</sub> | X <sub>2</sub> |
| 1                | Voz   | 0,0816         | 0,0313    | 0,0670      | 0,0503         | 0,0146         | 0,0372  | 0,0510   | 0,0444         | 0,0306         | 0,0430     | 0,0350   | 0,039          | 0,0466         |
| 2                |       | 0,0232         | 0,0132    | 0,0190      | 0,0100         | 0,0042         | 0,0119  | 0,0140   | 0,0113         | 0,0092         | 0,0160     | 0,0100   | 0,007          | 0,0132         |
| 3                |       | 0,0358         | 0,0171    | 0,0290      | 0,0187         | 0,0068         | 0,0163  | 0,0220   | 0,0195         | 0,0138         | 0,0238     | 0,0150   | 0,012          | 0,0208         |
| 4                |       | 0,1026         | 0,0392    | 0,0850      | 0,0634         | 0,0176         | 0,0495  | 0,0640   | 0,0531         | 0,0386         | 0,0495     | 0,0440   | 0,053          | 0,0586         |
| 5                |       | 0,2432         | 0,1154    | 0,2000      | 0,1278         | 0,0432         | 0,1544  | 0,1510   | 0,0888         | 0,0922         | 0,0842     | 0,1050   | 0,159          | 0,1382         |
| 6                | Video | 18,4000        | 14,597    | 15,159<br>0 | 3,8031         | 3,2410         | 8,2995  | 11,4510  | 10,1005        | 6,9490         | 5,8948     | 7,9330   | 12,50          | 10,467         |
| 7                |       | 15,3800        | 12,228    | 12,671<br>0 | 3,1525         | 2,7090         | 7,1045  | 9,5720   | 8,2755         | 5,8080         | 4,9569     | 6,6310   | 10,42          | 8,7490         |
| 8                |       | 33,7800        | 25,468    | 27,831<br>0 | 8,3122         | 5,9490         | 14,1524 | 21,0230  | 19,6276        | 12,757         | 10,406     | 14,564   | 23,37          | 19,216         |
| 9                | Cont. | 0,0015         | 0,0012    | 0,0010      | 0,0003         | 0,0005         | 0,0013  | 0,0010   | 0,0002         | 0,0005         | 0,0010     | 0,0010   | 0,0005         | 0,0005         |
| 10               |       | 0,0022         | 0,0019    | 0,0020      | 0,0003         | 0,0002         | 0,0019  | 0,0010   | 0,0003         | 0,0012         | 0,0003     | 0,0010   | 0,002          | 0,0012         |
| 11               |       | 0,0027         | 0,0023    | 0,0020      | 0,0004         | 0,0007         | 0,0023  | 0,0020   | 0,0004         | 0,0007         | 0,0005     | 0,0010   | 0,002          | 0,0017         |
| 12               |       | 0,0018         | 0,0015    | 0,0010      | 0,0003         | 0,0008         | 0,0016  | 0,0010   | 0,0002         | 0,0008         | 0,0001     | 0,0010   | 0,0017         | 0,0008         |
| 13               |       | 0,0082         | 0,0064    | 0,0070      | 0,0018         | 0,0012         | 0,0059  | 0,0050   | 0,0023         | 0,0032         | 0,0044     | 0,0040   | 0,0038         | 0,0042         |
| 14               | Datos | 3,5000         | 2,4475    | 2,8840      | 1,0525         | 0,6160         | 2,0845  | 2,1780   | 1,4155         | 1,3220         | 1,1057     | 1,5090   | 2,3943         | 1,9910         |
| 15               |       | 10,2000        | 9,6325    | 8,4040      | 0,5675         | 1,7960         | 5,0007  | 6,3480   | 5,1993         | 3,8520         | 3,3087     | 4,3980   | 6,8913         | 5,8020         |

|       |  |         |        |             |        |             |         |         |         |        |        |        |        |        |
|-------|--|---------|--------|-------------|--------|-------------|---------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 16    |  | 8,4000  | 7,9753 | 6,9210      | 0,4247 | 1,4790      | 4,2480  | 5,2280  | 4,1520  | 3,1720 | 2,7244 | 3,6210 | 5,6756 | 4,7790 |
| 17    |  | 12,7000 | 6,9982 | 10,463<br>0 | 5,7018 | 2,2370      | 6,0259  | 7,9040  | 6,6741  | 4,7960 | 4,1104 | 5,4750 | 8,5896 | 7,2250 |
| 18    |  | 16,5000 | 8,7369 | 13,594<br>0 | 7,7631 | 2,9060      | 7,5500  | 10,2690 | 8,9500  | 6,2310 | 5,3067 | 7,1140 | 11,193 | 9,3860 |
| 19    |  | 11,6000 | 8,4881 | 9,5570      | 3,1119 | 2,0430      | 5,5774  | 7,2190  | 6,0226  | 4,3810 | 3,7591 | 5,0010 | 7,8409 | 6,5990 |
| 20    |  | 62,9000 | 62,9   | 51,822<br>0 | 0,0000 | 11,078<br>0 | 60,3250 | 39,1460 | 2,5750  | 23,754 | 41,795 | 27,118 | 21,105 | 35,782 |
| Total |  | 193,862 | 159,7  | 159,72      | 34,163 | 34,144      | 120,650 | 120,650 | 73,2126 | 73,21  | 83,59  | 83,58  | 110,27 | 110,28 |

Fuente: Autor

En la Tabla 22 se registran los valores correspondientes al ancho de banda estimado para cada jugador  $i$  mediante Programación Lineal (BW-PL) y el algoritmo MmQoS (BW-MmQoS) para las tres condiciones de canal PLC establecidas. Por otro lado, los valores  $X_1$  y  $X_2$  obedecen a la diferencia entre el ancho de banda solicitado ( $d_i$ ) y el ancho de banda asignado por cada jugador a través de los métodos de PL y MmQoS respectivamente.

Con el fin de evaluar, si el algoritmo MmQoS puede ser considerado como estrategia de optimización de recursos en una red PLC, se plantean las siguientes hipótesis:

- $H_o$ : No hay diferencias significativas entre el método de optimización por PL y MmQoS
- $H_a$ : Hay diferencias significativas entre el método de optimización por PL y MmQoS

Para aceptar o rechazar las hipótesis planteadas es necesario realizar un proceso de comparación de tratamientos mediante un análisis de varianza (ANOVA). Para ello, se establecen los siguientes pasos :

**Paso 1 :** Realizar un proceso de muestreo aleatorio tomando como población los resultados que se encuentran registrados en la Tabla 22. Para estimar el tamaño de la muestra en una población finita se hace uso de la siguiente expresión [91]:

$$n = \frac{Z_{\alpha}^2 N p q}{i^2 (N - 1) + Z_{\alpha}^2 p q} \quad (2.37)$$

Donde:

$n$ : Tamaño de la muestra

$Z_{\alpha}$ : Valor correspondiente a la distribución de Gauss con un error  $\alpha$ . Los valores de  $Z_{\alpha}$  para  $\alpha = 0,05$  y  $\alpha = 0,01$  es de 1,96 y 2,58 respectivamente.

$p$ : Prevalencia esperada del parámetro evaluador.

$q$ :  $1 - p$ .

$i$ : Error estimado durante el proceso de muestreo.

Los valores asignados para cada uno de los parámetros son los siguientes:

| $N$ | $\alpha$ | $Z_\alpha$ | $p$ | $q$ | $i$  | Parámetro Común  |
|-----|----------|------------|-----|-----|------|--|
| 60  | 0,05     | 1,96       | 0,7 | 0,3 | 0,05 | Estado del Canal PLC (Excelente, Regular o Deficiente) |

Mediante el uso de la expresión (14), el número de muestras que se deberán escoger aleatoriamente es:

$$n = \frac{[1,96]^2 * 60 * 0,7 * 0,3}{[[0,05]^2 * (60 - 1)] + [[1,96]^2 * 0,7 * 0,3]} = 51 \quad (2.38)$$

En la Tabla 23 se presentan las 51 muestras de las 60 posibles, correspondientes a los valores de  $X_1$  y  $X_2$ , las cuales fueron seleccionadas de manera aleatoria e independiente de la condición del canal PLC.

Tabla 23. Resultado del muestreo simple

| Muestra | $X_1$   | $X_2$  | Muestra | $X_1$   | $X_2$  | Muestra | $X_1$  | $X_2$  |
|---------|---------|--------|---------|---------|--------|---------|--------|--------|
| 1       | 0,0002  | 0,0008 | 18      | 21,105  | 35,782 | 35      | 0,0003 | 0,0002 |
| 2       | 0,0002  | 0,0005 | 19      | 23,3736 | 19,216 | 36      | 0,0003 | 0,0005 |
| 3       | 0,0003  | 0,0012 | 20      | 12,5052 | 10,467 | 37      | 0,0003 | 0,0008 |
| 4       | 0,0023  | 0,0032 | 21      | 11,1933 | 9,386  | 38      | 0,0018 | 0,0012 |
| 5       | 0,0113  | 0,0092 | 22      | 7,8409  | 6,599  | 39      | 0,01   | 0,0042 |
| 6       | 0,0195  | 0,0138 | 23      | 6,8913  | 5,802  | 40      | 0,0187 | 0,0068 |
| 7       | 0,0444  | 0,0306 | 24      | 5,6756  | 4,779  | 41      | 0,0503 | 0,0146 |
| 8       | 0,0531  | 0,0386 | 25      | 2,3943  | 1,991  | 42      | 0,0634 | 0,0176 |
| 9       | 0,0888  | 0,0922 | 26      | 0,159   | 0,1382 | 43      | 0,1278 | 0,0432 |
| 10      | 1,4155  | 1,322  | 27      | 0,0531  | 0,0586 | 44      | 1,0525 | 0,616  |
| 11      | 2,575   | 23,754 | 28      | 0,0386  | 0,0466 | 45      | 0,4247 | 1,479  |
| 12      | 4,152   | 3,172  | 29      | 0,012   | 0,0208 | 46      | 0,5675 | 1,796  |
| 13      | 5,1993  | 3,852  | 30      | 0,0072  | 0,0132 | 47      | 3,1119 | 2,043  |
| 14      | 6,0226  | 4,381  | 31      | 0,0038  | 0,0042 | 48      | 7,7631 | 2,906  |
| 15      | 8,95    | 6,231  | 32      | 0,0019  | 0,0012 | 49      | 3,8031 | 3,241  |
| 16      | 10,1005 | 6,949  | 33      | 0,0017  | 0,0008 | 50      | 8,3122 | 5,949  |
| 17      | 19,6276 | 12,757 | 34      | 0,0005  | 0,0005 | 51      | 0      | 11,078 |

Fuente: Autor

**Paso 2 :** Con base en los valores registrados en la Tabla 23, se procede a calcular cada uno de los parámetros que forman parte de la estructura ANOVA, donde  $t$ ,  $b$  y  $y_{ij}$  obedecen al número de tratamientos, el número de bloques o muestras y al valor correspondiente al tratamiento  $i$  y bloque  $j$  respectivamente ( $y_{ij}$ ). Las expresiones para calcular los parámetros son las siguientes [100]:

$$SCBloque = \sum_{j=1}^b \frac{y_j^2}{t} - \frac{y_{..}^2}{tb} = \frac{1}{2} [9542.136] - \frac{130276.817}{102} \quad (2.39)$$

$$SCBloque = 3493.844$$

$$SCTrat = \sum_{i=1}^t \frac{y_i^2}{b} - \frac{y_{..}^2}{tb} = \frac{1}{51} [65202.07] - \frac{130276.817}{102} \quad (2.40)$$

$$SCTrat = 1.248$$

$$SCTotal = \sum_{ij} y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{tb} = 5230.34 - \frac{130276.817}{102} \quad (2.41)$$

$$SCTotal = 3953.122$$

$$SCE = SCTotal - SCTrat - SCBloque \quad (2.42)$$

$$SCE = 458.03$$

En las Tablas 24 y 25 se presenta la estructura y el resultado del ANOVA acorde con el escenario propuesto.

Tabla 24. Estructura del ANOVA para un análisis de tratamientos por bloques

| <i>C de V</i>       | <i>gl</i>             | <i>SC</i>       | <i>CM = SC/gl</i> | <i>F</i>          |
|---------------------|-----------------------|-----------------|-------------------|-------------------|
| <i>Bloques</i>      | <i>b - 1</i>          | <i>SCBloque</i> | <i>CMBloque</i>   |                   |
| <i>Tratamientos</i> | <i>t - 1</i>          | <i>SCTrat</i>   | <i>CMTrat</i>     | <i>CMTrat/CME</i> |
| <i>Error</i>        | <i>tb - b - t + 1</i> | <i>SCE</i>      | <i>CME</i>        |                   |
| <i>Total</i>        | <i>tb - 1</i>         | <i>SCTotal</i>  |                   |                   |

Fuente : Autor

Las hipótesis propuestas para evaluar el factor de interés son:

**Factor : Tratamientos**

$H_o$ : No hay diferencias significativas entre tratamientos

$H_A$ : Existen diferencias significativas entre tratamientos

Reemplazando cada uno de los valores, el resultado del ANOVA es el siguiente :

Tabla 25. Resultado del ANOVA para un análisis de tratamientos por bloques para el escenario propuesto

| <i>C de V</i>       | <i>gl</i> | <i>SC</i> | <i>CM</i> | <i>F</i> |
|---------------------|-----------|-----------|-----------|----------|
| <i>Bloques</i>      | 50        | 3493.844  | 69.877    |          |
| <i>Tratamientos</i> | 1         | 1.248     | 1.248     | 0.1362   |
| <i>Error</i>        | 50        | 458.03    | 9.16      |          |
| <i>Total</i>        | 101       | 3953.122  |           |          |

Fuente : Autor

Con base en los resultados obtenidos en el ANOVA, se pueden mencionar los siguientes aspectos :

El valor estimado de  $F$  relacionado con el efecto entre tratamientos ( $F_t$ ) alcanzó un valor de 0.1362, el cual es inferior al valor crítico de Fisher  $F(t - 1; tb - b - t + 1; \alpha) = F(1; 50; 0.05) \approx 4$ ; aspecto por el cual se acepta la hipótesis nula, evidenciando que no existen diferencias significativas entre tratamientos, con un 95% de confianza. En vista de lo anterior se puede concluir que el uso del algoritmo MmQoS puede ser considerado como un método eficiente para realizar procesos para la asignación de recursos en redes PLC.

**Nota :** Es importante mencionar que para evaluar la aceptación o el rechazo de la hipótesis nula en los casos anteriores se hizo uso del análisis de medias y el análisis de varianza como técnicas de inferencia estadística orientadas a identificar si existen diferencias significativas entre tratamientos. Con el fin de no generar monotonía en los procesos de evaluación se decidió no hacer uso de la misma prueba, ya que cualquiera de las dos arrojará el mismo resultado desde un punto de vista estadístico para tomar la decisión de aceptación o rechazo.

## 2.6 COMPARACIONES MÚLTIPLES CON EL MEJOR TRATAMIENTO

En muchas ocasiones el investigador recurre al uso de diversas estrategias o tratamientos para dar solución a un problema. En vista de lo anterior, es importante identificar cuál o cuáles de éstos tratamientos ofrecen un mejor resultado ante la situación problema, y es allí en donde surge la necesidad de realizar procesos de comparación entre cada uno de los tratamientos con el fin de seleccionar los más adecuados, e incluso, cuando el método más óptimo requiere de una complejidad computacional elevada y es necesario hacer uso de técnicas heurísticas o métodos alternos de solución. Este método será de gran ayuda a la hora de resaltar cuáles de estos métodos alternos ofrece resultados tan buenos como el método óptimo. Ante esta situación, es importante evaluar cada uno de los tratamientos y compararlo con el mejor.

El método consiste en seleccionar el tratamiento o conjunto de tratamientos que proporcionen el resultado más deseable. El procedimiento denominado “*Comparaciones Múltiples con el Mejor (CMM)*”[73] permite al investigador clasificar los tratamientos de

manera que “la mejor” población esté incluida en un subconjunto con un nivel de confianza específico. La expresión que permite realizar este proceso es (4.17):

$$\mu_i - \max_{j \neq i} \mu_j \quad \forall i = 1, 2, \dots, t \quad (2.43)$$

Donde  $\max_{j \neq i} \mu_j$  es la media máxima de los tratamientos sin incluir a  $\mu_i$ . Si  $\mu_i - \max_{j \neq i} \mu_j > 0$ , entonces el tratamiento  $i$  es el mejor. De lo contrario, el tratamiento  $i$  no es el mejor. Los intervalos de confianza simultáneos (ICS) de los CMM para  $\mu_i - \max_{j \neq i} \mu_j$  tienen la restricción de incluir el Cero. Teniendo en cuenta que dos tratamientos nunca van a presentar promedios idénticos.[101] Lo anterior quiere decir que si  $\mu_i - \max_{j \neq i} \mu_j \geq 0$ , el tratamiento  $i$  puede considerarse como el mejor o uno de los mejores.

Si lo que se desea saber es cuál de los tratamientos es el que mejor maximiza la variable objeto de estudio, el proceso es el siguiente:

Se calcula la diferencia  $D_i$  entre cada una de las medias  $\bar{y}_i$  (una por tratamiento), y la mayor media de los restantes  $\max_{j \neq i} \bar{y}_j$ , como se presenta a continuación:

$$D_i = \bar{y}_i - \max_{j \neq i} \bar{y}_j \quad \forall i = 1, 2, \dots, t \quad (2.44)$$

Y la cantidad  $M$ ,

$$M = d_{\alpha, k, v} \sqrt{\frac{2S^2}{r}} \quad (2.45)$$

Donde  $d_{\alpha, k, v}$  obedece al estadístico tabulado correspondiente a las comparaciones múltiples con el mejor bajo la prueba de Dunnett [100].  $S^2$  y  $r$  corresponden a la varianza experimental (Cuadrado Medio del Error CME) y el número de repeticiones respectivamente. Para calcular los intervalos de confianza simultáneos (ICS) con un  $100(1-\alpha)\%$  de nivel de confianza, se debe tener en cuenta (4.20) y (4.21):

$$\text{Límite Inferior } L = \begin{cases} D_i - M & \text{Si } D_i - M < 0 \\ 0 & \text{de otra forma} \end{cases} \quad (2.46)$$

$$\text{Límite Superior } U = \begin{cases} D_i + M & \text{Si } D_i + M > 0 \\ 0 & \text{de otra forma} \end{cases} \quad (2.47)$$

Si el interés radica en determinar cuál es el tratamiento que mejor minimiza la variable objeto de estudio, el proceso es el siguiente:

- Se calcula la diferencia  $D_i$  entre cada una de las medias  $\bar{y}_i$  (una por tratamiento), y la menor media de los restantes  $\min_{j \neq i} \bar{y}_j$ , como se presenta a continuación:

$$D_i = \bar{y}_i - \min_{j \neq i} \bar{y}_j \quad \forall i = 1, 2, \dots, t \quad (2.48)$$

- Y la cantidad  $M$  y los  $ICS$  se calculan acorde con las ecuaciones 2.46 y 2.47.

Aquellos tratamientos en los cuales se incluya el cero entre los límites superior e inferior, serán considerados como el mejor o los mejores tratamientos [73].

### 2.6.1 Análisis de tratamientos para los métodos de optimización propuestos

Con el fin de comparar cada uno de los cuatro métodos propuestos de optimización (Nucleolus, MMF, MmQoS y Shapley) e identificar aquellos que presentan el mejor resultado de acuerdo al problema propuesto, se propone el uso de cuatro escenarios que pueden llegar a presentarse en una red HAN, sobre los cuales se aplicará cada uno de los métodos de optimización de recursos y posteriormente mediante la prueba de Dunnet se identificará cuál o cuáles son los métodos o tratamientos arrojaron el mejor resultado durante el proceso de evaluación. Es importante mencionar que en cada escenario propuesto se establecerán tres condiciones de canal PLC diferentes, con el objetivo de analizar el comportamiento de cada uno de los métodos de optimización propuestos en relación con la capacidad máxima del canal PLC, acorde con las necesidades de tráfico en cada nodo. La herramienta GC\_PLC arrojó los valores: 159.72 Mbps, 120.65 Mbps y 83.58Mbps; los cuales corresponden a la capacidad que puede estar presente en un canal PLC, bajo una condición de canal: Excelente, Regular (Típica) y Deficiente respectivamente.

Los cuatro escenarios propuestos son los siguientes:

**Escenario 1: Estado de canal No Saturado bajo condiciones de tráfico Monoclase:** En este primer escenario se propone una red HAN conformada por siete (7) nodos PLC, a través de los cuales solo se generará tráfico de datos. En este escenario el nodo siete actúa como nodo CCo y el ancho de banda requerido por cada uno de los nodos se encuentra establecido en la Tabla 26.

Tabla 26. BW solicitado por cada nodo para el escenario 1

| Nodo         | BW Solicitado [Mbps] |
|--------------|----------------------|
| 1            | 6,84                 |
| 2            | 2,50                 |
| 3            | 3,22                 |
| 4            | 4,34                 |
| 5            | 3,28                 |
| 6            | 6,59                 |
| 7(Cco)       | 26,78                |
| <b>Total</b> | <b>53,56</b>         |

Fuente: Autor

En la Tabla 26 se observa que el ancho de banda total requerido por la red HAN es de 53.56 Mbps, el cual es inferior a la capacidad total del canal PLC en cualquiera de las tres condiciones de canal sugeridas, estableciendo un estado de No-Saturación del canal PLC.

***Escenario 2: Estado de Canal Saturado bajo condiciones de tráfico Monoclase.***

En este segundo escenario se propone una red HAN conformada por doce (12) nodos PLC, a través de los cuales solo se generará tráfico de datos. En este escenario el nodo doce actúa como nodo Cco y el ancho de banda requerido por cada uno de los nodos se encuentra establecido en la Tabla 27.

Tabla 27. BW solicitado por cada nodo para el escenario 2

| Nodo         | BW Solicitado [Mbps] |
|--------------|----------------------|
| 1            | 7,23                 |
| 2            | 19,99                |
| 3            | 3,41                 |
| 4            | 1,45                 |
| 5            | 3,11                 |
| 6            | 17,80                |
| 7            | 8,01                 |
| 8            | 9,38                 |
| 9            | 3,36                 |
| 10           | 17,28                |
| 11           | 14,14                |
| 12 (Cco)     | 105,15               |
| <b>Total</b> | <b>210,31</b>        |

Fuente: Autor

En la Tabla 27 se observa que el ancho de banda total requerido por la red HAN es de 210,31 Mbps, el cual es superior a la capacidad total del canal PLC en cualquiera de las tres condiciones de canal sugeridas, estableciendo un estado de Saturación del canal PLC.

***Escenario 3: Estado de canal No Saturado bajo condiciones de tráfico Multiclase.***

En este tercer escenario se propone una red HAN conformada por seis (6) nodos PLC. Cada nodo está conformado por un adaptador PLC y una fuente de tráfico. Cada fuente de tráfico puede generar más de una clase de tráfico  $r$  simultáneamente (Voz, Datos, Video y Telemetría).

Tabla 28. Clase de tráfico por cada nodo *i* y clase *r* escenario 3

| Nodo <i>i</i> | Clases de Tráfico     |                         |                           |                         |
|---------------|-----------------------|-------------------------|---------------------------|-------------------------|
|               | Voz<br>( <i>r</i> =1) | Video<br>( <i>r</i> =2) | Control<br>( <i>r</i> =3) | Datos<br>( <i>r</i> =4) |
| 1             |                       |                         | X                         | X                       |
| 2             | G.723.1               |                         |                           | X                       |
| 3             |                       | MPEG-1                  | X                         |                         |
| 4             | G.729                 |                         |                           | X                       |
| 5             |                       | MPEG-2                  |                           | X                       |
| 6(Cco)        | X                     | X                       | X                         | X                       |

Fuente: Autor

El nodo 6 será considerado como nodo principal o Coordinador (Cco), el cual estará encargado de establecer la reserva frecuencia-tiempo (Schedule) para cada uno de los nodos que forman parte de la red PLC. Adicionalmente, será el nodo por el cual circulará la mayor cantidad de tráfico, debido a su conexión directa con el router para acceder a Internet. En la Tabla 28 se presentan las clases de tráfico y el códec establecido (aplicable solo a Voz o Video), para cada nodo *i* y clase *r* que forman parte del escenario propuesto.

En la Tabla 29 se presenta el ancho de banda requerido por cada clase de tráfico para el escenario propuesto.

Tabla 29. BW requerido por cada nodo *i* y clase *r* escenario 3

| Nodo <i>i</i> | Clases de Tráfico |                 |                   |                 |
|---------------|-------------------|-----------------|-------------------|-----------------|
|               | Voz<br>[kbps]     | Video<br>[Mbps] | Control<br>[kbps] | Datos<br>[Mbps] |
| 1             |                   |                 | 2,75              | 9,19            |
| 2             | 23,50             |                 |                   | 6,14            |
| 3             |                   | 2,32            | 1,38              |                 |
| 4             | 44,72             |                 |                   | 5,45            |
| 5             |                   | 4,07            |                   | 6,61            |
| 6(Cco)        | 68,22             | 6,39            | 4,13              | 27,38           |

Fuente: Autor

Acorde con los valores registrados en la Tabla 29 el ancho de banda total requerido por la red HAN es de 67.68 Mbps, el cual es inferior a la capacidad total del canal PLC en cualquiera de las tres condiciones de canal sugeridas, estableciendo un estado de No-Saturación del canal PLC.

**Escenario 4: Estado de canal Saturado bajo condiciones de tráfico Multiclase.**

En este cuarto y último escenario se propone una red HAN conformada por ocho (8) nodos PLC. Cada nodo está conformado por un adaptador PLC y una fuente de tráfico. Cada fuente de tráfico puede generar más de una clase de tráfico  $r$  simultáneamente (Voz, Datos, Video y Telemetría). El nodo 8 será considerado como nodo principal o Coordinador (Cco). En la Tabla 30 se presentan las clases de tráfico y el códec establecido (aplicable solo a Voz o Video), para cada nodo  $i$  y clase  $r$  que forman parte del escenario propuesto.

Tabla 30. Clase de tráfico por cada nodo  $i$  y clase  $r$  escenario 4

| Nodo $i$ | Clases de Tráfico |                    |                      |                    |
|----------|-------------------|--------------------|----------------------|--------------------|
|          | Voz<br>( $r=1$ )  | Video<br>( $r=2$ ) | Control<br>( $r=3$ ) | Datos<br>( $r=4$ ) |
| 1        | G.711             |                    | X                    | X                  |
| 2        | G.723.1           |                    | X                    | X                  |
| 3        |                   | MPEG-4             |                      | X                  |
| 4        | G.729             |                    | X                    | X                  |
| 5        |                   | MPEG-2             | X                    |                    |
| 6        |                   |                    |                      | X                  |
| 7        | G.711             |                    |                      | X                  |
| 8(Cco)   | X                 | X                  | X                    | X                  |

Fuente: Autor

En la Tabla 31 se presenta el BW requerido por cada clase de tráfico para el escenario propuesto.

Tabla 31. BW requerido por cada nodo  $i$  y clase  $r$  escenario 4

| Nodo $i$ | Clases de Tráfico |                 |                   |                 |
|----------|-------------------|-----------------|-------------------|-----------------|
|          | Voz<br>[kbps]     | Video<br>[Mbps] | Control<br>[kbps] | Datos<br>[Mbps] |
| 1        | 81,6              |                 | 1,5               | 3,5             |
| 2        | 23,2              |                 | 2,2               | 10,2            |
| 3        |                   | 18,4            |                   | 8,4             |
| 4        | 35,8              |                 | 2,7               | 12,7            |
| 5        |                   | 15,38           | 1,8               |                 |
| 6        |                   |                 |                   | 16,5            |
| 7        | 102,6             |                 |                   | 11,6            |
| 8(Cco)   | 243,2             | 33,78           | 8,2               | 62,9            |

Fuente: Autor

Acorde con los valores registrados en la Tabla 31 el BW total requerido por la red HAN es de 193.86 Mbps, el cual es superior a la capacidad total del canal PLC en cualquiera de las tres condiciones de canal sugeridas, estableciendo un estado de Saturación del canal PLC.

Un aspecto importante que se debe tomar en cuenta en los cuatro escenarios propuestos consiste en considerar el criterio de que el nodo Cco estará directamente conectado al Router que permite la salida de la red HAN a Internet y sobre el cual circulará la mayor parte del tráfico, bajo el supuesto de que la mayor parte de los servicios dependerán de Internet.

## 2.6.2 Resultados del proceso de optimización en cada uno de los escenarios propuestos

En cada uno de los cuatro escenarios propuestos, se desea asignar de forma equitativa mediante el uso de los cuatro métodos propuestos (Nucleolus, MMF, MmQoS y Shapley) el BW disponible en el canal PLC ( $BW_{Total} = v(N)$ ) entre todos los jugadores  $j = 1, 2, \dots, n$ ; donde cada jugador  $j$  obedece a cada fuente de tráfico asociada al duo (nodo,clase) que requiere acceso al canal. En todos los casos se considerará el caso de un juego de bancarrota con el fin de establecer cada una de las imputaciones del juego. Las Tablas 32, 33, 34 y 35 presentan el BW asignado a cada uno de los jugadores como resultado del proceso de asignación de recursos, mediante el uso de los cuatro métodos de optimización propuestos, soportado en la teoría de juegos cooperativos y acorde a cada uno de los estados y condiciones del canal PLC.

Tabla 32. BW Asignado a cada jugador para el escenario 1: Canal No Saturado – Monoclase

| Estado del canal | Jugador      | BW Solicitado | Nucleolus     | MMF           | MmQoS         | Shapley       |
|------------------|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| <b>EXCELENTE</b> | <b>1</b>     | 6,84          | 22,01         | 6,84          | 20,401        | 22,007        |
|                  | <b>2</b>     | 2,50          | 17,67         | 2,5           | 7,457         | 17,667        |
|                  | <b>3</b>     | 3,22          | 18,39         | 3,22          | 9,604         | 18,387        |
|                  | <b>4</b>     | 4,34          | 19,51         | 4,34          | 12,945        | 19,507        |
|                  | <b>5</b>     | 3,28          | 18,45         | 3,28          | 9,783         | 18,447        |
|                  | <b>6</b>     | 6,59          | 21,76         | 6,59          | 19,656        | 21,757        |
|                  | <b>7 Cco</b> | 26,78         | 41,95         | 132,95        | 79,875        | 41,947        |
| <b>Total BW</b>  |              | <b>53,56</b>  | <b>159,72</b> | <b>159,72</b> | <b>159,72</b> | <b>159,72</b> |
| <b>REGULAR</b>   | <b>1</b>     | 6,84          | 16,43         | 6,84          | 15,411        | 16,426        |
|                  | <b>2</b>     | 2,50          | 12,09         | 2,5           | 5,633         | 12,086        |
|                  | <b>3</b>     | 3,22          | 12,81         | 3,22          | 7,255         | 12,806        |
|                  | <b>4</b>     | 4,34          | 13,93         | 4,34          | 9,778         | 13,926        |
|                  | <b>5</b>     | 3,28          | 12,87         | 3,28          | 7,39          | 12,866        |
|                  | <b>6</b>     | 6,59          | 16,18         | 6,59          | 14,847        | 16,176        |
|                  | <b>7 Cco</b> | 26,78         | 36,37         | 93,88         | 60,336        | 36,366        |

| Total BW          |              | 53,56        | 120,65       | 120,65       | 120,65       | 120,65       |
|-------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| <b>DEFICIENTE</b> | <b>1</b>     | 6,84         | 11,13        | 6,84         | 10,676       | 11,13        |
|                   | <b>2</b>     | 2,50         | 6,79         | 2,5          | 3,902        | 6,79         |
|                   | <b>3</b>     | 3,22         | 7,51         | 3,22         | 5,026        | 7,51         |
|                   | <b>4</b>     | 4,34         | 8,63         | 4,34         | 6,774        | 8,63         |
|                   | <b>5</b>     | 3,28         | 7,57         | 3,28         | 5,119        | 7,57         |
|                   | <b>6</b>     | 6,59         | 10,88        | 6,59         | 10,286       | 10,88        |
|                   | <b>7 Cco</b> | 26,78        | 31,07        | 56,81        | 41,798       | 31,07        |
| <b>Total BW</b>   |              | <b>53,56</b> | <b>83,58</b> | <b>83,58</b> | <b>83,58</b> | <b>83,58</b> |

Fuente: Autor

Tabla 33. BW Asignado a cada jugador para el escenario 2: Canal Saturado – Monoclase

| Estado del canal  | Jugador       | BW Solicitado | Nucleolus     | MMF           | MmQoS         | Shapley       |
|-------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| <b>EXCELENTE</b>  | <b>1</b>      | 7,23          | 3,20          | 7,23          | 5,491         | 4,693         |
|                   | <b>2</b>      | 19,99         | 12,82         | 19,99         | 15,181        | 13,033        |
|                   | <b>3</b>      | 3,41          | 2,01          | 3,41          | 2,59          | 2,21          |
|                   | <b>4</b>      | 1,45          | 1,30          | 1,45          | 1,101         | 0,939         |
|                   | <b>5</b>      | 3,11          | 2,03          | 3,11          | 2,362         | 2,016         |
|                   | <b>6</b>      | 17,80         | 10,95         | 17,8          | 13,518        | 11,598        |
|                   | <b>7</b>      | 8,01          | 3,77          | 8,01          | 6,083         | 5,2           |
|                   | <b>8</b>      | 9,38          | 4,57          | 9,38          | 7,124         | 6,093         |
|                   | <b>9</b>      | 3,36          | 2,01          | 3,36          | 2,552         | 2,178         |
|                   | <b>10</b>     | 17,28         | 10,51         | 17,28         | 13,123        | 11,258        |
|                   | <b>11</b>     | 14,14         | 7,96          | 14,14         | 10,739        | 9,204         |
|                   | <b>12 Cco</b> | 105,15        | 98,58         | 54,56         | 79,856        | 91,298        |
| <b>Total BW</b>   |               | <b>210,31</b> | <b>159,72</b> | <b>159,72</b> | <b>159,72</b> | <b>159,72</b> |
| <b>REGULAR</b>    | <b>1</b>      | 7,23          | 3,65          | 7,23          | 4,148         | 3,785         |
|                   | <b>2</b>      | 19,99         | 9,73          | 17,76         | 11,468        | 10,297        |
|                   | <b>3</b>      | 3,41          | 1,73          | 3,41          | 1,956         | 1,79          |
|                   | <b>4</b>      | 1,45          | 0,81          | 1,45          | 0,832         | 0,762         |
|                   | <b>5</b>      | 3,11          | 1,73          | 3,11          | 1,784         | 1,632         |
|                   | <b>6</b>      | 17,80         | 8,70          | 17,76         | 10,211        | 9,202         |
|                   | <b>7</b>      | 8,01          | 3,97          | 8,01          | 4,595         | 4,193         |
|                   | <b>8</b>      | 9,38          | 4,67          | 9,38          | 5,381         | 4,907         |
|                   | <b>9</b>      | 3,36          | 1,72          | 3,36          | 1,928         | 1,763         |
|                   | <b>10</b>     | 17,28         | 8,46          | 17,28         | 9,913         | 8,942         |
|                   | <b>11</b>     | 14,14         | 6,98          | 14,14         | 8,112         | 7,36          |
|                   | <b>12 Cco</b> | 105,15        | 68,52         | 17,76         | 60,322        | 66,017        |
| <b>Total BW</b>   |               | <b>210,31</b> | <b>120,65</b> | <b>120,65</b> | <b>120,65</b> | <b>120,65</b> |
| <b>DEFICIENTE</b> | <b>1</b>      | 7,23          | 3,64          | 7,23          | 2,873         | 3,361         |
|                   | <b>2</b>      | 19,99         | 9,55          | 9,526         | 7,944         | 9,439         |
|                   | <b>3</b>      | 3,41          | 1,86          | 3,41          | 1,355         | 1,577         |
|                   | <b>4</b>      | 1,45          | 1,02          | 1,45          | 0,576         | 0,669         |
|                   | <b>5</b>      | 3,11          | 1,73          | 3,11          | 1,236         | 1,438         |
|                   | <b>6</b>      | 17,80         | 8,50          | 9,526         | 7,074         | 8,371         |
|                   | <b>7</b>      | 8,01          | 3,98          | 8,01          | 3,183         | 3,728         |
|                   | <b>8</b>      | 9,38          | 4,62          | 9,38          | 3,728         | 4,372         |
|                   | <b>9</b>      | 3,36          | 1,84          | 3,36          | 1,335         | 1,554         |
|                   | <b>10</b>     | 17,28         | 8,25          | 9,526         | 6,867         | 8,12          |
|                   | <b>11</b>     | 14,14         | 6,80          | 9,526         | 5,619         | 6,613         |
|                   | <b>12 Cco</b> | 105,15        | 31,79         | 9,526         | 41,788        | 34,339        |
| <b>Total BW</b>   |               | <b>210,31</b> | <b>83,58</b>  | <b>83,58</b>  | <b>83,58</b>  | <b>83,58</b>  |

Fuente: Autor

Tabla 34. BW Asignado a cada jugador para el escenario 3: Canal No Saturado – Multiclase

| Estado del canal | Jugador | CoS     | BW Solicitado | Nucleolus | MMF      | MmQoS    | Shapley  |
|------------------|---------|---------|---------------|-----------|----------|----------|----------|
| EXCELENTE        | 1       | Voz     | 0,0235        | 6,5970    | 0,0235   | 0,0550   | 6,5970   |
|                  | 2       |         | 0,0447        | 6,6180    | 0,0447   | 0,1060   | 6,6180   |
|                  | 3       |         | 0,0682        | 6,6410    | 0,0682   | 0,1610   | 6,6410   |
|                  | 4       | Video   | 2,3177        | 8,8930    | 2,3200   | 5,4740   | 8,8930   |
|                  | 5       |         | 4,0716        | 10,6430   | 4,0700   | 9,6030   | 10,6430  |
|                  | 6       |         | 6,3893        | 12,9630   | 6,3900   | 15,0770  | 12,9630  |
|                  | 7       | Control | 0,0028        | 6,5760    | 0,0028   | 0,0060   | 6,5760   |
|                  | 8       |         | 0,0014        | 6,5750    | 0,0014   | 0,0030   | 6,5750   |
|                  | 9       |         | 0,0041        | 6,5770    | 0,0041   | 0,0100   | 6,5770   |
|                  | 10      | Datos   | 9,1865        | 15,7630   | 9,1900   | 21,6830  | 15,7630  |
|                  | 11      |         | 6,1382        | 12,7130   | 6,1400   | 14,4870  | 12,7130  |
|                  | 12      |         | 5,4454        | 12,0230   | 5,4500   | 12,8590  | 12,0230  |
|                  | 13      |         | 6,6093        | 13,1830   | 6,6100   | 15,5960  | 13,1830  |
|                  | 14      |         | 27,3795       | 33,9530   | 119,4053 | 64,6010  | 33,9530  |
| Total BW         |         |         | 67,6822       | 159,7180  | 159,7200 | 159,7210 | 159,7180 |
| Estado del canal | Jugador |         | BW Solicitado | Nucleolus | MMF      | MmQoS    | Shapley  |
| REGULAR          | 1       | Voz     | 0,0235        | 3,8060    | 0,0235   | 0,0420   | 3,8060   |
|                  | 2       |         | 0,0447        | 3,8270    | 0,0447   | 0,0800   | 3,8270   |
|                  | 3       |         | 0,0682        | 3,8510    | 0,0682   | 0,1220   | 3,8510   |
|                  | 4       | Video   | 2,3177        | 6,1030    | 2,3200   | 4,1350   | 6,1030   |
|                  | 5       |         | 4,0716        | 7,8530    | 4,0700   | 7,2540   | 7,8530   |
|                  | 6       |         | 6,3893        | 10,1730   | 6,3900   | 11,3890  | 10,1730  |
|                  | 7       | Control | 0,0028        | 3,7850    | 0,0028   | 0,0050   | 3,7850   |
|                  | 8       |         | 0,0014        | 3,7840    | 0,0014   | 0,0020   | 3,7840   |
|                  | 9       |         | 0,0041        | 3,7870    | 0,0041   | 0,0070   | 3,7870   |
|                  | 10      | Datos   | 9,1865        | 12,9730   | 9,1900   | 16,3790  | 12,9730  |
|                  | 11      |         | 6,1382        | 9,9230    | 6,1400   | 10,9430  | 9,9230   |
|                  | 12      |         | 5,4454        | 9,2330    | 5,4500   | 9,7130   | 9,2330   |
|                  | 13      |         | 6,6093        | 10,3930   | 6,6100   | 11,7810  | 10,3930  |
|                  | 14      |         | 27,3795       | 31,1630   | 80,3353  | 48,7980  | 31,1630  |
| Total BW         |         |         | 67,6822       | 120,6540  | 120,6500 | 120,6500 | 120,6540 |
| Estado del canal | Jugador |         | BW Solicitado | Nucleolus | MMF      | MmQoS    | Shapley  |
| DEFICIENTE       | 1       | Voz     | 0,0235        | 1,1580    | 0,0235   | 0,0290   | 1,1580   |
|                  | 2       |         | 0,0447        | 1,1790    | 0,0447   | 0,0550   | 1,1790   |
|                  | 3       |         | 0,0682        | 1,2030    | 0,0682   | 0,0840   | 1,2030   |
|                  | 4       | Video   | 2,3177        | 3,4550    | 2,3200   | 2,8640   | 3,4550   |
|                  | 5       |         | 4,0716        | 5,2050    | 4,0700   | 5,0250   | 5,2050   |
|                  | 6       |         | 6,3893        | 7,5250    | 6,3900   | 7,8890   | 7,5250   |
|                  | 7       | Control | 0,0028        | 1,1370    | 0,0028   | 0,0030   | 1,1370   |
|                  | 8       |         | 0,0014        | 1,1360    | 0,0014   | 0,0020   | 1,1360   |
|                  | 9       |         | 0,0041        | 1,1390    | 0,0041   | 0,0050   | 1,1390   |
|                  | 10      | Datos   | 9,1865        | 10,3250   | 9,1900   | 11,3470  | 10,3250  |
|                  | 11      |         | 6,1382        | 7,2750    | 6,1400   | 7,5810   | 7,2750   |
|                  | 12      |         | 5,4454        | 6,5850    | 5,4500   | 6,7290   | 6,5850   |
|                  | 13      |         | 6,6093        | 7,7450    | 6,6100   | 8,1610   | 7,7450   |
|                  | 14      |         | 27,3795       | 28,5150   | 43,2653  | 33,8050  | 28,5150  |
| Total BW         |         |         | 67,6822       | 83,5820   | 83,5800  | 83,5790  | 83,5820  |

Fuente: Autor

Tabla 35. BW Asignado a cada jugador para el escenario 4: Canal Saturado – Multiclase

| Estado del canal  | Jugador | CoS            | BW Solicitado   | Nucleolus       | MMF             | MmQoS           | Shapley         |
|-------------------|---------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| <b>EXCELENTE</b>  | 1       | <b>Voz</b>     | 0,0816          | 2,1190          | 0,0816          | 0,0670          | 0,0580          |
|                   | 2       |                | 0,0232          | 2,0610          | 0,0232          | 0,0190          | 0,0167          |
|                   | 3       |                | 0,0358          | 2,0730          | 0,0358          | 0,0290          | 0,0259          |
|                   | 4       |                | 0,1026          | 2,1400          | 0,1026          | 0,0850          | 0,0741          |
|                   | 5       |                | 0,2432          | 2,2810          | 0,2432          | 0,2000          | 0,2233          |
|                   | 6       | <b>Video</b>   | 18,4000         | 20,4370         | 18,4000         | 15,1590         | 13,7348         |
|                   | 7       |                | 15,3800         | 17,4170         | 15,3800         | 12,6710         | 11,1597         |
|                   | 8       |                | 33,7800         | 35,8170         | 31,2686         | 27,8310         | 31,0153         |
|                   | 9       | <b>Control</b> | 0,0015          | 2,0390          | 0,0015          | 0,0010          | 0,0011          |
|                   | 10      |                | 0,0022          | 0,0020          | 0,0022          | 0,0020          | 0,0016          |
|                   | 11      |                | 0,0027          | 0,0020          | 0,0027          | 0,0020          | 0,0020          |
|                   | 12      |                | 0,0018          | 0,0010          | 0,0018          | 0,0010          | 0,0013          |
|                   | 13      |                | 0,0082          | 0,0040          | 0,0082          | 0,0070          | 0,0075          |
|                   | 14      | <b>Datos</b>   | 3,5000          | 2,1340          | 3,5000          | 2,8840          | 2,4870          |
|                   | 15      |                | 10,2000         | 5,6690          | 10,2000         | 8,4040          | 7,3497          |
|                   | 16      |                | 8,4000          | 4,6040          | 8,4000          | 6,9210          | 6,2702          |
|                   | 17      |                | 12,7000         | 7,1440          | 12,7000         | 10,4630         | 9,1822          |
|                   | 18      |                | 16,5000         | 9,2990          | 16,5000         | 13,5940         | 11,9820         |
|                   | 19      |                | 11,6000         | 6,5010          | 11,6000         | 9,5570          | 8,3769          |
|                   | 20      |                | 62,9000         | 37,9740         | 31,2686         | 51,8220         | 57,7519         |
| <b>Total BW</b>   |         |                | <b>193,8628</b> | <b>159,7180</b> | <b>159,7200</b> | <b>159,7190</b> | <b>159,7210</b> |
| Estado del canal  | Jugador |                | BW Solicitado   | Nucleolus       | MMF             | MmQoS           | Shapley         |
| <b>REGULAR</b>    | 1       | <b>Voz</b>     | 0,0816          | 0,0620          | 0,0816          | 0,0510          | 0,0449          |
|                   | 2       |                | 0,0232          | 0,0150          | 0,0232          | 0,0140          | 0,0128          |
|                   | 3       |                | 0,0358          | 0,0240          | 0,0358          | 0,0220          | 0,0197          |
|                   | 4       |                | 0,1026          | 0,0790          | 0,1026          | 0,0640          | 0,0566          |
|                   | 5       |                | 0,2432          | 0,1380          | 0,2432          | 0,1510          | 0,1699          |
|                   | 6       | <b>Video</b>   | 18,4000         | 17,4640         | 14,7494         | 11,4510         | 9,8756          |
|                   | 7       |                | 15,3800         | 14,4340         | 14,7494         | 9,5720          | 8,4300          |
|                   | 8       |                | 33,7800         | 33,0370         | 14,7494         | 21,0230         | 23,5972         |
|                   | 9       | <b>Control</b> | 0,0015          | 0,0001          | 0,0015          | 0,0010          | 0,0008          |
|                   | 10      |                | 0,0022          | 0,0010          | 0,0022          | 0,0010          | 0,0012          |
|                   | 11      |                | 0,0027          | 0,0020          | 0,0027          | 0,0020          | 0,0015          |
|                   | 12      |                | 0,0018          | 0,0010          | 0,0018          | 0,0010          | 0,0010          |
|                   | 13      |                | 0,0082          | 0,0040          | 0,0082          | 0,0050          | 0,0057          |
|                   | 14      | <b>Datos</b>   | 3,5000          | 1,6260          | 3,5000          | 2,1780          | 1,9253          |
|                   | 15      |                | 10,2000         | 5,0030          | 10,2000         | 6,3480          | 5,6429          |
|                   | 16      |                | 8,4000          | 4,1450          | 8,4000          | 5,2280          | 4,5084          |
|                   | 17      |                | 12,7000         | 6,1960          | 12,7000         | 7,9040          | 6,9928          |
|                   | 18      |                | 16,5000         | 8,0490          | 14,7494         | 10,2690         | 9,0280          |
|                   | 19      |                | 11,6000         | 5,6690          | 11,6000         | 7,2190          | 6,3954          |
|                   | 20      |                | 62,9000         | 24,7010         | 14,7494         | 39,1460         | 43,9392         |
| <b>Total BW</b>   |         |                | <b>193,8628</b> | <b>120,6501</b> | <b>120,6500</b> | <b>120,6500</b> | <b>120,6490</b> |
| Estado del canal  | Jugador |                | BW Solicitado   | Nucleolus       | MMF             | MmQoS           | Shapley         |
| <b>DEFICIENTE</b> | 1       | <b>Voz</b>     | 0,0816          | 0,0380          | 0,0816          | 0,0350          | 0,0386          |
|                   | 2       |                | 0,0232          | 0,0070          | 0,0232          | 0,0100          | 0,0110          |
|                   | 3       |                | 0,0358          | 0,0070          | 0,0358          | 0,0150          | 0,0170          |
|                   | 4       |                | 0,1026          | 0,0650          | 0,1026          | 0,0440          | 0,0488          |
|                   | 5       |                | 0,2432          | 0,1380          | 0,2432          | 0,1050          | 0,0930          |
|                   | 6       | <b>Video</b>   | 18,4000         | 10,7430         | 8,8972          | 7,9330          | 8,9741          |
|                   | 7       |                | 15,3800         | 8,8250          | 8,8972          | 6,6310          | 7,3611          |
|                   | 8       |                | 33,7800         | 25,3810         | 8,8972          | 14,5640         | 12,9131         |
|                   | 9       | <b>Control</b> | 0,0015          | 0,0001          | 0,0015          | 0,0010          | 0,0007          |
|                   | 10      |                | 0,0022          | 0,0014          | 0,0022          | 0,0010          | 0,0010          |

|                 |    |       |                 |                |                |                |                |
|-----------------|----|-------|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|                 | 11 |       | 0,0027          | 0,0014         | 0,0027         | 0,0010         | 0,0013         |
|                 | 12 |       | 0,0018          | 0,0016         | 0,0018         | 0,0010         | 0,0009         |
|                 | 13 |       | 0,0082          | 0,0028         | 0,0082         | 0,0040         | 0,0031         |
|                 | 14 | Datos | 3,5000          | 1,6931         | 3,5000         | 1,5090         | 1,6557         |
|                 | 15 |       | 10,2000         | 4,7777         | 8,8972         | 4,3980         | 4,8459         |
|                 | 16 |       | 8,4000          | 4,0782         | 8,4000         | 3,6210         | 4,0969         |
|                 | 17 |       | 12,7000         | 5,6813         | 8,8972         | 5,4750         | 6,0367         |
|                 | 18 |       | 16,5000         | 7,0127         | 8,8972         | 7,1140         | 7,9210         |
|                 | 19 |       | 11,6000         | 5,2912         | 8,8972         | 5,0010         | 5,5132         |
|                 | 20 |       | 62,9000         | 9,8348         | 8,8972         | 27,1180        | 24,0448        |
| <b>Total BW</b> |    |       | <b>193,8628</b> | <b>83,5803</b> | <b>83,5800</b> | <b>83,5810</b> | <b>83,5780</b> |

Fuente: Autor

Después de realizar el proceso de optimización a través de los cuatro métodos propuestos en cada uno de los escenarios, se pueden mencionar los siguientes aspectos:

- Se observa que los valores correspondientes al BW asignado para cada uno de los jugadores como resultado de los métodos propuestos son muy similares entre sí. Sin embargo, se realizará más adelante un ANOVA con el fin de identificar si existen diferencias significativas entre los métodos o tratamientos propuestos. Adicionalmente, se observa que algunos jugadores obtuvieron una mayor asignación de recursos que otros en cada uno de los métodos utilizados, lo cual puede ser favorable a la hora de analizar aspectos como QoS, especialmente en aquellos jugadores que representan tráfico de voz o video.
- En los cuatro escenarios, la suma total del BW asignado a cada jugador es igual al BW total disponible en el canal PLC, acorde con las tres condiciones del canal (Excelente, Regular y Deficiente) y a las imputaciones establecidas en cada modelo de optimización.
- En los escenarios bajo condiciones de canal en estado de saturación, se observa que el BW asignado a cada jugador presenta un valor cercano al BW requerido, reflejando con ello una asignación de recursos de manera equitativa y justa, acorde con las necesidades de cada nodo. Para el caso de escenarios en estado de No Saturación, se observa que el BW asignado es proporcional a la demanda del servicio con la particularidad de que el valor asignado es superior al requerido, lo cual es coherente teniendo en cuenta que el BW total disponible en el canal PLC es superior al requerido y con ello garantizar adecuados niveles de QoS para cada una de las clases de tráfico que circulan al interior de la red HAN.

### 2.6.3 Análisis de resultados mediante el procedimiento CMM o prueba de Dunnett

Con el fin de realizar un proceso de evaluación y comparación de los cuatro métodos de optimización propuestos, es pertinente realizar un proceso de muestreo aleatorio tomando como población los resultados que se encuentran registrados en las Tablas 32 a la 35. Para calcular el tamaño de la muestra para una población finita se hace uso de (4.23):

$$n = \frac{Z_{\alpha}^2 N p q}{i^2 (N - 1) + Z_{\alpha}^2 p q} \quad (2.49)$$

Donde:

$n$ : Tamaño de la muestra

$Z_{\alpha}$ : Valor correspondiente a la distribución de Gauss con un error  $\alpha$ . Los valores de  $Z_{\alpha}$  para  $\alpha = 0,05$  y  $\alpha = 0,01$  es de 1,96 y 2,58 respectivamente.

$p$ : Prevalencia esperada del parámetro evaluador. Cuando este valor se desconoce se puede considerar de 0,5. El valor de  $q = 1 - p$ .

$i$ : Error estimado durante el proceso de muestreo.

**2.6.3.1 Evaluación del CMM en función de las condiciones del canal PLC.** En el primer análisis se evaluará el comportamiento de cada uno de los métodos de optimización propuestos acorde con las tres condiciones establecidas para un canal PLC (excelente, regular y deficiente). En vista de lo anterior se realizará un muestreo aleatorio simple sobre una población finita, sobre los valores registrados en las Tablas 32 a la 35, bajo los siguientes parámetros:

| $N$ | $\alpha$ | $Z_{\alpha}$ | $p$ | $q$ | $i$  | Parámetro Común  |
|-----|----------|--------------|-----|-----|------|--|
| 53  | 0,05     | 1,96         | 0,5 | 0,5 | 0,05 | Estado del Canal PLC (Excelente, Regular o Deficiente) |

Mediante el uso de la siguiente expresión, el número de muestras que se deberán escoger aleatoriamente es:

$$n = \frac{[1,96]^2 * 53 * 0,5 * 0,5}{[[0,05]^2 * (53 - 1)] + [[1,96]^2 * 0,5 * 0,5]} = 47 \quad (2.50)$$

Las Tablas 36, 37 y 38 presentan los parámetros correspondientes al procedimiento denominado “*Comparaciones Múltiples con el Mejor (CMM)*”, con el fin de realizar un proceso de comparación entre los cuatro métodos de optimización propuestos, bajo condiciones de canal excelentes, regulares y deficientes respectivamente e identificar cuál o cuáles de los métodos puede ser considerado como el mejor o los mejores entre sí para realizar el proceso de asignación de ancho de banda al interior de una red HAN.

Tabla 36. CMM sobre los métodos de optimización propuestos bajo condiciones de canal excelentes

| Método    | Media ( $\mu_i$ ) | Max ( $\mu_{i \neq j}$ ) | $M$  | $D_i$ | $L = D_i - M$ | $U = D_i + M$ |
|-----------|-------------------|--------------------------|------|-------|---------------|---------------|
| Nucleolus | 12,08             | 11,66                    | 8,29 | 0,41  | -7,88         | 8,70          |
| MMF       | 11,66             | 12,08                    | 8,29 | -0,41 | -8,70         | 7,88          |
| MmQoS     | 11,45             | 12,08                    | 8,29 | -0,63 | -8,92         | 7,66          |
| Shapley   | 11,45             | 12,08                    | 8,29 | -0,63 | -8,92         | 7,66          |

Fuente: Autor

Tabla 37. Prueba de Dunnett sobre los métodos de optimización propuestos bajo condiciones de canal regulares

| Método    | Media ( $\mu_i$ ) | Max ( $\mu_{i \neq j}$ ) | $M$  | $D_i$ | $L = D_i - M$ | $U = D_i + M$ |
|-----------|-------------------|--------------------------|------|-------|---------------|---------------|
| Nucleolus | 9,12              | 8,73                     | 5,98 | 0,40  | -5,58         | 6,38          |
| MMF       | 8,73              | 9,12                     | 5,98 | -0,40 | -6,38         | 5,58          |
| MmQoS     | 8,65              | 9,12                     | 5,98 | -0,48 | -6,46         | 5,50          |
| Shapley   | 8,64              | 9,12                     | 5,98 | -0,48 | -6,46         | 5,50          |

Fuente: Autor

Tabla 38. Prueba de Dunnett sobre los métodos de optimización propuestos bajo condiciones de canal deficientes

| Método    | Media ( $\mu_i$ ) | Max ( $\mu_{i \neq j}$ ) | $M$  | $D_i$ | $L = D_i - M$ | $U = D_i + M$ |
|-----------|-------------------|--------------------------|------|-------|---------------|---------------|
| Nucleolus | 6,33              | 6,00                     | 3,79 | 0,34  | -3,45         | 4,13          |
| MMF       | 5,99              | 6,33                     | 3,79 | -0,34 | -4,14         | 3,45          |
| MmQoS     | 5,99              | 6,33                     | 3,79 | -0,34 | -4,13         | 3,45          |
| Shapley   | 6,00              | 6,33                     | 3,79 | -0,34 | -4,13         | 3,45          |

Fuente: Autor

Acorde con los resultados registrados en la Tablas 36, 37 y 38, se podría manifestar que al realizar la prueba de Dunnett, cualquiera de los cuatro métodos podría ser considerado como uno de los mejores, debido a que los intervalos de confianza simultáneos incluyen el cero entre los límites superior e inferior. Sin embargo, al evaluar la diferencia  $D_i$  se observa que el método de optimización correspondiente al Nucleolus presenta la mayor media y adicionalmente es el único de los cuatro métodos que cumple con la condición  $\mu_i - \max_{j \neq i} \mu_j \geq 0$ , lo cual indica que el Nucleolus puede considerarse como el mejor de los cuatro métodos de optimización en función de la condición del canal e independientemente si la red se encuentra en estado de saturación o no.

**2.6.3.2 Evaluación del CMM en un canal PLC bajo un estado de saturación.** En la Tabla 39 se registran los 96 valores correspondientes al BW asignado a cada jugador acorde con el BW solicitado y bajo un método de optimización específico. En vista de que estos resultados fueron estimados bajo un canal PLC en estado de saturación es importante conocer la diferencia existente entre el valor solicitado y el valor asignado para cada caso en particular, con el fin de evaluar cuál de los métodos propuestos se ajustó de una mejor forma a las necesidades de la red HAN.

Tabla 39. Valores correspondientes al BW asignado a cada jugador acorde con el BW solicitado y bajo un método de optimización específico

| Muestra | BW Solicitado | BW Asignado |       |        |         | Diferencias entre el BW solicitado y el asignado |       |         |           |
|---------|---------------|-------------|-------|--------|---------|--|-------|---------|-----------|
|         |               | Nucleolus   | MMF   | MmQoS  | Shapley | D-Nucl   | D-MMF | D-MmQoS | D-Shapley |
| 1       | 7,23          | 3,20        | 7,23  | 5,491  | 4,693   | 4,03   | 0,00  | 1,74    | 2,54      |
| 2       | 19,99         | 12,82       | 19,99 | 15,181 | 13,033  | 7,17   | 0,00  | 4,81    | 6,96      |
| 3       | 3,41          | 2,01        | 3,41  | 2,59   | 2,21    | 1,40   | 0,00  | 0,82    | 1,20      |
| 4       | 1,45          | 1,30        | 1,45  | 1,101  | 0,939   | 0,15   | 0,00  | 0,35    | 0,51      |
| 5       | 3,11          | 2,03        | 3,11  | 2,362  | 2,016   | 1,08   | 0,00  | 0,75    | 1,09      |
| 6       | 17,80         | 10,95       | 17,8  | 13,518 | 11,598  | 6,85   | 0,00  | 4,28    | 6,20      |
| 7       | 8,01          | 3,77        | 8,01  | 6,083  | 5,2     | 4,24   | 0,00  | 1,93    | 2,81      |
| 8       | 9,38          | 4,57        | 9,38  | 7,124  | 6,093   | 4,81   | 0,00  | 2,26    | 3,29      |
| 9       | 3,36          | 2,01        | 3,36  | 2,552  | 2,178   | 1,35   | 0,00  | 0,81    | 1,18      |
| 10      | 17,28         | 10,51       | 17,28 | 13,123 | 11,258  | 6,77   | 0,00  | 4,16    | 6,02      |
| 11      | 14,14         | 7,96        | 14,14 | 10,739 | 9,204   | 6,18   | 0,00  | 3,40    | 4,94      |
| 12      | 105,15        | 98,58       | 54,56 | 79,856 | 91,298  | 6,57   | 50,59 | 25,29   | 13,85     |
| 13      | 7,23          | 3,65        | 7,23  | 4,148  | 3,785   | 3,58   | 0,00  | 3,08    | 3,45      |
| 14      | 19,99         | 9,73        | 17,76 | 11,468 | 10,297  | 10,26  | 2,23  | 8,52    | 9,69      |
| 15      | 3,41          | 1,73        | 3,41  | 1,956  | 1,79    | 1,68   | 0,00  | 1,45    | 1,62      |
| 16      | 1,45          | 0,81        | 1,45  | 0,832  | 0,762   | 0,64   | 0,00  | 0,62    | 0,69      |
| 17      | 3,11          | 1,73        | 3,11  | 1,784  | 1,632   | 1,39   | 0,00  | 1,33    | 1,48      |
| 18      | 17,80         | 8,70        | 17,76 | 10,211 | 9,202   | 9,10   | 0,04  | 7,59    | 8,60      |
| 19      | 8,01          | 3,97        | 8,01  | 4,595  | 4,193   | 4,05   | 0,00  | 3,42    | 3,82      |
| 20      | 9,38          | 4,67        | 9,38  | 5,381  | 4,907   | 4,71   | 0,00  | 4,00    | 4,47      |
| 21      | 3,36          | 1,72        | 3,36  | 1,928  | 1,763   | 1,64   | 0,00  | 1,43    | 1,60      |
| 22      | 17,28         | 8,46        | 17,28 | 9,913  | 8,942   | 8,82   | 0,00  | 7,37    | 8,34      |
| 23      | 14,14         | 6,98        | 14,14 | 8,112  | 7,36    | 7,16   | 0,00  | 6,03    | 6,78      |
| 24      | 105,15        | 68,52       | 17,76 | 60,322 | 66,017  | 36,63  | 87,39 | 44,83   | 39,13     |
| 25      | 7,23          | 3,64        | 7,23  | 2,873  | 3,361   | 3,59   | 0,00  | 4,36    | 3,87      |
| 26      | 19,99         | 9,55        | 9,526 | 7,944  | 9,439   | 10,44  | 10,46 | 12,05   | 10,55     |
| 27      | 3,41          | 1,86        | 3,41  | 1,355  | 1,577   | 1,55   | 0,00  | 2,06    | 1,83      |
| 28      | 1,45          | 1,02        | 1,45  | 0,576  | 0,669   | 0,43   | 0,00  | 0,87    | 0,78      |
| 29      | 3,11          | 1,73        | 3,11  | 1,236  | 1,438   | 1,38   | 0,00  | 1,87    | 1,67      |
| 30      | 17,80         | 8,50        | 9,526 | 7,074  | 8,371   | 9,30   | 8,27  | 10,73   | 9,43      |
| 31      | 8,01          | 3,98        | 8,01  | 3,183  | 3,728   | 4,03   | 0,00  | 4,83    | 4,28      |
| 32      | 9,38          | 4,62        | 9,38  | 3,728  | 4,372   | 4,76   | 0,00  | 5,65    | 5,01      |
| 33      | 3,36          | 1,84        | 3,36  | 1,335  | 1,554   | 1,52   | 0,00  | 2,03    | 1,81      |
| 34      | 17,28         | 8,25        | 9,526 | 6,867  | 8,12    | 9,03   | 7,75  | 10,41   | 9,16      |
| 35      | 14,14         | 6,80        | 9,526 | 5,619  | 6,613   | 7,34   | 4,61  | 8,52    | 7,53      |

|    |         |         |         |         |         |       |       |       |       |
|----|---------|---------|---------|---------|---------|-------|-------|-------|-------|
| 36 | 105,15  | 31,79   | 9,526   | 41,788  | 34,339  | 73,37 | 95,62 | 63,36 | 70,81 |
| 37 | 0,0816  | 2,1190  | 0,0816  | 0,0670  | 0,0580  | -2,04 | 0,00  | 0,01  | 0,02  |
| 38 | 0,0232  | 2,0610  | 0,0232  | 0,0190  | 0,0167  | -2,04 | 0,00  | 0,00  | 0,01  |
| 39 | 0,0358  | 2,0730  | 0,0358  | 0,0290  | 0,0259  | -2,04 | 0,00  | 0,01  | 0,01  |
| 40 | 0,1026  | 2,1400  | 0,1026  | 0,0850  | 0,0741  | -2,04 | 0,00  | 0,02  | 0,03  |
| 41 | 0,2432  | 2,2810  | 0,2432  | 0,2000  | 0,2233  | -2,04 | 0,00  | 0,04  | 0,02  |
| 42 | 18,4000 | 20,4370 | 18,4000 | 15,1590 | 13,7348 | -2,04 | 0,00  | 3,24  | 4,67  |
| 43 | 15,3800 | 17,4170 | 15,3800 | 12,6710 | 11,1597 | -2,04 | 0,00  | 2,71  | 4,22  |
| 44 | 33,7800 | 35,8170 | 31,2686 | 27,8310 | 31,0153 | -2,04 | 2,51  | 5,95  | 2,76  |
| 45 | 0,0015  | 2,0390  | 0,0015  | 0,0010  | 0,0011  | -2,04 | 0,00  | 0,00  | 0,00  |
| 46 | 0,0022  | 0,0020  | 0,0022  | 0,0020  | 0,0016  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00  |
| 47 | 0,0027  | 0,0020  | 0,0027  | 0,0020  | 0,0020  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00  |
| 48 | 0,0018  | 0,0010  | 0,0018  | 0,0010  | 0,0013  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00  |
| 49 | 0,0082  | 0,0040  | 0,0082  | 0,0070  | 0,0075  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00  |
| 50 | 3,5000  | 2,1340  | 3,5000  | 2,8840  | 2,4870  | 1,37  | 0,00  | 0,62  | 1,01  |
| 51 | 10,2000 | 5,6690  | 10,2000 | 8,4040  | 7,3497  | 4,53  | 0,00  | 1,80  | 2,85  |
| 52 | 8,4000  | 4,6040  | 8,4000  | 6,9210  | 6,2702  | 3,80  | 0,00  | 1,48  | 2,13  |
| 53 | 12,7000 | 7,1440  | 12,7000 | 10,4630 | 9,1822  | 5,56  | 0,00  | 2,24  | 3,52  |
| 54 | 16,5000 | 9,2990  | 16,5000 | 13,5940 | 11,9820 | 7,20  | 0,00  | 2,91  | 4,52  |
| 55 | 11,6000 | 6,5010  | 11,6000 | 9,5570  | 8,3769  | 5,10  | 0,00  | 2,04  | 3,22  |
| 56 | 62,9000 | 37,9740 | 31,2686 | 51,8220 | 57,7519 | 24,93 | 31,63 | 11,08 | 5,15  |
| 57 | 0,0816  | 0,0620  | 0,0816  | 0,0510  | 0,0449  | 0,02  | 0,00  | 0,03  | 0,04  |
| 58 | 0,0232  | 0,0150  | 0,0232  | 0,0140  | 0,0128  | 0,01  | 0,00  | 0,01  | 0,01  |
| 59 | 0,0358  | 0,0240  | 0,0358  | 0,0220  | 0,0197  | 0,01  | 0,00  | 0,01  | 0,02  |
| 60 | 0,1026  | 0,0790  | 0,1026  | 0,0640  | 0,0566  | 0,02  | 0,00  | 0,04  | 0,05  |
| 61 | 0,2432  | 0,1380  | 0,2432  | 0,1510  | 0,1699  | 0,11  | 0,00  | 0,09  | 0,07  |
| 62 | 18,4000 | 17,4640 | 14,7494 | 11,4510 | 9,8756  | 0,94  | 3,65  | 6,95  | 8,52  |
| 63 | 15,3800 | 14,4340 | 14,7494 | 9,5720  | 8,4300  | 0,95  | 0,63  | 5,81  | 6,95  |
| 64 | 33,7800 | 33,0370 | 14,7494 | 21,0230 | 23,5972 | 0,74  | 19,03 | 12,76 | 10,18 |
| 65 | 0,0015  | 0,0001  | 0,0015  | 0,0010  | 0,0008  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00  |
| 66 | 0,0022  | 0,0010  | 0,0022  | 0,0010  | 0,0012  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00  |
| 67 | 0,0027  | 0,0020  | 0,0027  | 0,0020  | 0,0015  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00  |
| 68 | 0,0018  | 0,0010  | 0,0018  | 0,0010  | 0,0010  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00  |
| 69 | 0,0082  | 0,0040  | 0,0082  | 0,0050  | 0,0057  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00  |
| 70 | 3,5000  | 1,6260  | 3,5000  | 2,1780  | 1,9253  | 1,87  | 0,00  | 1,32  | 1,57  |
| 71 | 10,2000 | 5,0030  | 10,2000 | 6,3480  | 5,6429  | 5,20  | 0,00  | 3,85  | 4,56  |
| 72 | 8,4000  | 4,1450  | 8,4000  | 5,2280  | 4,5084  | 4,26  | 0,00  | 3,17  | 3,89  |
| 73 | 12,7000 | 6,1960  | 12,7000 | 7,9040  | 6,9928  | 6,50  | 0,00  | 4,80  | 5,71  |
| 74 | 16,5000 | 8,0490  | 14,7494 | 10,2690 | 9,0280  | 8,45  | 1,75  | 6,23  | 7,47  |
| 75 | 11,6000 | 5,6690  | 11,6000 | 7,2190  | 6,3954  | 5,93  | 0,00  | 4,38  | 5,20  |

|    |         |         |         |         |         |       |       |       |       |
|----|---------|---------|---------|---------|---------|-------|-------|-------|-------|
| 76 | 62,9000 | 24,7010 | 14,7494 | 39,1460 | 43,9392 | 38,20 | 48,15 | 23,75 | 18,96 |
| 77 | 0,0816  | 0,0380  | 0,0816  | 0,0350  | 0,0386  | 0,04  | 0,00  | 0,05  | 0,04  |
| 78 | 0,0232  | 0,0070  | 0,0232  | 0,0100  | 0,0110  | 0,02  | 0,00  | 0,01  | 0,01  |
| 79 | 0,0358  | 0,0070  | 0,0358  | 0,0150  | 0,0170  | 0,03  | 0,00  | 0,02  | 0,02  |
| 80 | 0,1026  | 0,0650  | 0,1026  | 0,0440  | 0,0488  | 0,04  | 0,00  | 0,06  | 0,05  |
| 81 | 0,2432  | 0,1380  | 0,2432  | 0,1050  | 0,0930  | 0,11  | 0,00  | 0,14  | 0,15  |
| 82 | 18,4000 | 10,7430 | 8,8972  | 7,9330  | 8,9741  | 7,66  | 9,50  | 10,47 | 9,43  |
| 83 | 15,3800 | 8,8250  | 8,8972  | 6,6310  | 7,3611  | 6,56  | 6,48  | 8,75  | 8,02  |
| 84 | 33,7800 | 25,3810 | 8,8972  | 14,5640 | 12,9131 | 8,40  | 24,88 | 19,22 | 20,87 |
| 85 | 0,0015  | 0,0001  | 0,0015  | 0,0010  | 0,0007  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00  |
| 86 | 0,0022  | 0,0014  | 0,0022  | 0,0010  | 0,0010  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00  |
| 87 | 0,0027  | 0,0014  | 0,0027  | 0,0010  | 0,0013  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00  |
| 88 | 0,0018  | 0,0016  | 0,0018  | 0,0010  | 0,0009  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00  |
| 89 | 0,0082  | 0,0028  | 0,0082  | 0,0040  | 0,0031  | 0,01  | 0,00  | 0,00  | 0,01  |
| 90 | 3,5000  | 1,6931  | 3,5000  | 1,5090  | 1,6557  | 1,81  | 0,00  | 1,99  | 1,84  |
| 91 | 10,2000 | 4,7777  | 8,8972  | 4,3980  | 4,8459  | 5,42  | 1,30  | 5,80  | 5,35  |
| 92 | 8,4000  | 4,0782  | 8,4000  | 3,6210  | 4,0969  | 4,32  | 0,00  | 4,78  | 4,30  |
| 93 | 12,7000 | 5,6813  | 8,8972  | 5,4750  | 6,0367  | 7,02  | 3,80  | 7,23  | 6,66  |
| 94 | 16,5000 | 7,0127  | 8,8972  | 7,1140  | 7,9210  | 9,49  | 7,60  | 9,39  | 8,58  |
| 95 | 11,6000 | 5,2912  | 8,8972  | 5,0010  | 5,5132  | 6,31  | 2,70  | 6,60  | 6,09  |
| 96 | 62,9000 | 9,8348  | 8,8972  | 27,1180 | 24,0448 | 53,07 | 54,00 | 35,78 | 38,86 |

Fuente: Autor

En un segundo análisis se evaluará el comportamiento de cada uno de los métodos de optimización propuestos acorde un canal PLC en estado de Saturación. Para ello, se realizará un muestreo aleatorio simple sobre una población finita, sobre los valores registrados en la Tabla 39 correspondientes a la diferencia existente entre el BW solicitado y el BW asignado bajo los siguientes parámetros:

| $N$ | $\alpha$ | $Z_{\alpha}$ | $p$ | $q$ | $i$  | Parámetro Común                   |
|-----|----------|--------------|-----|-----|------|-----------------------------------|
| 96  | 0,05     | 1,96         | 0,5 | 0,5 | 0,05 | Canal PLC en estado de Saturación |

El número de muestras que se deberán escoger aleatoriamente puede ser calculado de la siguiente forma:

$$n = \frac{[1,96]^2 * 96 * 0,5 * 0,5}{[[0,05]^2 * (53 - 1)] + [[1,96]^2 * 0,5 * 0,5]} = 77 \quad (2.63)$$

En esta situación el interés consiste en identificar cuál de los cuatro métodos de optimización realiza el mejor ajuste acorde a las necesidades de cada uno de los jugadores, teniendo en cuenta que bajo un estado de saturación el total del recurso asignado será inferior al total requerido. En vista de lo anterior se calculó la diferencia existente entre el valor requerido y el valor asignado en cada muestra, con el fin de identificar cuál de los

cuatro métodos presenta la mínima diferencia y por ende el mejor ajuste entre los cuatro métodos de optimización propuestos. Para alcanzar el objetivo propuesto se calcula la diferencia  $D_i$  entre cada una de las medias  $\bar{y}_i$  (una por tratamiento), y la menor media de los restantes  $\min_{j \neq i} \bar{y}_j$ , como se presenta a continuación:

$$D_i = \bar{y}_i - \min_{j \neq i} \bar{y}_j \quad \forall i = 1, 2, \dots, t \quad (2.68)$$

En este caso los valores de  $M$  y los  $ICS$  se calculan acorde con las ecuaciones 2.46 y 2.47.

Tabla 40. Prueba de Dunnett sobre los métodos de optimización propuestos en un canal PLC bajo un estado de saturación

| Método    | Media ( $\mu_i$ ) | Min ( $\mu_{i \neq j}$ ) | $M$  | $D_i$ | $L = D_i - M$ | $U = D_i + M$ |
|-----------|-------------------|--------------------------|------|-------|---------------|---------------|
| Nucleolus | 4,66              | 4,45                     | 3,28 | 0,21  | -3,07         | 3,49          |
| MMF       | 4,61              | 4,45                     | 3,28 | 0,15  | -3,13         | 3,43          |
| MmQoS     | 4,66              | 4,45                     | 3,28 | 0,21  | -3,07         | 3,49          |
| Shapley   | 4,45              | 4,61                     | 3,28 | -0,15 | -3,43         | 3,13          |

Fuente: Autor

Acorde con los resultados registrados en la Tabla 40, se podría manifestar que al realizar la prueba de Dunnett, nuevamente cualquiera de los cuatro métodos podría ser considerado como uno de los mejores, debido a que los intervalos de confianza simultáneos incluyen el cero entre los límites superior e inferior. Sin embargo, al evaluar la diferencia  $D_i$  se observa que el método de optimización correspondiente al Valor de Shapley presenta la menor media y adicionalmente es el único de los cuatro métodos que cumple con la condición  $\mu_i - \max_{j \neq i} \mu_j \leq 0$ , lo cual indica que el Valor de Shapley puede considerarse como el mejor de los cuatro métodos de optimización en una red HAN bajo un canal PLC en estado de saturación.

Es muy importante mencionar que con base en los resultados obtenidos durante el proceso de análisis de tratamientos, soportados en el proceso CMM, cualquiera de los cuatro métodos sugeridos realiza un proceso de asignación de recursos adecuado, acorde a las necesidades de cada jugador e incluso se resaltan los métodos más recomendados según sea el caso. Sin embargo, un aspecto que podría llegar a marcar una clara diferencia entre un método y otro a la hora de ser implementado, estaría orientado en la complejidad computacional y temporal de los algoritmos requeridos en cada método de optimización, los cuales pueden llegar a ser elevados o reducidos en la medida en que aumente o disminuya la cantidad de jugadores respectivamente. Ante esta situación, los métodos de optimización como el Nucleolus y el valor de Shapley presentan un aumento considerable en la complejidad temporal en la medida en la que aumenta el número de jugadores, debido al proceso combinatorial inmerso en cada algoritmo. Ante esta situación, los métodos de optimización como MMF y MmQoS, podrían ser considerados como la solución al problema propuesto, teniendo en cuenta que estos métodos presentan una complejidad

computacional y temporal mucho más baja que ofrecida por los métodos de Shapley y Nucleolus, lo cual favorece su implementación en sistemas embebidos de bajo costo.

#### 2.6.4 Análisis de tratamientos mediante ANOVA

Uno de los métodos más utilizados para evaluar el grado de influencia existente entre un número finito de tratamientos obedece al análisis de varianza o ANOVA. Desde el punto de vista del diseño experimental se sugiere que los datos que serán evaluados pueden ser organizados acorde con la estructura denominada “Matriz de diseño”, la cual que se presenta en la Tabla 41:

Tabla 41. Matriz de diseño por bloques y tratamientos para espacio muestral

| Bloques  | Tratamientos |           |     |           |
|----------|--------------|-----------|-----|-----------|
|          | 1            | 2         | ... | t         |
| 1        | $y_{111}$    | $y_{211}$ | ... | $y_{t11}$ |
|          | $y_{112}$    | $y_{212}$ | ... | $y_{t12}$ |
|          | $\vdots$     | $\vdots$  | ... | $\vdots$  |
|          | $y_{11s}$    | $y_{21s}$ | ... | $y_{t1s}$ |
| Total 1  | $y_{11.}$    | $y_{21.}$ | ... | $y_{t1.}$ |
| 2        | $y_{121}$    | $y_{221}$ | ... | $y_{t21}$ |
|          | $y_{122}$    | $y_{222}$ | ... | $y_{t22}$ |
|          | $\vdots$     | $\vdots$  | ... | $\vdots$  |
|          | $y_{12s}$    | $y_{22s}$ | ... | $y_{t2s}$ |
| Total 2  | $y_{12.}$    | $y_{22.}$ | ... | $y_{t2.}$ |
| $\vdots$ | $\vdots$     | $\vdots$  | ... | $\vdots$  |
| B        | $y_{1b1}$    | $y_{2b1}$ | ... | $y_{tb1}$ |
|          | $y_{1b2}$    | $y_{2b2}$ | ... | $y_{tb2}$ |
|          | $\vdots$     | $\vdots$  | ... | $\vdots$  |
|          | $y_{1bs}$    | $y_{2bs}$ | ... | $y_{tbs}$ |
| Total b  | $y_{1b.}$    | $y_{b1.}$ | ... | $y_{tb.}$ |

Fuente: Autor

Donde  $t, b$  y  $s$  corresponden al número de tratamientos, bloques y muestras por bloque respectivamente. Para el caso particular y con el fin de analizar si existen diferencias entre los cuatro métodos propuestos, se considerarán los datos correspondientes al escenario cuatro, en donde los valores muestrales para cada tratamiento obedecen a las diferencias entre el ancho de banda solicitado y el ancho de banda asignado y los bloques corresponden a las condiciones. En vista de lo anterior, la matriz de diseño para el escenario propuesto se presenta en la Tabla 42.

Tabla 42. Matriz de diseño por bloques y tratamientos para BW diferencial

| Estado del canal | BW Solicitado - BW Asignado |         |         |           |
|------------------|-----------------------------|---------|---------|-----------|
|                  | D-Nucleolus                 | D-MMF   | D-MmQoS | D-Shapley |
| EXCELENTE        | -2,0374                     | 0,0000  | 0,0146  | 0,0236    |
|                  | -2,0375                     | 0,0000  | 0,0005  | 0,0004    |
|                  | 1,3660                      | 0,0000  | 0,6160  | 1,0130    |
|                  | -2,0378                     | 0,0000  | 0,0042  | 0,0065    |
|                  | 0,0002                      | 0,0000  | 0,0002  | 0,0006    |
|                  | 4,5310                      | 0,0000  | 1,7960  | 2,8503    |
|                  | -2,0370                     | 0,0000  | 3,2410  | 4,6652    |
|                  | 3,7960                      | 0,0000  | 1,4790  | 2,1298    |
|                  | -2,0372                     | 0,0000  | 0,0068  | 0,0099    |
|                  | 0,0007                      | 0,0000  | 0,0007  | 0,0007    |
|                  | 5,5560                      | 0,0000  | 2,2370  | 3,5178    |
|                  | -2,0370                     | 0,0000  | 2,7090  | 4,2203    |
|                  | 0,0008                      | 0,0000  | 0,0008  | 0,0005    |
|                  | -2,0374                     | 0,0000  | 0,0176  | 0,0285    |
|                  | 5,0990                      | 0,0000  | 2,0430  | 3,2231    |
|                  | -2,0378                     | 0,0000  | 0,0432  | 0,0199    |
|                  | -2,0370                     | 2,5114  | 5,9490  | 2,7647    |
|                  | 0,0042                      | 0,0000  | 0,0012  | 0,0007    |
|                  | 24,9260                     | 31,6314 | 11,0780 | 5,1481    |
|                  | REGULAR                     | 0,0196  | 0,0000  | 0,0306    |
| 0,0014           |                             | 0,0000  | 0,0005  | 0,0007    |
| 1,8740           |                             | 0,0000  | 1,3220  | 1,5747    |
| 0,0082           |                             | 0,0000  | 0,0092  | 0,0104    |
| 0,0012           |                             | 0,0000  | 0,0012  | 0,0010    |
| 5,1970           |                             | 0,0000  | 3,8520  | 4,5571    |
| 0,9360           |                             | 3,6506  | 6,9490  | 8,5244    |
| 4,2550           |                             | 0,0000  | 3,1720  | 3,8916    |
| 0,0118           |                             | 0,0000  | 0,0138  | 0,0161    |
| 0,0007           |                             | 0,0000  | 0,0007  | 0,0012    |
| 6,5040           |                             | 0,0000  | 4,7960  | 5,7072    |
| 0,9460           |                             | 0,6306  | 5,8080  | 6,9500    |
| 0,0008           |                             | 0,0000  | 0,0008  | 0,0008    |
| 0,0236           |                             | 0,0000  | 0,0386  | 0,0460    |
| 5,9310           |                             | 0,0000  | 4,3810  | 5,2046    |
| 0,1052           |                             | 0,0000  | 0,0922  | 0,0733    |
| 0,7430           |                             | 19,0306 | 12,7570 | 10,1828   |

|            |         |         |         |         |
|------------|---------|---------|---------|---------|
|            | 0,0042  | 0,0000  | 0,0032  | 0,0025  |
|            | 38,1990 | 48,1506 | 23,7540 | 18,9608 |
| DEFICIENTE | 0,0436  | 0,0000  | 0,0466  | 0,0430  |
|            | 0,0014  | 0,0000  | 0,0005  | 0,0008  |
|            | 1,8069  | 0,0000  | 1,9910  | 1,8443  |
|            | 0,0162  | 0,0000  | 0,0132  | 0,0122  |
|            | 0,0008  | 0,0000  | 0,0012  | 0,0012  |
|            | 5,4223  | 1,3029  | 5,8020  | 5,3541  |
|            | 7,6570  | 9,5029  | 10,4670 | 9,4259  |
|            | 4,3218  | 0,0000  | 4,7790  | 4,3031  |
|            | 0,0288  | 0,0000  | 0,0208  | 0,0188  |
|            | 0,0013  | 0,0000  | 0,0017  | 0,0014  |
|            | 7,0187  | 3,8029  | 7,2250  | 6,6633  |
|            | 6,5550  | 6,4829  | 8,7490  | 8,0189  |
|            | 0,0002  | 0,0000  | 0,0008  | 0,0009  |
|            | 0,0376  | 0,0000  | 0,0586  | 0,0538  |
|            | 6,3088  | 2,7029  | 6,5990  | 6,0868  |
|            | 0,1052  | 0,0000  | 0,1382  | 0,1502  |
|            | 8,3990  | 24,8829 | 19,2160 | 20,8669 |
|            | 0,0054  | 0,0000  | 0,0042  | 0,0051  |
| 53,0652    | 54,0029 | 35,7820 | 38,8552 |         |

Fuente: Autor

Con base en los valores registrados en la Tabla 42, se procede a calcular cada uno de los parámetros que forman parte de la estructura ANOVA de la siguiente forma:

$$SCBloque = \sum_{j=1}^3 \frac{y_{.j}^2}{ts} - \frac{y_{...}^2}{tbs} = \frac{1}{(4 * 19)} [121.95^2 + 268.95^2 + 406.08^2] - \frac{796.97^2}{4 * 3 * 19} \quad (2.69)$$

$$SCBloque = 531.33$$

$$SCTrat = \sum_{i=1}^4 \frac{y_{i..}^2}{bs} - \frac{y_{...}^2}{tbs} = \frac{1}{(3 * 19)} [192.5^2 + 208.28^2 + 199.12^2 + 197.07^2] - \frac{796.97^2}{4 * 3 * 19} \quad (2.70)$$

$$SCTrat = 2.31$$

$$SCEM = \sum_{ijk} y_{ijk}^2 - \sum_{ij} \frac{y_{ij.}^2}{s} = 18944.41 - \frac{1}{(19)} [63081.42] \quad (2.71)$$

$$SCEM = 15624.33$$

$$SCEE = \sum_{ij} \frac{y_{ij}^2}{s} - \sum_{i=1}^t \frac{y_{i..}^2}{bs} - \sum_{j=1}^b \frac{y_{.j.}^2}{ts} + \frac{y_{...}^2}{tbs} = 3320.07 - 2788.13 - 3317.14 + 2785.81 \quad (2.72)$$

$$SCEE = 0,62$$

$$SCTotal = \sum_{ijk} y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{tbs} = 18944.41 - 2785.81 \quad (2.73)$$

$$SCTotal = 16158.6$$

En las Tablas 43 y 44 se presentan la estructura del ANOVA para un análisis de tratamientos por bloques y los valores correspondientes para el escenario propuesto.

Tabla 43. Estructura del ANOVA para un análisis de tratamientos por bloques

| C de V       | gl             | SC       | CM = SC / gl | F           |
|--------------|----------------|----------|--------------|-------------|
| Canal PLC    | b - 1          | SCBloque | CMBloque     |             |
| Tratamientos | t - 1          | SCTrat   | CMTrat       | CMTrat/CMEE |
| EE           | (b - 1)(t - 1) | SCEE     | CMEE         | CMEE/CMEM   |
| EM           | tb(s - 1)      | SCEM     | CMEM         |             |
| Total        | tbs - 1        | SCTotal  |              |             |

Fuente: Autor

Las hipótesis propuestas para los dos factores de interés son:

**Factor 1: Tratamientos**

$H_o$ : No hay diferencias significativas entre tratamientos

$H_A$ : Existen diferencias significativas entre tratamientos

**Factor 2: Varianza del error experimental**

$H_o$ :  $\sigma_E^2 = 0$

$H_A$ :  $\sigma_E^2 \neq 0$

Reemplazando cada uno de los valores, el resultado del ANOVA es el siguiente:

Tabla 44. Resultado del ANOVA para un análisis de tratamientos por bloques para el escenario propuesto

| C de V       | gl  | SC       | CM = SC / gl | F       |
|--------------|-----|----------|--------------|---------|
| Canal PLC    | 2   | 531.33   | 265.66       |         |
| Tratamientos | 3   | 2.31     | 0.77         | 7.476   |
| EE           | 6   | 0.62     | 0.103        | 1.42E-3 |
| EM           | 216 | 15624.33 | 72.335       |         |
| Total        | 227 | 16158.6  | 71.18        |         |

Fuente: Autor

Con base en los resultados obtenidos en el ANOVA, se pueden mencionar los siguientes aspectos:

El valor estimado de  $F$  relacionado con el efecto entre tratamientos ( $F_t$ ) alcanzó un valor de 7.476, el cual es superior al valor crítico de Fisher  $F(t - 1; (t - 1)(b - 1); \alpha) = F(3; 6; 0.05) = 4.76$ ; aspecto por el cual se rechaza la hipótesis nula, evidenciando diferencias significativas entre tratamientos para calcular un ancho de banda determinado, acorde a la demanda de tráfico y las condiciones del canal en estado de saturación, con un 95% de confianza.

Se observa que la condición del canal PLC (excelente, regular o deficiente) difiere de manera significativa, debido a que el cuadrado medio entre bloques presenta un valor muy elevado en comparación con el error experimental, aspecto por el cual es posible concluir, que la condición del canal puede ser considerado como un factor importante a la hora de asignar el BW a cada nodo en una red PLC. El valor estimado de  $F$  relacionado con la varianza del error experimental ( $F_v$ ) alcanzó un valor de 1.42E-3, el cual es inferior al valor crítico de Fisher  $F((t - 1)(b - 1); tb(s - 1); \alpha) = F(6; 216; 0.05) = 2.1$ ; aspecto por el cual se acepta la hipótesis nula, concluyendo que la varianza del error es cero, con un nivel de confianza del 95%.

**Artículos Científicos:** Como producto del presente capítulo se elaboraron 4 artículos científicos, los cuales fueron enviados a revistas especializadas en categorías A2 para su publicación. Los títulos de los artículos y la revista en la que fueron publicados son:

---

**Revista: Indian Journal of Science and Technology**

ISSN: 0974-6846 (Impreso) 0974-5645(On-line)

Categoría: A2 Publindex 2015

**Artículo 1:** “*The Nucleolus as a Strategy for Resources Optimization in LANs on Power Line Communications*”.

**Revista: WSEAS. Transactions on Communications**

ISSN: 1109-2742 (impreso) 2224-2864 (On-line)

Categoría: A2 Publindex 2015

**Título:** “*Cooperative game theory as a strategy of resource optimization in PLC networks*”

**Revista: Ingeniería y Desarrollo (UNINORTE)**

ISSN: 0122-3461 (impreso) 2145-9371 (On-line)

Categoría: A2 Publindex 2015

Volumen 33 No 2 – 2015 pg 260-280

**Título:** “*Optimización de una red multiservicio sobre un canal PLC bajo MmQoS*”

**Revista: Ingeniería y Ciencia (Universidad EAFIT)**

ISSN: 1794-9165 (impreso) 2256-4314 (On-line)

Categoría: A2 Publindex 2015

Volumen 11 No 22 – 2015 pg 189-211

**Título:** “*El valor de Shapley como estrategia de optimización de recursos sobre Power Line Communication (PLC)*”

### 3. ELABORACIÓN DEL SCHEDULER SOPORTADO EN JUEGOS DE VOTACIÓN PONDERADA

La calidad de servicio (QoS) se puede definir como la capacidad que tiene una red para administrar la demanda de tráfico según la clase de servicio, con el fin de satisfacer las expectativas del usuario y acorde con métricas o niveles claramente establecidos [102]. Un aspecto importante es que el servicio que ofrecen la mayoría de las redes (*best effort*) no siempre satisface las necesidades de QoS para cada una de las aplicaciones, especialmente en aquellas en donde se requieren satisfacer los requerimientos de tiempo real tales como voz y video. Debido a esta situación y ante la necesidad de proporcionar QoS en redes IP, se desarrollaron una gran variedad de modelos entre los que sobresalen el modelo de servicios integrados [103] y el modelo de servicios diferenciados [104].

En el caso particular analizado, se ha considerado evaluar el comportamiento de la tecnología PLC al brindar soporte a las siguientes cuatro clases de servicio (CoS): datos, voz, video y control (telemetría), con el fin de optimizar el rendimiento de la red y satisfacer los requerimientos de QoS, utilizando estrategias de administración de colas, teoría de juegos y de *scheduling* en cada nodo, de forma similar a un modelo de servicios diferenciados (*DiffServ*). Un aspecto importante es que la utilización del canal mediante el *scheduler* permite maximizar el *throughput* y minimizar las colisiones que se pueden llegar a presentar en un escenario multiusuario bajo un dominio de colisión común, como ocurre en una red PLC [15].

Teniendo en cuenta el objetivo planteado en los párrafos precedentes, relacionado con generar un *scheduler* acorde con la asignación de ancho de banda, clase de tráfico y a las condiciones de canal presentes en cada nodo, se plantea el uso de la teoría de juegos de votación ponderada, soportado en los índices de Poder, con la finalidad de ofrecer adecuados niveles de QoS al interior de una red PLC. La generación del *scheduler* es un proceso que será administrado por el CCo y la forma en la que serán asignados el subcanal y los intervalos de tiempo o slots, para cada nodo y clase de tráfico, acorde con el valor correspondiente al índice de poder asignado en cada caso. Después de haberse generado el *scheduler*, el CCo lo socializará con todos los nodos que forman parte de la red HAN. Es importante tener en cuenta que es necesario generar un *scheduler* por cada periodo de HPAV (33,33ms)

#### 3.1 JUEGOS DE VOTACIÓN PONDERADA

Definición: Un juego de votación ponderada se define como una terna  $(N, w, q)$  donde  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  es el conjunto de jugadores,  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$  con  $w_i \geq 0$  para  $i = 1, 2, \dots, n$ ; es una distribución de pesos y  $q \in \mathbb{R}^+$  es la cuota o mayoría exigida para ganar un proceso de votación. Generalmente  $q > \frac{T}{2}$ , donde  $T$  corresponde a la suma total de

los pesos  $T = w_1 + w_2 + \dots + w_n$ . Un juego de votación ponderada se representa de la siguiente forma [85]:

$$[q: w_1, w_2, \dots, w_n] \quad (3.1)$$

Cuando en un determinado juego de votación ninguno de los votantes tiene suficientes votos para igualar la cuota establecida, es necesario realizar un proceso de cooperación entre varios de ellos con el fin de unir sus votos y establecer alianzas, denominadas “coaliciones”, las cuales les permiten superar la cuota establecida y con ello ganar el proceso de votación. A continuación se presentan algunos conceptos de vital importancia al interior de juegos de votación ponderada:

- Una coalición es “*ganadora*” si la suma de los votos de cada integrante permite igualar o superar la cuota establecida.
- Una coalición es de “*bloqueo*” cuando la suma correspondiente al número de votos de cada integrante es mayor que la diferencia entre la suma total de los demás votantes y la cuota de juego.
- Una coalición es “*perdedora*” si no es ganadora y a su vez no es de bloqueo.
- Una coalición *ganadora mínima o minimal*, es aquella en la que todos los votantes son críticos.
- Un votante crítico o basculante, es aquel que al momento de abandonar una coalición, ésta deja de ser ganadora o de bloqueo y se convierte en perdedora.
- Un *votante comparsa*, es aquel en el que en caso de abandonar una coalición ganadora o de bloqueo, no altera la condición de la coalición.

### 3.2 ÍNDICES DE PODER

Para crear sistemas democráticos es importante conocer las posibles alianzas y el nivel de poder que puede ejercer cada grupo. Pese a que el concepto de poder se considera una ilusión, es un criterio muy útil para la toma de decisiones en diversos sistemas y la teoría de juegos hace un estudio profundo sobre este tema en particular [105].

Cada jugador puede contar con diferentes niveles de poder sobre el proceso de votación, el cual depende del valor o número de votos asociados a él. Sin embargo, no existe una dependencia lineal con el número de votos debido a que existe la posibilidad de que cada jugador genere coaliciones con otros jugadores. En vista de lo anterior, es necesario establecer un índice de poder que tenga en cuenta los diversos tipos de estrategias que

puede realizar cada jugador. Entre los diversos tipos de índices de poder se pueden mencionar: [85]

- Índice de poder de *Banzhaf*
- Índice de poder de *Shapley-Shubik*
- Índice de poder de *Deegan-Packel*

El índice de poder es un número que se le asigna a cada jugador con el fin de indicar el nivel de poder que éste ejerce sobre el juego, el cual puede ser interpretado como un porcentaje de poder que puede tener cada grupo al interior del sistema [105]. Los índices de poder tratan de cuantificar las posibilidades de cooperación que tiene cada grupo al interior de las coaliciones ganadoras. Entre mayor peso, mayor poder. Sin embargo, hay situaciones en las que pese a que los grupos poseen diferentes pesos, pueden presentar índices de poder iguales [105].

### 3.2.1 Índice de poder de Banzhaf.

El índice de poder para un determinado participante  $P$ , en un juego de votación ponderada, obedece al número de coaliciones ganadoras  $g(P)$  más el número de coaliciones de bloqueo  $b(P)$  en las que el participante es crítico. La expresión para calcular el índice de poder de Banzhaf es la siguiente:

$$I_{Banzhaf}(P) = g(P) + b(P) \quad (3.2)$$

### 3.2.2 Índice de poder de Shapley-Shubik.

El índice de poder para un determinado participante  $P$  en un juego de votación ponderada consiste en obtener todas las permutaciones de los votantes en el juego y en cada una de las permutaciones en las que figure  $P$ . Luego observar si los participantes que le preceden en orden a  $P$  en esa permutación forman una coalición no ganadora, y al sumarle el valor de  $P$  esta coalición pasaría a ser ganadora. Ante esta situación, tal permutación se denomina “*Pivote*” de  $P$ .

El índice de poder del participante  $P$  se define como el cociente de dividir el número de *pivotes* de  $P$  por el número total de *permutaciones*. Si hay  $n$  miembros, se tiene un número  $S = n!$  de permutaciones y un total de pivotes  $k(P)$ . La expresión para calcular el índice de poder de Shapley-Shubik es la siguiente:

$$I_{sh}(P) = \frac{k(P)}{S} \quad (3.3)$$

### 3.2.3 Índice de poder de Deegan-Packel.

El índice de poder para un determinado participante  $P$  en un juego de votación ponderada se establece de la siguiente forma:

1. Encontrar el número total de coaliciones *ganadoras minimales*, es decir, coaliciones en las que todos los participantes son críticos.
2. Encontrar entre todas las  $g$  coaliciones minimales, aquellas  $x(P)$  coaliciones que contengan al participante  $P$  y calcular en ellas el inverso del número total de votantes  $n(x(P))$  que la componen.
3. El índice se obtiene dividiendo la suma de estos inversos por el número total de coaliciones minimales.

Si hay  $g$  coaliciones minimales y en ellas hay  $m$  en las que aparece el participante  $P$ , el índice de poder puede ser calculado de la siguiente forma:

$$I_{DP}(P) = \frac{\sum_{j=1}^m \frac{1}{n_j(x(P))}}{g} \quad (3.4)$$

### 3.2.4 Algoritmos para juegos de votación ponderada.

El cálculo de los índices de poder en juegos de votación ponderada es un problema que puede comenzar a presentar altos niveles de complejidad computacional cuando el juego contiene más de 20 jugadores, debido al uso de permutaciones al interior de los algoritmos clásicos [84]. Afortunadamente, hay una forma de realizar este proceso sin necesidad de inspeccionar todas las coaliciones posibles, mediante el uso de funciones generatrices, las cuales ofrecen en términos de análisis combinatorio, un método indirecto para el cálculo del número de configuraciones de determinados tipos.

Sea  $\{a_j\} \forall j > 0$ , una sucesión de números reales, la cual puede ser representada mediante la siguiente función:

$$f(x) = \sum_{j=0}^{\infty} a_j x^j \quad (3.5)$$

A la función  $f(x)$  se le denomina “*función generatriz ordinaria*” de la sucesión  $\{a_j\} \forall j > 0$ . Por ejemplo, sea la sucesión de números reales  $\{1,1,1 \dots\}$ . Esta sucesión puede ser representada mediante la siguiente serie:

$$1 + x + x^2 + \dots = \sum_{j=0}^{\infty} x^j \quad (3.6)$$

Las funciones generatrices ordinarias proporcionan un método para contar el número de elementos  $c(k)$  de un conjunto finito. En vista de lo anterior, es posible representar una función generatriz ordinaria de la siguiente forma:

$$f(x) = \sum_{k>0} c(k)x^k \quad (3.7)$$

El número de subconjuntos de  $k$  elementos de  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  puede ser determinado mediante la expresión que permite calcular los coeficientes binomiales:

$$\binom{n}{k} = \frac{n(n-1) \dots (n-k+1)}{k!} \quad (3.8)$$

En vista de lo anterior, la función generatriz ordinaria que aproxima los coeficientes binomiales está dada por:

$$\sum_{k>0} \binom{n}{k} x^k = (1+x)^n \quad (3.9)$$

En Ribnikov [106] se encuentra información que describe con mayor profundidad diversos aspectos relacionados con el uso y propiedades de las funciones generatrices. A continuación se hace uso de las funciones generatrices como estrategia para calcular los índices de poder de Banzhaf y Shapley-Shubik en un juego de votación ponderada  $(N, v)$ , definido por  $v = [q; w_1, w_2, \dots, w_n]$ .

### 3.3 ESTIMACIÓN DEL ÍNDICE DE PODER DE BANZHAF NORMALIZADO MEDIANTE FUNCIONES GENERATRICES

El índice de poder de Banzhaf normalizado está dado por el vector:

$$\beta(v) = (\beta_1(v), \beta_2(v), \dots, \beta_n(v)), \text{ con } \beta_i(v) = \frac{\eta_i(v)}{\sum_{k=1}^n \eta_k(v)} \quad (3.10)$$

Donde  $\eta_i(v)$  es el número de pivotes del jugador  $i$  en el juego  $(N, v)$  y  $\sum_{k=1}^n \eta_k(v)$  es el número total de pivotes de todos los jugadores. Es importante recordar que un pivote para el jugador  $i$  está constituido por un par de coaliciones  $(S \cup i, S)$  tal que  $S \cup i$  es ganadora y  $S$  es perdedora. Considerando lo anterior, el número de pivotes del jugador  $i$  es:

$$\eta_i(v) = |\{S \notin \mathcal{W} : S \cup i \in \mathcal{W}\}| \quad (3.11)$$

Donde  $\mathcal{W}$  denota el conjunto de coaliciones ganadoras.

*Definición:* Sea  $(N, v)$  un juego de votación ponderada definido por  $v = [q; w_1, w_2, \dots, w_n]$ . Entonces el número de pivotes del jugador  $i$  viene dado por:

$$\eta_i(v) = \sum_{k=q-w_i}^{q-1} b_k^i \quad (3.12)$$

Donde  $b_k^i$  corresponde al número de coaliciones  $S \subseteq N$  tales que  $i \notin S$  y  $w(S) = k$ . Los valores de  $b_k^i$  pueden ser obtenidos mediante el uso de la expresión definida por Brams-Affuso (1976):

$$B_i(x) = \prod_{j=1, j \neq i}^n (1 + x^{w_j}) = \sum_{k=0}^{w(N)} b_k x^k \quad (3.13)$$

Donde  $b_k$  es el número de coaliciones con peso  $k$ . Expresión de la cual se obtiene directamente el valor de  $\{b_k^i\}_{k \geq 0}$ .

En [107] se presenta la función *BanzhafPowerPlus*, la cual permite calcular el índice de Banzhaf normalizado de todos los jugadores para un juego de votación ponderada, el cual requiere un tiempo  $\mathcal{O}(n^2C)$ , siendo  $C$  el número de coeficientes no nulos del polinomio  $B(x)$ . El algoritmo correspondiente a la función *BanzhafPowerPlus* es el siguiente:

***Función BanzhafPowerPlus(pesos,q) {pesos: lista de n enteros; q: entero}***

Para  $i$  de 1 hasta  $n$

$lista_{aux} \leftarrow borra(\{w_1, \dots, w_n\}, w_i)$

$$\left\{ B_i(x) = \sum_{k=0}^{w(N \setminus i)} b_k^i x^k \right\}$$

$$\eta_i \leftarrow \sum_{k=q-w_i}^{q-1} b_k^i$$

fin\_para

$$\eta \leftarrow \sum_{i=1}^n \eta_i$$

Para  $i$  de 1 hasta  $n$

$$\beta_i \leftarrow \eta_i / \eta$$

fin\_para

devolver  $\{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n\}$

**Ejemplo:** Considere el juego de votación ponderada  $(N, v)$  dado de la siguiente forma:

$$v = [q: w_1, w_2, w_3, w_4] = [q: 13, 12, 6, 2] \quad (3.14)$$

Paso 1: Se procede a calcular el valor de  $q$

$$q = \frac{13 + 12 + 6 + 2}{2} = 16,5 \approx 17$$

Paso 2: Se procede a calcular cada una de las funciones  $B_i(x)$  las cuales pueden ser calculadas mediante el uso de la siguiente expresión:

$$B_i(x) = \prod_{j=1, j \neq i}^n (1 + x^{w_j}) \quad (3.15)$$

El resultado correspondiente a cada una de las funciones es:

$$\begin{aligned} B_1(x) &= (1 + x^{12})(1 + x^6)(1 + x^2) \\ B_1(x) &= x^{20} + x^{18} + x^{14} + x^{12} + x^8 + x^6 + x^2 + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_2(x) &= (1 + x^{13})(1 + x^6)(1 + x^2) \\ B_2(x) &= x^{21} + x^{19} + x^{15} + x^{13} + x^8 + x^6 + x^2 + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_3(x) &= (1 + x^{13})(1 + x^{12})(1 + x^2) \\ B_3(x) &= x^{27} + x^{25} + x^{15} + x^{14} + x^{13} + x^{12} + x^2 + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_4(x) &= (1 + x^{13})(1 + x^{12})(1 + x^6) \\ B_4(x) &= x^{31} + x^{25} + x^{19} + x^{18} + x^{13} + x^{12} + x^6 + 1 \end{aligned}$$

Paso 3: Para obtener el número de *swings*<sup>2</sup> del jugador  $i$  se debe considerar que:

$$\eta_i(v) = \sum_{k=q-w_i}^{q-1} b_k^i \quad (3.16)$$

En este caso el resultado es el siguiente:

$$\eta_1(v) = \sum_{k=4}^{16} b_k^1 = 4$$

---

<sup>2</sup> Un *swing* para el jugador  $i$  es un par de coaliciones  $(S \cup \{i\}, S)$  tales que si  $i \notin S$ , la coalición  $S \cup \{i\}$  es ganadora y la coalición  $S$  es perdedora.

$$\eta_2(v) = \sum_{k=5}^{16} b_k^2 = 4$$

$$\eta_3(v) = \sum_{k=11}^{16} b_k^3 = 4$$

$$\eta_4(v) = \sum_{k=15}^{16} b_k^4 = 0$$

Paso 4: Finalmente, el número total de *swings* es  $\bar{\eta}(v) = \sum_{i \in N} \eta_i(v) = 12$ . Valor con el cual es posible calcular el Índice de Poder de Banzhaf Normalizado de la siguiente forma:

$$\beta(v) = (\beta_1(v), \beta_2(v), \dots, \beta_n(v)) = \left( \frac{\eta_1(v)}{\bar{\eta}(v)}, \frac{\eta_2(v)}{\bar{\eta}(v)}, \frac{\eta_3(v)}{\bar{\eta}(v)}, \frac{\eta_4(v)}{\bar{\eta}(v)} \right) = \left( \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 0 \right) \quad (3.17)$$

Con el fin de facilitar futuros procesos de investigación relacionados con el tema de los índices de poder, se elaboró una rutina en Matlab, la cual permite calcular el Índice de Poder de Banzhaf Normalizado. La rutina es la siguiente:

```
% Rutina para calcular el índice de poder de Banzhaf Normalizado.
% Las variables utilizadas al interior de la rutina son:
% V: Vector de pesos para cada jugador
% q: Valor medio para considerar la coalición ganadora
% Nj: Número de jugadores
% VBanzhaf: Vector correspondiente a los índices de poder para cada jugador

V=[13; 12; 6; 2]; %se define el vector de pesos para cada jugador
q=ceil(sum(V)/2); %se calcula el valor medio
Nj=4;

VBanzhaf=zeros(Nj,1); % Inicialización del vector correspondiente al valor de
                        Banzhaf normalizado
Bik=zeros(Nj,1); % Inicialización del vector al Bi(x)

% Rutina para establecer las funciones generatrices Bi(x)
syms x z
for i=1:Nj
    P=zeros(Nj-1,1); % Condiciones iniciales
    s=1;
    for l=1:Nj % Rutina para establecer las funciones generatrices Bi(x)
        if l~=i
            s=s*(1+x^V(l)); % Establecimiento del monomio base
        end
    end
end
```

```

    end
end
s1=expand(s);           % realiza la multiplicacion simbolica
s2=expand(s1*z);
[cz cx]=coeffs(s2,x); % extrae los coeficientes de un polinomio cz toma los
                        % valores de z y cx los valores de x

e=log10(cx);
f=subs(e,x,10);        % evalua el polinomio e el valor de x=10
ex=simplify(f);        % simplifica valores extrayendo los exponentes de x
n=length(ex);
Linf=q-V(i);           % q-Wi
Lsup=q-1;              % q-1
for k=1:n
% si los coeficientes del jugador i se encuentran entre los límites superior e inferior
    if (ex(k)>=Linf) & (ex(k)<=Lsup)
        Bik(i)=Bik(i)+1; % Calcula el parámetro Bik el cual corresponde al
                        % numero de swings del jugador i
    end
end
end
Tswing=sum(Bik);       % Calcula el total de Swings
VBanzhaf=Bik/Tswing   % Calcula el valor de Banzhaf normalizado

```

### 3.4 ESTIMACIÓN DEL ÍNDICE DE PODER DE SHAPLEY-SHUBIK MEDIANTE FUNCIONES GENERATRICES

La expresión para calcular el índice de poder de Shapley-Shubik, para cada jugador  $i \in N$ , en un juego simple es la siguiente:

$$\Phi_i(v) = \sum_{\{S \in \mathcal{W}: S \cup i \in \mathcal{W}\}} \frac{s!(n-s-1)!}{n!} = \sum_{j=0}^{n-1} \frac{j!(n-j-1)!}{n!} d_j^i \quad (3.18)$$

Donde  $d_j^i$  representa el número de pivotes del jugador  $i$  en coaliciones de tamaño  $j$ ; es decir, el número de coaliciones de tamaño  $j$  que pasan a ser ganadoras cuando el jugador  $i$  es incorporado en la coalición. En un juego de votación ponderada  $(N, v)$ , definido por  $v = [q; w_1, w_2, \dots, w_n]$  es posible calcular  $d_j^i$  bajo el uso de funciones generatrices descrito anteriormente. En vista de lo anterior:

$$d_j^i = \sum_{k=q-w_i}^{q-1} a_{kj}^i \quad (3.19)$$

Donde  $a_{kj}^i$  el número de pivotes del jugador  $i$  en coaliciones formadas con  $j$  jugadores, diferentes a  $i$ , y con un peso coalicional  $k$ .

*Definición:* Cantor (1962), estableció que para un juego  $(N, v)$  de votación ponderada definido por  $v = [q; w_1, w_2, \dots, w_n]$ , para cualquier  $i \in N$ , la función generatriz para estimar las  $a_{kj}^i$ , coaliciones  $S \subseteq N$  formadas por  $j$  jugadores, con  $i \notin S$  y  $w(S) = k$ , viene dada por:

$$S_i(x, z) = \prod_{j=1, j \neq i}^n (1 + x^{w_j} z) = \sum_{k=0}^{w(N)} \sum_{j=0}^n a_{kj}^i x^k z^j \quad (3.20)$$

Donde  $j$  y  $k$  representan el tamaño de una coalición  $S$  y su peso respectivamente. Es importante tener en cuenta que el conocer el valor de los coeficientes  $a_{kj}^i$  mediante el uso de la función generatriz  $S_i(x, z)$ , permite determinar el valor de los coeficientes  $d_j^i$  necesarios para el cálculo del índice de poder de Shapley-Shubik. En virtud de ello, los valores  $d_j^i$  pueden identificarse con los coeficientes de un polinomio que obedece a la siguiente expresión:

$$g_i(z) = \sum_{j=0}^{n-1} d_j^i z^j \quad (3.21)$$

Y, teniendo en cuenta que:

$$d_j^i = \sum_{k=q-w_i}^{q-1} a_{kj}^i \quad (3.22)$$

Al reemplazar se obtiene:

$$g_i(z) = \sum_{j=0}^{n-1} d_j^i z^j = g_i(z) = \sum_{j=0}^{n-1} \left[ \sum_{k=q-w_i}^{q-1} a_{kj}^i \right] z^j \quad (3.23)$$

Igualando  $g_i(z)$  con la expresión  $S_i(x, z)$  es posible deducir que para determinar los coeficientes de  $g_i(z)$  se deben seleccionar los coeficientes de los monomios  $x^k z^j$  en los que el exponente  $q - w_i \leq k \leq q - 1$ .

En [107] se presenta la función *ssPowerPlus*, la cual permite calcular el índice de Shapley-Shubik de todos los jugadores para un juego de votación ponderada, el cual requiere un tiempo  $\mathcal{O}(n^2 C)$ , siendo  $C$  el número de coeficientes no nulos del polinomio  $S(x, z)$ . El algoritmo correspondiente a la función *SSPowerPlus* es el siguiente:

**Función SSPowerPlus(pesos,q) {pesos: lista de n enteros; q: entero}**

Para  $i$  de 1 hasta  $n$

$$lista_{aux} \leftarrow borra(\{w_1, \dots, w_n\}, w_i)$$

$$S_i(x, z) \leftarrow \prod_{w_j \in lista_{aux}} (1 + x^{w_j} z)$$

$$\left\{ S_i(x, z) = \prod_{j=1, j \neq i}^n (1 + x^{w_j} z) = \sum_{k=0}^{w(N)} \sum_{j=0}^n a_{kj} x^k z^j \right\}$$

$$g_i(z) \leftarrow \sum_{j=0}^{n-1} d_j^i z^j$$

$$\left\{ g_i(z) = \sum_{j=0}^{n-1} d_j^i z^j = g_i(z) = \sum_{j=0}^{n-1} \left[ \sum_{k=q-w_i}^{q-1} a_{kj}^i \right] z^j \right\}$$

$$\Phi_i \leftarrow \sum_{j=0}^{n-1} \frac{j! (n-j-1)!}{n!} d_j^i$$

fin\_para

devolver  $\{\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_n\}$

**Ejemplo:** Considere el juego de votación ponderada  $(N, v)$  dado de la siguiente forma:

$$v = [q: w_1, w_2, w_3, w_4] = [q: 14, 11, 6, 2] \quad (3.24)$$

Paso 1: Se procede a calcular el valor de  $q$

$$q = \frac{14 + 11 + 6 + 2}{2} = 16,5 \approx 17$$

Paso 2: Se procede a calcular cada una de las funciones  $S_i(x, z)$  las cuales pueden ser calculadas mediante el uso de la siguiente expresión:

$$S_i(x, z) = \prod_{j=1, j \neq i}^n (1 + x^{w_j} z) \quad (3.25)$$

El resultado correspondiente a cada una de las funciones es:

$$S_1(x, z) = (1 + x^{11} z)(1 + x^6 z)(1 + x^2 z)$$

$$S_1(x, z) = x^{19} z^3 + x^{17} z^2 + x^{13} z^2 + x^{11} z + x^8 z^2 + x^6 z + x^2 z + 1$$

$$S_2(x, z) = (1 + x^{14}z)(1 + x^6z)(1 + x^2z)$$

$$S_2(x, z) = x^{22}z^3 + x^{20}z^2 + x^{16}z^2 + x^{14}z + x^8z^2 + x^6z + x^2z + 1$$

$$S_3(x, z) = (1 + x^{14}z)(1 + x^{11}z)(1 + x^2z)$$

$$S_3(x, z) = x^{27}z^3 + x^{25}z^2 + x^{16}z^2 + x^{14}z + x^{13}z^2 + x^{11}z + x^2z + 1$$

$$S_4(x, z) = (1 + x^{14}z)(1 + x^{11}z)(1 + x^6z)$$

$$S_4(x, z) = x^{31}z^3 + x^{25}z^2 + x^{20}z^2 + x^{17}z^2 + x^{14}z + x^{11}z + x^6z + 1$$

Mediante la función generatriz  $S_i(x, z)$  es posible determinar los números  $\{d_j^i\}_{j \geq 0}$  necesarios para calcular el índice de poder de Shapley-Shubik.

Paso 3: Se procede a calcular los polinomios  $g_i(z)$  mediante el uso de la expresión

$$g_i(z) = \sum_{j=0}^{n-1} d_j^i z^j = \sum_{j=0}^{n-1} \left[ \sum_{k=q-w_i}^{q-1} a_{kj}^i \right] z^j \quad (3.26)$$

El resultado es el siguiente:

$$g_1(z) = \sum_{j=0}^3 \left[ \sum_{k=3}^{16} a_{kj}^1 \right] z^j \quad (3.27)$$

Para el polinomio  $S_1(x, z)$  se extraen aquellos monomios en donde el exponente de  $x$  está entre 3 y 16. El resultado es el siguiente:

$$x^{13}z^2 + x^{11}z + x^8z^2 + x^6z$$

Evaluando a  $x=1$ , el resultado es:

$$g_1(z) = \sum_{j=0}^3 d_j^1 z^j = 2z^2 + 2z$$

Aplicando el mismo proceso a los polinomios  $S_2(x, z)$ ,  $S_3(x, z)$  y  $S_4(x, z)$ ; los valores  $g_2(z)$ ,  $g_3(z)$  y  $g_4(z)$  son:

$$g_2(z) = 2z^2 + 2z$$

$$g_3(z) = 2z^2 + 2z$$

$$g_4(z) = 0$$

Paso 4: Se calcula el valor de Shapley-Shubik  $\Phi_i(v)$  para cada jugador  $i$  acorde con los valores registrados en los polinomios  $g_i(z)$ . Para el caso de  $\Phi_1(v)$ , el resultado es el siguiente:

$$\Phi_1(v) = \sum_{j=0}^{n-1} \frac{j!(n-j-1)!}{n!} d_j^1 = \frac{1}{4!} [1!(4-1-1)! d_1^1 + 2!(4-2-1)! d_2^1] \quad (3.28)$$

Teniendo en cuenta que

$$g_1(z) = \sum_{j=0}^3 d_j^1 z^j = 2z^2 + 2z$$

Se observa que  $d_1^1 = 2$  y  $d_2^1 = 2$ . Reemplazando estos valores en  $\Phi_1(v)$ , se obtiene

$$\Phi_1(v) = \frac{1}{4!} [1!(4-1-1)! 2 + 2!(4-2-1)! 2]$$

$$\Phi_1(v) = \frac{1}{4!} [1! 2! 2 + 2! 1! 2]$$

$$\Phi_1(v) = \frac{1}{24} [4 + 4] = \frac{1}{3}$$

Realizando el mismo proceso para los demás jugadores, el valor de Shapley-Shubik es el siguiente:

$$\Phi_1(v) = \frac{1}{3}$$

$$\Phi_1(v) = \frac{1}{3}$$

$$\Phi_1(v) = 0$$

Con el fin de facilitar futuros procesos de investigación relacionados con el tema de los índices de poder, se elaboró una rutina en Matlab, la cual permite calcular el Índice de Poder mediante el uso del valor de Shapley-Shubik. La rutina es la siguiente:

```
% Rutina para calcular el índice de poder de Shapley-Shubik.
% Las variables utilizadas al interior de la rutina son:
% V: Vector de pesos para cada jugador
% q: Valor medio para considerar la coalición ganadora
% Nj: Número de jugadores
% VSh: Vector correspondiente a los índices de poder para cada jugador
```

```

V=[14; 11; 6; 2];      % se define el vector de pesos para cada jugador
q=ceil(sum(V)/2);     % se calcula el valor de q
Nj=4;                % Nj contiene el número de Jugadores

VSh=zeros(Nj,1);     % Condiciones inivales de la matriz de Shapley
syms x z y
for i=1:Nj
    P=zeros(Nj-1,1);
    s=1;
    u=0;
    V1=zeros(Nj,1);
    for l=1:Nj
        if l~=i
            u=u+1;          % Incrementa contador
            V1(u)=V(l);    % se almacena el primer registro en el Vector auxiliar
        end
    end
    end
    s=y*(1+(x^V1(1)*z*y))*(1+(x^V1(2)*z*y^2)); % Polinomio base
    PotY=4;
    for l=3:Nj-1          % Rutina para establecer las funciones generatrices
        s=s*(1+(x^V1(l)*z*y^PotY));
        PotY=2^l;
    end
    end

    s1=expand(s);        % realiza la multiplicacion simbolica del polinomio Si(x,z)
    [cxz cy]=coeffs(s1,y); % extrae los coeficientes de un polinomio cxz toma los valores de
                           % cx y cy los valores de y (variable auxiliar)

    cx=cxz/(z^Nj);      % extrae el factor X de cada monomio
    [num, den]=numden(cx);
    cx=num;

    PotX=subs(log10(cx),x,10); % evalua el polinomio e el valor de x=10
    PotX=simplify(PotX);    % simplifica valores extrayendo los exponentes de x

    a=x.^PotX;
    cz=cxz./(a);          % extrae el factor z de cada monomio
    [num, den]=numden(cz);
    cz=num;

    PotZ=subs(log10(cz),z,10); % evalua el polinomio e el valor de t=10 y registra el peso total de
                              % cada coalición
    PotZ=simplify(PotZ);    % simplifica valores extrayendo los exponentes de t

    n=length(PotX);
    Dij=zeros(n,1);
    Linf=q-V(i);          % q-Wi
    Lsup=q-1;            % q-1
    for k=1:n-1
        if (PotX(k)>=Linf) & (PotX(k)<=Lsup) % si los coeficientes del jugador i se encuentran entre

```

```

                                los límites superior e inferior
                                % Calcula el parámetro Dij
    Dij(PotZ(k))=Dij(PotZ(k))+1;
end
end
Aux=0;                                % subrutina para calcular el valor de Shapley-Shubik para el jugador k
for j=1:Nj-1
    Aux=Aux+(factorial(j)*Dij(j)*factorial(Nj-j-1));
end
VSh(i)=(1/(factorial(Nj)))*Aux;

end
VSh    % Imprime el vector correspondiente al índice de poder de Shapley-Shubik asignado a cada
jugador

```

### 3.5 CÁLCULO DEL ÍNDICE DE PODER DE DEEGAN-PACKEL MEDIANTE FUNCIONES GENERATRICES

Dado un juego simple  $(N, v)$  tanto el índice de poder de Banzhaf como el índice de poder de Shapley-Shubik de un jugador  $i \in N$ , obedecen a sumas ponderadas correspondientes al número de *swings* para un jugador  $i$  en particular. Sin embargo, en el caso del índice de poder propuesto por Deegan-Packel de un jugador  $i$ , solo se tienen en cuenta las coaliciones ganadoras minimales.

Para calcular el índice de poder de Deegan-Packel, se debe emplear una función generatriz que permita calcular el cardinal de todas las posibles coaliciones, de las cuales se deberán escoger las coaliciones ganadoras y finalmente las minimales. Para ello, se define  $m_s^i(v)$  el cual corresponde al número de coaliciones ganadoras minimales  $S$  a las cuales pertenece el jugador  $i \in N$ , formadas por  $s$  jugadores. Por consiguiente, el índice de poder de Deegan-Packel de  $i$  en un juego de votación ponderada se puede calcular mediante la siguiente expresión:

$$I_{dp} = \frac{1}{M(v)} \sum_{s=1}^n \frac{m_s^i(v)}{s} \quad (3.29)$$

La metodología para calcular el índice de poder de Deegan-Packel es el siguiente:

Paso 1: Se debe calcular la función generatriz  $S(x, Z_1, Z_2, \dots, Z_n, t)$  mediante el uso de la siguiente expresión:

$$S(x, Z_1, Z_2, \dots, Z_n, t) = \prod_{j=1}^n (1 + x^{w_j} z_j t) \quad (3.30)$$

Paso 2: A partir de la función generatriz se deben eliminar aquellos monomios en los cuales la potencia de la variable  $x$  sea menor que  $q$ , con el fin de determinar las coaliciones ganadoras.

Paso 3: Eliminar aquellos monomios que puedan ser divisibles por algún otro monomio de los que se encuentran establecidos en el grupo de las coaliciones ganadoras. El número de monomios de la función resultante corresponde al número de coaliciones minimales ganadoras del juego  $M(v)$ .

Paso 4: Para obtener el valor de Deegan-Packel de un jugador  $i \in N$ , basta con seleccionar aquellos términos de la función resultante en los que aparezca la variable  $Z_i$  y tomar el coeficiente de dicho monomio ( $m_s^i(v)$ ). El exponente de la variable  $t$  indica el número de jugadores que forma parte de dicha coalición minimal ( $s$ ). Teniendo en cuenta estos dos elementos, se procede a realizar el cálculo correspondiente al índice de poder de Deegan-Packel para el jugador  $i$  mediante el uso de la siguiente expresión:

$$I_{dp} = \frac{1}{M(v)} \sum_{s=1}^n \frac{m_s^i(v)}{s} \quad (3.31)$$

**Ejemplo:** Considere el juego de votación ponderada  $(N, v)$  dado de la siguiente forma:

$$v = [q: w_1, w_2, w_3, w_4, w_5, w_6] = [q: 28, 16, 5, 4, 3, 3] \quad (3.32)$$

Paso 1: Se procede a calcular el valor de  $q$

$$q = \frac{28 + 16 + 5 + 4 + 3 + 3}{2} = 29,5 \approx 30$$

Paso 2: Se procede a calcular la función generatriz  $S(x, Z_1, Z_2, \dots, Z_n, t)$  mediante el uso de la siguiente expresión:

$$S(x, Z_1, Z_2, \dots, Z_n, t) = \prod_{j=1}^n (1 + x^{w_j} z_j t) \quad (3.33)$$

El resultado es el siguiente:

$$\begin{aligned} S(x, Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5, Z_6, t) &= \prod_{j=1}^6 (1 + x^{w_j} z_j t) \\ &= (1 + x^{28} z_1 t)(1 + x^{16} z_2 t)(1 + x^5 z_3 t)(1 + x^4 z_4 t)(1 + x^3 z_5 t)(1 + x^3 z_6 t) \end{aligned}$$

Paso 3: A partir de la función generatriz se deben eliminar aquellos monomios en los cuales la potencia de la variable  $x$  sea menor que  $q$ , con el fin de determinar las coaliciones ganadoras. En vista de lo anterior, la función resultante es la siguiente:

$$\begin{aligned}
& Z_1Z_2Z_3Z_4Z_5Z_6t^6x^{59} + Z_1Z_2Z_3Z_4Z_5t^5x^{56} + Z_1Z_2Z_4Z_5Z_6t^5x^{54} + Z_1Z_2Z_3Z_4Z_6t^5x^{56} + Z_2Z_3Z_4Z_5Z_6t^5x^{31} \\
& + Z_1Z_3Z_4Z_5Z_6t^5x^{43} + Z_1Z_2Z_3Z_5Z_6t^5x^{55} + Z_1Z_2Z_4Z_5t^4x^{51} + Z_1Z_2Z_3Z_4t^4x^{53} \\
& + Z_1Z_2Z_4Z_6t^4x^{51} + Z_1Z_3Z_4Z_5t^4x^{40} + Z_1Z_2Z_3Z_5t^4x^{52} + Z_1Z_4Z_5Z_6t^4x^{38} \\
& + Z_1Z_2Z_5Z_6t^4x^{50} + Z_1Z_3Z_4Z_6t^4x^{40} + Z_1Z_2Z_3Z_6t^4x^{52} + Z_1Z_3Z_5Z_6t^4x^{39} + Z_1Z_2Z_4t^3x^{48} \\
& + Z_1Z_4Z_5t^3x^{35} + Z_1Z_3Z_4t^3x^{37} + Z_1Z_2Z_3t^3x^{49} + Z_1Z_4Z_6t^3x^{35} + Z_1Z_2Z_6t^3x^{47} \\
& + Z_1Z_2Z_5t^3x^{47} + Z_1Z_3Z_5t^3x^{36} + Z_1Z_5Z_6t^3x^{34} + Z_1Z_3Z_6t^3x^{36} + Z_1Z_4t^2x^{32} \\
& + Z_1Z_5t^2x^{31} + Z_1Z_2t^2x^{44} + Z_1Z_3t^2x^{33} + Z_1Z_6t^2x^{31}
\end{aligned}$$

Paso 4: Se procede a identificar los monomios que representan las coaliciones minimales. Para ello se deben eliminar aquellos monomios que puedan ser divisibles por algún otro monomio de los que se encuentran establecidos en el grupo de las coaliciones ganadoras. El resultado de este proceso es el siguiente:

$$Z_2Z_3Z_4Z_5Z_6t^5x^{31} + Z_1Z_4t^2x^{32} + Z_1Z_5t^2x^{31} + Z_1Z_2t^2x^{44} + Z_1Z_3t^2x^{33} + Z_1Z_6t^2x^{31}$$

El valor de  $M(v) = 6$ , teniendo en cuenta que son 6 los monomios que conforman la función resultante de coaliciones minimales.

Paso 5: Se procede a calcular el valor de Deegan-Packel para cada jugador  $i \in N$ . Para el caso del jugador  $i=1$ , se realiza el siguiente procedimiento:

Se seleccionan aquellos términos de la función resultante en los que aparezca  $Z_1$ .

$$Z_1Z_4t^2x^{32} + Z_1Z_5t^2x^{31} + Z_1Z_2t^2x^{44} + Z_1Z_3t^2x^{33} + Z_1Z_6t^2x^{31}$$

El exponente de la variable  $t$  indica el número de jugadores que forma parte de dicha coalición minimal ( $s$ ). Teniendo en cuenta estos dos elementos, se procede a realizar el cálculo correspondiente al índice de poder de Deegan-Packel para el jugador  $i=1$  mediante el uso de la siguiente expresión:

$$I_{dp}(1) = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{6} = \frac{5}{12} = 0,4167$$

Repitiendo el mismo proceso para los demás jugadores, el resultado es el siguiente:

$$I_{dp}(2) = I_{dp}(3) = I_{dp}(4) = I_{dp}(5) = I_{dp}(6) = \frac{7}{60} = 0,1167$$

En resumen, el valor de Deegan-Packel para el juego propuesto es el siguiente:

$$I_{dp}(i) = \left( \frac{5}{12}, \frac{7}{60}, \frac{7}{60}, \frac{7}{60}, \frac{7}{60}, \frac{7}{60} \right)$$

Con el fin de facilitar futuros procesos de investigación relacionados con el tema de los índices de poder, se elaboró una rutina en Matlab, la cual permite calcular el Índice de Poder de Deegan-Packel. La rutina es la siguiente:

```

% Rutina para calcular el índice de poder de Deegan-Packel.
% Las variables utilizadas al interior de la rutina son:
% V: Vector de pesos para cada jugador
% q: Valor medio para considerar la coalición ganadora
% Nj: Número de jugadores
% VDeegan: Vector correspondiente a los índices de poder para cada jugador

V=[28; 16; 5; 4; 3; 3];           % se define el vector de pesos para cada jugador
q=ceil(sum(V)/2);                 % se calcula el valor medio
Nj=6;

% se crean las Nj variables simbólicas de Zj
Z=linspace(1,Nj,Nj);             % crea un vector Z con Nj elementos
Z=sym('Z',[Nj 1]);              % convierte al vector Z a modo symbolic
PZ=1;
for i=1:Nj
    PZ=PZ*Z(i);                  % PZ corresponde al producto de los elementos de Z
end

VDeegan=zeros(Nj,1); % Inicialización del vector correspondiente al valor de Deegan-Packel
[u]=RandSimRepeticao(0,1E4,Nj); % Se generan 10000 números aleatorios sin repetir entre 0 y Nj

syms x t y
%for i=1:Nj
    P=zeros(Nj-1,1);
    s=y*(1+(x^V(1)*Z(1)*t*y))*(1+(x^V(2)*Z(2)*t*y^2));
    PotY=4;
    for l=3:Nj                    % Rutina para establecer las funciones generatrices Bi(x)
        s=s*(1+(x^V(l)*Z(l)*t*y^PotY));
        PotY=4^l;
    end
    s1=expand(s);                 % realiza la multiplicacion simbolica
    [cxz cy]=coeffs(s1,y);        % extrae los coeficientes de un polinomio cxz toma los valores de
                                   % xz y cy los valores de y (variable auxiliar)
    cx=cxz/(PZ*t^Nj);            % extrae el factor X de cada monomio
    [num, den]=numden(cx);
    cx=num;

    PotX=subs(log10(cx),x,10);    % evalua el polinomio e el valor de x=10 y registra el peso total de
                                   % cada coalición
    PotX=simplify(PotX);          % simplifica valores extrayendo los exponentes de x

    a=x.^PotX;
    ct=cxz./(PZ*a);              % extrae el factor t de cada monomio

```

```

[num, den]=numden(ct);
ct=num;

PotT=subs(log10(ct),t,10); % evalua el polinomio e el valor de t=10 y registra el peso total de
                           % cada coalición
PotT=simplify(PotT);      % simplifica valores extrayendo los exponentes de t

m=find(PotX>=q);          % se seleccionan los monomios que cumplen con la condición de
                           % que la potencia de X es >=q.
PotXWin=PotX(m);         % Potencias de X ganadoras
PotTWin=PotT(m);         % Potencias de T ganadoras
MGanadores=cxz(m);

nWin=length(PotTWin);
for i=1:nWin-1           % Rutina para ordenar ascendentemente el vector PotWin
    for j=i+1:nWin       % y la matriz de ganadores
        if PotTWin(j)>PotTWin(i)
            Aux=PotTWin(j);
            PotTWin(j)=PotTWin(i);
            PotTWin(i)=Aux;

            Aux1=MGanadores(j);
            MGanadores(j)=MGanadores(i);
            MGanadores(i)=Aux1;

        end
    end
end

% Rutina para extraer los monomios que no pueden ser divididos por otros terminos

R1=MGanadores;          % Se extrae una copia de los monomios ganadores
t1=PotTWin;
n1=length(R1);          % Se identifica el número de coaliciones ganadoras
Nminimales=1;
while n1>1
    CMinimales(Nminimales)=R1(n1); % Se registra el primer monomio minimal
    PMinimales(Nminimales)=t1(n1); % Se registra la potencia de t del monomio minimal
    R=R1/R1(n1);          % Se divide el vector R1 sobre el último monomio con el
                           % fin de identificar cuales no son divisibles
    [num, den]=numden(R); % Se extrae el numerador y el denominador del proceso
                           % anterior en cada monomio

    m=find(den~=1);      % Se identifican aquellos en los cuales el denominador es diferente de 1
    R1=R1(m);            % Se genera extraen aquellos monomios que no fueron divisibles durante
                           % el proceso.

    t1=t1(m);
    n1=length(R1);
    Nminimales=Nminimales+1; % Incrementa el número de coaliciones minimales
end

```

```

n1=length(R1);
if n1>0
    CMinimales(Nminimales)=R1(1);
    PTMinimales(Nminimales)=t1(n1);
end

% Calculo del Indice de Poder de Deegan-Packel
Mv=length(CMinimales); % Mv corresponde al total de monomios minimales

for i=1:Nj
    R=CMinimales/Z(i); % Se divide el vector R1 sobre el último monomio con el fin de
                        % identificar cuales no son divisibles
    [num, den]=numden(R); % Se extrae el numerador y el denominador del proceso anterior en
                        % cada monomio
    m=find(den==1); % Se identifican aquellos cuyo denominador es diferente de 1
    R1=CMinimales(m); % Se genera extraen aquellos monomios que no fueron divisibles
                        % durante el proceso.
    t1=PTMinimales(m);
    n1=length(R1);
    suma=0;
    for j=1:n1 % Procedimiento que calcula los índices de poder de Deegan
        suma=suma+(1/t1(j));
    end
    VDeegan(i)=suma/Mv;
end

VDeegan % Imprime el vector correspondiente a los índices de poder para cada jugador

```

### 3.6 ANÁLISIS DE TRATAMIENTOS

Con el fin de comparar cada uno de los tres métodos propuestos para calcular el índice de poder de cada jugador (Banzhaf, Shapley-Shubik y Deegan-Packel) e identificar aquellos que arrojan el mejor resultado acorde con el problema planteado, se propone el uso de dos escenarios que pueden llegar a presentarse en una red HAN, sobre los cuales se aplicarán cada uno de los métodos de optimización y posteriormente mediante la prueba de Dunnet se identificará cuál o cuáles son los métodos o tratamientos que mejor resultado arrojaron durante el proceso de evaluación. Se considerarán como escenarios 1 y 2 de este proceso los escenarios 3 y 4 presentados en el capítulo 4: *Estado de canal No Saturado bajo condiciones de tráfico Multiclase* y *Estado de canal Saturado bajo condiciones de tráfico Multiclase* respectivamente. En las Tablas 45 y 46 se presentan las condiciones iniciales de cada escenario propuesto considerando: el número de identificación del jugador  $i$  o nodo, la clase de servicio, el factor de prioridad, el BW asignado a cada clase mediante el valor de Shapley bajo condiciones de canal típicas (regular), el peso asignado por clase de servicio y el peso total del nodo; para los escenarios 1 y 2 propuestos.

Teniendo en cuenta que no existe una metodología para calcular el peso de un jugador en un juego simple de votación ponderada, se adoptó el siguiente criterio para establecer cada uno de los pesos requeridos:

Debido a que cada jugador puede presentar más de una clase de servicio, es necesario calcular un peso por cada clase  $r$  y jugador  $i$ , con  $r = \{1,2,3,4\}$  para servicios de {Datos, Control, Video, Voz} respectivamente. El peso total para el jugador  $i$  puede ser calculado mediante el uso de la siguiente expresión:

$$W_i = \sum_{r=1}^4 W_{i,r} \quad (3.34)$$

Por otro lado, el peso para cada clase  $r$  puede ser calculado mediante el uso de la siguiente expresión:

$$W_{i,r} = FP_{i,r} \left[ \left( \frac{BW_{i,r}}{\min_{j \in N, k=r} BW_{j,k}} \right) \right] \quad (3.35)$$

Donde  $\min_{j \in N, k=r} BW_{j,k}$  corresponde al mínimo valor de BW asignado entre todos los jugadores cuya clase de servicio sea  $k=r$ ,  $FP_{i,r}$  es el factor de prioridad de la clase  $r$  jugador  $i$  y  $[*]$  representa el operador que arroja como resultado al mayor entero más cercanos de la operación registrada.

**Ejemplo:** Se desea calcular peso total para el jugador  $i=1$ , con base en los datos registrados en la Tabla 45 (Escenario 1).

**Solución:** En la Tabla 45, se observa que el jugador 1 soportará tráfico de datos ( $r=1$ ) y control ( $r=2$ ). En vista de lo anterior, el primer paso será calcular los pesos para cada una de las clases de servicio y el segundo paso será calcular el peso total.

Paso 1: Calcular los pesos para cada clase de servicio adscritos al jugador  $i=1$ , mediante el uso de la expresión propuesta. El resultado es el siguiente:

$$W_{i,r} = W_{1,1} = FP_{i,r} \left[ \left( \frac{BW_{i,r}}{\min_{j \in N, k=r} BW_{j,k}} \right) \right] = 1 \left[ \left( \frac{12,9730}{9,2330} \right) \right] = [1,4] = 2$$

$$W_{i,r} = W_{1,2} = FP_{i,r} \left[ \left( \frac{BW_{i,r}}{\min_{j \in N, k=r} BW_{j,k}} \right) \right] = 2 \left[ \left( \frac{3,7850}{3,7840} \right) \right] = 2[1,0003] = 2(2) = 4$$

Paso 2: Se calcula el peso total del jugador

$$W_i = W_1 = W_{1,1} + W_{1,2} = 2 + 4 = 6$$

Tabla 45. Condiciones iniciales para estimación de índices de poder - Escenario 1

| Jugador (Nodo) $i$ | CoS ( $r$ ) | Factor de Prioridad ( $FP_{i,r}$ ) | BW Asignado (Shapley) ( $BW_{i,r}$ ) | Peso ( $W_{i,r}$ ) | Total $W_i$ |
|--------------------|-------------|------------------------------------|--------------------------------------|--------------------|-------------|
| <b>1</b>           | Control     | 2                                  | 3,7850                               | 4                  | 6           |
|                    | Datos       | 1                                  | 12,9730                              | 2                  |             |
| <b>2</b>           | Voz         | 4                                  | 3,8060                               | 4                  | 6           |
|                    | Datos       | 1                                  | 9,9230                               | 2                  |             |
| <b>3</b>           | Video       | 3                                  | 6,1030                               | 3                  | 5           |
|                    | Control     | 2                                  | 3,7840                               | 2                  |             |
| <b>4</b>           | Voz         | 4                                  | 3,8270                               | 8                  | 9           |
|                    | Datos       | 1                                  | 9,2330                               | 1                  |             |
| <b>5</b>           | Video       | 3                                  | 7,8530                               | 6                  | 8           |
|                    | Datos       | 1                                  | 10,3930                              | 2                  |             |
| <b>6</b>           | Voz         | 4                                  | 3,8510                               | 8                  | 20          |
|                    | Video       | 3                                  | 10,1730                              | 6                  |             |
|                    | Control     | 2                                  | 3,7870                               | 4                  |             |
|                    | Datos       | 1                                  | 31,1630                              | 4                  |             |

Fuente: Autor

Tabla 46. Condiciones iniciales para estimación de índices de poder - Escenario 2

| Jugador (Nodo) $i$ | CoS ( $r$ ) | Factor de Prioridad ( $FP_{i,r}$ ) | BW Asignado (Shapley) ( $BW_{i,r}$ ) | Peso ( $W_{i,r}$ ) | Total $W_i$ |
|--------------------|-------------|------------------------------------|--------------------------------------|--------------------|-------------|
| <b>1</b>           | Voz         | 4                                  | 0,0580                               | 16                 | 19          |
|                    | Control     | 2                                  | 0,0011                               | 2                  |             |
|                    | Datos       | 1                                  | 2,4870                               | 1                  |             |
| <b>2</b>           | Voz         | 4                                  | 0,0167                               | 4                  | 11          |
|                    | Control     | 2                                  | 0,0016                               | 4                  |             |
|                    | Datos       | 1                                  | 7,3497                               | 3                  |             |
| <b>3</b>           | Video       | 3                                  | 13,7348                              | 6                  | 9           |
|                    | Datos       | 1                                  | 6,2702                               | 3                  |             |
| <b>4</b>           | Voz         | 4                                  | 0,0259                               | 8                  | 16          |
|                    | Control     | 2                                  | 0,0020                               | 4                  |             |
| <b>5</b>           | Datos       | 1                                  | 9,1822                               | 4                  | 7           |
|                    | Video       | 3                                  | 11,1597                              | 3                  |             |
| <b>6</b>           | Control     | 2                                  | 0,0013                               | 4                  | 5           |
|                    | Datos       | 1                                  | 11,9820                              | 5                  |             |
| <b>7</b>           | Voz         | 4                                  | 0,0741                               | 20                 | 24          |
|                    | Datos       | 1                                  | 8,3769                               | 4                  |             |
| <b>8 CCo</b>       | Voz         | 4                                  | 0,2233                               | 56                 | 30          |
|                    | Video       | 3                                  | 31,0153                              | 9                  |             |
|                    | Control     | 2                                  | 0,0075                               | 16                 |             |
|                    | Datos       | 1                                  | 57,7519                              | 24                 |             |

Fuente: Autor

Con el fin de analizar si la condición del canal PLC puede inferir de cierta manera sobre el peso asignado a un jugador  $i$ , se procedió a calcular los pesos para cada jugador, bajo condiciones de canal excelente, regular y deficiente. El resultado de este proceso de estimación se encuentra registrado en la Tabla 47, en donde se observa que tanto el peso total, como el peso para cada clase de servicio, bajo las tres condiciones de canal son prácticamente iguales. Aspecto por el cual se podría inferir que el estado del canal PLC no influye de manera significativa sobre el peso estimado para un jugador y por ende sobre el índice de poder respectivo. En vista de lo anterior, solo se considerarán las condiciones iniciales para un solo estado de canal PLC.

Tabla 47. Estimación del peso total para jugador  $i$  vs condición del canal PLC

| Condiciones del Canal |         |                     | Excelente             |          |             | Regular               |          |             | Deficiente            |          |             |
|-----------------------|---------|---------------------|-----------------------|----------|-------------|-----------------------|----------|-------------|-----------------------|----------|-------------|
| Jugador (Nodo) $i$    | CoS     | Factor de Prioridad | BW Asignado (Shapley) | Peso (W) | Total $W_i$ | BW Asignado (Shapley) | Peso (W) | Total $W_i$ | BW Asignado (Shapley) | Peso (W) | Total $W_i$ |
| 1                     | Voz     | 4                   | 0,0580                | 16       | 19          | 0,0449                | 16       | 19          | 0,0386                | 16       | 19          |
|                       | Control | 2                   | 0,0011                | 2        |             | 0,0008                | 2        |             | 0,0007                | 2        |             |
|                       | Datos   | 1                   | 2,4870                | 1        |             | 1,9253                | 1        |             | 1,6557                | 1        |             |
| 2                     | Voz     | 4                   | 0,0167                | 4        | 11          | 0,0128                | 4        | 11          | 0,0110                | 4        | 11          |
|                       | Control | 2                   | 0,0016                | 4        |             | 0,0012                | 4        |             | 0,0010                | 4        |             |
|                       | Datos   | 1                   | 7,3497                | 3        |             | 5,6429                | 3        |             | 4,8459                | 3        |             |
| 3                     | Video   | 3                   | 13,7348               | 6        | 9           | 9,8756                | 6        | 9           | 8,9741                | 6        | 9           |
|                       | Datos   | 1                   | 6,2702                | 3        |             | 4,5084                | 3        |             | 4,0969                | 3        |             |
| 4                     | Voz     | 4                   | 0,0259                | 8        | 16          | 0,0197                | 8        | 16          | 0,0170                | 8        | 16          |
|                       | Control | 2                   | 0,0020                | 4        |             | 0,0015                | 4        |             | 0,0013                | 4        |             |
|                       | Datos   | 1                   | 9,1822                | 4        |             | 6,9928                | 4        |             | 6,0367                | 4        |             |
| 5                     | Video   | 3                   | 11,1597               | 3        | 7           | 8,4300                | 3        | 7           | 7,3611                | 3        | 7           |
|                       | Control | 2                   | 0,0013                | 4        |             | 0,0010                | 4        |             | 0,0009                | 4        |             |
| 6                     | Datos   | 1                   | 11,9820               | 5        | 5           | 9,0280                | 5        | 5           | 7,9210                | 5        | 5           |
| 7                     | Voz     | 4                   | 0,0741                | 20       | 24          | 0,0566                | 20       | 24          | 0,0488                | 20       | 24          |
|                       | Datos   | 1                   | 8,3769                | 4        |             | 6,3954                | 4        |             | 5,5132                | 4        |             |
| 8 CCo                 | Voz     | 4                   | 0,2233                | 56       | 105 (30**)  | 0,1699                | 56       | 102 (30**)  | 0,0930                | 36       | 67 (30**)   |
|                       | Video   | 3                   | 31,0153               | 9        |             | 23,5972               | 9        |             | 12,9131               | 6        |             |
|                       | Control | 2                   | 0,0075                | 16       |             | 0,0057                | 14       |             | 0,0031                | 10       |             |
|                       | Datos   | 1                   | 57,7519               | 24       |             | 43,9392               | 23       |             | 24,0448               | 15       |             |

Fuente: Autor

En la Tabla 47 se observa que  $W_N$  presenta un valor bastante elevado en comparación con  $W_i$ , aspecto que podría generar como resultado  $I_{dp_{i \neq N}} = 0$  e  $I_{dp_{i=N}} = 1$ , lo cual no permite estimar adecuadamente el nivel de poder o influencia en cada nodo, debido a que el nodo N sería considerado como un jugador “dictador”, en donde él sería el único jugador crítico en todas las coaliciones y los demás nodos sería considerados como jugadores “nulos”, en donde cada uno de estos jugadores no tendría ningún poder en el juego. En vista de lo anterior, se propone el uso de la siguiente expresión con el fin de calcular el valor ajustado  $W_N^*$ :

$$W_N^* = \left( \left[ \max_{i \in N, i \neq N} W_i / 10 \right] + 1 \right) * 10$$

Donde  $W_N^*$  corresponde al peso total ajustado para el nodo  $N$  (CCo) y  $[*]$  es la parte entera de la operación registrada.

Ejemplo1: Suponiendo que el máximo peso entre los nodos diferentes al CCo es 24, el valor de  $W_N^*$  sería:

$$W_N^* = \left( \left[ \max_{i \in N, i \neq N} W_i / 10 \right] + 1 \right) * 10$$

$$W_N^* = ([24/10] + 1) * 10$$

$$W_N^* = ([2,4] + 1) * 10 = (2 + 1) * 10 = 30$$

Ejemplo 2: Suponiendo que el máximo peso entre los nodos diferentes al CCo es 28, el valor de  $W_N^*$  sería:

$$W_N^* = \left( \left[ \max_{i \in N, i \neq N} W_i / 10 \right] + 1 \right) * 10$$

$$W_N^* = ([28/10] + 1) * 10$$

$$W_N^* = ([2,8] + 1) * 10 = (3 + 1) * 10 = 40$$

En las Tablas 48 y 49 se registra el valor correspondiente al índice de poder estimado en cada nodo, para cada uno de los dos escenarios sugeridos. Los datos se encuentran ordenados de manera descendente en relación con el índice de poder y el peso. Al observar el resultado en cada escenario propuesto se aprecia que la posición de cada nodo para los tres métodos propuestos es prácticamente la misma, lo cual plantea la hipótesis de cualquiera de los tres métodos propuestos puede ser considerado adecuado para realizar el proceso de estimación de los índices de poder en cada nodo que forma parte de una red HAN.

Tabla 48. Índices de poder para el escenario 1

| $W_i$ | $I_{dp}$ –Banzhaf | Nodo $i$ | $I_{dp}$ –Shapley-Shubik | Nodo $i$ | $I_{dp}$ –Deegan-Packel | Nodo $i$ |
|-------|-------------------|----------|--------------------------|----------|-------------------------|----------|
| 20    | 0,4545            | 6        | 0,4667                   | 6        | 0,25                    | 6        |
| 9     | 0,1212            | 4        | 0,1667                   | 4        | 0,1563                  | 4        |
| 8     | 0,1212            | 5        | 0,1667                   | 5        | 0,1563                  | 5        |
| 6     | 0,1212            | 1        | 0,0667                   | 1        | 0,1458                  | 1        |
| 6     | 0,1212            | 2        | 0,0667                   | 2        | 0,1458                  | 2        |
| 5     | 0,0606            | 3        | 0,0667                   | 3        | 0,1458                  | 3        |

Fuente: Autor

Tabla 49. Índices de poder para el escenario 2

| $W_i$ | $I_{dp} - \text{Banzhaf}$ | Nodo $i$ | $I_{dp} - \text{Shapley-Shubik}$ | Nodo $i$ | $I_{dp} - \text{Deegan-Packel}$ | Nodo $i$ |
|-------|---------------------------|----------|----------------------------------|----------|---------------------------------|----------|
| 30    | 0,2564                    | 8        | 0,2786                           | 8        | 0,1621                          | 8        |
| 24    | 0,1709                    | 7        | 0,2024                           | 7        | 0,1437                          | 7        |
| 19    | 0,1624                    | 1        | 0,1452                           | 1        | 0,1402                          | 1        |
| 16    | 0,1368                    | 4        | 0,1167                           | 4        | 0,1264                          | 4        |
| 11    | 0,094                     | 2        | 0,0833                           | 2        | 0,1236                          | 2        |
| 9     | 0,0769                    | 3        | 0,069                            | 3        | 0,1132                          | 3        |
| 7     | 0,0598                    | 5        | 0,069                            | 5        | 0,1132                          | 5        |
| 5     | 0,0427                    | 6        | 0,0357                           | 6        | 0,0776                          | 6        |

Fuente: Autor

### 3.6.1 Evaluación del CMM.

En este ítem se evaluará el comportamiento de cada uno de los tres métodos propuestos (Banzhaf, Shapley-Shubik y Deegan-Packel), soportado en el concepto del índice de poder como estrategia para la asignación del espacio frecuencia-tiempo en el *scheduler*, el cual regulará el acceso al medio de cada nodo sobre el canal PLC. En las Tablas 50 y 51 se presentan las 14 muestras correspondientes al índice de poder para cada caso.

Tabla 50. Estimación de medias en relación con el índice de poder

| Muestra      | Índices de Poder           |                                      |                            | Estimación de la media |                     |                        |                      |
|--------------|----------------------------|--------------------------------------|----------------------------|------------------------|---------------------|------------------------|----------------------|
|              | Banzhaf<br>( $I_{dp\_B}$ ) | Shapley-Shubik<br>( $I_{dp\_ShSh}$ ) | Deegan<br>( $I_{dp\_DP}$ ) | $W$                    | $W \cdot I_{dp\_B}$ | $W \cdot I_{dp\_ShSh}$ | $W \cdot I_{dp\_DP}$ |
| 1            | 0,4545                     | 0,4667                               | 0,2500                     | 19                     | 3,086               | 2,759                  | 2,664                |
| 2            | 0,1212                     | 0,1667                               | 0,1563                     | 11                     | 1,034               | 0,916                  | 1,360                |
| 3            | 0,1212                     | 0,1667                               | 0,1563                     | 9                      | 0,692               | 0,621                  | 1,019                |
| 4            | 0,1212                     | 0,0667                               | 0,1458                     | 16                     | 2,189               | 1,867                  | 2,022                |
| 5            | 0,1212                     | 0,0667                               | 0,1458                     | 7                      | 0,419               | 0,483                  | 0,792                |
| 6            | 0,0606                     | 0,0667                               | 0,1458                     | 5                      | 0,214               | 0,179                  | 0,388                |
| 7            | 0,2564                     | 0,2786                               | 0,1621                     | 24                     | 4,102               | 4,858                  | 3,449                |
| 8            | 0,1709                     | 0,2024                               | 0,1437                     | 30                     | 7,692               | 8,358                  | 4,863                |
| 9            | 0,1624                     | 0,1452                               | 0,1402                     | 6                      | 0,727               | 0,400                  | 0,875                |
| 10           | 0,1368                     | 0,1167                               | 0,1264                     | 6                      | 0,727               | 0,400                  | 0,875                |
| 11           | 0,0940                     | 0,0833                               | 0,1236                     | 5                      | 0,303               | 0,334                  | 0,729                |
| 12           | 0,0769                     | 0,0690                               | 0,1132                     | 9                      | 1,091               | 1,500                  | 1,407                |
| 13           | 0,0598                     | 0,0690                               | 0,1132                     | 8                      | 0,970               | 1,334                  | 1,250                |
| 14           | 0,0427                     | 0,0357                               | 0,0776                     | 20                     | 9,090               | 9,334                  | 5,000                |
| <b>Total</b> |                            |                                      |                            | <b>175</b>             | <b>32,334</b>       | <b>33,342</b>          | <b>26,693</b>        |
| <b>Media</b> |                            |                                      |                            |                        | <b>0,185</b>        | <b>0,191</b>           | <b>0,153</b>         |

Fuente: Autor

Adicionalmente, se registran los valores relacionados con la media, el error cuadrático para cada jugador, el cual es calculado mediante el uso de la expresión  $[y_{ij} - \mu_i]^2$ , donde  $y_{ij}$  y  $\mu_i$  corresponden al índice de poder asociado al método de optimización  $i$  jugador  $j$  y al valor promedio del método de optimización  $i$  respectivamente. Es importante tener en cuenta que el valor del error cuadrático es necesario para calcular el valor del CME el cual es fundamental para aplicar la prueba de Dunnett.

Tabla 51. Estimación del error cuadrático en relación con el índice de poder

| Muestra         | Índices de Poder |                |               | Suma de Cuadrados |               |               |
|-----------------|------------------|----------------|---------------|-------------------|---------------|---------------|
|                 | Banzhaf          | Shapley-Shubik | Deegan_Packel | SC_Banzhaf        | SC_Shapley    | SC_Deegan     |
| 1               | 0,4545           | 0,4667         | 0,2500        | 0,0728            | 0,0763        | 9,50E-03      |
| 2               | 0,1212           | 0,1667         | 0,1563        | 0,0040            | 0,0006        | 1,42E-05      |
| 3               | 0,1212           | 0,1667         | 0,1563        | 0,0040            | 0,0006        | 1,42E-05      |
| 4               | 0,1212           | 0,0667         | 0,1458        | 0,0040            | 0,0153        | 4,53E-05      |
| 5               | 0,1212           | 0,0667         | 0,1458        | 0,0040            | 0,0153        | 4,53E-05      |
| 6               | 0,0606           | 0,0667         | 0,1458        | 0,0154            | 0,0153        | 4,53E-05      |
| 7               | 0,2564           | 0,2786         | 0,1621        | 0,0051            | 0,0078        | 9,16E-05      |
| 8               | 0,1709           | 0,2024         | 0,1437        | 0,0002            | 0,0001        | 7,79E-05      |
| 9               | 0,1624           | 0,1452         | 0,1402        | 0,0005            | 0,0021        | 1,52E-04      |
| 10              | 0,1368           | 0,1167         | 0,1264        | 0,0023            | 0,0055        | 6,83E-04      |
| 11              | 0,0940           | 0,0833         | 0,1236        | 0,0082            | 0,0115        | 8,37E-04      |
| 12              | 0,0769           | 0,0690         | 0,1132        | 0,0116            | 0,0148        | 1,55E-03      |
| 13              | 0,0598           | 0,0690         | 0,1132        | 0,0156            | 0,0148        | 1,55E-03      |
| 14              | 0,0427           | 0,0357         | 0,0776        | 0,0202            | 0,0240        | 5,61E-03      |
| <b>Total SC</b> |                  |                |               | <b>0,1681</b>     | <b>0,2038</b> | <b>0,0202</b> |

Fuente: Autor

Con base en los valores registrados en la Tabla 51, los valores correspondientes a la suma de cuadrados del error ( $SCE$ ), los grados de libertad ( $G.L.$ ), el error cuadrático medio ( $CME$ ) y  $M$ ; para un total de 3 tratamientos ( $N_t$ ) y 14 muestras o réplicas ( $N_m$ ), son los siguientes:

$$SCE = \sum_{i=1}^{N_t} \sum_{j=1}^{N_m} [y_{ij} - \mu_i]^2 = 0,1681 + 0,2038 + 0,0202 \quad (3.36)$$

$$SCE = 0,3922$$

$$G.L = N_t(N_m - 1) = 3(14 - 1) = 39 \quad (3.37)$$

$$CME = \frac{SCE}{N_t(N_m - 1)} = 1,01E - 2 \quad (3.38)$$

$$M = d_{\alpha,k,v} \sqrt{\frac{2S^2}{r}} = 1,97 \sqrt{\frac{2CME}{N_m}} = 0,075 \quad (3.39)$$

La Tabla 52 presenta los parámetros correspondientes al procedimiento denominado “Comparaciones Múltiples con el Mejor (CMM)”, con el fin de realizar un proceso de comparación entre los tres métodos de optimización propuestos, e identificar cuál o cuáles de los métodos puede ser considerado como el mejor o los mejores entre sí para realizar el proceso de acceso al medio soportado en el uso del concepto denominado índice de poder.

Tabla 52. CMM sobre los métodos de optimización propuestos

| Método         | Media ( $\mu_i$ ) | Max ( $\mu_{i \neq j}$ ) | $M$   | $D_i$  | $L = D_i - M$ | $U = D_i + M$ |
|----------------|-------------------|--------------------------|-------|--------|---------------|---------------|
| Banzhaf        | 0,185             | 0,191                    | 0,075 | -0,006 | -0,080        | 0,069         |
| Shapley-Shubik | 0,191             | 0,185                    | 0,075 | 0,006  | -0,069        | 0,080         |
| Deegan-Packel  | 0,153             | 0,191                    | 0,075 | -0,038 | -0,113        | 0,037         |

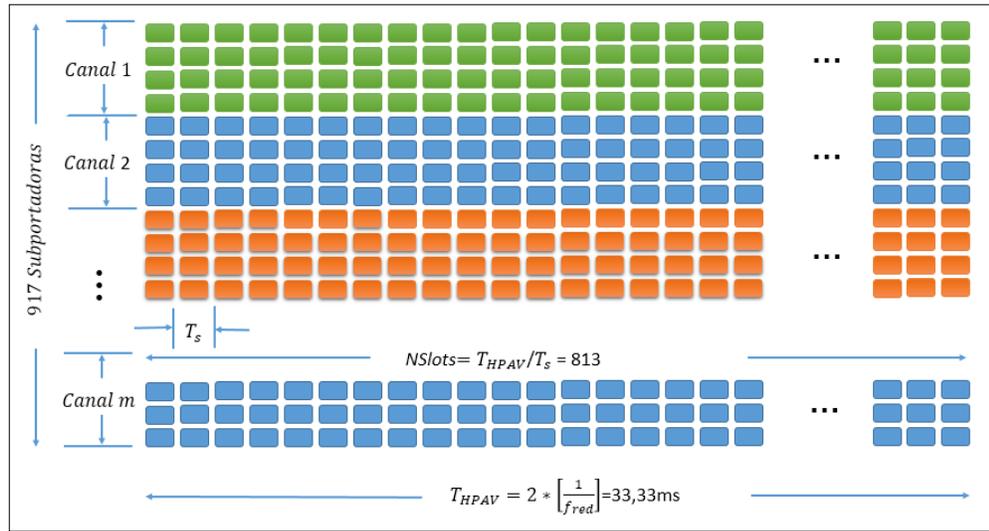
Fuente: Autor

Teniendo en cuenta los resultados registrados en la Tabla 52, se puede manifestar que al realizar la prueba de Dunnett, cualquiera de los tres métodos podría ser considerado como uno de los mejores, debido a que los intervalos de confianza simultáneos incluyen el cero entre los límites superior e inferior. Sin embargo, al evaluar la diferencia  $D_i$  se observa que el método de optimización propuesto por Shapley-Shubik presenta la mayor media y adicionalmente es el único de los tres métodos que cumple con la condición  $\mu_i - \max_{j \neq i} \mu_j \geq 0$ , lo cual indica que el Índice de Poder de Shapley-Shubik puede considerarse como el mejor de los tres métodos de optimización.

### 3.7 GENERACIÓN DEL SCHEDULER

Tal como se había mencionado anteriormente, el último punto de la propuesta consiste en establecer el cronograma de acceso al medio (*scheduler*), mediante la asignación del dominio del tiempo y frecuencia para cada nodo  $i$ , proceso que es administrado por el CCo y difundido a cada uno de los nodos, reduciendo la probabilidad de colisión y optimizando el uso del recurso.

Figura 20. Mapa propuesto para distribución de tiempo y frecuencia de un canal PLC



En la Figura 20 se presenta el mapa correspondiente a la distribución de tiempo y frecuencia de un canal PLC, en el cual el dominio de la frecuencia está constituido por las 917 subportadoras, y el dominio del tiempo por 813 *slots* de tiempo. Es precisamente en este mapa de frecuencia-tiempo sobre el cual se realizará la asignación de recursos para cada nodo, acorde con el BW y el índice de poder asignados.

La metodología propuesta para la generación del *scheduler* es la siguiente:

**Paso 1:** Establecer el ancho de banda total asignado para cada nodo que forma parte de la red HAN, a través de algunos de los cuatro métodos de optimización propuestos (Nucleolus, Shapley, MMF o MmQoS).

**Paso 2:** Determinar el peso total para cada nodo y con base en esta información proceder a calcular los índices de poder a través de alguno de los tres métodos propuestos (Banzhaf, Shapley-Shubik o Deegan-Packel)

**Paso 3:** Estimar el número de canales recomendado sobre los cuales será dividido todo el canal PLC mediante la fórmula de Engset. Durante proceso de optimización es necesario establecer el número *m* de canales sobre los cuales se distribuirán las 917 subportadoras, con el fin de realizar posteriormente el proceso de asignación de recursos, en tiempo y frecuencia, para cada una de las clases de tráfico generadas desde cada nodo *i* que forman parte de la red PLC. Para ello, se hace uso de la fórmula de Engset, llamada así por el matemático e ingeniero Noruego Thorir Olaus Engset, la cual permite estimar el número de canales necesario de acuerdo con una intensidad de tráfico  $\rho$ , generada por una población finita de estaciones. Además, mediante el uso de esta expresión es posible estimar la probabilidad de bloqueo y la probabilidad de pérdidas en cada nodo *i* [108]. La fórmula de Engset está dada por la siguiente expresión:

$$P_{bl}(m, \rho, N) = \frac{\rho^m \binom{N}{m}}{\sum_{i=1}^m \rho^i \binom{N}{i}} \quad (3.40)$$

donde,

$P_{bl}$ : Probabilidad de bloqueo  
 $\rho$ : Intensidad de tráfico en Erlangs generado por cada nodo  
 $m$ : Número de canales estimado  
 $N$ : Número de nodos que conforman la red PLC

Para realizar este proceso se hace uso de la siguiente función en Matlab:

% Formula de Engset para Calcular el número de Canales acorde a la Intensidad de tráfico y el ancho de banda disponible.

PI=0.01; %Probabilidad de bloqueo 1% sugerida.

```
[server, realPI, realPb]=find_server(NNodos, Carga_Erlangs, PI);
```

```
NCanales=server; %Número de canales sugerido
```

```
%realPI: probabilidad de bloqueo estimada.
```

**Paso 4:** Estimar el nivel de prioridad de acceso a cada uno de los  $m$  canales en cada nodo, ordenado de mayor a menor prioridad, teniendo en cuenta las condiciones del canal PLC y el mapa de tonos presentes en cada nodo. El resultado de este proceso es una matriz en donde se registra cuáles serían los canales con mayor intención de uso por parte de cada nodo a la hora de solicitar acceso al medio.

**Paso 5:** Conformar una Matriz Resultante (MR) en la cual se consolidan todos los parámetros mencionados anteriormente por nodo, la cual debe ser ordenada de manera descendente en función del turno asignado para acceder al medio. A partir de esta matriz resultante se procede a establecer el número de slots de tiempo equivalente al BW asignado y en el canal o los canales sugeridos por el nodo, en forma ordenada y acorde con la cantidad de slots disponibles por canal. Es importante tener en cuenta que el número máximo de slots de tiempo por canal es 813 y que la asignación de recursos puede estar distribuida en más de un canal. El proceso se repite hasta que todos los nodos son asignados.

**Ejemplo:** Se desea establecer el *scheduler* para un escenario constituido por 8 nodos, bajo condiciones de canal PLC regulares y en estado de saturación. En la Tabla 53 se encuentra toda la información relacionada con la clase de servicio, el factor de prioridad, el BW total y por clase estimado a través del Valor de Shapley, el peso total y por clase, el índice de poder de Banzhaf y el turno de acceso al medio para cada uno de los nodos que forman parte de la red HAN. Es importante mencionar que estos valores han sido consolidados de las Tablas 46 y 49 (Escenario Saturado – Multiclase).

Tabla 53. Condiciones iniciales para generación del Scheduler

| Jugador (Nodo) | CoS     | Factor de Prioridad | $BW_{i,r}$ Asignado (Shapley) | BW Total | Peso ( $W_{i,r}$ ) | Total $W_i$ | $I_{dp\_Banzhaf}$ | Turno para acceder al medio |
|----------------|---------|---------------------|-------------------------------|----------|--------------------|-------------|-------------------|-----------------------------|
| 1              | Voz     | 4                   | 0,0449                        | 1,9710   | 16                 | 19          | 0,1624            | 3                           |
|                | Control | 2                   | 0,0008                        |          | 2                  |             |                   |                             |
|                | Datos   | 1                   | 1,9253                        |          | 1                  |             |                   |                             |
| 2              | Voz     | 4                   | 0,0128                        | 5,6570   | 4                  | 11          | 0,0940            | 5                           |
|                | Control | 2                   | 0,0012                        |          | 4                  |             |                   |                             |
|                | Datos   | 1                   | 5,6429                        |          | 3                  |             |                   |                             |
| 3              | Video   | 3                   | 9,8756                        | 14,3840  | 6                  | 9           | 0,0769            | 6                           |
|                | Datos   | 1                   | 4,5084                        |          | 3                  |             |                   |                             |
| 4              | Voz     | 4                   | 0,0197                        | 7,0140   | 8                  | 16          | 0,1368            | 4                           |
|                | Control | 2                   | 0,0015                        |          | 4                  |             |                   |                             |
|                | Datos   | 1                   | 6,9928                        |          | 4                  |             |                   |                             |
| 5              | Video   | 3                   | 8,4300                        | 8,4310   | 3                  | 7           | 0,0598            | 7                           |
|                | Control | 2                   | 0,0010                        |          | 4                  |             |                   |                             |
| 6              | Datos   | 1                   | 9,0280                        | 9,0280   | 5                  | 5           | 0,0427            | 8                           |
| 7              | Voz     | 4                   | 0,0566                        | 6,4520   | 20                 | 24          | 0,1709            | 2                           |
|                | Datos   | 1                   | 6,3954                        |          | 4                  |             |                   |                             |
| 8 CCo          | Voz     | 4                   | 0,1699                        | 67,7120  | 56                 | 102 (30**)  | 0,2564            | 1                           |
|                | Video   | 3                   | 23,5972                       |          | 9                  |             |                   |                             |
|                | Control | 2                   | 0,0057                        |          | 14                 |             |                   |                             |
|                | Datos   | 1                   | 43,9392                       |          | 23                 |             |                   |                             |

Fuente: Autor

Con base en la metodología propuesta para la generación del *scheduler* se puede manifestar lo siguiente:

En la Tabla 53 se encuentran consolidados los **Pasos 1 y 2** de la metodología propuesta, en donde han establecido el BW, el índice de poder para cada nodo, mediante el uso de algunos de los métodos de optimización propuestos como el Valor de Shapley y el Índice de Poder de Banzhaf respectivamente.

**Paso 3:** Para el escenario propuesto, los parámetros de entrada son:

- NNodos=8;
- PI=0,01;
- Carga\_Earlans=1,606 (Para efectos prácticos puede ser calculado como  $BW\_Solicitado/BW\_Asignado = 193,86\text{Mbps}/120,65\text{Mbps}$ )

$$[\text{server}, \text{realPI}, \text{realPb}] = \text{find\_server}(\text{NNodos}, \text{Carga\_Erlangs}, \text{PI})$$

El uso de la función correspondiente a la fórmula de Engset arrojó un resultado de 8 servidores, lo cual equivale a que se sugiere dividir el canal PLC en 8 canales con una probabilidad de bloqueo estimada (realPb) de 0,0208.

**Paso 4:** Para efectos prácticos se generaron aleatoriamente números del 1 al 8, los cuales representan el orden de prioridad de cada nodo para acceder al canal acorde con la posible respuesta del canal y el mapa de tonos generado. El resultado de este proceso se encuentra en la Tabla 54, la cual obedece a una matriz en donde se registra cuáles serían los canales con mayor intención de uso por parte de cada nodo a la hora de solicitar acceso al medio. En la tabla se observa que para el caso del nodo 1, los canales con la mayor y la menor prioridad de ser seleccionados para la transmisión de información son el canal 6 y el canal 4 respectivamente.

Tabla 54. Prioridad de canales por nodo para el escenario propuesto

| Nodo | Prioridad del canal |         |         |         |         |         |         |         |
|------|---------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
|      | Opción1             | Opción2 | Opción3 | Opción4 | Opción5 | Opción6 | Opción7 | Opción8 |
| 1    | 6                   | 2       | 1       | 7       | 5       | 8       | 3       | 4       |
| 2    | 5                   | 6       | 7       | 1       | 3       | 2       | 4       | 8       |
| 3    | 4                   | 7       | 8       | 2       | 6       | 1       | 5       | 3       |
| 4    | 7                   | 5       | 8       | 3       | 2       | 4       | 1       | 6       |
| 5    | 3                   | 1       | 2       | 8       | 6       | 5       | 4       | 7       |
| 6    | 5                   | 2       | 3       | 7       | 1       | 8       | 4       | 6       |
| 7    | 6                   | 2       | 5       | 1       | 4       | 8       | 7       | 3       |
| 8    | 2                   | 8       | 4       | 6       | 3       | 1       | 5       | 7       |

Fuente: Autor

**Paso 5:** En la Tabla 55 se presenta la matriz resultante MR, la cual consolida toda la información requerida para la construcción del *scheduler*. En la tabla se observa que los datos de la matriz MR se encuentran ordenados de manera ascendente por turno de acceso al canal del nodo  $i$ .

Tabla 55. Matriz resultante para el escenario propuesto

| Nodo $i$ | $BW_i$ [Mbps] | $Turno_i$ | Prioridad del canal |         |         |         |         |         |         |         |
|----------|---------------|-----------|---------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
|          |               |           | Opción1             | Opción2 | Opción3 | Opción4 | Opción5 | Opción6 | Opción7 | Opción8 |
| 8        | 67.7120       | 1         | 2                   | 8       | 4       | 6       | 3       | 1       | 5       | 7       |
| 7        | 6.4520        | 2         | 6                   | 2       | 5       | 1       | 4       | 8       | 7       | 3       |
| 1        | 1.9710        | 3         | 6                   | 2       | 1       | 7       | 5       | 8       | 3       | 4       |
| 4        | 7.0140        | 4         | 7                   | 5       | 8       | 3       | 2       | 4       | 1       | 6       |
| 2        | 5.6570        | 5         | 5                   | 6       | 7       | 1       | 3       | 2       | 4       | 8       |
| 3        | 14.3840       | 6         | 4                   | 7       | 8       | 2       | 6       | 1       | 5       | 3       |
| 5        | 8.4310        | 7         | 3                   | 1       | 2       | 8       | 6       | 5       | 4       | 7       |
| 6        | 9.0280        | 8         | 5                   | 2       | 3       | 7       | 1       | 8       | 4       | 6       |

Fuente: Autor

A continuación se presenta la rutina que fue elaborada en Matlab con el fin de realizar la generación del *scheduler* acorde con los lineamientos establecidos en la matriz MR.

```

% Rutina para establecer el Schedule de una red PLC
% Las variables establecidas para la rutina son:
% ACanal: Matriz que gestiona la disponibilidad de canal
% Schedule: Matriz en la cual se registran todos los parámetros que describen el cronograma de
acceso al medio para la red PLC.

```

```

% Se ordena la Matriz MR de manera Ascendente según el turno de acceso al medio.
Kmax=NCanales+3;
for i=1:Nj-1
    for j=i+1:Nj
        if MR(j,3)<MR(i,3)           % si la condición se cumple realiza el ordenamiento de la matriz
            for k=1:Kmax
                Aux=MR(i,k);
                MR(i,k)=MR(j,k);
                MR(j,k)=Aux;
            end
        end
    end
end
end

```

```

Total_Slots=NSimbolos*NCanales;

```

```

for i=1:Nj           % ACanal es la Matriz que gestiona la disponibilidad de canal
    ACanal(i,1)=i;   % ACanal(i,1) --> Nodo
    ACanal(i,2)=0;   % ACanal(i,2) --> Slot Inicial
end

```

```

k=0;                % Registro 1 del Schedule
for i=1:Nj
    k=k+1;

```

```

% Estimación del número de slots requeridos proporcional al BW asignado.

```

```

    Num_Slots=ceil(Total_Slots*MR(i,2)/sum(MR(:,2)));

```

```

    NPri=4;          % Posición del canal prioridad

```

```

    CPri=MR(i,NPri); % Canal Prioridad

```

```

    Ok=0;

```

```

    while Ok==0

```

```

        Schedule(k,1)=MR(i,1);           % Número del Nodo

```

```

        Schedule(k,2)=MR(i,2);           % Ancho de banda asignado

```

```

        Schedule(k,3)=MR(i,3);           % Turno de acceso al medio

```

```

        if (NSimbolos>=(ACanal(CPri,2)+Num_Slots)) % Si Slots requeridos < slots
                                                    disponibles en el canal CPri

```

```

            Schedule(k,4)=CPri;           % Canal Asignado

```

```

            Schedule(k,5)=ACanal(CPri,2)+1; % Slot Inicial

```

```

            Schedule(k,6)=ACanal(CPri,2)+Num_Slots; % Slot Final

```

```

            ACanal(CPri,2)=ACanal(CPri,2)+Num_Slots; % Nuevo valor Slot Inicial

```

```

            Ok=1;

```

```

        Else

```

```

Schedule(k,4)=CPri; % De lo contrario
Aux=NSimbolos-ACanal(CPri,2); % Canal Asignado
Schedule(k,5)=ACanal(CPri,2)+1; % Slot Inicial Parte 1
Schedule(k,6)=ACanal(CPri,2)+Aux; % Slot Final Parte 1
ACanal(CPri,2)=ACanal(CPri,2)+Aux; % Nuevo valor Slot Inicial
k=k+1; % Nuevo registro de Schedule
NPri=NPri+1; % Siguiete Posición del canal prioridad
if NPri<(NCanales+4)
    CPri=MR(i,NPri); % Nuevo Canal Prioridad
    Num_Slots=Num_Slots-Aux;
else
    Ok=1;
end
end
end
end
Schedule % Imprime el Schedule generado

```

Para el caso particular, los parámetros iniciales requeridos por la rutina anterior, para la generación del *scheduler* son los siguientes:

```

MR= [ 1 1.9710 3 6 2 1 7 5 8 3 4;
      2 5.6570 5 5 6 7 1 3 2 4 8;
      3 14.3840 6 4 7 8 2 6 1 5 3;
      4 7.0140 4 7 5 8 3 2 4 1 6;
      5 8.4310 7 3 1 2 8 6 5 4 7;
      6 9.0280 8 5 2 3 7 1 8 4 6;
      7 6.4520 2 6 2 5 1 4 8 7 3;
      8 67.7120 1 2 8 4 6 3 1 5 7];

```

```

NNodos=8; % Número de nodos que forma parte de la red HAN
Nj=NNodos; % Número de jugadores = Número de nodos

```

```

% Estimación de parámetros propios de HPAV para 60Hz
Tred=1/60; % Periodo de una señal de red eléctrica a 60Hz
Tsimbolo=40.96e-6; %Tiempo de un símbolo OFDM para HPAV
NSimbolos=floor(2*Tred/Tsimbolo); %Número de símbolos por duración de Beacon HPAV (2
ciclos de red) → 813 símbolos

```

```

% Uso de la fórmula de Engset para Calcular el número de Canales acorde a la Intensidad de tráfico
y el ancho de banda disponible.

```

```

Pl=0.01; % Probabilidad de bloqueo 1% sugerida.
Carga =1.606; % Carga.

```

```

server, realPl, realPb]=find_server(NNodos, Carga, Pl);
NCanales=server; %Número de canales estimado

```

El resultado del proceso correspondiente al *scheduler* generado para el escenario propuesto es el siguiente:

Tabla 56. Scheduler del escenario propuesto

| Nodo<br><i>i</i> | BW Asignado (Shapley)<br>[Mbps] | Turno de acceso al<br>medio | Canal | Slot Inicial | Slot Final |
|------------------|---------------------------------|-----------------------------|-------|--------------|------------|
| 8                | 67,712                          | 1                           | 2     | 1            | 813        |
| 8                | 67,712                          | 1                           | 8     | 1            | 813        |
| 8                | 67,712                          | 1                           | 4     | 1            | 813        |
| 8                | 67,712                          | 1                           | 6     | 1            | 813        |
| 8                | 67,712                          | 1                           | 3     | 1            | 399        |
| 7                | 6,452                           | 2                           | 5     | 1            | 348        |
| 1                | 1,971                           | 3                           | 1     | 1            | 107        |
| 4                | 7,014                           | 4                           | 7     | 1            | 379        |
| 2                | 5,657                           | 5                           | 5     | 349          | 653        |
| 3                | 14,384                          | 6                           | 7     | 380          | 813        |
| 3                | 14,384                          | 6                           | 1     | 108          | 449        |
| 5                | 8,431                           | 7                           | 3     | 400          | 813        |
| 5                | 8,431                           | 7                           | 1     | 450          | 490        |
| 6                | 9,028                           | 8                           | 5     | 654          | 813        |
| 6                | 9,028                           | 8                           | 1     | 491          | 813        |

Fuente: Autor

En la Tabla 56 se presenta el cronograma establecido para el escenario propuesto (*scheduler*), en donde se indica el nodo, el ancho de banda asignado, el turno de acceso al medio, el canal o los canales que debe utilizar el nodo para realizar el proceso de transmisión y el periodo de tiempo de acceso al medio mediante la definición de los Slots de tiempo inicial y final para cada nodo *i*. Adicionalmente, se observa que la asignación de recursos se realiza de una forma adecuada y sin desperdicio de slots que forman parte del espectro de frecuencia-tiempo. Es importante recordar que el número de identificación del *Slot* puede oscilar entre 1 y 813, como se mencionó anteriormente.

**Artículos Científicos:** Como producto del presente capítulo se elaboraron 2 artículos científicos, los cuales fueron enviados a revistas especializadas en categorías A2 para su publicación. Los títulos de los artículos y la revista a la que fueron publicados son los siguientes:

---

**Revista: WSEAS. Transactions on Mathematics**

ISSN: 1109-2769 (impreso) 2224-2880 (On-line)

Categoría: A2 Publindex 2015

**Título:** “*Media access over PLC technology using Shapley-Shubik power index*”

**Revista: Ingeniería y Desarrollo (UNINORTE)**

ISSN: 0122-3461 (impreso) 2145-9371 (On-line)

Categoría: A2 Publindex 2015

**Título:** “*Asignación del orden de acceso al medio sobre Power Line Communications (PLC) soportado en juegos de votación ponderada*” (En evaluación)

## **4. MODELAMIENTO DE UNA RED HAN SOBRE PLC**

En este capítulo se presentan dos modelos que fueron desarrollados con el fin de evaluar los beneficios que ofrece el modelo propuesto soportado en teoría de juegos cooperativos frente al modelo híbrido que actualmente opera bajo el estándar HPAV.

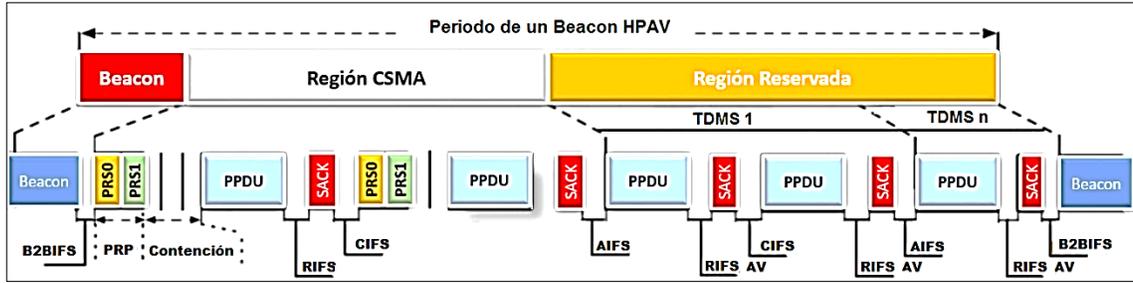
En primera instancia se describe el modelo híbrido que fue desarrollado para representar el estado actual del estándar HPAV, denominado “Modelo Híbrido – HomePlug AV (MH-HPAV)”, el cual surge ante la necesidad de evaluar el comportamiento del estándar HPAV de manera integral, para un escenario multiusuario, bajo diversas necesidades y tipos de tráfico, articulando el mecanismo de acceso al medio por CSMA/CA y TDMA simultáneamente, aspecto que no había sido desarrollado hasta el momento, motivando el realizar del diseño del modelo.

En segunda instancia se describe el desarrollo del modelo propuesto denominado “Modelo Smart – HomePlug AV (MS-HPAV)”, el cual articula los mecanismos para asignación de recursos, soportado en el uso de teoría de juegos cooperativos e índices de poder, abordados en los capítulos 2 y 3 del documento. El modelo propuesto no solo puede ser considerado como una solución al problema propuesto al establecer diversas estrategias para la asignación de recursos en una red PLC, sino que además busca mejorar el rendimiento de la red frente al estado actual del estándar HPAV. Aspecto por el cual al final del capítulo serán puestos a prueba los dos modelos, con el fin de establecer si existen diferencias significativas de mejora, frente a un escenario específico y bajo diversas necesidades de tráfico.

### **4.1 MODELO HIBRIDO – HPAV (MH-HPAV)**

El estándar HPAV hace uso de CSMA/CA y TDMA como mecanismos de acceso al medio, distribuidos de manera equitativa por periodo de transmisión equivalente a dos ciclos de red. La primera región, está destinada para la transmisión de paquetes de datos mediante CSMA/CA como mecanismo de acceso al medio. La segunda región, utiliza TDMA como mecanismo de acceso al medio para la transmisión de paquetes de voz y video [8]. En vista de lo anterior, el MH-HPAV está constituido por dos etapas de modelamiento, una para CSMA/CA y la otra para TDMA. En la Figura 21 se presenta la estructura para un proceso de transmisión por periodo para HPAV.

Figura 21. Estructura para un proceso de transmisión por periodo para HPAV



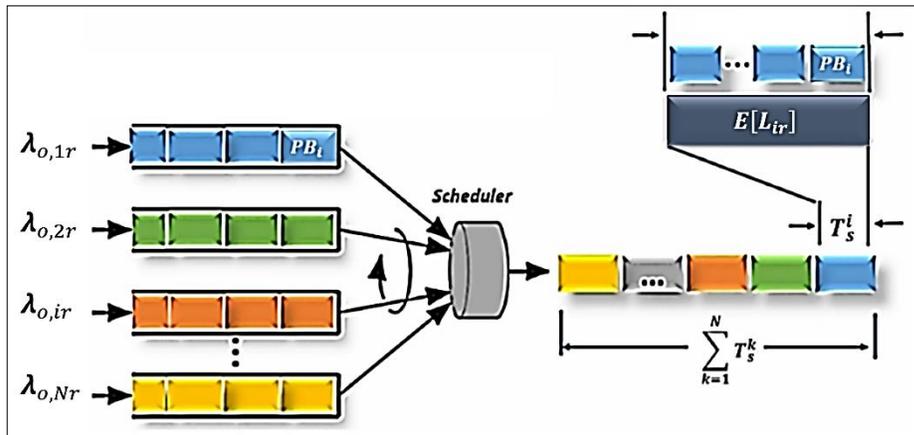
Fuente: Autor

Es importante mencionar que para fines prácticos se han establecido cuatro clases posibles de tráfico que circulan por la red PLC: Voz, Video, Control y Datos. Las dos primeras clases serán soportadas por TDMA y las dos últimas clases por CSMA/CA.

#### 4.1.1 Etapa 1 MH-HPAV: Modelo desarrollado para CSMA/CA

En esta primera etapa se consideró un modelo basado en el esquema “*Weighted Round Robin Scheduler (WRR)*” con el fin de representar el mecanismo de acceso al medio por CSMA/CA, teniendo en cuenta que el tiempo de acceso al medio no es el mismo para todos los nodos que forman parte de la red. El esquema propuesto para CSMA/CA-HPAV se ilustra en la Figura 22.

Figura 22. Esquema WRR propuesto para CSMA/CA-HPAV



Fuente: Autor

Con el fin de realizar un análisis sobre el modelo de colas propuesto para un esquema WRR, se hará uso de las siguientes consideraciones:

- $C$ : Capacidad total del canal [Mbps]
- $C_i$ : Capacidad de canal estimada para el nodo  $i$  [Mbps]
- $C_{ir}$ : Capacidad de canal estimada para el nodo  $i$  clase  $r$  [Mbps]

$N_D$ : Número de sesiones activas que desean transmitir en la región CSMA/CA.

$B_i$ : Tamaño máximo de la cola o buffer para el nodo  $i$

$w_{ir}$ : Peso asignado al nodo  $i$  clase  $r$ .

$\lambda_{o,i}$ : Tasa de llegada de paquetes al nodo  $i$ .

$\sigma_{ir}$ : Tasa máxima de llegada de paquetes al nodo  $i$ , clase  $r$ .

$E[L_{ir}]$ : Tamaño promedio del paquete para la sesión  $i$  clase  $r$

$T_{HPAV}$ : Periodo HPAV ( $2/f_{red} = 33.33$  ms)

$T_{CSMA}$ : Periodo para CSMA/CA en HPAV ( $T_{HPAV}/2$ )

$T_{TDMA}$ : Periodo para TDMA en HPAV ( $T_{HPAV}/2$ )

$k_M$ : Factor de actividad de tráfico de voz o video en la red PLC

La tasa de llegada de paquetes de tamaño  $PB_{size} = 520$  bytes para el nodo  $i$  y clase  $r$  ( $\lambda_{B,ir}$ ), puede ser calculado de la siguiente forma:

$$\lambda_{B_{ir}} = \left\lceil \frac{\lambda_{o,ir}}{PB_{size}} \right\rceil \quad (4.1)$$

La tasa máxima de llegada de bloques ( $\sigma_{B_{ir}}$ ) y el número máximo de bloques que pueden llegar al nodo  $i$  y clase  $r$  por periodo HPAV ( $N_{B_{ir}}$ ), pueden ser calculados de la siguiente forma:

$$\sigma_{B_{ir}} = \left\lceil \frac{\sigma_{ir}}{PB_{size}} \right\rceil \quad (4.2)$$

$$N_{B_{ir}} = \sigma_{B_{ir}} \cdot T_{HPAV} \quad (4.3)$$

La probabilidad de llegada de un bloque al nodo  $i$  y clase  $r$  ( $P_{B_{ir}}$ ) está dada por:

$$P_{B_{ir}} = \frac{\lambda_{B_{ir}}}{\sigma_{B_{ir}}} \quad (4.4)$$

En vista de lo anterior, la probabilidad de que  $k$  bloques lleguen durante un paso de tiempo al nodo  $i$  y clase  $r$  está dado por:

$$P_k^{ir} = \binom{N_{B_{ir}}}{k} P_{B_{ir}}^k (1 - P_{B_{ir}})^{N_{B_{ir}} - k} \quad (4.5)$$

**4.1.1.1 Estimación del Throughput.** Para estimar el valor de Throughput y el retardo para el nodo  $i$ , es necesario calcular la matriz de transición  $\mathbf{P}^n$  en estado estable. Para ello se define la matriz  $\mathbf{P}$ , la cual acorde con el modelo  $M^{N_D}/M/1/B_i$  obedece a un arreglo de  $(B_i + 1) \times (B_i + 1)$ , donde  $B_i$  es el tamaño máximo de la cola o buffer para el nodo  $i$  y  $N_D$  es el número de sesiones activas con necesidad de transmitir paquetes clase  $r$ . La estructura de la matriz  $\mathbf{P}_{ir}$  es la siguiente:

$$P_{ir} = \begin{pmatrix} q^{ir} & P_o^{ir} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ P_2^{ir} & P_1^{ir} & P_o^i & 0 & \dots & 0 \\ P_3^{ir} & P_2^{ir} & P_1^i & P_o^i & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ P_{B_i}^{ir} & P_{B_i-1}^{ir} & P_{B_i-2}^{ir} & P_{B_i-3}^{ir} & \dots & P_o^{ir} \\ Z_1 & Z_2 & Z_3 & Z_4 & \dots & Z_{B_i+1} \end{pmatrix}$$

$$q^{ir} = P_o^{ir} + P_1^{ir} \quad (4.6)$$

$$Z_j = 1 - \sum_{k=0}^{B_i-j+1} P_k^{ir}$$

Después de haber calculado la matriz de estado estable  $P_{ir}^n$ , se procede a calcular el vector de distribución de equilibrio para el estado  $n$ , el cual está conformado por  $B_i + 1$  elementos y puede ser estimado de la siguiente forma:

$$S_n = P^n S(0) \quad (4.7)$$

La condición inicial del vector de distribución de equilibrio corresponde a un vector con todos sus elementos en "0" a excepción del primer elemento del vector, el cual registrará un valor de "1", como se observa en la siguiente expresión:

$$S(0) = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0] \quad (4.8)$$

En vista de lo anterior, el valor del Throughput correspondiente al nodo  $i$  clase  $r$ , puede ser estimado de la siguiente forma:

$$Thr_{ir} = \frac{(1 - S_{oir})E[L_{ir}]}{E[T_s^{ir}]} [bps] \quad (4.9)$$

Donde  $S_{oir}$  corresponde al primer elemento del vector  $S_n$  ( $S_{oir} = S_n(0)$ ) y  $E[T_s^{ir}]$  es el tiempo promedio requerido por el nodo  $i$  clase  $r$  para transmitir un frame bajo el esquema CSMA/CA.

Para el caso particular de CSMA/CA, por tratarse de un mecanismo de acceso al medio basado en contención, es necesario calcular la longitud promedio de un slot de tiempo considerando los tres posibles estados en los cuales puede encontrarse el canal durante el proceso de transmisión (libre, transmitiendo o en colisión) [109]. Con base en el modelo propuesto por [110][16], el valor de  $E[T_s^i]$  puede ser estimado de la siguiente forma:

Sea  $P_{tr}$  la probabilidad de que al menos una estación transmita, teniendo en cuenta que cada estación transmite con una probabilidad  $\tau$ . La expresión para  $P_{tr}$  es (1.19):

$$P_{tr} = 1 - (1 - \tau)^N \quad (4.10)$$

En [2] el valor de  $\tau$  puede ser calculado de la siguiente forma:

$$\tau = \frac{1}{N} \sqrt{E[T_c]} \quad (4.11)$$

Donde  $E[T_c]$  corresponde al tiempo de colisión promedio normalizado por slot de tiempo.

Una colisión tiene lugar cuando dos o más estaciones inician simultáneamente un proceso de transmisión. Por lo tanto, se define a  $P_s$  como la probabilidad de que una estación transmita satisfactoriamente y que las  $N-1$  estaciones restantes mantengan un estado de escuchar la red. El valor de  $P_s$  está dado por:

$$P_s = \frac{N \cdot \tau \cdot (1 - \tau)^{N-1}}{P_{tr}} = \frac{N \cdot \tau \cdot (1 - \tau)^{N-1}}{1 - (1 - \tau)^N} \quad (4.12)$$

Finalmente, la expresión que permite calcular el valor de  $E[T_s^i]$  es:

$$E[T_s^i] = (1 - P_{tr})\sigma + P_{tr} \cdot P_s \cdot T_{s,i} + P_{tr} \cdot (1 - P_s) \cdot T_{c,i} \quad (4.13)$$

donde:

$\sigma$ : Duración de un *slot* de tiempo vacío en condiciones de canal libre ( $\sigma = 35.84\mu s$  para HPAV)

$T_{s,ir}$ : Tiempo que tarda una transmisión exitosa para el nodo  $i$  clase  $r$

$T_{c,ir}$ : Tiempo que tarda en ser detectada una colisión para el nodo  $i$  clase  $r$

$1 - P_{tr}$ : Probabilidad de que un *slot* de tiempo transcurra normalmente o en estado de canal libre.

$P_{tr} \cdot P_s$ : Probabilidad de contener una transmisión exitosa

$P_{tr} \cdot (1 - P_s)$ : Probabilidad de contener una colisión

Teniendo en cuenta que HPAV no cuenta con un mecanismo para la asignación de recursos, es necesario estimar la probabilidad de que una estación haga uso del canal PLC acorde con la demanda del servicio. Por lo tanto la probabilidad de usabilidad del canal está dada por:

$$P_{a_{ir}} = \frac{P_{tr} \cdot P_s \cdot \lambda_{B_{ir}}}{\sum_{j=1}^{N_D} \sum_{s=1}^R \lambda_{B_{js}}} \quad (4.14)$$

El valor de  $P_{a_{ir}}$  puede ser considerado como el peso asignado para uso del canal del nodo  $i$  clase  $r$ .

$$w_{ir} = P_{a_{ir}}$$

HPAV al hacer uso de un mecanismo de acceso al medio híbrido es necesario definir el factor  $k_M$ , el cual adoptará el valor de “1” ante la presencia de tráfico de voz o video, de lo contrario adoptará un valor de “0”. En vista de lo anterior, el valor de  $C_i$  puede ser calculado de la siguiente forma:

$$C_{ir} = \left\lceil \frac{\frac{c}{(1+k_M)} \cdot P_{air}}{T_{OFDM}} \right\rceil \cdot T_{OFDM} \quad (4.15)$$

Donde, el tiempo mínimo de asignación de canal equivalente al tiempo de un símbolo OFDM para HPAV ( $T_{OFDM} = 40,96\mu s$ ) [8].

Figura 23. Estructura de una frame HPAV en la región CSMA



Fuente: Autor

Teniendo en cuenta la estructura de frame representada en la Figura 23, los valores de  $T_{c,ir}$  y  $T_{s,ir}$  pueden ser definidos de la siguiente forma para el estándar HPAV:

$$T_{s,ir} = T_{Priority} + T_{Backoff} + T_{Header} + \frac{E[L_{ir}]}{C_{ir}} + RIFS + T_{res} + CIFS \quad (4.16)$$

$$T_{c,ir} = T_{Priority} + T_{Backoff} + T_{Header} + \frac{E[L_{ir}]}{C_{ir}} + CIFS \quad (4.17)$$

$$T_{Priority} = PRS0 + PRS1$$

$$T_{Header} = \frac{MAC_{HDR}}{C} + \frac{PHY_{HDR}}{C_{Control}} \quad (4.18)$$

$$T_{Ack} = \frac{L_{Ack}}{C_{Control}} \approx T_{res} \quad (4.19)$$

$MAC_{HDR}$  y  $PHY_{HDR}$  corresponden a la MAC y el encabezado físico (bits) respectivamente.  $C_{Control}$  es la tasa en la cual los bits de control son transmitidos y  $L_{Ack}$  es la longitud del acuse de recibo. Por otro lado,  $C_{ir}$  es el bit-rate en el nodo  $i$  clase  $r$ ,  $T_{Header}$  y  $T_{res}$  son los tiempos requeridos para transmitir el paquete de encabezado de *payload* y recibir el acuse de recibo (ACK) respectivamente.

Teniendo en cuenta que el  $T_{Backoff}$  corresponde al número de *slots* de tiempo que deberá esperar el proceso de contención, cuyo valor se asigna de forma aleatoria entre  $[0, CW]$ , se considerará un valor de ventana de contención para efectos de cálculo de  $W = (CW_{max} + 1)/2$ , donde  $CW_{max} = 63$  para HPAV [8]. Por lo tanto, el valor de  $T_{Backoff}$  promedio está dado por:

$$T_{Backoff} = \sigma \cdot (CW_{max} + 1)/2 \quad (4.20)$$

Para calcular el tamaño promedio del paquete  $E[L_{ir}]$ , se debe tener en cuenta que el tiempo máximo para la transmisión del *payload* en una frame sobre HPAV ( $Max_{FL}$ ), el cual no puede ser mayor a  $2501.12\mu s$  incluido el RIFS. Adicionalmente, la cantidad de bits debe ser múltiplo del tamaño del bloque PHY\_PB adoptado por HPAV como mecanismo de encapsulamiento de la información ( $PBsize$ ). En la Tabla 57 se resume el valor de los parámetros más importantes que forman parte de las especificaciones técnicas del estándar HPAV.

Tabla 57. Especificaciones técnicas relacionadas con el estándar HomePlug AV

| Parámetro                         | Valor            | Parámetro              | Valor           |
|-----------------------------------|------------------|------------------------|-----------------|
| Max_FL                            | 2501,12 $\mu s$  | Head Time HPAV         | 110,48 $\mu s$  |
| Tiempo de respuesta ( $T_{res}$ ) | 140,48 $\mu s$   | Frame Head             | 26 bytes        |
| RIFS Default                      | 100 $\mu s$      | Slot time ( $\sigma$ ) | 35,84 $\mu s$   |
| RIFS_AV                           | 30 - 160 $\mu s$ | B2BIFS                 | 90 $\mu s$      |
| CIFS                              | 100 $\mu s$      | BIFS                   | 20 $\mu s$      |
| PRS0,PRS1                         | 35,84 $\mu s$    | EIFS_AV                | 2920,64 $\mu s$ |
| PB Payload ( $PB_{pld}$ )         | 512 bytes        | PBsize                 | 520 bytes       |
| PB Head                           | 8 bytes          |                        |                 |

Fuente: Autor

En vista de lo anterior, se plantea el siguiente modelo de optimización:

$$\max E[L_{ir}] \quad (4.21)$$

Sujeto a:

$$t_{Tx\_Pld} \leq Max_{FL} - RIFS$$

$$C_{ir} \cdot t_{Tx\_Pld} \leq \lambda_{o,ir} \cdot T_{HPAV} \quad (4.22)$$

$$E[L_{ir}] = \left\lfloor \frac{C_{ir} \cdot t_{Tx\_Pld}}{PBsize} \right\rfloor \cdot PBsize$$

**4.1.1.2 Throughput bajo un esquema AFR.** Un aspecto importante que fue considerado para el modelo propuesto, es que HPAV incluye un nuevo mecanismo para retransmitir los

paquetes perdidos o que no se han recibido de manera adecuada, denominado AFR (*Aggregation with Fragment Retransmission*). Un AFR es un esquema en el cual la información es dividida en múltiples bloques ( $PB$ ) de longitud constante ( $PB_{size}$ ), los cuales son agregados y transmitidos en un solo *frame* de gran longitud. La capa MAC transmite el gran *frame* y solo retransmite los fragmentos corruptos que no alcanzaron pasar la verificación del FCS por parte del receptor. En vista de lo anterior, para un esquema AFR el valor de  $E[L_{AFR}]$  no representa el tamaño de la carga útil, sino el número de bits esperado para ser transmitidos con éxito [111].

Con base en [112], el valor de  $E[L_{AFR}]$  puede ser calculado mediante el uso de las siguientes expresiones:

$$E[L_{ir\_AFR}] = E[L_{ir}](1 - P_e^{frag}) \quad (4.23)$$

Con,

$$P_e^{frag} = 1 - (1 - P_b)^{PB_{size}} \quad (4.24)$$

Donde  $P_e^{frag}$ ,  $P_b$  y  $PB_{size}$  corresponden a la probabilidad de error en el fragmento o bloque, el *BER* y el tamaño del bloque (520 bytes) respectivamente.

Con base en las expresiones anteriores, la expresión resultante que permite estimar el Throughput para el nodo  $i$  clase  $r$ , bajo un esquema AFR y acorde al modelo propuesto está definido por:

$$Thr_{ir\_AFR} = \frac{(1 - S_{oir}) P_{tr} \cdot P_s \cdot E[L_{ir}](1 - P_e^{frag})}{(1 - P_{tr})\sigma + P_{tr} \cdot P_s \cdot T_{s,ir} + P_{tr} \cdot (1 - P_s) \cdot T_{c,ir}} [bps] \quad (4.25)$$

$$Thr_{i\_AFR} = \sum_{r=1}^R Thr_{ir\_AFR} \quad (4.26)$$

**4.1.1.3 Retardo promedio de paquetes.** El número promedio de paquetes en cola ( $L_{Q_i}$ ) para el modelo propuesto, en función de la intensidad de tráfico y la capacidad del sistema está dada por:

$$L_{Q_{ir}} = PB_{size} \cdot \sum_{j=0}^{B_i} j \cdot S_j \quad (4.27)$$

Por teorema de Little, el tiempo promedio en el cual cada paquete debe permanecer en la cola en el nodo  $i$ , puede ser estimado de la siguiente forma:

$$W_{Q_{ir}} = \frac{L_{Q_{ir}}}{Thr_{ir\_AFR}} [s] \quad (4.28)$$

$$W_i = \sum_{r=1}^R W_{ir} \quad (4.29)$$

Por lo tanto, el retardo promedio total para el nodo  $i$  sería:

$$D_{ir} = W_{Q_{ir}} + T_{HPAV} \quad (4.30)$$

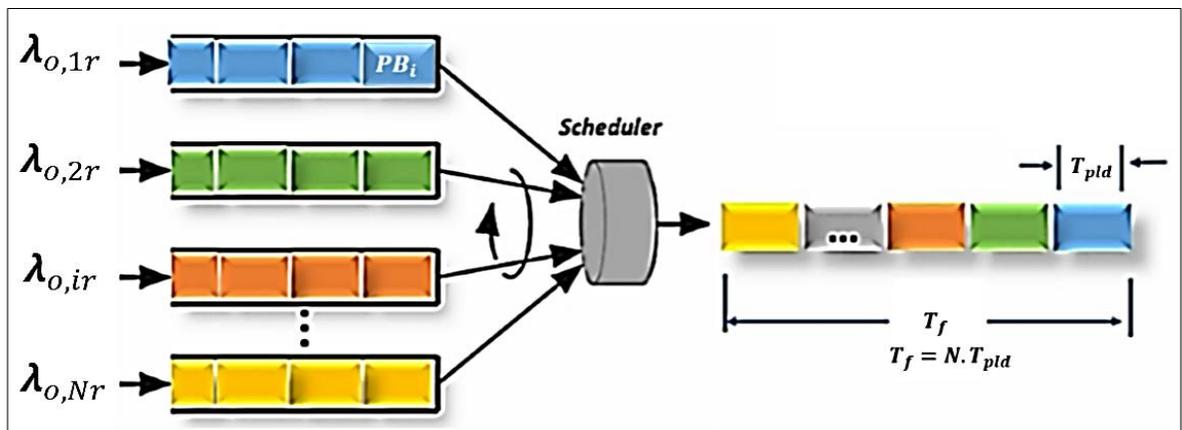
#### 4.1.2 Etapa 2 MH-HPAV: Modelo desarrollado para TDMA

Como el algoritmo CSMA/CA no garantiza un tiempo de transmisión mínimo, el estándar HPAV hace uso de asignación de intervalos de tiempo de transmisión basados en TDMA (*Time Division Multiple Access*) con el fin de acceder al medio, libre de contenciones y bajo una asignación determinística de los tiempos de transmisión de cada estación [2].

El instante de tiempo en el cual cada una de las estaciones puede hacer uso de una franja de tiempo en particular es definido por el CCo. Cada estación debe solicitar su espacio para transmitir dentro del total del ancho de banda permitido. Si el CCo da su aprobación, la estación podrá acceder al medio durante cierto periodo de tiempo dentro del espacio establecido, ya sea en el tiempo reservado para CSMA o para TDMA, manteniendo un estado de sincronización mediante la detección de los cruces por cero de la red eléctrica, desempeñando la función de reloj.

En HPAV el número de *slots* TDMA son establecidos por el CCo de manera dinámica y equitativa, acorde con el número de estaciones o sesiones activas que deseen transmitir [8]. En vista de lo anterior, para modelar el mecanismo de acceso al medio por TDMA se hará uso de una técnica conocida como “*Round Robin Scheduler* (RR)” [68], la cual se encuentra representada en la Figura 24.

Figura 24. Modelamiento de TDMA mediante Round Robin Scheduler



Fuente: Autor

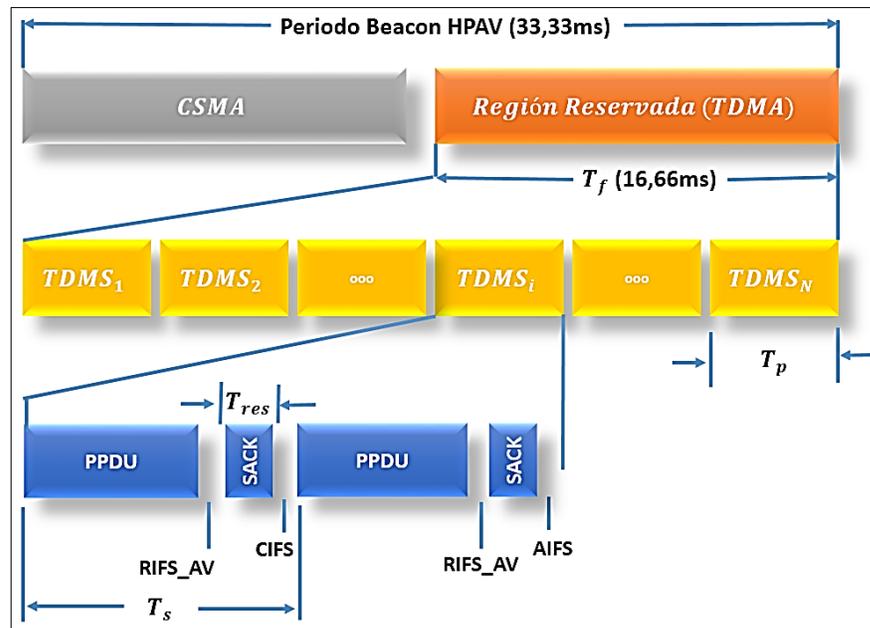
En la Figura 24 se establecen  $N$  sesiones, las cuales representan el tráfico generado por cada una de las estaciones que forman parte de la red PLC.  $T_p$ ,  $\lambda_{o,ir}$  y  $B$  corresponden al tiempo por *slot* TDMA, la tasa de llegada de paquetes para al nodo  $i$  clase  $r$  y el tamaño máximo del buffer por sesión o número máximo de paquetes que pueden estar en cola de transmisión. El tiempo requerido en segundos para dar un giro completo en el esquema RR ( $T$ ), bajo HPAV está dado por  $T = T_{HPAV}/(1 + k_D)$ , donde  $k_D$  adopta un valor de “1” si hay actividad de paquetes de datos y “0” si no hay actividad. En la mayoría de los casos, el valor de  $T = T_f = 16.66 \text{ ms}$ .

#### 4.1.2.1 Estimación del Throughput

En la Figura 25 se representa la estructura de TDMA para HPAV, en la cual la región reservada está conformada por  $N$  slots denominados TDMS y cada slot TDMS ( $T_p$ ) representa el tiempo asignado a una estación en particular para que pueda transmitir.

$$T_p = \frac{T}{N} \quad (4.31)$$

Figura 25. Estructura TDMA para HPAV



Fuente: Autor

Con base en los esquemas representados en las Figuras 24 y 25, el tiempo de transmisión de un frame  $T_s^i$  para el nodo  $i$  es:

$$T_s^{ir} = T_{Header} + \frac{E[L_{ir}]}{C_{ir}} + RIFS_{AV} + T_{res} + CIFS \quad (4.32)$$

Donde  $C_{ir}$  es el bit-rate para el nodo  $i$  clase  $r$ ,  $T_s$  es el tiempo requerido para transmitir un frame bajo HPAV,  $T_{Header}$  y  $T_{res}$  son los tiempos requeridos para transmitir el encabezado de *payload*, el tiempo de respuesta o acuse de recibo (ACK) respectivamente.  $E[L_{ir}]$  es el tamaño promedio del paquete, el cual puede ser calculado mediante el uso de las ecuaciones 4.20 y 4.21.

Para estimar la capacidad de canal  $C_i$ , es necesario tener en cuenta que el tiempo mínimo de asignación de canal equivalente al tiempo de un símbolo OFDM para HPAV ( $T_{OFDM} = 40,96\mu s$ ) y que la capacidad disponible se debe dividir de manera equitativa entre el número de nodos que forman parte de la red PLC [8]. Adicionalmente, es importante recordar que HPAV al hacer uso de un mecanismo de acceso al medio híbrido es posible que la capacidad total del canal sea dividida en dos, destinando la mitad para CSMA/CA y la otra mitad para, acorde con el valor del factor  $k_D$ . Por lo tanto, el valor correspondiente a la capacidad para la sesión  $i$  ( $C_{ir}$ ) esta dada por:

$$C_{ir} = \left[ \frac{C}{(1 + k_D) \cdot N \cdot T_{OFDM}} \right] \cdot T_{OFDM} \quad (4.33)$$

Con base en la estructura TDMA para HPAV, el número de *frames* ( $N_f$ ) que se podrían transmitir por cada TDMS es:

$$N_{f,ir} = \left\lfloor \frac{T_p}{T_s^{ir}} \right\rfloor \quad (4.34)$$

Los parámetros correspondientes a la tasa de llegada de bloques de tamaño  $PB_{size} = 520$  bytes ( $\lambda_{B,ir}$ ), la tasa máxima de llegada de bloques ( $\sigma_{B,ir}$ ), el número máximo de bloques que pueden llegar por periodo HPAV ( $N_{B,ir}$ ), la probabilidad de llegada de un bloque ( $P_{B,ir}$ ), la probabilidad de que  $k$  bloques lleguen durante un paso de tiempo ( $P_k^{ir}$ ) se pueden calcular de la misma forma que se hizo en la etapa 1 a través de las ecuaciones 4.1 a 4.5

Para estimar el valor del *Throughput* y el retardo por sesión es necesario calcular nuevamente de la matriz de transición  $\mathbf{P}^n$  en estado estable y el vector de distribución de equilibrio para el estado  $n$  mediante el uso de las ecuaciones 4.6 a 4.8.

Con base en las expresiones anteriores, la expresión resultante que permite estimar el *Throughput* para el nodo  $i$  clase  $r$ , bajo un esquema AFR y acorde al modelo propuesto está definido por:

$$Thr_{ir\_AFR} = \frac{(1 - S_{oir}) \cdot N_{f,ir} \cdot E[L_{ir}] (1 - P_e^{frag})}{T} [bps] \quad (4.35)$$

$$Thr_{i\_AFR} = \sum_{r=1}^R Thr_{ir\_AFR} \quad (4.36)$$

**4.1.2.2 Retardo promedio de paquetes.** Para calcular la longitud promedio de la cola en cada nodo  $i$  clase  $r$ , se hace uso de la siguiente expresión:

$$L_{Q_{ir}} = PB_{size} \cdot \sum_{j=0}^{B_i} j \cdot S_j \quad (4.37)$$

Por teorema de Little, el tiempo promedio en el cual cada paquete debe permanecer en la cola en el nodo  $i$ , puede ser estimado de la siguiente forma:

$$W_{Q_{ir}} = \frac{L_{Q_{ir}}}{Thr_{ir\_AFR}} [s] \quad (4.38)$$

$$W_i = \sum_{r=1}^R W_{ir} \quad (4.39)$$

Por lo tanto, el retardo promedio total para el nodo  $i$  clase  $r$  sería:

$$D_{ir} = W_{Q_{ir}} + T_{HPAV} \quad (4.40)$$

### 4.1.3 Probabilidad de paquetes descartados y eficiencia del proceso de transmisión

Un paquete puede ser considerado como perdido cuando al llegar, el número de paquetes en cola en la sesión  $i$  es mayor que  $B$ . En vista de lo anterior y con base en el modelo  $M^m/M/1/B$ , la probabilidad de paquetes perdidos tanto para CSMA como para TDMA puede ser calculada mediante el uso de (1.67):

$$P_{Drop} = 1 - \sum_{i=0}^B P_i \quad (4.41)$$

La eficiencia  $\eta$  tanto para CSMA como para TDMA puede ser calculada mediante el uso de la siguiente expresión:

$$\eta = \frac{\lambda_{o,ir}}{Thr_{AFR}^i} \quad (4.42)$$

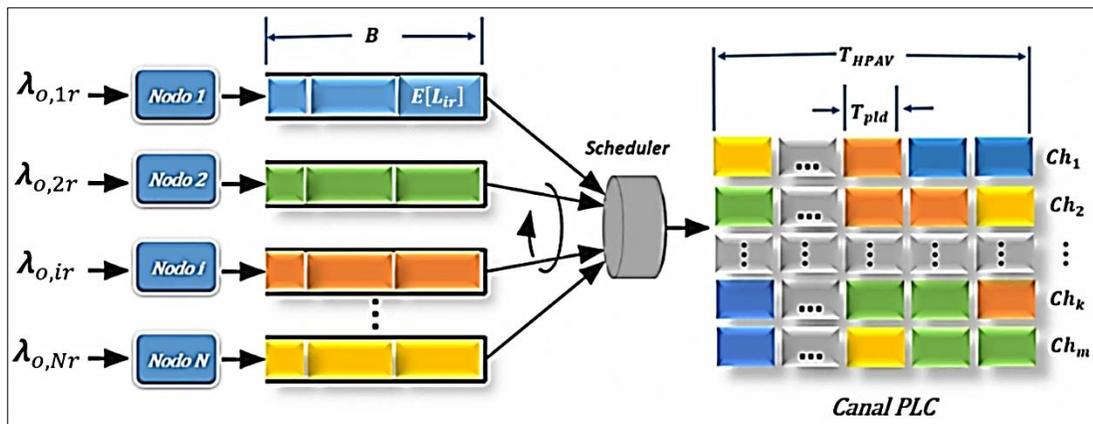
#### 4.2 MODELO SMART – HOMEPLUG AV (MS-HPAV)

Para el desarrollo del Modelo Smart, se consideró una red con  $N$  nodos y  $R$  clases de tráfico, con tiempos de llegada y de servicio de paquetes que siguen una distribución exponencial, bajo un esquema “*Weighted Round Robin Scheduler (WRR)*” teniendo en cuenta que los nodos que forman parte de la red presentan diferentes tiempos de acceso al canal.

Teniendo en cuenta que HPAV carece de un método para la asignación de recursos, el MS-HPAV hace uso de alguno de los cuatro métodos propuestos para la asignación de recursos (Nucleolus, Valor de Shapley, MMF o MmQoS), soportado en la teoría de juegos cooperativos, con el fin de establecer un peso  $w_{ir}$  asociado a cada nodo  $i$  clase  $r$ , el cual está relacionado con la cantidad de paquetes que cada nodo puede llegar a transmitir, en función de la necesidad del servicio, por periodo  $T = T_{HPAV}$  equivalente a una vuelta completa del scheduler.

Por otro lado, el MS-HPAV divide el canal en  $m$  subcanales con el fin de permitir que multiples nodos puedan transmitir simultáneamente, buscando aumentar los niveles de Throughput y reducir los niveles de Jitter que pueden presentarse a la hora de realizar procesos de transmisión de voz o video. En el capítulo 3 se propuso el uso de la expresión de Engset para estimar el número de subcanales acorde con la demanda de tráfico y las condiciones del canal. No obstante, para efectos prácticos se puede considerar que el número de subcanales sea igual al número de nodos que forman parte de la red ( $m=N$ ), criterio que coincide con los resultados obtenidos al hacer uso de la función de Engset para un numero finito y reducido de estaciones. Adicionalmente, es importante mencionar que el hecho de dividir el canal en varios subcanales no solo permite que multiples nodos puedan transmitir simultáneamente, sino que además un nodo puede llegar a hacer uso de más de uno de los  $m$  subcanales disponibles acorde con el BW asignado, como se ilustra en la Figura 26.

Figura 26. Esquema WRR propuesto para MS-HPAV



Fuente: Autor

Finalmente, para establecer el orden de acceso al medio y la asignación de subcanales por parte de cada nodo, el MS-HPAV hace uso de cualquiera de los tres métodos propuestos (Banzhaf, Shapley-Shubik o Deegan-Packel), soportados en los índices de Poder y la teoría de Juegos Cooperativos. Proceso que fue explicado en detalle en el capítulo 3.

Con el fin de realizar un análisis sobre el MS-HPAV, se hará uso de las siguientes consideraciones:

$C$ : Capacidad total del canal [Mbps]

$C_k$ : Capacidad del subcanal  $k$  [Mbps]

$C_i$ : Capacidad de canal asignada para el nodo  $i$  [Mbps]

$C_{ir}$ : Capacidad de canal asignada para el nodo  $i$  clase  $r$  [Mbps]

$m$ : Número de subcanales en los cuales se divide el canal PLC

$B_i$ : Tamaño máximo de la cola o buffer para el nodo  $i$

$BW_{ir}$ : Valor de BW asignado al nodo  $i$  clase  $r$  por alguno de los cuatro métodos propuestos para asignación de recursos (Nucleolus, Valor de Shapley, MMF o MmQoS).

$T_{HPAV}$ : Tiempo de paso o tiempo que tarda el Scheduler en dar una vuelta. Para el caso de HPAV, este valor equivale a  $2f_{red} = 33.33ms$ .

$\lambda_i$ : Tasa de llegada de paquetes al nodo  $i$ .

$\lambda_{ir}$ : Tasa de llegada de paquetes al nodo  $i$  clase  $r$

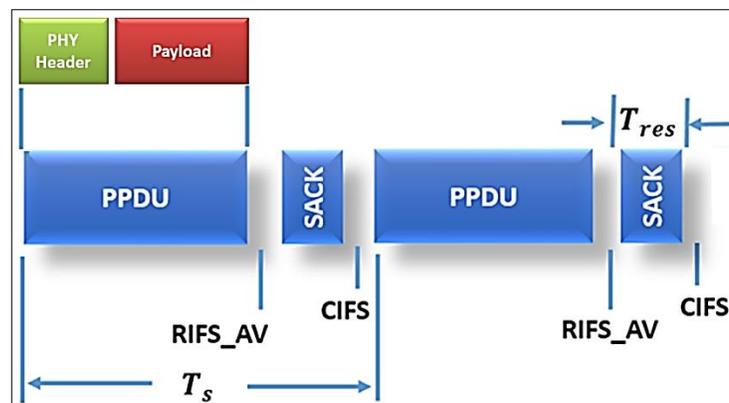
$E[L_i]$ : Tamaño promedio del payload para el nodo  $i$  clase  $r$

#### 4.2.1 Estimación del Throughput

Teniendo en cuenta que el BW asignado por alguno de los métodos propuestos no es el mismo para todos los nodos que forman parte de la red, es necesario establecer la siguiente relación:

$$C_{ir} = BW_{ir} \quad (4.43)$$

Figura 27. Estructura de un frame por TDMA soportado en HPAV



Fuente: Autor

En la Figura 27 se representa la estructura de un frame por TDMA soportado en HPAV, en donde cada frame incorpora una PPDU, la cual está compuesta por un encabezado PHY ( $PHY_{Header}$ ) y un payload ( $E[L_d]$ ). El tiempo requerido para realizar un proceso de transmisión de un frame para el nodo  $i$  clase  $r$  está dado por:

$$T_{s,ir} = T_{Header} + \frac{E[L_{ir}]}{C_{ir}} + RIFS_{AV} + T_{res} + CIFS \quad (4.44)$$

$T_{Header}$  y  $T_{res}$  corresponden a los tiempos requeridos para transmitir el encabezado de payload y el tiempo de respuesta o acuse de recibo (Ack) respectivamente.  $E[L_{ir}]$  es el tamaño promedio del paquete para el nodo  $i$  clase  $r$ , el cual puede ser calculado mediante el uso de las ecuaciones 4.20 y 4.21.

Al igual que en el modelo anterior, los parámetros correspondientes a la tasa de llegada de bloques de tamaño  $PB_{size} = 520$  bytes ( $\lambda_{B,ir}$ ), la tasa máxima de llegada de bloques ( $\sigma_{B,ir}$ ), el número máximo de bloques que pueden llegar por periodo HPAV ( $N_{B,ir}$ ), la probabilidad de llegada de un bloque ( $P_{B,ir}$ ), la probabilidad de que  $k$  bloques lleguen durante un paso de tiempo ( $P_k^{ir}$ ) pueden ser calculados mediante el uso de las ecuaciones 4.1 a 4.5

Para estimar el valor del *Throughput* y el retardo por sesión se procede a calcular nuevamente de la matriz de transición  $\mathbf{P}^n$  en estado estable y el vector de distribución de equilibrio para el estado  $n$  mediante el uso de las ecuaciones 4.6 a 4.8.

Con base en las expresiones anteriores, la expresión resultante que permite estimar el *Throughput* para el nodo  $i$  clase  $r$ , bajo un esquema AFR y acorde al MS-HPAV está definido por:

$$Thr_{ir\_AFR} = \frac{(1 - S_{oir}) \cdot E[L_{ir}] (1 - P_e^{frag})}{T_{s,ir}} [bps] \quad (4.45)$$

Con,

$$Thr_{i\_AFR} = \sum_{r=1}^R Thr_{ir\_AFR} \quad (4.46)$$

#### 4.2.2 Retardo promedio de paquetes

Para calcular la longitud promedio de la cola en cada nodo  $i$  clase  $r$ , se hace uso de la siguiente expresión:

$$L_{Q_{ir}} = PB_{size} \cdot \sum_{j=0}^{B_i} j \cdot S_j \quad (4.47)$$

Por teorema de Little, el tiempo promedio en el cual cada paquete debe permanecer en la cola en el nodo  $i$ , puede ser estimado de la siguiente forma:

$$W_{Q_{ir}} = \frac{L_{Q_{ir}}}{Thr_{ir\_AFR}} [s] \quad (4.48)$$

Con,

$$W_i = \sum_{r=1}^R W_{ir} \quad (4.49)$$

Por lo tanto, el retardo promedio total para el nodo  $i$  clase  $r$  sería:

$$D_{ir} = W_{Q_{ir}} + T_{HPAV} \quad (4.50)$$

### 4.2.3 Probabilidad de paquetes descartados y eficiencia del proceso de transmisión

Finalmente, para calcular la probabilidad de paquetes perdidos y la eficiencia del modelo se hace uso de las ecuaciones 4.41 y 4.42

### 4.2.4 Asignación de recursos en el dominio del tiempo y la frecuencia

Como se expuso en el capítulo 3, el proceso que rige la generación del Scheduler para la transmisión de información del nodo  $i$  clase  $r$  es definido por periodo HPAV, mediante el uso de la teoría de juegos soportado en los índices de poder. No obstante, es posible estimar algunos parámetros base que ayudan a comprender la forma en la cual será asignado el dominio del tiempo y la frecuencia para cada nodo  $i$  clase  $r$ .

La expresión que permite calcular la capacidad del subcanal  $k$  se hace uso de la siguiente expresión:

$$C_k = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^N \sum_{r=1}^R BW_{ir} \quad (4.51)$$

El canal PLC se puede representar como una matriz  $Z$  de  $m \times N_{OFDM}$ , donde  $m$  es el número de subcanales y  $N_{OFDM}$  es el número de símbolos OFDM por periodo HPAV. Para calcular el valor de  $N_{OFDM}$  se hace uso de la siguiente expresión:

$$N_{OFDM} = \left\lfloor \frac{T_{HPAV}}{T_{OFDM}} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{33.33 \text{ ms}}{40,96 \mu\text{s}} \right\rfloor = 813 \quad (4.52)$$

Cada casilla de la matriz  $Z$  corresponde a una porción del dominio de la frecuencia-tiempo, como se presenta en la Figura 21. Por lo tanto, el total de casillas ( $N_C$ ) de la matriz  $Z$  está dado por:

$$N_C = m \cdot N_{OFDM} \quad (4.53)$$

Sea  $P_{C,ir}$  la probabilidad de asignación de casillas de la matriz  $Z$  al nodo  $i$  clase  $r$ , donde:

$$P_{C,ir} = \frac{BW_{ir}}{\sum_{i=1}^N \sum_{r=1}^R BW_{ir}} \quad (4.54)$$

Por lo tanto, el número de casillas asignadas al nodo  $i$  clase  $r$  está dado por:

$$N_{C,ir} = \lfloor N_C \cdot P_{C,ir} \rfloor \quad (4.55)$$

El número de subcanales que serán utilizados por el nodo  $i$  para la transmisión de paquetes clase  $r$  puede ser estimado de la siguiente forma:

$$N_{CH,ir} = \left\lfloor \frac{BW_{ir}}{C_k} \right\rfloor \quad (4.56)$$

### 4.3 ESTIMACIÓN DE PROBABILIDADES DE ENRUTAMIENTO PARA MODELO MS-HPAV SOPORTADO EN REDES DE COLAS

En los sistemas informáticos y de comunicaciones, un fenómeno muy común es la formación de colas o líneas de espera, las cuales suelen ocurrir cuando la demanda de un servicio es superior a la capacidad de atención del sistema. Por esta razón, desde hace mucho tiempo se ha recurrido al uso de la teoría de colas como estrategia para modelar el tráfico que circula en diversos sistemas de red y las redes PLC no son la excepción.

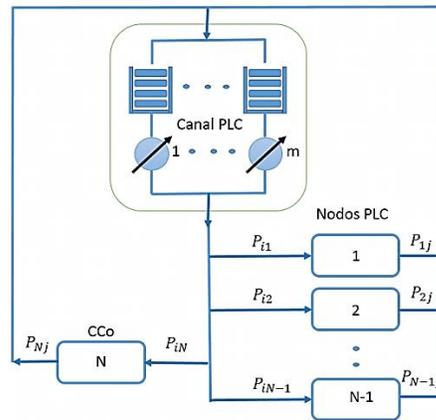
La Teoría de Colas fue planteada inicialmente por Agner Kraup Erlang (Dinamarca, 1878 - 1929) en 1909, como estrategia para analizar los problemas de congestión de tráfico telefónico y desde la cual se lograra brindar una solución a la demanda incierta del servicio presente en el sistema telefónico de Copenhague. Desde entonces, la teoría de colas es considerada como una herramienta de gran importancia que permite modelar, analizar y solucionar diversos problemas asociados a procesos de congestión en sistemas de entrada y salida [64].

Un sistema de colas puede ser considerado como una estrategia adecuada para evaluar el nivel de eficiencia de un sistema, en relación con los tiempos de llegada, espera y atención;

así como con el número de clientes que llegan, permanecen en la cola, la abandonan o que finalmente son atendidos; permitiendo identificar los niveles óptimos de capacidad y atención, con el fin de minimizar el porcentaje de clientes que pueden llegar a abandonar el sistema y manteniendo un nivel de rendimiento adecuado [113].

Una red de colas se puede definir como un conjunto de nodos interconectados entre sí, los cuales operan de forma asincrónica y concurrente, estableciendo políticas de enrutamiento entre los nodos que forman parte de la red [114]. El uso de redes de colas es considerado como una herramienta de gran importancia para modelar sistemas de comunicaciones debido a que permite describir los caminos o políticas de enrutamiento adoptadas, así como los procesos estocásticos que describen el tráfico que circula por la red [67]. Para el caso de la red PLC multiservicio<sup>3</sup>, se hará uso de una red de colas abierta, debido a que es posible el ingreso de paquetes a cada nodo y la salida de los mismos del sistema hacia internet.

Figura 28. Modelo general de la red Multiservicio sobre PLC



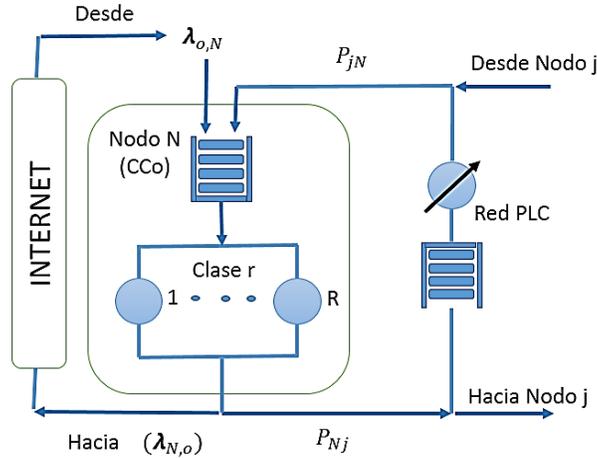
Fuente: Autor

En la Figura 28, se presenta el esquema correspondiente a la red de colas propuesto para modelar una red multiservicio sobre PLC. En el esquema, un nodo es representado como un subsistema con líneas que representan el tráfico entrante y saliente de cada uno. Cada línea de tráfico va acompañada por una probabilidad  $P_{ij,r}$ , la cual representa la probabilidad de que un paquete sea enviado desde el nodo  $i$  al nodo  $j$  y pertenezca a la clase  $r = \{1: voz, 2: video, 3: Control, 4: Datos\}$ . El nodo  $N$  obedece al nodo que desempeñará la función de CCo.

Adicionalmente, en el modelo se observa que el canal PLC es dividido en  $m$  subcanales, permitiendo que múltiples usuarios pueden compartir el espectro de un canal mediante la distribución de recursos tanto en frecuencia como en tiempo, con el fin de optimizar el rendimiento de la red, garantizando así diferentes niveles de QoS en función del ancho de banda asignado [14].

<sup>3</sup> Se entiende por red multiservicio como un escenario multiusuario-multiclase

Figura 29. Modelo para el nodo CCo

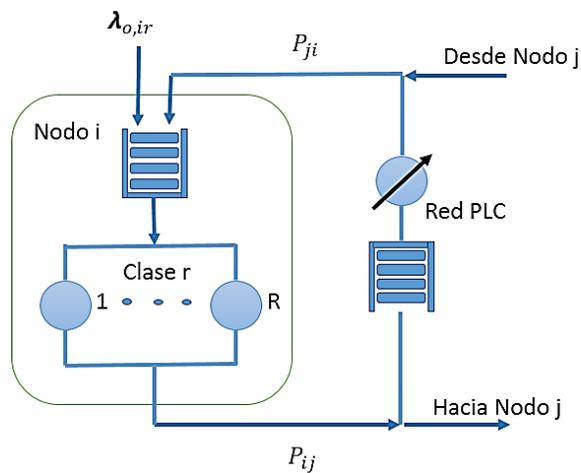


Fuente: Autor

En la Figura 29, se presenta el modelo correspondiente al subsistema perteneciente al nodo  $N$  (CCo), en donde se representa el tráfico entrante y saliente de internet, que va desde y hacia cada uno de los nodos, acorde con la probabilidad de enrutamiento establecida  $P_{iN}$ , la cual corresponde a la probabilidad de que el tráfico sea enviado desde el nodo  $i$  al nodo  $N$ . Por otra parte  $P_{Ni}$  es la probabilidad de que el tráfico sea enviado desde el nodo  $N$  al nodo  $i$  y su valor depende del número de nodos existente en la red PLC. Los valores  $\lambda_{o,Nr}$  y  $\lambda_{Nr,o}$  corresponden al tráfico entrante y saliente del nodo  $N$  clase  $r$  respectivamente.

En la Figura 30 se presenta el subsistema correspondiente al nodo  $i$ , en donde se representa el tráfico entrante y saliente desde la red PLC, acorde con las probabilidades de enrutamiento  $P_{ji,r}$  y  $P_{ij,r}$  respectivamente.

Figura 30. Modelo para el Nodo  $i$



Fuente: Autores

A continuación se presenta la metodología propuesta para calcular las probabilidades de enrutamiento entre nodos por clase de servicio, para una red soportada en PLC:

1. Sea  $S_{ir}$  el estado del servicio en el nodo  $i$  y clase  $r$ , el cual puede tomar valores de 0 o 1 para los estados *Off* y *On* respectivamente. A partir de este criterio, la probabilidad de que un servicio esté activo en el nodo  $i$  y clase  $r$  puede ser expresado de la siguiente forma:

$$P_{S_{ir}} = \frac{S_{ir}}{\sum_{i=1}^N \sum_{r=1}^R S_{ir}} \quad (4.57)$$

2. Considerando una distribución uniforme, la expresión que permite calcular la probabilidad de que un paquete pueda ser transmitido desde el nodo  $i$  al nodo  $j$  en una red con  $N$  nodos, está dado por:

$$P_{t_{ij}} = \frac{1}{N} \quad (4.58)$$

2. Para estimar la probabilidad de que un paquete de clase  $r$  sea enviado desde el nodo  $i$  al nodo  $j$ , se debe considerar que ambos nodos presentan un estado del servicio clase  $r$  en estado *On*. En vista de lo anterior, la probabilidad de que un paquete clase  $r$  pueda ser enviado desde el nodo  $i$  al nodo  $j$ , puede ser calculada de la siguiente forma:

$$P_{ij,r} = P_{ji,r} = P_{t_{ij}} \cdot P_{S_{ir}} \cdot P_{S_{jr}} \quad (4.59)$$

$$P_{ij} = \sum_{r=1}^R P_{ij,r} \quad (4.60)$$

3. A continuación se presenta un resumen con las expresiones por nodo y por clase, que permiten calcular las probabilidades de llegada y salida de paquetes a la red PLC.

| <i>Por nodo</i>   | <i>Por clase</i>  |
|---|---|
| $\lambda_{0,i}$ : Tasa de llegada de los paquetes desde el exterior de la red al nodo $i$ .   | $\lambda_{0,ir}$ : Tasa de llegada de un paquete del exterior al nodo $i$ de la clase $r$ |
| $\lambda$ : Tasa total de llegada de paquetes desde el exterior a una red abierta.  |   |
| $\lambda = \sum_{i=1}^N \lambda_{0,i} = \sum_{i=1}^N \sum_{r=1}^R \lambda_{0,ir}$   |   |
| $p_{0,i}$ : Probabilidad de que un paquete ingrese del exterior al nodo $i$ . El nodo con índice 0 (cero) representa el mundo exterior. |   |
| $p_{0,i} = \frac{\lambda_{0,i}}{\lambda}$   |   |
| $p_{i0}$ : Probabilidad de que un paquete abandone la red después de completar el servicio en el nodo $i$ .                             | $p_{ir,0}$ : Probabilidad de que un paquete de la clase $r$ del nodo $i$ abandone la red. |

$$p_{i0} = 1 - \sum_{j=1}^N p_{ij}$$

$$p_{ir,0} = 1 - \sum_{j=1}^N \sum_{s=1}^R p_{ij,r}$$

#### 4.4 ANALISIS COMPARATIVO ENTRE MS-HPAV vs MH-HPAV

Con el fin de realizar un análisis comparativo entre el MS-HPAV y MH-HPAV se consideró el Escenario 4 (Estado de canal Saturado bajo condiciones de tráfico Multiclase) expuesto en el capítulo 2, bajo condiciones de canal excelente, típica y deficiente, con el fin de evaluar los parámetros de Throughput, Retardo y Eficiencia para cada uno de los modelos, los cuales fueron representados mediante el uso de **MATLAB**. Es importante mencionar que para la prueba solo se consideró los valores correspondientes al BW asignado mediante el uso del Valor de Shapley, los cuales se encuentran registrados en la Tabla 35. En las Tablas 58, 59 y 60 se encuentran los resultados obtenidos para cada uno de los modelos. Es importante mencionar que al interior del proceso de análisis solo fueron tomados en cuenta los mecanismos de acceso CSMA/CA, TDMA y OFDMA debido a la particularidad de la tecnología PLC.

Tabla 58. Throughput, Retardo y Eficiencia por modelo para un estado de canal excelente

| Estado de Canal: Excelente |         |                      |                              | Modelo HPAV Propuesto |              |              | Modelo HPAV Actual |              |              |
|----------------------------|---------|----------------------|------------------------------|-----------------------|--------------|--------------|--------------------|--------------|--------------|
| Sesión                     | CoS     | BW Solicitado [Mbps] | BW Asignado (Shapley) [Mbps] | Throughput [Mbps]     | Retardo [ms] | Eficiencia % | Throughput [Mbps]  | Retardo [ms] | Eficiencia % |
| 1                          | Voz     | 0,0816               | 0,058                        | 0,05560               | 48,90        | 68,14        | 0,07037            | 36,10        | 86,24        |
| 2                          |         | 0,0232               | 0,0167                       | 0,01554               | 47,40        | 66,99        | 0,02001            | 36,10        | 86,24        |
| 3                          |         | 0,0358               | 0,0259                       | 0,02540               | 47,00        | 70,96        | 0,03087            | 36,10        | 86,24        |
| 4                          |         | 0,1026               | 0,0741                       | 0,07024               | 48,70        | 68,46        | 0,08848            | 36,10        | 86,24        |
| 5                          |         | 0,2432               | 0,2233                       | 0,20628               | 39,30        | 84,82        | 0,20973            | 36,10        | 86,24        |
| 6                          | Video   | 18,4                 | 13,7348                      | 11,85953              | 51,70        | 64,45        | 8,60885            | 446,10       | 46,79        |
| 7                          |         | 15,38                | 11,1597                      | 9,63600               | 53,20        | 62,65        | 8,60885            | 329,20       | 55,97        |
| 8                          |         | 33,78                | 31,0153                      | 26,76746              | 42,10        | 79,24        | 8,60885            | 1041,90      | 25,49        |
| 9                          | Control | 0,0015               | 0,0011                       | 0,00102               | 47,80        | 67,81        | 0,00047            | 33,30        | 31,69        |
| 10                         |         | 0,0022               | 0,0016                       | 0,00153               | 48,90        | 69,41        | 0,00069            | 33,30        | 31,00        |
| 11                         |         | 0,0027               | 0,002                        | 0,00198               | 48,30        | 73,41        | 0,00084            | 33,30        | 31,48        |
| 12                         |         | 0,0018               | 0,0013                       | 0,00127               | 48,10        | 70,53        | 0,00057            | 33,30        | 31,47        |
| 13                         |         | 0,0082               | 0,0075                       | 0,00681               | 37,90        | 83,07        | 0,00258            | 33,30        | 31,08        |
| 14                         | Datos   | 3,5                  | 2,487                        | 2,15750               | 54,10        | 61,64        | 1,12683            | 36,50        | 31,17        |
| 15                         |         | 10,2                 | 7,3497                       | 6,33994               | 53,60        | 62,16        | 3,19534            | 41,90        | 31,54        |
| 16                         |         | 8,4                  | 6,2702                       | 5,40859               | 51,80        | 64,39        | 2,72341            | 40,70        | 32,18        |
| 17                         |         | 12,7                 | 9,1822                       | 7,93389               | 53,40        | 62,47        | 4,06700            | 44,50        | 32,08        |
| 18                         |         | 16,5                 | 11,982                       | 10,35026              | 53,10        | 62,73        | 5,34571            | 47,80        | 31,03        |
| 19                         |         | 11,6                 | 8,3769                       | 7,23232               | 53,50        | 62,35        | 3,74860            | 43,30        | 32,43        |
| 20                         |         | 62,9                 | 57,7519                      | 49,81333              | 42,10        | 79,19        | 19,58467           | 85,30        | 31,68        |
| <b>Total</b>               |         | <b>193,8628</b>      | <b>159,721</b>               |                       |              |              |                    |              |              |

Fuente: Autor

Tabla 59. Throughput, Retardo y Eficiencia por modelo para un estado de canal típico

| Estado de Canal: Típica |         |                      |                              | Modelo HPAV Propuesto |              |              | Modelo HPAV Actual |              |              |
|-------------------------|---------|----------------------|------------------------------|-----------------------|--------------|--------------|--------------------|--------------|--------------|
| Sesión                  | CoS     | BW Solicitado [Mbps] | BW Asignado (Shapley) [Mbps] | Throughput [Mbps]     | Retardo [ms] | Eficiencia % | Throughput [Mbps]  | Retardo [ms] | Eficiencia % |
| 1                       |         | 0,0816               | 0,0449                       | 0,04344               | 62,60        | 53,24        | 0,07037            | 36,10        | 86,24        |
| 2                       |         | 0,0232               | 0,0128                       | 0,01240               | 67,10        | 53,43        | 0,02001            | 36,10        | 86,24        |
| 3                       |         | 0,0358               | 0,0197                       | 0,01941               | 61,50        | 54,22        | 0,03087            | 36,10        | 86,24        |
| 4                       |         | 0,1026               | 0,0566                       | 0,05431               | 63,00        | 52,94        | 0,08848            | 36,10        | 86,24        |
| 5                       |         | 0,2432               | 0,1699                       | 0,15098               | 53,70        | 62,08        | 0,20973            | 36,10        | 86,24        |
| 6                       |         | 18,4                 | 9,8756                       | 8,52681               | 71,90        | 46,34        | 6,50299            | 677,20       | 35,34        |
| 7                       | Video   | 15,38                | 8,43                         | 7,27188               | 70,50        | 47,28        | 6,50299            | 524,10       | 42,28        |
| 8                       |         | 33,78                | 23,5972                      | 20,35110              | 55,30        | 60,25        | 6,50299            | 1365,10      | 19,25        |
| 9                       | Control | 0,0015               | 0,0008                       | 0,00076               | 62,80        | 50,49        | 0,00035            | 33,30        | 23,66        |
| 10                      |         | 0,0022               | 0,0012                       | 0,00118               | 67,10        | 53,61        | 0,00052            | 33,30        | 23,60        |
| 11                      |         | 0,0027               | 0,0015                       | 0,00141               | 66,10        | 52,18        | 0,00065            | 33,30        | 24,19        |
| 12                      |         | 0,0018               | 0,001                        | 0,00097               | 65,20        | 54,07        | 0,00043            | 33,30        | 23,70        |
| 13                      |         | 0,0082               | 0,0057                       | 0,00532               | 48,50        | 64,93        | 0,00195            | 33,30        | 23,73        |
| 14                      | Datos   | 3,5                  | 1,9253                       | 1,66315               | 70,10        | 47,52        | 0,85156            | 38,80        | 24,33        |
| 15                      |         | 10,2                 | 5,6429                       | 4,88985               | 69,50        | 47,94        | 2,48715            | 49,60        | 24,38        |
| 16                      |         | 8,4                  | 4,5084                       | 3,89265               | 71,90        | 46,34        | 2,00916            | 46,70        | 23,92        |
| 17                      |         | 12,7                 | 6,9928                       | 6,04841               | 70,00        | 47,63        | 2,96579            | 54,80        | 23,35        |
| 18                      |         | 16,5                 | 9,028                        | 7,79366               | 70,60        | 47,23        | 3,97853            | 63,20        | 24,11        |
| 19                      |         | 11,6                 | 6,3954                       | 5,52721               | 69,90        | 47,65        | 2,76219            | 51,60        | 23,81        |
| 20                      |         | 62,9                 | 43,9392                      | 37,89572              | 55,30        | 60,25        | 15,25656           | 136,80       | 24,26        |
| <b>Total</b>            |         | <b>193,8628</b>      | <b>120,649</b>               |                       |              |              |                    |              |              |

Fuente: Autor

Tabla 60. Throughput, Retardo y Eficiencia por modelo para un estado de canal deficiente

| Estado de Canal: Deficiente |         |                      |                              | Modelo HPAV Propuesto |              |              | Modelo HPAV Actual |              |              |
|-----------------------------|---------|----------------------|------------------------------|-----------------------|--------------|--------------|--------------------|--------------|--------------|
| Sesión                      | CoS     | BW Solicitado [Mbps] | BW Asignado (Shapley) [Mbps] | Throughput [Mbps]     | Retardo [ms] | Eficiencia % | Throughput [Mbps]  | Retardo [ms] | Eficiencia % |
| 1                           | Voz     | 0,0816               | 0,0386                       | 0,03752               | 72,50        | 45,98        | 0,07037            | 36,10        | 86,24        |
| 2                           |         | 0,0232               | 0,011                        | 0,01037               | 72,80        | 45,81        | 0,02001            | 36,10        | 86,24        |
| 3                           |         | 0,0358               | 0,017                        | 0,01678               | 71,10        | 46,88        | 0,03087            | 36,10        | 86,24        |
| 4                           |         | 0,1026               | 0,0488                       | 0,04709               | 72,60        | 45,89        | 0,08848            | 36,10        | 86,24        |
| 5                           |         | 0,2432               | 0,093                        | 0,08701               | 93,20        | 35,78        | 0,20973            | 36,10        | 86,24        |
| 6                           | Video   | 18,4                 | 8,9741                       | 7,75344               | 79,10        | 42,14        | 4,50493            | 1094,80      | 24,48        |
| 7                           |         | 15,38                | 7,3611                       | 6,34842               | 80,70        | 41,28        | 4,50493            | 872,10       | 29,29        |
| 8                           |         | 33,78                | 12,9131                      | 11,14570              | 101,00       | 32,99        | 4,50493            | 2233,60      | 13,34        |
| 9                           | Control | 0,0015               | 0,0007                       | 0,00067               | 76,80        | 43,38        | 0,00024            | 33,30        | 16,30        |
| 10                          |         | 0,0022               | 0,001                        | 0,00100               | 74,80        | 44,53        | 0,00037            | 33,30        | 16,79        |
| 11                          |         | 0,0027               | 0,0013                       | 0,00126               | 69,50        | 47,98        | 0,00044            | 33,30        | 16,20        |
| 12                          |         | 0,0018               | 0,0009                       | 0,00088               | 72,10        | 46,26        | 0,00030            | 33,30        | 16,70        |
| 13                          |         | 0,0082               | 0,0031                       | 0,00285               | 92,90        | 35,90        | 0,00138            | 33,40        | 16,83        |
| 14                          | Datos   | 3,5                  | 1,6557                       | 1,43660               | 81,20        | 41,05        | 0,58729            | 46,40        | 16,78        |
| 15                          |         | 10,2                 | 4,8459                       | 4,19468               | 81,00        | 41,12        | 1,67989            | 74,30        | 16,47        |
| 16                          |         | 8,4                  | 4,0969                       | 3,53525               | 79,20        | 42,09        | 1,39363            | 66,80        | 16,59        |
| 17                          |         | 12,7                 | 6,0367                       | 5,20922               | 81,30        | 41,02        | 2,12016            | 81,20        | 16,69        |
| 18                          |         | 16,5                 | 7,921                        | 6,84179               | 80,40        | 41,47        | 2,68736            | 95,70        | 16,29        |
| 19                          |         | 11,6                 | 5,5132                       | 4,76820               | 81,10        | 41,11        | 1,91350            | 75,80        | 16,50        |
| 20                          |         | 62,9                 | 24,0448                      | 20,76082              | 101,00       | 33,01        | 10,39477           | 283,40       | 16,53        |
| <b>Total</b>                |         | <b>193,8628</b>      | <b>83,578</b>                |                       |              |              |                    |              |              |

Fuente: Autor

Con el fin de evaluar si el Modelo Smart arroja mejores resultados que el Modelo Híbrido, se plantean las siguientes hipótesis:

### Evaluación del Throughput

$$H_0: \mu_{Thr\_MH} \leq \mu_{Thr\_MS}$$

$$H_a: \mu_{Thr\_MH} > \mu_{Thr\_MS}$$

Donde  $\mu_{Thr\_MH}$  y  $\mu_{Thr\_MS}$  corresponden al valor del Throughput obtenido al utilizar el Modelo Híbrido y el Smart respectivamente. La hipótesis  $H_0$ , plantea que el Modelo Smart arroja mejores resultados que el Modelo Híbrido, al presentar un valor de Throughput promedio superior al método de actual y la  $H_a$  establece la condición contraria.

### Evaluación del Retardo

$$H_0: \mu_{R\_MS} \leq \mu_{R\_MH}$$

$$H_a: \mu_{R\_MS} > \mu_{R\_MH}$$

Donde  $\mu_{R\_MH}$  y  $\mu_{R\_MS}$  corresponden al retardo promedio obtenido al utilizar el Modelo Híbrido y el Smart respectivamente. La hipótesis  $H_0$ , plantea que el Modelo Smart arroja mejores resultados que el Modelo Híbrido, al presentar un retardo promedio inferior al método de actual y la  $H_a$  establece la condición contraria.

### Evaluación de la Eficiencia

$$H_0: \mu_{\eta\_MH} \leq \mu_{\eta\_MS}$$

$$H_a: \mu_{\eta\_MH} > \mu_{\eta\_MS}$$

Donde  $\mu_{\eta\_MH}$  y  $\mu_{\eta\_MS}$  corresponden a la eficiencia promedio al utilizar el Modelo Híbrido y el Smart respectivamente. La hipótesis  $H_0$ , plantea que el Modelo Smart arroja mejores resultados que el Modelo Híbrido, al presentar una eficiencia promedio superior al método de actual y la  $H_a$  establece la condición contraria.

Para aceptar o rechazar cada una de las hipótesis planteadas es necesario realizar un contraste hipótesis sobre diferencia de medias con muestreo apareado, mediante la prueba denominada *t-pareada*. Haciendo uso del software estadístico miniTap, y los valores registrados en las Tablas 58, 59 y 60; el resultado obtenido en cada una de las pruebas se encuentra consolidado en la Tabla 61:

Tabla 61. Resultados prueba t-pareada para cada una de las hipótesis establecidas

| Variable   | $H_0$                                | Grados de libertad | Estadístico | Rango de aceptación<br>$\{t: t < T_{(\alpha, n-1)}\}$ | Se acepta la $H_0$ |
|------------|--------------------------------------|--------------------|-------------|---|--------------------|
| Throughput | $\mu_{Thr\_MH} \leq \mu_{Thr\_MS}$   | 59                 | -3,769      | $(-\infty, 1.6711)$                                   | Sí                 |
| Retardo    | $\mu_{R\_MS} \leq \mu_{R\_MH}$       | 59                 | -2.408      | $(-\infty, 1.6711)$                                   | Sí                 |
| Eficiencia | $\mu_{\eta\_MH} \leq \mu_{\eta\_MS}$ | 59                 | -3.880      | $(-\infty, 1.6711)$                                   | Sí                 |

Fuente: Autor

En la Tabla 61 se observa que el valor del estadístico para cada uno de los casos se encuentra dentro del intervalo de aceptación, aspecto por el cual la  $H_0$  es aceptada en los tres casos. En vista de lo anterior, se concluye que el Modelo Smart es mejor que el Modelo

Híbrido, teniendo en cuenta que para el escenario propuesto y bajo diferentes clases de tráfico, el MS-HPAV permite alcanzar mejores niveles de Throughput, retardo y eficiencia en comparación con el MH-HPAV, con un 95% de confianza.

Tabla 62. Cuadro comparativo MS-HPAV vs MH-HPAV

| Variable          | Modelo  | Media   | % de diferencia<br>$\%Df = (V_{MS} - V_{MH}) * 100 / V_{MH}$ |
|-------------------|---------|---------|--|
| <b>Throughput</b> | MS-HPAV | 5,237   | 108,103  |
|                   | MH-HPAV | 2,517   |  |
| <b>Retardo</b>    | MS-HPAV | 64,630  | -65,160  |
|                   | MH-HPAV | 185,505 |  |
| <b>Eficiencia</b> | MS-HPAV | 54,503  | 33,456   |
|                   | MH-HPAV | 40,840  |  |

Fuente: Autor

Por otro lado, en la Tabla 62 se presenta un cuadro comparativo de las variables de Throughput, Retardo y Eficiencia para los modelos MS-HPAV y MH-HPAV, en función del valor promedio y el porcentaje de diferencia.  $V_{MS}$  y  $V_{MH}$  corresponden al valor obtenido con el Modelo Smart y el Modelo Híbrido respectivamente. Acorde con los resultados obtenidos se pueden manifestar los siguientes aspectos :

- El valor de Throughput alcanzado por MS-HPAV supera en un 108.1% al MH-HPAV, es decir, se duplica los niveles de Throughput con el modelo propuesto frente al estado actual, aspecto que mejora significativamente los procesos de transmisión sobre Power Line Communications.
- Los niveles de retardo se reducen en un 65.16% en el MS-HPAV frente al MH-HPAV, lo cual es bastante favorable para la transmisión de voz y video.
- El MS-HPAV mejora la eficiencia del sistema actual en un 33.45%, lo cual puede ser considerado un aspecto de vital importancia debido a que se brinda una solución al problema propuesto, optimizando la asignación de recursos y ofreciendo adecuados niveles de QoS a cada uno de los nodos que forman parte de la red PLC.

### Artículos Científicos:

Como producto del presente capítulo se elaboraron 2 artículos científicos, los cuales fueron enviados a revistas especializadas en categorías A1 y A2 para su posible publicación. En estos momentos se encuentran en proceso de evaluación. Los títulos de los artículos y la revista a la que fueron enviados son los siguientes:

---

#### **Revista: WSEAS. Transactions on Communications**

ISSN: 1109-2742 (impreso) 2224-2864 (On-line)

Categoría: A2 Publindex 2015

**Título:** “*Evaluation of models Hybrid (MH) and Smart (MS) based on game theory for resources allocation in HomeplugAV networks*”

## CONCLUSIONES

Acorde con los resultados obtenidos durante el desarrollo de esta investigación, se logró demostrar que el uso de la teoría de juegos cooperativos puede ser considerada como una estrategia de gran importancia a la hora de distribuir de manera equitativa la capacidad de un canal PLC entre todos los nodos que forman parte de la red, con el fin optimizar la asignación de recursos, acorde con los requerimientos establecidos por cada nodo, ofreciendo adecuados niveles de QoS, mejorando de manera significativa los niveles de Throughput, retardo y eficiencia en comparación con las condiciones actuales de la tecnología PLC, con un nivel de confianza del 95%. Adicionalmente, el hecho de haber considerado los nodos de una red como jugadores que puedan trabajar cooperativamente, aumentó la probabilidad de obtener una ganancia superior frente a la obtenida de actuar individualmente.

Durante el desarrollo de la presente tesis doctoral se pudo evidenciar que el Modelo MS-HPAV, el cual hace uso de la teoría de juegos como estrategia para la optimización de recursos sobre PLC permitió alcanzar mejores niveles de Throughput, retardo y eficiencia en comparación con el MH-HPAV, el cual describe el estado actual de la tecnología Power Line, con un 95% de confianza. Acorde con los resultados obtenidos, el valor de Throughput alcanzado por MS-HPAV superó en un 108.1% al MH-HPAV, duplicando los niveles de Throughput con el modelo propuesto frente al estado actual, aspecto que mejora significativamente los procesos de transmisión sobre Power Line Communications. Por otro lado, los niveles de retardo se redujeron en un 65.16% en el MS-HPAV frente al MH-HPAV, lo cual es bastante favorable para la transmisión de voz y video y finalmente, el modelo MS-HPAV mejoró la eficiencia del sistema actual en un 33.45%, lo cual puede ser considerado un aspecto de vital importancia debido a que se brinda una solución al problema propuesto, optimizando la asignación de recursos y ofreciendo adecuados niveles de QoS a cada uno de los nodos que forman parte de la red PLC.

Un aspecto que puede ser considerado como un gran aporte al estudio de la tecnología PLC, obedece al modelo propuesto  $M^R/M/1/B$ , soportado en un esquema “*Weighted Round Robin Scheduler (WRR)*”, como estrategia para representar y evaluar el rendimiento de una red PLC, bajo un contexto multiusuario-multiclase, utilizando OFDMA como mecanismo de acceso al medio en entornos residenciales. El modelo permite estimar diversos parámetros de rendimiento y evaluar el comportamiento de cada uno de los servicios que demanda cada nodo; mediante el uso de la teoría de juegos cooperativos de utilidad transferible y de votación ponderada, maximizando el ancho de banda y reduciendo los niveles de retardo en cada nodo, lo cual favorece el desarrollo de futuros trabajos relacionados con el uso de la tecnología PLC, en entornos residenciales, teniendo en cuenta que a la fecha no se contaba con un modelo capaz de representar este tipo de escenarios, soportados en el estándar HPAV.

Otro de los aportes propuestos al interior del documento corresponde al modelo MH-HPAV el cual permite evaluar el rendimiento de una red PLC acorde con el estado actual de la tecnología HPAV, utilizando CSMA/CA y TDMA como mecanismos de acceso al medio,

basado en un esquema WRR y RR respectivamente. Un elemento importante en el modelo propuesto, fue la inclusión del esquema denominado AFR (*Aggregation with Fragment Retransmission*), en el cual la información es dividida en múltiples bloques (PB) de longitud constante ( $PB_{size}$ ), para su posterior transmisión en un solo frame de gran longitud, retransmitiendo únicamente los fragmentos corruptos que no lograron ser aprobados por el receptor. Esquema que a la fecha, no había sido considerado en ninguno de los modelos propuestos para HPAV por otros autores, permitiendo representar de una manera más precisa el comportamiento de la tecnología PLC. En concordancia con los resultados obtenidos, se observó que el modelo permite analizar adecuadamente el rendimiento de una red, en donde se aprecia que el número de estaciones, el tamaño de la ventana de contención y el ancho de banda disponible en el canal; son parámetros que afectan de manera significativa los valores relacionados con la probabilidad de paquetes perdidos, la eficiencia MAC, el *throughput* y los niveles de retardo en una red PLC.

Ante la necesidad de realizar una distribución equitativa de recursos, acorde con la demanda del servicio, entre los nodos que forman parte de una red PLC, se propuso el uso de la teoría de juegos cooperativos de utilidad transferible como estrategia de optimización para la asignación de ancho de banda, con el fin de maximizar el *throughput*, en función de la clase de servicio y ofreciendo adecuados niveles de QoS para cada uno de los nodos, mediante el uso de cuatro técnicas: Valor de Shapley, Nucleolus, Max-min Fairness y MmQoS. En vista de lo anterior y con base en los resultados obtenidos se pudo evidenciar que la teoría de juegos puede ser considerada como una excelente alternativa para la optimización de recursos en una red HAN sobre Power Line Communications, teniendo en cuenta que las cuatro técnicas propuestas arrojaron valores adecuados para la asignación de recursos en cada nodo, los cuales fueron comparados con un modelo de optimización soportado en programación lineal. Los resultados permitieron evidenciar que cada una de las cuatro técnicas propuestas pueden ser consideradas como una estrategia adecuada para la asignación de recursos en redes LAN sobre PLC, teniendo en cuenta que para los escenarios propuestos el *Nucleolus* y el *Valor de Shapley* realizaron una mejor asignación de BW en comparación con el método de optimización PL, al minimizar la diferencia entre el BW valor solicitado y el BW valor asignado para cada nodo, con un 95% de confianza.

Con el fin de evaluar los cuatro métodos de optimización de recursos propuestos (Valor de Shapley, Nucleolus, Max-min Fairness y MmQoS) e identificar cuál de ellos arrojó el mejor resultado mediante la prueba de Dunnett, se consideraron cuatro escenarios bajo condiciones de tráfico monoclase y multiclase, en estado de saturación y no saturación de canal y con capacidades del canal de 159.72 Mbps, 120.65 Mbps y 83.58Mbps para condiciones de canal excelente, regular (Típica) y deficiente. A partir de los resultados obtenidos se evidenció que al realizar la prueba de Dunnett en cada uno de los escenarios propuestos, cualquiera de los cuatro métodos podría ser considerado como uno de los mejores, al incluir el cero entre el límite superior e inferior de los intervalos de confianza. Sin embargo, al evaluar la diferencia  $D_i$ , en términos de capacidad del canal, se observó que el mejor de los cuatro métodos de optimización bajo condiciones de canal: excelente, regular o deficiente; independientemente del estado de saturación del canal, fué el *Nucleolus*, debido a que es el único de los cuatro métodos que cumplió con la condición

$\mu_i - \max_{j \neq i} \mu_j \geq 0$ . Por otro lado, el valor de Shapley puede ser considerado como el mejor de los cuatro métodos de optimización cuando la red se encuentra en estado de saturación, acorde con los resultados obtenidos y teniendo en cuenta que este método de optimización fue el que más se ajustó a las demandas del servicio en cada nodo, al presentar la menor diferencia promedio entre el valor demandado por el servicio y el valor asignado, siendo el único de los cuatro métodos que cumplió con la condición  $\mu_i - \max_{j \neq i} \mu_j \leq 0$ .

Uno de los mayores problemas presente a la hora de implementar alguno de los algoritmos asociados a la teoría de juegos cooperativos, está relacionado con la complejidad temporal de los mismos. Ante esta situación, se propuso el método MmQoS el cual podría ser considerado como una solución al problema propuesto, teniendo en cuenta que este método no solo presenta una complejidad computacional y temporal mucho más baja que ofrecida por los métodos de Shapley y Nucleolus, sino que además no reflejó diferencias significativas en comparación con los otros dos métodos, tal como se evidenció mediante la prueba de Dunnett, lo cual favorece su implementación en sistemas embebidos de bajo costo.

Al evaluar los tres métodos propuestos para calcular el índice de poder (Banzhaf, Shapley-Shubik y Deegan-Packel) e identificar cuál de ellos arrojó el mejor resultado, se consideraron dos escenarios bajo condiciones de tráfico multiclase: El primero en estado de canal no saturado y el segundo en estado de canal saturado. Con base en los resultados obtenidos se logró evidenciar que al realizar la prueba de Dunnett, soportado en los índices de poder registrados en las tablas 3.4 y 3.5, cualquiera de los tres métodos podría ser considerado como uno de los mejores, debido a que los intervalos de confianza simultáneos incluyen el cero entre los límites superior e inferior. Sin embargo, al evaluar la diferencia  $D_i$  se observó que el método de optimización propuesto por Shapley-Shubik presentó la mayor media y adicionalmente es el único de los tres métodos que cumple con la condición  $\mu_i - \max_{j \neq i} \mu_j \geq 0$ , lo cual permite concluir que el Índice de Poder de Shapley-Shubik puede ser considerado como el mejor de los tres métodos de optimización. Por otro lado, se observó un fenómeno de gran interés, en el cual, pese a que los valores correspondientes a los índices de poder para cada uno de los métodos propuestos presentan diferencias entre sí, el resultado de ordenar los nodos de forma descendente, en función de los índices de poder, para los tres métodos, en los dos escenarios propuestos, arrojó el mismo resultado; lo cual podría inferir que los tres métodos no presentan diferencias significativas entre sí a la hora de estimar los índices de poder para cada nodo que forme parte de la red.

El proceso de calcular los índices de poder para cada uno de los nodos que forman parte de una red PLC, puede ser considerado como un problema en la medida que aumenta el número de nodos, debido a que los algoritmos clásicos hacen uso de permutaciones, elevando los niveles de complejidad computacional requeridos. No obstante y con el fin de brindar una solución a este problema y como aporte al estudio de la tecnología PLC se desarrollaron tres rutinas en Matlab, las cuales permiten estimar los índices de poder de Banzhaf, Shapley-Shubik y Deegan-Packel; mediante el uso de funciones generatrices,

considerando la necesidad de acceso a la red como un juego de votación ponderada  $(N, v)$ , definido por  $v = [q; w_1, w_2, \dots, w_n]$ , donde  $N$  y  $v$  corresponden al número de nodos y al vector de pesos respectivamente. Durante las campañas de simulación, y bajo igualdad de condiciones, tanto en peso como en número de nodos, se observó que las rutinas que demandaron en todos los escenarios el mayor y el menor tiempo de ejecución fueron la de Deegan-Packel y Banzhaf respectivamente. El desarrollo de estas tres rutinas en Matlab puede ser considerado como un gran aporte para futuras investigaciones, debido a que éstas podrán ser utilizadas como funciones en otros escenarios de simulación que lo requieran.

Para el modelo propuesto MS-HPAV se consideró el uso de OFDMA como técnica de multiplexación, la cual es conocida como la versión multiusuario de OFDM, en donde múltiples nodos pueden compartir el espectro de un canal mediante la distribución de recursos tanto en frecuencia como en tiempo, con el fin de optimizar el rendimiento de la red, garantizando así diferentes niveles de QoS en función del ancho de banda asignado. Como resultado a este proceso el modelo requiere la elaboración de un mapa de distribución de tiempo y frecuencia para un canal PLC sobre OFDMA, en el cual se distribuyen las 917 subportadoras en  $m$  subcanales conformados por una vecindad de frecuencias equitativa y por otro lado, el periodo adoptado por HPAV ( $33,33ms$ ), equivalente a dos ciclos de red de 60Hz, distribuido en 813 slots de tiempo, acorde con el tiempo de un símbolo OFDM ( $T_s = 40,96\mu s$ ) para el caso particular de HPAV. En coherencia con los resultados obtenidos, se evidenció que sobre el mapa propuesto el CCo elaborará el (Scheduler), facilitando la asignación de recursos en tiempo y frecuencia para cada nodo, en función de las condiciones del canal, la topología de red, el número de estaciones, la intensidad de tráfico por clase y el ancho de banda; soportado en la teoría de juegos cooperativos de utilidad transferible y de votación ponderada.

Un aporte final al trabajo realizado obedece a la caracterización de cuatro clases de servicio (voz, video, datos y control), bajo una distribución de Pareto, ajustadas a comunicaciones sobre Power Line, las cuales fueron utilizadas al interior de cada uno de los escenarios propuestos. Este proceso de caracterización permite describir el comportamiento de cada una de las clases de servicio acorde a un modelo de tráfico autosimilar, fenómeno el cual se ha evidenciado en diversos contextos de redes modernas soportadas en IP, lo cual puede ser considerado como un gran aporte para la comunidad científica que esté interesada en desarrollar futuros trabajos de investigación ya que a la fecha este aspecto no se había desarrollado para la tecnología PLC.

## TRABAJOS FUTUROS

A continuación se mencionan algunos de los posibles trabajos futuros que puede derivarse del trabajo de investigación desarrollado.

- Desarrollo de algoritmos que permitan reducir considerablemente la complejidad temporal y computacional de los procesos relacionados con el cálculo del valor de Shapley y el Nucleolus de un juego.
- Uso de algoritmos genéticos como estrategia para la optimización de recursos sobre Power Line Communications.
- Desarrollar nuevas metodologías para la generación de Schedule soportados en los índices de poder y bajo el uso de técnicas alternas a OFDMA.
- Desarrollar prototipos hardware que hagan uso de las técnicas propuestas en la presente tesis doctoral con el fin de evaluar su rendimiento en escenarios reales.
- Evaluar el rendimiento de las técnicas propuestas soportadas en la teoría de juegos, considerando una ampliación del espectro en frecuencia hasta los 100MHz.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] A. Rajesh, M. Rathinasabapathy, and R. Nakkeeran, “Performance analysis of hybrid protocol based on dynamic contention window for power line communication systems,” in *2009 First Asian Himalayas International Conference on Internet*, 2009, pp. 1–7.
- [2] S.-G. Yoon, J. Yun, and S. Bahk, “Adaptive Contention Window Mechanism for Enhancing Throughput in HomePlug AV Networks,” in *Consumer Communications and Networking Conference, 2008. CCNC 2008. 5th IEEE*, 2008, pp. 190–194.
- [3] S. Chen, M. Setta, X. Chen, and C. G. Parini, “Ultra wideband powerline communication (PLC) above 30 MHz,” *IET Commun.*, vol. 3, no. 10, p. 1587, 2009.
- [4] M. Tlich, A. Zeddami, F. Moulin, and F. Gauthier, “Indoor Power-Line Communications Channel Characterization up to 100 MHz—Part II: Time-Frequency Analysis,” *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 23, no. 3, pp. 1402–1409, Jul. 2008.
- [5] J. Ekanayake, N. Jenkins, and K. Liyanage, *Smart grid: technology and applications*, 1a ed. West Sussex, Inglaterra: John Wiley & Sons, 2012.
- [6] C. Jin and T. Kunz, “Smart home networking: Combining wireless and powerline networking,” in *2011 7th International Wireless Communications and Mobile Computing Conference*, 2011, pp. 1276–1281.
- [7] N. Anatory, J. & Theethayi, *Broadband Power-Line Communication Systems: Theory and Applications.*, 1a ed. Southampton, England: WIT Press, 2010.
- [8] H. Latchman, K. Srinivas, L. Yonge, and S. Gavette, *Homeplug AV and IEEE 1901: A Handbook for PLC Designers and Users*, 1a ed. New Jersey, USA: Wiley-IEEE Press, 2013.
- [9] B. O’Neill, “A problem of rights arbitration from the Talmud,” *Math. Soc. Sci.*, vol. 2, no. 4, pp. 345–371, 1982.
- [10] H. Moulin, “Axiomatic Cost and Surplus-Sharing, Chapter 17.,” in *The Handbook of Social Choice and Welfare*, 2001.
- [11] R. Aumann and M. Maschler, “Game theoretic analysis of a bankruptcy problem from the Talmud,” *J. Econ. Theory*, vol. 36, no. 2, pp. 185–213, 1985.

- [12] I. Curiel, *Cooperative game theory and applications: cooperative games arising from combinatorial optimization problems*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1997.
- [13] S. Bannister and P. Beckett, "Enhancing powerline communications in the 'Smart Grid' using OFDMA," in *Power Engineering Conference, 2009. AUPEC 2009. Australasian Universities*, 2009, pp. 1–5.
- [14] D. Zhang, Y. Wang, and J. Lu, "QoS aware relay selection and subcarrier allocation in cooperative OFDMA systems," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 14, no. 4, pp. 294–296, Apr. 2010.
- [15] X. Huang and B. Bensaou, "On max-min fairness and scheduling in wireless ad-hoc networks: analytical framework and implementation," *Proc. 2nd ACM Int. Symp. Mob. ad hoc Netw. Comput.*, 2001.
- [16] P. J. Piñero-Escuer, J. Malgosa-Sanahuja, and P. Manzanares-López, "Homeplug-AV CSMA/CA Evaluation in a Real In-Building Scenario," *IEEE Commun. Lett.*, no. June, pp. 683–685, 2011.
- [17] J. V. C. Carmona and E. G. Pelaes, "Analysis and Performance of Traffic of Voice and Video in Network Indoor PLC," *IEEE Lat. Am. Trans.*, vol. 10, no. 1, pp. 1268–1273, Jan. 2012.
- [18] W. R. S. Osman, K. Nisar, and A. M. Altrad, "Evaluation of broadband PLC technology over Malaysia's indoor power line network," in *2014 2nd International Conference on Electronic Design (ICED)*, 2014, pp. 275–280.
- [19] A. Carvallo and J. Cooper, *The Advanced Smart Grid: Edge Power Driving Sustainability*, 1 ed. Artech House, 2011.
- [20] R.-S. Chang, T. Kim, and S.-L. Peng, Eds., *Security-Enriched Urban Computing and Smart Grid*, vol. 223. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2011.
- [21] S. K. Mohanty and R. K. Giri, "The analysis of Broadband Communication over indoor Powerline channel," *Int. Conf. Commun. Signal Process.*, pp. 1293–1299, 2014.
- [22] L. L. Agudelo and O. A. Flórez, "Evaluación de desempeño de las tecnologías Power Line Carrier (PLC) y Wireless LAN para la implementación al prototipo de sistema metropolitano de telemetría para la monitorización de parámetros eléctricos en las redes de Distribución de Media y Baja tens," Universidad Industrial de Santander, 2010.

- [23] X. Carcelle, *Powerline communications in practice*, 1a ed. Londres, Inglaterra: Artech House, 2006.
- [24] J. Ekanayake and K. Liyanage, *Smart Grid Technology and Applications*. Wiley, 2012.
- [25] G. T. Andreou, I. G. Dimoukas, M. I. Mazneikou, T. A. Papadopoulos, and D. P. Labridis, "Performance of Commercially Available Residential PLC Modems," in *2007 IEEE International Symposium on Power Line Communications and Its Applications*, 2007, pp. 116–120.
- [26] IEEE, "IEEE Communications Society." [Online]. Available: <http://www.comsoc.org/>.
- [27] IEEE, "1901-2010 - IEEE Standard for Broadband over Power Line Networks: Medium Access Control and Physical Layer Specifications," 2010.
- [28] Y. Lee, H. a. Latchman, H. Ha, and M. Hwang, "QoS augmented CSMA/CA MAC protocol for high speed multimedia powerline communications," *2012 IEEE Int. Symp. Power Line Commun. Its Appl.*, pp. 236–241, Mar. 2012.
- [29] S. Galli, A. Scaglione, and Z. Wang, "Power Line Communications and the Smart Grid," in *2010 First IEEE International Conference on Smart Grid Communications*, 2010, pp. 303–308.
- [30] Fundación de la Energía de la Comunidad de Madrid, *Guía de Redes Inteligentes de energía y comunicación*. Madrid, España: Gráficas Arias Montano, 2011.
- [31] Homeplug Powerline Alliance, "HomePlug AV White Paper," 2005.
- [32] G. Granados A. and J. C. Vesga F., "Análisis sobre el comportamiento del Throughput en redes LAN bajo tecnología Power Line Communications," *Rev. Iteckne, Univ. St. Tomás*, vol. 9, no. 2, pp. 22–32, 2012.
- [33] W. Y. Chen, *Home Networking Basis: Transmission Environments and Wired/Wireless Protocols*, 1ed. ed. Saddle River, NJ: Pearson-Prentice Hall, 2004.
- [34] F. J. Cañete, "Caracterización y Modelado de Redes Eléctricas Interiores como Medio de Transmisión de Banda Ancha," Universidad de Málaga, 2005.
- [35] F. Cañete, J. Cortés, L. Díez, and J. Entrambasaguas, "A channel model proposal for indoor power line communications," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 49, no. 12, pp. 166–174, Dec. 2011.

- [36] S. Sancha, F. J. Cañete, L. Díez, and J. T. Entrambasaguas, “A Channel Simulator for Indoor Power-line Communications,” in *2007 IEEE International Symposium on Power Line Communications and Its Applications*, 2007, pp. 104–109.
- [37] S. L. Marple, “Digital Spectral Analysis with Applications,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 86, no. 5, p. 2043, Nov. 1989.
- [38] B. L. Harlacher and R. W. Stewart, “Common mode voltage measurements comparison for CISPR 22 conducted emissions measurements,” in *2001 IEEE EMC International Symposium. Symposium Record. International Symposium on Electromagnetic Compatibility (Cat. No.01CH37161)*, 2001, vol. 1, pp. 26–30.
- [39] J. Hayes, “Adaptive Feedback Communications,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 16, no. 1, pp. 29–34, Feb. 1968.
- [40] W. T. Webb and R. Steele, “Variable rate QAM for mobile radio,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 43, no. 7, pp. 2223–2230, Jul. 1995.
- [41] Y. H. Ma, P. L. So, and E. Gunawan, “Performance Analysis of OFDM Systems for Broadband Power Line Communications Under Impulsive Noise and Multipath Effects,” *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 20, no. 2, pp. 674–682, Apr. 2005.
- [42] E. D. Re, R. Fantacci, S. Morosi, and R. Seravalle, “Comparison of cdma and ofdm techniques for downstream power-line communications on low voltage grid,” *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 18, no. 4, pp. 1104–1109, Oct. 2003.
- [43] V. Gil Jimenez, “Algoritmos en Transmisión y Recepción para OFDM en entornos Multi-usuario,” Universidad Carlos III de Madrid, 2005.
- [44] G. González, “Aspectos de sincronización en frecuencia para sistemas multiportadora,” Universidad Nacional del Sur, 2011.
- [45] L. S. Andreas Schwager, “Potential of broadband power line home networking,” in *Second IEEE Consumer Communications and Networking Conference, 2005. CCNC. 2005*, 2005, pp. 359–363.
- [46] C. M. Akujuobi and M. N. O. Sadiku, “A new parallel greedy bit-loading algorithm with fairness for multiple users in a DMT system,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 54, no. 8, pp. 1374–1380, Aug. 2006.
- [47] J. M. Cioffi, “On constant power water-filling,” in *ICC 2001. IEEE International Conference on Communications. Conference Record (Cat. No.01CH37240)*, 2001, vol. 6, pp. 1665–1669.

- [48] D. Hughes-Hartogs, “Ensemble modem structure for imperfect transmission media,” *US Pat. 4,833,706*, 1989.
- [49] R. V. Sonalkar and R. R. Shively, “An efficient bit-loading algorithm for DMT applications,” in *IEEE GLOBECOM 1998 (Cat. NO. 98CH36250)*, 1998, vol. 5, pp. 2683–2688.
- [50] P. S. Chow, J. M. Cioffi, and J. A. C. Bingham, “A practical discrete multitone transceiver loading algorithm for data transmission over spectrally shaped channels,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 43, no. 2/3/4, pp. 773–775, Feb. 1995.
- [51] J. C. Tu and J. M. Cioffi, “A loading algorithm for the concatenation of coset codes with multichannel modulation methods,” in *[Proceedings] GLOBECOM '90: IEEE Global Telecommunications Conference and Exhibition*, 1990, pp. 1183–1187.
- [52] A. Leke and J. M. Cioffi, “A maximum rate loading algorithm for discrete multitone modulation systems,” in *GLOBECOM 97. IEEE Global Telecommunications Conference. Conference Record*, 1997, vol. 3, pp. 1514–1518.
- [53] J. Campello, “Practical bit loading for DMT,” in *1999 IEEE International Conference on Communications (Cat. No. 99CH36311)*, 1999, vol. 2, pp. 801–805.
- [54] J. Cortés, L. Díez, F. Cañete, J. Sánchez, J. Entrambasaguas, “Performance analysis of OFDM modulation on indoor broadband PLC channels,” *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 78, no. 1, pp. 1–12, 2011.
- [55] F. Rusek and J. B. Anderson, “Near BER optimal partial response codes,” in *Proceedings. International Symposium on Information Theory, 2005. ISIT 2005.*, 2005, pp. 538–542.
- [56] M. Zimmermann and K. Dostert, “A multipath model for the powerline channel,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, no. 4, pp. 553–559, Apr. 2002.
- [57] M. Zimmermann and K. Dostert, “Analysis and modeling of impulsive noise in broad-band powerline communications,” *Electromagn. Compat. IEEE Trans.*, vol. 44, no. 1, pp. 249–258, 2002.
- [58] M. Zimmerman and K. Dostert, “The Low Voltage Power Distribution Network as Last Mile Access Network—Signal Propagation and Noise Scenario in the HF-Rang,” ... *J. Electron. Commun.*, vol. 51, no. 1, pp. 13–22, 2000.
- [59] C. Y. Guillen, E. P., López, J. J., & Barahona, “Throughput Analysis over Power Line Communication Channel in an Electric Noisy Scenario.,” *Proc. World Acad. Sci. Eng. Technol.*, vol. 45, 2008.

- [60] S. Falahati, A. Svensson, M. Sternad, and T. Ekman, "Adaptive modulation systems for predicted wireless channels," in *GLOBECOM '03. IEEE Global Telecommunications Conference (IEEE Cat. No.03CH37489)*, 2003, vol. 1, pp. 357–361.
- [61] F. Cañete, "User guide for PLC channel generator v. 2," Universidad de Málaga, 2011.
- [62] B. Jensen, H. Slavensky, and S. Kjaersgaard, "Benchmarking and QoS of In-House Powerline Equipment for AV Streaming Applications," in *2006 IEEE International Symposium on Power Line Communications and Its Applications*, 2006, pp. 160–165.
- [63] B. Jensen and S. Kjaersgaard, "Benchmarking and QoS of In-House Powerline Equipment under Noisy Conditions," in *2007 IEEE International Symposium on Power Line Communications and Its Applications*, 2007, pp. 17–22.
- [64] P. C.-H. Ng and P. S. Boon-Hee, *Queueing Modelling Fundamentals: With Applications in Communication Networks*. John Wiley & Sons, 2008.
- [65] J. A. M. Mogollón, J. J. P. Aguilar, V. E. Ordóñez, and A. F. C. Montesino, "Caracterización y simulación del tráfico de redes LAN mediante el modelo MMPP," *Rev. la facultad Ing. la Univ. Antioquia*, no. 42, pp. 7–29, 2007.
- [66] W. E. Leland, M. S. Taqqu, W. Willinger, and D. V. Wilson, "On the self-similar nature of Ethernet traffic (extended version)," *IEEE/ACM Trans. Netw.*, vol. 2, no. 1, pp. 1–15, 1994.
- [67] M. J. Neely, *Stochastic Network Optimization with Application to Communication and Queueing Systems*. Morgan & Claypool Publishers, 2010.
- [68] F. Gebali, *Analysis of Computer and Communication Networks*. Springer, 2008.
- [69] FCC, "Federal Communications Commission." [Online]. Available: <http://www.fcc.gov/>.
- [70] UIT-T, "Recommendation G.711: Pulse Code Modulation (PCM) of voice frequencies," 1988.
- [71] UIT-T, "Recommendation G.723.1 : Dual rate speech coder for multimedia communications transmitting at 5.3 and 6.3 kbit/s," 2006.
- [72] UIT-T, "Recommendation G.729: Coding of speech at 8 kbits using Conjugate-Structure Algebraic-Code-Excited Linear-Prediction (CS-ACELP)," 2007.

- [73] J. Hsu, “Constrained simultaneous confidence intervals for multiple comparisons with the best,” *Ann. Stat.*, 1984.
- [74] Y. Kikuchi, T. Nomura, S. Fukunaga, and Y. Matsui, “RTP Payload Format for MPEG-4 Audio (RFC3016),” 2000.
- [75] J. Van Der Meer and D. Mackie, “RTP payload format for transport of MPEG-4 elementary streams (RFC3640),” 2003.
- [76] S. Wenger and M. Hannuksela, “RTP payload format for H. 264 video (RFC 3984),” 2005.
- [77] C. Withanage, R. Ashok, C. Yuen, and K. Otto, “A comparison of the popular home automation technologies,” in *2014 IEEE Innovative Smart Grid Technologies - Asia (ISGT ASIA)*, 2014, pp. 600–605.
- [78] TP-LINK Industries, “TP-LINK,” 2013. [Online]. Available: <http://www.tp-link.com/en/products/details/?model=TL-PA211#spec>.
- [79] Netmedia, “SitePlayer™ - SP1 Module,” 2013. [Online]. Available: <http://netmedia.com/siteplayer/webserver/sp1.html>. [Accessed: 10-Mar-2014].
- [80] J. Pérez, J. Jimeno, and E. Tena, *Teoría de juegos*, 1 ed. Madrid, España: Pearson-Prentice Hall, 2003.
- [81] D. Ramírez R., “Cooperación en la cadena de suministro de la energía eléctrica en Colombia,” Universidad del Norte, 2008.
- [82] B. Peleg and P. Sudhölter, *Introduction to the theory of cooperative games*. Springer, 2007.
- [83] M. Rodríguez, *Contribuciones a la teoría del valor en juegos en forma estratégica y en problemas de bancarrota*. Universidad Santiago de Compostela, 2005.
- [84] J. García, “Complejidad y algoritmos en juegos cooperativos. Thesis PhD,” Universidad de Sevilla, 2000.
- [85] A. Magaña, “Formación de coaliciones en los juegos cooperativos y juegos con múltiples alternativas. Thesis PhD,” Universidad Politécnica de Cataluña, 1996.
- [86] L. S. Shapley, “‘A value for n-persons games ’ in Contributions to the Theory of Games II,” *Ann. Math. Stud.*, no. 28, pp. 307–317, 1953.
- [87] D. Gillies, “Some theorems on n-person games,” Princeton University, 1953.

- [88] L. Shapley, “On balanced sets and cores,” *Nav. Res. Logist. Q.*, vol. 14, no. 4, pp. 453–460, 1967.
- [89] J. R. Fernández G., “complejidad y algoritmos en Juegos Cooperativos,” Universidad de Sevilla, 2000.
- [90] P. Berens, “CircStat: a MATLAB toolbox for circular statistics,” *J. Stat. Softw.*, vol. 31, no. 10, pp. 1–21, 2009.
- [91] R. Walpole, R. Myers, and S. Myers, *Probabilidad y estadística para ingenieros*. Mexico D.F., Mexico: Pearson-Prentice Hall, 2007.
- [92] M. Support, “Minitab Statistical Software,” 2015. [Online]. Available: <http://support.minitab.com/en-us/minitab/17/topic-library/quality-tools/quality-tools/pareto-chart-basics/>.
- [93] Y. Sheng and M. H. MacGregor, “Dynamic Resource Allocation Based on Weighted Max-Min Fairness,” in *Communication Networks and Services Research Conference (CNSR), 2011 Ninth Annual*, 2011, pp. 247–256.
- [94] E. L. Hahne, “Round-robin scheduling for max-min fairness in data networks,” *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 9, no. 7, pp. 1024–1039, 1991.
- [95] J. Chen, I. Cidon, and Y. Ofek, “A local fairness algorithm for the MetaRing, and its performance study,” in *[Conference Record] GLOBECOM '92 - Communications for Global Users: IEEE*, 1992, pp. 1635–1641.
- [96] J. S.-C. Chen, I. Cidon, and Y. Ofek, “A local fairness algorithm for gigabit LAN's/MAN's with spatial reuse,” *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 11, no. 8, pp. 1183–1192, 1993.
- [97] D. Schmeidler, “The Nucleolus of a Characteristic Function Game,” *SIAM J. Appl. Math.*, vol. 17, no. 6, pp. 1163–1170, Nov. 1969.
- [98] E. Kohlberg, “On the nucleolus of a characteristic function game,” *SIAM J. Appl. Math.*, vol. 20, no. 1, pp. 62–66, 1971.
- [99] D. Nace, M. Pioro, and L. Doan, “A tutorial on max-min fairness and its applications to routing, load-balancing and network design,” *4th IEEE Int. Conf. Comput. Sci. Res. Innov. Vis. Futur.*, p. 30, 2006.
- [100] R. Kuelh, *Diseño de experimentos: principios estadísticos para el análisis y diseño de investigaciones*, 2nd. ed. Thompson, 2001.

- [101] J. Hsu, *Multiple comparisons: theory and methods*. London: Chapman and Hall, 1996.
- [102] ITU-T, “Recommendation Y.1541: Network performance objectives for IP-based services,” 2011.
- [103] R. Braden, D. Clark, and S. Shenker, “RFC 1633: Integrated services in the Internet architecture: an overview,” *Status: Informational*, 1994.
- [104] S. Blake, D. Black, M. Carlson, and E. Davies, “RFC 2475: An architecture for differentiated services,” *Status Propos. Stand.*, 1998.
- [105] M. E. Febles, “Sistema de reparto de poder en las elecciones locales,” *Números*, vol. 39, pp. 13–20, 1999.
- [106] K. Ríbnikov, *Análisis Combinatorio*. Moscú: Editoria Mir, 1988.
- [107] M. Palacios C., “Estudio de índices de poder y sus aplicaciones,” Universidad Superio de Sevilla, 2009.
- [108] V. Iversen and B. Sanders, “Engset formulæ with continuous parameters—theory and applications,” *AEU-International J. Electron. Commun.*, vol. 55, no. 1, pp. 3–9, 2001.
- [109] V. V. Chatzimisios, P., Anthony C. Boucouvalas, “Performance analysis of the IEEE 802.11 MAC protocol for wireless LANs,” *IInternational J. Commun. Syst.*, vol. 18, no. 6, pp. 545–569, 2005.
- [110] Min Young Chung, Myoung-Hee Jung, Tae-Jin Lee, and Yutae Lee, “Performance analysis of HomePlug 1.0 MAC with CSMA/CA,” *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 24, no. 7, pp. 1411–1420, Jul. 2006.
- [111] P. J. Pinero-Escuer, J. Malgosa-Sanahuja, P. Manzanares-López, and J. P. Muñoz-Gea, “Homeplug-AV CSMA/CA Cross-Layer Extension for QoS Improvement of Multimedia Services,” *IEEE Commun. Lett.*, vol. 18, no. 4, pp. 704–707, Apr. 2014.
- [112] T. Li, “Improving Performance for CSMA/CA Based Wireless Networks,” National University of Ireland, 2007.
- [113] D. Kurzyk and P. Gawron, *Quantum Queuing Networks Throughput Optimisation*. Springer International Publishing, 2014.
- [114] C.-H. Ng and S. Boon-Hee, *Queueing modelling fundamentals: With applications in communication networks*, 2a ed. West Sussex, Inglaterra: John Wiley & Sons, 2008.